



Università degli Studi di Padova

Facoltà di Ingegneria

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Meccatronica

tesi di laurea

# Introduzione ai sensori quantistici ed alle loro applicazioni

**Relatore:** Prof. Alessandro Sona

**Laureando:** Matteo Sette

11 luglio 2022

---

*Devo questo lavoro a moltissime persone e lo dedico con affetto a tutti coloro  
che mi hanno circondato e plasmato nella vita.  
Sono grato a tutti, nessuno escluso.*

---

# Prefazione

Il seguente elaborato consiste in una breve disamina delle principali tecnologie di sensoristica basata su principi quantistici. In particolare il seguente documento si articola in tre sezioni principali: introduzione, corpo centrale e conclusioni. Nella prima parte si introduce dapprima il concetto di sistema di sensing con particolare attenzione all'elemento sensore e si procede poi con una rapida somministrazione di qualche breve nozione di meccanica quantistica. Nel corpo centrale si trattano i principi fisici su cui si basano queste tecnologie e si analizzano più approfonditamente le varie tipologie di sensori illustrandone la struttura, i pregi e difetti. Infine si conclude l'argomento con una serie di osservazioni, commenti e previsioni sull'utilizzo delle tecnologie precedentemente descritte.

*L'autore.*

Autore: Matteo Sette

# Indice

<b>Prefazione</b>	<b>III</b>
<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Nozioni di base</b>	<b>3</b>
1.1 Il sistema di sensing . . . . .	3
1.1.1 Acquisizione . . . . .	3
1.1.2 Digitalizzazione . . . . .	5
1.1.3 Elaborazione . . . . .	5
1.2 Meccanica quantistica . . . . .	5
1.2.1 Vettori di stato ed operatori . . . . .	5
1.2.2 La misura . . . . .	7
1.2.3 Equazione di Schrödinger . . . . .	7
1.2.4 Decoerenza . . . . .	9
<b>2 Effetti fisici</b>	<b>11</b>
2.1 Misura di campo magnetico . . . . .	11
2.1.1 Precessione di Larmor . . . . .	11
2.1.2 Effetto Zeeman . . . . .	13
2.2 Misura di campo elettrico . . . . .	14
2.2.1 Effetto Stark . . . . .	15
2.3 Misura di campi gravitazionali . . . . .	16
2.3.1 Interferometria atomica . . . . .	16
<b>3 Sensori quantistici</b>	<b>19</b>
3.1 Sensori ad atomi neutri . . . . .	19
3.1.1 Gas atomici . . . . .	20
3.1.2 Sensori ad atomi ultrafreddi . . . . .	22
3.2 Spin allo stato fisico: Centri NV . . . . .	25
<b>4 Applicazioni</b>	<b>29</b>
4.1 Magnetometri . . . . .	29
4.2 Elettrometri . . . . .	34
4.3 Gravimetri . . . . .	37

---

Conclusioni	40
Bibliografia	42
Elenco delle figure	47



# Introduzione

A causa dell'enorme progresso tecnologico raggiunto fin'ora il mondo dell'industria necessita ogni giorno di tecnologie sempre più performanti in modo da essere competitivo nel mercato. In particolare tra i prodotti più studiati vi sono i sensori, strumenti fondamentali e onnipresenti in ogni prodotto tecnologico attuale. In questo lavoro di tesi ci si prefigge l'obiettivo di descrivere le tecnologie più recenti sviluppate per competere con i sensori attuali. L'innovazione introdotta da questi strumenti è radicale, infatti essa non si basa su migliorie degli attuali sensori ma su metodi e principi fisici del tutto nuovi e mai sfruttati fin'ora. La nascita di questa nuova generazione di sensori porta ad una svolta nel settore della raccolta dati migliorando notevolmente la qualità dei campioni acquisiti. I sensori qui presentati sono detti *quantistici* e allo scopo di far meglio comprendere cosa ciò voglia dire, si descrivono alcuni aspetti fondamentali di questi oggetti.

Innanzitutto per essere definito quantistico, un sistema deve rispettare una delle seguenti tre condizioni[1]:

- I il sistema utilizza oggetti quantistici per misurare quantità fisiche;
- II il sistema usa la coerenza quantistica per misurare quantità fisiche;
- III il sistema utilizza il fenomeno dell'entanglement per migliorare la precisione della misura.

Una volta definito il sistema perché questo svolga il ruolo di sensore necessita di quattro attributi[2]:

1. Il sistema deve assumere livelli di energia discreti, in particolare si definiscono due soli stati  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$  separati da un livello energetico pari a  $E = \hbar\omega_0$  come rappresentato in Fig. 1;
2. E' possibile imporre al sistema uno stato iniziale e successivamente si deve essere in grado di acquisire dati da esso;
3. Il sistema può essere all'occorrenza manipolato mediante l'utilizzo di appositi campi;

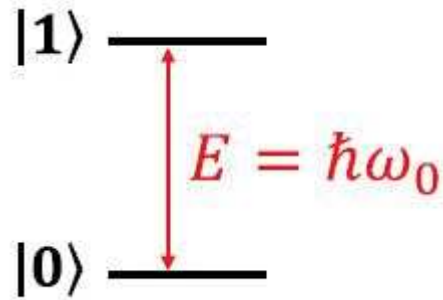


Figura 1: La differenza di energia tra due stati è proporzionale alla frequenza di transizione  $\omega_0$ [1].

4. Il sistema risponde ad uno stimolo  $V(t)$  con una variazione dell'energia  $E$ , questa relazione è quantificabile mediante un parametro trasduttore  $\gamma$  definito come:

$$\gamma = \frac{\partial^q E}{\partial V^q}$$

dove solitamente  $q = 1,2$  ovvero la transcaratteristica del sistema è lineare o quadratica.

Nonostante l'apparente complessità, questi sistemi sono estremamente versatili dato che consentono di misurare molteplici grandezze fisiche come il tempo, campo magnetico, elettrico, gravitazionale e molto altro. Per fare questo il sistema non misura direttamente le proprietà dello stimolo esterno ma valuta lo stato di un oggetto detto *qubit*, il quale è esso stesso ad interagire con il campo sottoposto a misura.

# Capitolo 1

## Nozioni di base

### 1.1 Il sistema di sensing

Un sistema di acquisizione dati in senso classico è un insieme di elementi circuitali avente come scopo l'acquisizione o la misurazione di informazioni riguardanti una o più grandezze fisiche di un sistema o di un ambiente. Il processo di misura si articola in tre fasi: acquisizione, digitalizzazione ed elaborazione (1.1).

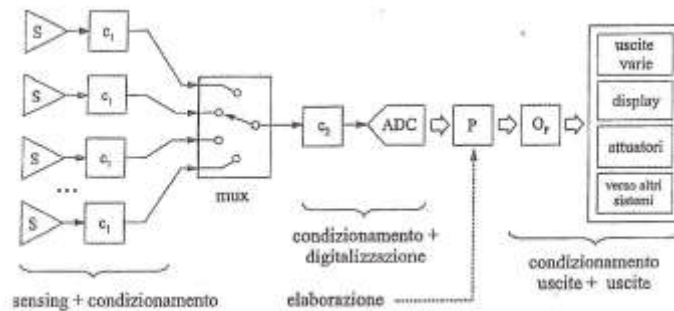


Figura 1.1: Si osservi che a valle dell'ADC le informazioni sono rappresentate mediante una sequenza di bit indicate da una freccia più spessa[3].

#### 1.1.1 Acquisizione

In questa fase si pratica la misura in senso stretto ad opera di elementi detti sensori che producono un segnale elettrico in risposta allo stimolo da parte di una grandezza fisica. Il segnale elettrico viene quindi condizionato da circuiteria appositamente progettata, ovvero il segnale viene adattato in modo da essere compatibile con gli elementi a valle.

## Il sensore

Il sensore è una particolare categoria di trasduttore (ovvero un dispositivo che effettua la trasformazione da una forma di energia ad un'altra) che produce un segnale elettrico legato alla grandezza in ingresso. Questi dispositivi basano il loro funzionamento su principi fisici che trovano un'applicazione pratica diventando *effetti* (ad esempio i sensori di campo magnetico si basano sull'effetto Hall, vi sono poi l'effetto Seebeck utilizzati nei sensori di temperatura, etc). Per caratterizzare un sensore è necessario introdurre dei parametri che stimano il comportamento di quest'elemento, si ne riportano i principali:

**Input e Output range** indicano il campo di valori che il sensore riesce ad elaborare in ingresso e produrre in uscita;

**sensibilità** è un parametro che indica il grado di variazione del segnale in uscita quando il sensore è sottoposto ad una variazione del parametro in ingresso. Analiticamente può essere descritta con la formula:

$$s(x) = \frac{\partial y}{\partial x} \quad (1.1)$$

Conoscendo punto per punto il valore della sensibilità è possibile tracciare la *transcaratteristica* del sensore (1.2).

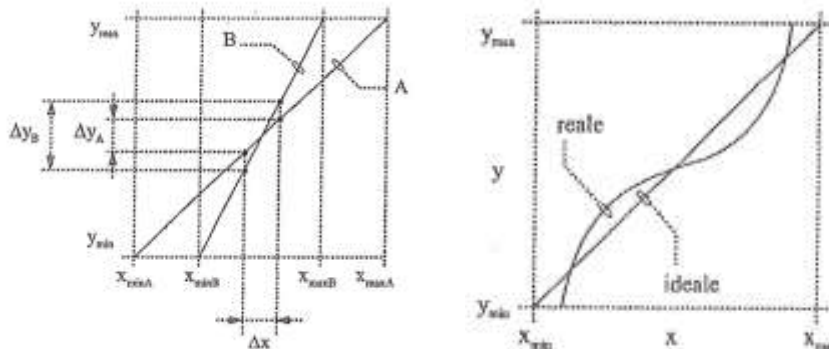


Figura 1.2:  $f(x)$  è la transcaratteristica del sensore, in particolare nella prima immagine si nota che la sensibilità di B è maggiore di quella di A in ogni punto[3].

**accuratezza** descrive quanto la transcaratteristica è ben nota e stabile nel tempo;

**risoluzione** è definita come la più piccola variazione del segnale di ingresso che genera un incremento/diminuzione apprezzabile del segnale di uscita. E' un parametro fondamentale perché rappresenta non solo le performance del sensore ma il miglior risultato che si può ottenere attraverso una progettazione ideale del resto della catena di acquisizione dati;

**precisione** indica la capacità del sensore di fornire in uscita valori il più possibilmente vicini tra loro, a parità di misurando e di ogni altra condizione di misura. Può essere anche detta *ripetibilità*;

**rumore** è un segnale indesiderato che si sovrappone al segnale di ingresso  $y$ . E' generato all'interno del sensore stesso a causa di fenomeni fisici di varia natura.

Si vedrà in seguito come alcuni di questi parametri classici siano difficilmente applicabili ai sistemi quantistici.

### 1.1.2 Digitalizzazione

La conversione analogica-digitale è l'attività svolta dall'ADC (Analog to Digital Converter) per convertire il segnale analogico nel tempo e nelle ampiezze, in una sequenza di campioni discretizzati nel tempo e nelle ampiezze. Questo processo è fondamentale perché rende le misure effettuate trattabili dal software, ovvero permette all'elaboratore (data per nota la transcaratteristica) di risalire ad una stima del dato misurato dal sensore. Infine è importante ricordare che l' ADC è un dispositivo tutt'altro che ideale e che può compromettere il risultato di tutto il processo di misura.

### 1.1.3 Elaborazione

Quest'ultima parte della catena di acquisizione dati ha il compito di elaborare i dati ricevuti dall'ADC sotto forma di sequenze binarie al fine di ricavare il valore stimato e compiere varie operazioni richieste dall'utente (es. visualizzazione su display del risultato, movimentazione di apparati meccanici, azioni di controllo, etc).

## 1.2 Meccanica quantistica

### 1.2.1 Vettori di stato ed operatori

Si è parlato fin da subito che un generico sistema quantistico è rappresentabile mediante l'utilizzo di particolari oggetti detti stati. Questi sono visualizzabili come vettori in uno spazio vettoriale detto spazio di Hilbert e vengono indicati con la notazione dei *ket* :

$$|\psi\rangle \tag{1.2}$$

In questo particolare spazio vettoriale la combinazione lineare di due stati  $|\alpha\rangle$  e  $|\beta\rangle$  è ancora un vettore di stato:

$$|\psi\rangle = |\alpha\rangle + |\beta\rangle \tag{1.3}$$

Si definisce ora un generico operatore  $A$  il quale agendo su un vettore di stato  $|\psi\rangle$  genera un nuovo vettore  $|\gamma\rangle$ :

$$|\gamma\rangle = A|\psi\rangle \quad (1.4)$$

Nel particolare caso in cui l'operatore  $A$  genera lo stesso stato a meno di una costante moltiplicativa, ovvero:

$$A|\psi\rangle = a|\psi\rangle \quad (1.5)$$

Allora si dice che  $|\psi\rangle$  è un *autovettore* (o autostato) e  $a$  è l'*autovalore* associato. Definiamo ora uno spazio vettoriale detto *spazio duale* tale per cui ad ogni ket è associato un vettore detto *bra* per cui vale la corrispondenza:

$$|\psi\rangle \leftrightarrow \langle\psi| \quad (1.6)$$

Applicando questa nozione alle combinazioni lineari si ottiene

$$a|\alpha\rangle + b|\beta\rangle = a^*\langle\alpha| + b^*\langle\beta| \quad (1.7)$$

dove  $a^*$  e  $b^*$  sono i complessi coniugati di  $a$  e  $b$  rispettivamente. Analogamente allo spazio vettoriale euclideo è possibile definire il prodotto interno come:

$$\langle\alpha|\beta\rangle \quad (1.8)$$

Dove il ket è il vettore da proiettare su un vettore di base indicato con la notazione dei bra. Si può pensare che questa scrittura sia dunque equivalente al classico prodotto scalare della forma:

$$\alpha \cdot \beta \quad (1.9)$$

Si noti che la proiezione del vettore  $|\beta\rangle$  sul vettore  $|\alpha\rangle$  dà come risultato un numero complesso, in particolare vale che:

$$\langle\alpha|\beta\rangle = \langle\beta|\alpha\rangle^* \quad (1.10)$$

Detto questo è facile osservare che il prodotto interno di un vettore per sé stesso è un numero reale dato che vale:

$$\langle\alpha|\alpha\rangle = \langle\alpha|\alpha\rangle^* \quad (1.11)$$

Inoltre si dice che un vettore è *normalizzato* se il prodotto interno con sé stesso è unitario.

E' detta *norma* di un vettore la quantità  $\sqrt{\langle\alpha|\alpha\rangle}$

### 1.2.2 La misura

In meccanica quantistica le grandezze fisiche su cui si praticano le misurazioni sono definite *osservabili* e l'atto della misura è considerato come un operatore che agisce sullo stato del sistema stesso. La peculiarità dell'approccio quantistico alla misura è la natura probabilistica della teoria, infatti essa si basa su un postulato di fondamentale importanza:

*Dato un sistema presente in uno stato puro  $|\psi\rangle$  (ossia non esprimibile come combinazione lineare di altri vettori di stato) e una base di autostati  $|\alpha_1\rangle, |\alpha_2\rangle, |\alpha_3\rangle, \dots$  dell'operatore misura  $A$ , l'atto dell'osservazione fa collassare lo stato in uno degli autostati di  $A$ . Inoltre la probabilità che a parità di condizioni il risultato sia lo stesso, è pari a  $|\langle\alpha_i|\alpha\rangle|^2$ .*

Le conclusioni più importanti di questo postulato sono:

- Il processo di misura è di natura probabilistica;
- Fino a quando non viene effettuata un'osservazione il sistema è in una sovrapposizione di stati, questo fenomeno è detto *superposizione*.

Dal postulato sopracitato è inoltre naturale dedurre che:

$$\sum_{i=0}^N |\langle\alpha_i|\alpha\rangle|^2 = 1 \quad (1.12)$$

Ovvero effettuando una misurazione la probabilità che lo stato collassi in uno degli autostati di  $A$  è pari a 1.

Ripetendo più volte la misura si raggiunge asintoticamente un valore detto *valore di aspettazione* indicato con  $\langle A \rangle$  che è l'effettivo risultato delle osservazioni.

Questo fatto implica dunque che si debba ripetere più volte l'esperimento al fine di ottenere il valore più prossimo possibile a quello reale (figura 1.3).

### 1.2.3 Equazione di Schrödinger

Si è parlato finora di stati del sistema come vettori statici nel tempo ma dato che questi rappresentano grandezze fisiche che mutano secondo leggi di causa ed effetto di varia natura, è necessario cercare un modo di rappresentarne l'evoluzione temporale in qualche modo. In meccanica quantistica lo strumento per descrivere la dinamica dei vettori di stato è l'equazione di Schrödinger:

$$i\hbar \frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} = H\psi(x,t) \quad (1.13)$$

Dove  $\psi$  è detta *funzione d'onda* e rappresenta lo stato nelle coordinate spazio-temporali mentre  $|\psi|^2$  una densità di probabilità. Inoltre l'operatore  $H$  è detto *hamiltoniano* e rappresenta l'energia dello stato.

E' interessante osservare che è possibile descrivere l'evoluzione temporale dei vettori di stato ma non è possibile prevedere l'esito della misura data la sua

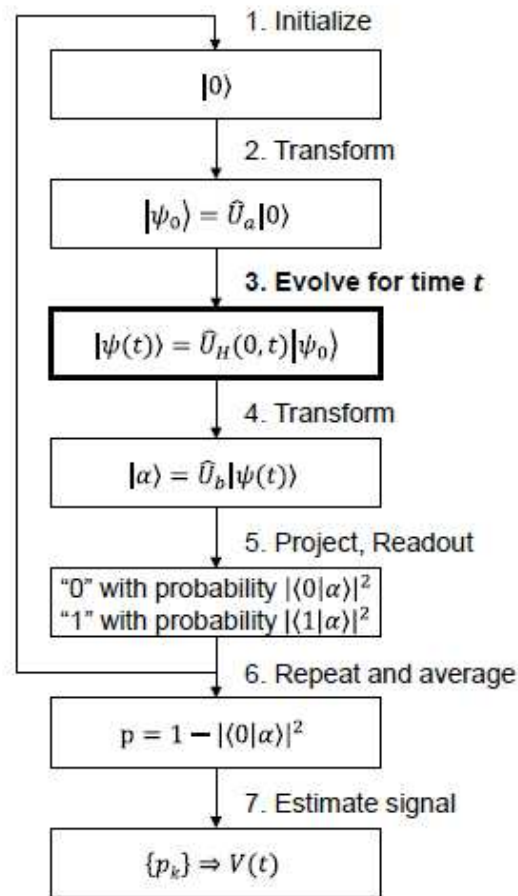


Figura 1.3: Il protocollo di sensing consiste nell'effettuare un gran numero di misure a parità di condizioni fisiche, il risultato viene poi estrapolato effettuando la media dei risultati ottenuti[1].

natura di tipo probabilistico.

La soluzione dell'equazione di Schrödinger dato un hamiltoniano costante nel tempo è rappresentato da:

$$\psi(x, t) = \psi(x, 0)e^{-\frac{iHt}{\hbar}} \quad (1.14)$$

Ovvero l'evoluzione temporale della funzione d'onda è rappresentabile come prodotto tra una funzione dipendente solo dalla posizione  $x$  e una funzione del solo tempo  $t$ . Dal punto di vista dei vettori di stato la traslazione temporale equivale a moltiplicare gli autovalori della base di  $H$  per un fattore di fase direttamente proporzionale all'energia dello stato:



$$\alpha_i(t) = \alpha_i(0)e^{-\frac{iHt}{\hbar}} \quad (1.15)$$

Si noti che la probabilità  $|\alpha_i|^2$  rimane invariata e inoltre si può dimostrare che il valore di aspettazione di un'osservabile qualsiasi rimane invariato.

#### 1.2.4 Decoerenza

L'ultimo concetto utile introdotto nello studio dei sistemi quantistici è il fenomeno della *decoerenza quantistica*. Come precedentemente affermato un sistema può trovarsi in una condizione di sovrapposizione di stati rappresentabile come combinazione lineare degli autostati dell'hamiltoniana  $H$ . Questa condizione non è però stabile dato che l'interazione tra sistema ed ambiente distrugge la sovrapposizione causando quel che viene detta decoerenza. Questo processo, di cui fa parte anche l'operazione di misura, ha l'effetto di eliminare parte dell'informazione sul sistema, in particolare vengono elisi i *termini di interferenza* ed il risultato che si ottiene è una miscela statistica degli stati. Questo fenomeno è stato studiato ed analizzato in numerosi esperimenti in laboratorio durante i quali è stato possibile osservare tale fenomeno, una rappresentazione di questo meccanismo è raffigurato dall'immagine 1.4. E' noto che il *tempo di coerenza* è molto più breve per i sistemi macroscopici a causa delle numerose interazioni (il cui esempio più banale sono gli urti) tra l'enorme mole di elementi presenti. Dal punto di vista pratico risulta quindi molto complesso ottenere sistemi molto sensibili, ovvero composti da un gran numero di particelle "sensore", e tempi di coerenza molto lunghi.

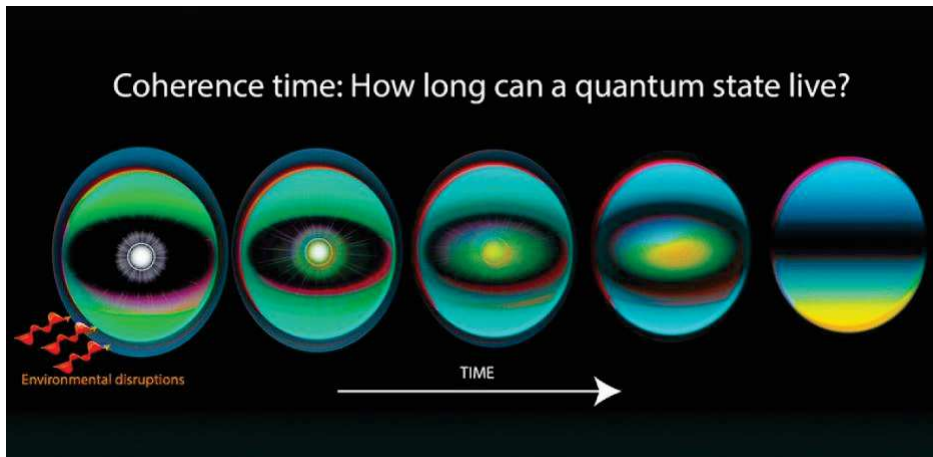


Figura 1.4: Si osserva che all'istante iniziale il sistema è isolato e a causa della sovrapposizione degli stati i colori giallo e blu sono indistinguibili. In seguito all'interazione con l'ambiente la sovrapposizione dei due stati collassa in una combinazione distinguibile dei colori blu e giallo[4].

Il tempo di coerenza è dunque un indice dell'immunità del sistema al rumore e contribuisce a determinarne la sensibilità secondo la formula:

$$S \propto \frac{1}{\gamma\sqrt{T_x}} \quad (1.16)$$

Dove  $\gamma$  è il parametro trasduttore e  $T_x$  è il tempo di coerenza.

## Capitolo 2

# Effetti fisici

In questo capitolo si trattano i fenomeni quantomeccanici che stanno alla base del funzionamento dei sensori descritti successivamente. La descrizione matematica di questi effetti è presentata in modo da rendere la dinamica comprensibile ed intuitiva al lettore. Approfondimenti e dimostrazioni più rigorose sono facilmente reperibili in testi specialistici e nelle fonti citate nel testo.

### 2.1 Misura di campo magnetico

La misura del campo magnetico è un'operazione utile non solo nella progettazione di strumenti tecnologici ma anche nello sviluppo di apparecchiature di analisi impiegate nei sistemi biologici e naturalistici. In questa sezione si descrive il comportamento della materia su scala atomica in presenza di una fonte di campo magnetico.

#### 2.1.1 Precessione di Larmor

Il fenomeno descritto in questa sezione consiste in una rotazione dello spin dell'elettrone attorno all'asse su cui agisce il campo magnetico. Si consideri un atomo il cui momento magnetico  $\mu$  sia interamente dato dallo spin di un solo elettrone. Dalle nozioni di elettromagnetismo classico è noto che  $\mu$  è proporzionale al campo magnetico secondo la formula:

$$\mu = g \left[ \frac{q}{2mc} \right] S_z \quad (2.1)$$

Dove  $g$  è detto *fattore giromagnetico* e  $S$  è lo spin dell'elettrone con autovalori pari a  $\pm \frac{\hbar}{2}$ . Si consideri ora un campo magnetico  $B$  agente lungo l'asse  $z$ , l'energia dell'elettrone sarà data dalla formula:

$$-\mu_z B = \frac{geB}{2m_e c} S_z \quad (2.2)$$

La formula (2.2) è l'hamiltoniano  $H$  dell'elettrone e ne quantifica l'energia. Si osserva che gli autostati di  $H$  sono gli stessi dell'operatore  $S_z$ , a meno della parte frazionaria, dunque gli autovalori corrispondenti sono:

$$E_{\pm} = \pm \frac{geB}{2m_e c} \frac{\hbar}{2} \quad (2.3)$$

Come anticipato nell'introduzione è ora possibile definire la differenza di energia degli autostati dell'hamiltoniano come  $H = \hbar\omega$ , da cui si ricava che:

$$\omega = \frac{geB}{2m_e c} \quad (2.4)$$

Questa quantità è detta *frequenza di Larmor* e grazie ad essa è possibile riscrivere l'hamiltoniano come  $H = \omega S_z$ . Preso ora un elettrone il cui spin  $|S_x \uparrow\rangle$  lungo l'asse  $x$  è in una sovrapposizione di stati iniziale:

$$|S_x \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|S_x \uparrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|S_x \downarrow\rangle \quad (2.5)$$

L'evoluzione temporale dello stato è definita dall'equazione di Schrödinger e la soluzione è descritta dalla formula (1.15). In questo caso specifico l'hamiltoniano  $H$  è ben noto e dunque è possibile scrivere:

$$|\alpha\rangle(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{i\omega t}{2}}|\uparrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{i\omega t}{2}}|\downarrow\rangle \quad (2.6)$$

E' quindi possibile ricavare la probabilità di trovare l'autovalore  $|S_x \uparrow\rangle$  proiettando lo stato (2.6) sull'autovalore  $|S_x \uparrow\rangle$  come introdotto dalla convenzione di Copenaghen (1.2.2):

$$P_{\uparrow} = |\langle S_x \uparrow | \alpha \rangle|^2 = \cos^2 \frac{\omega t}{2} \quad (2.7)$$

Similmente la probabilità di trovare lo stato "complementare" vale:

$$P_{\downarrow} = |\langle S_x \downarrow | \alpha \rangle|^2 = \sin^2 \frac{\omega t}{2} \quad (2.8)$$

Il risultato è coerente con le aspettative dato che la somma le probabilità dev'essere unitario. Il valore di aspettazione dello spin  $S_x$  è dimostrabile essere:

$$\langle S_x \rangle = \frac{\hbar}{2} \cos(\omega t) \quad (2.9)$$

Similmente il valore di aspettazione dello stato  $S_y = \frac{\hbar}{2} \sin(\omega t)$ . Dalla dimostrazione è importante osservare che non c'è alcun vettore che ruota nello spazio euclideo standard, bensì sono le probabilità a variare con continuità attorno all'asse  $z$ .

Questo fenomeno è utilizzato non solo per spiegare l'effetto Zeeman nella sezione seguente, ma viene utilizzato anche per inizializzare la direzione dello

spin. Infatti irradiando l'atomo con un'onda polarizzata circolarmente è possibile "forzare" l'orientazione dello spin elettronico. La dimostrazione è accessibile in bibliografia alla fonte [5].

### 2.1.2 Effetto Zeeman

La precessione di Larmor appena descritta provoca la scissione dei livelli associati alle orbite degli elettroni e la differenza energetica tra questi stati è linearmente proporzionale al campo magnetico incidente. Grazie a tale fenomeno è possibile dunque risalire ad una misura del campo mediante strumenti comuni quali la spettroscopia. Si consideri dunque un campo magnetico estero agente lungo l'asse  $z$  e un elettrone il cui momento magnetico totale  $J$  è dovuto a due principali contributi:

1. Momento magnetico  $L$  dovuto al moto orbitale dell'elettrone;
2. Momento magnetico di spin  $S$ .

L'hamiltoniano dell'elettrone è dunque funzione di entrambi questi fattori e può essere descritto dalla formula:

$$H = -\mu_J \cdot B = -(\mu_L + \mu_S) \cdot B \quad (2.10)$$

Dove  $\mu_S = \frac{-e}{mc}S$  è stata ottenuta dall'equazione (2.1) sostituendo  $g = 2$  nell'elettrone. Si ottiene dunque l'hamiltoniano riscritto come:

$$H = \frac{eB}{2mc}(L_z + 2S_z) \quad (2.11)$$

Una volta descritto l'hamiltoniano è necessario ricavare gli autovalori associati agli autostati di  $H$  definiti dai numeri quantici  $n, l, j, m_j$ . Prima di tutto è utile riscrivere il contenuto della parentesi in modo diverso, come funzione dei solo  $S$  e  $J$ .

$$L_z + 2S_z = J + S_z \quad (2.12)$$

L'equazione (2.11) può essere quindi riscritta nella forma:

$$H = \frac{eB}{2mc}(J + S_z) \quad (2.13)$$

Per ricavare gli autovalori dell'hamiltoniano  $H$  è necessario calcolarne il valore di aspettazione:

$$E_{nljm_j} = \frac{eB}{2mc} \langle nljm_j | J + S_z | nljm_j \rangle \quad (2.14)$$

Per rendere la notazione meno pesante si tralascia al momento il termine frazionario. Dell'equazione rimasta è già noto che l'operatore momento magnetico

totale  $J$  ha  $m_j$  autostati con autovalori  $\hbar$ , di conseguenza l'equazione può essere riscritta nel seguente modo:

$$E_{nljm_j} = \hbar m_j + \langle nljm_j | S_z | nljm_j \rangle \quad (2.15)$$

Si moltiplica e divide l'operatore  $S_z$  per il termine  $J_z^2$  ottenendo:

$$E_{nljm_j} = \hbar m_j + \langle nljm_j | \frac{(S_z \cdot J_z) J_z}{J_z^2} | nljm_j \rangle \quad (2.16)$$

Conoscendo ora il valore di aspettazione dell'operatore  $J_z$  e sapendo che gli autovalori di  $J_z^2$  valgono  $\hbar^2 j(j+1)$ , è possibile scrivere:

$$E_{nljm_j} = \hbar m_j + \frac{\hbar m_j}{\hbar^2 j(j+1)} \langle nljm_j | S_z \cdot J_z | nljm_j \rangle \quad (2.17)$$

Il valore di aspettazione rimasto è molto semplice da calcolare. Elevando alla seconda l'equazione  $J_z - S_z = L_z$  si ottiene  $J_z^2 + S_z^2 - 2(S_z \cdot J_z) = L_z^2$ . Il prodotto tra gli operatori  $S$  e  $J$  è ora molto facile da ricavare e l'equazione diventa:

$$E_{nljm_j} = \hbar m_j + \frac{m_j}{\hbar j(j+1)} \langle nljm_j | \frac{J_z^2 + S_z^2 - L_z^2}{2} | nljm_j \rangle \quad (2.18)$$

I valori di aspettazione degli operatori  $S_z$  e  $L_z$  sono anch'essi della forma  $\hbar^2 a(a+1)$ . Inoltre considerando che lo spin dell'elettrone ha valore  $1/2$ , il risultato finale al netto delle semplificazioni vale:

$$E_{nljm_j} = \hbar m_j \left( 1 + \frac{j(j+1) + \frac{3}{4} - l(l+1)}{2j(j+1)} \right) \quad (2.19)$$

Il termine tra parentesi è detto *fattore di Landè* ed è indicato con la lettera  $g_j(l)$ . Unendo le equazioni (2.14) e (2.19) si ottiene l'equazione finale della forma:

$$E_{nljm_j} = \frac{eB}{2mc} \hbar m_j g_j(l) \quad (2.20)$$

Quest'equazione dimostra non solo che il salto energetico è linearmente proporzionale al campo  $B$ , ma che è funzione anche degli stati presi in considerazione. Una dimostrazione più rigorosa e ricca di osservazioni è presente alla fonte [6] citata in bibliografia.

## 2.2 Misura di campo elettrico

Il campo elettrico è una delle grandezze fisiche più studiate nell'ingegneria e la sua stima è fondamentale nell'analisi del suo impatto con la strumentazione. Più in generale l'interazione su scala atomica tra un generico campo di natura qualsiasi e la materia viene studiato in dettaglio mediante la teoria perturbativa di cui non si tratta in questo elaborato.

### 2.2.1 Effetto Stark

Analogamente a quanto accade in presenza di una campo magnetico esterno, l'effetto Stark consiste nello splitting di due o più stati elettronici *degeneri*, ovvero caratterizzati dalla stessa energia (figura 2.1).

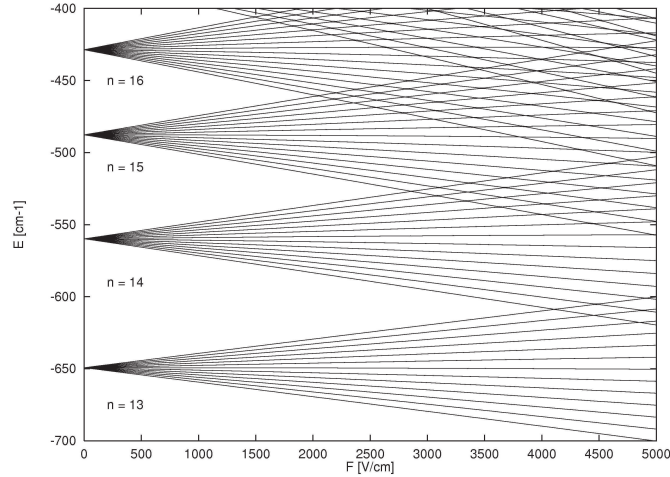


Figura 2.1: L'effetto di un campo elettrico esterno  $F$  provoca la scissione degli stati dapprima degeneri, inoltre si osserva che l'energia che li divide è direttamente proporzionale all'intensità del campo elettrico  $F$ [7].

Per descrivere il fenomeno si consideri un elettrone sottoposto ad un campo elettrico esterno  $\varepsilon$  agente lungo l'asse  $z$ , l'energia della particella dovuta a quest'interazione è descritta dal potenziale  $V$  secondo la formula:

$$V = ez\varepsilon \quad (2.21)$$

L'hamiltoniano dell'elettrone è quindi descritto dall'equazione (2.21) e il suo valore di aspettazione è dato da:

$$E_{nlm} = e\varepsilon \langle n'l'm' | z | nlm \rangle \quad (2.22)$$

Dove lo stato  $|nlm\rangle$  è lo stato iniziale dell'elettrone e  $|n'l'm'\rangle$  è lo stato finale. Questo valore di aspettazione è molto complesso da calcolare, per questo motivo si fa uso delle *regole di selezione* per ridurre i calcoli da eseguire. Secondo queste regole la transizione dell'elettrone da uno stato ad un altro è possibile quando:

- $\Delta l = \pm 1$ ;
- $\Delta m = 0, \pm 1$ ;

Questo permette dunque di limitare il numero di transizioni sulle quali calcolare il valore di aspettazione  $E$ . Fatto questo è possibile ridurre ulteriormente i casi d'interesse osservando che l'operatore  $z$  è dispari, di conseguenza il risultato dell'equazione (2.22) è nullo se non nei casi in cui  $m = m'$ . A titolo d'esempio si riporta il caso degli stati eccitati dell'idrogeno in cui gli orbitali  $|200\rangle$   $|210\rangle$   $|211\rangle$   $|21-1\rangle$  sono degeneri dato che la loro energia dipende unicamente dal numero quantico magnetico principale secondo la formula:

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{2\pi^2 m e^4}{h^2} \quad (2.23)$$

Ricordando le regole di selezione è possibile ricavare che le sole transizioni possibili sono:

$$|200\rangle \leftrightarrow |210\rangle; |200\rangle \leftrightarrow |21-1\rangle; |200\rangle \leftrightarrow |211\rangle \quad (2.24)$$

Ovvero l'elettrone non può passare da uno stato  $|2\ 1\ m\rangle$  ad uno stato  $|2\ 1\ m'\rangle$  con  $m \neq m'$ . Inoltre a causa della disparità dell'operatore  $z$  la sola transizione che restituisce valore non nullo è  $|200\rangle \leftrightarrow |210\rangle$ . La variazione di energia che separa questi due livelli dallo stato degenero iniziale è il risultato di un integrale di volume, il cui valore è:

$$E_{200 \leftrightarrow 210} = 3e\epsilon a_0 \quad (2.25)$$

Dove  $a_0$  è il raggio di Bohr.

E' importante tener presente che questo fenomeno non si manifesta negli stati fondamentali descritti dalla sequenza  $|n\ 0\ 0\rangle$ , il che rende dunque i metalli alcalini inadatti a misurare campi elettrici. Alla fonte [8] sono presenti interessanti considerazioni riguardanti quest'effetto, mentre alla fonte [9] è presente una dimostrazione matematica più rigorosa del fenomeno.

## 2.3 Misura di campi gravitazionali

La rilevazione e lo studio dei campi magnetici non solo trova innumerevoli impieghi nell'indagine sulla struttura della materia ma porta con sé innumerevoli applicazioni pratiche. A livello puramente scientifico lo studio della gravità ha portato alla rilevazione delle onde gravitazionali fino a prima solo teorizzate. Dal punto di vista industriale lo studio della dinamica gravitazionale del suolo permette di eseguire una prima analisi sulla composizione del terreno al fine di poter rilevare giacimenti minerali o petroliferi.

### 2.3.1 Interferometria atomica

L'interferometria è una tecnica utilizzata da anni per misurare gli effetti dell'interazione tra la materia e campi esterni. La strumentazione più utilizzata fin'ora è l'*Interferometro di Michelson* nel quale dei raggi di luce vengono divisi,



fatti riflettere e poi interferire tra di loro tramite degli specchi. La ragione per cui questo viene fatto è che grazie alla natura corpuscolare del fotone i raggi si comportano in modo diverso se sottoposti a differenti forze esterne, questo comportamento viene valutato facendo interferire le onde tra di loro è analizzandone le *frange di interferenza*.

Questa interessante applicazione del dualismo onda-particella può migliorare ulteriormente la sensibilità degli interferometri (che risulta inversamente proporzionale alla lunghezza d'onda della particella sensore) utilizzando onde di materia al posto dei fasci di luce. Questo apparato sperimentale, rappresentato in figura 2.2, è detto *interferometro di Mach Zehnder* ed utilizza fasci di luce laser al posto degli specchi.

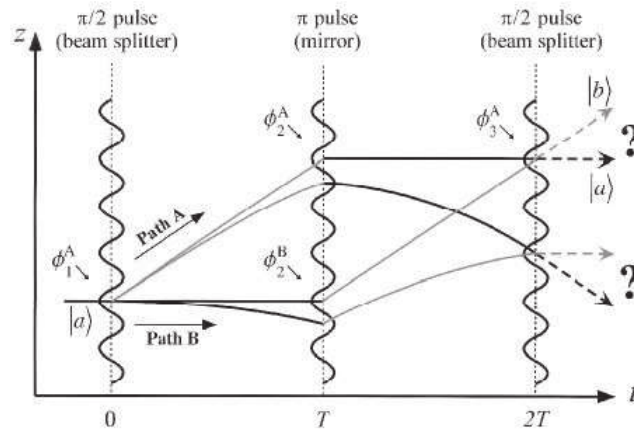


Figura 2.2: Interferometro di Mach Zehnder. Un'onda materiale viene divisa in due raggi mediante un impulso laser, di conseguenza questi si propagano ad altezze differenti venendo poi riflesse mediante l'uso di ulteriori due impulsi laser. L'ultimo di questi ha lo scopo di far collidere i due raggi per studiarne le frange d'interferenza [10].

Il principio di funzionamento si basa sull'idea che secondo l'equazione di Schrödinger (1.14) uno stato subisce una variazione di fase quando sottoposto ad un potenziale qualsiasi, più in dettaglio il processo di misura si articola nelle seguenti fasi:

1. Viene generato un atomo che può assumere tre livelli energetici distinti indicati come:

$$|\psi\rangle = c_1|1\rangle + c_2|2\rangle + c_3|3\rangle \quad (2.26)$$

Il campione di prova viene dunque inizializzato allo stato di minor energia  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  e  $|3\rangle$  sono rispettivamente lo stato eccitato e lo stato metastabile intermedio.

2. Mediante l'utilizzo di una luce laser l'onda materiale viene divisa dando luogo alla sovrapposizione tra gli stati  $|1\rangle$  e  $|3\rangle$ . Questo fenomeno è detto transizione di Raman e avviene quando un atomo è sottoposto a un'energia tale da portarlo allo stato eccitato e instabile  $|2\rangle$ , a questo punto la particella può ritornare allo stato fondamentale  $|1\rangle$  mediante il rapido rilascio di un fotone di energia  $\hbar(\omega_2 - \omega_1)$  oppure può decadere nello stato intermedio  $|3\rangle$  mantenendo un'energia pari a  $\hbar(\omega_3 - \omega_1) = \hbar k_{eff}$ . Il risultato è appunto una sovrapposizione quantistica degli stati con pari coefficienti descritta dall'equazione:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|1, p\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|3, p + \hbar k_{eff}\rangle \quad (2.27)$$

3. Una volta ottenuta la sovrapposizione degli stati le due onde materiali percorrono due cammini differenti, ognuno sottoposto ad un potenziale gravitazionale diverso. Questo provoca uno sfasamento tra le due onde proporzionale alla durata di evoluzione temporale T.

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\phi_{A1}}|1, p\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\phi_{B1}}|3, p + \hbar k_{eff}\rangle \quad (2.28)$$

4. Dopo un periodo di tempo T le due onde vengono nuovamente irradiate da un impulso di luce che le riflettono come degli specchi. Inoltre questo impulso inverte gli stati tra di loro in modo che non subiscano lo stesso cambio di fase durante tutta la prova.
5. Le due onde materiali vengono dunque fatte evolvere in potenziali diversi per un periodo T subendo un'ulteriore sfasamento:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-(\phi_{A1}+\phi_{B2})}|1, p\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-(\phi_{B1}+\phi_{A2})}|3, p + \hbar k_{eff}\rangle \quad (2.29)$$

6. Infine mediante un impulso laser del tutto analogo al primo vengono fatte interferire le due onde e se ne studiano le frange di interferenza.

In particolare quello che si osserva è che la popolazione dello stato  $|1\rangle$  o dello stato  $|3\rangle$  è una funzione sinusoidale del solo sfasamento  $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_3$  dovuto all'azione del campo gravitazionale secondo la formula:

$$\Delta\phi = -k_{eff}gT^2 \quad (2.30)$$

Si conclude quindi che al fine di ottenere misure più accurate è necessario prolungare il periodo di misura T evitando però di incorrere nel fenomeno della decoerenza che distruggerebbe la condizione di sovrapposizione degli stati. Il formalismo di questo processo è presente alla fonte [11].

## Capitolo 3

# Sensori quantistici

In questo secondo capitolo si descrivono alcune delle tecnologie più rappresentative dei sensori quantistici. In particolare se ne illustrano struttura, pregi e difetti. Indipendentemente dal tipo di configurazione scelta è bene sottolineare che il protocollo di acquisizione dati è uguale per qualunque tipologia di sensore scelto, una breve rappresentazione è fornita in figura 3.1.

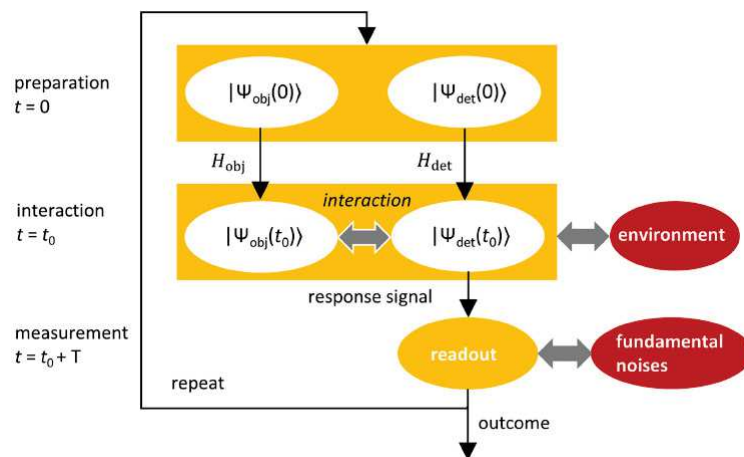


Figura 3.1: Il protocollo di sensing si articola in tre fasi: inizializzazione dello stato del sistema, solitamente mediante l'utilizzo di impulsi laser; evoluzione del sistema dovuta alla sua interazione con l'ambiente e con lo stimolo esterno da misurare; acquisizione dello stato del sistema ed elaborazione del risultato[12].

### 3.1 Sensori ad atomi neutri

La prima categoria di sensori atomici di cui si tratta è quella basata sull'utilizzo di atomi neutri ovvero quegli atomi dove il numero di elettroni corrisponde con

quello dei protoni. Di particolare interesse sono i cosiddetti *metalli alcalini* ovvero quegli elementi appartenenti al primo gruppo della tavola periodica e di cui fanno parte Litio (Li), Sodio (Na), Potassio (K), Rubidio (Rb), Cesio (Cs) e Francio (Fr). Fra tutti gli elementi della tavola periodica i metalli alcalini ricoprono un'importanza fondamentale nel ruolo di sensori atomici in quanto possiedono un solo elettrone nell'orbitale più esterno che funge da elemento interagente con lo stimolo esterno. In particolare ad interagire con la grandezza misurata è lo *spin* dell'elettrone, una grandezza fisica riconducibile ad un momento angolare simultaneo lungo i tre assi cartesiani della particella stessa. La sua unità di misura è [J·s] e assume valori semi interi  $\pm\frac{1}{2}$  per le particelle fermioniche come gli elettroni.

### 3.1.1 Gas atomici

La prima categoria utilizza come elemento sensore una cella di vetro di pochi  $mm^3$  mantenuta a temperatura ambiente e riempita con gas alcalino (di solito rubidio, cesio o potassio) con una densità molto elevata dell'ordine di  $10^{14} cm^{-3}$  (Fig. 3.2).

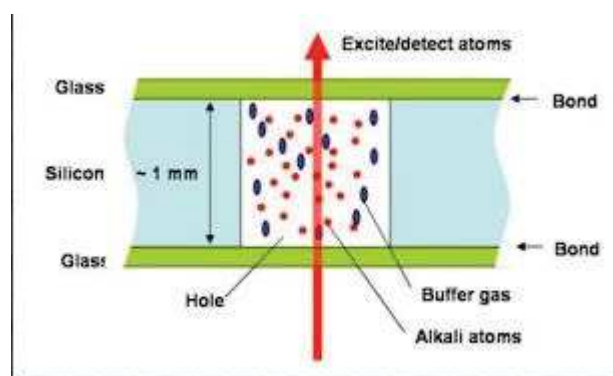


Figura 3.2: Uno dei gas alcalini più utilizzati è il rubidio che ha una concentrazione di  $\sim 6 \cdot 10^9 mm^{-3}$  alla temperatura di  $20^\circ C$ [13].

Il gas alcalino all'interno è polarizzato mediante l'utilizzo di un apparato di Stern-Gerlach o più recentemente mediante l'utilizzo di un raggio di luce polarizzato circolarmente (Fig. 3.3).

Al fine di migliorare l'esito dell'esperimento nella cella vengono inserite ulteriori due sostanze (Fig. 3.4):

- Un gas nobile, questo previene, o almeno riduce, gli urti degli atomi alcalini con le pareti di vetro che possono alterare i risultati della misura;
- Nitrogeno, questa molecola inerte ha lo scopo di assorbire la radiazione re-irradiata dagli elettroni del gas alcalino.

L'apparato sperimentale consta dunque di quattro elementi (Fig. 3.5):

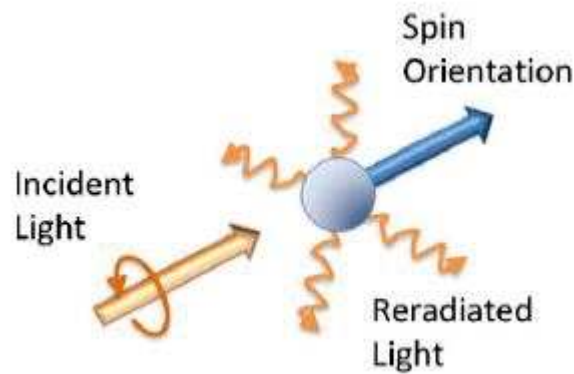


Figura 3.3: Per effetto della precessione di Larmor un fascio di luce laser polarizzato circolarmente provoca l'allineamento dello spin lungo l'asse di propagazione del fascio [14].

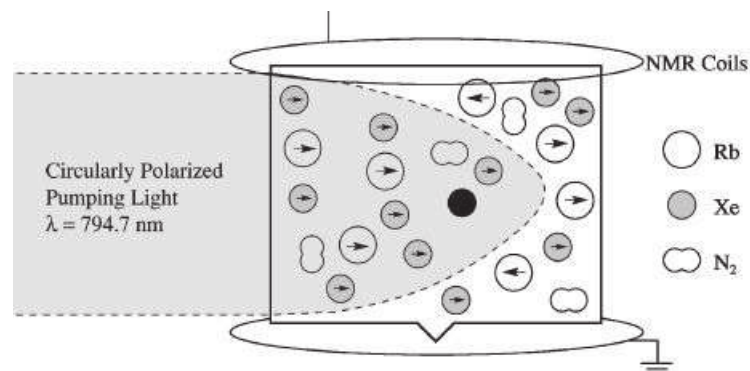


Figura 3.4: Cella contenente Rubidio, Xenon e Azoto. L'alta densità atomica del gas all'interno della cella è un limite al tempo di coerenza del sistema sensore[15].

1. La cella contenente la miscela di gas, rappresenta l'elemento sensore vero e proprio;
2. Una fonte di luce chiamata *pump* che polarizza lo spin degli elettroni, è lo strumento che inizializza lo stato del sistema preso in esame;
3. Una fonte di luce detta *probe* che serve a identificare l'orientazione dello spin degli elettroni, in pratica è l'elemento che realizza l'acquisizione dati della misura;
4. Una fonte di campo magnetico, elettrico, etc... di cui si vuole misurare l'intensità.

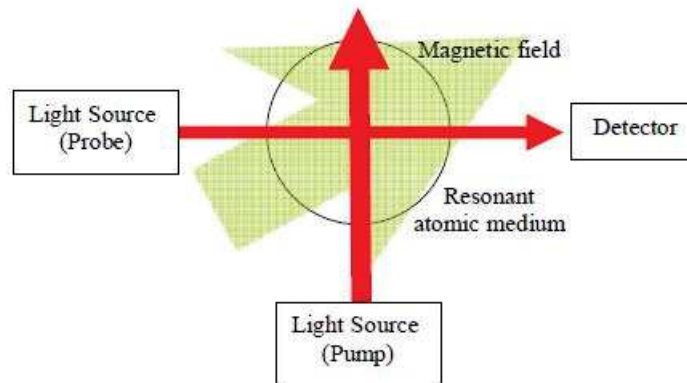


Figura 3.5: Lo schema rappresenta un tipico apparato sperimentale utilizzato per la misurazione di campi magnetici[16].

Il vantaggio di questo tipo di sensori sono la semplicità dell' apparato sperimentale, la possibilità di effettuare misure in condizioni di lavoro non eccessivamente controllate e la loro grande sensibilità, paragonabile ai circuiti superconduttori (SQUIDs).

### 3.1.2 Sensori ad atomi ultrafreddi

Un'alternativa ai gas atomici di cui si è appena parlato sono gli *atomi ultrafreddi*, in particolare operando a temperature molto ridotte è bene ricordare che qualunque particella è classificabile come *fermione* e *bosone*. Della prima categoria fanno parte tutte quelle particelle il cui numero di componenti è pari, mentre sono dette bosoni nel caso contrario. Dato che questi sistemi utilizzano atomi neutri è chiaro che la somma tra protoni ed elettroni è pari, di conseguenza si afferma che è il numero di neutroni a caratterizzare la natura dell'isotopo. Questa distinzione basata sul numero di neutroni, che non modifica in alcun modo le proprietà chimiche dell'atomo, è estremamente importante per caratterizzarne il comportamento a temperature molto ridotte. Si ricorda infatti che un qualunque corpo in movimento può essere rappresentato da un'onda secondo *l'equazione di De Broglie*:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (3.1)$$

Dove  $\lambda$  è detta *lunghezza d'onda*.

Si osserva dunque che a velocità molto ridotte (ovvero a temperature molto basse) e densità elevate l'onda associata all'insieme di particelle diventa osservabile.

In particolari condizioni, definite dall'equazione (3.2), i bosoni formano un cosiddetto *condensato di Bose-Einstein (BEC)* la cui utilità nel campo della

rilevazione di campi magnetici e gravitazionali è comprovata. Tale processo è rappresentato in figura 3.6.

$$n\lambda^3 \approx 1 \quad (3.2)$$

Dove  $n$  è la densità atomica.

D'altra parte le particelle fermioniche, che ubbidiscono al principio di esclusione di Pauli, formano un cosiddetto *gas di Fermi* in cui gli atomi non occupano mai la stessa posizione evitando così le collisioni. Questo stato di aggregazione della materia è utile nella realizzazione di sistemi in cui le perturbazioni dovute alle collisioni atomiche sono disturbi indesiderati.

Gli elementi utilizzati per formare questi particolari agglomerati atomici sono nuovamente i metalli alcalini. In particolare il primo esperimento in cui riuscì ad ottenere il condensato di Bose-Einstein fu nel 1995 mediante l'utilizzo del  $^{87}\text{Rb}$ , un isotopo del rubidio con abbondanza relativa del 28%.

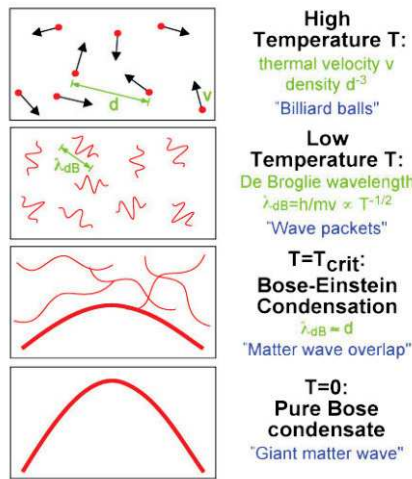


Figura 3.6: A temperatura ambiente gli atomi sono rappresentati come sferette che viaggiano a grandi velocità e che collidono tra di loro. Quando la temperatura è sufficientemente ridotta le lunghezze d'onda  $\lambda$  sono confrontabili con la distanza tra un atomo ed l'altro, accade quindi che queste onde si sovrappongano formando un'unica onda macroscopica[17].

Questi sistemi sono ottenuti mediante l'utilizzo di una trappola magnetooptica (MOT) in cui gli atomi sono confinati e raffreddati (3.7).

Il raffreddamento degli atomi mediante l'utilizzo di una sorgente laser, metodo nato negli anni Ottanta, può essere descritto per analogia con un urto. Il fotone emesso dalla radiazione laser di frequenza  $\nu$  ha un'energia quantificata dall'equazione di Planck:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = mc^2 \quad (3.3)$$

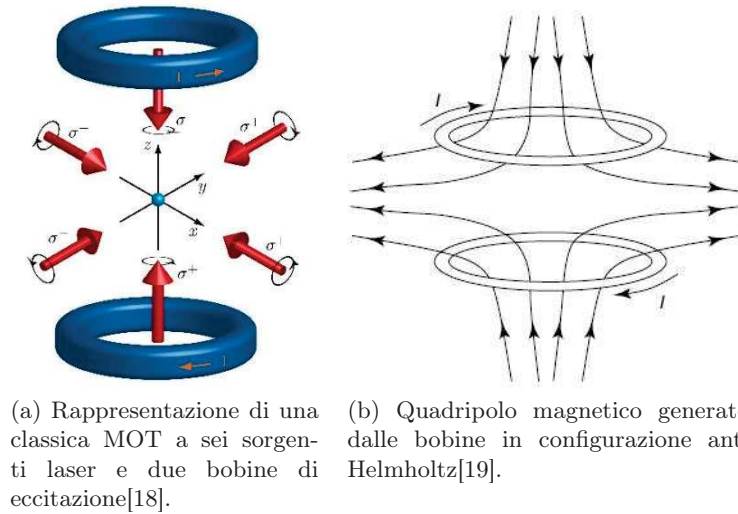


Figura 3.7: La pressione di radiazione e la presenza di un campo magnetico non uniforme creano una forza di richiamo verso le particelle intrappolate al centro.

Da cui si ottiene che la quantità di moto del fotone vale:

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (3.4)$$

Quando il fotone si scontra con la particella da raffreddare esso viene assorbito, eccitando l'atomo e provocandogli un rinculo dovuto alla collisione. Questa riduzione di velocità è detta *velocità di rinculo* ed è quantificata secondo la formula:

$$v_r = \frac{h}{\lambda M} \quad (3.5)$$

Questa quantità, solitamente dell'ordine dei millimetri o centimetri al secondo, è molto ridotta considerando che gli atomi a temperatura ambiente si muovono a centinaia di m/s. Fortunatamente il processo ciclico di assorbimento-emissione dei fotoni da parte dell'atomo è molto rapido, il che permette di ripetere svariate volte il processo di collisione che porta al graduale rallentamento della particella. Un accorgimento utile nel raffreddamento laser consiste nell'irradiare le particelle con una sorgente laser di frequenza minore di quella che consentirebbe all'atomo di passare allo stato eccitato. Infatti, a causa dell'effetto Doppler, la particella che si muove verso la sorgente della radiazione vede l'onda incidente aumentare di frequenza, viceversa se si allontana. Utilizzare dunque una radiazione di frequenza ridotta permette di rallentare tutte le particelle che si avvicinano alla sorgente laser mentre quelle che si allontanano non assorbono alcun fotone, perché non abbastanza energetico, e non sperimentano in questo modo alcuna spinta che li accelererebbe.



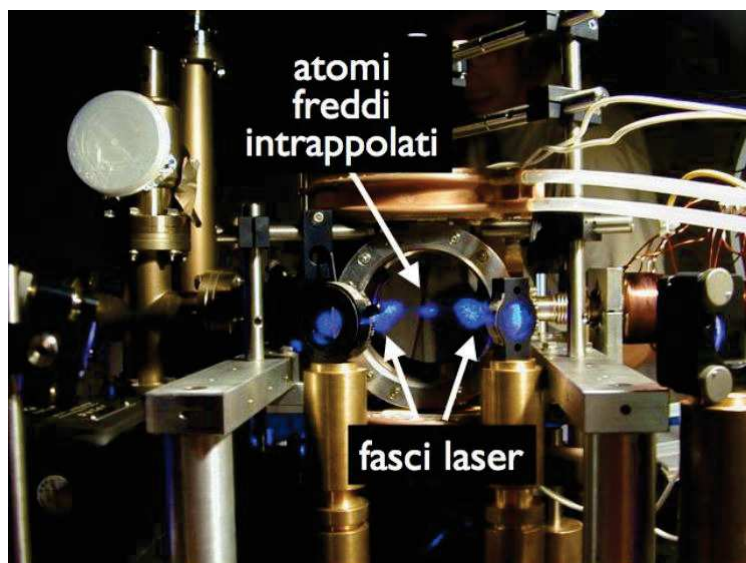


Figura 3.8: Esempio di trappola magneto-ottica (MOT) sviluppata al LENS di Firenze. Durante l'esperimento degli atomi di stronzio sono stati raffreddati ad una temperatura di pochi microkelvin in una camera a temperatura ambiente[20].

Il campo magnetico all'interno della trappola magnetoottica è generato da due bobine parallele percorse da correnti di verso opposto (configurazione anti Helmholtz). Il campo magnetico risultante rappresentato in figura 3.7b è un quadripolo magnetico nel cui centro si trova l'aggregato atomico.

Questo tipo di sensore è caratterizzato da un tempo di coerenza dell'ordine del secondo, ovvero decine di volte maggiore rispetto a quello di un sensore a gas atomico. Ciò implica che la potenziale sensibilità di questo sistema è decisamente elevata come dimostrato dall'equazione (1.16). Dal punto di vista pratico l'apparato sperimentale, visibile in figura 3.8, è vantaggioso perché opera a temperatura ambiente ma necessita di strumentazioni più complesse rispetto a quelle utilizzate da un sistema a gas atomici.

## 3.2 Spin allo stato fisico: Centri NV

I sensori di cui si è parlato fin'ora utilizzano gas di atomi estremamente sensibili agli stimoli esterni. Come è stato visto però questi aggregati atomici devono essere preparati in particolari condizioni più o meno problematiche da implementare dal punto di vista pratico. Risulta quindi necessario sviluppare tecnologie altrettanto performanti e meno esigenti dal punto di vista della strumentazione di supporto, da queste esigenze è nata una nuova generazione di sensori basata sull'utilizzo dei *centri NV<sup>-</sup>* (*Nitrogen-Vacancy*).

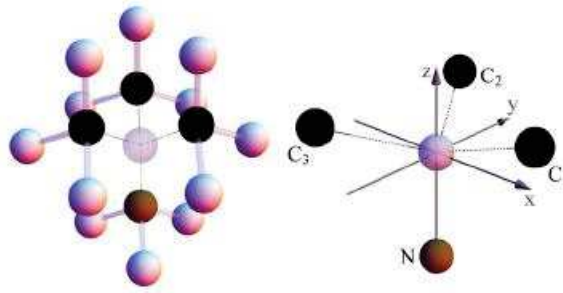


Figura 3.9: Struttura del diamante e difetto cristallino  $NV^-$ . Ogni atomo di carbonio (sfere nere) condivide 4 elettroni con gli atomi adiacenti in modo da raggiungere la configurazione elettronica di ottetto. L'atomo di azoto (sfera arancione) invece, possedendo un elettrone in più, ne condivide 5 di cui 2 con la lacuna. Al centro dunque vengono a trovarsi 5 elettroni liberi. Tale configurazione è normalmente indicata con il simbolo  $NV^0$ , l'aggiunta di un elettrone supplementare porta alla formazione di un centro  $NV^-$  [21].

Questa nuova tecnologia sfrutta un particolare difetto cristallino presente nei reticoli del diamante e che può essere riprodotto in laboratorio. I centri NV consistono nella mancanza di un atomo di carbonio (lacuna) affiancata ad un atomo di azoto 3.9. Il centro  $NV^-$  è definito da 5 elettroni spaiati, 3 provenienti dagli atomi di carbonio e 2 da quello di azoto, a cui se ne aggiunge artificialmente un altro in modo da avere un numero pari di elettroni liberi e quindi un valore complessivo di spin intero.

Il motivo per cui si utilizza questo difetto risiede nel suo diagramma dei livelli energetici, a causa di questo infatti il centro NV genera il fenomeno della fosforescenza. Sia lo stato fondamentale che quello eccitato consistono in tre livelli energetici di cui 2 degeneri, inoltre sono presenti due stati intermedi di transizione (Fig. 3.10).

Eccitando il centro con una luce verde, ovvero una radiazione dell'ordine dei 563 THz, gli elettroni vengono tutti eccitati e passano al livello superiore senza variazione del numero quantico di spin. Gli elettroni con  $m_s = 0$  decadono allo stato fondamentale con  $m_s = 0$  mediante l'emissione di fotoni di luce rossa (470 THz). Al contrario gli elettroni con spin paralleli decadono in parte verso lo stato originale e in parte verso gli stati di singoletto intermedi per tornare infine allo stato fondamentale con  $m_s = 0$ . Quest'ultimo fenomeno accade raramente dato che secondo le regole di selezione le transizioni non permettono una variazione degli spin elettronici, inoltre questa transizione è *non radiativa* ovvero non vengono emessi fotoni bensì viene ceduta energia fononica al reticolo cristallino. Il continuo ciclo di assorbimento ed emissione di radiazione porta dunque al completo trasferimento di tutti gli elettroni nel livello fondamentale con  $m_s = 0$ , ovvero viene inizializzato lo stato del sistema quantistico secondo il protocollo

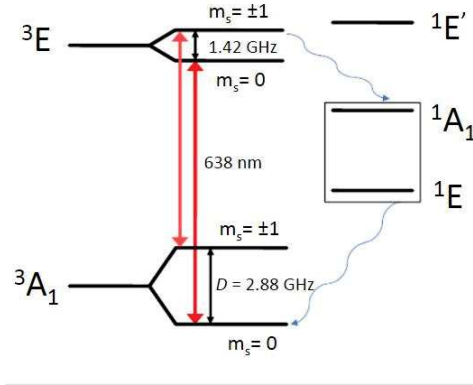


Figura 3.10: I livelli energetici sono caratterizzati dal numero quantico di spin che assume valore nullo se gli spin degli elettroni sono antiparalleli o  $m_s = \pm 1$  se paralleli. Se lo stato contiene tutte e tre le configurazioni è indicato con l'apice 3 ed è detto tripletto, se contiene solo lo stato  $m_s = 0$  è detto singoletto e l'apice è unitario [22].

di sensing 3.1.

Fatto questo per attuare il processo di misura vero e proprio è necessario irradiare il centro con una luce laser verde e una radiazione a microonde, quest'ultima ha lo scopo di promuovere gli elettroni dallo stato fondamentale  $m_s = 0$  a quello  $m_s = \pm 1$ . Accade infatti che se la radiazione a microonde ha una frequenza tale da eccitare gli elettroni al livello  $m_s = \pm 1$  (in assenza di campo magnetico  $f = 2.88$  GHz), il decadimento non radiativo comporta una diminuzione dell'intensità della radiazione rossa emessa. A causa dell'effetto Zeeman i livelli  $m_s = \pm 1$  dello stato fondamentale vengono divisi da una differenza energetica proporzionale all'intensità del campo magnetico secondo la formula:

$$\Delta f = 2\gamma_{NV}B \quad (3.6)$$

Dove  $\gamma_{NV} = 28.024$  GHz/T è il rapporto giromagnetico.

Grazie a questo fenomeno per eccitare gli elettroni allo stato fondamentale  $m_s = \pm 1$  non è più necessaria una frequenza  $f = 2.88$  GHz bensì una di valore  $f = 2.88 \pm 2\gamma_{NV}B$ . Si osserva dunque che l'intensità luminosa emessa cala non più ad una sola frequenza ma in due 3.11. Tale variazione di intensità è quindi misurata mediante l'utilizzo di un filtro che permette il passaggio della sola componente rossa la cui intensità viene infine misurata da un foto-diodo.

Sensori di questo tipo sono realizzati anche per effettuare misure di temperatura, pressione e campi elettrici (la cui azione sui livelli energetici è descritta dall'effetto Stark).

Il vantaggio indiscutibile di questa generazione di sensori è che può operare a temperatura ambiente e con minima strumentazione di supporto. Inoltre i centri

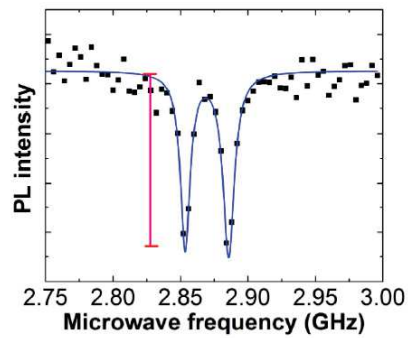


Figura 3.11: La differenza frequenziale tra i minimi di intensità permette di ricavare il valore del campo magnetico  $B$ [23].

NV hanno una elevata sensibilità teorica dovuta al lungo tempo di coerenza dello spin che varia tra  $200 \mu s$  nei difetti a più di  $50 \text{ nm}$  dalla superficie, fino ad  $1 \text{ ms}$  nei difetti non artificiali già presenti (ovvero più in profondità). E' bene però sottolineare che il tempo di coerenza dello spin può essere notevolmente ridotto a causa di atomi di azoto parassiti che occupano le lacune, inoltre la sensibilità complessiva del sensore è dovuta all'analisi dell'intensità luminosa affidata ad un sistema appositamente progettato. Si tenga presente inoltre che la realizzazione di questi difetti è facilmente realizzabile dal punto di vista industriale.

## Capitolo 4

# Applicazioni

Le tecnologie sopra discusse sono materia di studio da molti anni, in particolare lo sforzo maggiore è rivolto all'industrializzazione di questi sistemi così da renderli accessibili al mondo dell'ingegneria. Gli ambiti in cui questi dispositivi si rendono utili sono: la biologia, la medicina, la geofisica e molti altri campi. Lo studio e la progettazione di sistemi commercialmente validi ha portato alla nascita di strumentazioni più o meno sensibili ma dal design innovativo, in questo capitolo se ne riportano gli esempi più interessanti.

### 4.1 Magnetometri

La rilevazione e lo studio dei campi magnetici è da anni monopolio delle tecnologie basate sull'uso degli SQUIDS (Superconducting Quantum Inteference Devices). La loro incredibile sensibilità, che raggiunge valori di  $3-4 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$  nelle applicazioni pratiche a fronte di un limite teorico di  $1 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ , è però controbilanciata dal complesso apparato di raffreddamento necessario per il loro funzionamento. Il primo sistema sviluppato per competere con gli SQUIDS sono le celle contenenti gas atomici. Questa tecnologia è quella che più si avvicina alla sensibilità dei dispositivi a superconduttori, inoltre la produzione di queste celle è implementabile dal punto di vista industriale (Fig. 4.1).

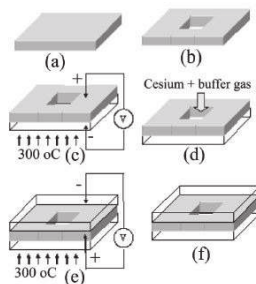


Figura 4.1: Fasi di produzione di una cella contenente gas atomici[24].

A prova di ciò vengono descritti due magnetometri compatti e progettati per realizzare magnetoenceleografie (MEG) e magnetocardiografie (MCG) molto accurate. Ambedue dispongono di una cella delle dimensioni di  $4 \times 4 \times 4 \text{ mm}^3$  riempita con gas Rubidio o Cesio. Nel primo caso la cella è riscaldata fino a  $150 \text{ }^\circ\text{C}$  mentre nel secondo a  $120 \text{ }^\circ\text{C}$  in modo da raggiungere pressioni e quindi densità del gas sufficientemente elevate. Lo schema progettuale è molto semplice ed è stato possibile ridurne le dimensioni così da ottenere un prodotto finito molto compatto, il cui ingombro è di circa  $2 \times 2 \times 5 \text{ cm}^3$  nel caso del magnetometro al Rubidio e  $2.5 \times 2.7 \times 15 \text{ cm}^3$  in quello al Cesio (entrambi visibili in figura 4.2).

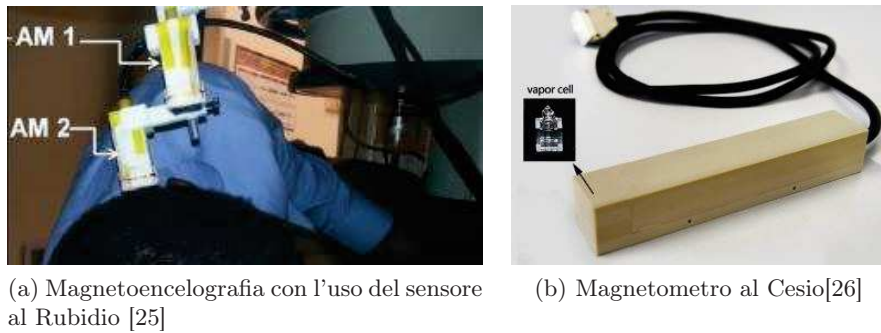


Figura 4.2: Si osservi che in figura 4.2a sono utilizzati 2 moduli sensore al fine di stimare e compensare il rumore ambientale. Entrambi gli strumenti sono isolati termicamente in modo da non superare i  $40 \text{ }^\circ\text{C}$  all'esterno così da poter mettere direttamente a contatto il paziente con la strumentazione.

La sensibilità riportata da questi strumenti è di circa  $10 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ , fino a raggiungere i  $6 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$  nel magnetometro al Rubidio in condizioni di forte schermatura dal rumore ambientale ottenuta in laboratorio.

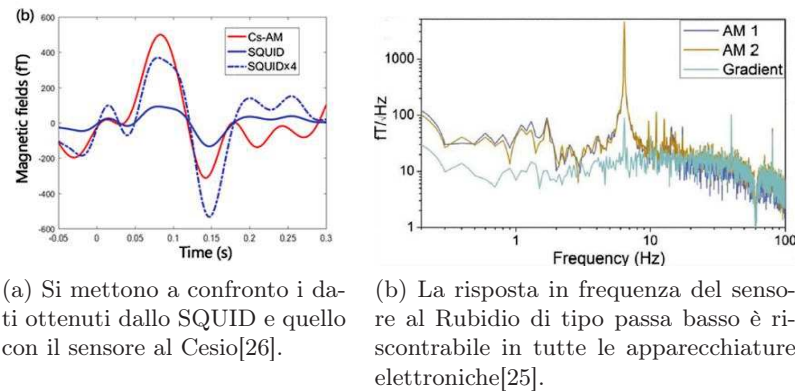


Figura 4.3: Performance dei sensori a gas atomici.

Si conclude osservando che questo tipo di sensori è caratterizzato non solo

da una grande sensibilità ma anche da una larghezza di banda molto ridotta, circa 100 Hz (si veda figura 4.3). Questa peculiarità non li rende dunque adatti a tutte le applicazioni, si rende necessario quindi cercare un compromesso tra sensibilità e frequenza del segnale campionato.

La seconda tecnologia candidata a sostituire in parte gli SQUIDS sono gli atomi ultrafreddi. Questo tipo di sensori possiede la sensibilità teorica più elevata, circa  $250 \text{ aT}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Nonostante questo però la strumentazione necessaria per raggiungere tali prestazioni è complessa e di difficile calibrazione e gestione. Queste difficoltà tecniche hanno consentito dunque di raggiungere sensibilità dell'ordine dei  $\text{pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ , ovvero 3 ordini di grandezza al di sopra del limite teorico. Nonostante questo si può comunque affermare che questi magnetometri siano molto precisi e adatti a molti impieghi. Il vantaggio principale di questa tecnologia è la sua elevata *risoluzione spaziale*, ovvero la capacità di misurare la minima distanza che separa due punti aventi intensità di campo magnetico diverse. Questo è possibile perché gli aggregati atomici intrappolati nelle MOT hanno dimensioni di circa  $10\text{-}100 \mu\text{m}$ , ovvero migliaia di volte minori delle celle contenenti gas atomici. Questo permette dunque di apprezzare con grande precisione le variazioni di campo magnetico da un punto ad un altro dello spazio. Il tentativo di riprodurre tali sistemi in modo compatto è ancora in corso. Si riporta l'esempio di un magnetometro ad atomi ultrafreddi di Rubidio realizzato dall'università di Londra e che ha permesso di misurare campi magnetici con una sensibilità di  $330 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Il sensore sviluppato consiste in una MOT di dimensioni ridotte  $30 \times 30 \times 100 \text{ mm}$ , due laser e una spira di rame che genera il campo magnetico di prova. Il segnale ottenuto dal laser probe è indirizzato ad un fotodiodo che genera un segnale in tensione. Le prove condotte hanno dimostrato che questo sensore è in grado di lavorare a larghezze di banda molto elevate, comprese tra 16 e 100 KHz (Fig. 4.4).

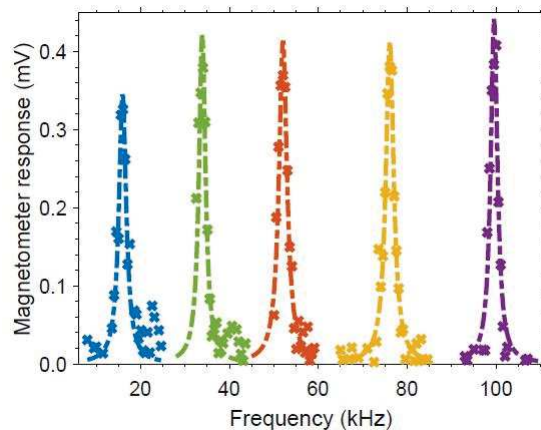


Figura 4.4: Si osserva dal grafico che la risposta in frequenza del sensore ad atomi ultrafreddi è approssimativamente costante in tutte le 5 prove condotte[27].



Nonostante questi sensori siano migliaia di volte meno sensibili degli SQUIDS e delle celle a gas atomico, essi risultano comunque potenzialmente molto validi. In particolare essi trovano applicazione non solo in ambito medico ma anche nello studio e nella caratterizzazione dei materiali, dove è richiesta una risoluzione spaziale dell'ordine dei  $\mu m$ .

L'ultima tipologia di magnetometri proposta è quella basata sui difetti cristallini dei diamanti. Negli ultimi anni questa tipologia di sensori è oggetto di studi approfonditi in tutto il mondo in quanto si colloca in una posizione molto competitiva nel mondo della sensoristica avanzata. I magnetometri basati su centri  $NV^-$  mirano infatti a sostituire i tradizionali sensori ad effetto di Hall la cui sensibilità teorica è non inferiore a  $1 \text{ nT}/\sqrt{Hz}$ . Inoltre questa tecnologia mira a fare da apripista per i sensori ultrasensibili basati su tecnologie quantistiche, in particolare anticipa l'entrata nel mercato dei sensori ad atomi neutri che risultano ancora economicamente molto costosi da realizzare. Per avvalorare queste previsioni si riportano a titolo d'esempio due promettenti prototipi sviluppati recentemente. Entrambi i sensori si basano sullo stesso schema di principio che è stato implementato in due modi differenti(4.5).

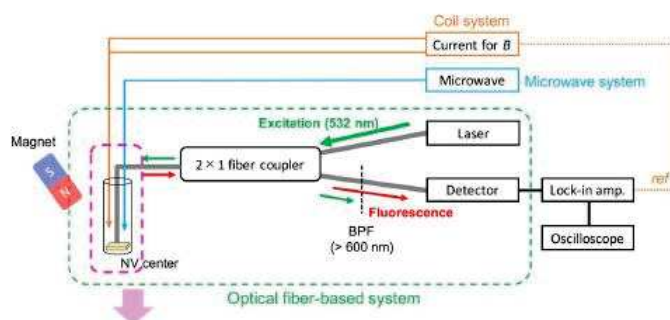
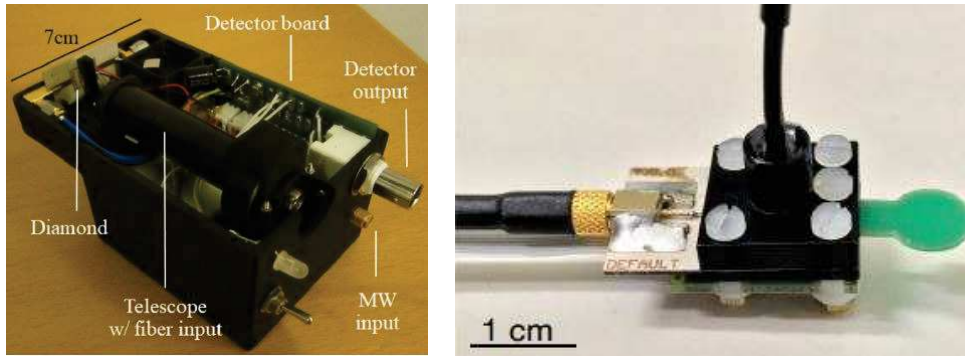


Figura 4.5: L'apparato sperimentale è costituito da pochi elementi tra cui: il diamante, una luce laser, una fonte di radiazione a microonde e un fotodiodo[28].

Il primo magnetometro utilizza come modulo sensore un diamante delle dimensioni di  $6 \times 6 \times 1.2 \text{ mm}^3$  che viene alloggiato insieme agli altri componenti di supporto in una struttura complessiva delle dimensioni di  $11 \times 7 \times 7 \text{ cm}^3$ (4.6a). Il secondo prototipo integra parte delle sue componenti in un circuito stampato (PCB) appositamente progettato. Questa soluzione, unita ad un diamante dalle dimensioni compatte di  $0.8 \times 0.8 \times 0.5 \text{ mm}^3$ , permette di rendere il sensore estremamente compatto(4.6b).

Le prestazioni di questo tipo di sensori sono direttamente proporzionali alla potenza di pompaggio della luce laser. E' necessario però considerare che tale radiazione può costituire fonte di rumore elettromagnetico all'interno dello strumento(4.7b). Allo scopo di misurare questo impatto e rilevarne l'entità è stato utilizzato uno specchio che, riflettendo in parte la luce laser, devia parte della



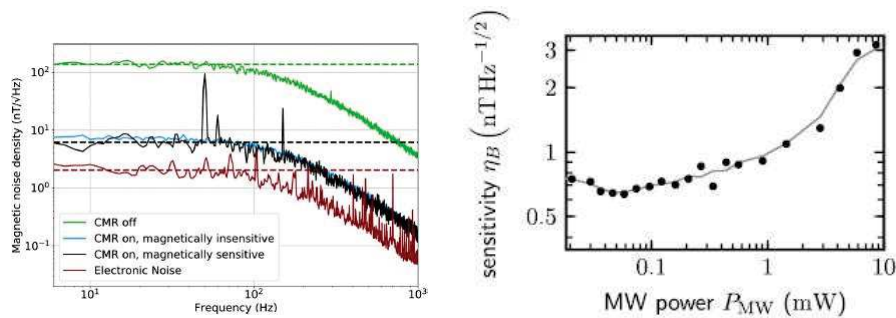


(a) Il cuore di questi sensori è il loro diamante, la concentrazione di centri NV presenti determina la sensibilità dello strumento[29].

(b) Il sensore integrato ha un consumo ridotto, circa 5.1 W, il che lo rende uno strumento utilizzabile in molteplici applicazioni[30].

Figura 4.6: Mettendo a confronto i due prototipi è evidente il rapido miglioramento non solo prestazionale ma soprattutto realizzativo di queste tecnologie.

radiazione su un secondo fotodiodo che ne misura l'intensità. La sensibilità raggiunta da questi strumenti è inferiore alle tecnologie precedentemente analizzate e si attestano su  $7 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$  nel primo prototipo e  $344 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$  nella configurazione più compatta. Sono invece di pregio le prestazioni in termini di larghezza di banda che raggiungono l'ordine dei KHz, abbastanza per monitorare i deboli segnali biologici(4.7a).



(a) Risposta in frequenza del sensore. In verde si evidenzia il rumore elettronico dovuto alla luce laser[29].

(b) Sensibilità in funzione della potenza di pompaggio laser. Si osserva che all'aumentare della potenza di pompaggio laser le prestazioni del sensore peggiorano[30].

Figura 4.7: Si osserva dai grafici che la potenza della luce laser ha un impatto importante sulle prestazioni del magnetometro, in particolare tale radiazione costituisce la principale fonte di rumore interna al sensore.

Nonostante i sensori basati su centri  $\text{NV}^-$  siano migliaia di volte meno sen-

sibili di quelli a celle di gas atomici, la loro importanza risiede nella loro semplice realizzazione pratica. Infatti le potenzialità teoriche di questa tecnologia, unite al suo rapidissimo sviluppo, rende questi sensori dei candidati promettenti per la progettazione di una nuova famiglia di magnetometri ultrasensibili e commercialmente realizzabili.

## 4.2 Elettrometri

La necessità di studiare in modo sempre più accurato i campi elettrici ha dato vita allo sviluppo di tecnologie sempre più performanti, tra queste vi sono i transistor a singolo elettrone, gli ioni intrappolati, gli atomi di Rydberg ed infine i singoli centri  $NV^-$ . Questi sistemi atomici però necessitano di particolari condizioni di lavoro come il vuoto, basse temperature etc. Per questo motivo lo studio dei singoli centri  $NV^-$  si è evoluto nell'utilizzo di massicci agglomerati sotto forma di cristalli che non necessitano di ripetitive prove di misura e condizioni di lavoro particolari. Nonostante, questo l'utilizzo dei difetti cristallini per la misurazione dei campi elettrici ha subito un notevole progresso solo di recente a causa della debole interazione tra spin e campo elettrico. Infatti l'effetto Stark provoca una variazione dei livelli energetici di appena qualche Hz a fronte dell'applicazione di un campo elettrico dell'ordine dei kV/cm. Per rendere quest'interazione la più forte possibile è necessario indebolire l'effetto Zeeman dovuto al campo magnetico parallelo allo spin dei centri (figura 4.9a). Per fare questo è necessario seguire due strade: eliminare completamente il campo magnetico assiale, soluzione di difficile implementazione pratica; inserire in prossimità del diamante una fonte di campo magnetico perpendicolare all'asse dello spin, in questo modo si riduce al minimo l'effetto Zeeman provocato dal campo magnetico assiale. In figura 4.8 è riportata una rappresentazione tipica di questi sensori.

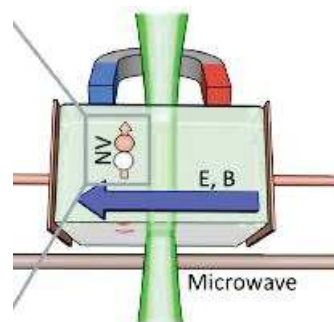
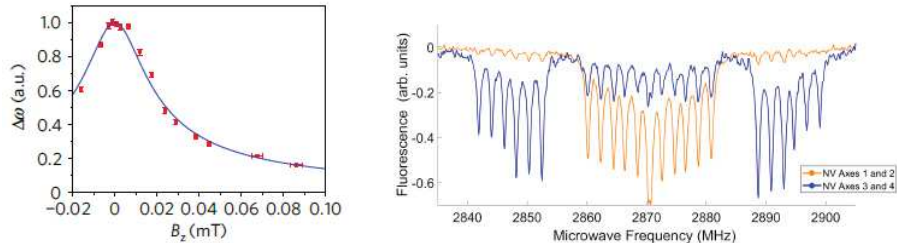


Figura 4.8: Una possibile configurazione di questi sensori assume la struttura di un condensatore collegato a due placche conduttrici che generano il campo elettrico di prova [31].

Nonostante questa accortezza però la bassa sensibilità di questi strumenti non li rende candidati a sostituire gli attuali elettrometri. D'altra parte la struttura e le proprietà di questi sensori rendono possibile la progettazione di elettrometri *vettoriali*.

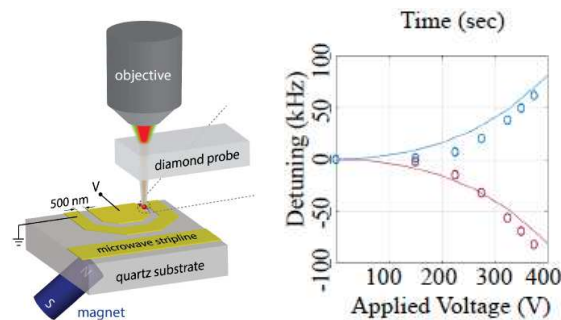


(a) In questi strumenti si osserva che il dislivello energetico provocato dall'effetto Stark è massimo in caso di campo magnetico assiale nullo [32].

(b) Il comportamento del sensore dipende dall'orientazione tra il campo elettrico e i centri  $NV^-$  [33].

Figura 4.9: Un'ulteriore particolarità di questi sensori è che la loro risposta è invariante per orientazioni che differiscono di  $\pi$  l'una dall'altra, si veda figura 4.9b.

Questa peculiarità, unita alla grande risoluzione spaziale di cui godono i centri  $NV^-$ , ha permesso lo sviluppo di sistemi in imaging con risoluzioni spaziali molto elevate. A prova di ciò si riportano due sistemi di imaging del campo elettrico che utilizzano come oggetto di misura una placca di metallo conduttore (Fig. 4.10a) al quale viene applicata una differenza di potenziale in modo da creare il campo elettrico di prova.

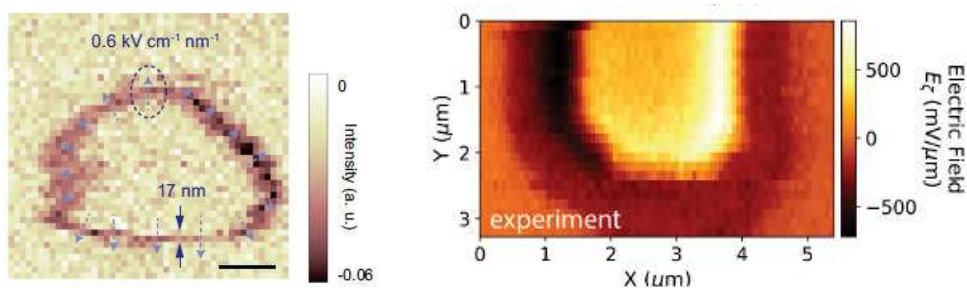


(a) Schema strutturale dell'apparato di misura [34].

(b) Rappresentazione grafica dell'effetto Stark sui centri  $NV^-$  [35].

Figura 4.10: Il sensore rileva la componente del campo elettrico perpendicolare all'orientazione dei centri  $NV^-$ .

Il primo apparato di imaging utilizza come elemento sensore un diamante a punta conica di diametro  $200 \mu\text{m}$  e spesso  $30 \mu\text{m}$ , mentre il secondo utilizza un diamante di dimensioni  $x 55 x 125 \mu\text{m}$  con 7 punte distanti  $7 \mu\text{m}$  tra di loro. Le prestazioni in termini di sensibilità ottenute da questi oggetti sono rispettivamente  $600 \text{ V cm}^{-1} \text{ Hz}^{-1/2}$  e  $260 \text{ V cm}^{-1} \text{ Hz}^{-1/2}$ , il che rende quest'ultimo sensore più performante sotto questo aspetto. Dal punto di vista della risoluzione spaziale invece le prestazioni del primo sensore sono migliori in quanto permettono di distinguere variazioni di campo elettrico ad una distanza da  $17 \text{ nm}$  contro i  $100$  del secondo, si veda la figura 4.11.



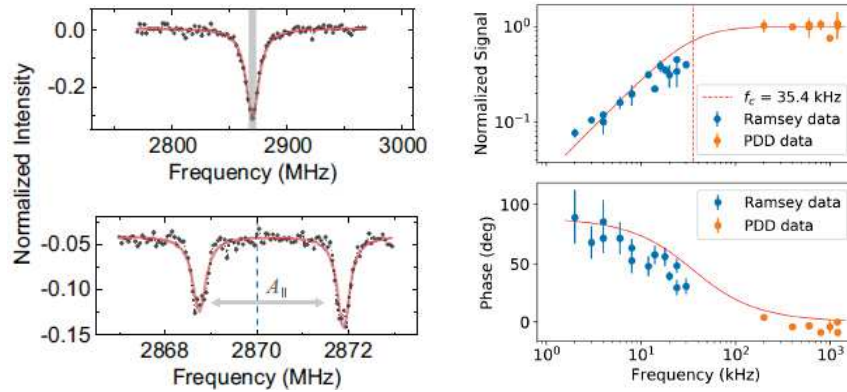
(a) Le frecce indicano il gradiente del campo elettrico misurato [36]. (b) Mappatura 2D del campo elettrico prodotto dall'elettrodo [34].

Figura 4.11: Entrambe le apparecchiature utilizzano una tensione di  $16 \text{ V}$  per generare il campo elettrico da analizzare.

Una volta osservati i risultati degli esperimenti è bene precisare che questi strumenti hanno una risposta frequenziale simile a quella di un filtro passa alto, questo vuol dire che sono insensibili a campi elettrici di frequenza ridotta come visibile in figura 4.12a. Nel caso del primo sensore per ottenere le prestazioni sopracitate è stato utilizzato come campione un campo elettrico di frequenza  $700 \text{ KHz}$ , mentre nel secondo è stato possibile calcolare la frequenza di taglio dello strumento e verificare che questa è pari a  $35.4 \text{ KHz}$  (si veda figura 4.12b).

A causa del comportamento appena citato questi sistemi trovano un'area d'impiego piuttosto limitata. Per superare questa debolezza nel secondo sistema è stato progettato un sistema di movimentazione del sensore che permette di far percepire al sistema come variabile un campo elettrico di natura invece continua. Questo è possibile facendo oscillare il diamante ad una frequenza di  $190 \text{ KHz}$ , ovvero 6 volte al di sopra della frequenza di taglio di  $35 \text{ KHz}$ .

Si conclude dunque osservando che lo schema strutturale di questi strumenti non differisce molto da quello presentato nell'utilizzo dei centri NV come magnetometri. La difficoltà maggiore, esclusa la produzione di diamanti di dimensioni così ridotte, sta nell'allineamento tra campo elettrico esterno e campo magnetico di riferimento. Si tiene presente inoltre che se fosse possibile ruotare il campo magnetico di riferimento in modo che sia allineato con lo spin dei centri, si riu-



(a) E' possibile osservare l'azione dell'effetto Stark dovuto ad un campo elettrico continuo (sopra) o alternato (sotto) [36].

(b) Modellizzazione del sensore come filtro passa alto con  $\tau = 30 \mu s$  [34].

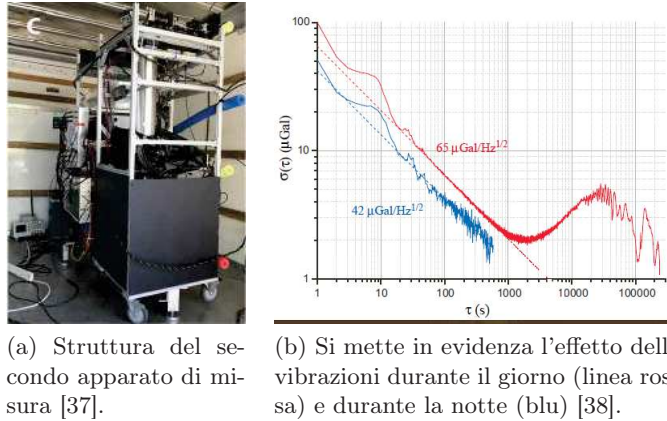
Figura 4.12: Dato che l'effetto Stark non provoca scissione dei livelli energetici a causa di campo elettrici costanti, questi sensori sono soggetti a severe restrizioni sul loro utilizzo.

scirebbe a costruire un sensore in grado di misurare campi magnetici o elettrici in base all'esigenza dell'utente. Questa possibilità, unita alle notevoli prestazioni in fatto di risoluzione spaziale, rendono questi oggetti estremamente potenti e accattivanti.

### 4.3 Gravimetri

Lo studio dei campi gravitazionali occupa un ruolo fondamentale nell'ingegneria mineraria, nella geofisica e nello studio della fisica in generale. La misura di queste grandezze quindi risulta estremamente rilevante e di largo impiego e utilizzo, per questo motivo negli ultimi anni si sono sviluppati metodi sempre più innovativi per rilevarne l'intensità con grande precisione. I sensori ad atomi ultrafreddi sono i candidati ideali a svolgere questo ruolo dato che, se realizzati con il maggior grado di accuratezza, rappresentano il sistema fisico perfetto per misurare l'entità di questa grandezza fisica fondamentale. Si premette che naturalmente raggiungere la temperatura di 0 K non è fisicamente realizzabile e solo fatto rende limitate le prestazioni di questi sistemi. D'altro canto l'eccellente sensibilità dei sensori ad atomi ultrafreddi è stata dimostrata e per questo motivo in questi anni si è cercato di rendere l'apparato di misura il più compatto possibile, ottenendo buoni risultati. Si presentano due diversi gravimetri "portatili" che hanno portato eccellenti risultati. Il primo sistema utilizza atomi di Rubidio mentre il secondo atomi di Cesio, entrambi sono stati raffreddati me-

diante l'utilizzo di luce laser a  $1.5 \mu\text{K}$  e circa  $2 \mu\text{K}$  rispettivamente. L'apparato sperimentale è stato descritto dettagliatamente nel secondo capitolo, alla sezione *misura di campi gravitazionali*. Gli apparati sono stati ridimensionati fino a raggiungere le dimensioni di  $0.6 \times 0.7 \times 1.9 \text{ m}$  nel primo gravimetro e  $1 \times 0.8 \times 1.7 \text{ m}$ , queste misure comprendono le batterie di alimentazione, il sistema di ammortizzamento delle vibrazioni e molto altro (si veda figura 4.13).



(a) Struttura del secondo apparato di misura [37].

(b) Si mette in evidenza l'effetto delle vibrazioni durante il giorno (linea rossa) e durante la notte (blu) [38].

Figura 4.13: Entrambi i sistemi utilizzano come sistema di isolamento un sistema a molle commercialmente disponibile e prodotto dalla Minus K.

Le prestazioni in termini di sensibilità raggiunte da questi strumenti sono  $37 \mu\text{Gal Hz}^{-1/2}$  e  $42 \mu\text{Gal Hz}^{-1/2}$  dove  $1 \mu\text{Gal} = 10^{-8} \text{ m/s}^2$ . Un modo semplice ma efficace per testare il comportamento di questi gravimetri è quello di inserirli in un ascensore al cui interno è misurata l'accelerazione di gravità (i risultati in figura 4.14).

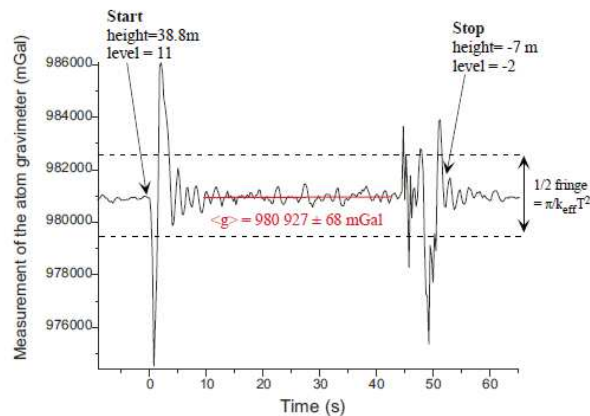


Figura 4.14: Misura dell'accelerazione gravitazionale subita dal gravimetro all'interno dell'ascensore [38].

Per rendere questi dati più coinvolgenti si possono confrontare le prestazioni di questi strumenti con gli attuali gravimetri a molla. In figura 4.15 è chiaro che i normali sensori a molla risultano più sensibili ai campi gravitazionali. D'altro canto è bene ricordare che questi sistemi necessitano di un'accurata calibrazione perché riescano ad ottenere prestazioni comparabili a quelle dei gravimetri atomici, inoltre tale calibrazione necessita di un riferimento esatto. Da questo punto di vista i gravimetri ad atomi ultrafreddi non risultano problematici anche se d'altra parte questi sistemi sono ancora piuttosto complicati da gestire.

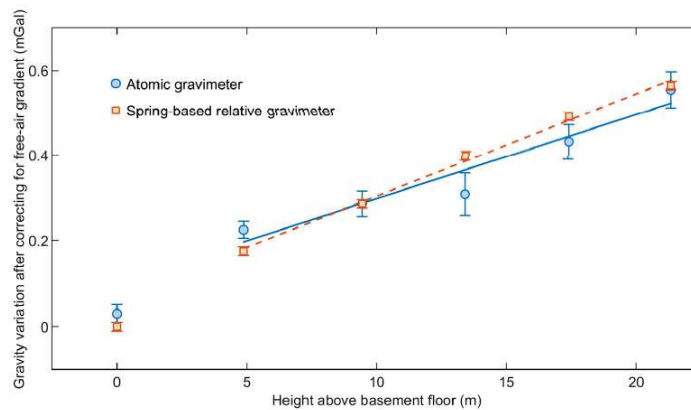


Figura 4.15: Confronto tra sensibilità di un sistema classico a molla e il secondo gravimetro sviluppato [37].

Si conclude affermando che i gravimetri atomici risultano estremamente potenti nonostante la loro complessità, ciò nonostante il rapido sviluppo tecnologico sta rendendo questi strumenti sempre meno relegati ai laboratori e più facilmente accessibili ad un più vasto pubblico di utenti.





# Conclusioni

In quest'elaborato si è discusso delle proprietà degli atomi come strumenti utili nella progettazione di sensori innovativi, in particolare sono stati descritti struttura, funzionamento e possibili applicazioni nell'ambito dell'ingegneria. I principi fisici alla base di questi strumenti sono complessi anche se approfonditamente studiati da anni e la loro comprensione ha permesso, e permette tutt'ora, di rendere queste conoscenze utili nella progettazione di sensori di nuova generazione. E' chiaro comunque che il numero di persone in grado di utilizzare questi sensori è destinato ad aumentare, provocando una crescita esponenziale dei progressi tecnologici utili a migliorare queste tecnologie.

Nonostante in questo documento siano stati illustrati i metodi per misurare i campi magnetici, elettrici e gravitazionali, è importante sottolineare che le tre tecnologie descritte sono in grado di fare molto di più. Infatti i sensori a celle atomiche sono già stati utilizzati per progettare giroscopi estremamente precisi, mentre i sensori ad atomi ultrafreddi sono sistemi ideali per misurare con grande precisione lo scorrere del tempo. Detto questo la tecnologia di gran lunga più recente e flessibile delle tre è quella basata sui difetti cristallini  $NV^-$  i quali promettono di realizzare con semplicità nuovi e potenti sensori di rotazione, temperatura e pressione. Dal punto di vista di una futura e possibile commercializzazione di questi prodotti è chiaro che i centri  $NV^-$  sono gli strumenti più promettenti, seguono dunque i sensori a celle atomiche che sono già in commercio a prezzi elevati, all'ultimo posto si trova la tecnologia ad atomi ultrafreddi che rimane teoricamente la più potente ma dalla gestione al momento estremamente complessa. In conclusione si può affermare con un certo margine di certezza che almeno due delle tre tecnologie qui illustrate, in particolare i centri  $NV^-$  e le celle a gas atomici, contribuiranno a rendere più avanzato il settore della sensoristica nel mondo dell'ingegneria moderna.



# Bibliografia

- [1] C. L. Degen, F. Reinhard, and P. Cappellaro, “Quantum sensing,” *Reviews of modern physics*, vol. 89, no. 3, p. 035002, 2017.
- [2] D. P. DiVincenzo, “The physical implementation of quantum computation,” *Fortschritte der Physik: Progress of Physics*, vol. 48, no. 9-11, pp. 771–783, 2000.
- [3] A. S. M. Bertocco, *Introduzione alle misure elettroniche*. Lulu Press, 2010.
- [4] U. o. M. Joint Quantum Institute, “Coherence time: Survival of a quantum state.” <http://jqi.umd.edu/news/quantum-bit/2013/11/25/coherence-time-survival-quantum-state>, 2013.
- [5] F. Dalfovo, *Meccanica Quantistica, appunti delle lezioni*. Università di Trento, 2021.
- [6] B. Zwiebach, “Quantum physics 3 chapter 2: Hydrogen fine structure.” [https://ocw.mit.edu/courses/8-06-quantum-physics-iii-spring-2018/resources/mit8\\_06s18ch2/](https://ocw.mit.edu/courses/8-06-quantum-physics-iii-spring-2018/resources/mit8_06s18ch2/), 2018.
- [7] M. Courtney, “Starkeffect.” [https://en.wikipedia.org/wiki/Stark\\_effect#/media/File:Hfspec1.jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/Stark_effect#/media/File:Hfspec1.jpg), 2009.
- [8] R. G. Littlejohn, “The stark effect in hydrogen and alkali atoms.” <http://bohr.physics.berkeley.edu/classes/221/1112/notes/stark.pdf>, 2019.
- [9] “Stark effect.” <https://courses.physics.illinois.edu/phys581/sp2014/stark.pdf>, 2014.
- [10] A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu, “High-precision gravity measurements using atom interferometry,” *Metrologia*, vol. 38, no. 1, p. 25, 2001.
- [11] A. Gangat, P. Pradhan, G. Pati, and M. Shahriar, “Two-dimensional nanolithography using atom interferometry,” *Physical Review A*, vol. 71, no. 4, p. 043606, 2005.

- [12] J. Xavier, D. Yu, C. Jones, E. Zossimova, and F. Vollmer, “Quantum nanophotonic and nanoplasmonic sensing: towards quantum optical bioscience laboratories on chip,” *Nanophotonics*, vol. 10, no. 5, pp. 1387–1435, 2021.
- [13] S. Knappe, “Alkali atom vapor cell fabrication.” [https://tf.nist.gov/ofm/smallclock/Vapor\\_cells.html](https://tf.nist.gov/ofm/smallclock/Vapor_cells.html).
- [14] J. Kitching, S. Knappe, and E. A. Donley, “Atomic sensors—a review,” *IEEE Sensors Journal*, vol. 11, no. 9, pp. 1749–1758, 2011.
- [15] T. G. Walker and W. Happer, “Spin-exchange optical pumping of noble-gas nuclei,” *Reviews of modern physics*, vol. 69, no. 2, p. 629, 1997.
- [16] D. Budker and M. Romalis, “Optical magnetometry,” *Nature physics*, vol. 3, no. 4, pp. 227–234, 2007.
- [17] D. S. Durfee and W. Ketterle, “Experimental studies of bose-einstein condensation,” *Opt. Express*, vol. 2, pp. 299–313, Apr 1998.
- [18] Q. Zhang, Y. Wang, C. Zhu, Y. Wang, X. Zhang, K. Gao, and W. Zhang, “Precision measurements with cold atoms and trapped ions,” *Chinese Physics B*, vol. 29, no. 9, p. 093203, 2020.
- [19] H. J. Metcalf and P. Van der Straten, “Laser cooling and trapping of neutral atoms,” *The Optics Encyclopedia: Basic Foundations and Practical Applications*, 2007.
- [20] G. M. Tino, “Esperimenti sulla gravità: Da galileo galilei ai sensori quantistici con atomi ultrafreddi,” *Bardi Edizioni*, 2017.
- [21] M. W. Doherty, N. B. Manson, P. Delaney, and L. C. Hollenberg, “The negatively charged nitrogen-vacancy centre in diamond: the electronic solution,” *New Journal of Physics*, vol. 13, no. 2, p. 025019, 2011.
- [22] V. Ivády, T. Simon, J. R. Maze, I. Abrikosov, and A. Gali, “Pressure and temperature dependence of the zero-field splitting in the ground state of nv centers in diamond: A first-principles study,” *Physical Review B*, vol. 90, no. 23, p. 235205, 2014.
- [23] E. Bernardi, R. Nelz, S. Sonusen, and E. Neu, “Nanoscale sensing using point defects in single-crystal diamond: recent progress on nitrogen vacancy center-based sensors,” *Crystals*, vol. 7, no. 5, p. 124, 2017.
- [24] L.-A. Liew, S. Knappe, J. Moreland, H. Robinson, L. Hollberg, and J. Kitching, “Microfabricated alkali atom vapor cells,” *Applied Physics Letters*, vol. 84, no. 14, pp. 2694–2696, 2004.

- [25] V. K. Shah and R. T. Wakai, “A compact, high performance atomic magnetometer for biomedical applications,” *Physics in Medicine & Biology*, vol. 58, no. 22, p. 8153, 2013.
- [26] J. Sheng, S. Wan, Y. Sun, R. Dou, Y. Guo, K. Wei, K. He, J. Qin, and J.-H. Gao, “Magnetoencephalography with a cs-based high-sensitivity compact atomic magnetometer,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 88, no. 9, p. 094304, 2017.
- [27] Y. Cohen, K. Jadeja, S. Sula, M. Venturelli, C. Deans, L. Marmugi, and F. Renzoni, “A cold atom radio-frequency magnetometer,” *Applied Physics Letters*, vol. 114, no. 7, p. 073505, 2019.
- [28] A. Kuwahata, T. Kitaizumi, K. Saichi, T. Sato, R. Igarashi, T. Ohshima, Y. Masuyama, T. Iwasaki, M. Hatano, F. Jelezko, *et al.*, “Magnetometer with nitrogen-vacancy center in a bulk diamond for detecting magnetic nanoparticles in biomedical applications,” *Scientific reports*, vol. 10, no. 1, pp. 1–9, 2020.
- [29] J. L. Webb, J. D. Clement, L. Troise, S. Ahmadi, G. J. Johansen, A. Huck, and U. L. Andersen, “Nanotesla sensitivity magnetic field sensing using a compact diamond nitrogen-vacancy magnetometer,” *Applied Physics Letters*, vol. 114, no. 23, p. 231103, 2019.
- [30] F. M. Stürner, A. Brenneis, T. Buck, J. Kassel, R. Rölver, T. Fuchs, A. Savitsky, D. Suter, J. Grimmel, S. Hengesbach, *et al.*, “Integrated and portable magnetometer based on nitrogen-vacancy ensembles in diamond,” *Advanced Quantum Technologies*, vol. 4, no. 4, p. 2000111, 2021.
- [31] J. Michl, J. Steiner, A. Denisenko, A. Bülau, A. Zimmermann, K. Nakamura, H. Sumiya, S. Onoda, P. Neumann, J. Isoya, *et al.*, “Robust and accurate electric field sensing with solid state spin ensembles,” *Nano letters*, vol. 19, no. 8, pp. 4904–4910, 2019.
- [32] F. Dolde, H. Fedder, M. W. Doherty, T. Nöbauer, F. Rempp, G. Balasubramanian, T. Wolf, F. Reinhard, L. C. Hollenberg, F. Jelezko, *et al.*, “Electric-field sensing using single diamond spins,” *Nature Physics*, vol. 7, no. 6, pp. 459–463, 2011.
- [33] S. Sharma, C. Hovde, D. H. Beck, and F. Alghannam, “Imaging strain and electric fields in nv ensembles using stark shift measurements,” *arXiv preprint arXiv:1802.08767*, 2018.
- [34] Z. Qiu, A. Hamo, U. Vool, T. X. Zhou, and A. Yacoby, “Nanoscale electric field imaging with an ambient scanning quantum sensor microscope,” *arXiv preprint arXiv:2205.03952*, 2022.

- 
- [35] E. H. Chen, H. A. Clevenson, K. A. Johnson, L. M. Pham, D. R. Englund, P. R. Hemmer, and D. A. Braje, “High-sensitivity spin-based electrometry with an ensemble of nitrogen-vacancy centers in diamond,” *Physical Review A*, vol. 95, no. 5, p. 053417, 2017.
- [36] K. Bian, W. Zheng, X. Zeng, X. Chen, R. Stöhr, A. Denisenko, S. Yang, J. Wrachtrup, and Y. Jiang, “Nanoscale electric-field imaging based on a quantum sensor and its charge-state control under ambient condition,” *Nature Communications*, vol. 12, no. 1, pp. 1–9, 2021.
- [37] X. Wu, Z. Pagel, B. S. Malek, T. H. Nguyen, F. Zi, D. S. Scheirer, and H. Müller, “Gravity surveys using a mobile atom interferometer,” *Science advances*, vol. 5, no. 9, p. eaax0800, 2019.
- [38] Y. Bidet, O. Carraz, R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam, and A. Bresson, “Compact cold atom gravimeter for field applications,” *Applied Physics Letters*, vol. 102, no. 14, p. 144107, 2013.

# Elenco delle figure

1	La differenza di energia tra due stati è proporzionale alla frequenza di transizione $\omega_0$ [1]. . . . .	2
1.1	Si osservi che a valle dell'ADC le informazioni sono rappresentate mediante una sequenza di bit indicate da una freccia più spessa[3].	3
1.2	$f(x)$ è la transcaratteristica del sensore, in particolare nella prima immagine si nota che la sensibilità di B è maggiore di quella di A in ogni punto[3]. . . . .	4
1.3	Il protocollo di sensing consiste nell'effettuare un gran numero di misure a parità di condizioni fisiche, il risultato viene poi estrapolato effettuando la media dei risultati ottenuti[1]. . . . .	8
1.4	Si osserva che all'istante iniziale il sistema è isolato e a causa della sovrapposizione degli stati i colori giallo e blu sono indistinguibili. In seguito all'interazione con l'ambiente la sovrapposizione dei due stati collassa in una combinazione distinguibile dei colori blu e giallo[4]. . . . .	9
2.1	L'effetto di un campo elettrico esterno $F$ provoca la scissione degli stati dapprima degeneri, inoltre si osserva che l'energia che li divide è direttamente proporzionale all'intensità del campo elettrico $F$ [7]. . . . .	15
2.2	Interferometro di Mach Zhender. Un'onda materiale viene divisa in due raggi mediante un impulso laser, di conseguenza questi si propagano ad altezze differenti venendo poi riflesse mediante l'uso di ulteriori due impulsi laser. L'ultimo di questi ha lo scopo di far collidere i due raggi per studiarne le frange d'interferenza [10]. . .	17
3.1	Il protocollo di sensing si articola di tre fasi: inizializzazione dello stato del sistema, solitamente mediante l'utilizzo di impulsi laser; evoluzione del sistema dovuta alla sua interazione con l'ambiente e con lo stimolo esterno da misurare; acquisizione dello stato del sistema ed elaborazione del risultato[12]. . . . .	19
3.2	Uno dei gas alcalini più utilizzati è il rubidio che ha una concentrazione di $\sim 6 \cdot 10^9 mm^{-3}$ alla temperatura di $20^\circ C$ [13]. . . . .	20

3.3	Per effetto della precessione di Larmor un fascio di luce laser polarizzato circolarmente provoca l'allineamento dello spin lungo l'asse di propagazione del fascio [14]. . . . .	21
3.4	Cella contenente Rubidio, Xenon e Azoto. L'alta densità atomica del gas all'interno della cella è un limite al tempo di coerenza del sistema sensore[15]. . . . .	21
3.5	Lo schema rappresenta un tipico apparato sperimentale utilizzato per la misurazione di campi magnetici[16]. . . . .	22
3.6	A temperatura ambiente gli atomi sono rappresentati come sfere che viaggiano a grandi velocità e che collidono tra di loro. Quando la temperatura è sufficientemente ridotta le lunghezze d'onda $\lambda$ sono confrontabili con la distanza tra un atomo ed l'altro, accade quindi che queste onde si sovrappongono formando un'unica onda macroscopica[17]. . . . .	23
3.7	La pressione di radiazione e la presenza di un campo magnetico non uniforme creano una forza di richiamo verso le particelle intrappolate al centro. . . . .	24
3.8	Esempio di trappola magneto-ottica (MOT) sviluppata al LENS di Firenze. Durante l'esperimento degli atomi di stronzio sono stati raffreddati ad una temperatura di pochi microkelvin in una camera a temperatura ambiente[20]. . . . .	25
3.9	Struttura del diamante e difetto cristallino $NV^-$ . Ogni atomo di carbonio (sfere nere) condivide 4 elettroni con gli atomi adiacenti in modo da raggiungere la configurazione elettronica di ottetto. L'atomo di azoto (sfera arancione) invece, possedendo un elettrone in più, ne condivide 5 di cui 2 con la lacuna. Al centro dunque vengono a trovarsi 5 elettroni liberi. Tale configurazione è normalmente indicata con il simbolo $NV^0$ , l'aggiunta di un elettrone supplementare porta alla formazione di un centro $NV^-$ [21]. . . . .	26
3.10	I livelli energetici sono caratterizzati dal numero quantico di spin che assume valore nullo se gli spin degli elettroni sono antiparalleli o $m_s = \pm 1$ se paralleli. Se lo stato contiene tutte e tre le configurazioni è indicato con l'apice 3 ed è detto tripletto, se contiene solo lo stato $m_s = 0$ è detto singoletto e l'apice è unitario [22]. . . . .	27
3.11	La differenza frequenziale tra i minimi di intensità permette di ricavare il valore del campo magnetico B[23]. . . . .	28
4.1	Fasi di produzione di una cella contenente gas atomici[24]. . . . .	29
4.2	Si osservi che in figura 4.2a sono utilizzati 2 moduli sensore al fine di stimare e compensare il rumore ambientale. Entrambi gli strumenti sono isolati termicamente in modo da non superare i $40^\circ C$ all'esterno così da poter mettere direttamente a contatto il paziente con la strumentazione. . . . .	30



---

4.3	Performance dei sensori a gas atomici. . . . .	30
4.4	Si osserva dal grafico che la risposta in frequenza del sensore ad atomi ultrafreddi è approssimativamente costante in tutte le 5 prove condotte[27]. . . . .	31
4.5	L'apparato sperimentale è costituito da pochi elementi tra cui: il diamante, una luce laser, una fonte di radiazione a microonde e un fotodiodo[28]. . . . .	32
4.6	Mettendo a confronto i due prototipi è evidente il rapido miglioramento non solo prestazionale ma soprattutto realizzativo di queste tecnologie. . . . .	33
4.7	Si osserva dai grafici che la potenza della luce laser ha un impatto importante sulle prestazioni del magnetometro, in particolare tale radiazione costituisce la principale fonte di rumore interna al sensore. . . . .	33
4.8	Una possibile configurazione di questi sensori assume la struttura di un condensatore collegato a due placche conduttrici che generano il campo elettrico di prova [31]. . . . .	34
4.9	Un'ulteriore particolarità di questi sensori è che la loro risposta è invariante per orientazioni che differiscono di $\pi$ l'una dall'altra, si veda figura 4.9b. . . . .	35
4.10	Il sensore rileva la componente del campo elettrico perpendicolare all'orientazione dei centri $NV^-$ . . . . .	35
4.11	Entrambe le apparecchiature utilizzano una tensione di 16 V per generare il campo elettrico da analizzare. . . . .	36
4.12	Dato che l'effetto Stark non provoca scissione dei livelli energetici a causa di campo elettrici costanti, questi sensori sono soggetti a severe restrizioni sul loro utilizzo. . . . .	37
4.13	Entrambi i sistemi utilizzano come sistema di isolamento un sistema a molle commercialmente disponibile e prodotto dalla Minus K. . . . .	38
4.14	Misura dell'accelerazione gravitazionale subita dal gravimetro all'interno dell'ascensore [38]. . . . .	38
4.15	Confronto tra sensibilità di un sistema classico a molla e il secondo gravimetro sviluppato [37]. . . . .	39