

# Controllo di immersione in un sottomarino

Terzi Matteo

27 settembre 2012

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Modellizzazione del moto</b>	<b>4</b>
2.1	Espulsione . . . . .	6
2.2	Immissione . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Progetto del compensatore</b>	<b>11</b>
3.1	Compensatore nel modello di espulsione . . . . .	11
3.2	Compensatore nel modello di immissione . . . . .	16
3.3	Osservazione . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Compensatore applicato al sistema non lineare originale</b>	<b>20</b>
4.1	Espulsione . . . . .	20
4.2	Immissione . . . . .	22
4.3	Analisi del modello originale TEMPO-VARIANTE . . . . .	25
4.4	Modello non-lineare con ingressi dolci . . . . .	27
4.4.1	Ingresso a S applicato al modello di espulsione . . . . .	27
4.4.2	Ingresso a S applicato al modello di immissione . . . . .	28
4.4.3	Ingresso a S applicato al modello completo TEMPO-VARIANTE . . . . .	29
4.4.4	Commento dei risultati . . . . .	30
4.5	Applicazione di un nuovo compensatore . . . . .	30

# Capitolo 1

## Introduzione

Nel presente elaborato si vuole modellizzare e controllare un sommergibile, facendo qualche opportuna ipotesi semplificativa:

- si è interessati al solo moto verticale nell'acqua, cioè in pratica il controllo di immersione/emersione;
- il sommergibile viene modellato come un rettangolo con lati PESANTI (più dell'acqua) e vuoto (pieno d'aria, più leggera dell'acqua), con una valvola che permette di far entrare/uscire acqua nella camera:  $u \geq 0$  corrisponde alla fase di espulsione di acqua mentre  $u < 0$  corrisponde a quella di immissione;
- si considerano tutti i momenti esterni nulli;
- le uniche forze esterne agenti sul sommergibile sono forza peso e spinta di Archimede.

Nella seguente tabella vengono riportati i parametri ed i loro valori che si deciso di utilizzare nelle simulazioni.

Parametro	Simbolo	Valore
Massa sottomarino vuoto	$M$	1870t
Volume sottomarino	$V$	
Densità acqua	$\rho$	$1000Kg \cdot m^{-3}$
Accelerazione di gravità	$g$	$9.81m \cdot s^{-2}$
Massa di equilibrio	$\bar{m}$	550t
Coefficiente di attrito viscoso	$B$	$1Kg \cdot s^{-2}$
Coefficiente di immissione di acqua	$a$	$5 \cdot 10^{-8}s^{-1}$
Coefficiente di espulsione di acqua	$c$	$0.08Kg \cdot s^{-1}$
Massa all'interno della vasca	$m(t)$	
Stato della valvola	$u(t)$	
Profondità raggiunta	$z(t)$	

L'obiettivo è quello di progettare un buon controllore che permetta di portare il sommergibile da una profondità  $h_1$  ad una  $h_2$  con buoni transitori (tempo di trasferimento fissato non troppo piccolo, assenza di fenomeni oscillatori nei transitori, ecc.). Per fare ciò si procederà per gradi: prima verrà considerato il modello linearizzato e su quello si progetterà il compensatore. Poi verrà analizzato l'effetto del compensatore sul modello originale non lineare.

## Capitolo 2

# Modellizzazione del moto

La capacità del sottomarino di compiere un moto verticale si fonda sul principio di Archimede. Le forze in gioco sono la forza peso del sottomarino  $F_g$ , la spinta di Archimede  $F_{arc}$ , la forza d'attrito dell'acqua  $F_a$  e la forza inerziale  $F_i$ .

Per il bilanciamento delle forze otteniamo:

$$-F_i - F_g - F_a + F_{arc} = 0 \quad (2.1)$$

dove:  $F_g = (M + m(t))g$ ,  $F_{arc} = \rho g V$ ,  $F_a = B\dot{z}$

Per  $F_i$  bisogna fare un discorso a parte. Dato che la massa all'interno del sottomarino  $m(t)$  varia nel tempo la legge di Newton diventa:

$$F_i = \frac{d((M+m(t))\dot{z}(t))}{dt} = (M + m(t))\ddot{z}(t) + \dot{m}(t)\dot{z}(t)$$

Quindi l'equazione (2.1) diventa:

$$-(M + m(t))\ddot{z} - \dot{m}(t)\dot{z} - B\dot{z} - (M + m(t))g + \rho g V = 0 \quad (2.2)$$

Ora rimane da definire che leggi seguono l'espulsione e l'immissione di acqua. Una modellizzazione ragionevole può essere:

$$\begin{cases} \dot{m}(t) = am(t)u(t) & \text{se } u(t) \geq 0 \text{ (espulsione)} \\ \dot{m}(t) = cu(t) & \text{se } u(t) < 0 \text{ (immissione)} \end{cases} \quad (2.3)$$

Unendo (2.2) e (2.3) ottengo:

$$\begin{cases} 0 & = -(M + m(t))\ddot{z} - \dot{m}(t)\dot{z} - B\dot{z} - (M + m(t))g + \rho gV \\ \dot{m}(t) & = am(t)u(t) & \text{se } u(t) \geq 0 & \text{(espulsione)} \\ \dot{m}(t) & = cu(t) & \text{se } u(t) < 0 & \text{(immissione)} \end{cases}$$

Il sistema risultante, oltre ad essere ovviamente non-lineare è anche discontinuo. Ciò rende il modello TEMPO-VARIANTE. Infatti, avere due leggi diverse per espulsione ed immissione significa avere due  $G(s)$  diverse. In realtà, linearizzando si vedrà che la  $G(s)$  è la stessa ma con due costanti di Bode differenti. Bisognerà quindi progettare un compensatore che soddisfi le richieste di stabilità ed i requisiti nel comportamento transitorio per tutti i valori compresi fra le due costanti di Bode. Per rendere la progettazione del compensatore fattibile linearizziamo il modello attraverso lo sviluppo di Taylor. Le equazioni andranno linearizzate attorno al punto di equilibrio (il punto di lavoro del sottomarino) che si ottiene quando la massa  $m(t)$  è tale da rendere il peso totale uguale all'effetto delle pressioni dell'acqua. In questo punto il sottomarino tenderebbe a muoversi di moto costante se non vi fosse l'attrito dell'acqua che rallenta il sottomarino. Il punto di equilibrio è quindi  $(\dot{z}, m, u) = (0, \bar{m}, 0)$ . La massa di equilibrio si trova imponendo:

$$\begin{aligned} -F_g + F_a &= 0 \\ -(M + \bar{m})g + \rho gV &= 0 \\ \bar{m} &= \rho V - M \end{aligned}$$

Linearizzando attorno al punto di equilibrio otteniamo:

$$\begin{cases} 0 & = -(M + \bar{m})\ddot{z} - B\dot{z} - g(m(t) - \bar{m}) \\ \dot{m}(t) & = a\bar{m}u(t) & \text{se } u(t) \geq 0 & \text{(espulsione)} \\ \dot{m}(t) & = cu(t) & \text{se } u(t) < 0 & \text{(immissione)} \end{cases}$$

Ponendo  $\delta m = (m(t) - \bar{m})$  otteniamo il modello finale:

$$\begin{cases} 0 & = (M + \bar{m})\ddot{z} + B\dot{z} + g\delta m \\ \delta \dot{m}(t) & = a\bar{m}u(t) & \text{se } u(t) \geq 0 & \text{(espulsione)} \\ \delta \dot{m}(t) & = cu(t) & \text{se } u(t) < 0 & \text{(immissione)} \end{cases}$$

Passando al dominio  $s$  otteniamo:

$$\begin{aligned} u(t) &\rightarrow U(s) \\ \delta m(t) &\rightarrow \Delta M(s) \\ z(t) &\rightarrow Z(s) \end{aligned}$$

(2.4)

$$\begin{cases} 0 & = -(M + \bar{m})s^2Z(s) - sB(s) - g\Delta M(s) \\ s\Delta M(s) & = a\bar{m}U(s) & \text{se } u(t) \geq 0 \text{ (espulsione)} \\ s\Delta M(s) & = cU(s) & \text{se } u(t) < 0 \text{ (immissione)} \end{cases}$$

Il sistema presenta due funzioni di trasferimento  $G_1(s)$  e  $G_2(s)$  per espulsione ed immissione, rispettivamente. Risulta infatti:

$$G_1(s) = \frac{Z(s)}{U(s)} = \frac{-a\bar{m}g}{s^2(B + s(M + \bar{m}))} \quad G_2(s) = \frac{-cg}{s^2(B + s(M + \bar{m}))}$$

## 2.1 Espulsione

Procederemo ora ad analizzare il modello di espulsione linearizzato.

Come visto in precedenza  $G_1(s) = \frac{-a\bar{m}g}{Bs^2} \frac{1}{1 + s\frac{M+\bar{m}}{B}}$

Introducendo i parametri scelti si ottiene:

$$G_1(s) = \frac{-5 \cdot 10^{-8} \cdot 5.5 \cdot 10^5 \cdot 9.81}{1 \cdot s^2} \frac{1}{1 + s2.42 \cdot 10^6} = \frac{1}{s^2} \frac{0.27}{1 + s2.42 \cdot 10^6}$$

Notiamo che  $G_1(s)$  presenta un polo doppio nell'origine e un polo stabile dato che  $B$  e  $(M + \bar{m})$  sono entrambi positivi. Inoltre si vede che  $G_1(s)$  è instabile dalla presenza del doppio polo nell'origine. Ciò è confermato dal diagramma di Bode.

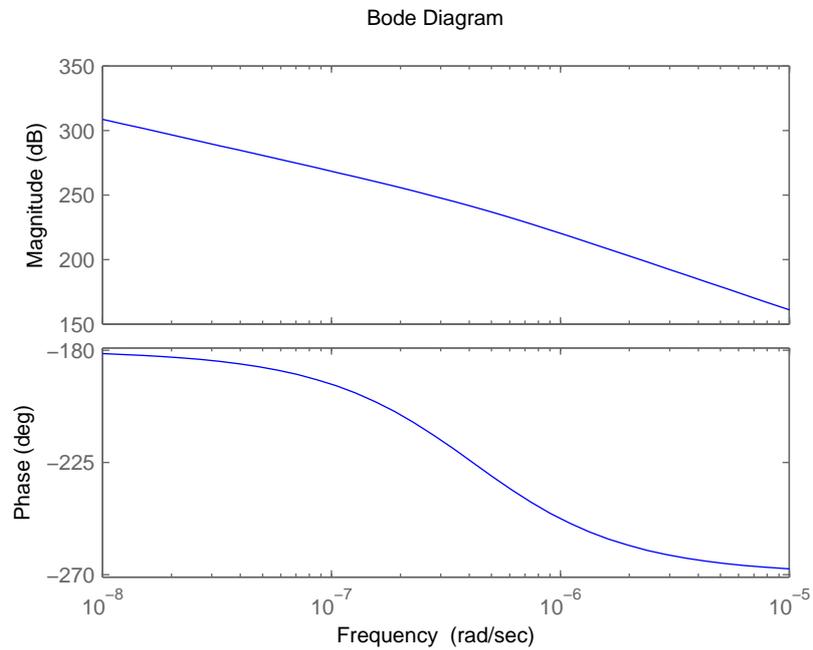


Figura 2.1:  $G_1(s)$

(★ da qui in poi)

La pendenza nella pulsazione di attraversamento  $\omega_a$  è di  $-60dB/dec$  e quindi  $W_1(s)$  (dove  $W_1$  è la f.d.t. ad anello chiuso con retroazione unitaria dall'uscita) risulta sicuramente instabile.

(★ fino a qui) I valori di pulsazione di attraversamento e margine di fase sono rispettivamente:

$$PM \simeq -90 \text{ deg}$$

$$\omega_a = 0.00481 \text{ rad/sec}$$

Qui di seguito viene illustrato lo schema a blocchi Simulink del sistema a catena aperta.

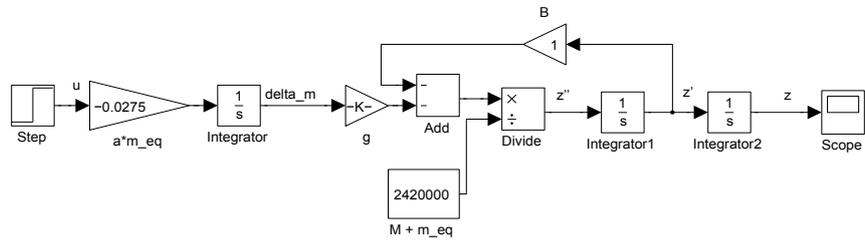


Figura 2.2: espulsione

La risposta al gradino ottenuta dalla simulazione del sistema ci permette di verificare che effettivamente il sistema a catena aperta  $G_1(s)$  risulta instabile.

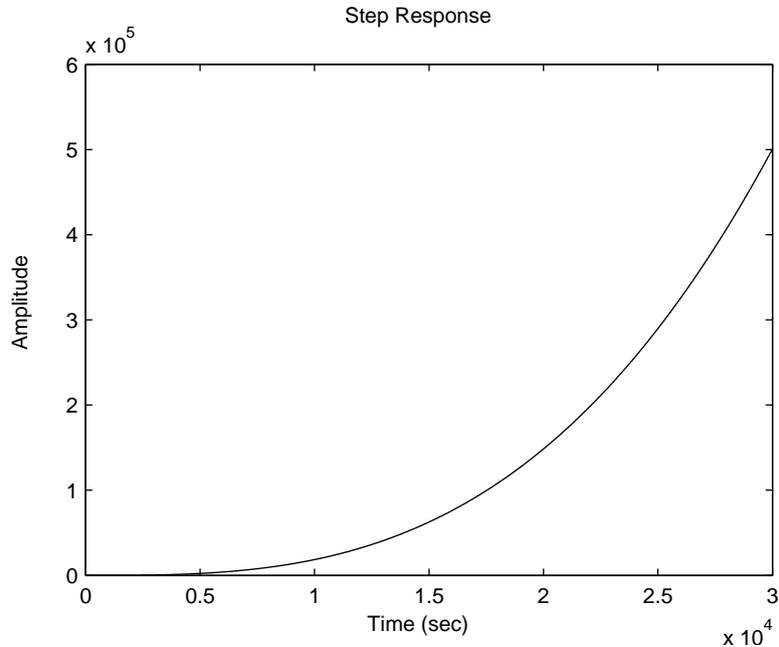


Figura 2.3: Risposta all'ingresso  $u(t)$  e uscita  $z(t)$

## 2.2 Immissione

Procederemo ora ad analizzare il modello di immissione linearizzato.

Come visto in precedenza  $G_2(s) = \frac{-cg}{Bs^2} \frac{1}{1 + s\frac{M+\bar{m}}{B}}$

Introducendo i parametri scelti si ottiene:

$$G_2(s) = \frac{0.08 \cdot 9.81}{1 \cdot s^2} \frac{1}{1 + s2.42 \cdot 10^6} = \frac{1}{s^2} \frac{0.78}{1 + s2.42 \cdot 10^6}$$

Tutte le considerazioni fatte sulla  $G_1(s)$  valgono anche per  $G_2(s)$ . Anche in questo caso, quindi, il sistema è instabile. Di seguito sono rappresentati lo schema a blocchi e la risposta al gradino.

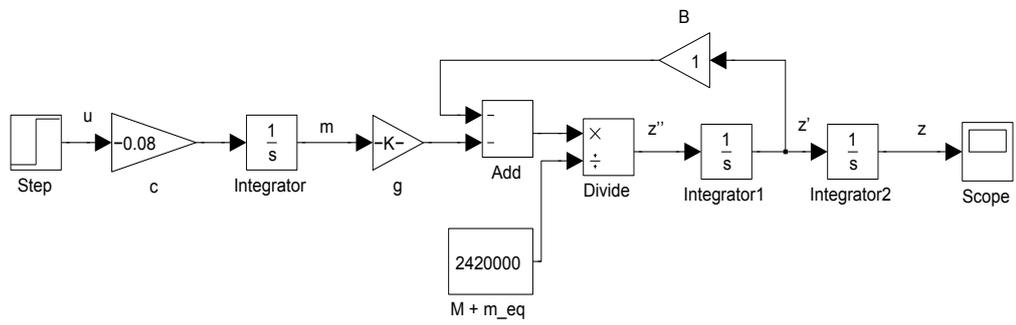


Figura 2.4: Schema a blocchi del modello di immissione ad anello aperto

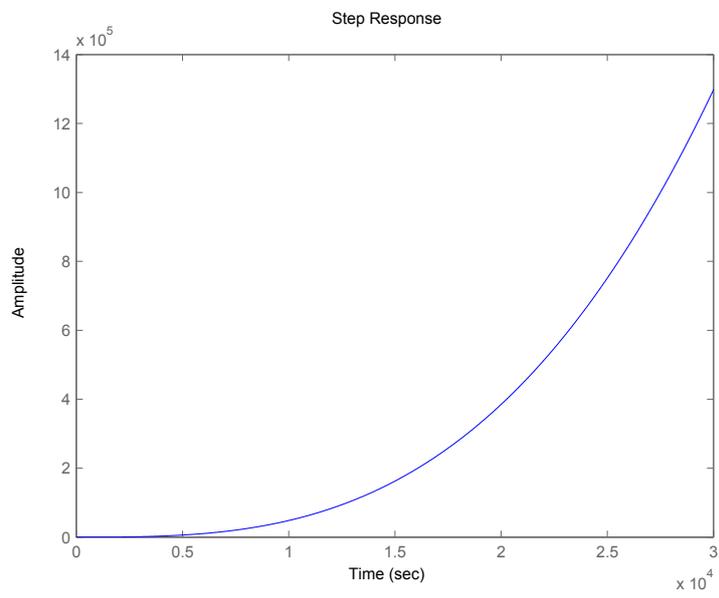


Figura 2.5: Risposta all'ingresso  $u(t)$  e uscita  $z(t)$

## Capitolo 3

# Progetto del compensatore

In questo capitolo ci si pone l'obiettivo di progettare il controllore allo scopo di stabilizzare il sistema e fare in modo che inseguia il gradino all'ingresso con un tempo di assestamento fissato e dei buoni transitori. Inoltre si adotterà una retroazione unitaria dall'uscita, la quale è illustrata dal seguente schema a blocchi:

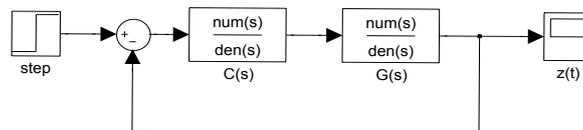


Figura 3.1: Schema a blocchi del sistema a retroazione negativa

Come già detto i sistemi da compensare sono due. Quindi, procederemo a progettare un compensatore per il sistema di espulsione e successivamente verificheremo se soddisfa le condizioni richieste anche per il sistema di immissione.

### 3.1 Compensatore nel modello di espulsione

Lo schema a blocchi seguente rappresenta il modello di espulsione con retroazione unitaria.

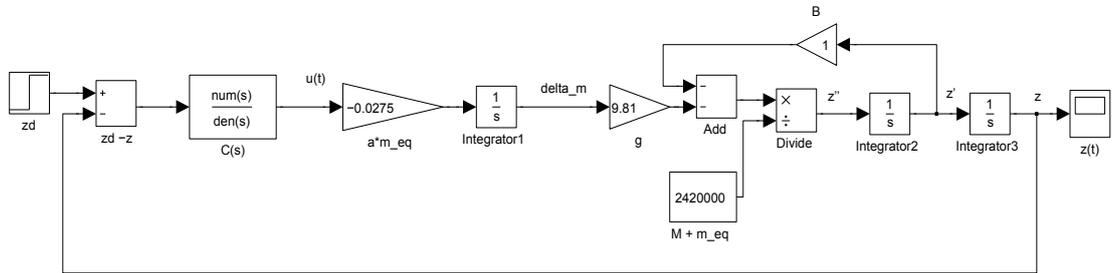


Figura 3.2: Schema a blocchi del modello di emersione retroazionato

Utilizzando una retroazione negativa, la funzione di trasferimento ad anello chiuso è:

$$W_1(s) = \frac{G_1(s)}{1 + G_1(s)} = \frac{0.27}{2.42 \cdot 10^6 s^3 + s^2 + 0.27}$$

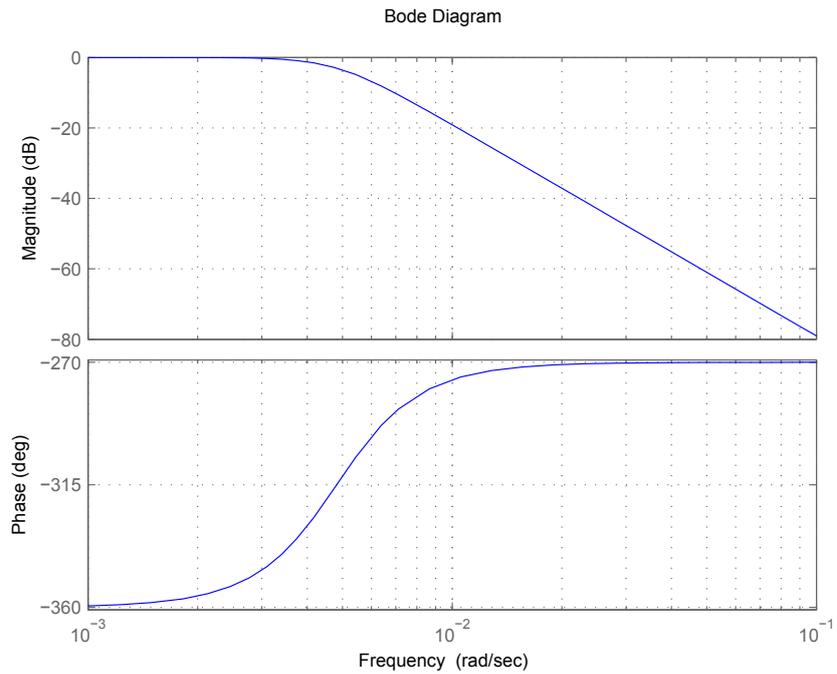


Figura 3.3: Diagramma di Bode di  $W_1(s)$

Il sistema a catena chiusa è instabile e la risposta al gradino lo conferma.

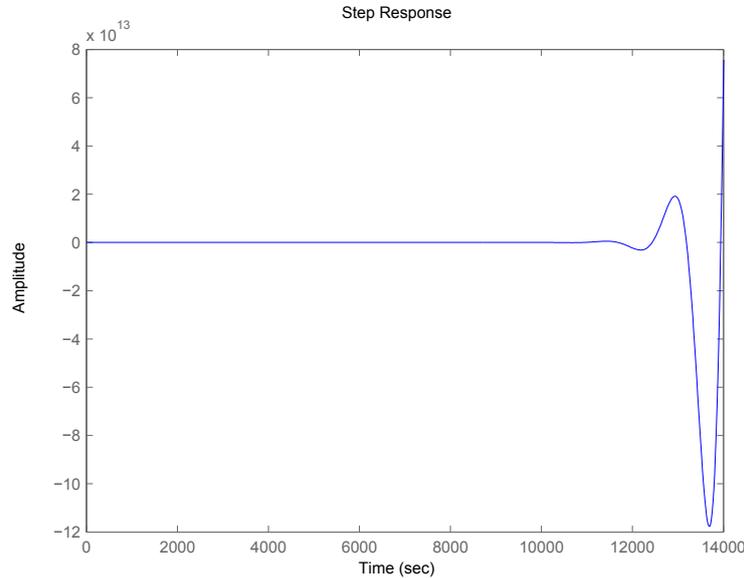


Figura 3.4: Risposta al gradino di  $W_1(s)$

Prima di stabilire il tipo di compensatore si può già dire che l'errore a regime permanente con il gradino all'ingresso sarà nullo sia in esulsione che in immissione, infatti  $G(s)$  è di tipo 2. Analizzando il diagramma di Bode di  $G_1(s)$  si nota che per stabilizzare il sistema sono necessari due zeri: bisogna portare la pendenza da  $-60dB/dec$  a  $-20dB/dec$  attorno ad  $\omega_a$ . La non esistenza nella realtà di sistemi impropri ci impone di introdurre due poli in altra frequenza rispetto ad  $\omega_a$ . L'introduzione di questi poli, essendo ad alta frequenza, non modificano le caratteristiche del sistema progettato usando un compensatore con soli due zeri. Per progettare il compensatore bisogna stabilire i parametri quali *settling time* e *rise time*. Il *rise time* prescelto è di circa 45 s e un tempo di assestamento poco superiore al minuto. Dalla teoria sappiamo che  $t_r \simeq \frac{2.2}{\omega_a}$ , da ciò otteniamo:

$$\omega_a(CG_1) = \frac{2.2}{45} = 0.05 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Ricordando i valori:

$$PM \simeq -90 \text{ deg}$$

$$\omega_a = 0.00481 \text{ rad/sec}$$

vi è la necessità di:

- porre gli zeri almeno due decadi prima della pulsazione di attraversamento  $\omega_a$  per maturare il margine di fase necessario di circa 90 deg.

- spostare di circa una decade  $\omega_a$

In fase di progetto si è scelto di porre uno zero doppio circa due decadi prima di  $\omega_a$  in  $s = -0.0005$ . Tale scelta comporta un incremento di modulo di circa  $80dB$  in  $\omega_a(G)$  che porterà ad avere una nuova pulsazione di attraversamento maggiore rispetto a quella richiesta. Dunque, è necessario abbassare il diagramma di Bode introducendo una costante di attenuazione. Grazie a *Sisotool* il compensatore che ne risulta è:

$$C(s) = 0.10439 \frac{(1 + 2000s)^2}{(1 + 0.01s)^2}$$

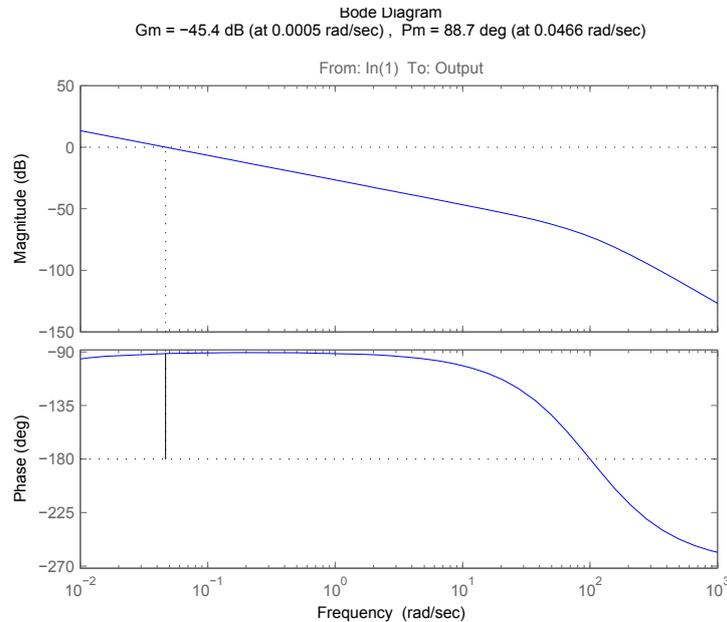


Figura 3.5: Diagramma di Bode di  $C(s)G_1(s)$

Dal diagramma di Bode di  $C(s)G_1(s)$  si può verificare che:

$$PM \simeq 88.7 \text{ deg}$$

$$\omega_a = 0.0466 \text{ rad/sec}$$

ed entrambi soddisfano i requisiti prefissati per quanto concerne  $PM$  e  $\omega_a$ . Prima di verificare, attraverso la risposta al gradino, se vengono soddisfatte anche le richieste sui tempi caratteristici, è interessante fare un'osservazione sulla funzione di trasferimento ad anello chiuso. Dalla teoria sappiamo che

dovrebbe risultare  $\omega_a(CG_1) \simeq B_p(W_1)$  e che i poli in alta frequenza di  $G_1$  devono comparire, sempre con le dovute approssimazioni, anche in  $W_1(s)$ . La nuova f.d.t è:

$$W_1 = \frac{C(s)G_1(s)}{1 + C(s)G_1(s)} = \frac{465.8913(s + 0.0005)^2}{(s + 102.1)(s + 97.82)(s + 0.04562)(s + 0.0005616)(s + 0.000455)}$$

Anche se il sistema è del quinto ordine, si nota dalla f.d.t che la teoria è verificata. Ciò è corroborato dal diagramma di Bode di  $W_1(s)$ , il quale dimostra che  $B_p(W_1) \simeq \omega_a$ . Infine, è interessante notare la quasi-concellazione zero-polo in  $s = -0.0005$ . Anche questo fatto poteva essere previsto dato che per  $|G| \gg 1$  si ha  $|W| \simeq 1$ .

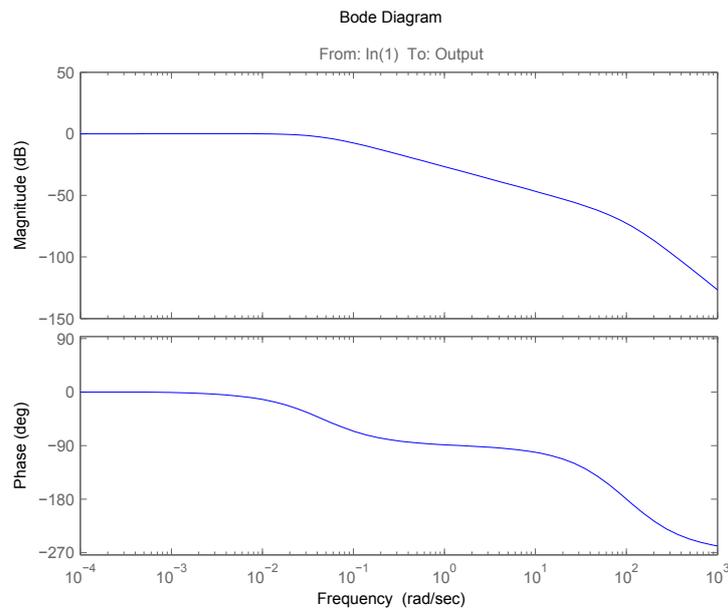


Figura 3.6: Diagramma di Bode di  $W_1(s)$  ad anello chiuso

Torniamo ora, a verificare che i tempi richiesti siano stati rispettati, presentando la risposta al gradino di  $W_1(s)$ .

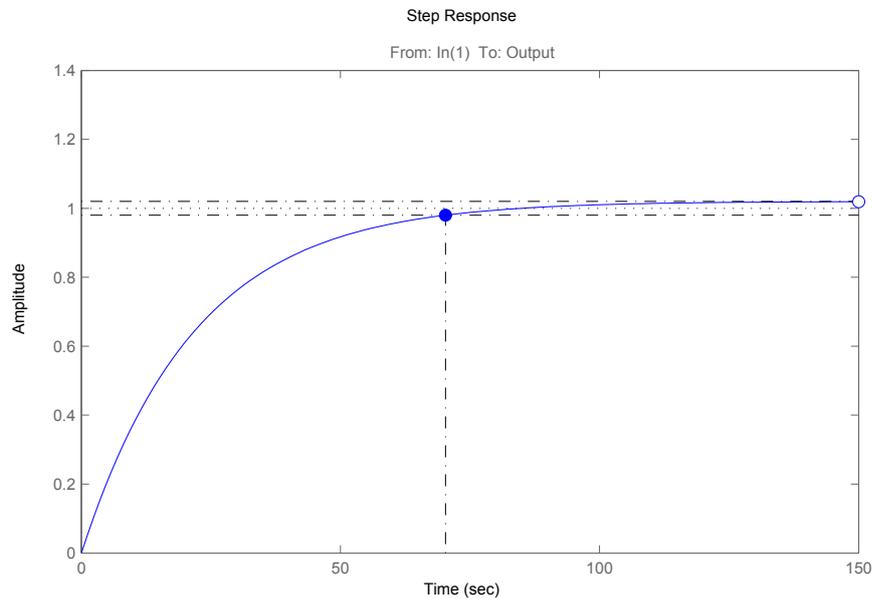


Figura 3.7: Risposta al gradino di  $W_1(s)$  ad anello chiuso

Il *rise time* e il *settling time* risultano, rispettivamente, 44.4 e 70.3 sec. Inoltre la risposta presenta un undershoot nullo, un overshoot dell' 1.9% ed infine un errore a regime permanente nullo, come era prevedibile a priori.

### 3.2 Compensatore nel modello di immissione

In questa sezione ci si propone l'obiettivo di verificare se il compensatore utilizzato in precedenza soddisfa i criteri di stabilità e sul comportamento transitorio anche per  $G_2(s)$ . Applicando il feedback dall'uscita si ottiene il seguente schema a blocchi:

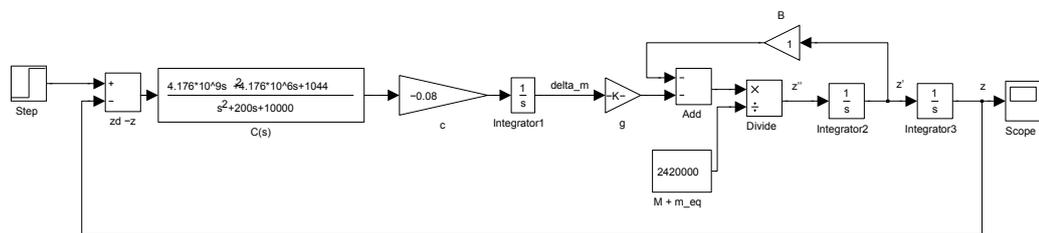


Figura 3.8: Schema a blocchi del modello di immissione linearizzato

Introducendo  $C(s)$  si ottengono i seguenti parametri:

$$PM \simeq 89.4 \text{ deg}$$

$$\omega_a = 0.121 \text{ rad/sec}$$

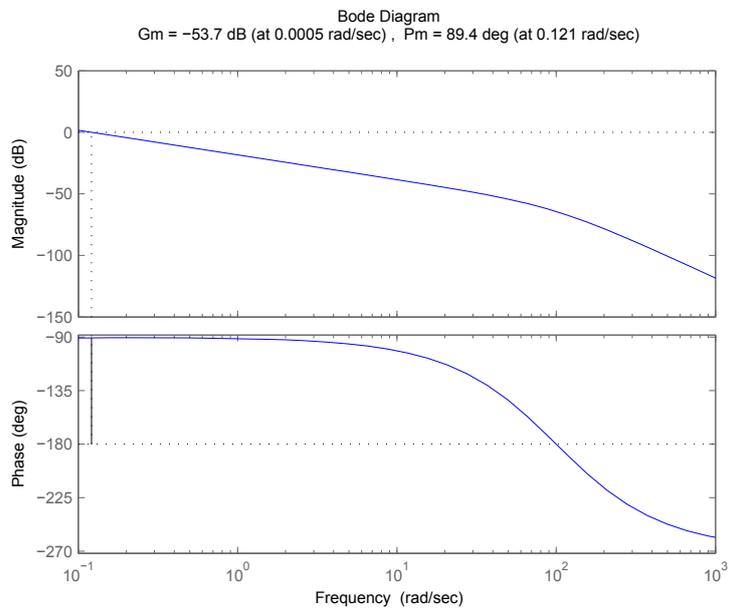


Figura 3.9: Diagramma di Bode di  $C(s)G_2(s)$

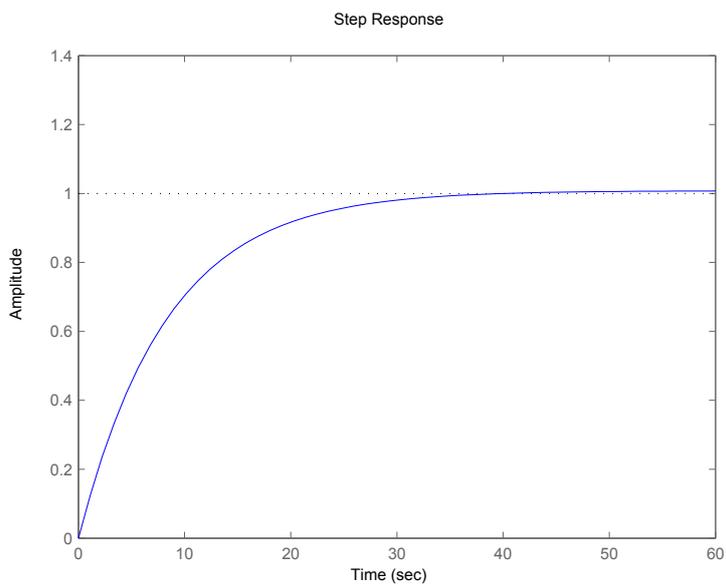


Figura 3.10: Risposta al gradino di  $W_2(s)$  ad anello chiuso

I *rise time* e *settling time* risultano, rispettivamente, 17.7 e 29.8 sec, mentre l'overshoot è pari allo 0.79% ed l'errore a regime permanente nullo.

### 3.3 Osservazione

(★ da qui)

Fino ad ora abbiamo assunto che il sottomarino raggiunga la profondità cercando di inseguire l'andamento della risposta al gradino. Tuttavia, nella realtà il sottomarino accelera lentamente fino a raggiungere l'accelerazione massima a metà strada per poi decelerare fino a quando raggiungerà la profondità richiesta. Per avere un comportamento di questo genere è necessario sottoporre il sistema ad un ingresso con un andamento più dolce. I segnali verranno applicati soltanto al sistema di espulsione dato che le risposte ottenute dal sistema di immissione sono molto simili. I segnali di ingresso che verranno utilizzati sono, nell'ordine, a forma di trapezio, a scalino, a forma di S. Quest'ultimo è ottenuto con il seguente schema a blocchi di *Simulink*:

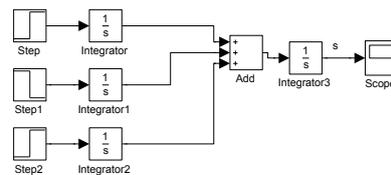
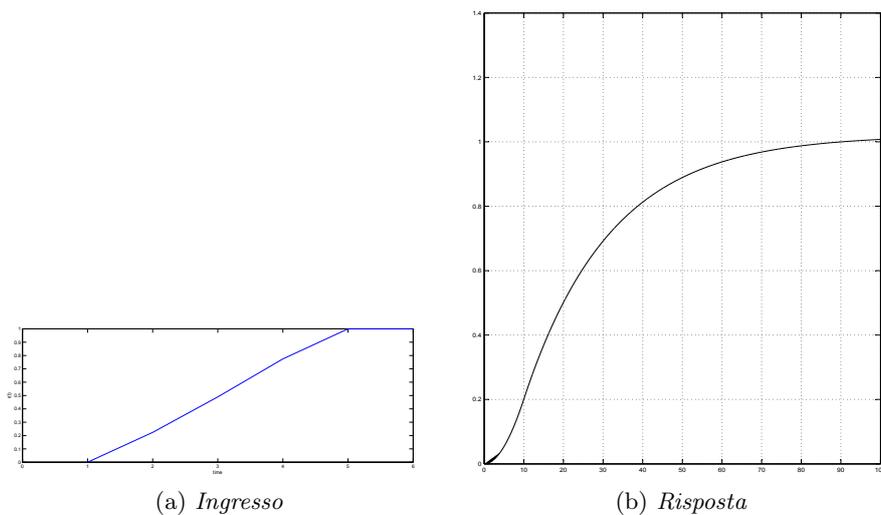


Figura 3.11: Schema a blocchi dell'ingresso a forma di S

All'uscita dell'ultimo integratore troviamo il segnale a S desiderato. Qui di seguito verranno illustrati i segnali applicati all'ingresso e le relative risposte.



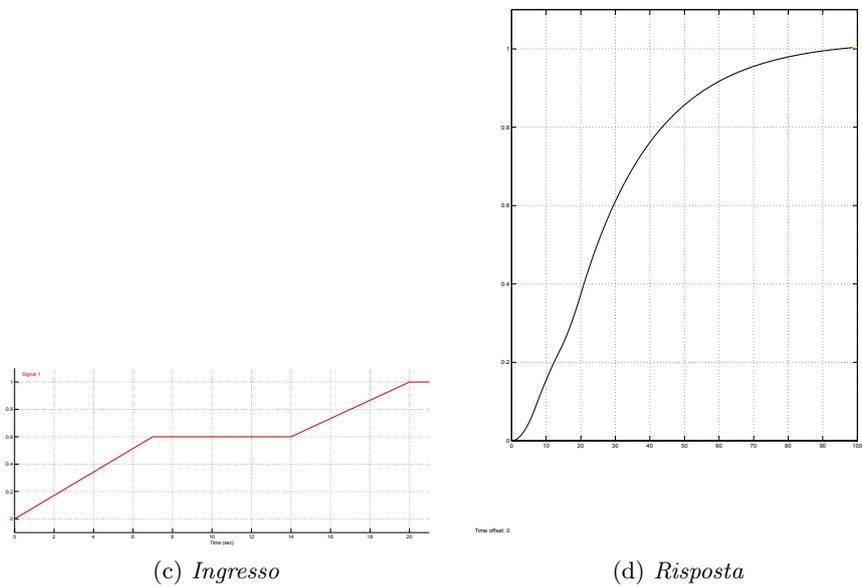


Figura 3.12: Risposta con ingresso a scalino

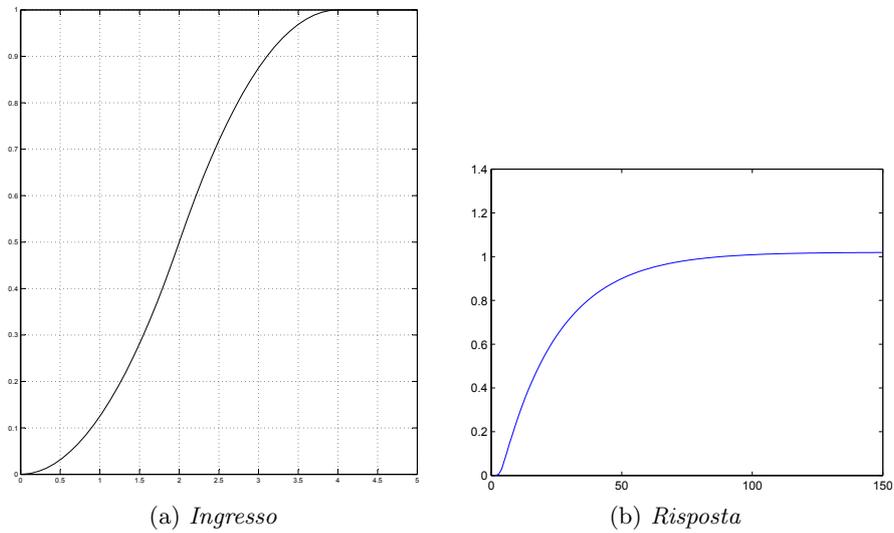


Figura 3.13: Risposta con ingresso a S

In tutti tre i casi l'uscita asseconda il comportamento dolce all'ingresso.  
 (★ fino a qui)

## Capitolo 4

# Compensatore applicato al sistema non lineare originale

(★ da qui)

In questo capitolo analizzeremo le conseguenze dell'applicazione di  $C(s)$  ad un sistema in realtà non-lineare. I sistemi analizzati fino ad ora sono stati linearizzati a partire da quelli originali, i quali risultano non-lineari. Ciò significa che i controllori progettati saranno efficienti solo in un certo intorno dell'equilibrio. Lo scopo di questo capitolo è quello di verificare quanto questo intorno sia ampio, attraverso dei test e delle simulazioni ottenute tramite *Simulink*. Applicheremo quindi, di volta in volta, step e/o segnali dolci (vedi S, pagina 18) di ampiezza opportuna per verificare quanto sia efficiente il controllo applicato al precedente sistema non-lineare. Per prima cosa si procederà ad analizzare il sistema non-lineare di espulsione e immissione, poi come ultimo stadio si verificherà l'efficienza dei controllori nel sistema originale TEMPO-VARIANTE. Prima di analizzare tali modelli, è importante che le condizioni iniziali siano scelte pari, o molto vicine, al punto di equilibrio  $(\dot{z}, m(t), u(t)) = (0, \bar{m}, 0)$  per garantire risposte quanto più prossime alle risposte dei sistemi linearizzati. Si noti che da questo punto in poi con  $u(t)$  non intendemo l'ingresso del sistema ma l'uscita del compensatore  $C(s)$ . In pratica  $u(t)$  rappresenta lo stato della valvola, mentre l'ingresso del sistema complessivo verrà chiamato  $r(t)$ .

### 4.1 Espulsione

L'equazione originale del modello di espulsione dal quale si era partiti si estrapola dalla (4.3):

$$\begin{cases} -(M + m(t))\ddot{z} - \dot{m}(t)\dot{z} - B\dot{z} - (M + m(t))g + \rho gV = 0 \\ \dot{m}(t) = am(t)u(t) \end{cases}$$

Partendo da questo modello si ottiene il seguente schema a blocchi:

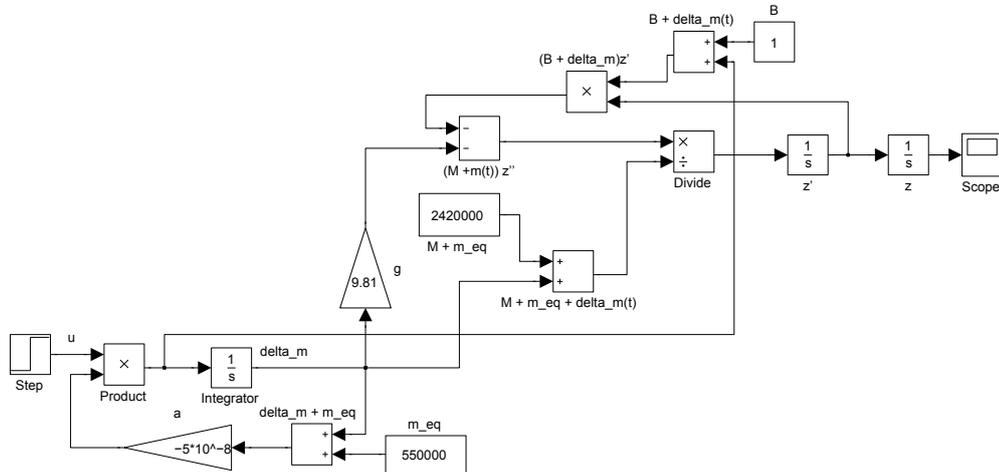


Figura 4.1: Schema a blocchi del modello di emersione non-lineare

Ora si andrà ad effettuare una retroazione unitaria negativa dall'uscita, introducendo il compensatore progettato ottenendo il seguente schema:

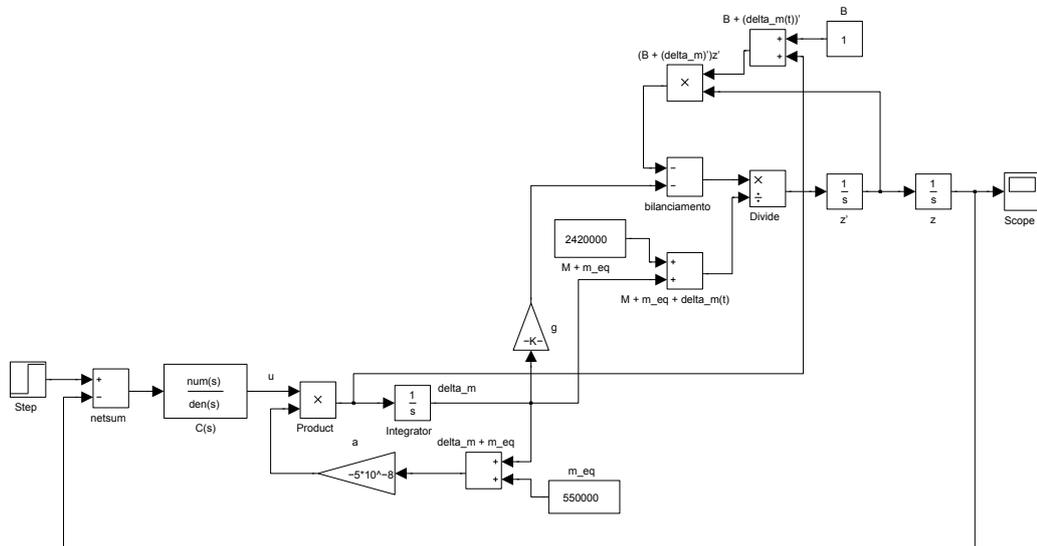


Figura 4.2: Schema a blocchi del modello di espulsione non-lineare con retroazione unitaria dall'uscita

Dopo alcuni test si è riscontrato che anche un gradino  $r(t)$  di ampiezza 0.00001 non è in grado di garantire una risposta decente. Per tale ampiezza la risposta è la seguente:

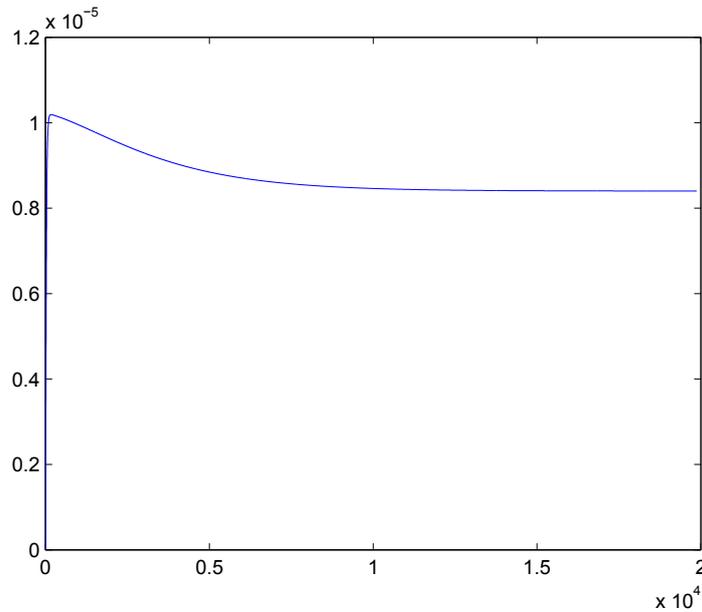


Figura 4.3: Riposta al gradino  $r(t)$  di ampiezza 0.00001

Il valore finale non raggiunge il valore sperato, ma si assesta a circa il valore 0.85. Tale risposta è giustificata dal fatto che il sistema va a funzionare molto al di fuori del punto di equilibrio.

## 4.2 Immissione

In questa sezione provveremo ad analizzare l'efficienza del compensatore nel modello di immissione non-lineare. Dal modello (4.3) otteniamo:

$$\begin{cases} -(M + m(t))\ddot{z} - \dot{m}(t)\dot{z} - B\dot{z} - (M + m(t))g + \rho gV = 0 \\ \dot{m}(t) = cu(t) \end{cases}$$

da cui otteniamo il seguente schema a blocchi:

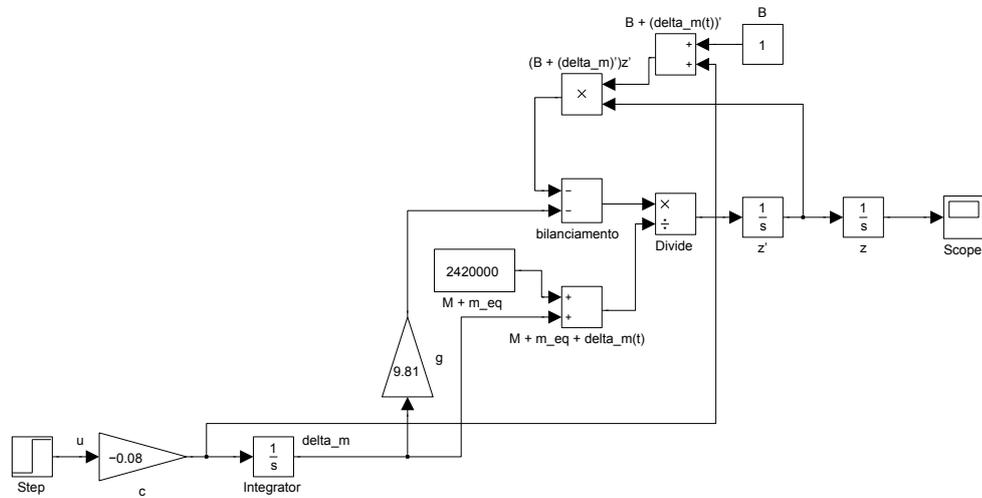


Figura 4.4: Schema a blocchi del modello di immissione non-lineare

Applicando una retroazione unitaria dopo aver introdotto  $C(s)$  si ottiene:

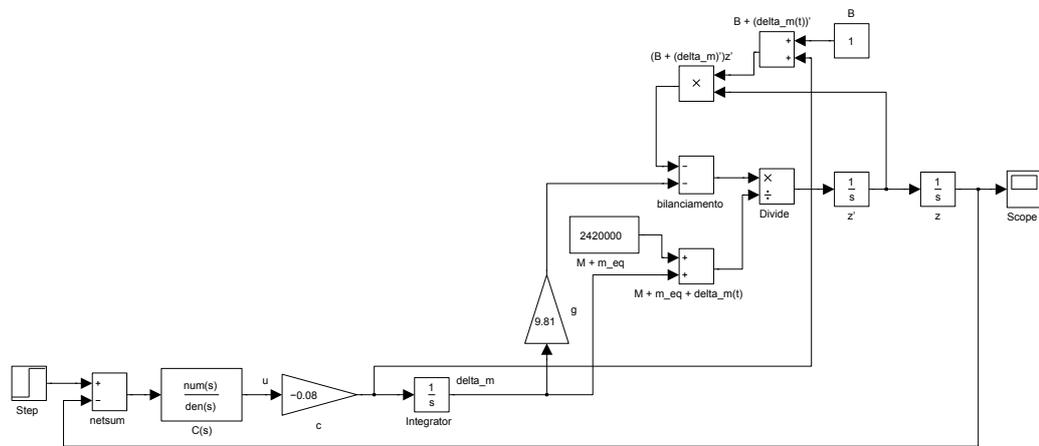


Figura 4.5: Schema a blocchi del modello di immissione non lineare con retroazione unitaria all'uscita

In questo caso l'ampiezza limite si assesta ad un valore pari a 1. Per tale valore la risposta è:

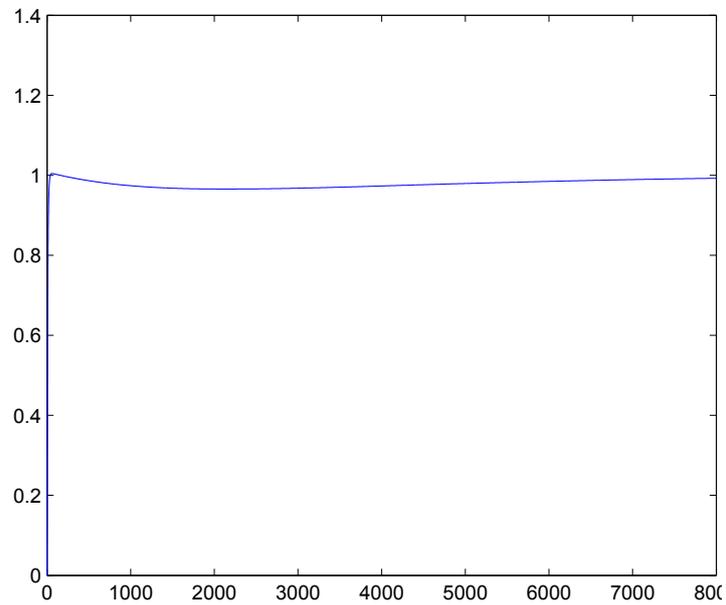


Figura 4.6: Risposta al gradino  $r(t)$  di ampiezza 1

Al di sotto di tale valore la risposta è molto vicina a quella ottenuta dal modello linearizzato, mentre oltre questo valore la risposta va via via peggiorando fino ad ottenere una risposta del tipo seguente, che presenta un picco iniziale molto marcato e successivamente un undershoot non desiderati.

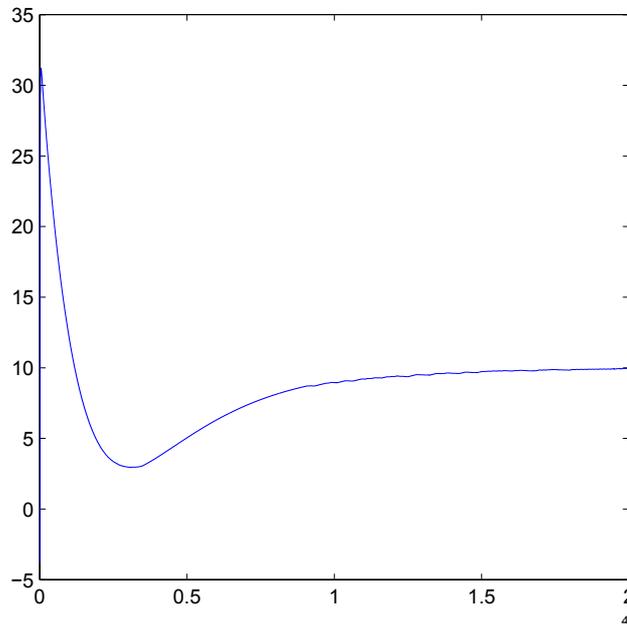


Figura 4.7: Risposta al gradino  $r(t)$  di ampiezza 10

### 4.3 Analisi del modello originale TEMPO-VARIANTE

In questa sezione analizzeremo le prestazioni del compensatore  $C(s)$  nel modello originale TEMPO-VARIANTE rappresentato dalla formulazione (4.3):

$$\begin{cases} 0 &= -(M + m(t))\ddot{z} - \dot{m}(t)\dot{z} - B\dot{z} - (M + m(t))g + \rho gV \\ \dot{m}(t) &= am(t)u(t) & \text{se } u(t) \geq 0 & \text{(espulsione)} \\ \dot{m}(t) &= cu(t) & \text{se } u(t) < 0 & \text{(immissione)} \end{cases}$$



## 4.4 Modello non-lineare con ingressi dolci

In questa parte vedremo che i sistemi non-lineari rispondono meglio ad un ingresso più dolce. Il segnale di ingresso sarà a forma di S:

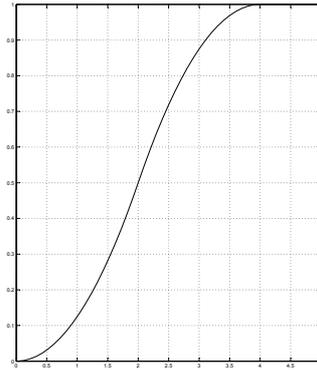


Figura 4.10: Ingresso a S

L'ampiezza del segnale varierà di caso in caso in modo da dedurre il valore massimo per cui le risposte risultano soddisfacenti.

### 4.4.1 Ingresso a S applicato al modello di espulsione

Qui di seguito verrà presentata la risposta con ingresso di ampiezza massima pari a 0.1, la quale presenta un overshoot indesiderato ma trascurabile.

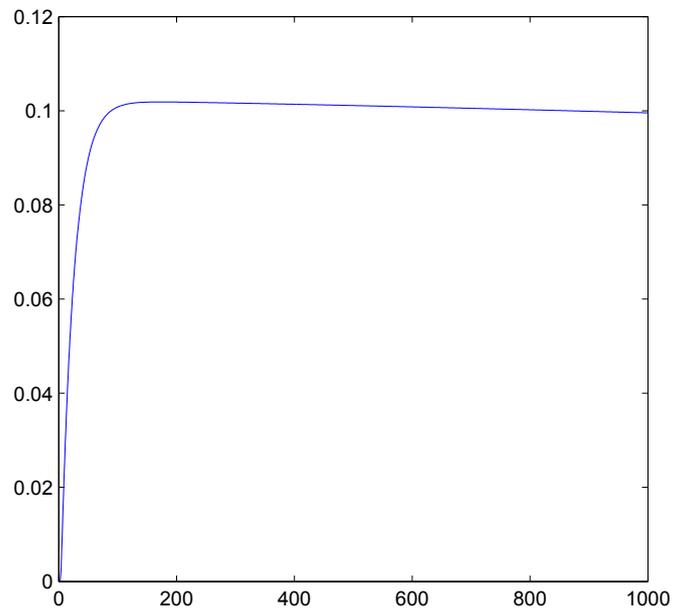


Figura 4.11: Risposta all'ingresso  $r(t)$  a forma di S

#### 4.4.2 Ingresso a S applicato al modello di immissione

Per quanto riguarda il sistema di immissione non-lineare, esso risponde ottimamente all'ingresso a forma di S. Infatti, ad un tale segnale di ampiezza 100 risponde senza alcun overshoot e undershoot. La risposta risulta buona anche con ampiezza dell'ingresso pari a 1000. In figura la risposta all'ingresso di ampiezza massima pari a 100.

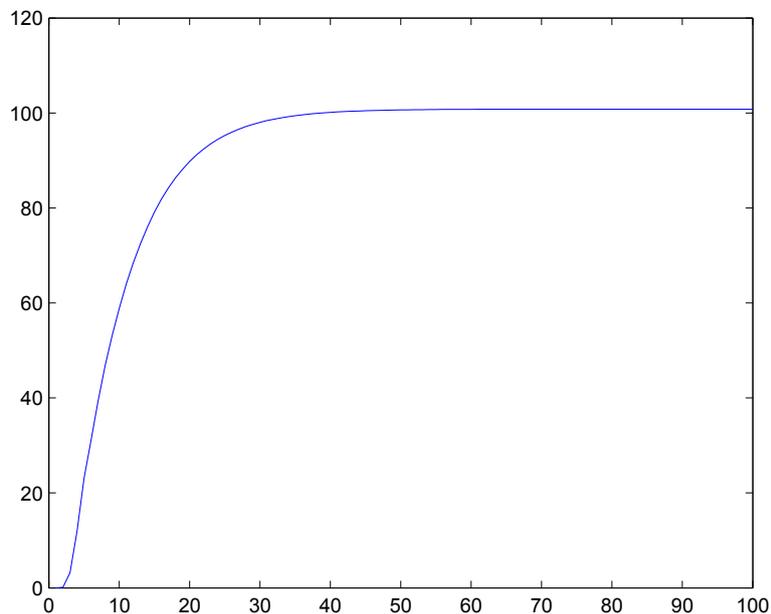


Figura 4.12: Risposta all'ingresso  $r(t)$  a forma di S

#### 4.4.3 Ingresso a S applicato al modello completo TEMPO-VARIANTE

Come vedremo, naturalmente anche il sistema non-lineare tempo-variante rappresentato dallo schema (4.8) risponderà meglio all'ingresso a forma di S. Anche se la risposta del sistema migliora, essa non risulterà comunque soddisfacente, infatti già con un ingresso di ampiezza massima 0.01 il segnale presenta un forte undershoot.

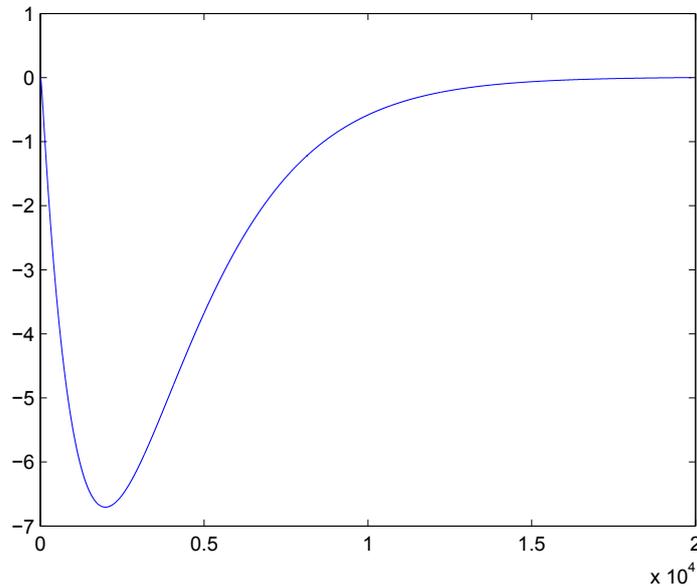


Figura 4.13: Risposta all'ingresso  $r(t)$  a S di ampiezza massima 0.01.

#### 4.4.4 Commento dei risultati

E' interessante notare che con un ingresso più dolce la risposta migliora considerevolmente: l'ampiezza massima applicabile con un ingresso a S risulta dalle 10 alle 100 volte più grande di quella applicabile con uno step. Tale risultato poteva essere previsto, in quanto, variazioni più lente all'ingresso comportano minori variazioni nel sistema, il quale si discosta meno dal punto di equilibrio.

### 4.5 Applicazione di un nuovo compensatore

Come abbiamo visto, applicando il compensatore  $C(s)$  al modello non-lineare, le prestazioni sono peggiorate notevolmente, inducendo l'obbligo di applicare all'ingresso  $r(t)$ , step di ampiezza molto piccola (non adatti alle specifiche di un sottomarino), per ottenere una risposta al gradino soddisfacente. La ragione per la quale il comportamento del sistema non-lineare si discosta molto da quello del lineare è da ricercarsi nelle grandi e veloci variazioni di  $u(t)$ , le quali portano il sistema molto al di fuori del punto di equilibrio. In questa sezione introdurremo un compensatore, trovato per tentativi, che cercherà di assottigliare tali variazioni. E' importante notare fin da ora che il compensatore che andremo ad applicare comporterà prestazioni peggiori rispetto al precedente per quanto riguarda il sistema linearizzato, ma, paradossalmente, migliora le prestazioni del sistema non-

lineare. Il compensatore in questione è il seguente:

$$C_1(s) = 0.1044 \frac{(1 + 2000s)^2}{(s + 1)^2}$$

Esso peggiora leggermente i margini di fase dei sistemi espulsione/immissione linearizzati, causando una piccola sovralongazione nella risposta del sistema di espulsione linearizzato sollecitato con uno step unitario. D'altro canto, applicando tale compensatore al sistema non-lineare le risposte al gradino migliorano considerevolmente. Se con  $C(s)$  si poteva applicare uno step di ampiezza massima 0.001 al sistema di espulsione non-lineare, ora ad esso è possibile applicare un ingresso a gradino con ampiezza 1, per avere discrete prestazioni. Qui di seguito la risposta allo step del modello di espulsione, che presenta un leggero overshoot:

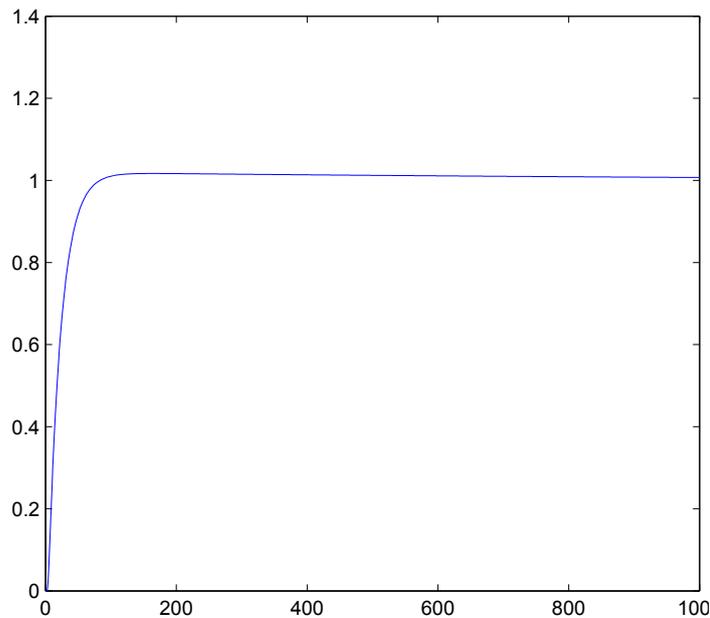


Figura 4.14: Risposta del sistema di espulsione allo step unitario  $r(t)$ .

Anche il sistema di immissione risente di un miglioramento decisivo, infatti è possibile applicare uno step 100 volte superiore a quello che si poteva applicare con  $C(s)$ . Purtroppo, l'applicazione di  $C_1(s)$  al modello TEMPO-VARIANTE, anche se riduce l'undershoot non fornisce gli apprezzamenti il miglioramenti di risultati ottenuti con i sistemi trattati poco fa. Ciò vale anche se si applica un ingresso a S invece che un gradino.

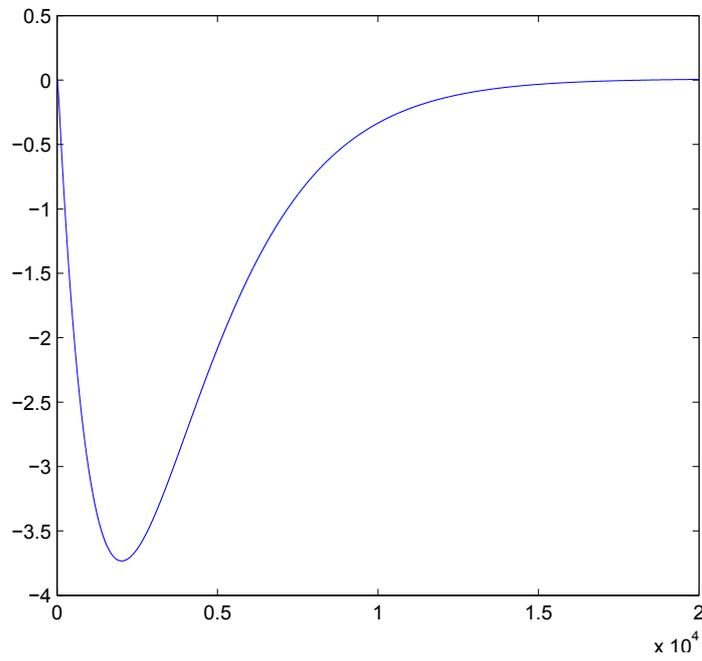


Figura 4.15: Risposta del sistema non-lineare tempo-varainte all'ingresso a S di ampiezza massima 0.01

(★ fino a qui)