

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

Modellistica e controllo del sistema di un piccolo corpo sommergibile

Relatrice

Prof.ssa Valcher Maria Elena

Laureando

Visentin Fabio

ANNO ACCADEMICO 2022-2023

Data di laurea 21 Novembre 2023

Sommario

Lo scopo di questo elaborato è quello di sintetizzare un controllore stabilizzante per un piccolo corpo sommergibile che permetta il conseguimento di alcune specifiche di progetto. In questo elaborato verrà proposto un modello dinamico del suo moto di immersione descritto da equazioni differenziali di secondo grado, successivamente si linearizzerà il sistema attorno a un punto di equilibrio. Dopo si passerà alla progettazione del controllore stabilizzante e alla valutazione del rispetto delle specifiche richieste e della robustezza ai disturbi. Le nozioni e gli strumenti utilizzati per la stesura di questa tesi appartengono ai corsi di Controlli Automatici e Sistemi e Modelli che usano inoltre, come supporto, l'ambiente di calcolo numerico e simulazione MATLAB che verrà utilizzato per ottenere grafici e diagrammi.

Indice

1	Introduzione	1
2	Analisi del sistema	3
2.1	Descrizione del sistema	3
2.2	Equazioni del sistema	4
2.3	Modello di stato del sistema e sua linearizzazione attorno alla condizione di equilibrio	5
3	Le funzioni di trasferimento e la stabilità del sistema	8
3.1	La funzione di trasferimento	8
3.2	Stabilità del sistema	9
4	Sintesi dei Controllori	11
4.1	Sintesi controllore stabilizzate	12
4.2	Controllore per prestazioni	13
4.2.1	Specifiche di progetto	13
4.2.2	Sintesi del primo controllore	16
4.2.3	Sintesi del Controllore PID	18
5	Conclusione	20

Elenco delle figure

2.1	Schema del corpo sommergibile comandato tramite camera di compensazione	3
3.1	Risposta al gradino di G_u	10
3.2	Risposta al gradino di G_d	10
4.1	Schema a doppio anello di controllo	11
4.2	Luogo delle radici positivo di G_u	12
4.3	Luogo delle radici di G_2	13
4.4	Diagramma di Bode di G_{d2}	15
4.5	Diagramma di Bode della FdT $C_2(s)G_2(s)$ con i limiti di progettazione	16
4.6	Risposta al gradino del sistema controllato con C_2	17
4.7	Risposta del sistema controllato da C_{2alt} al segnale di riferimento e al disturbo	17
4.8	Diagramma di Bode della FdT $C_{2PID}(s)G_2(s)$ con i limiti di progettazione	18
4.9	Risposta al gradino del sistema controllato con C_{2PID}	19
4.10	Risposta del sistema controllato da C_{2PID} al segnale di riferimento e al disturbo	19

Capitolo 1

Introduzione

Il sottomarino rappresenta una pietra miliare per l'ingegneria marina. Questi veicoli sono progettati per operare sia in superficie ma soprattutto nelle profondità marine. La prima versione di sommergibile risale tra il 1620 e il 1626 dove il suo inventore, l'olandese Cornelius Van Drebbel percorse un piccolo tratto del Tamigi ad una profondità di 4 metri. Successivamente l'americano David Bushnell progettò e costruì un piccolo sommergibile, nominato "Turtle" per via della sua forma a guscio, con cui nel 1776 si tentò senza riuscirci di affondare la nave ammiraglia della flotta inglese.

Il maggior salto tecnologico avvenne principalmente nel corso delle due guerre mondiali. I sommergibili giocarono un ruolo cruciale, diventando strumenti vitali per il controllo dei mari e l'esecuzione di operazioni tattiche. I principali cambiamenti introdotti durante i conflitti mondiali furono: l'implementazione di due motori, uno a diesel per la navigazione in superficie e uno elettrico per la navigazione sott'acqua e l'utilizzo di armamenti come siluri e mine di profondità.

I sottomarini moderni presentano molte differenze rispetto ai loro predecessori utilizzati durante le guerre mondiali. Ora i sottomarini possono navigare utilizzando solo i motori elettrici, alimentati da un reattore nucleare; possiedono sistemi di navigazione avanzati come per esempio radar, sonar e sensori che permettono di rilevare, localizzare e analizzare informazioni sottomarine. Adesso i sottomarini vengono utilizzati anche per esplorazioni scientifiche e per l'installazione e la manutenzione di cavi sottomarini, oltre che per eseguire ricerche oceanografiche approfondite.

Il loro funzionamento per quanto riguarda l'immersione e l'emersione consiste nel variare la quantità di acqua e aria all'interno di camere di compensazione (dette anche zavorra). Aumentando la quantità d'acqua aumenta il peso del sottomarino facendolo sprofondare fino ad una certa profondità. Per riemergere si utilizzano dei compressori per reinserire aria all'interno delle camere e per far fuoriuscire l'acqua, diminuendo il peso del sottomarino e quindi facendolo

riemergere.

Capitolo 2

Analisi del sistema

2.1 Descrizione del sistema

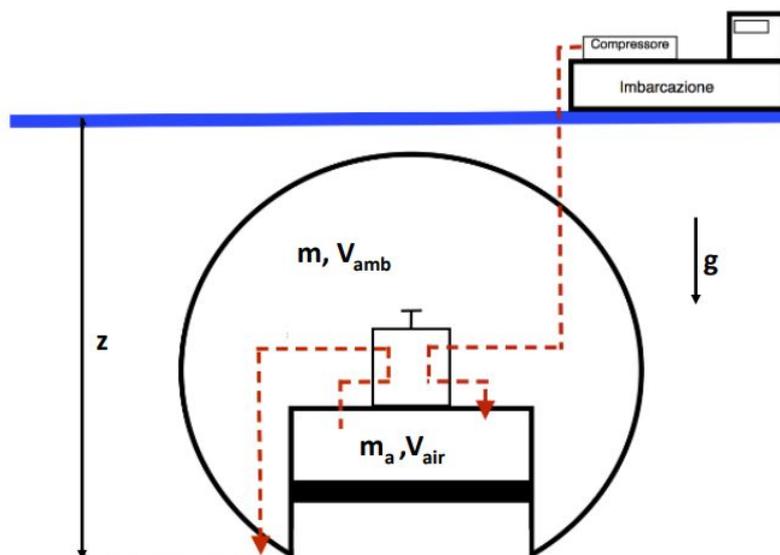


Figura 2.1: Schema del corpo sommersibile comandato tramite camera di compensazione

Il sistema che verrà studiato è raffigurato nella figura (2.1) e rappresenta un corpo sommersibile di forma sferica di raggio r . Il corpo sommersibile è composto da due ambienti: uno rigido e abitabile di volume V_{amb} e massa m ; una camera rigida di compensazione che svolgerà il ruolo di mantenere ad una certa profondità il sottomarino variando la quantità di aria all'interno (di volume V_{air} e massa m_a). La quantità di aria all'interno della camera viene regolata tramite un compressore posto su di un'imbarcazione in superficie. Dal momento che si sta considerando l'immersione di un sottomarino in un fluido, supposto essere acqua, c'è la necessità di considerare la spinta di Archimede, dovuta al principio fisico che prende appunto il nome

di principio di Archimede ed enuncia che un corpo immerso in un fluido riceve una spinta dal basso verso l'alto pari al peso del liquido spostato; tale spinta ha la stessa direzione e lo stesso modulo della forza peso ma verso opposto. Si indicano con z la profondità d'immersione del sommergibile assunta positiva nel verso della discesa, con F la forza agente sul sommergibile dovuta a possibili disturbi quali correnti sottomarine.

2.2 Equazioni del sistema

Per descrivere il moto di immersione lungo l'asse z si deve utilizzare la seconda legge di Newton che enuncia la proporzionalità della forza agente su un corpo rispetto alla sua accelerazione. Le forze agenti su questo sistema sono: la resistenza del fluido, la forza gravitazionale agente sul corpo, la spinta di Archimede sull'ambiente abitabile, la spinta di Archimede sulla cassa di compensazione e le forze di disturbo dovute alle correnti. L'equazione che descrive il moto verticale del sistema è la seguente

$$\ddot{z} = -\frac{b \dot{z}}{m} + \alpha - \frac{\beta m_a}{p_0 + \rho_H g z} - \frac{F}{m} \quad (2.1)$$

dove b è lo smorzamento viscoso dell'acqua, p_0 la pressione atmosferica a livello del mare ($z = 0$), ρ_H la densità dell'acqua e g indica l'accelerazione gravitazionale. La legge che invece governa la variazione della massa di aria all'interno della camera di compensazione è la seguente

$$\dot{m}_a = (p_0 + \rho_H g z) \gamma u \quad (2.2)$$

dove u indica la portata di aria entrante e uscente dalla camera di compensazione. Le costanti α , β e γ sono definite come

$$\alpha = \frac{g}{m}(m - \rho_H V_{amb}) \quad \beta = \frac{\rho_H g R_a T_a}{m} \quad \gamma = \frac{\dot{V}_{max}}{R_a T_a}$$

dove R_a è la costante caratteristica dell'aria, T_a la temperatura ambiente e \dot{V}_{max} la massima portata volumetrica tra il compressore ed il sommergibile. Le grandezze note sono le seguenti

Grandezza Fisica	Simbolo	Valore	Unità di misura
Massa	m	$6 \cdot 10^3$	Kg
Accelerazione di gravità	g	9.81	m/s^2
Smorzamento viscoso dell'acqua	b	0.03013	$N s/m$
Costante alpha	α	0.981	m/s^2
Costante beta	β	$1.329 \cdot 10^5$	s^{-4}
Costante gamma	γ	$2.45 \cdot 10^{-6}$	$m s$
Densità dell'acqua	ρ_H	10^3	Kg/m^3
Pressione atmosferica al livello del mare	p_0	10^5	Pa
Profondità richiesta	\bar{z}	300	m

Tabella 2.1: Tabella delle grandezze note

2.3 Modello di stato del sistema e sua linearizzazione attorno alla condizione di equilibrio

In questo studio verrà fissata come profondità di obiettivo i 300 metri ($\bar{z} = 300$). Per questo motivo cercheremo di linearizzare il sistema intorno a quella profondità. Introducendo ora il vettore di stato $x = [z, \dot{z}, m_{air}]^T$, il vettore degli ingressi $u = [u, F]^T$ e l'uscita y dalle equazioni (2.1) e (2.2) otteniamo il seguente modello di stato:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{b}{m} x_2 + \alpha - \frac{\beta x_3}{p_0 + \rho_H g x_1} - \frac{u_2}{m} \\ \dot{x}_3 = (p_0 + \rho_H g x_1) \gamma u_1 \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.3)$$

La cui espressione può essere espressa in forma generale tramite le funzioni f e g

$$f = \begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2) \\ \dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2) \end{cases}$$

$$y = g(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2)$$

Imponendo adesso le condizioni di equilibrio in assenza di disturbi con ingresso u_1 costante: $\ddot{z} = \dot{z} = \dot{m}_a = F = 0$ si ottiene quanto segue:

$$\begin{cases} 0 = x_2 \\ 0 = -\frac{b}{m} x_2 + \alpha - \frac{\beta x_3}{p_0 + \rho_H g x_1} \\ 0 = (p_0 + \rho_H g x_1) \gamma u_1 \end{cases} \quad (2.4)$$

Ottenendo così le seguenti equazioni

$$0 = \alpha - \frac{\beta x_3}{p_0 + \rho_H g x_1} \quad (2.5)$$

$$0 = (p_0 + \rho_H g x_1) \gamma u_1 \quad (2.6)$$

Dalla prima equazione si ottiene l'espressione della massa d'aria \bar{m}_a in funzione di \bar{z}

$$\bar{m}_a = \frac{\alpha}{\beta} (p_0 + \rho_H g \bar{z}) \quad (2.7)$$

mentre dalla seconda si ricavano due diverse condizioni

- $\bar{u}_1 = 0$
- $\bar{z} = -\frac{p_0}{\rho_H g}$

visto che il rapporto contiene solo quantità positive, la seconda condizione richiede che sia $z < 0$, ovvero una posizione al di sopra del livello del mare. Dunque l'unica soluzione che ha senso fisico è quella con $\bar{u} = 0$, $\bar{z} > 0$ qualsiasi e $\bar{m}_a = \frac{\alpha}{\beta} (p_0 + \rho_H g \bar{z})$.

Questa soluzione rappresenta il punto di equilibrio del sistema con ingresso costante ($u_1 = 0$). Per poter linearizzare il sistema ora si devono calcolare le seguenti matrici Jacobiane A, B, C e D.

$$A = \frac{\partial f}{\partial x}(\bar{x}, \bar{u}) \quad B = \frac{\partial f}{\partial u}(\bar{x}, \bar{u}) \quad C = \frac{\partial g}{\partial x}(\bar{x}, \bar{u}) \quad D = \frac{\partial g}{\partial u}(\bar{x}, \bar{u})$$

dove, una volta svolte le derivate richieste, si ottengono le seguenti matrici

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{\beta g \rho_H \bar{m}_a}{(p_0 + g \rho_H \bar{z})^2} & -\frac{b}{m} & -\frac{\beta}{p_0 + g \rho_H \bar{z}} \\ g \gamma \rho_H \bar{u} & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{\alpha g \rho_H}{p_0 \rho_H \bar{z}} & -\frac{b}{m} & -\frac{\beta}{p_0 + g \rho_H \bar{z}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m} \\ \gamma (p_0 + g \rho_H \bar{z}) & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

$$D = [0 \quad 0]$$

Sostituendo i valori numerici assegnati si ottiene:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0.0032 & -5 \cdot 10^{-6} & -0.0437 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0.0002 \\ 7.4858 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

$$D = [0 \quad 0]$$

Le matrici Jacobiane ottenute possono essere utilizzate per ricavare il modello linearizzato del sistema tramite la formula

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A x + B u \\ y &= C x + D u \end{aligned} \tag{2.8}$$

Capitolo 3

Le funzioni di trasferimento e la stabilità del sistema

3.1 La funzione di trasferimento

Per procedere allo studio della stabilità BIBO del modello di stato bisogna prima calcolare le funzioni di trasferimento, definite come il rapporto fra le trasformate di Laplace degli input e dell'output del sistema. Per poter calcolare le funzioni di trasferimento $G_u(s)$ (tra ingresso e uscita) e $G_d(s)$ (tra disturbo e uscita) nel dominio di Laplace si sfrutta il modello linearizzato trovato in precedenza espresso dalla (1.9). Applicando la trasformata di Laplace al modello lineare si ottiene:

$$\begin{cases} sX(s) - X(0) = AX(s) + BU(s) \\ Y(s) = CX(s) \end{cases} \quad (3.1)$$

da cui si ricava

$$X(s) = (sI - A)^{-1} BU(s) + (sI - A)^{-1} X(0) \quad (3.2)$$

e quindi

$$Y(s) = [C(sI - A)^{-1} B]U(s) + C(sI - A)^{-1}X(0) \quad (3.3)$$

Ponendo lo stato iniziale a zero ($X(0) = 0$) si ottiene

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad (3.4)$$

Visto che la matrice B possiede due colonne date dalla presenza di due ingressi (il segnale di riferimento e il disturbo) tramite l'equazione (3.4) otterremo due funzioni di trasferimento

$$G_u(s) = C (sI - A)^{-1} B_1 \quad (3.5)$$

$$G_d(s) = C (sI - A)^{-1} B_2 \quad (3.6)$$

Da cui si ricavano immediatamente le funzioni di trasferimento

$$G_u(s) = \frac{-0.327}{s(s - 0.05623)(s + 0.05624)} \quad (3.7)$$

$$G_d(s) = \frac{-0.000167}{(s - 0.05623)(s + 0.05624)} \quad (3.8)$$

3.2 Stabilità del sistema

Per lo studio della BIBO stabilità si deve verificare se i denominatori delle funzioni di trasferimento $p_u(s) = s(s - 0.05623)(s + 0.05624)$ e $p_d(s) = (s - 0.05623)(s + 0.05624)$ sono dei polinomi di Hurwitz (ovvero se tutte le sue radici sono a parte reale negativa). In questo caso la condizione di Hurwitzianità è facile da verificare e non risulta necessario applicare il Criterio di Routh al polinomio. Si nota istantaneamente che entrambe le funzioni di trasferimento presentano un polo a parte reale positiva in 0.005624 e quindi entrambe non sono BIBO stabili. È possibile osservare dai grafici della risposta al gradino sottostanti, ottenuti tramite MATLAB, che effettivamente le funzioni $G_u(s)$ e $G_d(s)$ non sono BIBO stabili.

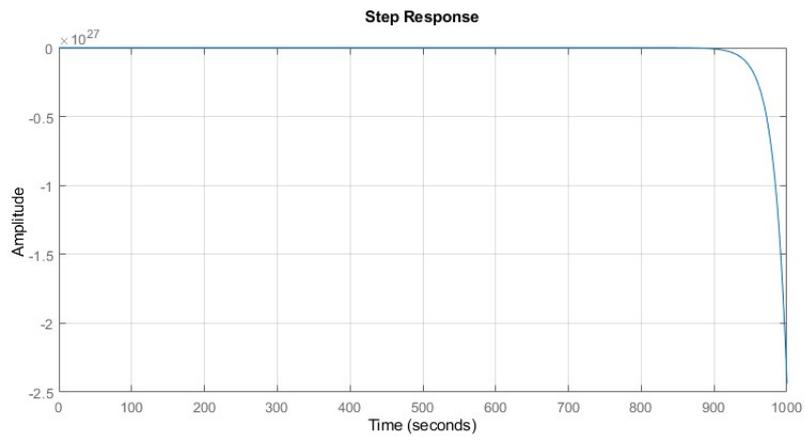


Figura 3.1: Risposta al gradino di G_u

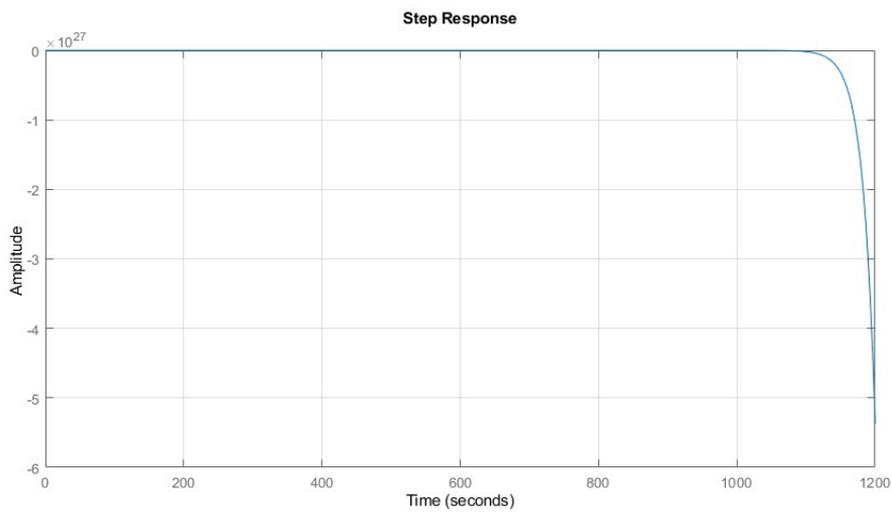


Figura 3.2: Risposta al gradino di G_d

Capitolo 4

Sintesi dei Controllori

Lo scopo è quello di progettare un sistema di controllo in retroazione negativa con l'obiettivo di portare la camera sommergibile ad una profondità diversa dalla profondità di equilibrio mantenendo alcune specifiche di progetto inerenti alla precisione e prontezza del sistema. Per poter sintetizzare un controllore per le specifiche di progetto il processo deve essere descritto da una funzione propria avente tutti i poli con parte reale negativa ad eccezione di un polo in zero. Come dimostrato nel capitolo precedente la funzione $G_u(s)$ possiede un polo a parte reale positiva infrangendo la condizione precedente. Per questo motivo si opterà per una configurazione a doppio anello di retroazione (Figura 4.1). Questa configurazione è costituita da due controllori: il primo renderà BIBO stabile la funzione di trasferimento; il secondo garantirà il soddisfacimento delle specifiche di sistema e renderà il sistema robusto rispetto ai segnali di disturbo.

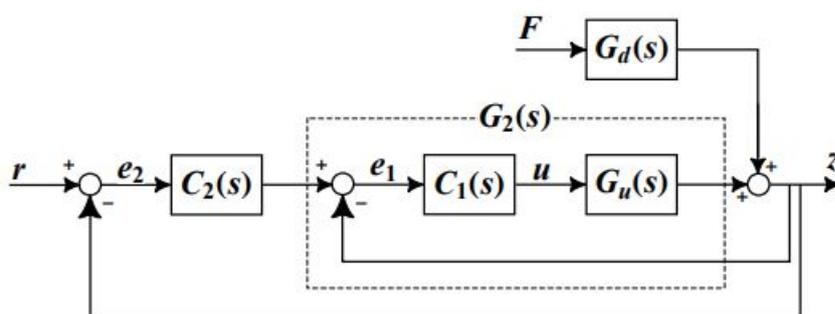


Figura 4.1: Schema a doppio anello di controllo

Come primo passo si sintetizzerà un controllore C_1 per stabilizzare G_u . Successivamente si riformulerà la funzione di trasferimento tra disturbo e uscita considerando il controllore C_1 e se ne studierà la BIBO stabilità. Se la funzione dovesse risultare stabile si potrà procedere alla sintesi di un controllore per le specifiche di sistema.

4.1 Sintesi controllore stabilizzate

In questa sezione ci si occuperà quindi del progetto del controllore C_1 il cui compito è quello di rendere stabile il sistema in anello chiuso caratterizzato dalla funzione di trasferimento

$$G_2(s) = \frac{C_1(s) G(s)}{1 + C_1(s) G(s)}$$

Per la progettazione del controllore si utilizza come metodo quello del luogo delle radici e lo studio avverrà nel luogo positivo. Il baricentro del luogo è centrato molto vicino all'origine e come si può notare dalla figura (4.2) il luogo delle radici possiede due rami tendenti all'infinito nel semipiano reale positivo con rispettivamente angoli di $\frac{5\pi}{3}$ e $\frac{\pi}{3}$. Per poter attrarre i due rami nel semipiano negativo si sono aggiunti due zeri con parte reale negativa vicini all'asse immaginario. Successivamente, per rendere proprio il controllore, sono stati aggiunti due poli con parte reale negativa, inoltre i due poli aiutano a spostare il baricentro del luogo verso il semipiano negativo. Il guadagno di controllore K per poter lavorare nel luogo delle radici positivo deve essere negativo per il fatto che la funzione G_u possiede guadagno di Evans negativo ed è stato ricavato tramite il comando sisotool di MatLab.

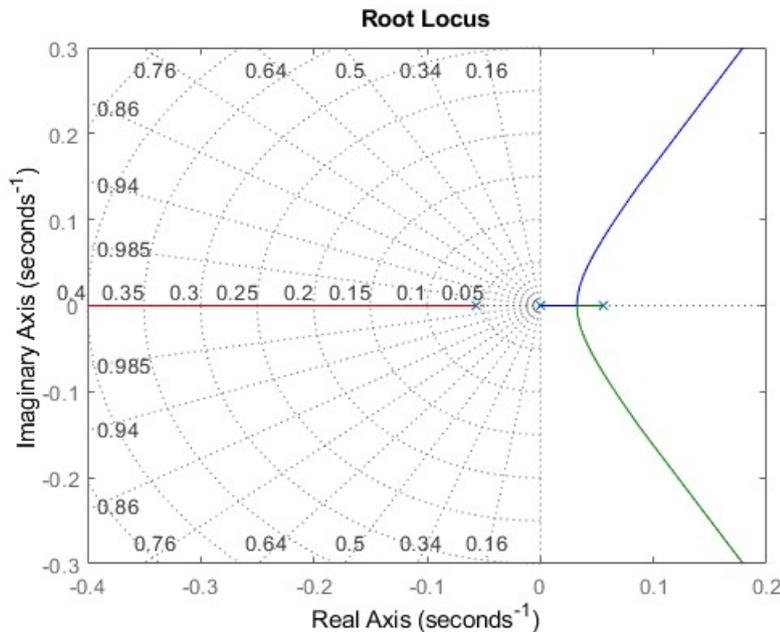


Figura 4.2: Luogo delle radici positivo di G_u

$$C_1(s) = -1100 \frac{(s + 0.2)^2}{(s + 15)^2} \quad (4.1)$$

$$G_2 = 359 \frac{(s + 0.2)^2}{(s + 19.28)(s + 8727)(s + 1.467)(s + 0.3753)(s + 0.1553)} \quad (4.2)$$

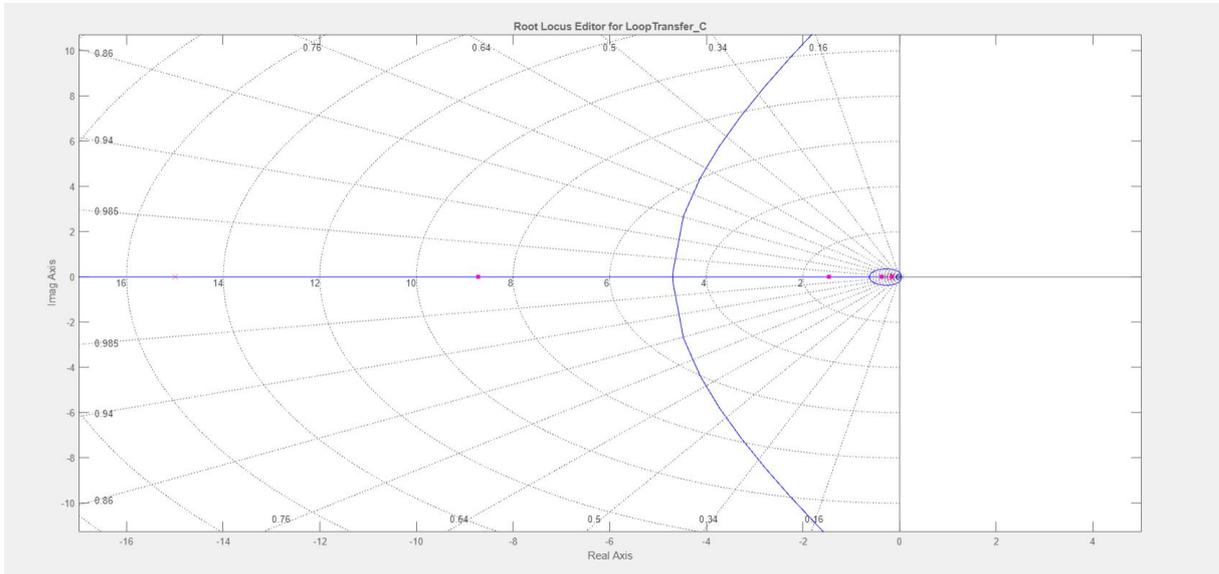


Figura 4.3: Luogo delle radici di G_2

4.2 Controllore per prestazioni

4.2.1 Specifiche di progetto

L'obiettivo corrente ora è quello di progettare un controllore C_2 per il raggiungimento di certe specifiche di progetto. Le specifiche richieste sono le seguenti:

- la BIBO stabilità delle funzioni di trasferimento sia tra ingresso e uscita che tra disturbo e uscita
- Sovraelongazione massima ammessa di 1 m per un segnale di riferimento pari a un gradino di 20 m: $S\% = 5\%$
- Tempo di assestamento, sempre considerando in ingresso un gradino di 20 m, entro un intervallo di ± 50 cm entro un tempo di 50 sec, ovvero un tempo di assestamento al 2.5% di 10 sec
- Errore a regime inferiore all'1%
- In corrispondenza di un disturbo di forza (in N) del tipo $F = -450 + 1200 \sin(0.1 \pi t) + 300 \cos(0.9 \pi t)$ non si abbia a regime uno spostamento del sommergibile superiore a 25 cm

Si può cercare di rispettare tali specifiche con un controllo che punti ad approssimare il sistema in ciclo chiuso con un sistema a due poli dominanti, quindi avente funzione del tipo $\frac{\omega_n}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2}$ dove $0 < \delta < 1$ e lo smorzamento e ω_n è la pulsazione naturale. Per tale semplificazione le specifiche richieste si traducono come segue:

$$S_{\%} = 100 e^{-\frac{\pi\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}} \leq 5\% \quad \rightarrow \quad \delta > 0.69 \quad \rightarrow \quad M_{\phi} \simeq 100\delta \simeq 69^\circ \quad (4.3)$$

$$T_{a2.5} \simeq \frac{-\ln(\frac{2.5}{100}) - \frac{1}{2} \ln(1 - \delta^2)}{\delta\omega_n} \quad \rightarrow \quad \omega_n > \frac{5.8146}{T_{a2.5}} = 0.11629 \text{ rad/s}$$

Considerando la pulsazione naturale una buona approssimazione della pulsazione di attraversamento, dai calcoli precedenti ricaviamo che il margine di fase minimo richiesto è $M_{\phi} = 69^\circ$ e la pulsazione di attraversamento richiesta deve essere maggiore di $\omega_A > 0.11629 \text{ rad/s}$. Si richiede inoltre che a regime l'errore sia minore dell'1% e sfruttando il teorema del valore finale possiamo trovare il guadagno di anello aperto minimo:

$$\lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + C_2(s) G_2(s)} \frac{1}{s} < 0.01 \quad (4.4)$$

Ottenendo il seguente vincolo sul guadagno

$$C_2(0) G_2(0) \simeq 99 \quad \text{ovvero} \quad |C_2(0) G_2(0)|_{dB} \simeq 20 \log_{10}(99) \simeq 40 \text{ dB} \quad (4.5)$$

La funzione di trasferimento tra il disturbo e l'uscita considerando il contributo del controllore C_1 è la seguente

$$Y(s) = \frac{G_{d2}(s)}{1 + C_2(s) G_2(s)} D(s) = \bar{G}(s) D(s) \quad (4.6)$$

dove

$$G_{d2}(s) = \frac{G_d(s)}{1 + C_1(s) G_u(s)} = \frac{-0.000167 s (s + 15)^2}{(s + 19.28) (s + 8.727) (s + 1.1467) (s + 0.3753) (s + 0.1553)}$$

Si può notare che la funzione G_{d2} possiede uno zero nell'origine, per cui la componente costante del segnale del disturbo va ad annullarsi a regime. Essendo la G_{d2} e la G_2 BIBO stabili per le componenti sinusoidali si applica il teorema della risposta di regime permanente a segnali sinusoidali:

$$y(t) = |\bar{G}(j\omega_k)| |D(j\omega_k)| \sin(t + \angle \bar{G}(j\omega_k))$$

Facendo riferimento al caso cautelativo in cui $\sin(t + \angle \bar{G}(j\omega_k)) = 1$ e maggiorando il

modulo di $\overline{G}(j\omega_k)$ nel range di frequenze d'interesse, il modulo della componente del disturbo è la somma dei moduli della componente sinusoidale e della componente cosinusoidale e corrisponde a $1200 + 300 = 1500$. Il controllore C_2 dovrà essere progettato assicurandosi che:

$$|\overline{G}(j\omega)| = \frac{|G_{d2}(j\omega)|}{|1 + C_2(j\omega)G_2(j\omega)|} \leq \frac{0.25}{1500} \simeq 1.67 \cdot 10^{-4} \quad \forall \omega \leq \omega_d \quad (4.7)$$

dove ω_d viene scelta come massima frequenza del disturbo, ovvero $0.9\pi \simeq 2.83 \text{ rad/s}$. Essendo nel campo delle basse frequenze vale l'approssimazione $|1 + C_2(j\omega)G_2(j\omega)| \simeq |C_2(j\omega)G_2(j\omega)|$ risultando quindi

$$|C_2(j\omega)G_2(j\omega)| \geq \frac{|G_{d2}(j\omega)|}{1.67 \cdot 10^{-4}} \quad (4.8)$$

Osservando ora il diagramma di Bode della G_{d2} (figura 4.4) possiamo notare che il valore massimo del modulo è -71 dB . Ricavando che $20 \log_{10}(1.67 \cdot 10^{-4}) \simeq -75.5 \text{ dB}$ si ha che per le frequenze minori di 2.83 rad/s il guadagno d'anello deve essere

$$|C_2(j\omega)G_2(j\omega)| \geq -71 - (-75.5) = 4.5 \text{ dB}$$

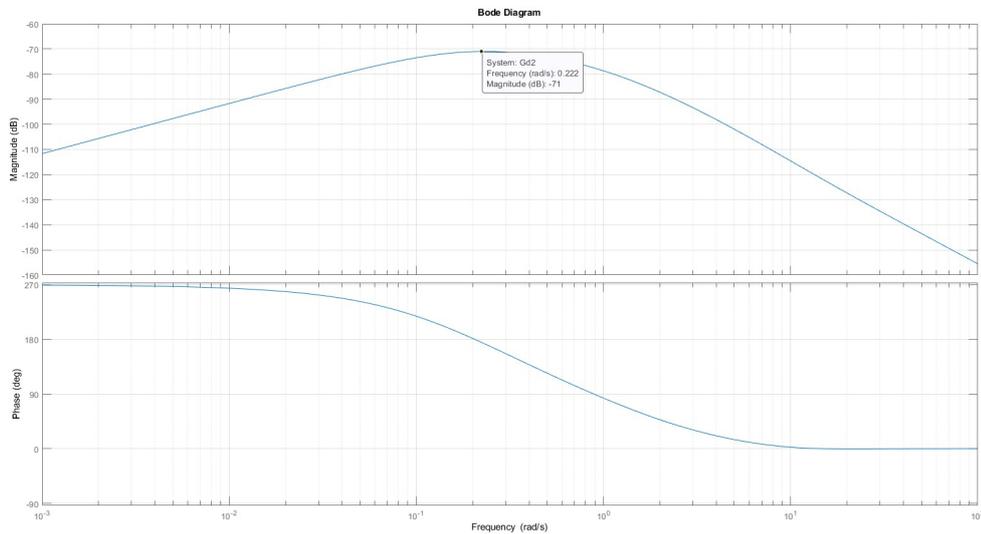


Figura 4.4: Diagramma di Bode di G_{d2}

In questa tesi verranno sviluppati due tipologie di controllore C_2 : uno progettato ad hoc con reti anticipatrici e ritardatrici; l'altro di tipo PID sintetizzato a tentativi.

4.2.2 Sintesi del primo controllore

Per prima cosa in questo controllore è stato scelto un guadagno statico che garantisca i 40 dB per frequenze basse in modo che l'errore a regime richiesto sia rispettato. Dopo l'inserimento del guadagno statico ci si trova nella condizione: $\omega_A > \omega_A^*$ e $M_\phi(\omega_A) < M_\phi^*$ (dove ω_A^* rappresenta la pulsazione di attraversamento minima e M_ϕ^* il margine di fase minimo). Per poter aumentare il margine di fase sono state inserite due reti attenuatrici posizionate in modo tale da rispettare la specifica per la pulsazione di attraversamento. Infine per mantenere il modulo sopra i 4.5 dB per le frequenze minori di 2.83 rad/s è stata inserita una rete anticipatrice. La F.d.T. del controllore è la seguente

$$C_2(s) = \frac{375.73 (s + 0.4545)^2 (s + 1.266)}{(s + 0.04762)^2 (s + 333.3)} \quad (4.9)$$

Successivamente seguiranno i diagrammi di Bode e la risposta al gradino del sistema controllato con inseriti i limiti di progettazione

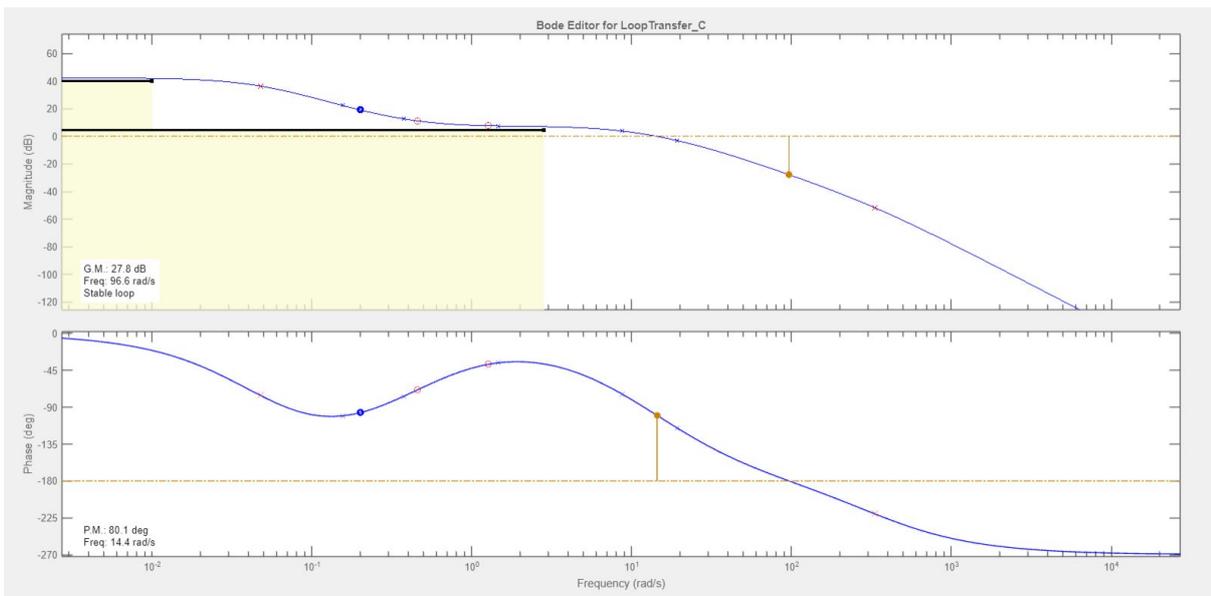


Figura 4.5: Diagramma di Bode della FdT $C_2(s)G_2(s)$ con i limiti di progettazione

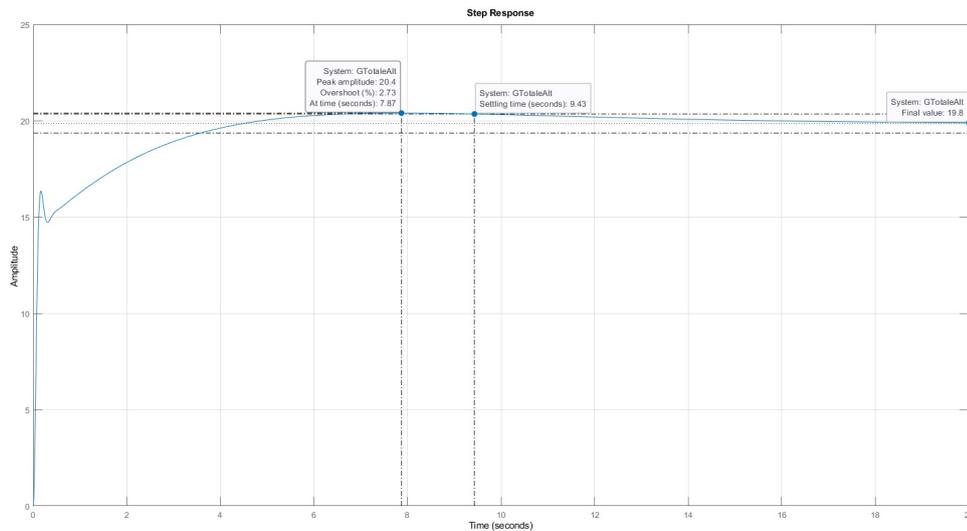


Figura 4.6: Risposta al gradino del sistema controllato con C_2

Con questo controllore si presenta una sovralongazione percentuale del 2%, tempo di assestamento al 2.5% pari a 9.43 secondi e un errore a regime esattamente del 1%.

La figura che segue rappresenta la risposta del sistema rispetto ad un segnale di riferimento unitario messo in paragone con la risposta al segnale di riferimento unitario con l'aggiunta del disturbo ritardato di 20 secondi.

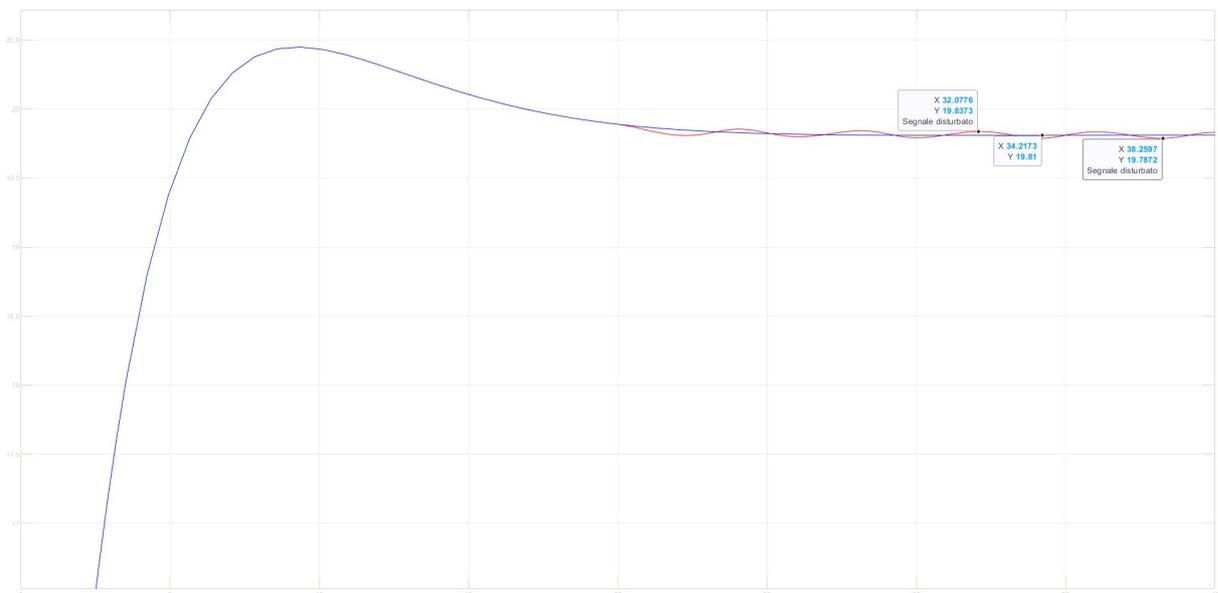


Figura 4.7: Risposta del sistema controllato da C_{2alt} al segnale di riferimento e al disturbo

La risposta del sistema al segnale unitario disturbato (grafico di colore rosso) rientra nei

limiti richiesti infatti presenta uno spostamento rispetto alla risposta del segnale senza disturbi (grafico blu) rientrante i 25 cm.

4.2.3 Sintesi del Controllore PID

Il seguente controllore è di tipo Proporzionale-Integrativo-Derivativo ed è stato realizzato tramite una sintesi per tentativi utilizzando il comando sisotool di MATLAB e riporta la seguente funzione

$$C_{2PID}(s) = 3.28 + \frac{4.1}{s} + 0.656s \quad (4.10)$$

Questo controllore è stato ricavato ipotizzando l'uso di un derivatore ideale infatti la funzione di trasferimento presenta più zeri che poli. Per rendere fisicamente realizzabile questo controllore si possono aggiungere uno o più poli ad alta frequenza. I diagrammi di Bode e la risposta al gradino del sistema controllato sono i seguenti

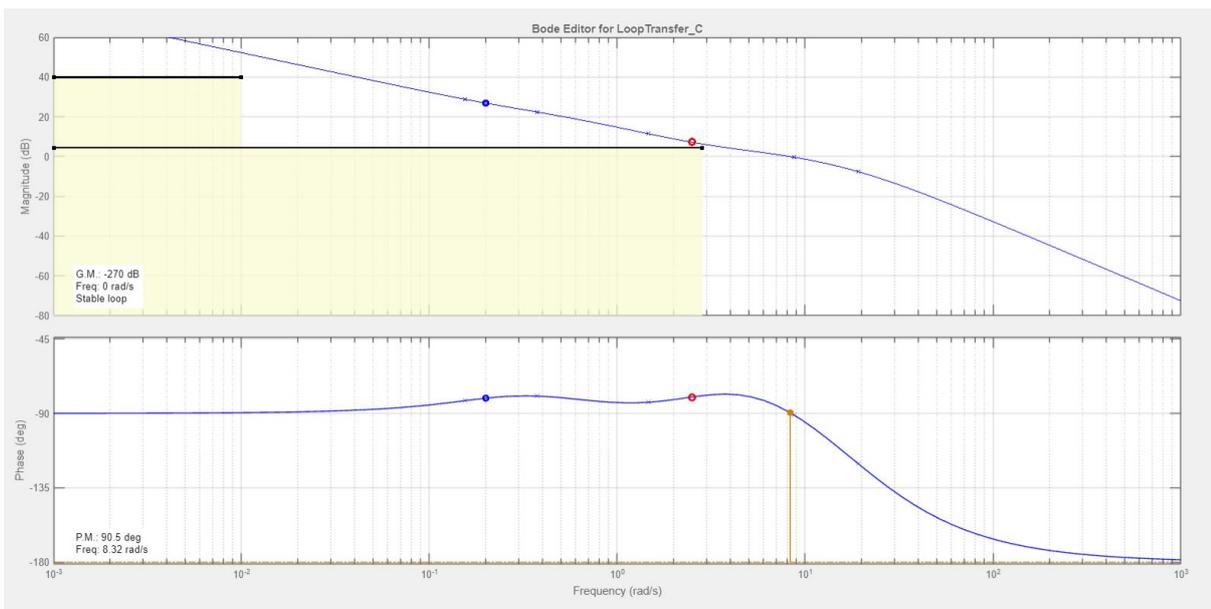


Figura 4.8: Diagramma di Bode della FdT $C_{2PID}(s)G_2(s)$ con i limiti di progettazione

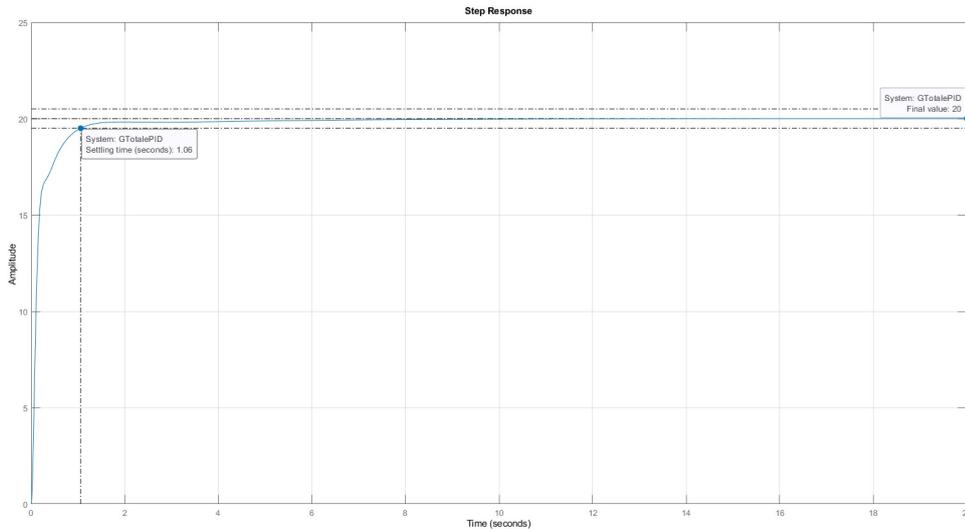


Figura 4.9: Risposta al gradino del sistema controllato con C_{2PID}

Grazie a questo controllore il sistema presenta nessun picco di sovralongazione, un errore a regime assente e un tempo di assestamento al 2.5% molto rapido. La figura seguente rappresenta la risposta del sistema al segnale di riferimento e al disturbo ritardato sempre di 20 secondi.

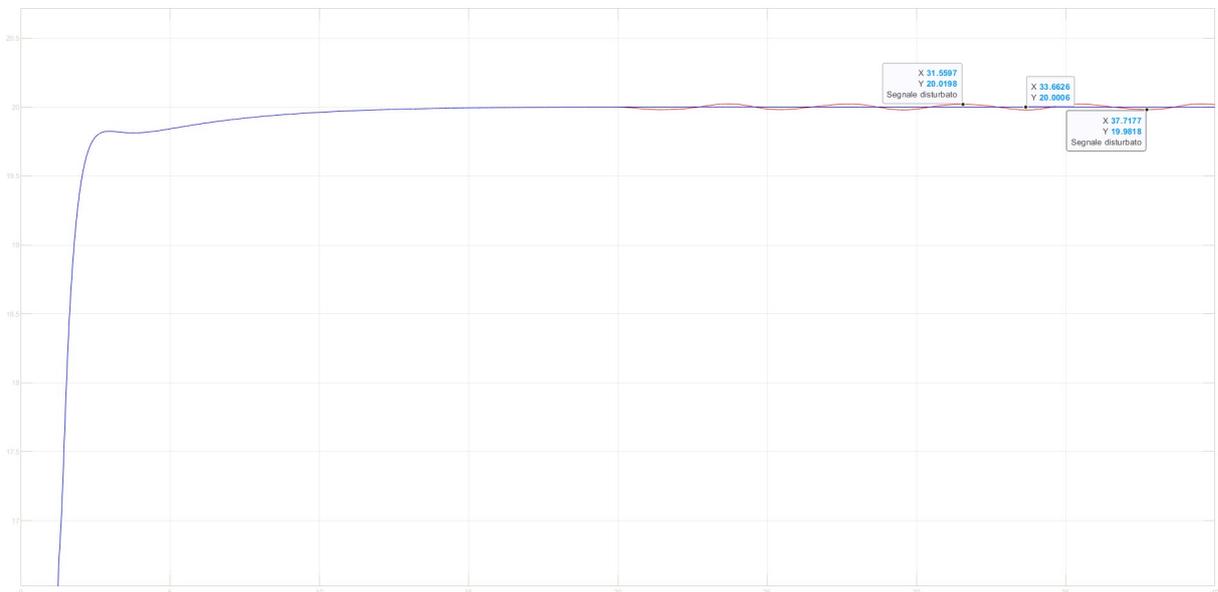


Figura 4.10: Risposta del sistema controllato da C_{2PID} al segnale di riferimento e al disturbo

La risposta del sistema al segnale disturbato (grafico rosso) non causa grosse differenze rispetto alla risposta del segnale non disturbato (grafico blu).

Capitolo 5

Conclusione

Questa tesi aveva lo scopo di progettare un sistema di controllo che portasse e mantenesse una camera sommersibile a una profondità stabilita, rispettando diverse specifiche. Il sistema è stato realizzato tramite un doppio anello di retroazione negativa costituito da un controllore sintetizzato per garantire la stabilità BIBO del sistema e un controllore (ottenuto in due diverse forme) per le specifiche richieste. Per la sintesi dei controllori è stato necessario ricorrere all'applicazione Control System Design di MATLAB. Tramite Simulink, un ambiente di simulazione basato su MATLAB, si è potuto simulare il sistema utilizzando diagrammi a blocchi dando la possibilità di osservare la risposta del sistema ai due segnali (di riferimento e disturbo) attivi contemporaneamente. È bene evidenziare che il problema qui trattato è stato reso poco realistico per via delle semplificazioni adottate sul sistema e che queste ultime hanno fatto sì che fosse più trattabile dal punto di vista di una tesi accademica che verte puramente ad approfondire la materia dei Controlli Automatici con un esempio specifico di controllo. Grazie alla stesura di questa tesi, ho avuto l'opportunità di esplorare in modo approfondito diversi aspetti e argomenti riguardanti i Controlli Automatici e l'utilizzo dei software Matlab e Simulink precedentemente citati.

Bibliografia

- [1] Mauro Bisiacco e M. Elena Valcher. *Controlli Automatici*. Libreria Progetto, 2015.
- [2] Gianluigi Pillonetto e Mauro Bisiacco. *Sistemi e Modelli*. Esculapio, 2014.
- [3] Pierluigi Zotto, Sergio Lo Russo, and Paolo Sartori. *Fisica Generale, Meccanica - Termodinamica*. La Dotta, 2018.
- [4] Pagina wikipedia sottomarino. <https://it.wikipedia.org/wiki/Sottomarino>.
- [5] Storia del primo sottomarino costruito. <https://www.focus.it/tecnologia/innovazione/quando-e-stato-costruito-il-primo-sottomarino>.

