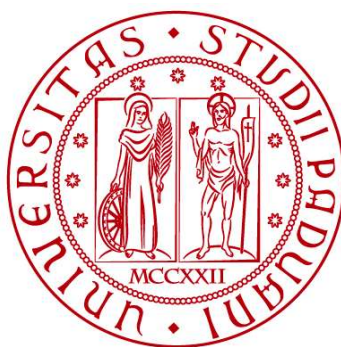


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE E AMBIENTALE
Department Of Civil, Environmental and Architectural Engineering

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile



TESI DI LAUREA

**INSTABILITA' FLESSO-TORSIONALE DI UNA TRAVE CON
SEZIONE A T**

Relatore:
Chiar.mo PROF. ROBERTO SCOTTA

Laureando: KOSTA GIGOVIC
1183825

ANNO ACCADEMICO 2021-2022

RIASSUNTO

L'obiettivo di questa tesi è la trattazione del momento resistente all'instabilità flessio-torsionale nel caso specifico di trave incastrata ad una estremità e lasciata libera su quella opposta. La trave in oggetto avrà la sezione trasversale a T e il carico agente ricercato da normativa avendo come dati l'ubicazione dell'opera.

Prima di procedere con lo svolgimento vero e proprio della ricerca dell'instabilità flessio-torsionale della trave, verranno confrontati due modelli agli elementi finiti: nel primo, la trave viene schematizzata come un insieme di elementi *beam*; nel secondo, la trave viene ipotizzata come l'insieme di più elementi *plate*.

L'analisi è svolta in un primo momento in campo lineare, calcolando le tensioni agenti sulla trave da normativa, per poi trovare il punto di biforcazione elastico. In questo caso si evidenzia, tenendo la sezione costante, che l'altezza di applicazione del carico influenza il comportamento della struttura. I modelli poi vengono confrontati con la formulazione teorica.

In un secondo momento, lo studio tratta di analisi non lineare, partendo dallo studio di analisi non lineare per materiale (MNA), passando per l'analisi non lineare per geometria (GNA), per poi trattare l'analisi non lineare per materiale e geometria (GMNA).

Infine, nelle ultime analisi non lineari, vengono inseriti dei parametri per introdurre le imperfezioni geometriche e le tensioni residue: analisi non lineare per geometria con imperfezioni (GNIA) e analisi non lineare per materiale, geometria e imperfezioni (GMNIA).

La traccia seguita è data dalla normativa europea per l'acciaio.

I risultati di ogni analisi poi vengono commentati e alla fine confrontati tra di loro.

RINGRAZIAMENTI

Vorrei iniziare i ringraziamenti partendo dallo studio RS Ingegneria, che mi ha accolto e dato gli strumenti per poter fare questa ricerca. Un ringraziamento in particolare va all'Ingegnere Jacopo Corà, che mi ha seguito in questo percorso.

Un ringraziamento va anche al mio collega universitario Enrico Cunico, che mi ha spronato a continuare anche quando il percorso universitario sembrava una salita senza fine.

Ringrazio tutti quelli che hanno fatto parte, in modo o nell'altro, di questo percorso.

Ultima, ma non per importanza, la mia famiglia. La ringrazio per avermi dato fiducia in questo percorso, gioendo con me per i successi ottenuti e condividendo anche gli insuccessi, non facendoli mai pesare.

Sommario

1	INTRODUZIONE.....	1
1.1	Premessa	1
1.2	Descrizione del problema.....	3
1.3	Obiettivi e Scopo	4
1.4	Organizzazione della tesi.....	5
2	ARTICOLI IN LETTERATURA.....	7
2.1	Introduzione.....	7
2.2	Accenni delle Normative	7
2.2.1	AISC 360-16.....	7
2.2.2	Eurocodice 1993-1-1.....	10
2.3	Articoli di studi numerici e sperimentali	12
2.3.1	Instabilità flessio-torsionale per travi con sezioni a I doppiamente simmetriche	12
2.3.2	Instabilità flessio-torsionale per travi con sezione a I con singola simmetria.	13
2.3.3	Instabilità flessio-torsionale per le travi con sezione a T.....	16
2.3.4	Modelli di tensioni residue	16
3	RICHIAMI TEORICI.....	19
3.1	Analisi Lineare	19
3.1.1	Equazione governante	19
3.1.2	Coefficiente di carico critico	20
3.2	Analisi non lineare	21
3.2.1	Equazione governante	21
3.2.2	Processo iterativo	22
3.2.3	Non linearità per Materiale	23
3.2.4	Non linearità per Geometria.....	25
4	STRUTTURA IN ESAME	31
4.1	Carico Agente	34
5	MODELLO A ELEMENTI FINITI	35

5.1	Modello del Materiale	35
5.2	Elementi e Mesh.....	38
5.3	Applicazione del carico	39
5.4	Vincoli e condizioni al contorno	41
5.5	Metodi di analisi.....	42
5.6	Imperfezioni geometriche iniziali	43
5.7	Tensioni residue	49
6	ANALISI LINEARE.....	53
6.1	Test Numerico Modello	53
6.1.1	Effetto dell'altezza del carico.....	61
7	ANALISI NON LINEARE.....	65
7.1	Analisi Non Lineare per Materiale (MNA)	65
7.1.1	Premessa	65
7.1.2	Analisi non lineare per materiale	69
7.2	Analisi Non Lineare per Geometria (GNA).....	76
7.3	Analisi Non Lineare per Materiale e Geometria (GMNA)	81
7.4	Analisi Non Lineare per Geometria con Imperfezioni (GNIA)	84
7.5	Analisi Non Lineare per Materiale e Geometria con Imperfezioni (GMNIA).....	90
8	VALUTAZIONE DEI RISULTATI	95
8.1	Conclusioni.....	96
9	BIBLIOGRAFIA	99
A.	APPENDICE: MNA.....	101
B.	APPENDICE: GNA.....	117
C.	APPENDICE: GNIA.....	121
D.	APPENDICE: GMNA	137
E.	APPENDICE: GMNIA	141

INDICE DELLE FIGURE

Figura 1-1 Trave indeformata (a sinistra) e trave soggetta a instabilità presso-flessionale (a destra).....	1
Figura 1-2 Andamento dell'instabilità flessio-torsionale in AASHTO (1998 e 2004) e AISC (1999 e 2005) corrispondente ad un momento uniforme nell'asse principale maggiore ($C_b=1$).....	2
Figura 2-1 Sezione trasversale per travi a I doppiamente simmetriche (a), travi a I simmetrica singolarmente (b), trave a T (c) (Michael Manarin, 2019).....	12
Figura 2-2 Sezioni a I simmetriche singolarmente con dimensioni geometriche (Koch et al. 2019).....	14
Figura 2-3 Schematizzazione delle tensioni residue (Nagaraja Rao, Estuar e Tall (1964).....	17
Figura 2-4 Schematizzazione tensioni residue (Kitipornchai e Lee, 1986a).....	17
Figura 3-1 Curva carico-spostamento per l'instabilità (Figura 7.2, Theoretical Manual Straus7).....	19
Figura 3-2 Tipica curva tensioni-deformazioni per l'acciaio (Figura 10.1, Theoretical Manual Straus7).....	24
Figura 3-3 Deformazione di un corpo (Figura 11.1, Theoretical Manual Straus7).....	25
Figura 4-1 Modello architettonico della stazione ferroviaria.....	31
Figura 4-2 Modello strutturale della stazione ferroviaria.....	31
Figura 4-3 Trave oggetto di studio.....	32
Figura 4-4 Trave oggetto di studio.....	32
Figura 4-5 Altezza di applicazione del carico.....	33
Figura 5-1 Modellazione del comportamento del materiale, (Eurocodice 3, part 1-5 Fig C.2).....	36
Figura 5-2 Curva elasto-plastica del modello.....	37
Figura 5-3 Curva elasto-plastica del modello.....	37
Figura 4 Valori di coefficiente di carico (con $M_{Ed}=138$ KNm) al variare del numero di elementi plate che suddividono la lunghezza dell'anima.....	38
Figura 5-5 Schematizzazione della trave con modello Beam.....	39
Figura 5-6 Schematizzazione della trave con modello Plate.....	40

Figura 5-7 Particolare dell'applicazione del carico per tener presente dello sbalzo aggiuntivo rispetto alla lunghezza della trave	41
Figura 5-8 Vincoli applicati all'estremità della trave	41
Figura 5-9 Modello Beam della trave.....	42
Figura 5-10 Modello Plate della trave	42
Figura 5-11 Tabella 5.1: Design value of initial local bow imperfection e_0/L , UNI EN 1-1,	45
Figura 5-12 Caso di interesse, Tab. D.2.26 UNI EN 1990-2	46
Figura 5-13 Modello senza imperfezione.....	46
Figura 5-14 Modello con imperfezione $e_0/L=1/100$	47
Figura 5-15 Modello con imperfezione $e_0/L=1/500$	47
Figura 5-16 Modello con imperfezione $e_0/L=1/1000$	48
Figura 5-17 Schema tensioni residue per una trave a T (Kitipornchai e Lee (1986a)) ..	49
Figura 5-18 Applicazione temperatura per simulare lo stress residuo	49
Figura 5-19 Stress residui nella trave a T con spessore anima 25,00 mm.....	50
Figura 5-20 Stress residui anima nella trave a T con spessore anima 25,00 mm.....	50
Figura 5-21 Stress residui ala nella trave a T con spessore anima 25,00 mm.....	51
Figura 6-1 Sezione tipo della trave a T (misure in mm).....	54
Figura 6-2 Valori di momento critico in base al metodo utilizzato al variare dello spessore dell'anima	55
Figura 6-3 Casi presi in esame al variare dello spessore sia dell'anima che dell'ala della trave	58
Figura 6-4 Valori ottenuti nei diversi casi del modello Plate: al variare dello spessore dell'anima dei valori 18,00mm, 25,00 mm, 30,00mm, e dello spessore dell'ala da 18,00mm a 35,00mm.....	59
Figura 6-5 Sezione trave (misure in mm).....	62
Figura 6-6 Valori di momento critico al variare dell'altezza di applicazione del carico	62
Figura 7-1 Modello.....	69
Figura 7-2 Sezione tipo della trave a T (misure in mm).....	70
Figura 7-3 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm (plateau orizzontale)	74

Figura 7-4 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm (plateau orizzontale).....	74
Figura 7-5 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm (con incrudimento)	75
Figura 7-6 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm (con incrudimento)	75
Figura 7-7 Trave indeformata (spessore anima 25,00 mm).....	78
Figura 7-8 Valori di spostamento ottenuti nello step critico di instabilità (spessore anima 25,00mm).....	79
Figura 7-9 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm	79
Figura 7-10 Esempio di warning associato al metodo Arc-Lenght per trovare il carico critico all'instabilità della sezione.....	80
Figura 7-11 Trave indeformata (spessore anima 25,00 mm).....	82
Figura 7-12 Valori di spostamento ottenuti nello step critico di instabilità (spessore anima 25,00mm).....	82
Figura 7-13 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm	83
Figura 7-14 Valori di spostamento ottenuti nello step critico di instabilità (spessore anima 25,00mm) per il caso di $e_0=L/100$	86
Figura 7-15 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/100$	86
Figura 7-16 Valori di spostamento ottenuti nello step critico di instabilità (spessore anima 25,00mm) per il caso di $e_0=L/500$	87
Figura 7-17 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/500$	87
Figura 7-18 Valori di spostamento ottenuti nello step critico di instabilità (spessore anima 25,00mm) per il caso di $e_0=L/1000$	88

Figura 7-19 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$	88
Figura 7-20 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ ed $e_0=L/1000$	89
Figura 7-21 Valori di spostamento ottenuti nello step critico di instabilità (spessore anima 25,00mm) per il caso di $e_0=L/100$	91
Figura 7-22 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/100$	92
Figura 7-23 Valori di spostamento ottenuti nello step critico di instabilità (spessore anima 25,00mm) per il caso di $e_0=L/500$	92
Figura 7-24 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/500$	93
Figura 7-25 Valori di spostamento ottenuti nello step critico di instabilità (spessore anima 25,00mm) per il caso di $e_0=L/1000$	93
Figura 7-26 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$	94
Figura 7-27 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ e $e_0=L/1000$	94
Figura 8-1 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm delle diverse analisi	96
Figura A-1 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm (plateau orizzontale)	101
Figura A-2 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm (plateau orizzontale)	101

Figura A-3 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm (con incrudimento)	102
Figura A-4 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm (con incrudimento)	102
Figura A-5 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm (plateau orizzontale)	103
Figura A-6 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm (plateau orizzontale)	103
Figura A-7 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm (con incrudimento)	104
Figura A-8 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm (con incrudimento)	104
Figura A-9 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm (plateau orizzontale)	105
Figura A-10 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm (plateau orizzontale)	105
Figura A-11 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm (con incrudimento)	106
Figura A-12 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm (con incrudimento)	106

Figura A-13 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm (plateau orizzontale)	107
Figura A-14 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm (plateau orizzontale)	107
Figura A-15 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm (con incrudimento)	108
Figura A-16 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm (con incrudimento)	108
Figura A-17 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm (plateau orizzontale)	109
Figura A-18 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm (plateau orizzontale)	109
Figura A-19 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm (con incrudimento)	110
Figura A-20 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm (con incrudimento)	110
Figura A-21 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm (plateau orizzontale)	111
Figura A-22 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm (plateau orizzontale)	111

Figura A-23 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm (con incrudimento)	112
Figura A-24 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm (con incrudimento)	112
Figura A-25 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm (plateau orizzontale)	113
Figura A-26 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm (plateau orizzontale)	113
Figura A-27 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm (con incrudimento)	114
Figura A-28 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm (con incrudimento)	114
Figura A-29 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm (plateau orizzontale)	115
Figura A-30 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm (plateau orizzontale)	115
Figura A-31 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm (con incrudimento)	116
Figura A-32 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm (con incrudimento)	116
Figura B-1 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm	117

Figura B-2 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm	117
Figura B-3 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm	118
Figura B-4 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm	118
Figura B-5 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm	119
Figura B-6 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm	119
Figura B-7 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm	120
Figura B-8 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm	120
Figura C-1 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm nel caso di $e_0=L/100$	121
Figura C-2 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm nel caso di $e_0=L/500$	121
Figura C-3 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$	122
Figura C-4 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ ed $e_0=L/1000$	122
Figura C-5 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm nel caso di $e_0=L/100$	123
Figura C-6 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm nel caso di $e_0=L/500$	123

Figura C-7 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$	124
Figura C-8 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ ed $e_0=L/1000$	124
Figura C-9 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm nel caso di $e_0=L/100$	125
Figura C-10 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm nel caso di $e_0=L/500$	125
Figura C-11 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$	126
Figura C-12 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ ed $e_0=L/1000$	126
Figura C-13 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm nel caso di $e_0=L/100$	127
Figura C-14 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm nel caso di $e_0=L/500$	127
Figura C-15 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$	128
Figura C-16 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ ed $e_0=L/1000$	128

Figura C-17 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/100$	129
Figura C-18 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/500$	129
Figura C-19 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$	130
Figura C-20 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ ed $e_0=L/1000$	130
Figura C-21 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm nel caso di $e_0=L/100$	131
Figura C-22 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm nel caso di $e_0=L/500$	131
Figura C-23 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$	132
Figura C-24 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ ed $e_0=L/1000$	132
Figura C-25 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm nel caso di $e_0=L/100$	133
Figura C-26 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm nel caso di $e_0=L/500$	133

Figura C-27 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$	134
Figura C-28 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ ed $e_0=L/1000$	134
Figura C-29 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm nel caso di $e_0=L/100$	135
Figura C-30 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm nel caso di $e_0=L/500$	135
Figura C-31 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$	136
Figura C-32 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ ed $e_0=L/1000$	136
Figura D-1 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm.....	137
Figura D-2 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm.....	137
Figura D-3 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm.....	138
Figura D-4 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm.....	138
Figura D-5 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm.....	139
Figura D-6 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm.....	139
Figura D-7 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm.....	140

Figura D-8 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm	140
Figura E-1 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm nel caso di $e_0=L/100$	141
Figura E-2 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm nel caso di $e_0=L/500$	141
Figura E-3 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$	142
Figura E-4 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ e $e_0=L/1000$	142
Figura E-5 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm nel caso di $e_0=L/100$	143
Figura E-6 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm nel caso di $e_0=L/500$	143
Figura E-7 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$	144
Figura E-8 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ e $e_0=L/1000$	144
Figura E-9 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm nel caso di $e_0=L/100$	145
Figura E-10 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm nel caso di $e_0=L/500$	145

Figura E-11 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$	146
Figura E-12 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ e $e_0=L/1000$	146
Figura E-13 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm nel caso di $e_0=L/100$	147
Figura E-14 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm nel caso di $e_0=L/500$	147
Figura E-15 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$	148
Figura E-16 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ e $e_0=L/1000$	148
Figura E-17 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/100$	149
Figura E-18 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/500$	149
Figura E-19 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$	150
Figura E-20 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ e $e_0=L/1000$	150

Figura E-21 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm nel caso di $e_0=L/100$	151
Figura E-22 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm nel caso di $e_0=L/500$	151
Figura E-23 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$	152
Figura E-24 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ e $e_0=L/1000$	152
Figura E-25 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm nel caso di $e_0=L/100$	153
Figura E-26 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm nel caso di $e_0=L/500$	153
Figura E-27 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$	154
Figura E-28 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ e $e_0=L/1000$	154
Figura E-29 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm nel caso di $e_0=L/100$	155
Figura E-30 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm nel caso di $e_0=L/500$	155

Figura E-31 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$	156
Figura E-32 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ e $e_0=L/1000$	156

INDICE DELLE TABELLE

Tabella 2-1 Curve dell'instabilità (EN 1993 1-1)	11
Tabella 2-2 Fattore di imperfezione dovuto all'instabilità (EN 1993 1-1)	11
Tabella 4-1 Coefficienti di combinazione	34
Tabella 4-2 Valore dei carichi e rispettivo momento risultante con coefficiente per ogni combinazione.....	34
Tabella 5-1 Valori di coefficiente di carico (con $M_{Ed}=138$ KNm) al variare del numero di elementi plate che suddividono la lunghezza dell'anima.....	38
Tabella 6-1 Momenti critici ottenuti tramite modello Beam, modello Plate, formule teoriche con $w_1=1$ e w_1 'corretto'	56
Tabella 6-2 Valori ottenuti di momento critico (in kNm) mantenendo lo spessore dell'anima e variando lo spessore dell'ala nei 3 casi: spessore anima 18,00mm, 25,00mm e 30,00mm nel modello Plate e nella formulazione teorica (spessori in mm).....	60
Tabella 6-3 Valori di momento critico e 'Load factor' al variare dell'altezza di applicazione del carico	63
Tabella 7-1 Valori di λp_0 e αp (Tabella B.1, EN 1993 1-6).....	67
Tabella 7-2 Valori di ρ	68
Tabella 7-3 Incrementi di carico utilizzati.....	71
Tabella 7-4 Valori di momento resistente elastico, plastico e plastico tramite FEM con e senza incrudimento	72
Tabella 7-5 Coefficienti di carico critico ottenuti da Linear Buckling (LB) e analisi non lineare per materiale MNA	73
Tabella 7-6 Valori dei coefficienti di carico ottenuti dall'analisi di Linear Buckling (LB) e l'analisi non lineare per geometria (GNA).....	78
Tabella 7-7 Valori di Load Factor nel caso di analisi di Linear Buckling, nell'analisi non lineare per geometria (GNA) e nell'analisi non lineare per materiale e geometria (GMNA)	81
Tabella 7-8 Valori di Load Factor nel caso di analisi non lineare per geometria (GNA) e nell'analisi non lineare per geometria con imperfezioni (GNIA)	85
Tabella 7-9 Valori di Load Factor nel caso di analisi non lineare per materiale e geometria con imperfezioni (GMNIA).....	90
Tabella 8-1 Tipi di analisi.....	95

1 INTRODUZIONE

1.1 Premessa

Nelle travi di acciaio sono imposti dei limiti restringenti per garantire la totale funzionalità e sicurezza. La deformazione e la vibrazione delle travi sono tenute presenti dalla normativa nella funzionalità delle stesse. La sicurezza, invece, viene verificata tramite delle analisi di stati limite, dove le sollecitazioni, e/o combinazioni di esse, vengono confrontate con valori resistenti limite. Alcune delle analisi da verificare sono le tensioni contenute nelle sezioni trasversali, instabilità locale, rottura per taglio, stati limite di fatica e instabilità flessione-torsionale. L'instabilità flessione-torsionale (*Lateral-torsional buckling (LTB)*) è un modo di rottura della trave nella quale la deformazione è una conseguenza al carico applicato nel suo asse longitudinale. La deformazione si presenta come un movimento traslazionale e rotazionale della sezione.

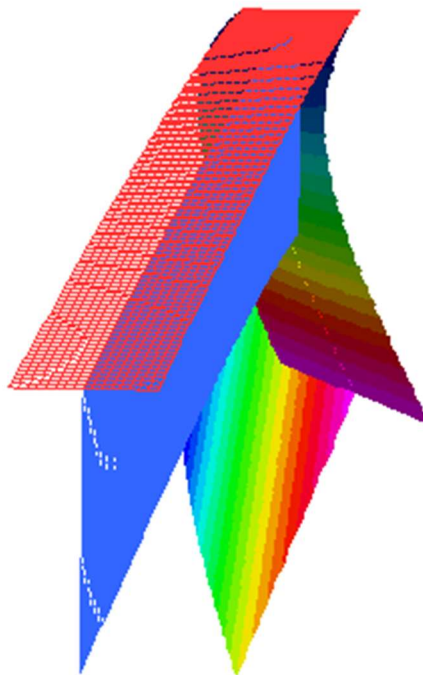


Figura 1-1 Trave indeformata (a sinistra) e trave soggetta a instabilità presso-flessionale (a destra)

La rottura per LTB può essere schematizzata in una delle tre categorie condizionate dalla snellezza della trave: (1) non c'è rottura per LTB con il raggiungimento della capacità della sezione trasversale, (2) LTB anelastico, o (3) LBT elastico.

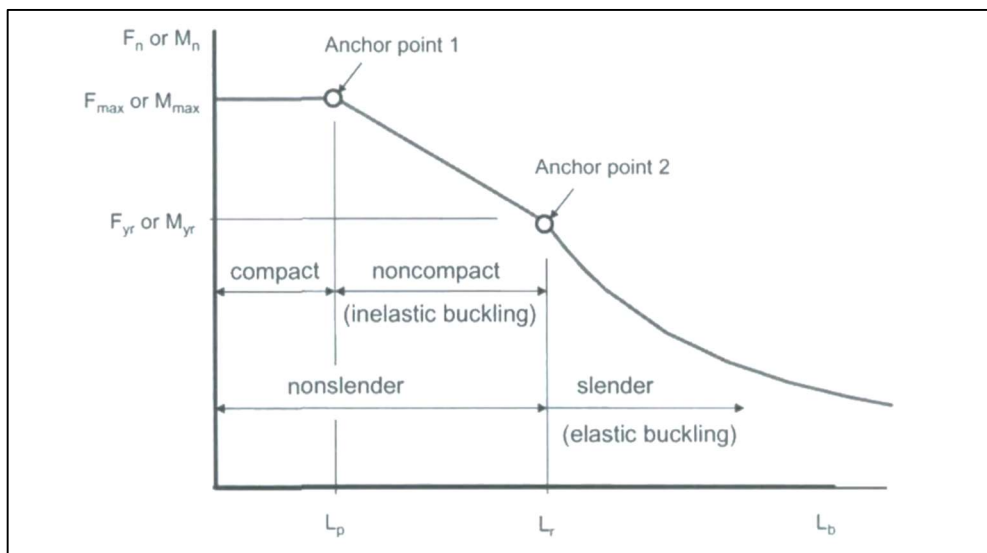


Figura 1-2 Andamento dell'instabilità flessione-torsionale in AASHTO (1998 e 2004) e AISC (1999 e 2005) corrispondente ad un momento uniforme nell'asse principale maggiore ($C_b=1$)

Si può osservare che le travi tozze collassano per il superamento del momento massimo resistente della sezione trasversale della trave, le travi con una lunghezza intermedia collassano per LBT anelastico, e le travi snelle collassano per LBT elastico.

Per la progettazione delle travi in opposizione del LTB, le normative vigenti seguono delle equazioni simili per determinare il valore resistente delle travi in acciaio.

La capacità dell'instabilità flessione-torsionale elastica è stata ricavata dalle equazioni generali (Galambos, 1968), poi adattata usando un coefficiente che tiene conto del carico soggetto nella situazione considerata. Il momento resistente all'instabilità flessione-torsionale anelastica viene approssimata tramite formule empiriche. La capacità resistente della sezione trasversale, invece, viene calcolata tenendo conto della tensione di snervamento del materiale e dai moduli plastici o elastici della sezione trasversale, determinati dalla classe della sezione.

1.2 Descrizione del problema

Il momento resistente per l'instabilità flessio-torsionale dipende dal momento agente lungo la trave che dipende a sua volta dalla configurazione del carico applicato. La formulazione usata per trovare la capacità resistente usa il fatto che il carico agente sulla trave dà un momento costante. Se il momento risultante sulla trave fosse diverso dalla condizione sopra citata, si fa riferimento ad un coefficiente di momento gradiente per adattare la formulazione del momento resistente per l'instabilità elastica flessio-torsionale. Le normative vigenti attualmente descrivono dei coefficienti per le sezioni a I doppiamente o singolarmente simmetriche, mentre se si ha una trave a sezione T non è presente un coefficiente da integrare nella formulazione del momento resistente. Le normative, per la sezione a T, lasciano al progettista la determinazione del coefficiente da applicare al calcolo. C'è una carenza di studio su questo specifico punto.

1.3 Obiettivi e Scopo

L'obiettivo di questa tesi è la trattazione del momento resistente all'instabilità flessotorsionale nel caso specifico di trave incastrata ad una estremità e lasciata libera su quella opposta. La trave in oggetto avrà la sezione trasversale a T e il carico agente sarà costante su tutta la lunghezza della trave. L'analisi sarà svolta con modelli agli elementi finiti. Lo scopo della tesi è la ricerca di un coefficiente di gradiente di momento da poter utilizzare per adattare la formulazione al caso specifico. Questa ricerca sarà concentrata su:

La ricerca di un comportamento dell'instabilità flessotorsionale elastica di una sezione a T e stabilire un fattore di gradiente di momento

La ricerca dell'effetto della tensione residua su una sezione a T esposta a instabilità flessotorsionale anelastica.

La ricerca del comportamento dell'instabilità flessotorsionale anelastica su una sezione a T e determinare i momenti LBT.

In primo luogo, la sezione verrà studiata con un modello elastico.

Lo step successivo sarà creare un modello che contenga al suo interno la non linearità del materiale.

Il modello seguente sarà strutturato in modo da avere la non linearità per geometria.

Infine, si realizzerà un modello che tenga conto della non linearità del materiale, non linearità geometrica e anche delle imperfezioni.

1.4 Organizzazione della tesi

La tesi sarà organizzata in nove capitoli: il primo capitolo è un'introduzione all'argomento trattato, con descrizione del problema, degli obiettivi e dello scopo della tesi; il secondo capitolo riprende le normative e le ricerche già svolte sull'argomento trattato nella tesi, l'instabilità flessio-torsionale.

Nel terzo capitolo viene introdotta la formulazione teorica alla base dei modelli ad elementi finiti, usati poi per fare le analisi.

Nel quarto capitolo viene introdotta la struttura oggetto di studio e dei carichi da normativa da applicare ad essa.

Nel quinto capitolo si presenta il modello finalizzato per poter condurre le analisi con discussione sulle imperfezioni e sulle tensioni residue.

Nel sesto capitolo si introduce l'analisi lineare sulla trave a T interessata.

Nel settimo capitolo si introducono le analisi non lineari, per materiale, per geometria, per materiale e geometria, per geometria con imperfezioni e per materiale e geometria con imperfezioni.

L'ottavo capitolo consiste nella valutazione dei risultati, confrontando i risultati ottenuti dalle diverse analisi.

Nell'appendice vengono inseriti i risultati ottenuti per le diverse sezioni per ogni analisi svolta.

2 ARTICOLI IN LETTERATURA

2.1 Introduzione

L'instabilità flessio-torsionale è stata studiata ampiamente nei casi di sezione a I con doppia o singola simmetria con momento a singola o doppia curvatura. Nel caso di sezione a T, le ricerche svolte fino ad ora sono scarseggianti. Si riporta la letteratura, partendo dalle normative vigenti: 'American steel design specification' (AISC 360-16) e 'Eurocode' (1993-1-1 (2005)). In seguito, verranno passate in rassegna le ricerche fino a qui condotte per la determinazione dell'instabilità flessio-torsionale sulle travi con sezioni a I e sezioni a T. Infine, vengono riportati accenni su modelli di tensioni residue per le travi con sezioni a T che tendono a condizionare i risultati sull'instabilità anelastica.

2.2 Accenni delle Normative

Le normative si focalizzano sull'instabilità delle sezioni doppiamente e singolarmente simmetriche con sezione a I, mentre nel caso analizzato partire dalla formulazione contenuta nelle normative per poi determinare una trattazione per le travi in acciaio con sezione a T.

In quanto la geometria della trave a T presenta solo un'ala, si deduce che il comportamento della trave sarà differente in caso che l'ala sia soggetta a compressione o tensione. Se l'ala è in compressione, la trave avrà l'anima maggiormente soggetta a tensione e di conseguenza non è suscettibile a instabilità locale, comportamento simile a una trave con sezione a I. Nel caso opposto, cioè ala in tensione, l'anima della trave è soggetta a compressione ed è suscettibile a instabilità locale.

2.2.1 AISC 360-16

L'instabilità delle travi è descritta nella sezione F nella AISC 360-16 (2016). Nel paragrafo sono incluse le travi aventi sezioni a I con ali compatte, non compatte e snelle e con anima compatta o non compatta che girano attorno ai loro assi principali della sezione. Nella sezione F5 vengono descritte le sezioni con doppia e singola simmetria di sezione a I con anima snella che girano attorno agli assi principali, e nella sezione F9 vengono descritti i procedimenti riguardanti le sezioni a T. Dalle sezioni compatte ci si

aspetta che raggiungano una capacità al momento plastico totale, dalle non compatte che può raggiungere l'instabilità locale prima di raggiungere il momento plastico resistente e nelle sezioni snelle che si raggiunga l'instabilità locale prima di raggiungere il momento di snervamento. Nella sezione F9 ci si focalizza su come trovare il momento resistente avendo l'anima della sezione a T in tensione.

Il momento resistente M_n di una trave con sezione a T è il valore minimo tra il momento plastico, M_p , il momento resistente all'instabilità flessione-torsionale elastica, M_{cr} , il momento resistente all'instabilità flessione-torsionale anelastica $M_{n,LTB}$, il momento associato all'instabilità locale dell'ala $M_{n,FLB}$, e il momento associato all'instabilità locale dell'anima, $M_{n,SLB}$.

Il momento resistente dovuto all'instabilità flessione-torsionale è determinato attraverso la lunghezza L_b , la massima distanza laterale che permetterebbe di raggiungere alla trave lo stato limite di snervamento, L_p , e la lunghezza massima laterale che permetterebbe alla trave di raggiungere lo stato limite di instabilità flessione-torsionale anelastica, L_r . L_p e L_r sono definite nelle seguenti espressioni riprese dalla normativa:

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (2.1)$$

$$L_r = 1.95 \left(\frac{E}{F_y} \right) \frac{\sqrt{I_y J}}{S_x} \sqrt{2.36 \left(\frac{F_y}{E} \right) \frac{d_t S_x}{J} + 1} \quad (2.2)$$

Nella quale r_y è il raggio di rotazione attorno l'asse y, S_x è il modulo elastico della sezione e d_t è lunghezza della sezione a T in tensione.

Quando $L_b \leq L_p$, finché l'instabilità locale è ostacolata, la rottura della trave avviene per snervamento e il valore del momento limitante è calcolato in modo differente nel caso di anima in tensione o anima in compressione.

Si assume che $M_n = M_p$.

Se l'anima della sezione a T è in tensione allora

$$M_p = F_y Z_x \leq 1.6 M_y \quad (2.3)$$

Se l'anima della sezione a T è in compressione allora

$$M_p = F_y Z_x \leq M_y \quad (2.4)$$

Z_x è il modulo plastico della sezione attorno all'asse x, e M_y è il momento di snervamento della stessa. Il limite di $1.6 M_y$ è preso per prevenire un prematuro snervamento sotto carichi di servizio. Molte travi con sezioni a T hanno un fattore di forma per il quale la sezione non cede al raggiungimento dello stato limite di M_p , ma piuttosto non verifica lo stato limite di servizio.

Quando $L_p < L_b \leq L_r$, la trave arriva a rottura per instabilità flessio-torsionale anelastica. Il momento corrispondente, $M_{n,LTB}$, è calcolato dall'espressione:

$$M_{n,LTB} = M_p - (M_p - M_y) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \quad (2.5)$$

Quando $L_b > L_r$, la trave arriva a rottura per instabilità flessio-torsionale elastica, con il momento M_{cr} , dato dalle equazioni:

$$M_{cr} = \frac{1.95E}{L_b} \sqrt{I_y J} (B + \sqrt{1 + B^2}) \quad (2.6)$$

$$B = 2.3 \left(\frac{d}{L_b} \right) \sqrt{\frac{I_y}{J}} \quad (2.7)$$

Da notare che il fattore di gradiente di momento, C_b , è assunto pari a 1,0 implicitamente. Questo significa che, a differenza delle travi con sezione a I, le travi con sezione a T non sono influenzate dall'andamento del momento lungo la lunghezza della trave.

L'instabilità locale dell'ala della sezione a T soggetta a compressione flessionale, se ala classificata compatta, non viene considerata.

Se l'ala è classificata non compatta, l'equazione del momento da considerare è

$$M_{n,FLB} = \left[M_P - (M_P - 0.7F_y S_x) \left(\frac{\lambda - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}} \right) \right] \leq 1.6M_y \quad (2.8)$$

Per sezioni con l'ala snella invece

$$M_n = \frac{0.7ES_{xc}}{\left(\frac{b_f}{2t_f} \right)^2} \quad (2.9)$$

Dove

- S_{xc} è modulo elastico della sezione riferito all'ala compressa
- $\lambda = \frac{b_f}{2t_f}$
- $\lambda_{pf} = \lambda_p = 0.38 \sqrt{E/F_y}$ la snellezza limite per l'ala compatta
- $\lambda_{rf} = \lambda_r = 1.0 \sqrt{E/F_y}$ la snellezza limite per l'ala non compatta

$M_{n,SLB}$ non è applicabile quando l'anima è in tensione.

2.2.2 Eurocodice 1993-1-1

La normativa europea tratta l'instabilità nel paragrafo 6.3.2.2 per casi generali con sezione costante e il caso di sezione a I laminata o l'equivalente sezione saldata nel paragrafo 6.3.2.3.

Le equazioni per la verifica dell'instabilità vengono descritte nel paragrafo 6.3.2.1.

Il caso trattato, sezione a T, è trattato nel primo caso, cioè nel caso generale. La resistenza all'instabilità, corretta da coefficienti, $M_{n,Rd}$, è data da

$$M_{n,Rd} = \chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (2.10)$$

Dove

W_y è il modulo della sezione (plastico se classe 1 e 2; elastico se classe 3),

f_y è la forza di snervamento dell'acciaio,

γ_{M1} coefficiente di resistenza pari a 1,0

χ_{LT} è il coefficiente di riduzione dell'instabilità flessio-torsionale definito come

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1.0 \quad (2.11)$$

$$\Phi_{LT} = 0.5[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (2.12)$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} \quad (2.13)$$

Dove

α_{LT} è un coefficiente di imperfezione che tiene conto del rapporto della larghezza e l'altezza della sezione, e se sezione laminata o saldata.

M_{cr} è il momento critico elastico riferito all'instabilità flessio-torsionale e include gli effetti conseguenti alla variazione del momento rispetto agli assi della trave.

Tabella 2-1 Curve dell'instabilità (EN 1993 1-1)

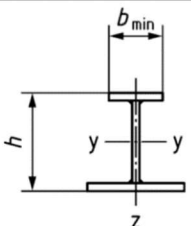
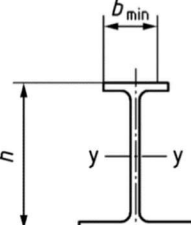

Cross-section		Limits	Buckling curve
Welded I-sections ^a		$h/b_{\min} \leq 2,0$	c
		$h/b_{\min} > 2,0$	d
Rolled I-sections ^a		$h/b_{\min} \leq 2,0$	a
		$h/b_{\min} > 2,0$	b
Other sections (e.g. C-, U-, T-sections)		—	d

Tabella 2-2 Fattore di imperfezione dovuto all'instabilità (EN 1993 1-1)

Buckling curve	a ₀	a	b	c	d
Imperfection factor α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

La normativa non definisce la formulazione da usare per la determinazione del momento critico elastico M_{cr} , lasciando al progettista la scelta del metodo da usare per calcolare M_{cr} in modo appropriato.

2.3 Articoli di studi numerici e sperimentali

Le ricerche si focalizzano su determinate forme di sezioni della trave soggette a instabilità flesso-torsionale: sezioni a I doppiamente simmetriche, sezioni a I singolarmente simmetriche e sezioni a T.

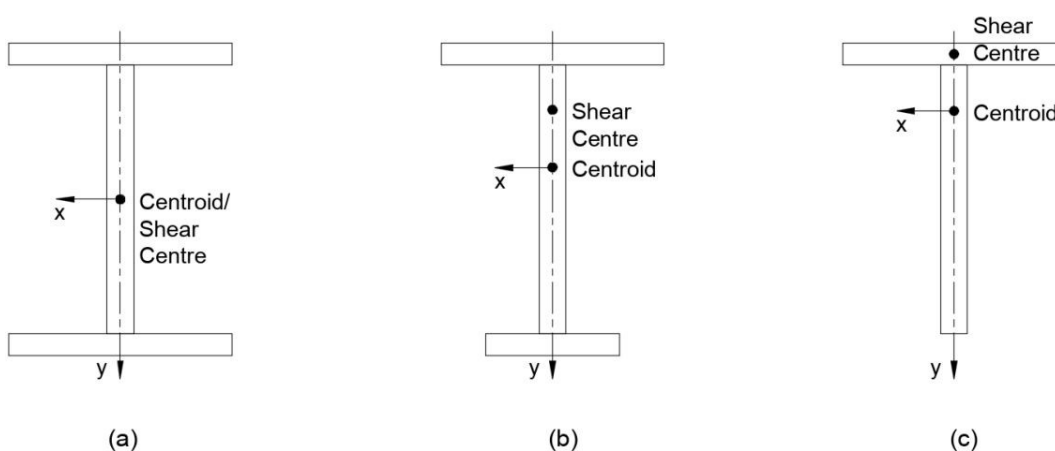


Figura 2-1 Sezione trasversale per travi a I doppiamente simmetriche (a), travi a I simmetrica singolarmente (b), trave a T (c) (Michael Manarin, 2019)

2.3.1 Instabilità flesso-torsionale per travi con sezioni a I doppiamente simmetriche

Questo tipo di sezioni sono state ampiamente studiate nel XX secolo. L'instabilità è tenuta conto da un set di equazioni differenziali, ma per casi specifici si è giunti a semplificare queste equazioni, o a risolverle, come per esempio per le travi a sezione doppiamente simmetrica a forma di I con momento agente costante. Se però il momento varia lungo la lunghezza della trave si è introdotto dei coefficienti correttivi che tengono conto della variazione.

2.3.1.1 Salvadori (1955)

Dalle ricerche svolte è riuscito a notare che una trave soggetta a un momento lineare non nullo è meno suscettibile all'instabilità flesso-torsionale rispetto ad una trave

soggetta a un momento costante lungo la sua lunghezza. Da questa osservazione deriva il coefficiente

$$\omega_2 = 1.75 + 1.05 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + 0.3 \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2 \leq 2.3 \quad (2.14)$$

Dove M_1 corrisponde al momento minore all'estremità e M_2 è il momento maggiore all'estremità. Questa equazione è contenuta nella normativa americana e in quella canadese con limite superiore pari a 2.5, nel caso di variazione lineare del momento lungo la trave.

2.3.1.2 Wong e Driver (2010)

Il loro metodo non è applicabile quando il momento applicato è concentrato. Un altro limite è quando si è in presenza di improvvise variazioni al diagramma di momento. Il 'quarter-point method' è dato da

$$\omega_2 = \frac{4M_{max}}{\sqrt{M_{max}^2 + 4M_a^2 + 7M_b^2 + 4M_c^2}} \leq 2.5 \quad (2.15)$$

Secondo loro il limite superiore si potrebbe togliere o rimuovere, in quanto la radice quadrata fornisce buoni risultati, tuttavia, il limite è stato mantenuto in quanto l'influenza delle imperfezioni aumenta all'aumentare del valore di ω_2 . Questo metodo è l'unico accettato nella normativa canadese CSA S16-14 e permesso nella normativa americana AISC 360-16 secondo le specifiche descritte.

2.3.2 Instabilità flesso-torsionale per travi con sezione a I con singola simmetria.

Le trattazioni in questo campo sono simili a quelle precedenti, cioè sezioni a I a doppia simmetria, ma con la differenza che gli spessori e le lunghezze delle ali sono differenti. Anche in questo caso le equazioni non sono risolvibili direttamente (se non adottando soluzioni con approssimazioni) e usando il coefficiente di gradiente di momento per valutare anche l'andamento del momento.

La sezione a T non è inclusa in questa trattazione se non diversamente specificato.

2.3.2.1 Kitipornchai e Trahair (1980)

Introducono nel loro studio parametri che tengono conto della mono simmetria delle sezioni:

ρ valore che tiene conto del grado di mono simmetria, un valore approssimato di grado di mono simmetria, e un parametro di asimmetria β_x , definiti come

$$\rho = \frac{I_{yC}}{I_{yC} + I_{yT}} \quad (2.16)$$

$$\rho \approx \frac{I_{yC}}{I_y} \quad (2.17)$$

$$\beta_x = \frac{1}{I_x} \left\{ (h - \bar{y}) \left[\frac{b_t^3 t_t}{12} + b_t t_t (h - \bar{y})^2 + (h - \bar{y})^3 \frac{w}{4} \right] - \bar{y} \left(\frac{b_c^3 t_c}{12} + b_c t_c (\bar{y})^2 + (\bar{y})^3 \frac{w}{4} \right) \right\} - 2y_0 \quad (2.18)$$

I_{yC} e I_{yT} sono rispettivamente i momenti d'inerzia dell'ala compressa e dell'ala tesa rispetto all'asse y (asse di simmetria), e i termini usati sono presenti nella figura di seguito.

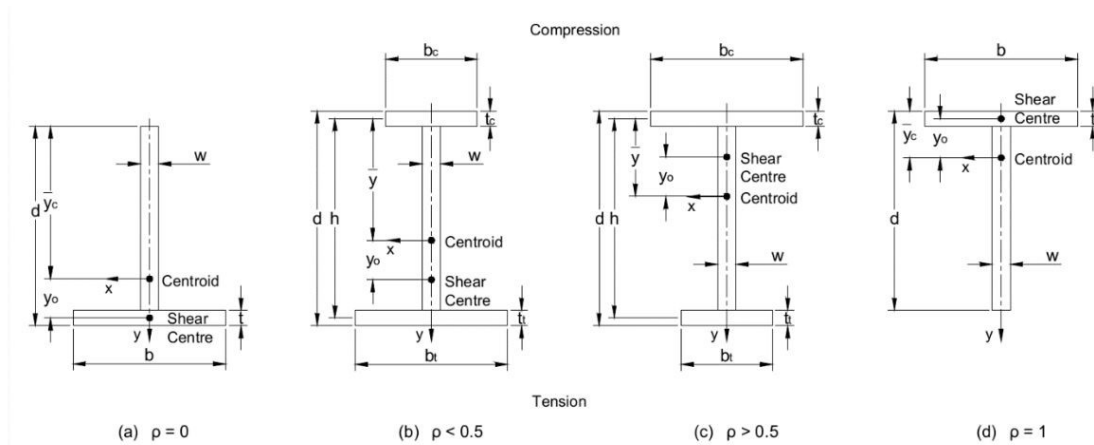


Figura 2-2 Sezioni a I simmetriche singolarmente con dimensioni geometriche (Koch et al. 2019)

Come si vede nell'immagine, le sezioni a T sono i casi limite: $\rho = 0$ se l'ala è in tensione, $\rho = 1$ se l'ala è in compressione. Da notare anche che il caso di sezione a I doppiamente simmetrica corrisponde a $\rho = 0.5$.

Hanno introdotto anche una formulazione approssimativa del parametro di asimmetria, β_x :

$$\beta_x \approx 0.9(2\rho - 1) \left[1 - \left(\frac{I_y}{I_x} \right)^2 \right] \quad (2.19)$$

Limitata a $\frac{I_y}{I_x} \leq 0.5$, per non sovrastimare il parametro al di fuori dei limiti.

2.3.2.2 *Slein, Joeng e White (2018)*

La ricerca condotta mette a confronto le equazioni contenute in AISC 360-16, AASHTO LRFD Bridge Design Specifications e l'equazione proposta da Wong e Driver (2010) per travi doppiamente simmetriche. Viene fuori che l'ultima equazione, proposta da Wong e Driver (2010), è consigliata per travi doppiamente simmetriche con singola o doppia curvatura e per travi a simmetria singola con doppia curvatura. L'equazione poi è stata modificata per le travi a singola simmetria con doppia curvatura come segue

$$\omega_2 = \frac{4 \left(\frac{M_{max}}{M_{cr1}} \right)}{\sqrt{\left(\frac{M_{max}}{M_{cr1}} \right)^2 + 4 \left(\frac{M_A}{M_{cr}} \right)^2 + 7 \left(\frac{M_B}{M_{cr1}} \right)^2 + 4 \left(\frac{M_C}{M_{cr1}} \right)^2}} \leq 2.5 \quad (2.20)$$

M_{cr1} è definito come momento critico elastico sotto a momento uniforme. Il momento critico è calcolato per l'ala compressa nel punto di trave considerato.

Gli autori hanno osservato che l'attuale formulazione contenuta in AISC 360-16 produce risultati grossolanamente conservativi e non.

2.3.2.3 *Koch, Driver, Li e Manarin (2019)*

La ricerca si focalizza sulle equazioni inizialmente proposte da Kitipornchai e Trahair (1980). Gli autori hanno definito che l'equazione Kitipornchai e Wang (1980) può essere estesa ad un intervallo $0.1 \leq \rho \leq 0.9$ con un massimo errore di 9% nel parametro asimmetrico. L'equazione può essere utilizzata per le travi a sezione a T.

2.3.3 Instabilità flessio-torsionale per le travi con sezione a T

Le ricerche fatte sono fatte rispetto al coefficiente di gradiente di momento riferito alle travi a doppia e singola simmetria a sezione a I.

2.3.3.1 *Kitipornchai e Wang (1986)*

Lo studio è stato fatto utilizzando il metodo energetico. È stato definito che se la trave a T ha l'ala in compressione c'è una buona correlazione con l'equazione di Salvadori (1955), mentre non vale lo stesso se l'anima è compressa. Il metodo energetico, quindi, riesce a dare i valori nell'intervallo superiore di soluzioni, ma richiede un numero di termini elevato per poter stimare la soluzione in modo corretto.

2.3.4 Modelli di tensioni residue

Il contributo derivante dalle tensioni residue non può essere trascurato nel calcolo dell'intervallo di valori dell'instabilità flessio-torsionale anelastica.

Gli studi hanno proposto due modelli di tensioni residue: uno per le travi con sezione a T saldata e uno per le travi con sezioni a I tagliata per formare la sezione a T.

2.3.4.1 *Nagaraja Rao, Estuar e Tall (1964)*

Lo studio è stato condotto considerando sezioni saldate usando il metodo di sezionamento. La ricerca riguarda diverse forme di sezione L, T, H, e scatolare. Di interesse le sezioni a T di questa ricerca, le quali sono formate da due lastre saldate tra loro. La variazione di spessore e lunghezza è fatta sia su anima che ala in modo da avere sempre le stesse dimensioni per le due. I risultati ottenuti sono (tensione positiva, compressione negativa).

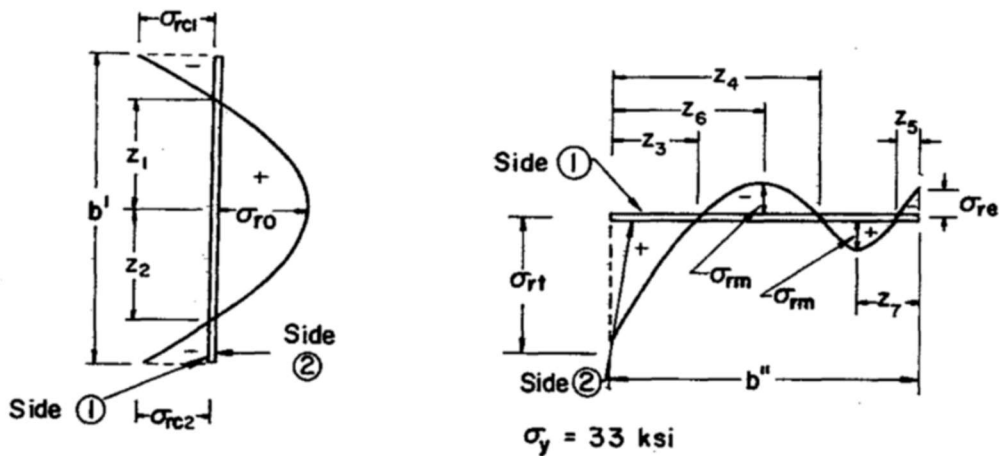


Figura 2-3 Schematizzazione delle tensioni residue (Nagaraja Rao, Estuar e Tall (1964))

2.3.4.2 Kitipornchai e Lee (1986a)

Questo articolo descrive un'indagine sperimentale sull'instabilità anelastica di strutture aventi sezioni ad angolo singolo, a T e a doppio angolo. I risultati sperimentali vengono confrontati con le previsioni teoriche e con le regole di progettazione nell'attuale standard australiano AS 1250-1981 '-' e nelle specifiche americane AISC.

Le sollecitazioni di snervamento medie per ciascuna coppia state utilizzate nel calcolo dei carichi teorici. In tutti i calcoli è stata utilizzata la media di 214 000 MPa. Poiché non sono state effettuate misurazioni dello stress residuo, le distribuzioni idealizzate mostrate in figura sono state assunte per le previsioni teoriche.

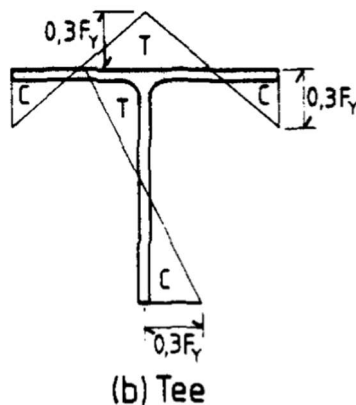


Figura 2-4 Schematizzazione tensioni residue (Kitipornchai e Lee, 1986a)

La media dei rapporti tra il carico di rottura e il carico di instabilità teorico minimo è stata calcolata in 1-00 con una deviazione standard di 0.05.

Comparison of Theoretical and Experimental Buckling Loads

<i>Designation of strut</i>	<i>Theoretical buckling load (kN)</i>			<i>Experimental load (kN)</i>	<i>Type of failure</i>	<i>Experimental load/minimum theoretical load</i>
	<i>Flexural buckling</i>	<i>Flexural-torsional</i>	<i>Plate buckling</i>			
T1-a,b	321	320 ^a	338	315	FT	0.98
T2-a,b	315	310 ^a	338	320	FT	1.03
T3-a,b	410 ^a	419	469	371	F	0.90
T4-a,b	399 ^a	407	469	385	F	0.97
T5-a,b	571	566 ^a	603	519	FT	0.92
T6-a,b	558	556 ^a	603	513	FT	0.92

^aMinimum theoretical loads.

^bF = flexural, FT = flexural-torsional, P = plate buckling.

Si può dedurre che il carico teorico è in linea con il carico sperimentale della ricerca.

3 RICHIAMI TEORICI

In questo capitolo si richiama la formulazione teorica alla base dei programmi di calcolo utilizzati per la ricerca del momento critico e/o del fattore di carico.

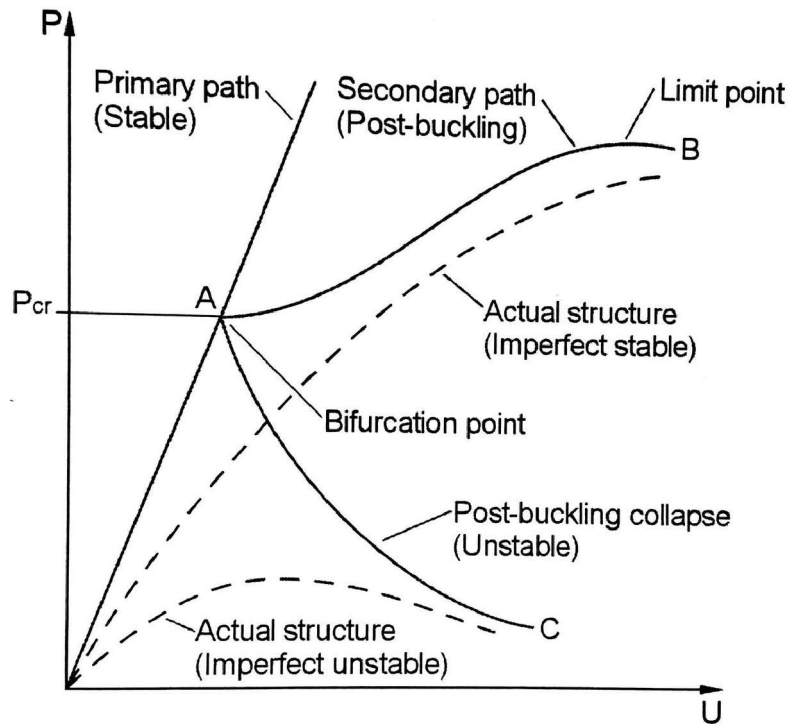


Figura 3-1 Curva carico-spostamento per l'instabilità (Figura 7.2, Theoretical Manual Straus7)

3.1 Analisi Lineare

Un'analisi lineare a instabilità prevede il carico critico e il corrispondente modo sotto il quale la struttura diventerà instabile. L'analisi si erige nell'ipotesi che quando si arriva alla condizione critica esiste un punto di biforcazione nella curva carico-spostamento: due stati infinitesimali di equilibrio in prossimità sono possibili, in uno la trave continua a resistere avendo una resistenza post-instabilità mentre nel secondo caso la struttura collasserà.

3.1.1 Equazione governante

Prima di arrivare al punto critico, le tensioni negli elementi risponderanno in modo proporzionale al carico applicato.

Un modo per calcolare se la struttura è in uno stato di equilibrio instabile è dato da:

$$|\mathbf{K} + \lambda \mathbf{K}_G| = 0 \quad (3.1)$$

Dove

\mathbf{K} matrice di rigidezza globale

\mathbf{K}_G matrice di rigidezza globale geometrica

λ coefficiente di carico critico

Che riscritta per la ricerca degli autovalori è

$$\mathbf{K}\mathbf{x} = -\lambda\mathbf{K}_G\mathbf{x} \quad (3.2)$$

dove \mathbf{x} rappresenta la forma modale di instabilità.

Il solutore risolve l'equazione descritta con l'ipotesi che la struttura rimanga lineare elastica.

3.1.2 Coefficiente di carico critico

Risolvendo il problema agli autovalori si ottengono gli autovalori λ_i e i rispettivi autovettori \mathbf{x}_i , con $i = 1, 2, \dots, m$, con m il numero di modi calcolati. Il valore più piccolo dell'autovalore λ_i è il coefficiente di carico critico, in quanto la matrice di rigidezza geometrica è data dalle tensioni risultanti causate dalle condizioni di carico applicate alla struttura. Per questo, il coefficiente di carico critico è quello considerato per la progettazione.

La matrice di rigidezza geometrica è una matrice simmetrica dipendente dallo stato tensionale dell'elemento. La matrice descrive l'effetto della variazione geometrica sul vettore delle forze dell'elemento tenendo conto dello stato tensionale. Per i *Beam* e i *Plate* di una struttura sotto carico flessionale, la matrice di rigidezza geometrica delinea un irrigidimento (o ammorbidimento).

Le analisi per instabilità lineare si basano sull'esistenza di un punto di biforcazione dove si intersecano le curve dei carichi primari e secondari. L'andamento che descrive i carichi primari non viene considerato oltrepassato il punto di biforcazione mentre l'andamento della curva dei carichi secondari descrive la natura del dopo-instabilità. Se

l'andamento è positivo la struttura mantiene una certa resistenza, in caso contrario ci sarà il collasso.

3.2 Analisi non lineare

Lo step successivo per andare a ricercare il comportamento della struttura è quello di usare un solutore non lineare. Il solutore può tenere conto della non linearità dovuta alla geometrica, al materiale, alle condizioni di contorno o una combinazione di questi.

Nelle analisi non lineari non è più possibile applicare il principio della sovrapposizione degli effetti, cioè non si possono più combinare, scalare o coefficientare differenti situazioni di carico.

3.2.1 Equazione governante

La forma del solutore non lineare è data dalla risoluzione dell'equazione di equilibrio non lineare, nella quale si descrive il comportamento non lineare della struttura soggetto a carichi statici

$$\mathbf{f}(\mathbf{u}) = \mathbf{p} \quad (3.3)$$

Dove

$\mathbf{f}(\mathbf{u})$ vettore delle forze totali dell'elemento (corrisponde alle tensioni dell'elemento nella configurazione allo step precedente)

\mathbf{u} vettore degli spostamenti nodali ignoto

\mathbf{p} vettore dei carichi esterni nodali globali

Se il vettore dello spostamento non soddisfa l'equazione precedente allora si può esprimere la corrispondente forza dal vettore $\mathbf{r}(\mathbf{u})$ come

$$\mathbf{r}(\mathbf{u}) = \mathbf{f}(\mathbf{u}) - \mathbf{p} \quad (3.4)$$

Quando \mathbf{u} soddisfa (5.1), $\mathbf{r}(\mathbf{u}) = 0$. Essendo in un processo iterativo l'equazione (5.2) si può scrivere

$$\mathbf{r}(\mathbf{u}) = \mathbf{r}(\mathbf{u}^i + \Delta\mathbf{u}) \approx \mathbf{r}(\mathbf{u}^i) + \left. \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{u}^i} \Delta\mathbf{u} \quad (3.5)$$

Da cui possiamo scrivere

$$\mathbf{K}_i \Delta \mathbf{u} = -\mathbf{r}(\mathbf{u}^i) \quad (3.6)$$

Dove $\mathbf{r}(\mathbf{u}^i)$ è il vettore delle forze residue e \mathbf{K}_i è la matrice di rigidezza tangente definita come

$$\mathbf{K}_i = \left. \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{u}^i} \quad (3.7)$$

Risolviendo l'equazione (5.4) trovo il valore $\Delta \mathbf{u}$ e aggiorno il vettore degli spostamenti totali

$$\mathbf{u}^{i+1} = \mathbf{u}^i + \Delta \mathbf{u} \quad (3.8)$$

L'intero processo interattivo si ripete finché non si ottiene la soluzione convergente.

3.2.2 Processo iterativo

La procedura per risolvere l'equazione (5.1), nella situazione di incrementi di carico multipli, è la seguente

1. Inizializzo il vettore degli spostamenti nodali, $\mathbf{u} = 0$
2. Imposto l'incremento di carico attuale
3. Costituisco un sistema di equazioni come (5.4), calcolando la matrice di rigidezza tangente al passo e il vettore delle forze residue
4. Si risolve il sistema di equazioni di incremento $\Delta \mathbf{u}$ e aggiorno il vettore di spostamenti nodali.
5. Si verifica la convergenza tramite le equazioni

$$\frac{|\Delta \mathbf{u}|}{|\mathbf{u}|} < \varepsilon_u \text{ (Norma spostamento)} \quad (3.9)$$

$$\frac{|\mathbf{r}|}{|\Delta \mathbf{p}|} < \varepsilon_r \text{ (Norma forza residua)} \quad (3.10)$$

Dove ε_u e ε_r sono tolleranze convergenti rispettivamente dello spostamento e della forza residua, $|\Delta u|$ e $|u|$ sono le norme dei vettori dell'incremento e dello spostamento totale, $|\Delta p|$ è la norma del vettore forza alla prima iterazione di ciascun incremento di carico e $|r|$ è la norma al passo del vettore delle forze residue.

6. Se entrambi i criteri di convergenza sono soddisfatti, o il limite di interazioni è stato raggiunto, si torna allo Step 2. e si riparte con il successivo incremento di carico (o si ferma se è già stato dato l'ultimo incremento di carico). Se invece i criteri non vengono soddisfatti si ritorna allo Step 3. continuando e iterazioni.

Se il processo non riesce a trovare una soluzione in quanto i criteri non riescono a convergere o divergono, il solutore riduce l'incremento di carico, introducendo sub-incrementi.

3.2.3 Non linearità per Materiale

La non linearità per materiale è data dalla relazione non lineare tra tensione e deformazione.

Una tipica curva tensione-deformazione è descritta in figura per gli acciai con molte parti amplificate per poter comprenderne il comportamento. Il comportamento del materiale cambia in base al livello di tensioni applicate, come anche la relazione tra tensioni e deformazioni appunto.

Nel caso in esame siamo in presenza di un materiale, l'acciaio, che è caratterizzato da una deformazione irreversibile.

La relazione tensione-deformazione è descritta dalla forma differenziale

$$d\sigma = \mathbf{D}_t d\varepsilon \quad (3.11)$$

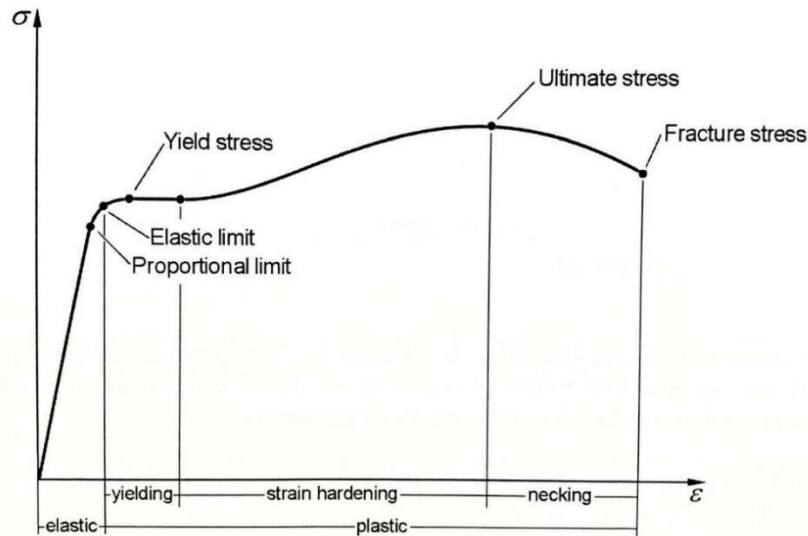


Figura 3-2 Tipica curva tensioni-deformazioni per l'acciaio (Figura 10.1, Theoretical Manual Straus7)

La matrice tangente \mathbf{D}_t è determinata dalla seguente procedura:

1. L'incremento di deformazione è dato dalla somma dell'incremento della deformazione elastica e dell'incremento dalla deformazione plastica

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = d\boldsymbol{\varepsilon}^e + d\boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (3.12)$$

2. L'incremento di deformazione elastica è in relazione all'incremento di tensione tramite la legge di Hooke

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{D}^{-1}d\boldsymbol{\sigma} \quad (3.13)$$

dove \mathbf{D} è la matrice elastica normale

3. La legge per descrivere la componente plastica è

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^p = d\lambda \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (3.14)$$

4. Usando le condizioni plastiche assunte, durante il flusso plastico le tensioni sulla superficie, $f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}^p) = 0$, si ottiene la seguente espressione

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right)^T d\boldsymbol{\sigma} + \left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^p}\right)^T d\boldsymbol{\varepsilon}^p = 0 \quad (3.15)$$

Con

$$d\lambda = \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{D} d\boldsymbol{\varepsilon}}{c + \mathbf{a}^T \mathbf{D} \mathbf{b}} \quad (3.16)$$

$$\mathbf{D}_t = \mathbf{D} - \frac{\mathbf{D} \mathbf{b} \mathbf{a}^T \mathbf{D}}{c + \mathbf{a}^T \mathbf{D} \mathbf{b}} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{a} = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{b} = \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (3.19)$$

$$c = - \left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^p} \right)^T \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (3.20)$$

3.2.4 Non linearità per Geometria

3.2.4.1 Gradiente di deformazione

Per le analisi non lineari per geometria, il meccanismo di moto è descritto da due configurazioni: indeformata (iniziale) e deformata (corrente). Le configurazioni sono rappresentate da \mathbf{X} e \mathbf{x} rispettivamente, che rappresentano il vettore posizione dello stesso punto materiale nella configurazione indeformata e deformata. Con il vettore spostamento \mathbf{u} la traslazione può essere espressa come

$$\mathbf{x} = \mathbf{X} + \mathbf{u} \quad (3.21)$$

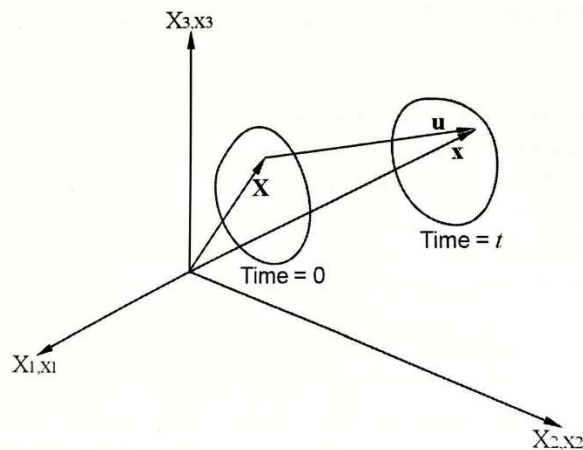


Figura 3-3 Deformazione di un corpo (Figura 11.1, Theoretical Manual Straus7)

Una quantità fondamentale nelle analisi non lineari per geometria è il gradiente di deformazione, che relaziona la configurazione deformata della struttura con quella indeformata. E' definito come

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial X} & \frac{\partial x}{\partial Y} & \frac{\partial x}{\partial Z} \\ \frac{\partial y}{\partial X} & \frac{\partial y}{\partial Y} & \frac{\partial y}{\partial Z} \\ \frac{\partial z}{\partial X} & \frac{\partial z}{\partial Y} & \frac{\partial z}{\partial Z} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Con $\mathbf{X} = (X, Y, Z)$, $\mathbf{x} = (x, y, z)$ e $\mathbf{u} = (u, v, w)$. Sostituendo (5.18) nel gradiente di deformazione si ottiene

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\partial u}{\partial X} & \frac{\partial u}{\partial Y} & \frac{\partial u}{\partial Z} \\ \frac{\partial v}{\partial X} & 1 + \frac{\partial v}{\partial Y} & \frac{\partial v}{\partial Z} \\ \frac{\partial w}{\partial X} & \frac{\partial w}{\partial Y} & 1 + \frac{\partial w}{\partial Z} \end{bmatrix} = \mathbf{I} + \mathbf{G} \quad (3.23)$$

Dove \mathbf{I} è una matrice identità e \mathbf{G} è la matrice delle derivate di spostamento o matrice del gradiente di spostamento

$$\mathbf{G} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} + \frac{\partial u}{\partial X} & \frac{\partial u}{\partial Y} & \frac{\partial u}{\partial Z} \\ \frac{\partial v}{\partial X} & \frac{\partial v}{\partial Y} & \frac{\partial v}{\partial Z} \\ \frac{\partial w}{\partial X} & \frac{\partial w}{\partial Y} & \frac{\partial w}{\partial Z} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Il gradiente di deformazione contiene informazioni che riguardano la variazione di volume, rotazione e forma del materiale deformato. La variazione di volume può essere scritta

$$dv = JdV \quad (3.25)$$

Dove

dv volume relativo a \mathbf{x} (configurazione deformata)

dV volume relativo a \mathbf{X} (configurazione deformata)

J determinante del gradiente di deformazione, $J = \det \mathbf{F}$

La conservazione della massa e (5.22) sono espressi insieme dall'equazione per la densità di massa

$$\rho_0 = \rho J \quad (3.26)$$

Dove

ρ_0 densità di massa per la configurazione indeformata

ρ densità di massa per la configurazione deformata

La rotazione e il cambiamento di forma può essere visto esprimendo il gradiente di deformazione in forme decompose differenti.

Per primo, il gradiente di deformazione può essere visto come il prodotto di un tensore di rotazione \mathbf{R} per un tensore di allungamento \mathbf{H} (chiamata decomposizione polare)

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{H} \quad (3.27)$$

L'allungamento di un elemento infinitesimo di un corpo nella configurazione deformata è definito dal rapporto della lunghezza dopo la deformazione e quella iniziale. Se definiamo la lunghezza deformata e quella iniziale come ds e dS rispettivamente, l'allungamento λ è

$$\lambda = \frac{ds}{dS} \quad (3.28)$$

Gli autovalori del tensore di allungamento \mathbf{H} forniscono i tre principali allungamenti e i corrispondenti autovettori sono le direzioni principali.

Per secondo, il gradiente di deformazione è espresso da un tensore spaziale \mathbf{V} e il tensore di rotazione \mathbf{R}

$$\mathbf{F} = \mathbf{V}\mathbf{R} \quad (3.29)$$

Questa espressione implica che la variazione da $d\mathbf{X}$ a $d\mathbf{x}$ si può vedere se $d\mathbf{X}$ è la prima rotazione di \mathbf{R} e poi l'allungamento di \mathbf{V} .

Per terzo, il gradiente di deformazione è espresso in termini componenti volumetriche e distorsione

$$\mathbf{F} = J^{1/3} \hat{\mathbf{F}} \quad (3.30)$$

Dove

$\hat{\mathbf{F}}$ componente di distorsione, $\det \hat{\mathbf{F}} = \mathbf{1}$

J componente volumetrica, $J = \det \mathbf{F}$

L'equazione (5.27) implica che il processo di deformazione di un dominio spaziale dalla sua configurazione iniziale alla sua configurazione deformata si può decomporre in due parti: distorsione (solamente) del dominio seguita dalla variazione di volume (solamente) del dominio distorto.

3.2.4.2 Formulazione della matrice di rigidità

Il sistema di equazioni di equilibrio non lineari hanno bisogno di essere linearizzate per poter formare un'espressione incrementale. Si riprendono le equazioni affrontate nel paragrafo 5.1.1, partendo dall'equazione per la ricerca dell'equilibrio non lineare

$$\mathbf{f}(\mathbf{u}) = \mathbf{p} \quad (3.31)$$

Dove

$\mathbf{f}(\mathbf{u})$ vettore delle forze totali dell'elemento (corrisponde alle tensioni dell'elemento nella configurazione allo step precedente)

\mathbf{u} vettore degli spostamenti nodali ignoto

\mathbf{p} vettore dei carichi esterni nodali globali

Si ottiene quindi

$$\mathbf{r}(\mathbf{u}) = \mathbf{f}(\mathbf{u}) - \mathbf{p} = \mathbf{0} \quad (3.32)$$

$$\approx \mathbf{r}(\mathbf{u}^i) + \left. \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{u}^{i-1}} \Delta \mathbf{u} \approx \mathbf{0} \quad (3.33)$$

Da cui possiamo scrivere

$$\mathbf{K}_t \Delta \mathbf{u} = \mathbf{p}^i - \mathbf{f}(\mathbf{u}^{i-1}) \quad (3.34)$$

Dove \mathbf{p}^i e $\mathbf{f}(\mathbf{u}^{i-1})$ sono il vettore delle forze applicate e il vettore delle forze totali nodali dell'elemento e $\mathbf{K}_t = \left. \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{u}^{i-1}}$ è la matrice di rigidezza tangente.

Il calcolo di \mathbf{K}_t è dato dall'espressione

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{K} + \mathbf{K}_G \quad (3.35)$$

Con

\mathbf{K} matrice di rigidezza usuale ma formulata nel rispetto della configurazione corrente

\mathbf{K}_G matrice di rigidezza geometrica

\mathbf{K} e \mathbf{K}_G sono date dalle espressioni:

$$\mathbf{K} = \sum_{j=1}^N \mathbf{K}_e^j = \sum_{j=1}^N \int_{V_e^j} \mathbf{B}_t^T \mathbf{D}_t \mathbf{B}_t dV \quad (3.36)$$

$$\mathbf{K}_G = \sum_{j=1}^N (\mathbf{K}_G)_e^j = \sum_{j=1}^N \int_{V_e^j} \mathbf{G}_t^T \boldsymbol{\sigma}_t \mathbf{G}_t dV \quad (3.37)$$

Dove

N numero totale degli elementi nel modello ad elementi finiti

V_e^j dominio per l'elemento j

\mathbf{B}_t matrice deformazione-spostamento con il rispetto della configurazione corrente

\mathbf{D}_t matrice tensione-deformazione con il rispetto della configurazione corrente

$\boldsymbol{\sigma}_t$ matrice di tensione di Cauchy nel sistema di riferimento globale

\mathbf{G}_t matrice di derivate della funzione di forma

Le forze interne totali dell'elemento sono calcolate da

$$\mathbf{f} = \sum_{j=1}^N \int_{V_e^j} \mathbf{B}_t^T \boldsymbol{\sigma}_t dV \quad (3.38)$$

4 STRUTTURA IN ESAME

Lo studio volge nella determinazione di un metodo semplificato per poter valutare il comportamento di una trave con sezione a T all'instabilità flesso-torsionale.

La trave in questione fa parte della copertura di una nuova struttura adibita a stazione ferroviaria.

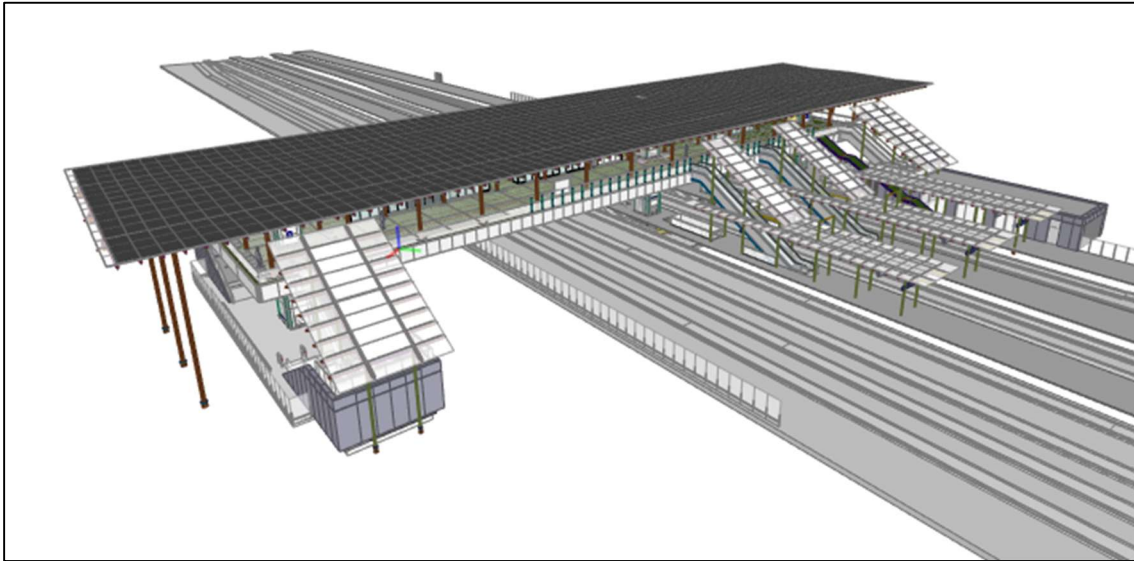


Figura 4-1 Modello architettonico della stazione ferroviaria

Il modello architettonico è stato redatto da uno studio di terze parti e viene riportato soltanto per inquadrare il caso studio proposto, come il modello strutturale.

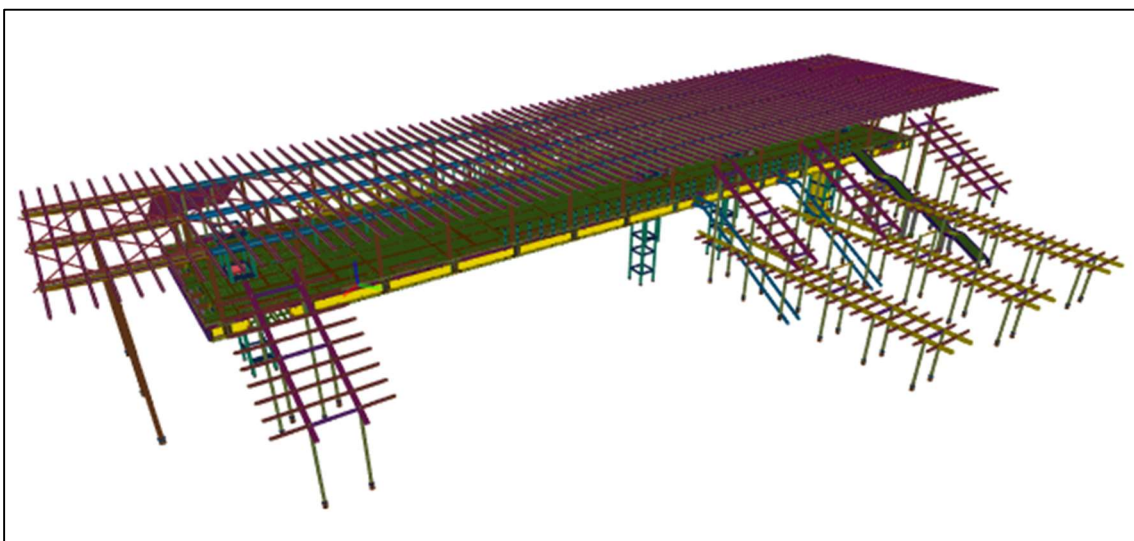


Figura 4-2 Modello strutturale della stazione ferroviaria

In particolare, la trave in esame fa parte delle travi di estremità.

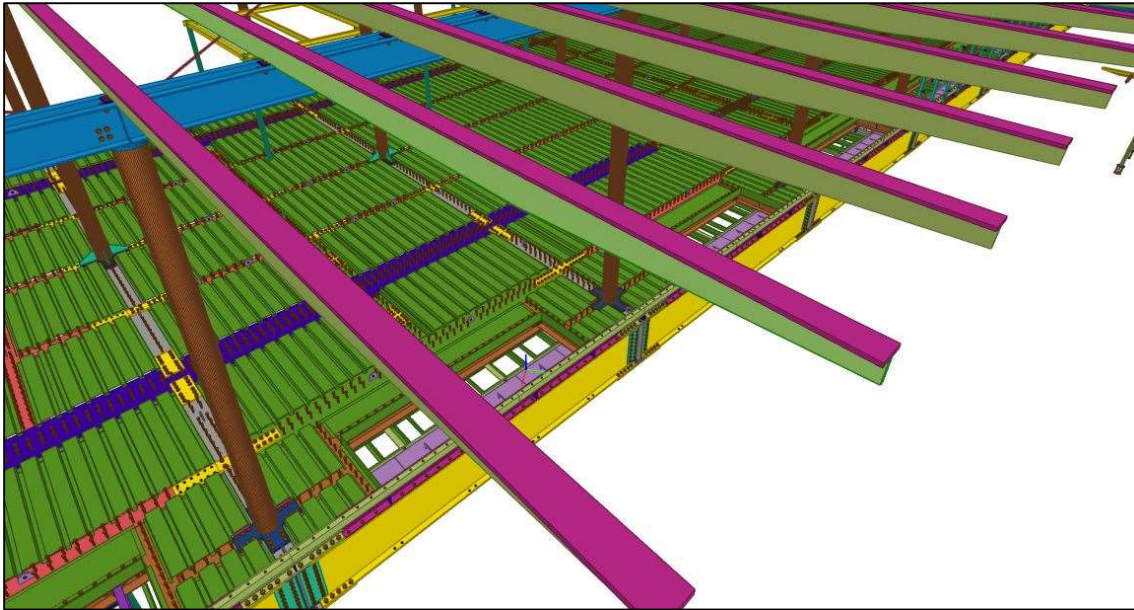


Figura 4-3 Trave oggetto di studio

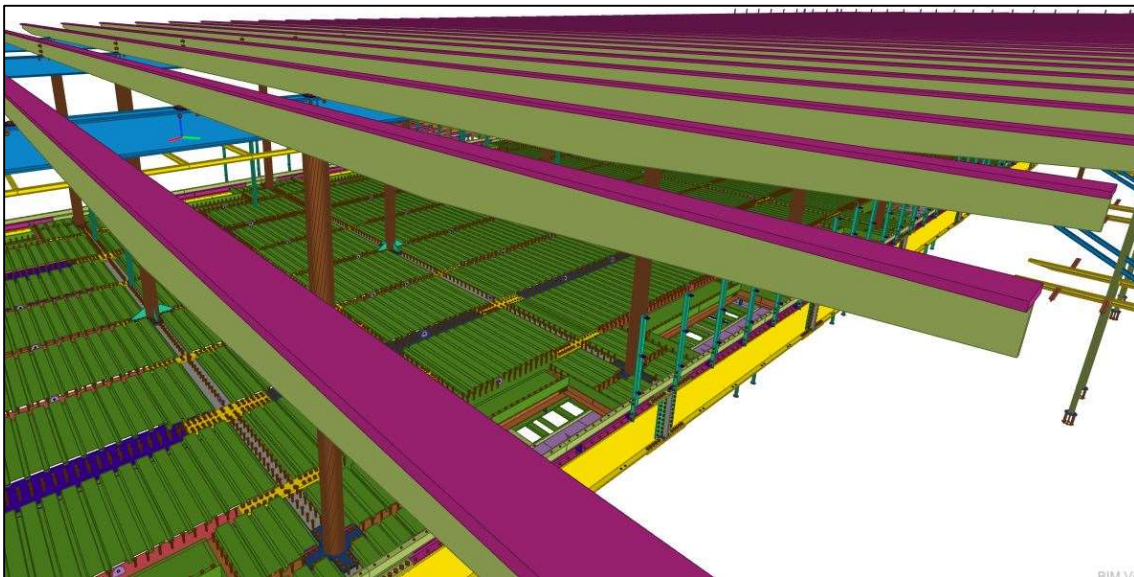


Figura 4-4 Trave oggetto di studio

La trave analizzata è una parte terminale della copertura e come schema statico si fa riferimento ad una mensola. La particolarità dello studio è l'applicazione del carico: infatti, l'applicazione di quest'ultimo non è diretta sulla trave in questione ma, avendo una copertura di vetro superiormente, sarà distante dal centro di taglio. Questo implica

che l'altezza di applicazione del carico agente ha un effetto significativo influenzando la resistenza all'instabilità in modo peggiorativo.

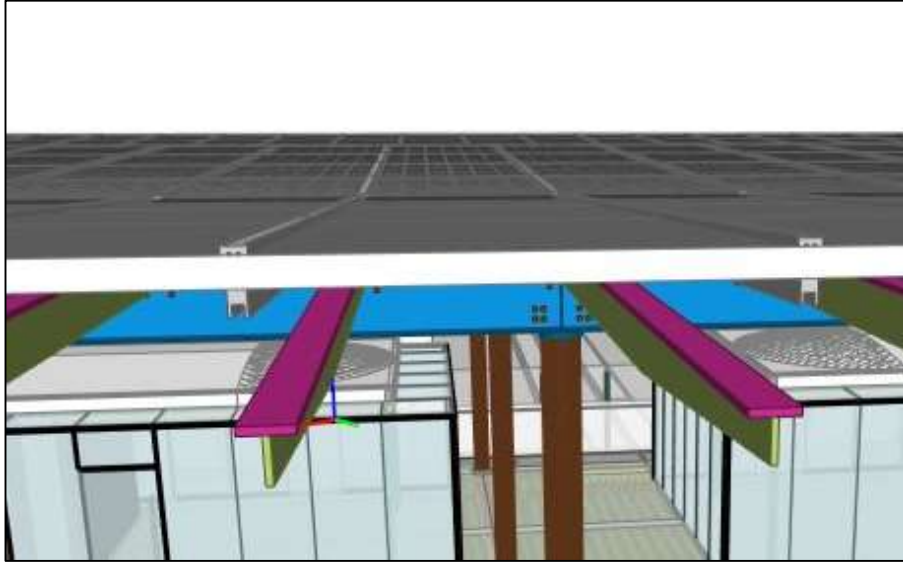


Figura 4-5 Altezza di applicazione del carico

La trave viene collegata agli altri elementi adiacenti ad essa tramite bulloni e per questo come vincolo si assume un incastro. Vengono fissati gli spostamenti e le rotazioni di una estremità della trave.

In riferimento a questi modelli si procede a creare il modello ad elementi finiti di nostro interesse, ovvero la trave con sezione a T a mensola incastrata ad un'estremità.

4.1 Carico Agente

Avendo il luogo dove la struttura sta per essere realizzata, si possono ottenere i carichi da applicare secondo normativa, carichi propri, permanenti e variabili.

Secondo NTC2018 i carichi soggetti sono:

- Peso Proprio della trave a T (g1)
- Carico Permanente (g2)
- Carico Neve
- Carico vento (rif. CNRDT207)

Alla struttura si applicano i carichi in condizioni di stati limite ultimi ottenendo quattro combinazioni di carico, attribuendo ad ogni carico il rispettivo coefficiente:

Tabella 4-1 Coefficienti di combinazione

	$M_{SLU,Neve}$	$M_{SLU,ventoA}$	$M_{SLU,ventoB}$	$M_{SLU,ventoC}$
g1	1,3	1,3	1,3	1,3
g2	1,3	1,3	1,3	1,3
neve	1,5	0,75	0,75	0,75
Vento A		1,5		
Vento B	0,9		1,5	
Vento C				1,5

Tabella 4-2 Valore dei carichi e rispettivo momento risultante con coefficiente per ogni combinazione

	q KN/m	L (m)	$M_{SLU,Neve}$ (KNm)	$M_{SLU,ventoA}$ (KNm)	$M_{SLU,ventoB}$ (KNm)	$M_{SLU,ventoC}$ (KNm)
g1	0,87	5,7	18,37	18,37	18,37	18,37
g2	1,32	6,4	35,14	35,14	35,14	35,14
neve	1,59	6,4	48,84	24,42	24,42	24,42
Vento A	0,54	6,4		16,59		
Vento B	1,96	6,4	36,13		60,21	
Vento C	1,19	6,4				36,56
			138,49	94,53	138,15	114,50

5 MODELLO A ELEMENTI FINITI

Nel modello a elementi finiti bisogna curare diversi aspetti prima di poter risolvere le analisi, come il materiale, il tipo di elemento, la mesh, il carico applicato, condizioni al contorno, vincoli cinematici, il tipo di analisi, le imperfezioni geometriche, e tensioni residue. Di seguito sono trattati i diversi aspetti appena citati.

5.1 Modello del Materiale

Il materiale di riferimento è l'acciaio S355, con $f_{yk} = 355 \text{ MPa}$, modulo elastico, E , pari a 200000 Mpa e coefficiente di Poisson pari a 0,25.

L'Eurocodice 3 parte 1-5 indica la curva tensioni-deformazioni da poter utilizzare nel modello.

Distingue quattro curve in base all'accuratezza e della deformazione ammissibile per l'analisi per il comportamento del materiale:

- a) Elasto-plastica senza 'hardening'
- b) Elasto-plastica con un plateau di pendenza nominale
- c) Elasto-plastica con 'hardening' lineare
- d) La vera curva elasto-plastica modificata da risultati ottenuti da test come segue:

$$\sigma_{true} = \sigma(1 + \varepsilon) \quad (5.1)$$

$$\varepsilon_{true} = \ln(1 + \varepsilon) \quad (5.2)$$

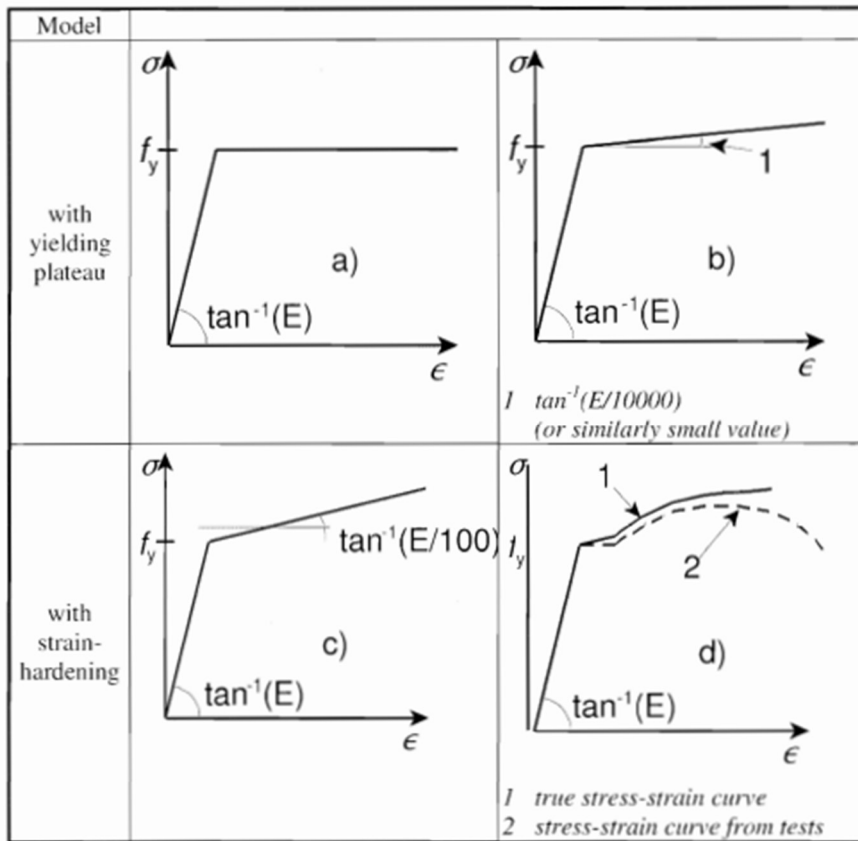
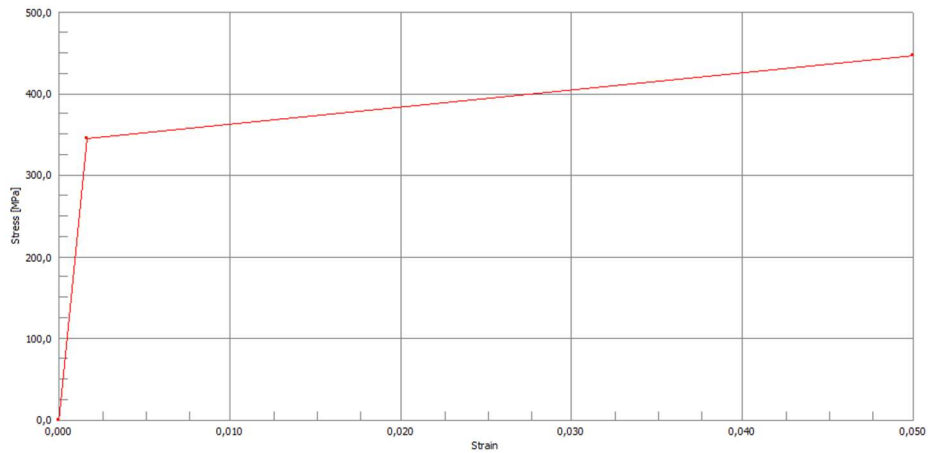


Figura 5-1 Modellazione del comportamento del materiale, (Eurocodice 3, part 1-5 Fig C.2)

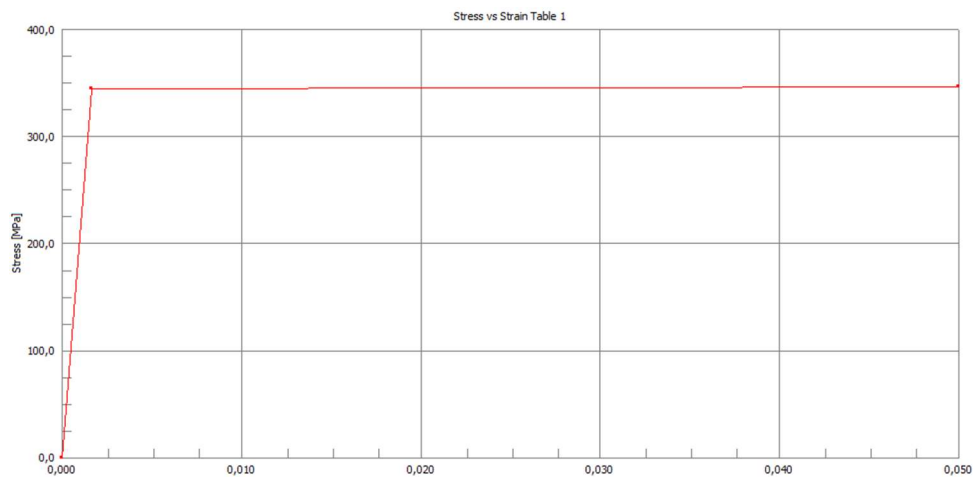
Nella realizzazione del modello si è scelto di procedere con due tabelle rappresentanti il comportamento del materiale: la prima curva elasto-plastica con 'hardening' lineare (curva rappresentata nella figura 5-1 in basso a sinistra) e tenendo conto del materiale scelto la curva risulta essere come in Figura 5-2.



Data	Strain	Stress [MPa]
1	0,0	0,0
2	0.001643,	345,0
3	0.050000,	446,55

Figura 5-2 Curva elasto-plastica del modello

mentre la seconda ipotesi si fa riferimento a una curva elasto-plastica senza incrudimento e quindi quando si entra in campo plastico siamo in presenza di un plateau (curva rappresentata nella figura 5-1 in alto a destra) come in figura.



Data	Strain	Stress [MPa]
1	0,0	0,0
2	0.001643,	345,0
3	0.050000,	346,02

Figura 5-3 Curva elasto-plastica del modello

5.2 Elementi e Mesh

Il modello verrà valutato in due casi: la struttura verrà modellata tramite elementi *beam* (primo modello) e tramite elementi *plate* (secondo modello). I due modelli verranno confrontati con la trattazione teorica.

La mesh del modello *plate* verrà data da elementi *Quad4*, significa che il modello è composto da elementi rettangolari sia sull'anima che sull'ala.

La sensibilità della discretizzazione è stata studiata tenendo conto del momento critico e il numero di elementi presenti nell'anima della sezione trasversale della trave.

Tabella 5-1 Valori di coefficiente di carico (con $M_{Ed}=138$ KNm) al variare del numero di elementi plate che suddividono la lunghezza dell'anima

<i>elementi anima</i>	<i>load factor</i>
1	2,07
2	2,24
3	2,59
4	2,97
5	2,97
6	2,96
8	2,95
16	2,95
32	2,95

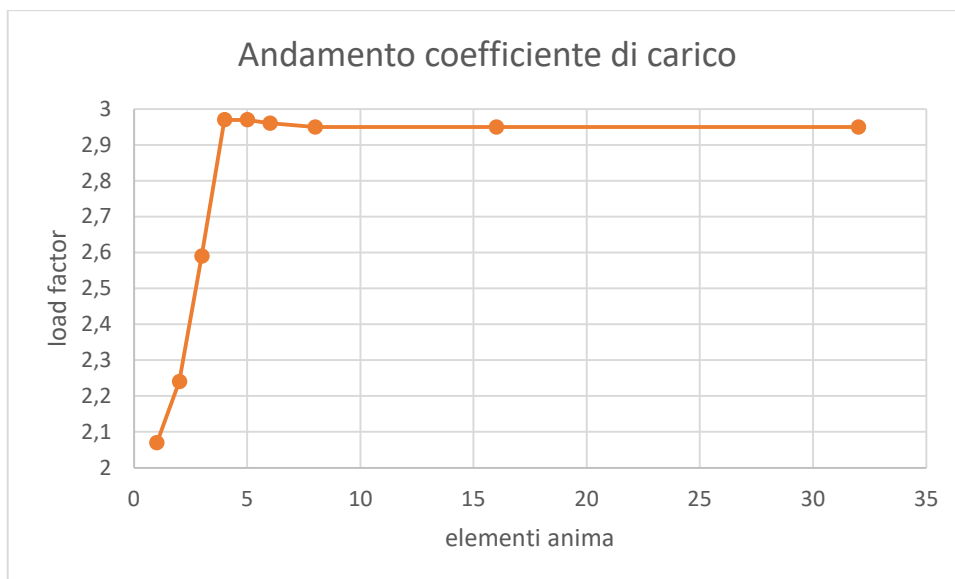


Figura 4 Valori di coefficiente di carico (con $M_{Ed}=138$ KNm) al variare del numero di elementi plate che suddividono la lunghezza dell'anima

L'adeguata densità di discretizzazione della struttura per avere il momento critico convergente è data da otto elementi lungo l'altezza dell'anima della sezione.

5.3 Applicazione del carico

Il carico utilizzato è il carico applicato sulla struttura da normativa, in quanto l'elemento studiato è un particolare costruttivo.

Per applicare il carico sul modello a *beam* si è deciso di portare il carico applicato sul prolungamento della copertura all'estremità della trave a mensola, applicando un momento e una forza, così da ottenere i carichi in punta che sostituiscono il comportamento reale della struttura.

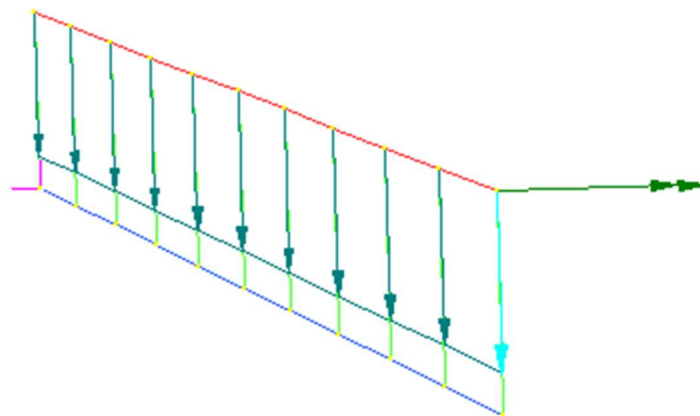


Figura 5-5 Schematizzazione della trave con modello Beam

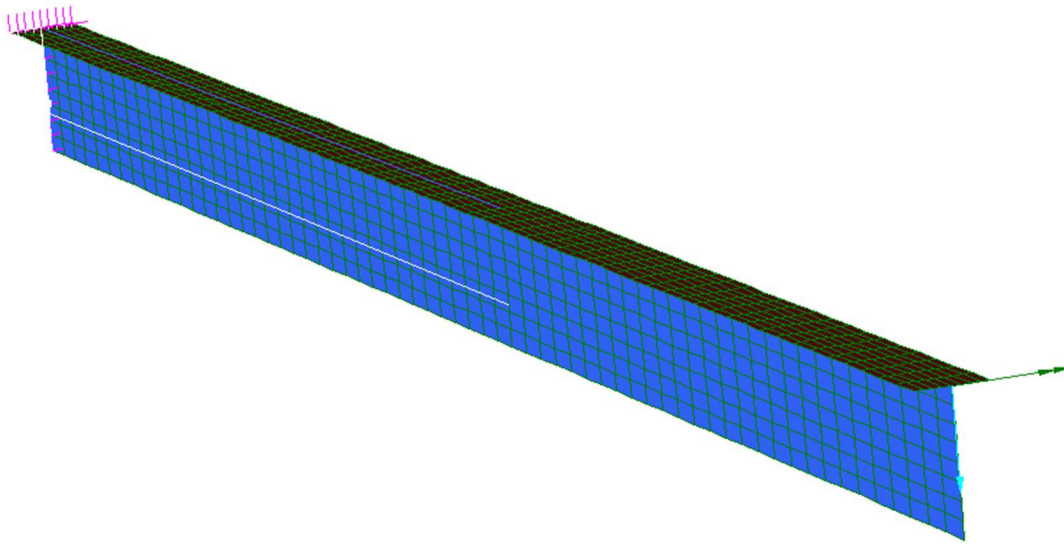


Figura 5-6 Schematizzazione della trave con modello Plate

Nella figura 5-4 si nota che per creare la situazione di applicazione del carico nel centro di taglio della trave si sono aggiunti altri elementi beam: il primo (rosso) è un elemento *beam* con rigidezza nulla per poter applicare il carico, mentre il secondo elemento (verde) serve per trasferire il carico alla trave.

Nella figura 5-5, per poter applicare il carico in corrispondenza del centro di taglio della trave si è seguito lo stesso procedimento descritto per il modello *Beam*: elemento beam con rigidezza nulla per applicare il carico da trasferire alla trave oggetto di studio formata da elementi plate.

Avendo la lunghezza della copertura maggiore rispetto alla lunghezza della trave e, avendo il carico applicato sulla copertura, si è scomposto il carico agente nello sbalzo con un momento e una forza agenti sull'estremità della trave.

Il procedimento adottato vale per tutti e due i modelli.

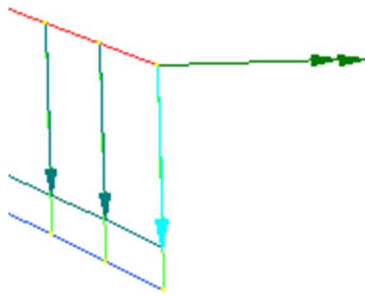


Figura 5-7 Particolare dell'applicazione del carico per tener presente dello sbalzo aggiuntivo rispetto alla lunghezza della trave

5.4 Vincoli e condizioni al contorno

Il caso in esame è rappresentato da una mensola incastrata ad un'estremità. Il modello, quindi, avrà un'estremità nella quale tutti i nodi saranno fissi, cioè le rotazioni e gli spostamenti nelle tre direzioni di riferimento vengono impediti.

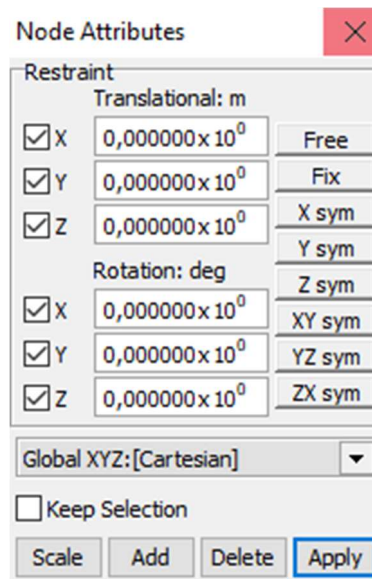


Figura 5-8 Vincoli applicati all'estremità della trave

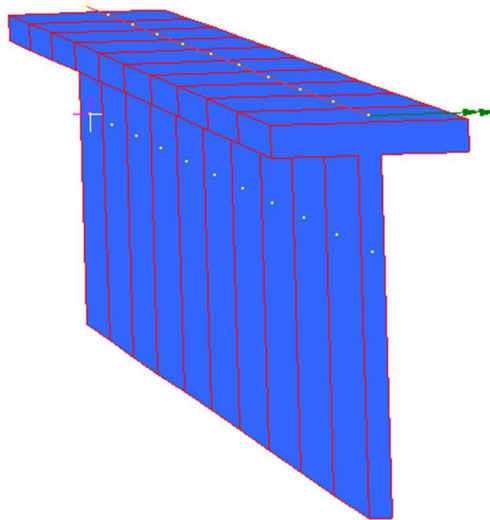


Figura 5-9 Modello Beam della trave

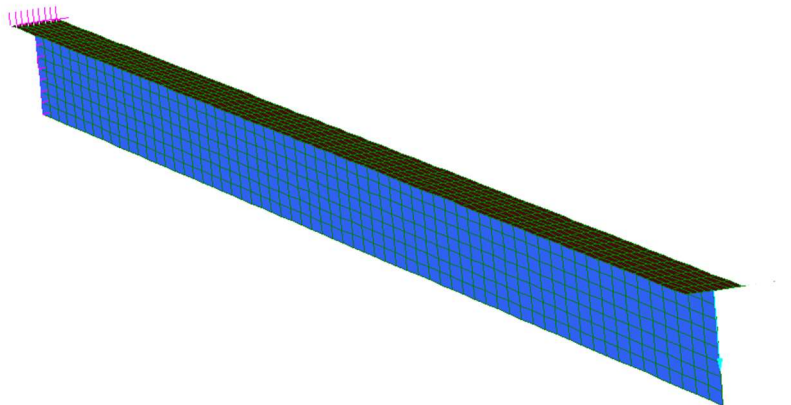


Figura 5-10 Modello Plate della trave

5.5 Metodi di analisi

Le analisi svolte nella determinazione del momento critico dovuto all'instabilità flessor-torsionale vengono svolte nel seguente modo:

- *Linear Buckling*: analisi nella quale si ha il comportamento lineare sia per materiale che per geometria.
- *Non Linear Material (MNA)*: analisi non lineare da parte del comportamento del materiale mentre la matrice di rigidezza geometrica rimane elastica

- *Non Linear Geometry* (GNA): analisi non lineare dal punto di vista geometrico mentre rimane lineare il comportamento del materiale
- *Non Linear Geometry and Material* (GMNA): analisi non lineare per geometria, materiale e considerazione delle imperfezioni.
- *Non Linear Geometry and Imperfection* (GNIA): analisi non lineare dal punto di vista geometrico mentre rimane lineare il comportamento del materiale
- *Non Linear Geometry, Material and Imperfection* (GMNIA): analisi non lineare per geometria, materiale e considerazione delle imperfezioni.

5.6 Imperfezioni geometriche iniziali

Le imperfezioni sono dovute alla geometria e alla struttura. A meno di uno studio approfondito delle imperfezioni geometriche e strutturali, si possono usare le imperfezioni geometriche equivalenti.

Al fine di introdurre un'imperfezione geometrica iniziale all'analisi, si esegue un'analisi all'instabilità per determinare la forma di instabilità della trave e il primo modo di instabilità è impiegato per l'applicazione della forma di imperfezione.

Quando le imperfezioni geometriche equivalenti vengono selezionate per l'inclusione nell'analisi non lineare in un modello agli elementi finiti, la difficoltà è associare a queste una sua forma e ampiezza, e la difficoltà di trovare la relazione tra le imperfezioni presupposte di progettazione e le misurazioni della tolleranza dopo la costruzione.

La maggior parte dell'enorme sforzo di ricerca che è andato alla ricerca di presupposti ragionevoli per imperfezioni geometriche equivalenti sta alla base di questa sfida continua.

Tutti i metodi classici utilizzati nell'analisi dell'instabilità sono basati nella valutazione della struttura indeformata.

In un primo approccio le imperfezioni geometriche equivalenti dovrebbero essere modellate più realisticamente possibile. Dal punto di vista ingegneristico, è il metodo più ovvio. Tuttavia, ci sono due problemi: il primo, a priori questa procedura non è fattibile perché le tensioni residue e le imperfezioni per materiale sono naturalmente omesse, e quando sono considerate sono difficili da quantificare. Secondo, stabilendo le

componenti delle imperfezioni geometriche equivalenti che derivano dalle reali imperfezioni geometriche, è difficile la trasposizione dalla forma 'reale' nella forma equivalente semplificata in alcuni casi. Questa situazione fa in modo di avere un'intensiva attività di ricerca sull'instabilità.

Un naturale processo è quello di trattare questi problemi in modo probabilistico partendo dalla forma reale e dalla forma caratterizzata dell'imperfezioni. Tuttavia, tutti i tentativi per affrontare il compito in metodo probabilistico basato su misurazioni effettuate su un largo numero di strutture simili ha confermato la difficoltà di trovare un metodo semplice e affidabile da poter applicare su tipiche strutture civili. In generale, i risultati ottenuti da metodi probabilistici hanno bisogno di essere ripresi in metodi deterministici per ottenere risultati comparabili, e questo aspetto non è ancora stato approfondito.

Un secondo approccio concettuale è quello di cercare la 'peggior' forma geometrica dell'imperfezione equivalente. Questo metodo è utilizzabile in determinati limiti di tolleranza. Questo è lo scopo principale del lavoro dei ricercatori da quando le imperfezioni geometriche sono state incluse nelle ricerche dell'instabilità.

Il problema di questo metodo è che molte volte le imperfezioni date dalla peggior configurazione sono lontane da un comportamento realistico, e di conseguenza si tende ad esagerare la sensibilità della struttura rispetto alle imperfezioni.

Il terzo approccio riconosce quanto detto precedentemente e mira deliberatamente a scegliere un modello equivalente di imperfezione geometrica relativamente semplice, astenendosi dal renderlo completamente realistico o il peggiore in assoluto. La funzione base è quella di 'stimolare' il comportamento all'instabilità caratteristico della struttura, e per questo intento l'unico requisito è quello di avere un certo livello di somiglianza geometrica per entrambi i modi di instabilità critica o di frattura o dalla deviazione di forma causata dalla fabbricazione dell'elemento. L'ampiezza data all'imperfezione può essere calibrata da prove sperimentali o dal risultato di studi numerici parametrici completi e collegati alle forme e relative grandezze delle imperfezioni osservate delle costruzioni in scale reale.

Dai tre approcci descritti precedentemente si può capire che le imperfezioni equivalenti non possono descrivere in modo preciso la realtà misurabile nella struttura completa prima della fabbricazione ed edificazione, nonostante il fatto deve essere correlato a tolleranze misurabili nella struttura finale.

L'assunzione di un'imperfezione geometrica equivalente adatta deve avere due caratteristiche: il modello dell'imperfezione da applicare e il valore dell'imperfezione.

La normativa UNI EN 1-1 discute delle imperfezioni nel paragrafo 5.3, nel quale indica i valori da utilizzare per considerare le imperfezioni nelle analisi da svolgere.

AC2 Buckling curve according to Table 6.2(AC2)	elastic analysis	plastic analysis
	e_0 / L	e_0 / L
a_0	1 / 350	1 / 300
a	1 / 300	1 / 250
b	1 / 250	1 / 200
c	1 / 200	1 / 150
d	1 / 150	1 / 100

Figura 5-11 Tabella 5.1: Design value of initial local bow imperfection e_0/L , UNI EN 1-1,

dove L è la lunghezza dell'elemento

Quindi, avendo che le imperfezioni vengono considerate nel caso di analisi non lineari, si ottiene:

$$e_0 = \frac{L}{100} = \frac{5700 \text{ mm}}{100} = 57,00 \text{ mm} \quad (5.3)$$

I valori riportati sono molto restringenti.

Per questo motivo, si è scelto di utilizzare la normativa UNI EN 1990-2, che indica le tolleranze per gli elementi in acciaio da rispettare, che possono essere di fabbricazione e/o di montaggio, così da poter avere un confronto.

Tra i casi citati dalla stessa normativa, di interesse è il caso di scostamento Δ dalla rettilineità di una trave o mensola di lunghezza L , in opera, come in Figura 5-11.

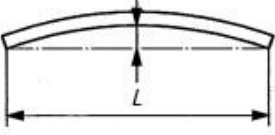
3	Straightness in plan: 	Deviation Δ from straightness of an erected beam or cantilever of length L	$\Delta = \pm L / 500$	$\Delta = \pm L / 1\,000$
---	--	--	------------------------	---------------------------

Figura 5-12 Caso di interesse, Tab. D.2.26 UNI EN 1990-2

Per ogni caso di interesse, la norma indica due classi, classe 1 e classe 2, con prescrizioni più restrittive passando dalla prima alla seconda. La classe viene scelta in base alle strutture, o parte di esse, in funzione della tipologia delle strutture stesse e delle interfacce con altri elementi strutturali o non strutturali.

Quindi i valori di imperfezione dei due casi sono:

$$e_0 = \frac{L}{500} = \frac{5700 \text{ mm}}{500} = 11,40 \text{ mm} \quad (5.4)$$

$$e_0 = \frac{L}{1000} = \frac{5700 \text{ mm}}{1000} = 5,70 \text{ mm} \quad (5.5)$$

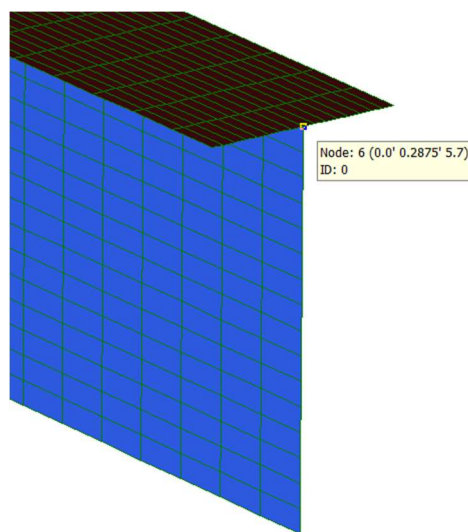


Figura 5-13 Modello senza imperfezione

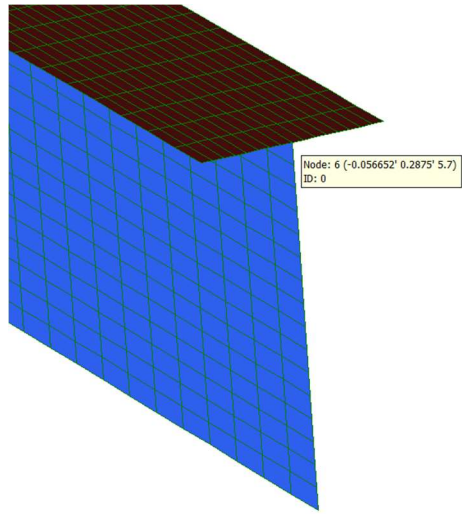


Figura 5-14 Modello con imperfezione $e_0/L=1/100$

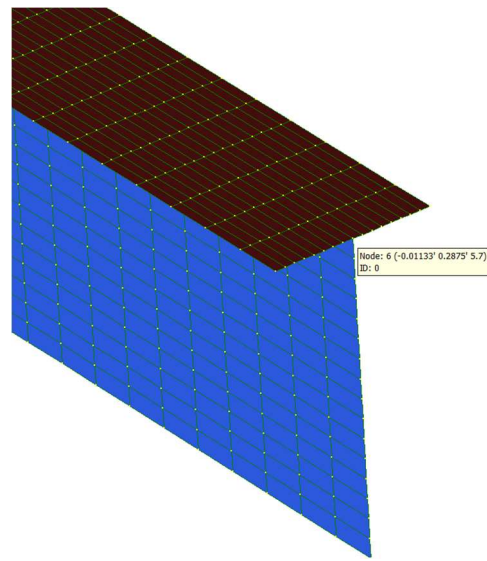


Figura 5-15 Modello con imperfezione $e_0/L=1/500$

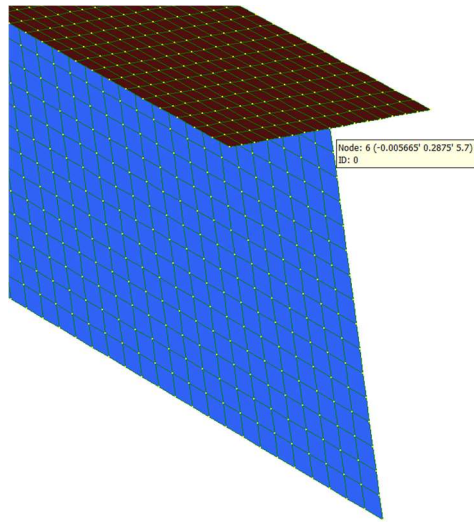


Figura 5-16 Modello con imperfezione $e_0/L=1/1000$

5.7 Tensioni residue

Le tensioni residue vengono incluse nelle analisi non lineari per geometria (GNIA) e non lineari per materiale e geometria (GMNIA), entrambe con imperfezioni.

Come modello di tensioni residue si fa riferimento all'articolo 'Inelastic buckling of single-angle, tee and double-angle struts', Kitipornchai e Lee (1986a).

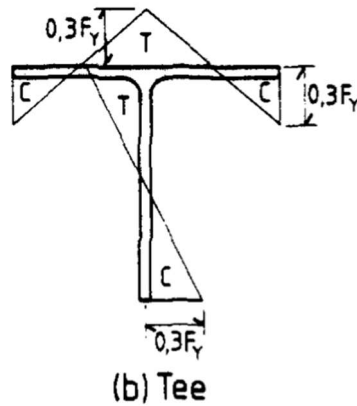


Figura 5-17 Schema tensioni residue per una trave a T (Kitipornchai e Lee (1986a))

Per introdurre le tensioni residue nelle analisi si è ragionato sulle temperature.

Si è applicata una temperatura di -100 Celsius come in figura per ottenere le tensioni come schematizzato nella formulazione teorica.

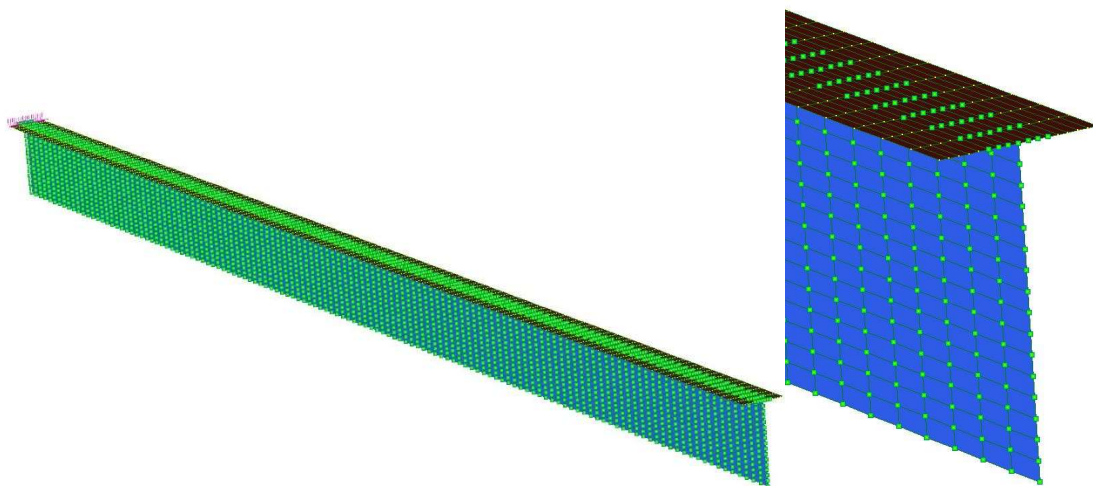


Figura 5-18 Applicazione temperatura per simulare lo stress residuo

Le temperature applicate restituiscono come valori di tensione la quantità descritta nelle seguenti immagini.

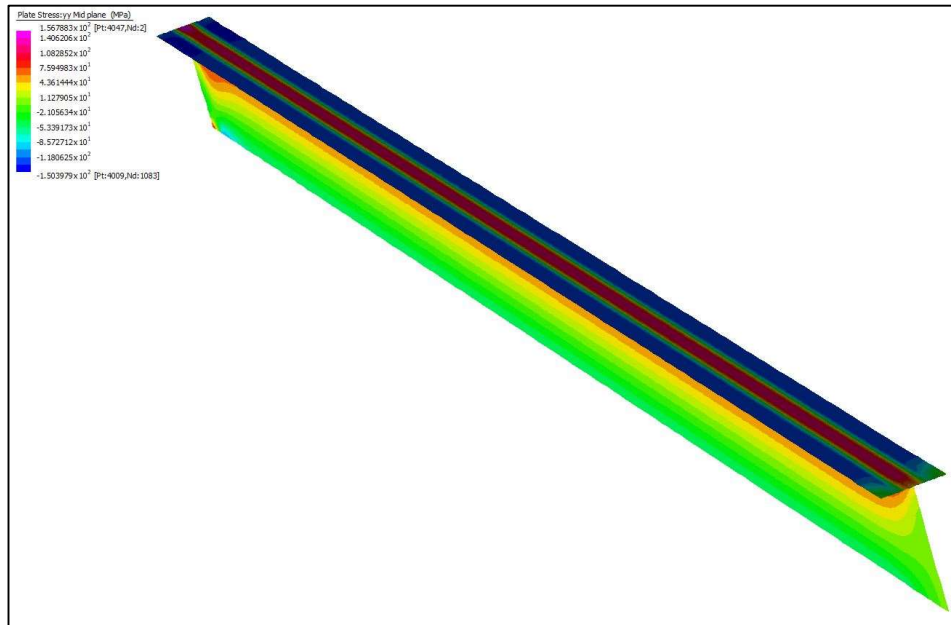


Figura 5-19 Stress residui nella trave a T con spessore anima 25,00 mm

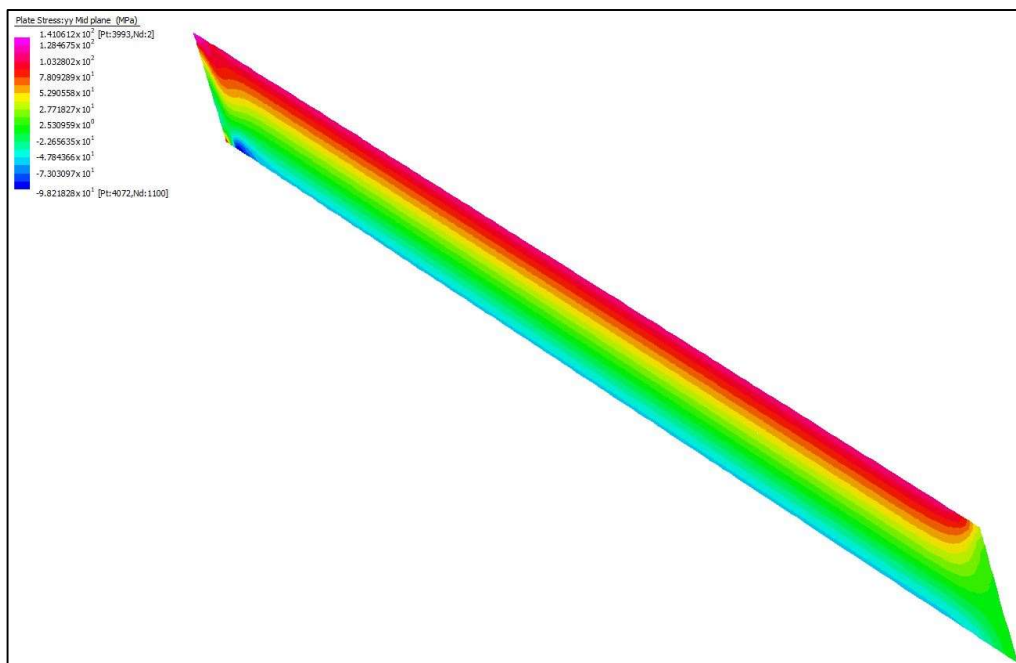


Figura 5-20 Stress residui anima nella trave a T con spessore anima 25,00 mm

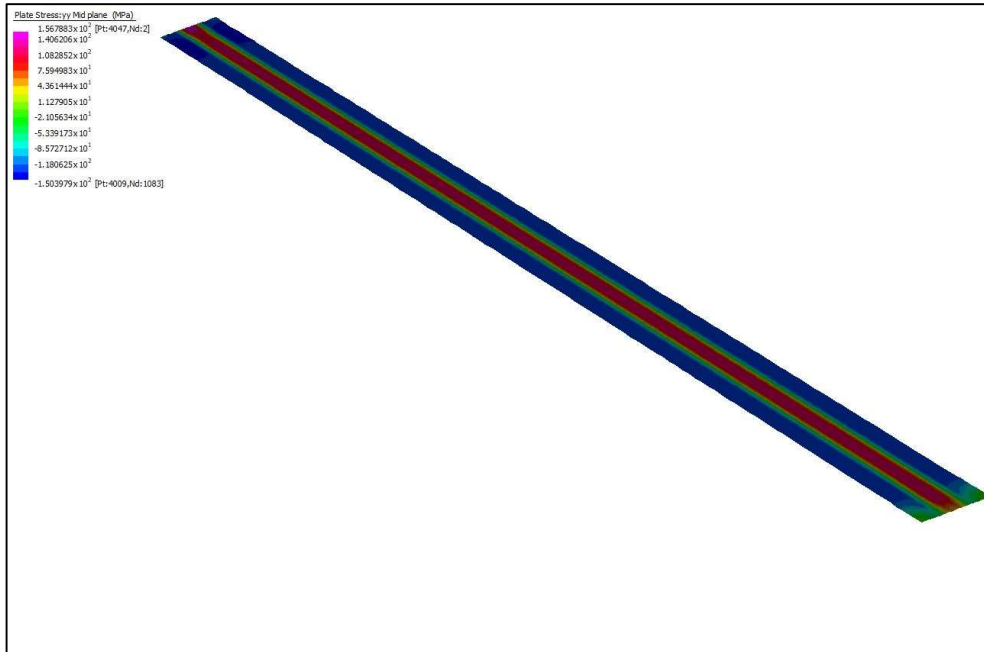


Figura 5-21 Stress residui ala nella trave a T con spessore anima 25,00 mm

Introducendo lo stress residuo tramite la temperatura nella struttura non vengono aggiunte altre forze inaspettate, in modo tale da avere il sistema in equilibrio.

6 ANALISI LINEARE

L'instabilità lineare (buckling) è un tipo di rottura che si verifica spesso in barre lunghe e sottili o elementi in lamiera sottile soggetti a un carico di compressione. Per questo tipo di strutture, il carico di progetto è prevalentemente dimensionante dalla componente di azioni assiali/membranali rispetto alle azioni di flessione. Per la rottura per instabilità, il carico massimo che la struttura riesce a contenere è retto dalla rigidità degli elementi, non dalla resistenza del materiale.

6.1 Test Numerico Modello

Il test consiste nel confrontare i risultati ottenuti nei due modelli per la determinazione del carico critico e confrontarlo con una formulazione analitica, in quanto per le travi a T la trattazione in normativa è scarsa. Per poter confrontare il modello con la formulazione teorica si è deciso di applicare alla trave un momento uniforme in quanto il modello teorico si avvale di quella condizione di carico.

La formulazione analitica è data dalla formula:

$$M_{cr} = \frac{\omega_3 \pi^2 EI_y}{2L^2} \left[\beta_x + \sqrt{\beta_x^2 + 4 \left(\frac{GJL^2}{\pi^2 EI_y} + \frac{C_w}{I_y} \right)} \right] \quad (6.1)$$

Dove:

- β_x è un parametro asimmetrico,
- G modulo di taglio,
- J è la costante torsionale di St. Venant,
- L lunghezza della trave,
- I_y è il momento d'inerzia lungo l'asse debole,
- C_w è la costante di deformazione torsionale.

Il fattore di momento gradiente per singola simmetria ω_3 si basa sul fattore di momento gradiente di doppia simmetria ω_2 , determinato come:

Se singola curvatura di momento:

- $\omega_3 = \omega_2$ per travi che presentano due ali
- $\omega_3 = 1.0$ per travi con sezioni a T
- Per tutti gli altri casi

$$\omega_3 = \omega_2 \left(0.5 + 2 \left(\frac{I_{yc}}{I_y} \right)^2 \right) \text{ ma } \leq 1.0 \text{ per le travi con sezioni a T}$$

Si evince dalla formulazione che è possibile ottenere due M_{cr} , uno stabilito a priori e uno che varia al variare del rapporto tra modulo di inerzia della sezione compressa e il modulo d'inerzia totale. Il confronto del modello ad elementi finiti con il modello analitico terrà conto di un momento distribuito applicato alla trave. Per l'ipotesi appena citata, il valore del parametro ω_2 sarà pari a 1.

Il parametro di asimmetria β_x , è definito in Equazione (2.18) nel capitolo 2.

Questi due valori vengono confrontati con i valori ottenuti dai due modelli numerici.

Il confronto è stato svolto per una serie di travi nelle quali l'unica condizione che differisce è lo spessore dell'anima. In questo modo si varia da una condizione di classe 3 in prossimità della classe 4 a una condizione di classe 3 in prossimità della classe 2.

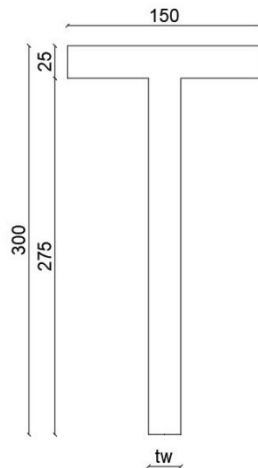


Figura 6-1 Sezione tipo della trave a T (misure in mm)

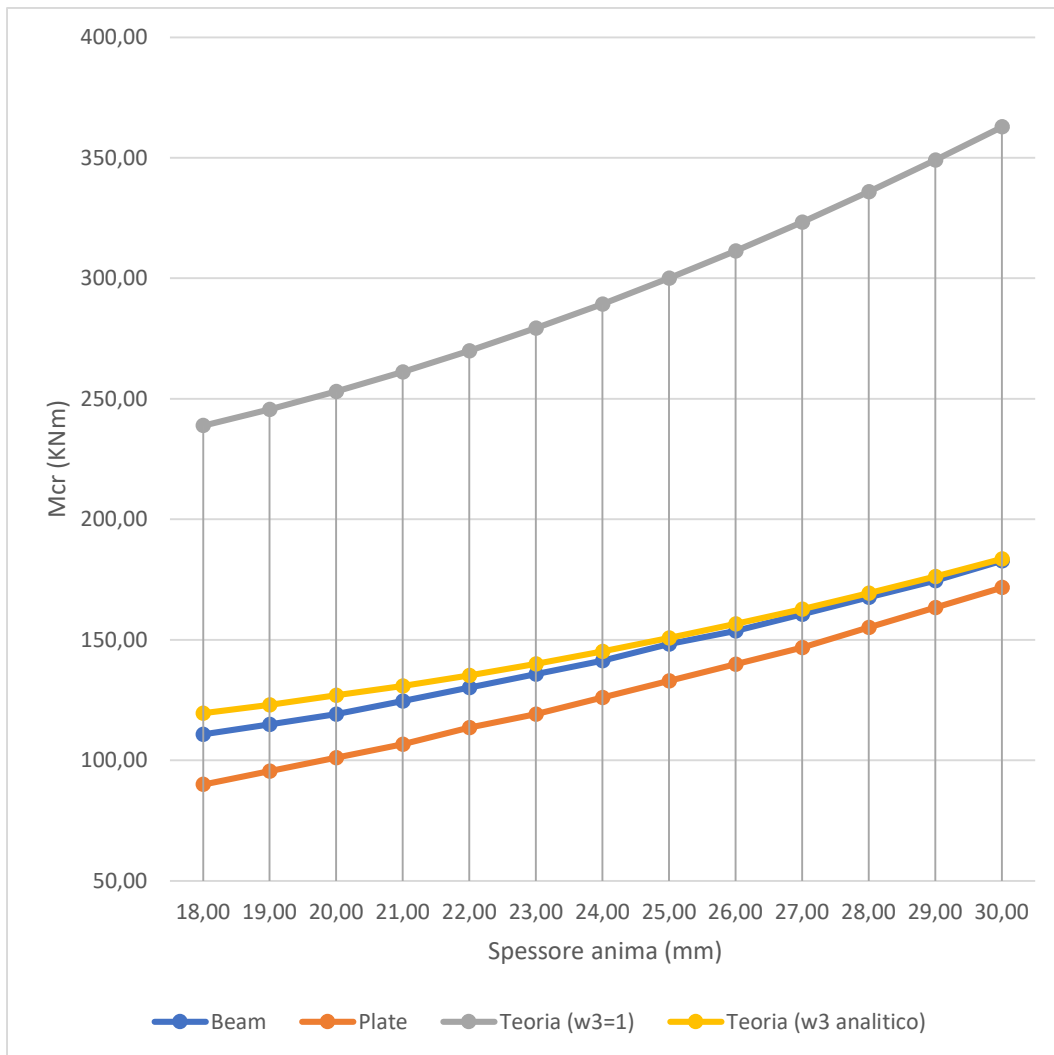


Figura 6-2 Valori di momento critico in base al metodo utilizzato al variare dello spessore dell'anima

Tabella 6-1 Momenti critici ottenuti tramite modello Beam, modello Plate, formule teoriche con $w_1=1$ e w_1 'corretto'

spessore anima t_w (mm)	M_{ed} (KNm)	$M_{cr,Beam}$ (KNm)	$M_{cr,Plate}$ (KNm)	$M_{cr,teorico}$ ($w=1$)(KNm)	$M_{cr;teorico}$ (KNm)
18,00	138,49	110,79	90,02	238,92	119,55
19,00	138,49	114,95	95,56	245,63	122,94
20,00	138,49	119,10	101,10	253,04	126,94
21,00	138,49	124,64	106,64	261,12	130,79
22,00	138,49	130,18	113,56	269,88	135,24
23,00	138,49	135,72	119,10	279,29	140,05
24,00	138,49	141,26	126,03	289,35	145,2
25,00	138,49	148,18	132,95	300,05	150,7
26,00	138,49	153,72	139,87	311,37	156,55
27,00	138,49	160,65	146,80	323,32	162,76
28,00	138,49	167,57	155,11	335,89	169,32
29,00	138,49	174,50	163,42	349,06	176,22
30,00	138,49	182,81	171,73	362,85	183,56

Si può osservare che nel metodo analitico nel quale si assume $\omega_3 = 1.0$ i valori del momento critico sono sovradimensionati e non possono descrivere il comportamento della struttura. Nell'altro caso teorico, che tiene conto della variazione dovuta alla geometria, invece, i valori sono plausibili e sono quasi simili al modello *Beam*. Questi due metodi però sovrastimano la resistenza della struttura e si può notare che se la sezione della trave a T si avvicina alla classificazione di classe 4 (spessore 18 mm) la sovrastima non è trascurabile (circa 20 kNm), mentre se la sezione a T si avvicina alla classificazione di classe 2 allora il modello teorico si avvicina a quello del modello *Plate*.

Questo è dovuto al comportamento delle sezioni nelle diverse classi:

Classe 2: se la sezione è in grado di sviluppare il proprio momento resistente plastico, ma con capacità rotazionale limitata.

Classe 3: se nella sezione le tensioni calcolate nelle fibre estreme compresse possono raggiungere la tensione di snervamento, ma l'instabilità locale impedisce lo sviluppo del momento resistente plastico;

Classe 4: se, per determinarne la resistenza flettente, tagliante o normale, è necessario tener conto degli effetti dell'instabilità locale in fase elastica nelle parti compresse che compongono la sezione. In tal caso nel calcolo della resistenza la sezione geometrica effettiva può sostituirsi con una sezione efficace.

Il risultato ottenuto può essere spiegato dalle ipotesi fatte per la formulazione teorica del *beam*:

- la sezione deve mantenersi ortogonale all'asse baricentrico anche nella condizione di deformata (le sezioni rimangono piane)
- gli spostamenti delle sezioni lungo una direzione sono nulli, cioè è un problema piano,
- gli spostamenti verticali sono piccoli (piccoli gradienti di spostamento) e pari allo spostamento verticale dell'asse baricentrico.

Da queste ipotesi si può capire che considerare il modello a *beam* per il calcolo dell'instabilità pressoflessione non sia la scelta corretta.

Da questo punto il modello utilizzato sarà quello a *plate*.

Il secondo test include la variazione di spessore dell'ala mantenendo invariate le altre misure geometriche: altezza e spessore dell'anima, lunghezza dell'ala, lunghezza della trave.

Si è scelto di sviluppare tre casi nei quali lo spessore dell'anima rimane costante:

- caso con spessore dell'anima con valore di 18mm (per essere in prossimità di sezione in classe 4),
- spessore dell'anima con valore di 25mm (sezione in classe 3),
- spessore dell'anima con valore di 30mm (in prossimità di sezione di classe 2).

Lo spessore dell'ala, invece, per i tre casi varia da 18mm a 35mm, così da poter confrontare il comportamento della sezione.

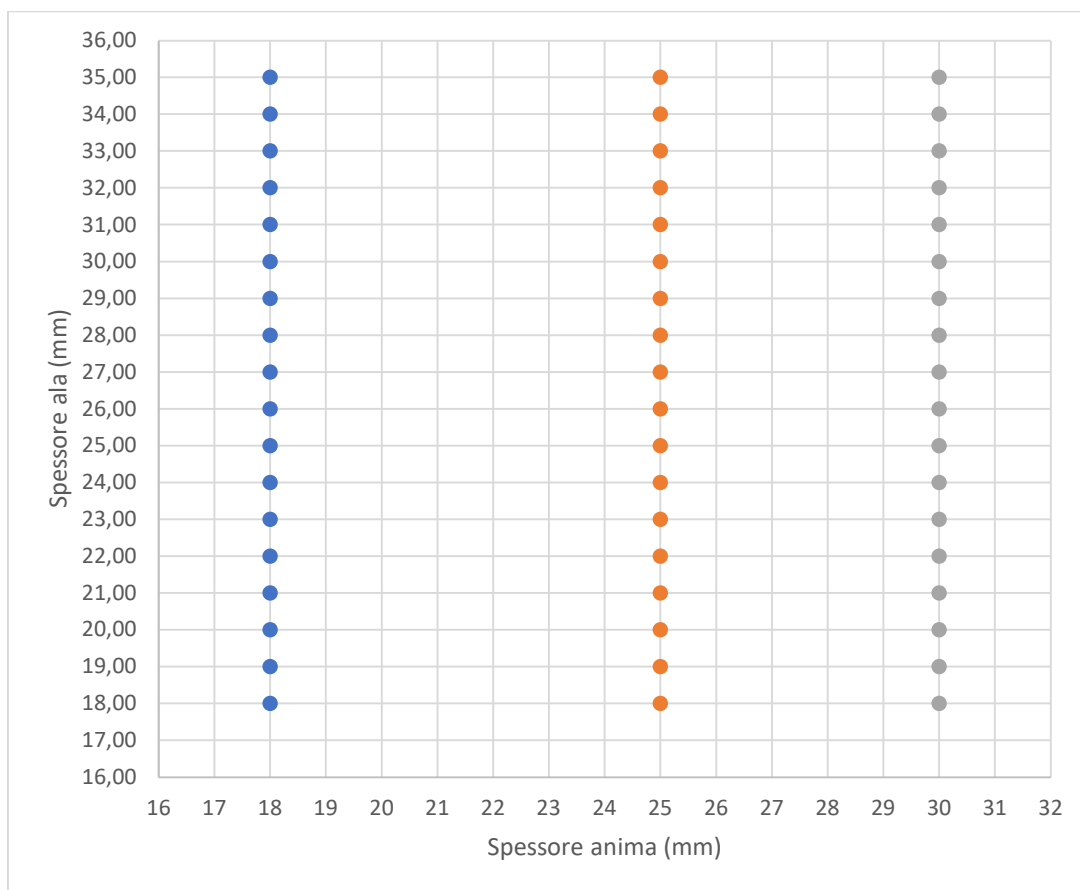


Figura 6-3 Casi presi in esame al variare dello spessore sia dell'anima che dell'ala della trave

I risultati sono riportati nel grafico e nella tabella seguenti.

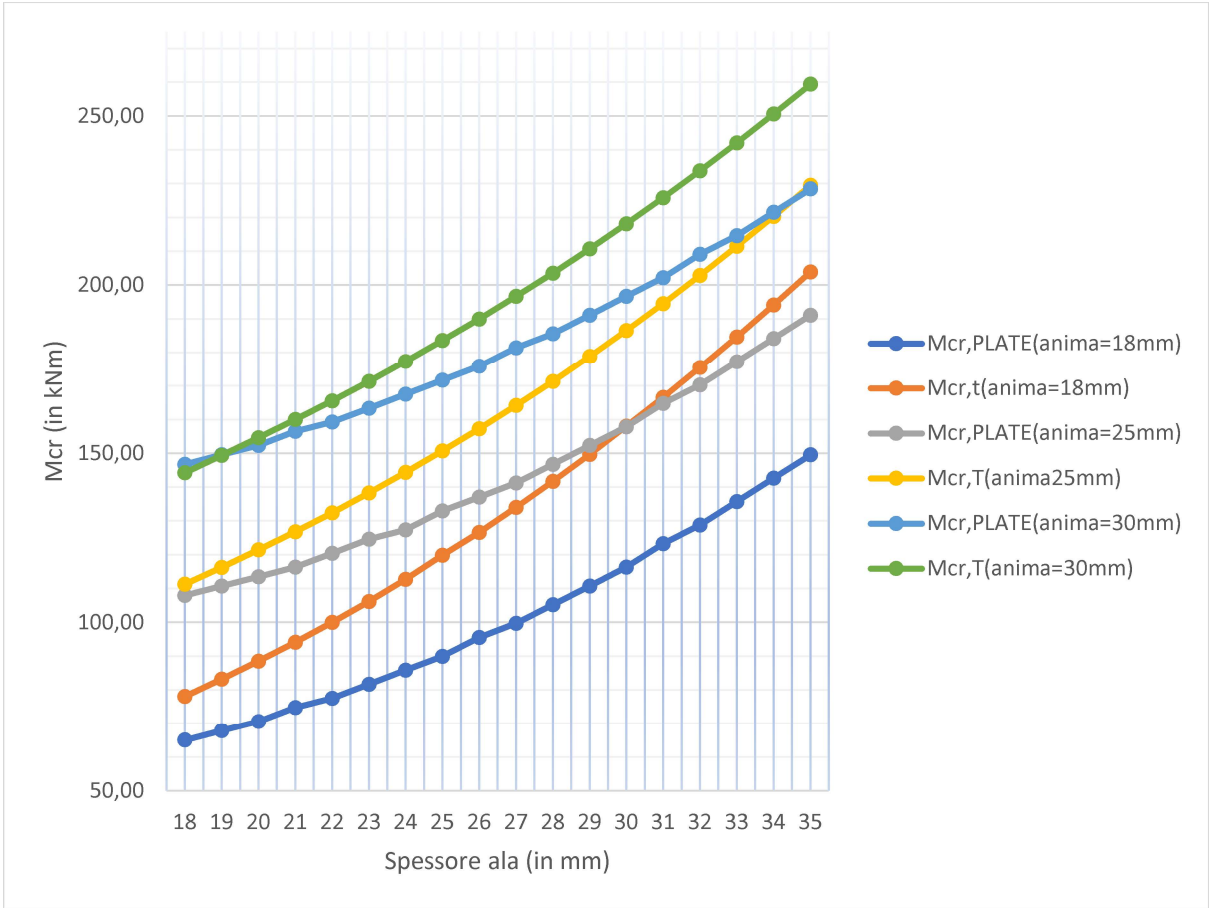


Figura 6-4 Valori ottenuti nei diversi casi del modello Plate: al variare dello spessore dell'anima dei valori 18,00mm, 25,00 mm, 30,00mm, e dello spessore dell'ala da 18,00mm a 35,00mm

Tabella 6-2 Valori ottenuti di momento critico (in kNm) mantenendo lo spessore dell'anima e variando lo spessore dell'ala nei 3 casi: spessore anima 18,00mm, 25,00mm e 30,00mm nel modello Plate e nella formulazione teorica (spessori in mm)

spessore anima	18,00		25,00		30,00	
	Mcr	Mcr T	Mcr	Mcr T	Mcr	Mcr T
spessore ala						
18,00	65,09	78,14	108,02	111,36	146,80	144,32
19,00	67,86	83,19	110,79	116,31	149,57	149,38
20,00	70,63	88,52	113,56	121,46	152,34	154,61
21,00	74,78	94,14	116,33	126,83	156,49	160,00
22,00	77,55	100,05	120,49	132,43	159,26	165,60
23,00	81,71	106,25	124,64	138,27	163,42	171,37
24,00	85,86	112,75	127,41	144,35	167,57	177,35
25,00	90,02	119,85	132,95	150,70	171,73	183,56
26,00	95,56	126,65	137,11	157,31	175,88	189,99
27,00	99,71	134,04	141,26	164,20	181,42	196,67
28,00	105,25	141,74	146,80	171,36	185,58	203,58
29,00	110,79	149,74	152,34	178,81	191,12	210,76
30,00	116,33	158,03	157,88	186,54	196,66	218,19
31,00	123,26	166,62	164,80	194,56	202,20	225,88
32,00	128,80	175,51	170,34	202,87	209,12	233,85
33,00	135,72	184,69	177,27	211,48	214,66	242,10
34,00	142,64	194,16	184,19	220,38	221,58	250,63
35,00	149,57	203,92	191,12	229,58	228,51	259,44

I risultati ottenuti evidenziano il fatto che all'aumentare dello spessore dell'ala la resistenza della sezione aumenta. In questo caso però all'aumentare dello spessore dell'ala, il baricentro della sezione si alza verso l'ala e di conseguenza questo comporta che la zona compressa aumenti, favorendo l'instabilità flessio-torsionale.

Come riporta il grafico si ha che il momento critico ricavato con formulazioni teoriche si discosti dal momento critico ottenuto nel modello. Avendo il valore teorico di momento critico più alto del momento critico del modello si rischia di sovrastimare la resistenza della sezione e di conseguenza avere una sezione non verificata, anche se lo risulta dalla formulazione teorica.

Sempre dal grafico si può vedere che il contributo dell'aumento d'inerzia della sezione all'aumentare dello spessore è maggiore rispetto al contributo dell'aumento della zona compressa in quanto la curva tende a crescere all'aumentare dello spessore dell'ala.

6.1.1 Effetto dell'altezza del carico

Un'altra osservazione da fare riguarda l'effetto dell'altezza al quale il carico è applicato alla trave. In una struttura, le travi sono soggette a carichi trasversali che devono trasferire agli elementi verticali. Questi carichi possono introdurre le travi all'instabilità presso-flessionale prima che le stesse raggiungano la tensione di snervamento del materiale. Il comportamento instabile è caratterizzato da un incremento di deformazione nella direzione o piano normale a quello del carico applicato.

L'altezza del carico, oltretutto, non è un fattore del quale si tiene conto nella determinazione del momento critico nelle formulazioni teoriche.

Il modello consente di capire che l'altezza del carico influisce nella determinazione del momento critico in quanto l'altezza di applicazione del carico può aggiungere delle tensioni secondarie da sommare alle tensioni principali con il loro segno.

L'effetto aggiuntivo dovuto all'altezza di carico può essere visto in due modi: se l'altezza di applicazione è sotto al punto di centro di taglio l'effetto porta benefici aumentando la resistenza, mentre se l'altezza di carico è superiore al punto di centro di taglio l'effetto peggiora la resistenza all'instabilità.

La sezione presa in esame in questo test è la seguente

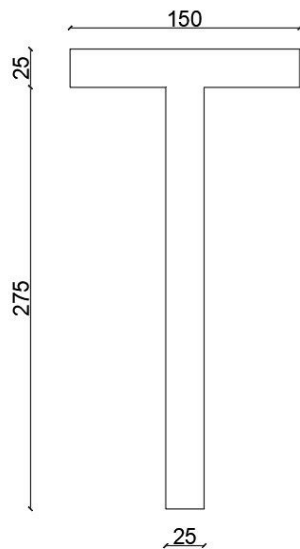


Figura 6-5 Sezione trave (misure in mm)

Per questo si riporta la variazione di momento critico nella sezione al variare dell'altezza del carico applicato.

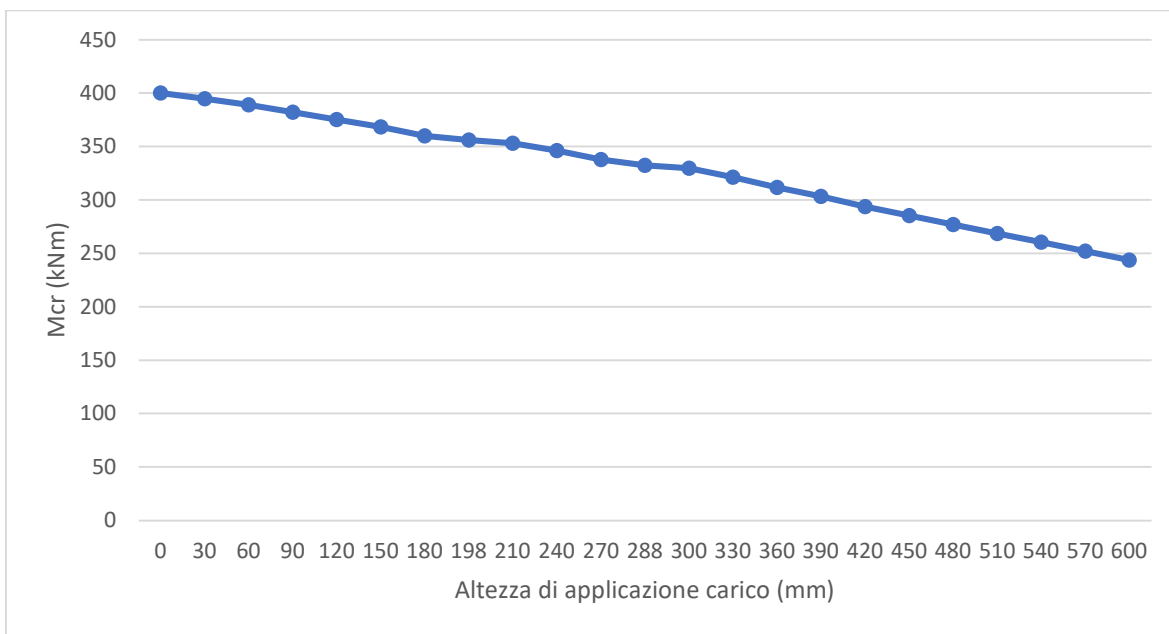


Figura 6-6 Valori di momento critico al variare dell'altezza di applicazione del carico

Tabella 6-3 Valori di momento critico e 'Load factor' al variare dell'altezza di applicazione del carico

Altezza carico (mm)	Load factor	Mcr(kNm)
0,00	2,89	400,24
30,00	2,85	394,70
60,00	2,81	389,16
90,00	2,76	382,23
120,00	2,71	375,31
150,00	2,66	368,38
180,00	2,60	360,07
198,31	2,57	355,92
210,00	2,55	353,15
240,00	2,50	346,23
270,00	2,44	337,92
<u>287,50</u>	2,40	332,38
300,00	2,38	329,61
330,00	2,32	321,30
360,00	2,25	311,60
390,00	2,19	303,29
420,00	2,12	293,60
450,00	2,06	285,29
480,00	2,00	276,98
510,00	1,94	268,67
540,00	1,88	260,36
570,00	1,82	252,05
600,00	1,76	243,74

Sapendo che il centro di taglio si trova a 287,5 mm si può notare che diminuendo l'altezza di applicazione la resistenza all'instabilità flessione-torsionale lineare aumenta, mentre procedendo nel senso opposto, ovvero aumentando l'altezza del carico la resistenza diminuisce.

L'altezza del carico non è un fattore da trascurare nello studio dell'instabilità pressoflessionale, in quanto potrebbe diminuire la resistenza della sezione rispetto alla resistenza ottenuta avendo il carico applicato nel centro di taglio.

7 ANALISI NON LINEARE

L'avvento dei solutori di calcolo porta con sé il modo di ottenere calcoli più precisi tenendo conto di elementi e/o ipotesi che nei calcoli manuali non era possibile in poco tempo. In questo modo si possono inserire dentro al calcolo anche condizioni di non linearità.

La non linearità può essere di due tipi:

- Non linearità per materiale: si inserisce il comportamento del materiale nel solutore, il quale è schematizzato con una curva bilineare.
- Non linearità per geometria: in questo caso la condizione di deformata e indeformata non si possono più confondere, in quanto non vale più l'ipotesi di piccole deformazioni.

7.1 Analisi Non Lineare per Materiale (MNA)

7.1.1 Premessa

La normativa UNI-EN 1993-1-5: 2006 (E), prima di procedere con l'analisi non lineare, traccia una linea guida sugli effetti dell'instabilità sui *plate* dovuti alle tensioni dirette agli stati limite ultimi.

Il capitolo 10 della normativa sopra citata si riferisce alle sezioni in classe 3 definendo un criterio per capire il comportamento della sezione in esame: il metodo, *Reduced Stress Method*, può essere usato per determinare le tensioni limite alle quali può essere soggetta la sezione, cioè se riesce ad arrivare al momento plastico resistente o sarà soggetta a instabilità prima di poterlo raggiungere.

La formula che permette ciò è la seguente:

$$\frac{\rho \alpha_{ult,k}}{\gamma_{M1}} \geq 1 \quad (7.1)$$

Dove

$\alpha_{ult,k}$ è il minimo coefficiente di amplificazione da applicare al carico di progetto per ottenere il valore caratteristico del punto più critico nel *plate*;

ρ è il fattore di riduzione che dipende dalla snellezza del *plate* $\bar{\lambda}_p$ che tiene conto dell'instabilità del *plate*:

γ_{M1} è il fattore parziale applicato a questo metodo.

Si può capire che se il valore di ρ è maggiore di 1,00 allora la sezione è governata dal raggiungimento del momento plastico resistente mentre se il valore è minore di 1,00 allora la sezione avrà un momento resistente plastico minore dovuto all'introduzione degli effetti dell'instabilità.

Quello che ricerchiamo infatti è se l'instabilità agisce nella sezione da analizzare

La snellezza del *plate* $\bar{\lambda}_p$ può essere determinata da

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr}}} \quad (7.2)$$

Dove α_{cr} è il minimo valore di amplificazione da applicare al carico di progetto per ottenere il valore di carico critico elastico del *plate*.

I valori di $\alpha_{ult,k}$ e α_{cr} possono essere ottenuti da modelli FEM, come descritto nell'Annex B della normativa UNI-EN 1993-1-5: 2006 (E).

Il valore del fattore di riduzione ρ può essere ottenuto come segue:

$$\rho = \frac{1}{\phi_p + \sqrt{\phi_p^2 - \bar{\lambda}_p}} \quad (7.3)$$

Dove

$$\phi_p = \frac{1}{2}(1 + \alpha_p(\bar{\lambda}_p - \bar{\lambda}_{p0}) + \bar{\lambda}_p) \quad (7.4)$$

E come precedentemente scritto

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr}}} \quad (7.5)$$

I valori di $\bar{\lambda}_{p0}$ e α_p sono ottenuti dalla tabella.

Tabella 7-1 Valori di $\bar{\lambda}_{p0}$ e α_p (Tabella B.1, EN 1993 1-6)

Product	predominant buckling mode	α_p	$\bar{\lambda}_{p0}$
hot rolled	direct stress for $\psi \geq 0$	0,13	0,70
	direct stress for $\psi < 0$		0,80
	shear transverse stress		
welded or cold formed	direct stress for $\psi \geq 0$	0,34	0,70
	direct stress for $\psi < 0$		0,80
	shear transverse stress		

Nei casi in esame il valore sarà $\bar{\lambda}_{p0} = 0,70$ e $\alpha_p = 0,34$

In questo caso i valori di $\alpha_{ult,k}$ e α_{cr} vengono definiti come:

$\alpha_{ult,k}$ è il minimo coefficiente amplificativo per il carico di progetto per ottenere il valore di resistenza nella sezione più critica, trascurando qualsiasi instabilità;

α_{cr} è il minimo coefficiente amplificativo per il carico di progetto per ottenere la resistenza critica elastica della trave inclusi i modi di instabilità del *plate* e di instabilità flessio-torsionale.

Il valore del coefficiente amplificativo $\alpha_{ult,k}$ per gli stati limite ultimi deve essere sufficiente per raggiungere l'affidabilità richiesta.

Il coefficiente amplificativo $\alpha_{ult,k}$ deve consistere da due fattori:

α_1 per coprire l'incertezza del modello FEM utilizzato;

α_2 per coprire la dispersione dei modelli di carichi e resistenze. Può essere preso come valore γ_{M1} se governa l'instabilità ($\gamma_{M1} = 1,00$) e γ_{M2} se governa la frattura ($\gamma_{M2} = 1,25$).

Per avere la sezione che non è soggetta a instabilità, si deve garantire il meccanismo di frattura e per questo nella verifica si avrà $\alpha_2 = \gamma_{M2}$, mentre per α_1 si tiene un valore di 1,00.

$$\alpha_{ult,k} = 1,25 \quad (7.6)$$

Il valore di α_{cr} invece viene estrapolato dal modello FEM tramite l'analisi *Linear Buckling*, prendendo il primo modo ottenuto e cioè il coefficiente per ottenere la resistenza critica caratteristica elastica.

Nel caso in esame si ottengono i seguenti valori per i diversi valori dello spessore dell'anima.

Tabella 7-2 Valori di ρ

Spessore (mm)	ρ
18.00	0.821
20.00	0.859
22.00	0.899
24.00	0.909
25.00	0.928
26.00	0.946
28.00	0.984
30.00	1.045

Dai valori ottenuti per i diversi casi, al cambiare dello spessore dell'anima, si può notare che tutte le sezioni analizzate, tranne quella con spessore anima di 30,00 mm, hanno un comportamento di instabilità prima di raggiungere la resistenza plastica data dalla capacità della sezione stessa. In questo caso l'analisi non lineare per materiale è significativa solo per il caso della sezione con spessore dell'anima di 30,00 mm.

Infatti, come si vedrà nel paragrafo successivo, il valore ottenuto per il momento critico elastico sarà minore rispetto al momento resistente plastico in tutte le sezioni tranne per la sezione precedentemente citata.

7.1.2 Analisi non lineare per materiale

L'analisi in questione pone come obiettivo l'ottenimento del valore di momento plastico resistente della sezione considerata nelle condizioni di stati limite ultimi.

Anche in questo caso, l'analisi verrà realizzata tramite il software *Straus7*, tramite il comando *Non Linear Analysis*.

Il modello di riferimento sarà il modello a *plate* nel quale il carico è posto all'altezza di applicazione come ipotizzato nella progettazione della struttura globale.

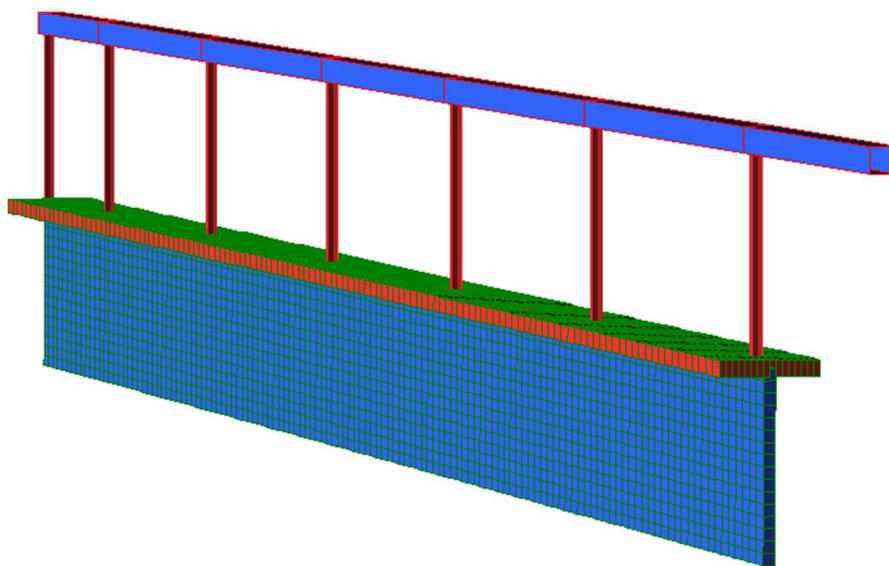


Figura 7-1 Modello

L'analisi è stata svolta su un numero di 8 sezioni differenti, nelle quali cambia lo spessore dell'anima, da 18,00 mm a 30,00 mm, mentre le restanti misure della sezione rimangono costanti.

Spessore anima t_w (mm)
18,00
20,00
22,00
24,00
25,00
26,00
28,00
30,00

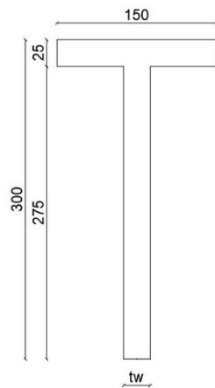


Figura 7-2 Sezione tipo della trave a T (misure in mm)

Per ogni cambio di spessore l'analisi viene effettuato due volte:

- Una con materiale elastoplastico senza incrudimento
- Una con materiale elastoplastico con incrudimento

Il comportamento del materiale senza incrudimento è stato ipotizzato come con una pendenza nominale che di fatto può essere intesa come senza incrudimento.

I carichi vengono progressivamente aumentati, partendo dai valori di progetto nella combinazione più negativa, fino al raggiungimento del limite plastico.

Il modo in cui vengono aumentati i carichi in questa analisi verrà poi usato per tutte le analisi successive.

Tabella 7-3 Incrementi di carico utilizzati

<i>step</i>	<i>Load factor</i>	g_1	g_2	<i>neve</i>	<i>vento A</i>	<i>vento B</i>	<i>vento C</i>
1	1.00	1.300	1.300	1.500	0.000	0.900	0.000
2	1.05	1.365	1.365	1.575	0.000	0.945	0.000
3	1.10	1.430	1.859	1.650	0.000	0.990	0.000
4	1.15	1.495	1.944	1.725	0.000	1.035	0.000
5	1.20	1.560	2.028	1.800	0.000	1.080	0.000
6	1.25	1.625	2.113	1.875	0.000	1.125	0.000
7	1.30	1.690	2.197	1.950	0.000	1.170	0.000
8	1.35	1.755	2.282	2.025	0.000	1.215	0.000
9	1.40	1.820	2.366	2.100	0.000	1.260	0.000
10	1.45	1.885	2.451	2.175	0.000	1.305	0.000
11	1.50	1.950	2.535	2.250	0.000	1.350	0.000
12	1.55	2.015	2.620	2.325	0.000	1.395	0.000
13	1.60	2.080	2.704	2.400	0.000	1.440	0.000
14	1.65	2.145	2.789	2.475	0.000	1.485	0.000
15	1.70	2.210	2.873	2.550	0.000	1.530	0.000
16	1.75	2.275	2.958	2.625	0.000	1.575	0.000
17	1.80	2.340	3.042	2.700	0.000	1.620	0.000
18	1.85	2.405	3.127	2.775	0.000	1.665	0.000
19	1.90	2.470	3.211	2.850	0.000	1.710	0.000
20	1.95	2.535	3.296	2.925	0.000	1.755	0.000
21	2.00	2.600	3.380	3.000	0.000	1.800	0.000
22	2.05	2.665	3.465	3.075	0.000	1.845	0.000
23	2.10	2.730	3.549	3.150	0.000	1.890	0.000
24	2.15	2.795	3.634	3.225	0.000	1.935	0.000
25	2.20	2.860	3.718	3.300	0.000	1.980	0.000
26	2.25	2.925	3.803	3.375	0.000	2.025	0.000
27	2.30	2.990	3.887	3.450	0.000	2.070	0.000
28	2.35	3.055	3.972	3.525	0.000	2.115	0.000
29	2.40	3.120	4.056	3.600	0.000	2.160	0.000
30	2.45	3.185	4.141	3.675	0.000	2.205	0.000
31	2.50	3.250	4.225	3.750	0.000	2.250	0.000
32	2.55	3.315	4.310	3.825	0.000	2.295	0.000
33	2.60	3.380	4.394	3.900	0.000	2.340	0.000
34	2.65	3.445	4.479	3.975	0.000	2.385	0.000
35	2.70	3.510	4.563	4.050	0.000	2.430	0.000
36	2.75	3.575	4.648	4.125	0.000	2.475	0.000
37	2.80	3.640	4.732	4.200	0.000	2.520	0.000
38	2.85	3.705	4.817	4.275	0.000	2.565	0.000
39	2.90	3.770	4.901	4.350	0.000	2.610	0.000
40	2.95	3.835	4.986	4.425	0.000	2.655	0.000
41	3.00	3.900	5.070	4.500	0.000	2.700	0.000

Da normativa si può considerare di aver raggiunto il limite plastico quando si raggiunge un valore del 5% di deformazione principale.

Il valore di momento ottenuto per il valore di deformazione sopracitato sarà il momento resistente plastico della sezione in oggetto.

Questo valore viene riportato in tabella e confrontato con il momento resistente plastico ed elastico teorico della sezione.

Tabella 7-4 Valori di momento resistente elastico, plastico e plastico tramite FEM con e senza incrudimento

Spessore (mm)	<i>Mrd,el</i> (kNm)	<i>Mrd,pl</i> (kNm)	<i>Mrd,pl (HD)</i> (kNm)	<i>Mrd,pl (NO HD)</i> (kNm)
18,00	139,43	251,16	289,80	262,20
20,00	152,21	271,52	314,64	282,90
22,00	164,68	290,62	338,10	303,60
24,00	176,89	308,76	361,56	324,30
25,00	182,90	317,56	372,60	331,20
26,00	188,86	326,19	383,64	338,10
28,00	200,61	343,04	405,72	362,94
30,00	212,17	359,44	427,80	379,50

Si può osservare che il momento plastico ottenuto con formulazione teorica è cautelativo rispetto ai valori ottenuti con approccio numerico tramite software. I valori invece ottenuti dal modello nell'ipotesi che il materiale abbia un comportamento elasto-plastico con *hardening* lineare sovrastimano la resistenza. La normativa, come detto precedentemente, consiglia di considerare il valore di momento plastico al raggiungimento della deformazione principale al 5%, e quindi in base alla curva del

comportamento del materiale si ha che il momento resistente varia a seconda delle proprietà plastiche del materiale: avere il plateau orizzontale quando si entra in plasticità (rimane costante) o aumenta se in presenza di incrudimento.

Per le analisi non lineari per materiale, la normativa precisa di ignorare l'effetto dell'incrudimento.

Tabella 7-5 Coefficienti di carico critico ottenuti da Linear Buckling (LB) e analisi non lineare per materiale MNA

<i>Spessore (mm)</i>	<i>load factor LB</i>	<i>MNA</i>
18.00	1.63	1.90
20.00	1.79	2.05
22.00	1.98	2.20
24.00	2.18	2.35
25.00	2.29	2.40
26.00	2.40	2.45
28.00	2.63	2.63
30.00	2.86	2.75

Confrontando i coefficienti, si nota che i valori ottenuti dall'analisi lineare sono minori rispetto a quelli ottenuti dall'analisi non lineare per materiale in quanto il valore di momento critico resistente all'instabilità è minore rispetto il valore di momento resistente plastico della sezione. Questo succede in tutti i casi tranne nel caso di sezione con spessore anima di 30,00 mm nel quale la sezione raggiunge prima il momento plastico rispetto al momento resistente all'instabilità.

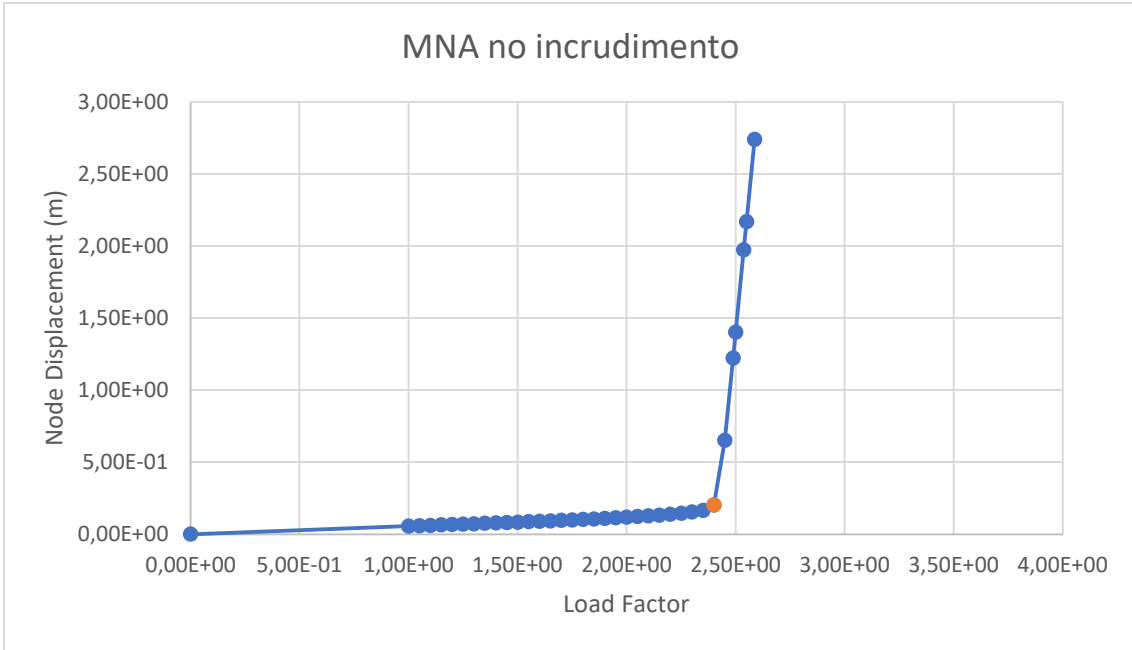


Figura 7-3 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm (plateau orizzontale)

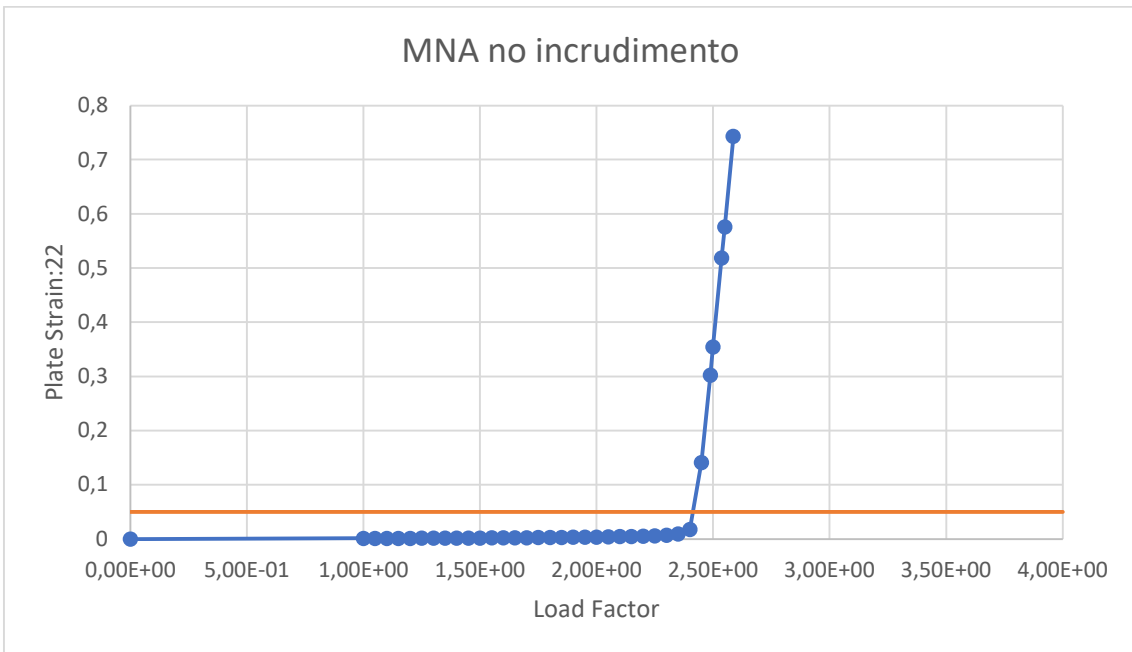


Figura 7-4 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm (plateau orizzontale)

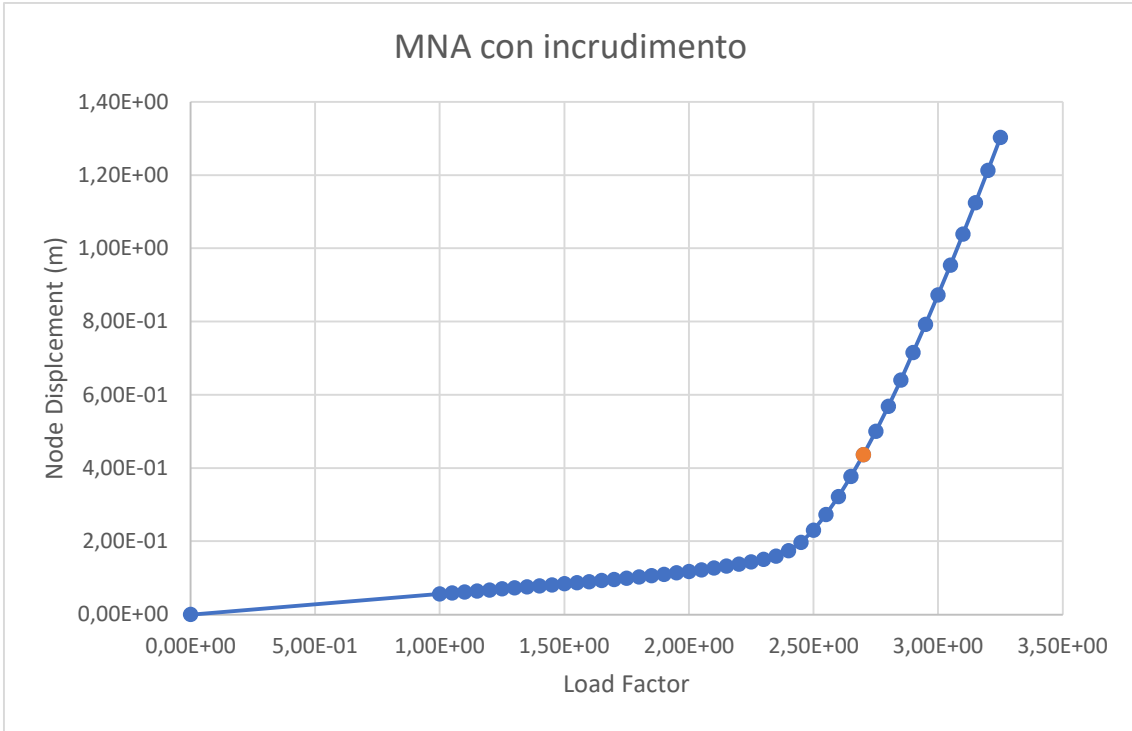


Figura 7-5 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm (con incrudimento)

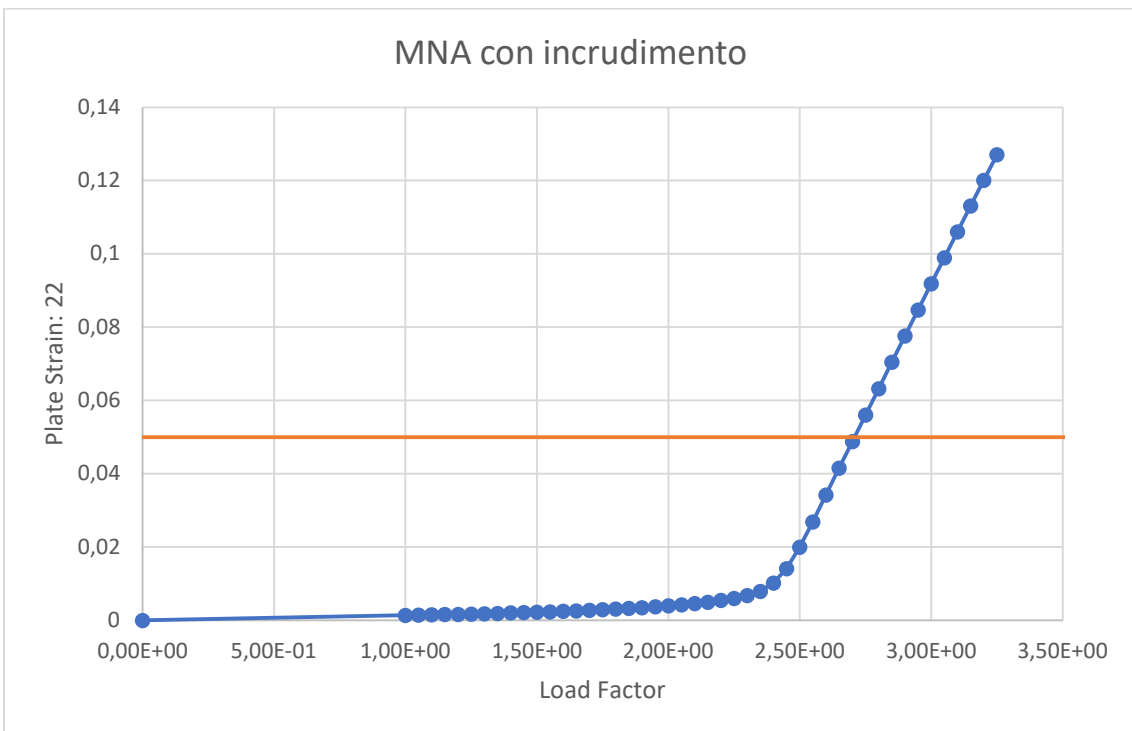


Figura 7-6 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Deformazione Principale (Principal Strain: 22) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm (con incrudimento)

7.2 Analisi Non Lineare per Geometria (GNA)

L'analisi non lineare per geometria è utilizzata per determinare il carico elastico di instabilità della struttura perfetta.

L'analisi porta ad ottenere come risultato il punto di biforcazione, tenendo conto anche della non linearità per geometria.

Il punto di biforcazione è ottenibile utilizzando il metodo *Arc-Lenght*, implementato nel risolutore del programma *Straus7*.

In questo metodo, l'algoritmo cerca il punto successivo sul percorso di deformazione del carico della struttura caricata. Questo metodo è molto potente per gli studi sull'instabilità, dove queste strutture leggere e rigide supportano carichi molto elevati, ma possono facilmente trasformarsi in sistemi a rapido collasso.

Sebbene il metodo *Arc-Lenght* sia ottimo per seguire percorsi di carico ascendenti e discendenti che siano lisci, a volte ha difficoltà quando si verificano cambiamenti bruschi, come biforcazione con un percorso post-instabilità fortemente discendente, come accade in molti problemi di instabilità dei *plate*.

In queste situazioni, è difficile cogliere il punto di biforcazione in modo accurato, perché il metodo *Arc-Lenght* salta dal comportamento pre-instabilità al comportamento post-instabilità, mancando il vero valore di picco con un certo margine.

Questa difficoltà può essere superata individuando il livello di carico (*load factor*) più vicino al punto di biforcazione sul percorso di *pre-buckling* e ricominciando l'analisi dallo stesso punto utilizzando il metodo *Arc-Lenght* con un valore di riduzione più restrittivo.

Se il ragionamento appena fatto viene utilizzato all'inizio dell'analisi, l'onere computazionale occuperà un valore eccessivo di tempo.

Una seconda difficoltà è quando il cambiamento dell'andamento dalla situazione di *pre-buckling* a quella di *post-buckling* nel punto di biforcazione è particolarmente marcato, il metodo *Arc-Lenght* può sfortunatamente scegliere il percorso longitudinale come percorso post-instabilità, e quindi semplicemente scaricare direttamente lungo il percorso di carico e potenzialmente nel regime di carico negativo. Questa situazione è più difficile da evitare. Ci sono, però, due tecniche che sono potenzialmente utili. In primo luogo, una perturbazione molto piccola della geometria inserita in modo da non

risultare simmetrica può aiutare a incoraggiare l'algoritmo a seguire il percorso post-instabilità desiderato. In secondo luogo, la difficoltà può essere spesso superata con una scelta leggermente diversa di mesh degli elementi finiti, in modo che gli errori di arrotondamento che si verificano naturalmente siano disposti in modo diverso nella nuova analisi.

Un terzo problema sorge a causa della natura di un punto di biforcazione. Questo è un punto in cui la struttura può seguire un nuovo percorso secondario o mantenere il percorso originale (anche se quest'ultimo è effettivamente instabile). Pertanto, il metodo *Arc-Length* può superare una biforcazione e continuare sul percorso principale e il punto critico di biforcazione potrebbe non essere trovato. Per evitare questo problema, bisogna individuare quando la matrice di rigidezza tangente ha autovalori negativi dopo il passaggio del punto di biforcazione. Quindi un controllo per autovalori negativi è un utile controllo per una mancata biforcazione. Questo punto di biforcazione deve essere trovato per determinare il vero carico di instabilità.

Tuttavia, questo punto di biforcazione non può essere localizzato con precisione da questa prima analisi, poiché l'unica informazione che può essere derivata dal calcolo è che si trova da qualche parte tra l'ultimo punto con una matrice di rigidezza definita positiva e il primo punto con una rigidezza definita non positiva matrice. In questa situazione, è nuovamente necessario ricominciare l'analisi da qualche parte al di sotto dell'ultimo punto con una matrice definita positiva e adottare un piccolo passo vincolato di lunghezza d'arco. C'è quindi una possibilità molto più alta che venga scelto il vero percorso post-instabilità e possa esserlo il punto di biforcazione accuratamente valutato.

I risultati ottenuti nel caso di GNA (*Geometry non Linear*) vengono confrontati con i risultati ottenuti dall'analisi *Linear Buckling*.

Tabella 7-6 Valori dei coefficienti di carico ottenuti dall'analisi di Linear Buckling (LB) e l'analisi non lineare per geometria (GNA)

Spessore (mm)	load factor (LB)	load factor (GNA)
18.00	1.63	1.66
20.00	1.79	1.81
22.00	1.98	2.04
24.00	2.18	2.22
25.00	2.29	2.34
26.00	2.40	2.44
28.00	2.63	2.69
30.00	2.86	2.93

I risultati ottenuti dalle due analisi sono simili. I valori sono simili ma diversi in quanto la tipologia di analisi non è la stessa. Il metodo di *Linear Buckling* utilizza il solutore statico lineare, mentre l'analisi non lineare utilizza un solutore statico non lineare, nel quale l'equilibrio non viene rispettato e viene introdotta una procedura iterativa, per trovare l'equilibrio, minimizzando il residuo ottenuto dalla differenza del valore delle forze interne e delle forze esterne.

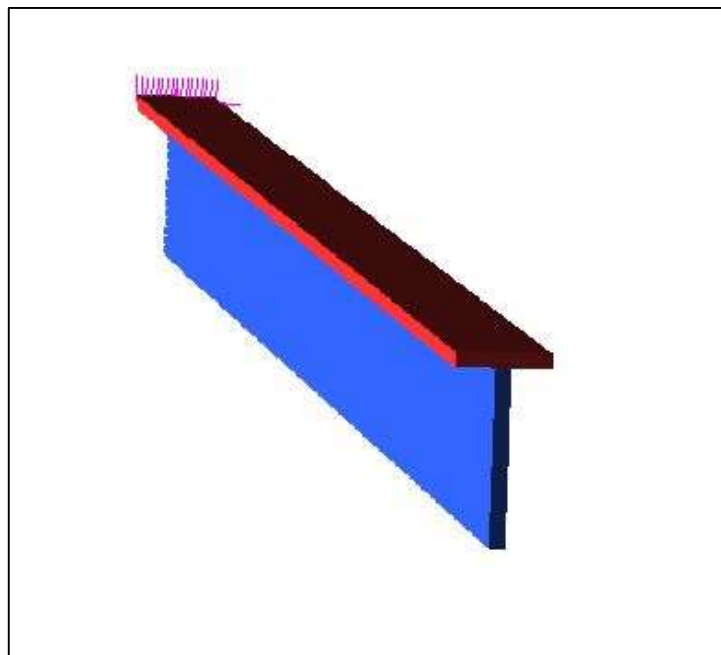


Figura 7-7 Trave indeformata (spessore anima 25,00 mm)

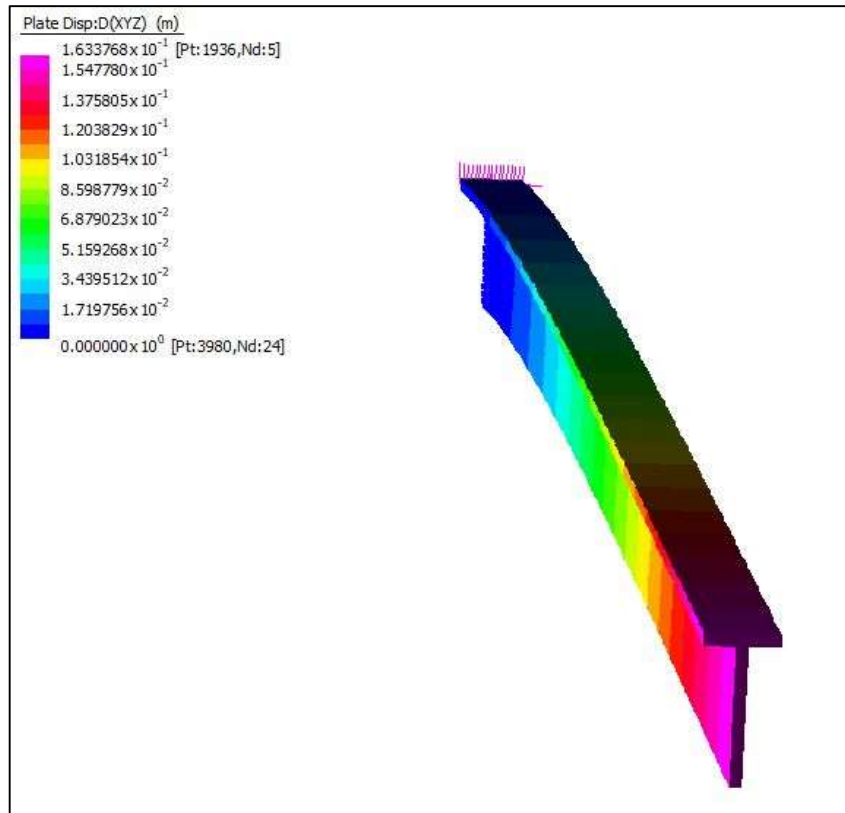


Figura 7-8 Valori di spostamento ottenuti nello step critico di instabilità (spessore anima 25,00mm)

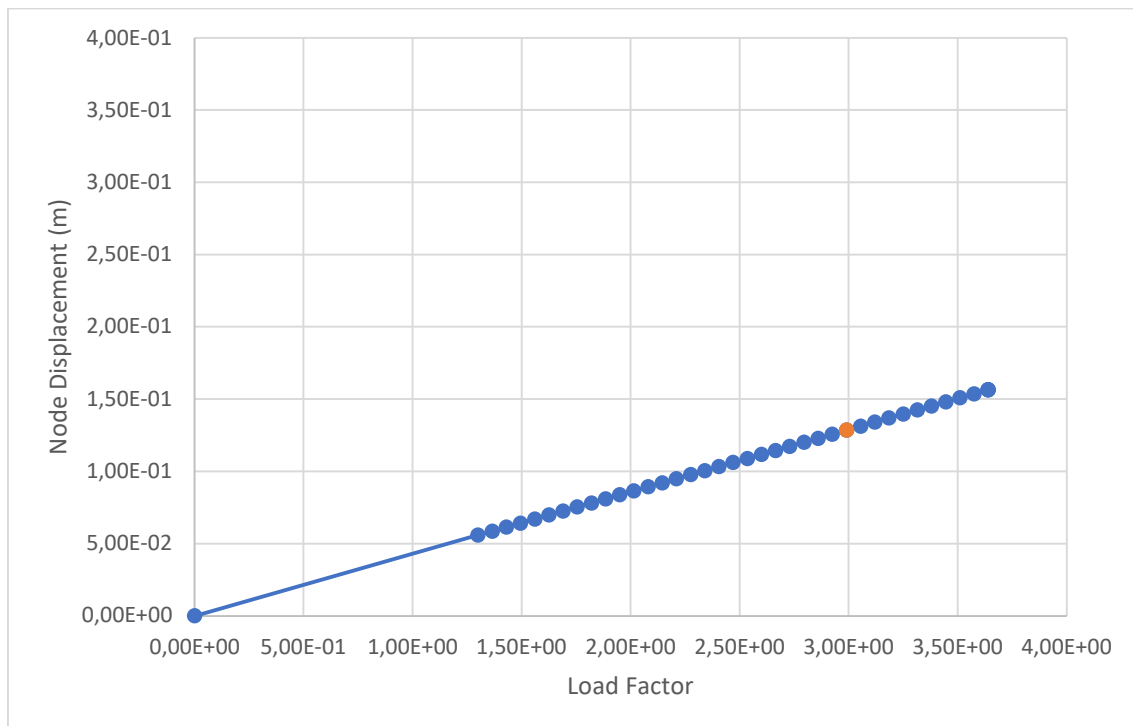


Figura 7-9 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm

Per ottenere i risultati dall'analisi non lineare per geometria si è proceduto lanciando l'analisi con il programma *Straus7*, attivando il controllo con il metodo *Arc-length*.

In questo modo nel *Result Log File*, il file contenente le iterazioni svolte dal programma con relativa descrizione, si riesce a trovare un *warning* relativo alla diagonale della matrice di rigidezza negativa. L'iterazione dove è presente il *warning* è associata al carico critico d'instabilità della sezione.

```

2.23000E+00 2.23000E+00 2.23000E+00 0.00000E+00 1.34300E+00 0.00000E+00
0.00000E+00 0.00000E+00
ITERATION 1 INCREMENT 38
LARGEST PLATE ROTATION      : 0.05 deg. at Plate 4070
SUMMATION OF APPLIED LOADS
      FX          FY          FZ          MX          MY          MZ
Beams  -3.54345E-20 -7.54770E+04  2.63141E-13 -4.07454E-10  1.49186E-19  9.97466E-18
Plates  0.00000E+00  0.00000E+00  0.00000E+00  0.00000E+00  0.00000E+00  0.00000E+00
Total   -3.54345E-20 -7.54770E+04  2.63141E-13 -4.07454E-10  1.49186E-19  9.97466E-18
Vector  -7.05446E-05 -4.38838E+02 -7.71305E-02  5.14023E-01  3.96608E-02 -1.91393E-01
SUMMATION OF MOMENTS OF APPLIED LOADS ABOUT THE ORIGIN [Load Vector]
      MXo          MYo          MZo
      1.38255E+06  2.15856E-01 -4.92025E-02
Reducing 25392 Equations (Using 235.2 MB RAM)...
MAXIMUM PIVOT                : 2.082015E+09 (Node 872 RZ)
MINIMUM PIVOT                : 7.935057E+02 (Node 4265 DX)
WARNING[ 26]: Negative diagonal in global stiffness matrix. Negative diagonal ratio: 2.910847E-02 (Node 4237 RY)
MAX TRANSLATION INCREMENT    : (-2.760E-03, -9.251E-01, 2.245E-02) at Node 4261
MAX ROTATION INCREMENT       : ( 3.349E-04, -5.518E-07, 3.482E-06) at Node 4261
DISPLACEMENT NORM           : 5.833153E-03
FORCE/MOMENT NORM            : 7.549403E-04
ITERATION 2 INCREMENT 38
LARGEST PLATE ROTATION      : 0.05 deg. at Plate 4070

```

Figura 7-10 Esempio di warning associato al metodo Arc-Lenght per trovare il carico critico all'instabilità della sezione

7.3 Analisi Non Lineare per Materiale e Geometria (GMNA)

L'analisi non lineare per materiale e geometria è utilizzata per determinare i carichi di collasso per la struttura perfetta.

La resistenza di progetto all'instabilità deve essere determinata come un fattore di carico applicato ai valori di progetto della combinazione di azioni per il caso di carico pertinente.

L'analisi non lineare per materiale e geometria tiene conto dell'andamento elastoplastico del materiale e non vale l'ipotesi di piccole deformazioni.

I risultati vengono ottenuti con la stessa metodologia usata nell'analisi non lineare per geometria con l'utilizzo del metodo *Arc-Lenght*, nel quale l'algoritmo cerca il punto successivo sul percorso di deformazione del carico della struttura caricata.

Anche in questa analisi la struttura mantiene il percorso originale, anche se instabile, e non passa al nuovo percorso secondario. Questo comporta che il punto di biforcazione potrebbe non essere trovato. Per ovviare a questo problema bisogna trovare quando la matrice di rigidezza tangente ha autovalori negativi subito dopo il passaggio del punto di biforcazione. Non trovare il punto di biforcazione vuol dire non trovare il carico per l'instabilità.

Tabella 7-7 Valori di Load Factor nel caso di analisi di Linear Buckling, nell'analisi non lineare per geometria (GNA) e nell'analisi non lineare per materiale e geometria (GMNA)

Spessore (mm)	load factor LB	load factor GNA	load factor GMNA
18.00	1.63	1.66	1.64
20.00	1.79	1.81	1.82
22.00	1.98	2.04	2.01
24.00	2.18	2.22	2.22
25.00	2.29	2.34	2.29
26.00	2.40	2.44	2.40
28.00	2.63	2.69	2.62
30.00	2.86	2.93	2.75

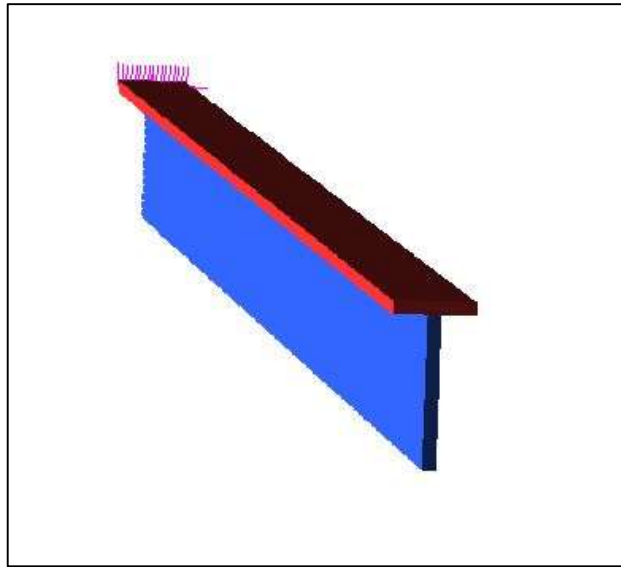


Figura 7-11 Trave indeformata (spessore anima 25,00 mm)

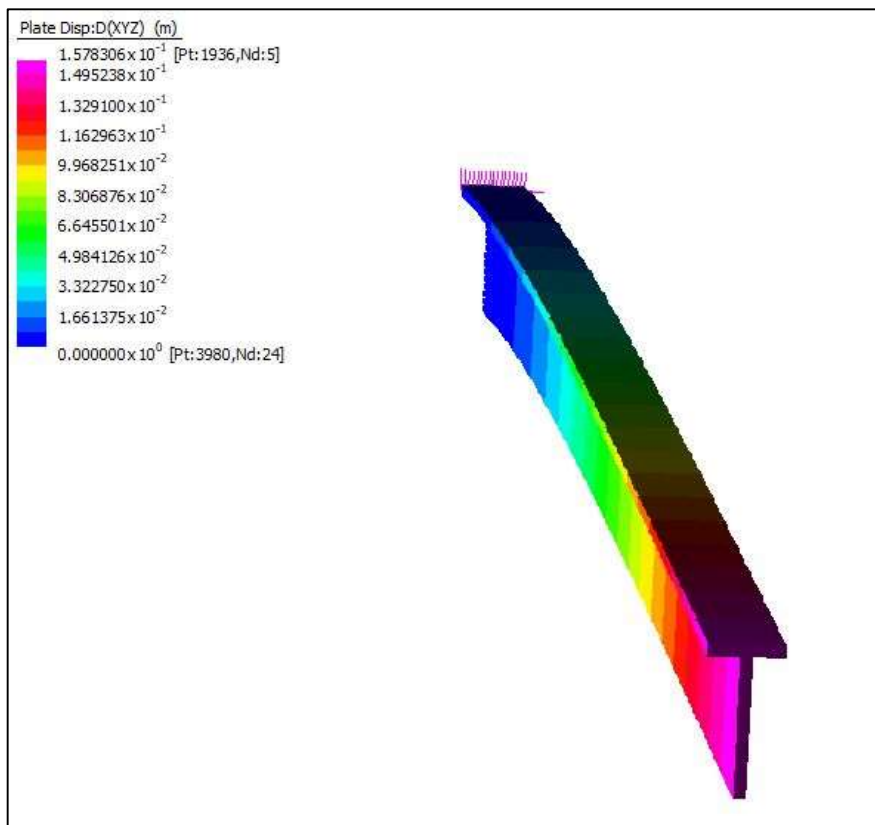


Figura 7-12 Valori di spostamento ottenuti nello step critico di instabilità (spessore anima 25,00mm)

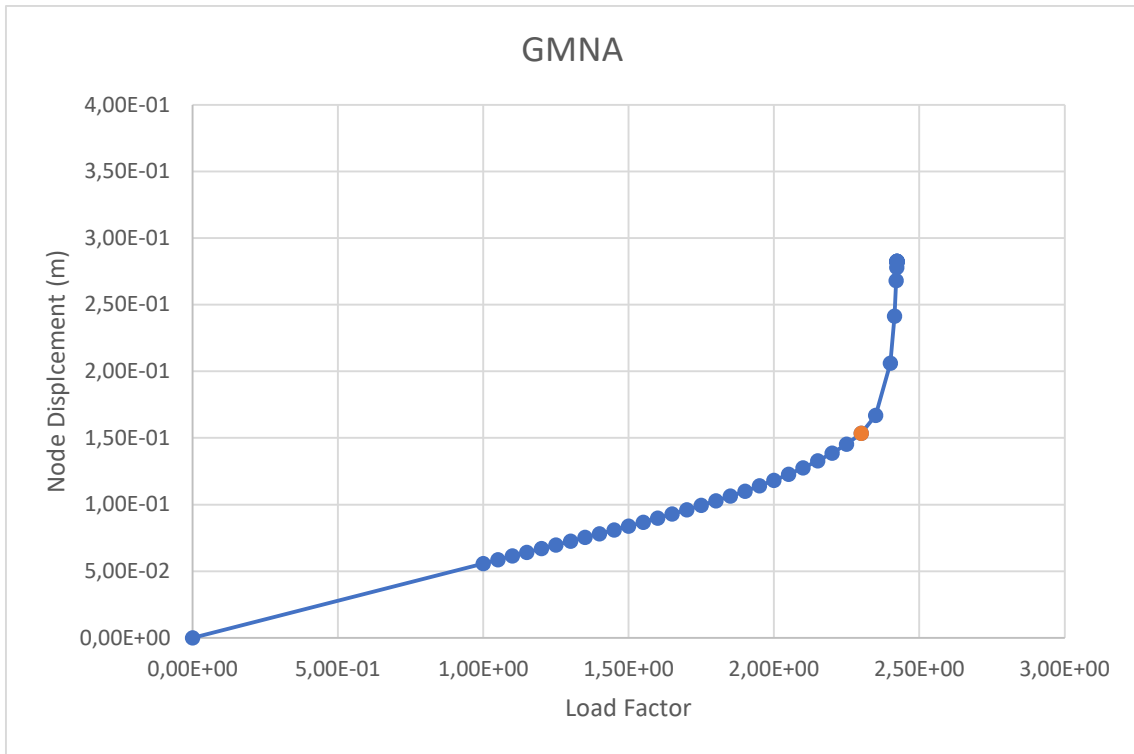


Figura 7-13 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm

7.4 Analisi Non Lineare per Geometria con Imperfezioni (GNIA)

L'analisi non lineare per geometria con imperfezioni è utilizzata per determinare il carico elastico di instabilità della struttura imperfetta.

La resistenza di progetto all'instabilità deve essere determinata come un fattore di carico applicato ai valori di progetto della combinazione di azioni per il caso di carico pertinente.

Nei casi precedenti, le analisi non lineari per geometria e per materiale e geometria si può notare che il metodo Arc-Length ha scelto il percorso longitudinale come percorso post-instabilità, e quindi semplicemente scarica direttamente lungo il percorso di carico e potenzialmente nel regime di carico negativo. Il comportamento post instabilità, quindi, non è l'andamento che ci si aspetta della struttura.

Come detto precedentemente, ci sono due tecniche che sono potenzialmente utili per ovviare a questo comportamento. In primo luogo, una perturbazione molto piccola della geometria inserita in modo da non risultare simmetrica può aiutare a incoraggiare l'algoritmo a seguire il percorso post-instabilità desiderato. In secondo luogo, la difficoltà può essere spesso superata con una scelta leggermente diversa di mesh degli elementi finiti, in modo che gli errori di arrotondamento che si verificano naturalmente siano disposti in modo diverso nella nuova analisi.

Nell'analisi svolta in questo paragrafo, e poi anche in quello successivo, si utilizza la prima tecnica sopra citata. Si inserisce un'imperfezione geometrica e le tensioni residue per creare la perturbazione in modo tale da non avere più simmetria.

Si distinguono tre casi distinti delle imperfezioni:

$$e_0 = \frac{L}{100} = \frac{5700 \text{ mm}}{100} = 57,00 \text{ mm} \quad (7.7)$$

$$e_0 = \frac{L}{500} = \frac{5700 \text{ mm}}{500} = 11,40 \text{ mm} \quad (7.8)$$

$$e_0 = \frac{L}{1000} = \frac{5700 \text{ mm}}{1000} = 5,70 \text{ mm} \quad (7.9)$$

Le quali si ricorda che il primo caso è dato dalla normativa UNI EN 1993 1-1, mentre gli altri due casi sono stati presi dalle tolleranze di montaggio che sono meno restrittive. Questi tre casi vengono applicati in tutte le sezioni analizzate fino a questo punto, dove la sezione rimane costante tranne per lo spessore dell'anima che varia da 18,00 mm a 30,00 mm, prese dalla normativa EN 1090-2:2008+A1.

Oltre alle imperfezioni geometriche vengono inclusi nell'analisi gli effetti che derivano dallo stress residuo in quanto le componenti della sezione, anima e ala, sono saldate tra di loro.

Tabella 7-8 Valori di Load Factor nel caso di analisi non lineare per geometria (GNA) e nell'analisi non lineare per geometria con imperfezioni (GNIA)

Spessore (mm)	GNA	GNIA $e_0=L/100$	GNIA $e_0=L/500$	GNIA $e_0=L/1000$
18.00	1.66	1.50	1.55	1.60
20.00	1.81	1.65	1.75	1.80
22.00	2.04	1.80	1.95	2.00
24.00	2.22	2.00	2.15	2.20
25.00	2.35	2.10	2.30	2.34
26.00	2.44	2.20	2.35	2.40
28.00	2.70	2.45	2.65	2.70
30.00	2.94	2.70	2.85	2.94

Si osserva che tenendo conto delle imperfezioni il coefficiente di carico critico ottenuto è minore al coefficiente di carico critico senza imperfezioni. Se si tiene conto del caso $e_0 = \frac{L}{1000}$ e del caso GNA i valori del coefficiente, aumentando lo spessore dell'anima della sezione tendono ad essere simili. L'imperfezione, spostandoci a ridosso della classe 2 delle sezioni, tende a non dare contributo se non per il modo di instabilità alla quale è soggetta (non c'è più simmetria avendo inserito l'imperfezione).

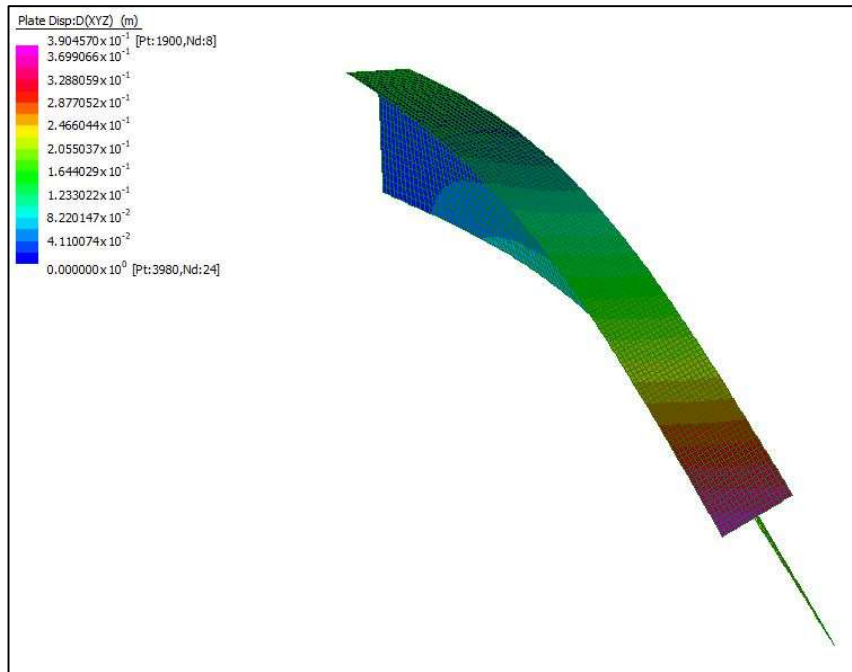


Figura 7-14 Valori di spostamento ottenuti nello step critico di instabilità (spessore anima 25,00mm) per il caso di $e_0=L/100$

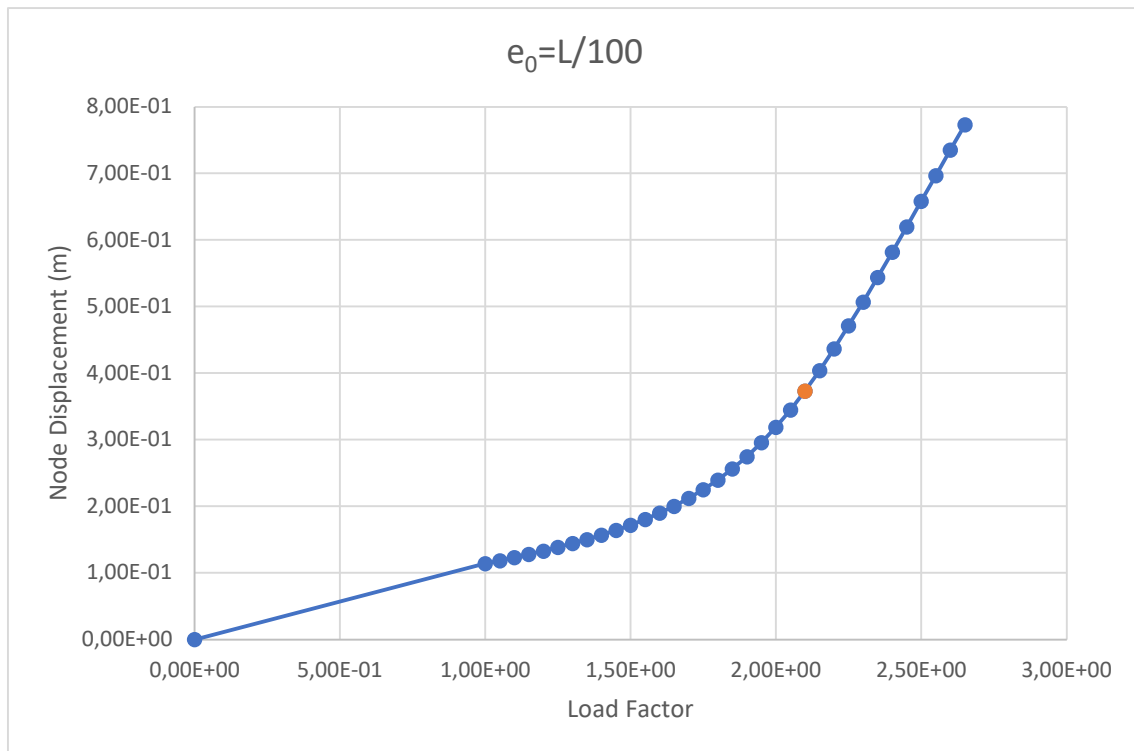


Figura 7-15 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/100$

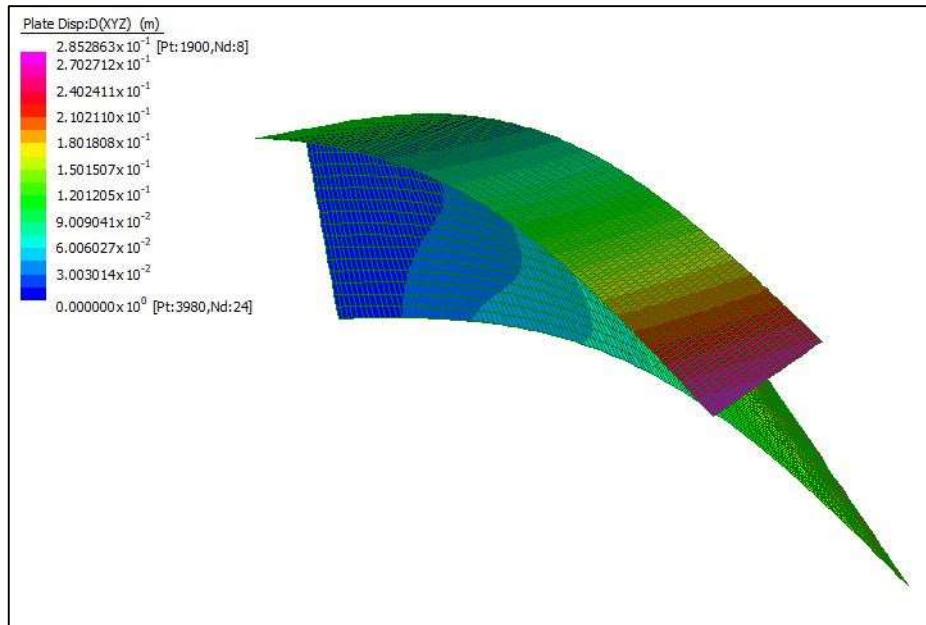


Figura 7-16 Valori di spostamento ottenuti nello step critico di instabilità (spessore anima 25,00mm) per il caso di $e_0=L/500$

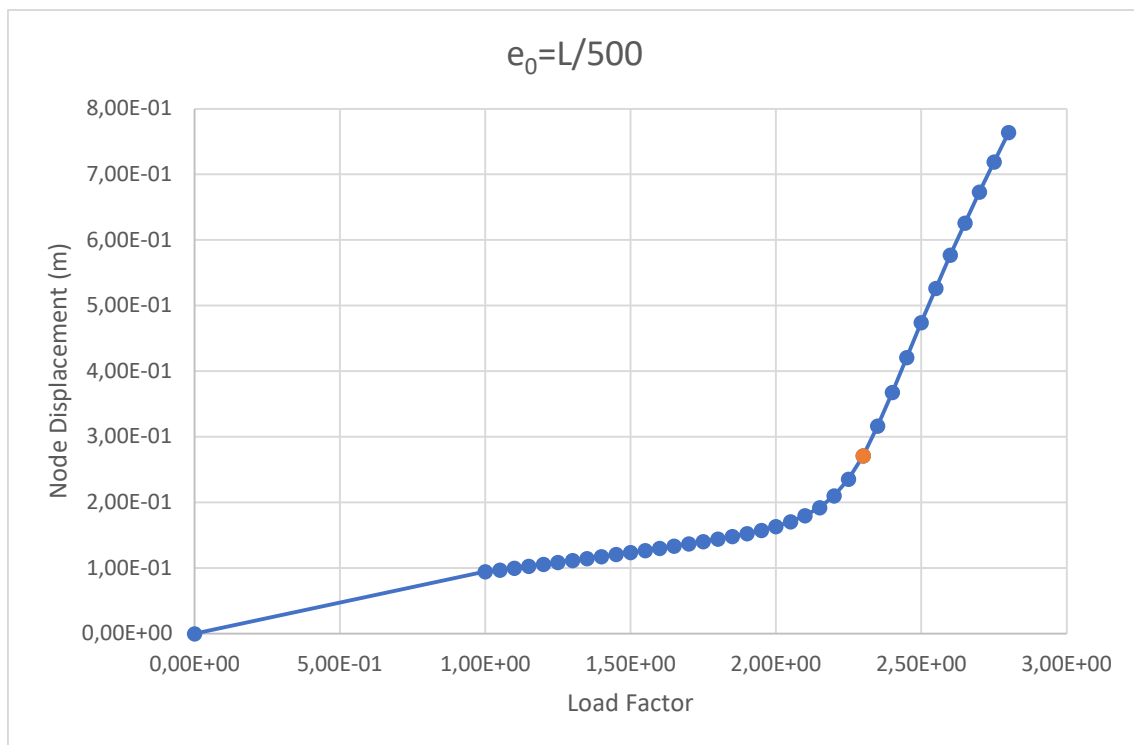


Figura 7-17 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/500$

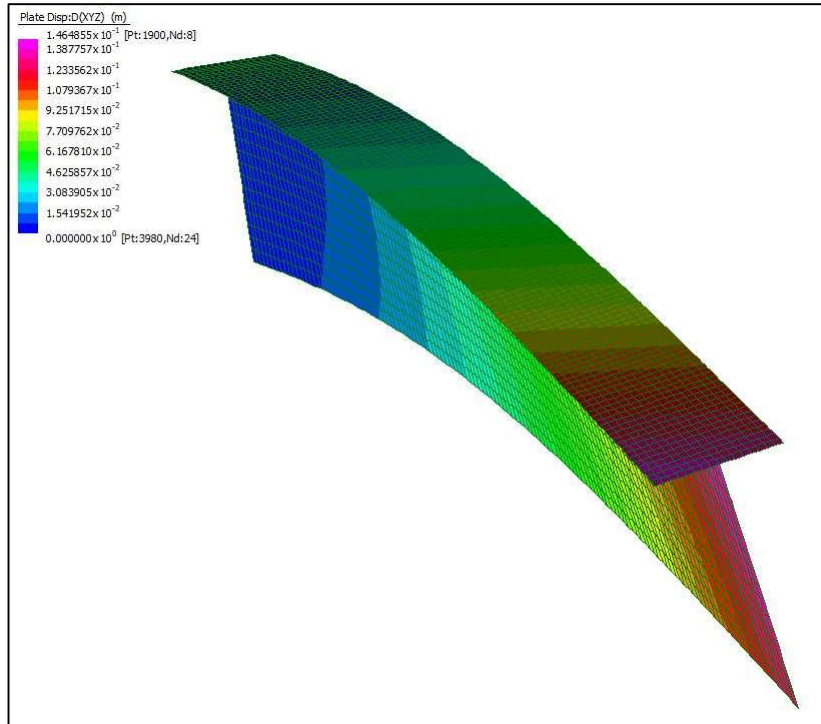


Figura 7-18 Valori di spostamento ottenuti nello step critico di instabilità (spessore anima 25,00mm) per il caso di $e_0=L/1000$

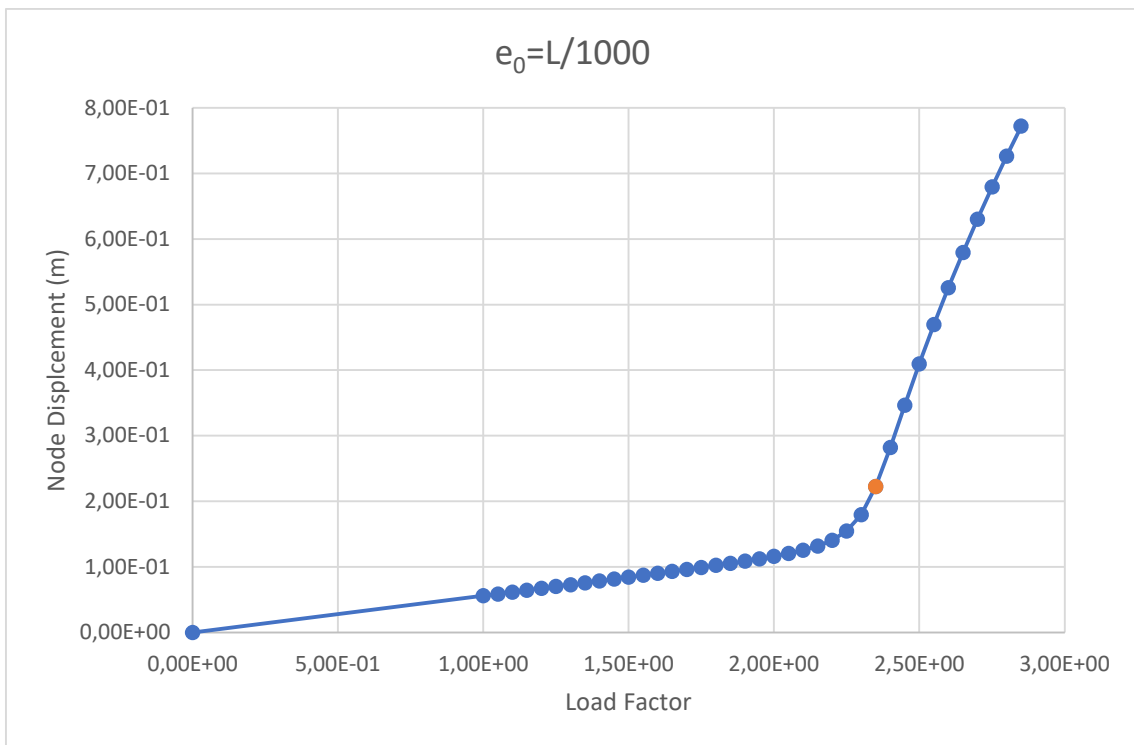


Figura 7-19 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$

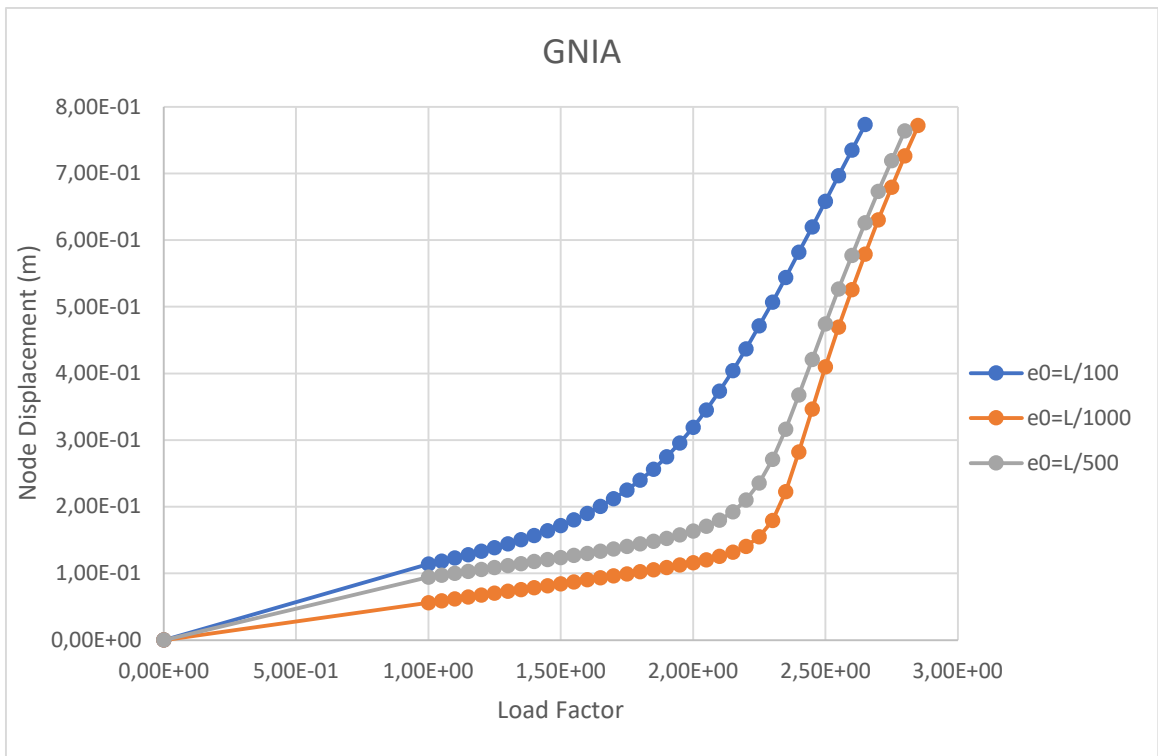


Figura 7-20 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ ed $e_0=L/1000$

7.5 Analisi Non Lineare per Materiale e Geometria con Imperfezioni (GMNIA)

Questa procedura di analisi cerca di sfruttare la piena potenza delle analisi numeriche moderne per ottenere direttamente la resistenza all'instabilità caratteristica elasto-plastica degli elementi.

Anche in questo caso si utilizza il metodo *Arc-Lenght*, metodo nel quale l'algoritmo guarda al punto successivo sulla curva carico-deformazione della struttura caricata.

Le imperfezioni sono studiate come nel caso precedente:

$$e_0 = \frac{L}{100} = \frac{5700 \text{ mm}}{100} = 57,00 \text{ mm} \quad (7.7)$$

$$e_0 = \frac{L}{500} = \frac{5700 \text{ mm}}{500} = 11,40 \text{ mm} \quad (7.8)$$

$$e_0 = \frac{L}{1000} = \frac{5700 \text{ mm}}{1000} = 5,70 \text{ mm} \quad (7.9)$$

alle quali si aggiunge lo stress residuo.

I risultati vengono mostrati in tabella.

Tabella 7-9 Valori di Load Factor nel caso di analisi non lineare per materiale e geometria con imperfezioni (GMNIA)

Spessore (mm)	$e_0 = L / 100$	$e_0 = L / 500$	$e_0 = L / 1000$
18.00	1.14	1.45	1.52
20.00	1.28	1.60	1.67
22.00	1.42	1.77	1.85
24.00	1.58	1.95	2.03
25.00	1.65	2.04	2.15
26.00	1.70	2.09	2.18
28.00	1.92	2.33	2.41
30.00	2.10	2.52	2.60

Si può osservare che la differenza tra i due casi presi dalle tolleranze di montaggio non discostano molto tra di loro. Considerare invece le imperfezioni con i valori suggeriti dalla normativa UNI EN 1993 1-1 comporta un abbassamento significativo della resistenza all'instabilità delle sezioni considerate.

Le tolleranze di montaggio sono quelle il cui mancato rispetto può pregiudicare la stabilità e/o la resistenza delle strutture. Per i componenti i quali risultasse il mancato rispetto di una o più di tali limiti, dovrà essere informato il Direttore dei Lavori e dovrà essere emessa un'azione di non conformità ed esaminate le opportune azioni correttive da intraprendere.

Si può capire che considerare il valore dato da normativa è molto restrittivo per ottenere il valore della resistenza ad instabilità dell'elemento, in quanto abbassa il valore di circa il 30% per tutti i modelli considerati.

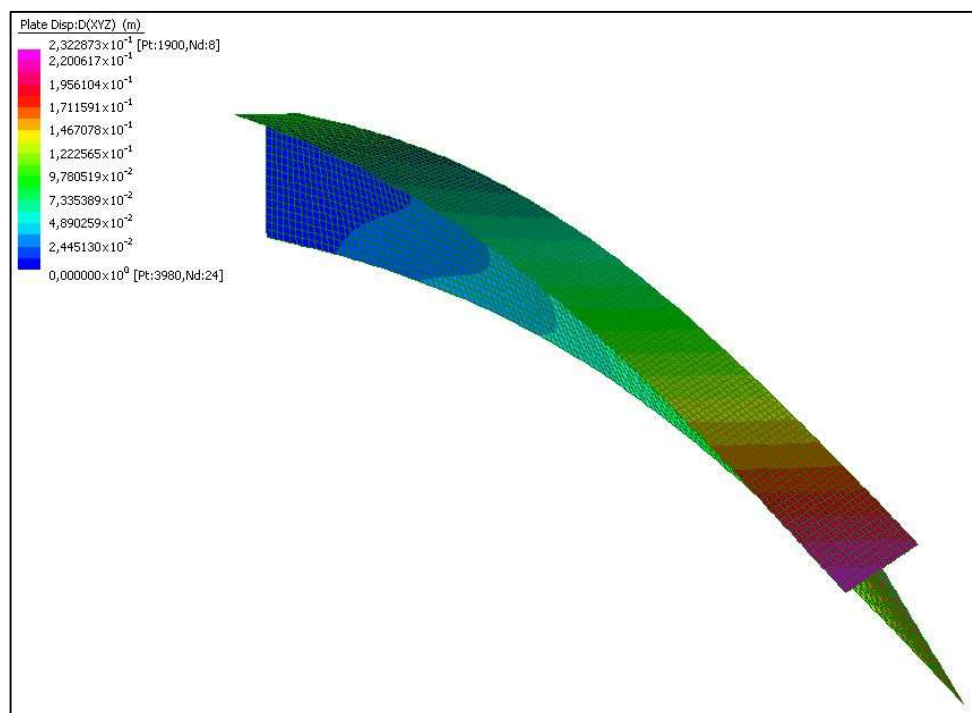


Figura 7-21 Valori di spostamento ottenuti nello step critico di instabilità (spessore anima 25,00mm) per il caso di $e_0=L/100$

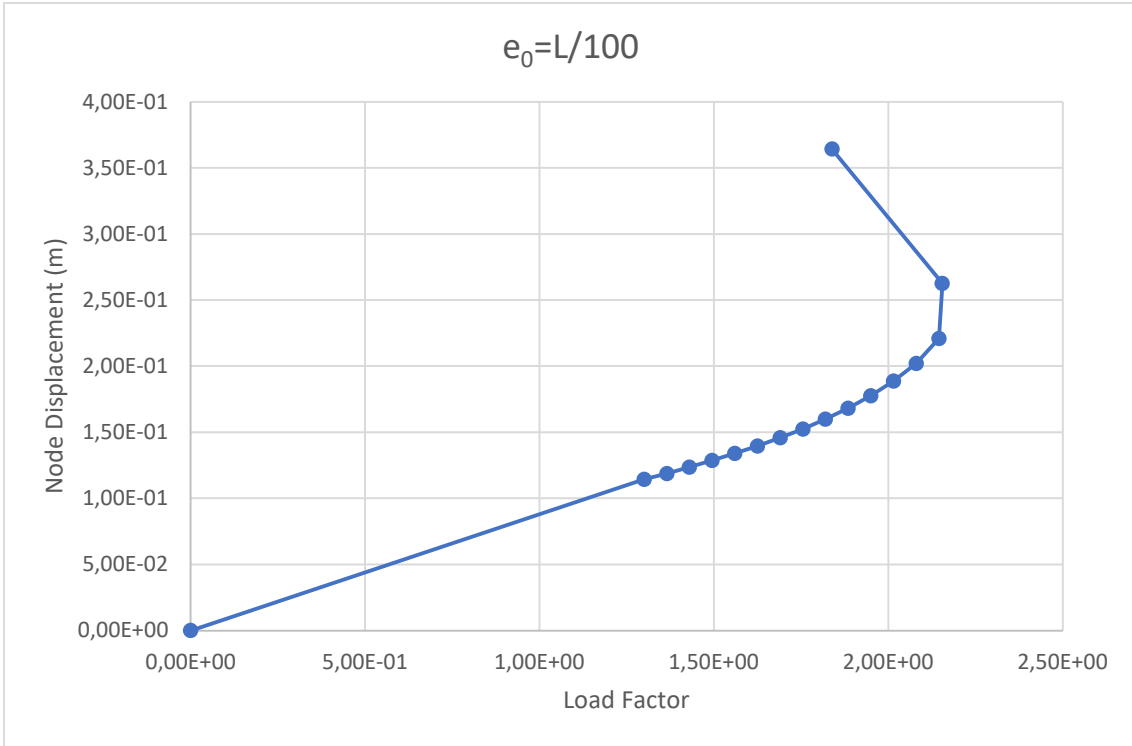


Figura 7-22 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/100$

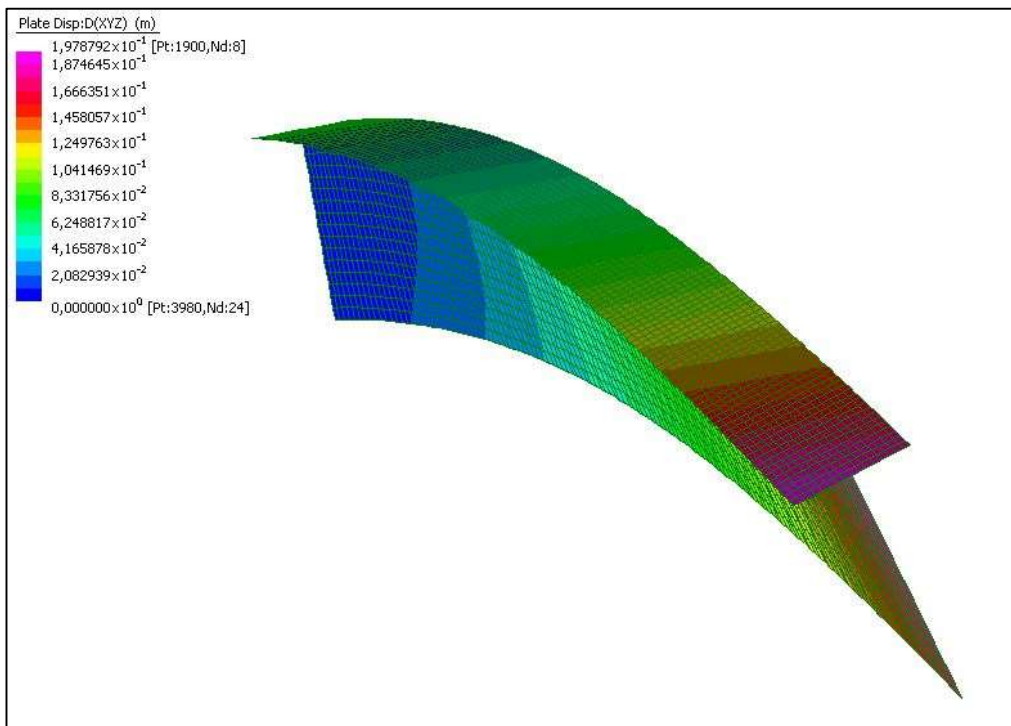


Figura 7-23 Valori di spostamento ottenuti nello step critico di instabilità (spessore anima 25,00mm) per il caso di $e_0=L/500$

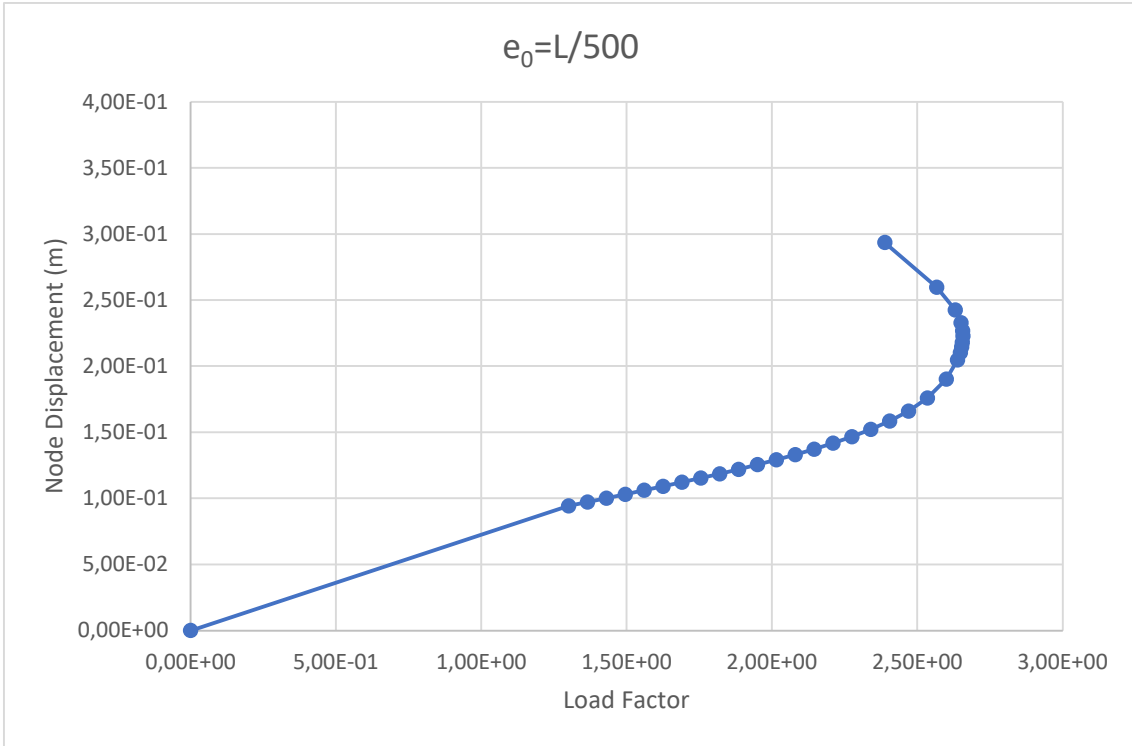


Figura 7-24 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/500$

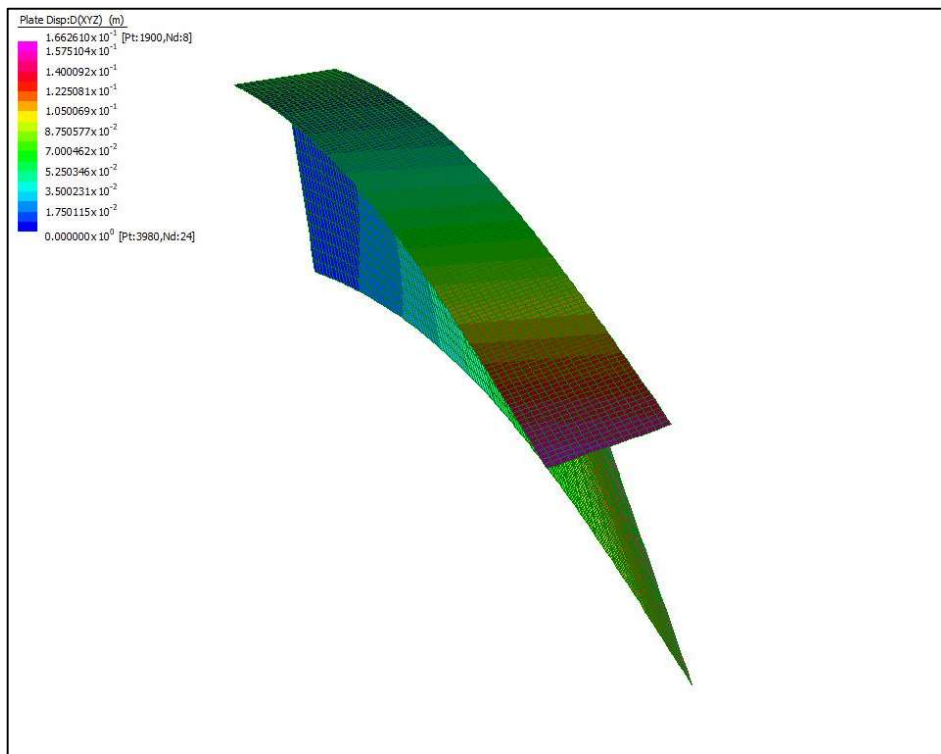


Figura 7-25 Valori di spostamento ottenuti nello step critico di instabilità (spessore anima 25,00mm) per il caso di $e_0=L/1000$

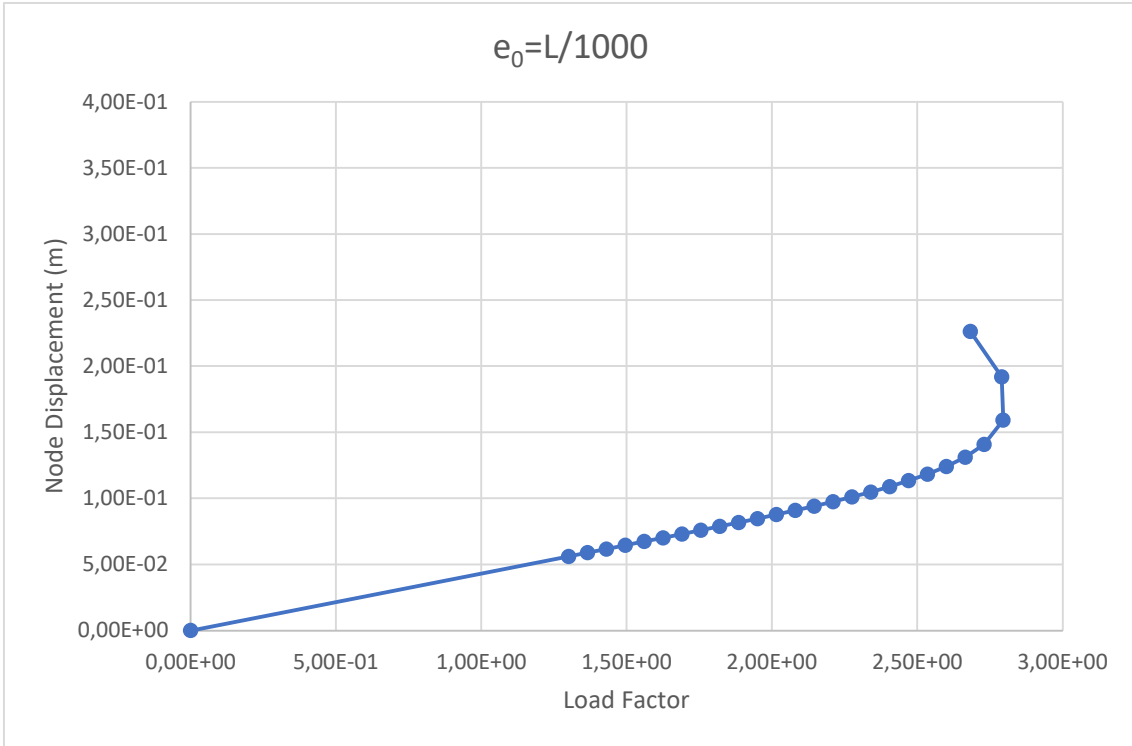


Figura 7-26 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$

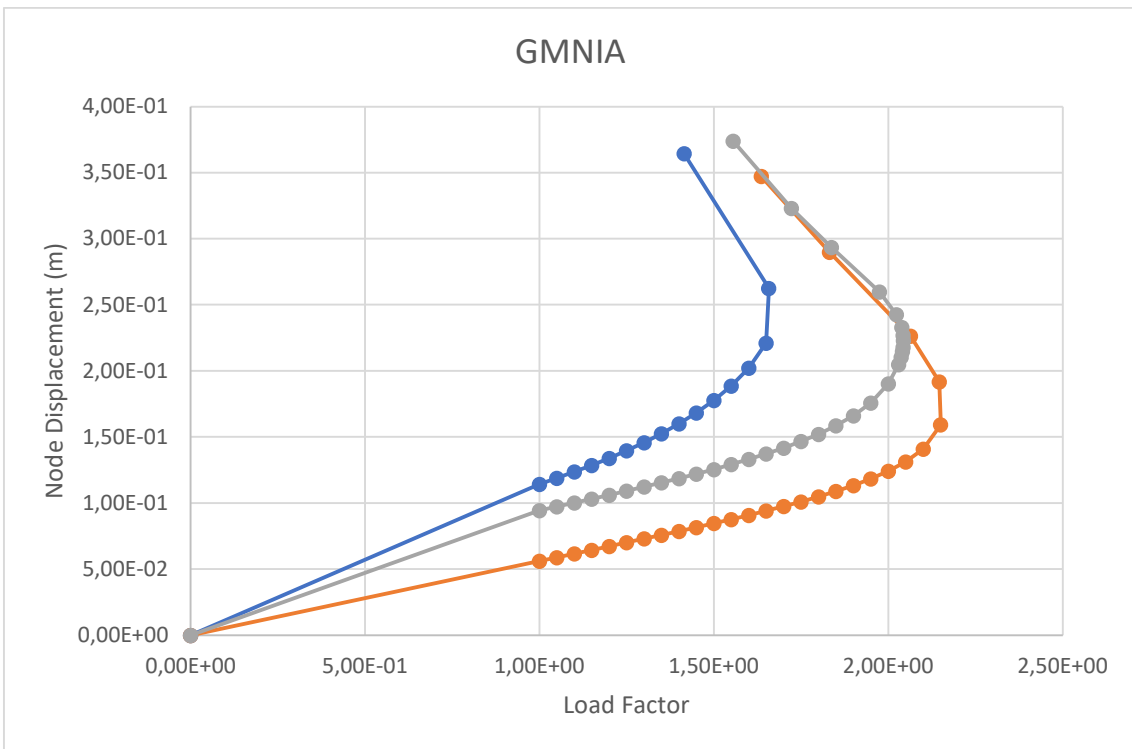


Figura 7-27 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ e $e_0=L/1000$

8 VALUTAZIONE DEI RISULTATI

L'obiettivo della tesi è l'investigazione del valore d'instabilità flessio-torsionale di una trave a T. La trave in questione è una trave a mensola, cioè con un vincolo di incastro in un'estremità e libera nell'altra estremità. Le ricerche numeriche sono state condotte con lo strumento STRAUS7, un programma commerciale. Si sono fatte analisi sia lineari che non lineari per capire il comportamento della trave.

Si è creato un modello a elementi finiti Con STRAUS7. I test sono stati svolti su otto sezioni diverse della trave a T di classe 3, nelle quali una sezione è a ridosso del campo di classe 4 e un'altra è in classe 2. La ricerca si è svolta a partire dalla ricerca del momento critico elastico resistente all'instabilità in campo elastico, tramite il comando Linear Buckling. Poi si è passato a un solutore non lineare considerando diverse combinazioni di non linearità.

Tabella 8-1 Tipi di analisi

Analisi	Materiale	Geometria	Imperfezioni
Linear Buckling	Lineare	Lineare	NO
MNA	Non lineare	Lineare	NO
GNA	Lineare	Non lineare	NO
GNIA	Lineare	Non lineare	SI
GMNA	Non Lineare	Non Lineare	NO
GMNIA	Non Lineare	Non Lineare	SI

In campo non lineare si è proceduto alla ricerca degli effetti delle tensioni residue, cercando di replicare gli studi di Kitipornchai e Lee (1986a), e alle imperfezioni geometriche, dettate dalle tolleranze di posa e fabbricazione e dalla normativa.

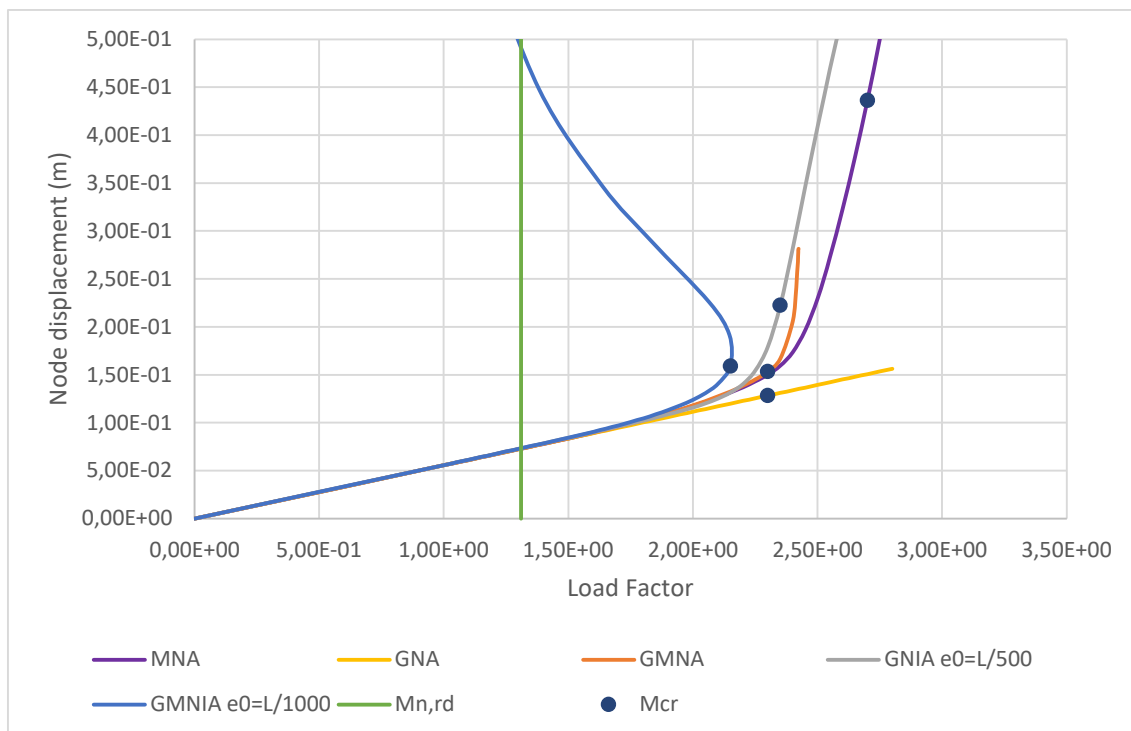


Figura 8-1 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm delle diverse analisi

Nel grafico (Figura 8-1) si può osservare che i valori di momento critico nelle analisi GNA, GMNA e GNIA sono simili tranne per il valore di spostamento.

Nell'analisi MNA si ottiene come valore di momento critico il valore di momento plastico resistente simile a quello ottenuto dalla formulazione teorica.

L'analisi GMNIA, infine, tiene conto di tutte le non linearità: materiale, geometria, imperfezioni geometriche e tensioni residue. Si osserva che il momento ottenuto in quest'analisi è maggiore del 40% rispetto al momento resistente dato da Eurocodice.

8.1 Conclusioni

Le seguenti conclusioni possono essere fatte per la trave a T con l'ala in tensione e un carico distribuito applicato:

- Le travi con sezione a T snelle sono suscettibili all'instabilità flesso-torsionale.
- Il valore del momento resistente della sezione è influenzato dall'altezza di applicazione del carico, aumentando o diminuendo la resistenza in base al punto di applicazione.

- Considerare o meno le imperfezioni geometriche e le tensioni residue nel modello dipende dal valore di e_0 , quello da normativa è molto cautelativo rispetto alle tolleranze di fabbricazione e montaggio.
- Il valore dato dalla normativa per il valore di momento resistente per le sezioni in classe 3 è cautelativo rispetto al momento resistente dato dalle analisi non lineari

Le considerazioni fatte potrebbero essere la base di partenza per ottenere un coefficiente che tenga conto del contributo di resistenza fino al raggiungimento del momento resistente critico ad instabilità, in modo da non penalizzare la resistenza delle travi in classe 3.

9 BIBLIOGRAFIA

- AISC. (2016). Specification for Structural Steel Buildings. ANSI/ AISC 360-16. AISC, Chicago.
- CEN. (2005). Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. CEN, Brussels.
- CSA. (2014). CSA 16: Design of Steel Structures. Canadian Standard Association, Toronto.
- Galambos. (1968). Structural Members and Frames. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J.
- Kitipornchai, S., e Lee, H. W. (1986a). Inelastic experiments on angle and tee struts. *Journal of Constructional Steel Research*, 6(3), 219-236.
- Kitipornchai, S., e Thahair, N. S. (1980). Buckling Properties of Monosymmetric I-Beams. *Journal of Structural Division*, ST5(5), 941-957.
- Koch, J. C., Driver, R. G., Li, Y., Manarin, M. (2019). Evaluation of CSA S16-14 Asymmetry Parameter for Singly-symmetric Beams. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 46(3), 230-235.
- Nagaraja Rao, N., Estuar, F. R., e Tall, L. (1964). Residual stresses in welded shapes. *The Welding Journal*, 43(7), 295-s.
- Salvadori, M.G. (1955). Lateral Buckling of I-Beams. *ASCE Transactions*, 120, 1165-1177.
- Slein, R., Jeong, W. Y., e White, D. W. (2018). A Critical Evaluation of Moment Gradient (Cb) Factor Calculation Procedures for Singly Symmetric I-Section Members. School of Civil and Environmental Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA.
- Wong, E., e Driver, R. G. (2010). Critical Evaluation of Equivalent Moment Factor Procedures for Laterally Unsupported Beams. *Engineering Journal*, 47(1), 1-20.

A. APPENDICE: MNA

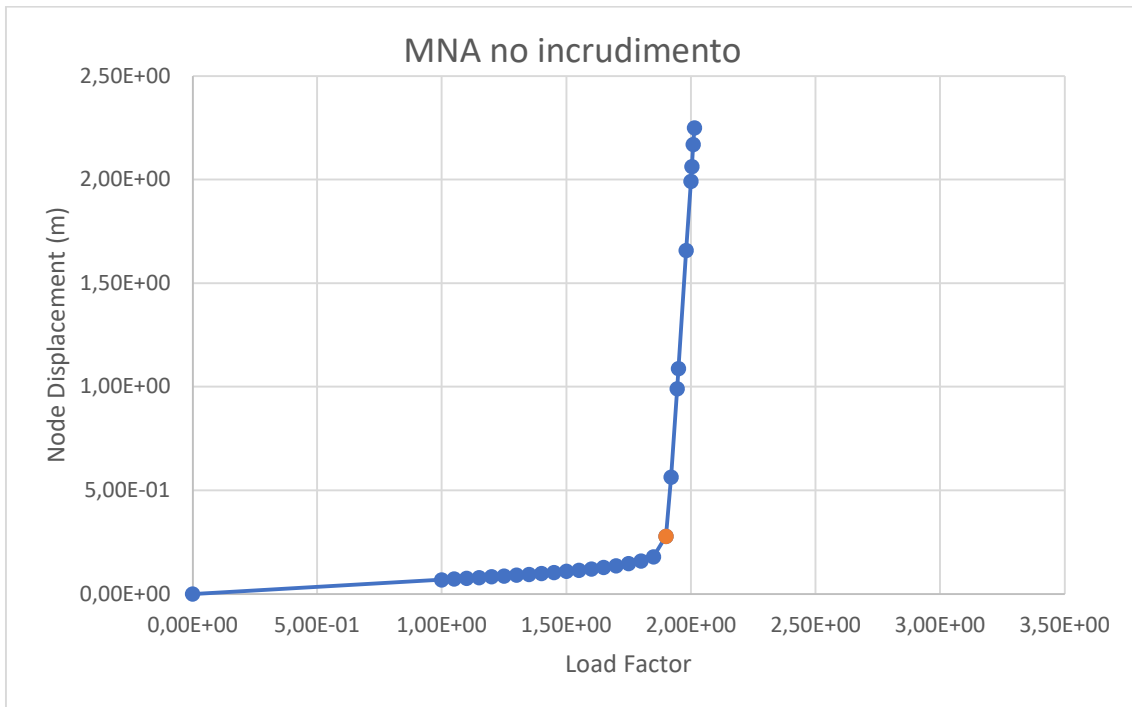


Figura A-1 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm (plateau orizzontale)

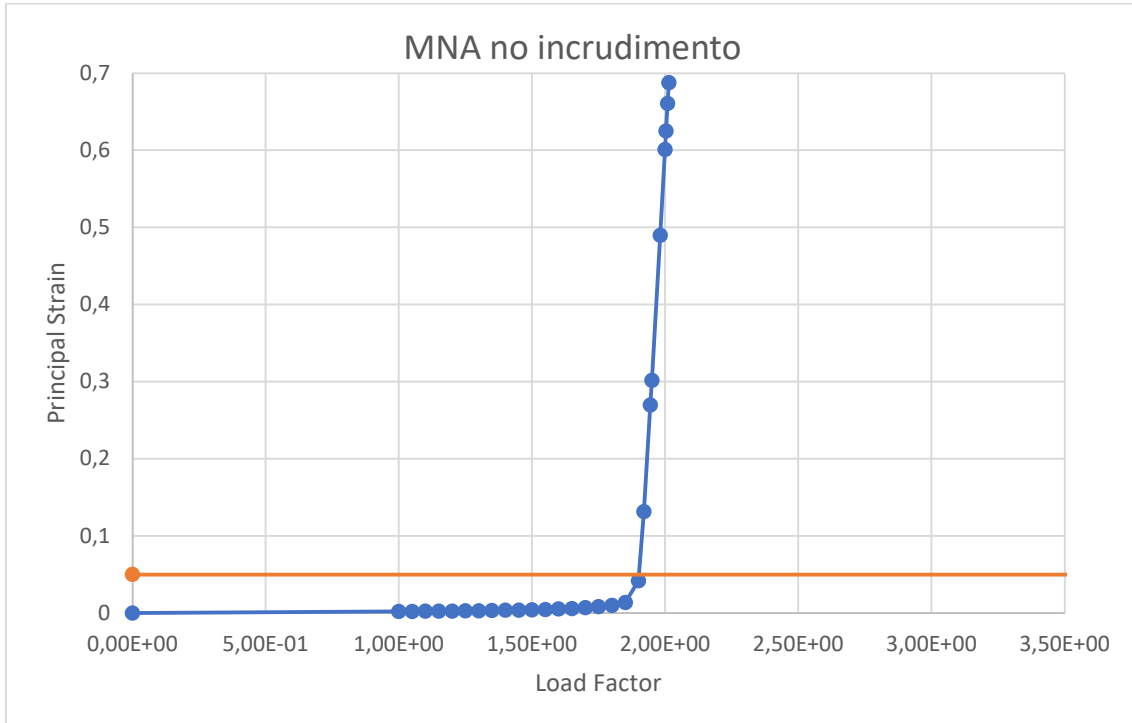


Figura A-2 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm (plateau orizzontale)

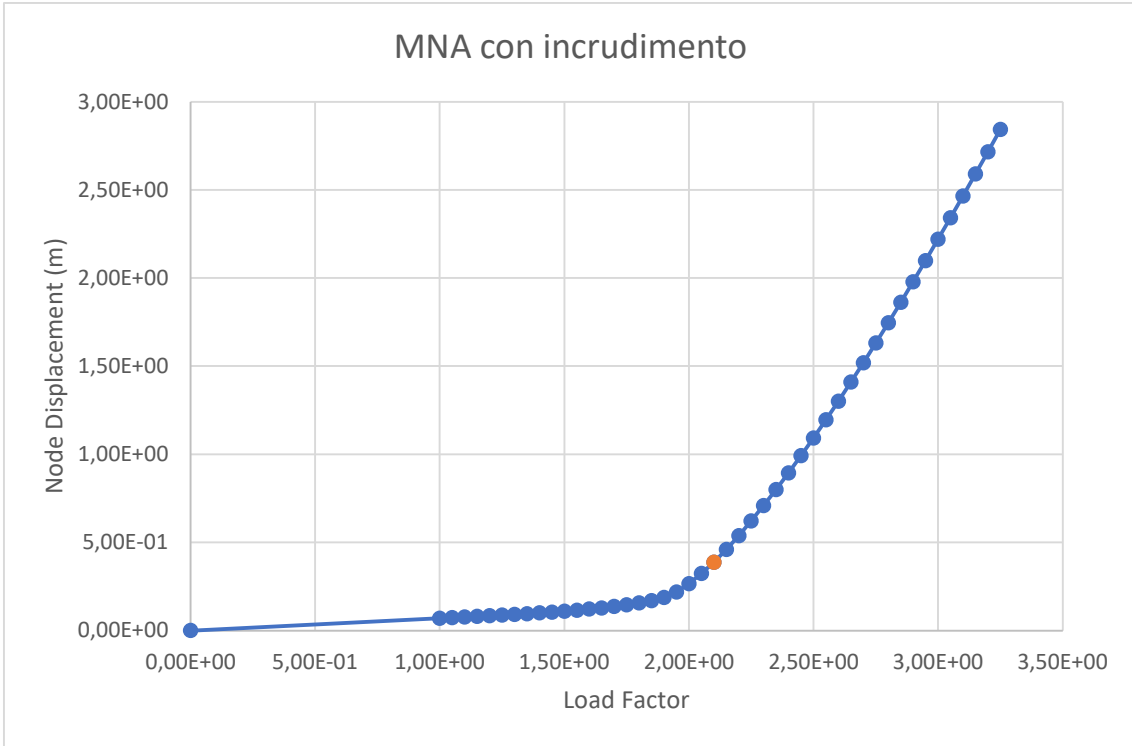


Figura A-3 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm (con incrudimento)

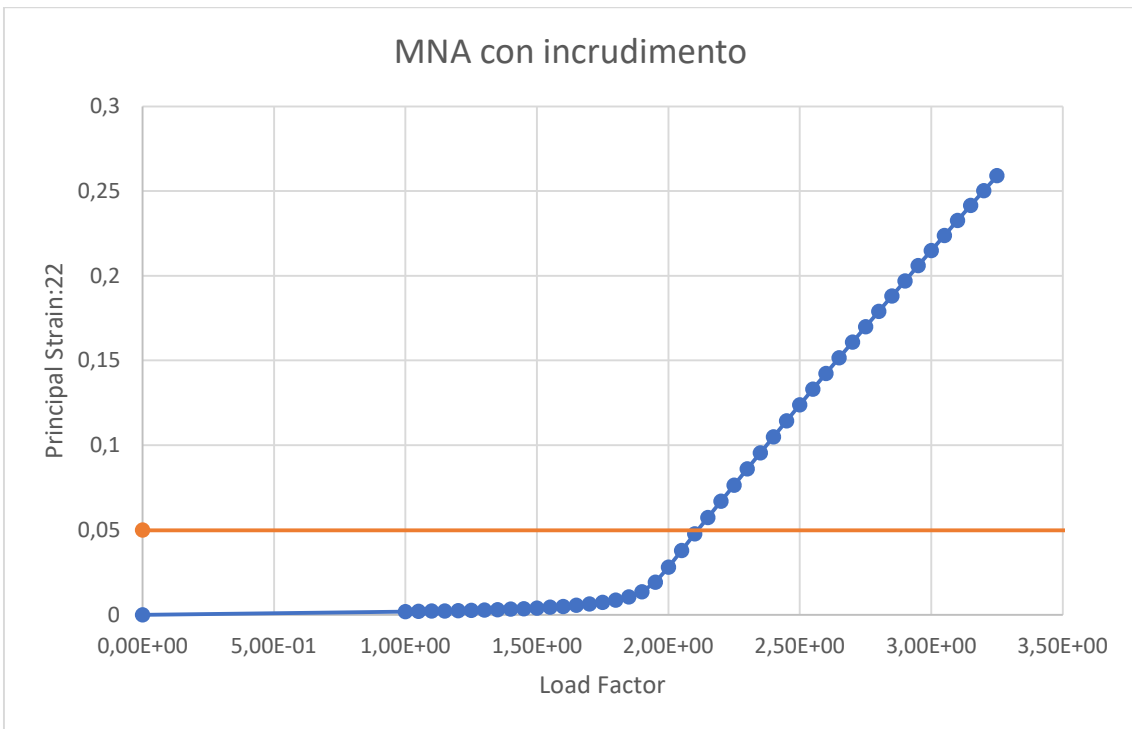


Figura A-4 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm (con incrudimento)

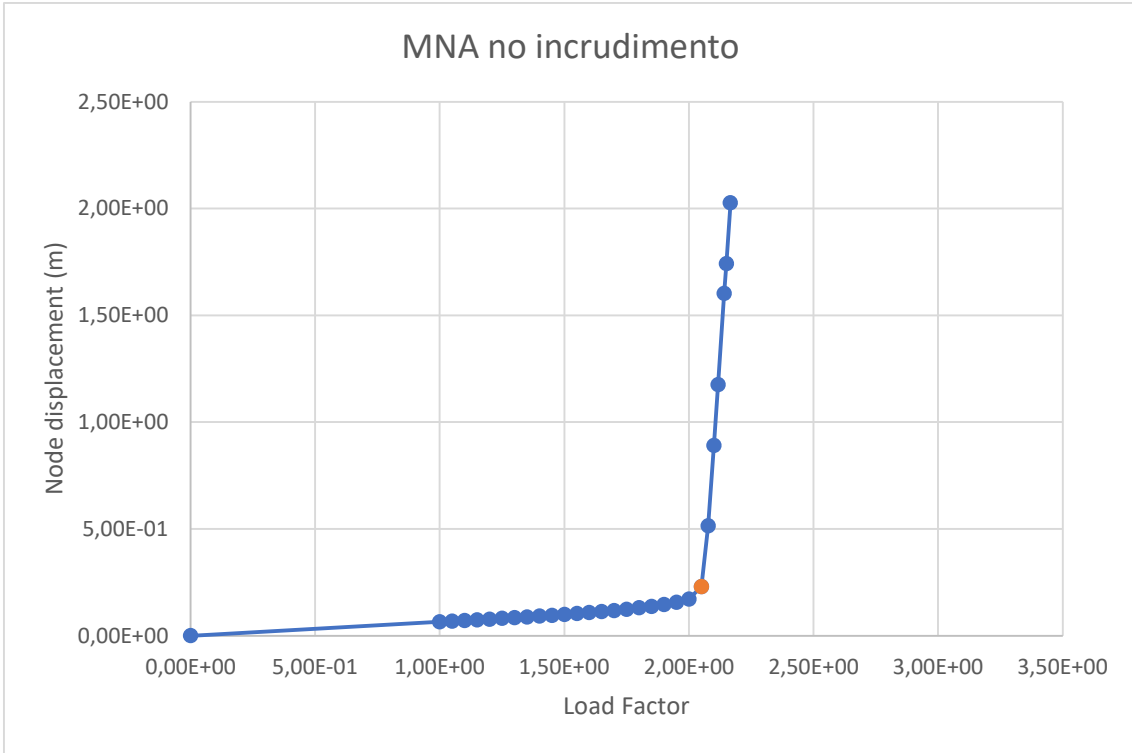


Figura A-5 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm (plateau orizzontale)

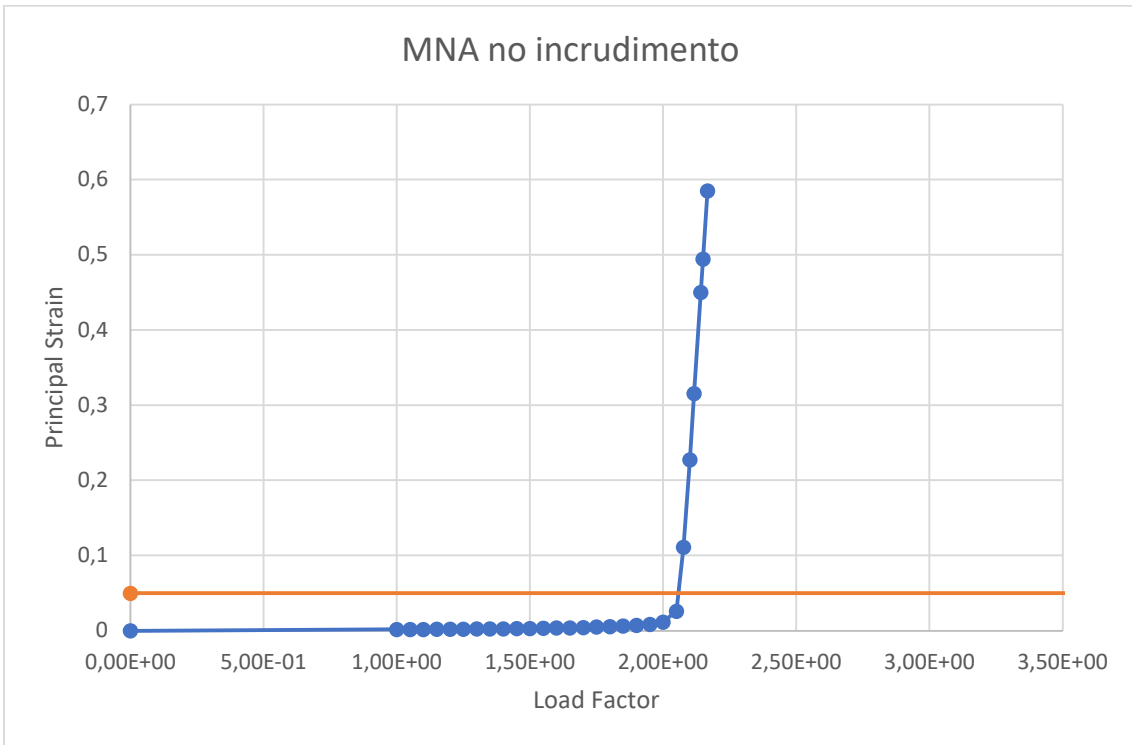


Figura A-6 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm (plateau orizzontale)

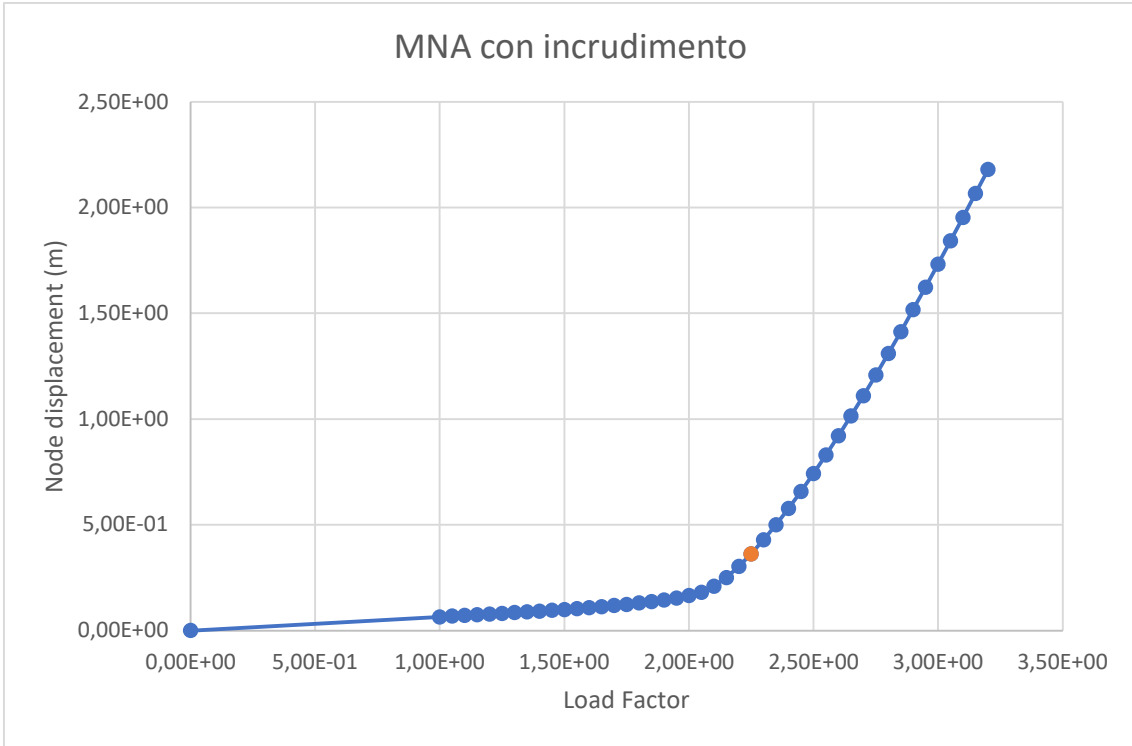


Figura A-7 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm (con incrudimento)

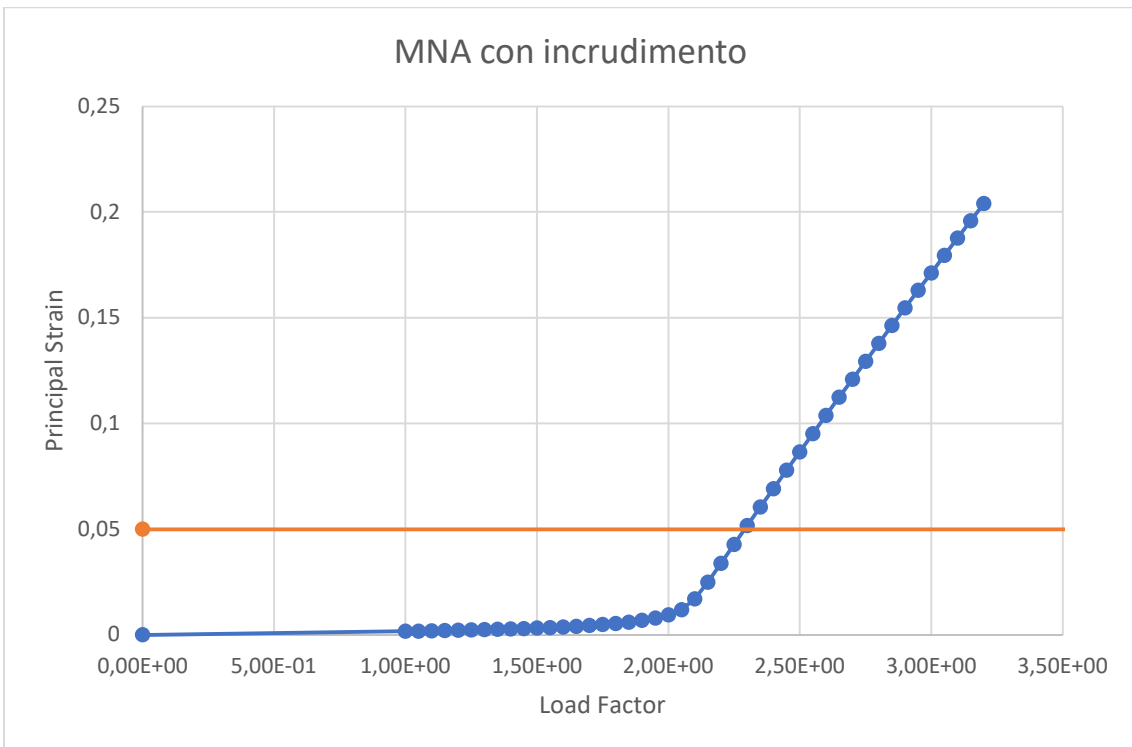


Figura A-8 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm (con incrudimento)

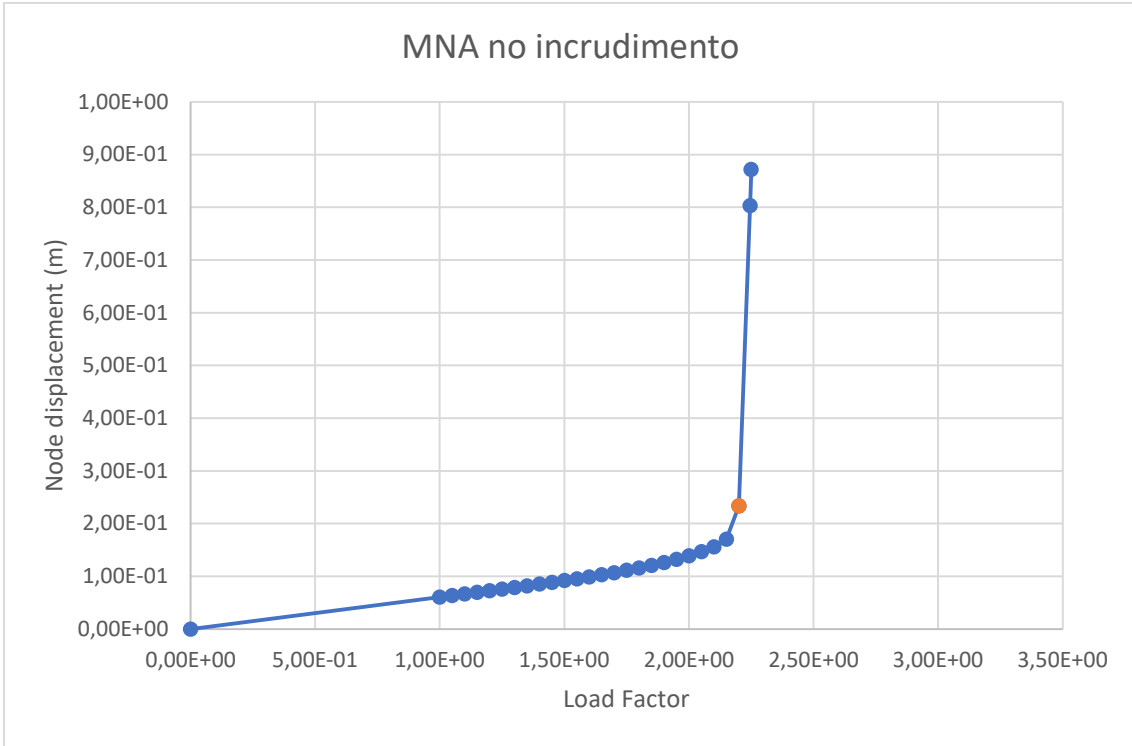


Figura A-9 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm (plateau orizzontale)

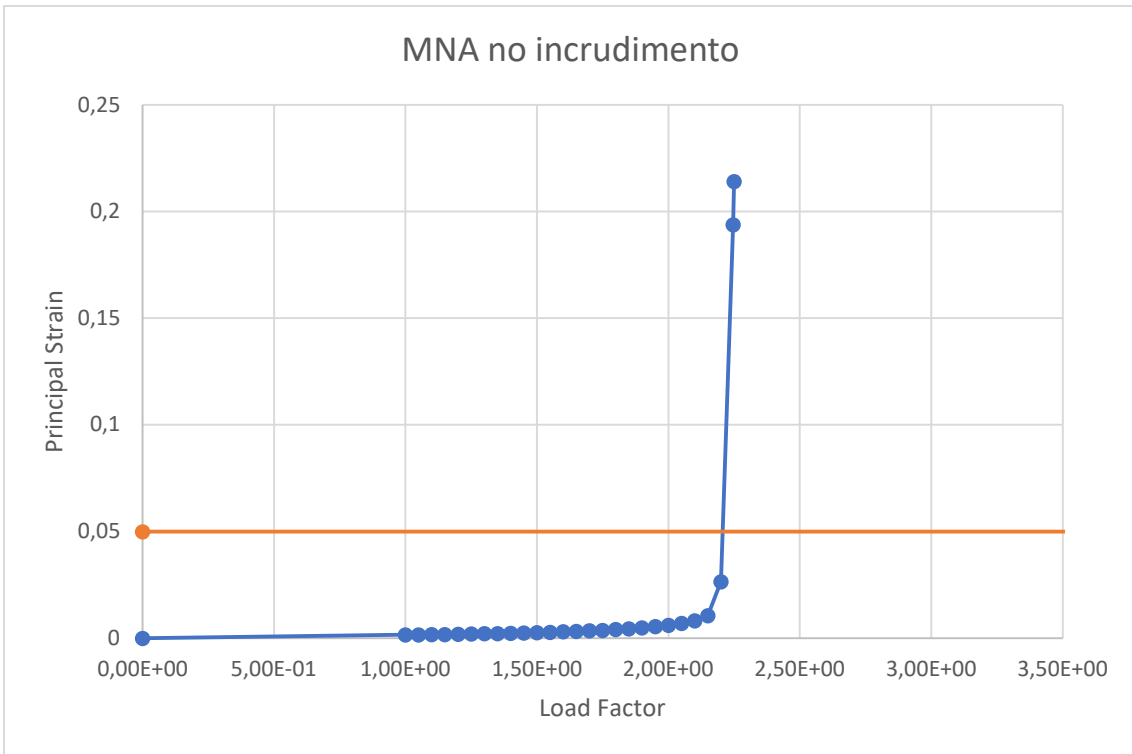


Figura A-10 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm (plateau orizzontale)

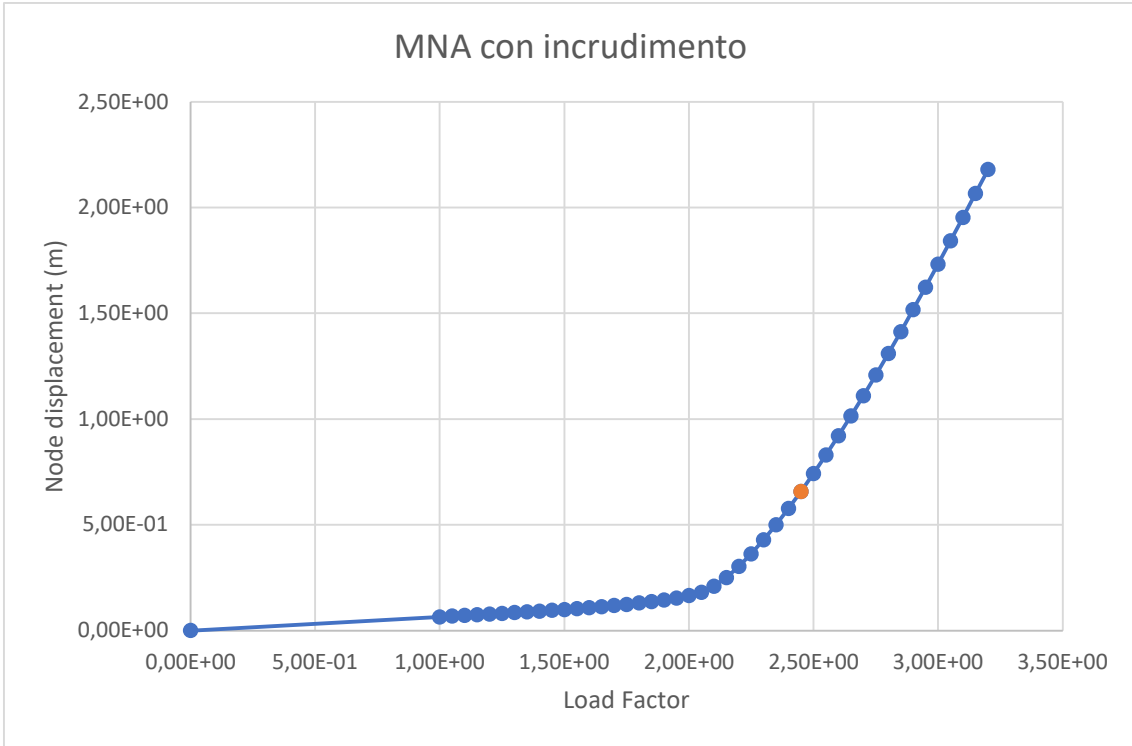


Figura A-11 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm (con incrudimento)

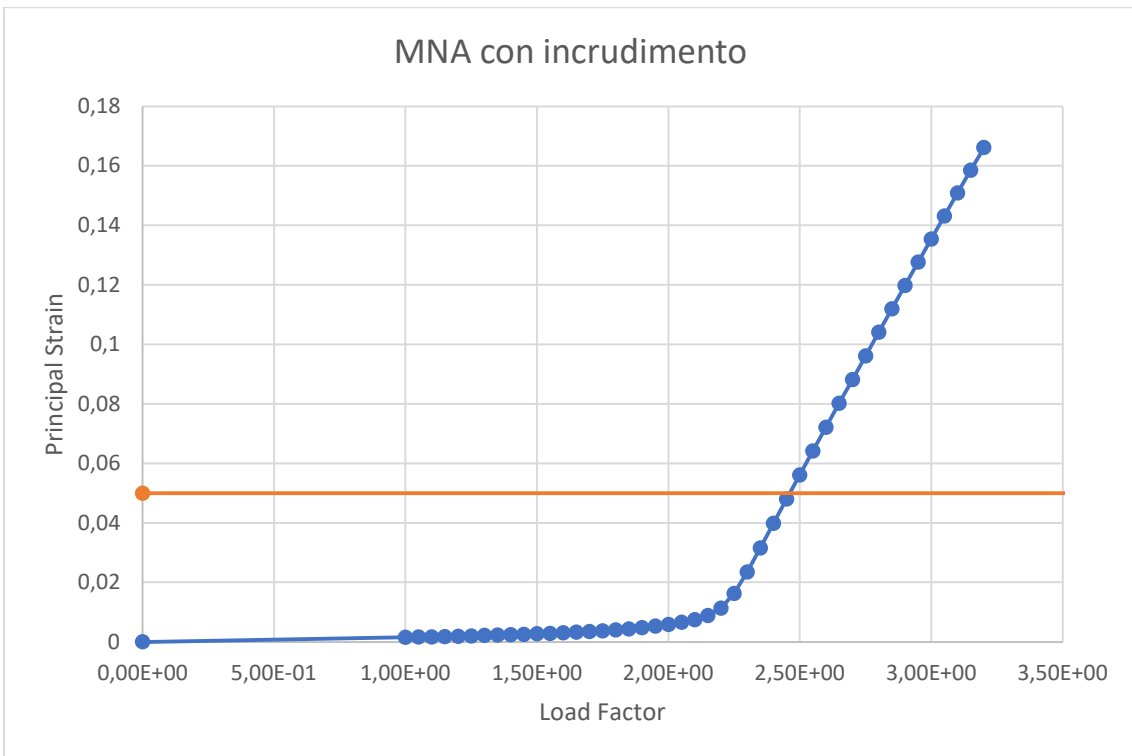


Figura A-12 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm (con incrudimento)

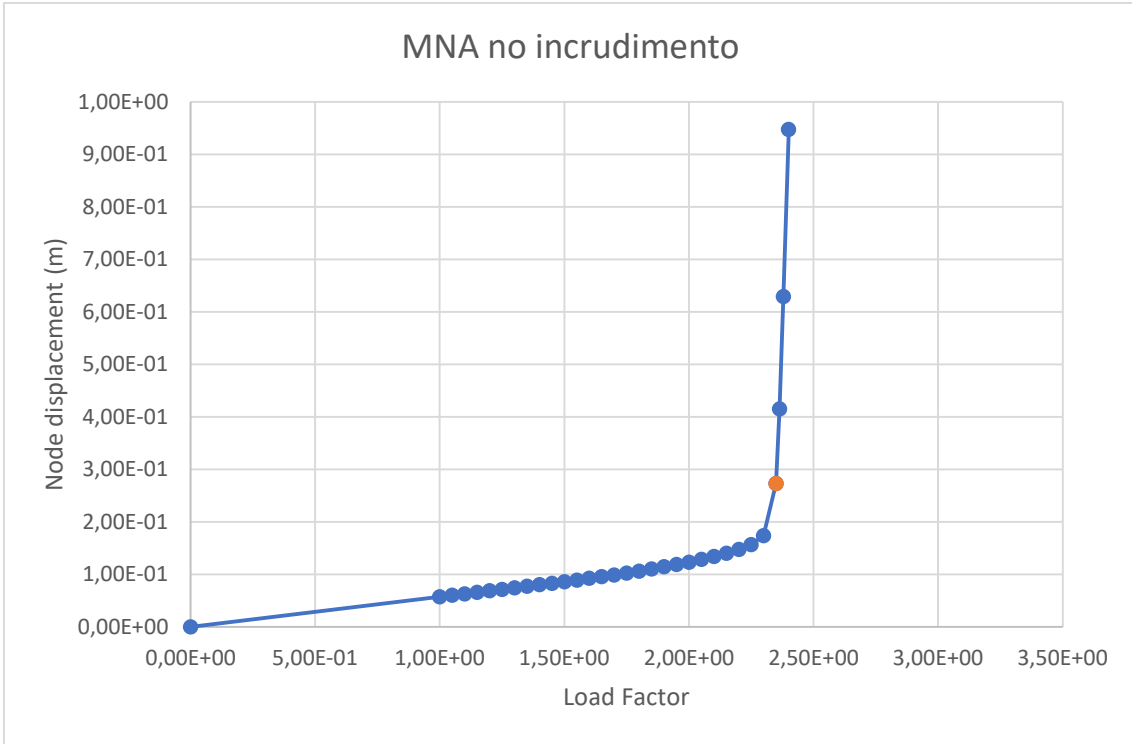


Figura A-13 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm (plateau orizzontale)

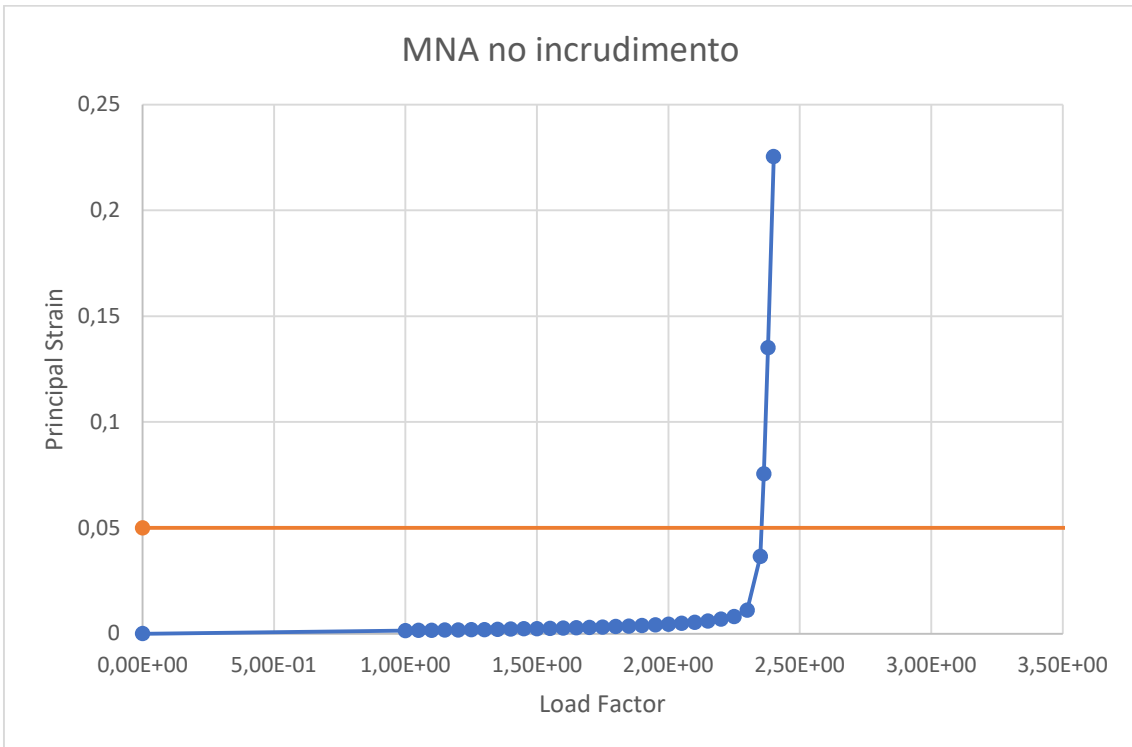


Figura A-14 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm (plateau orizzontale)

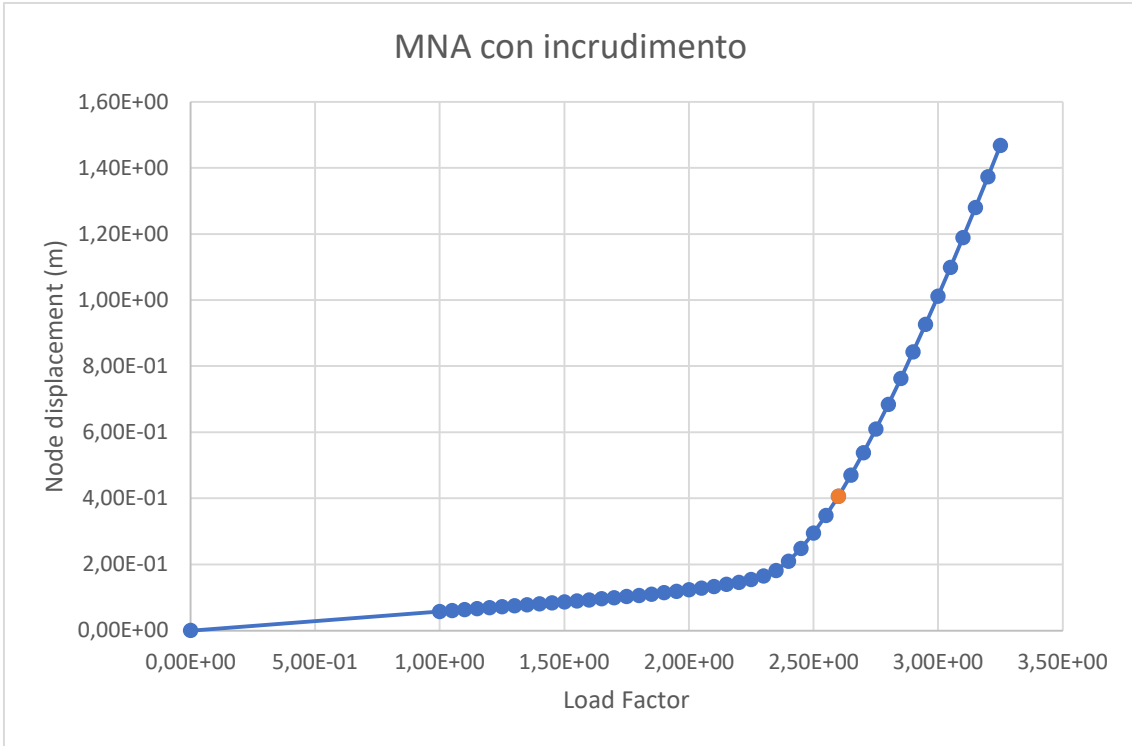


Figura A-15 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm (con incrudimento)

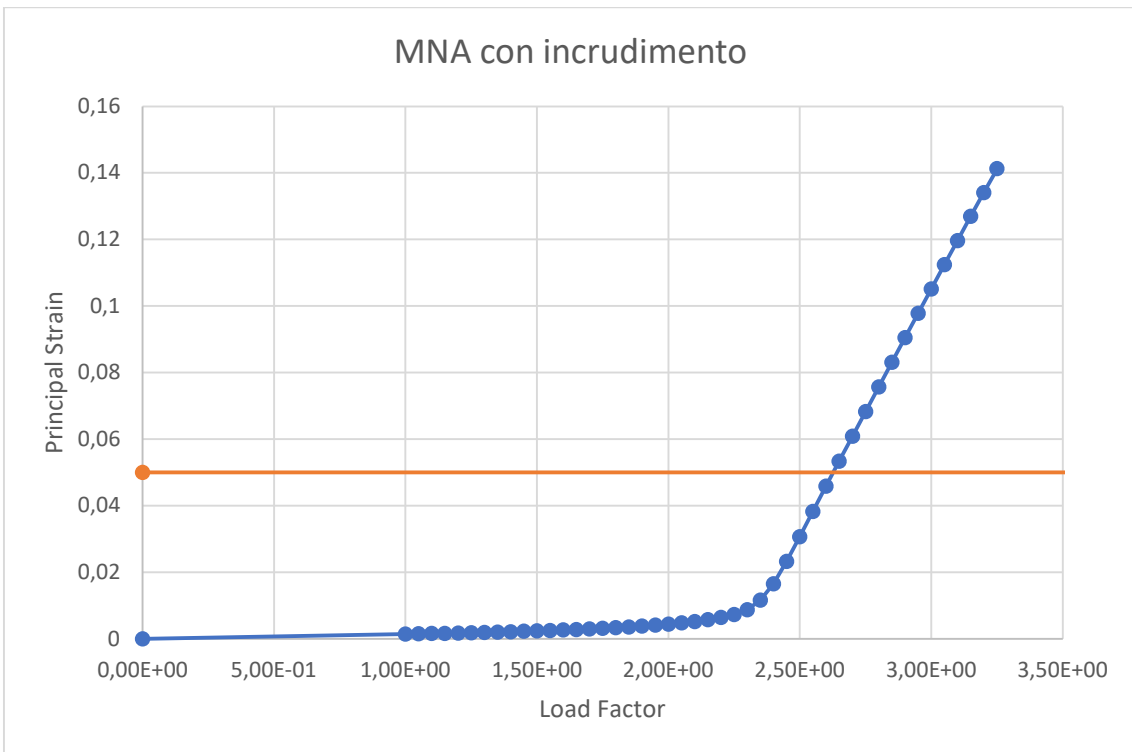


Figura A-16 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm (con incrudimento)

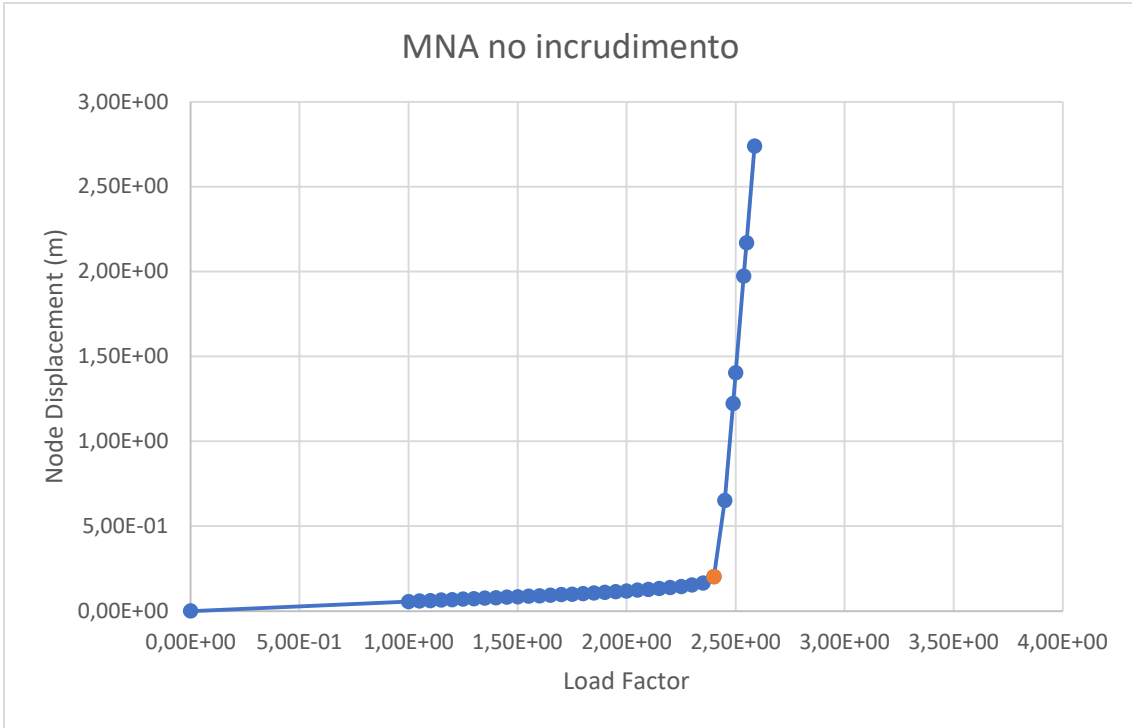


Figura A-17 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm (plateau orizzontale)

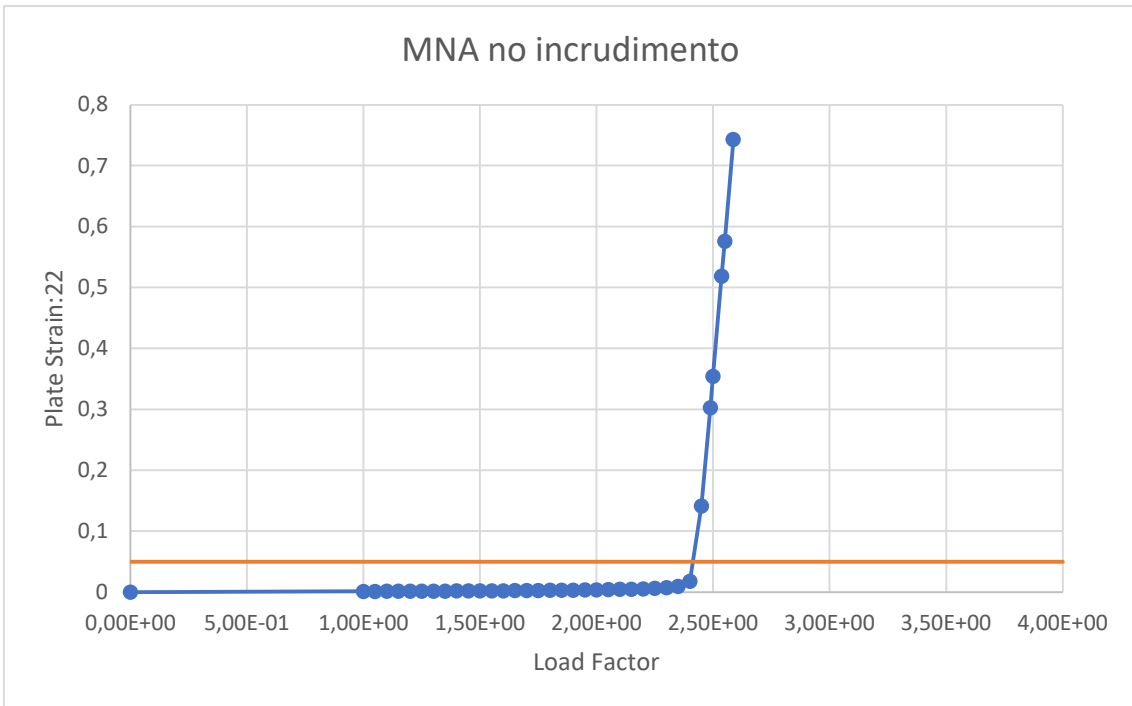


Figura A-18 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm (plateau orizzontale)

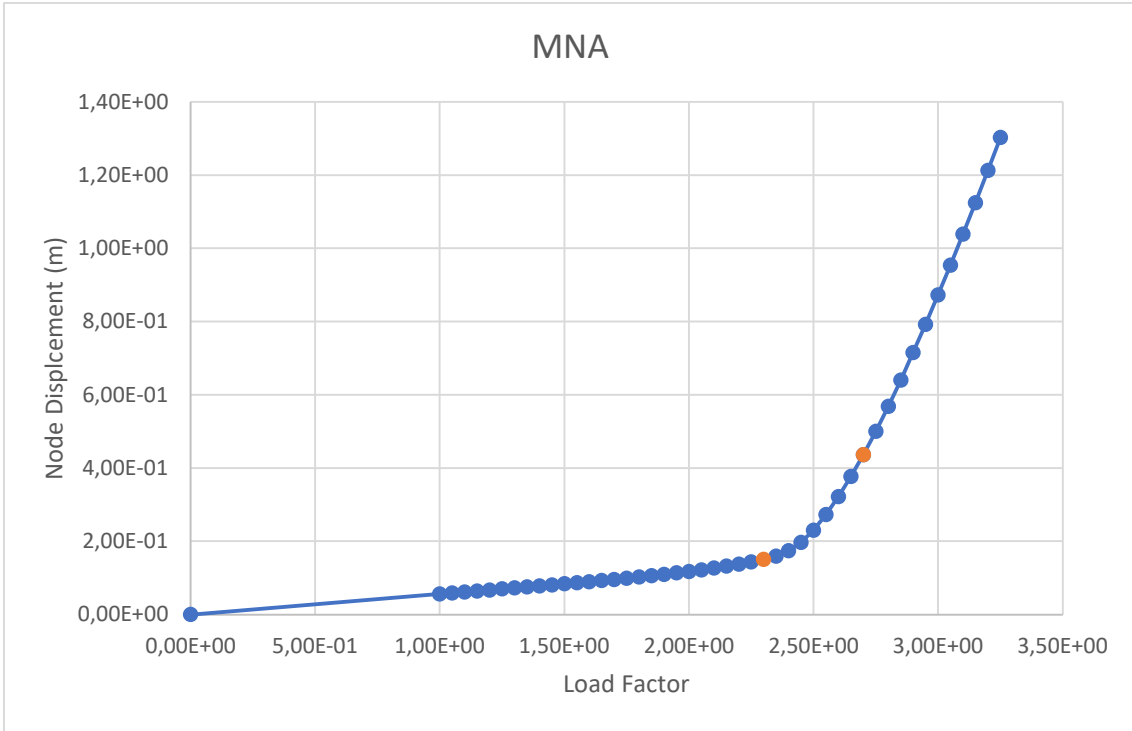


Figura A-19 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm (con incrudimento)

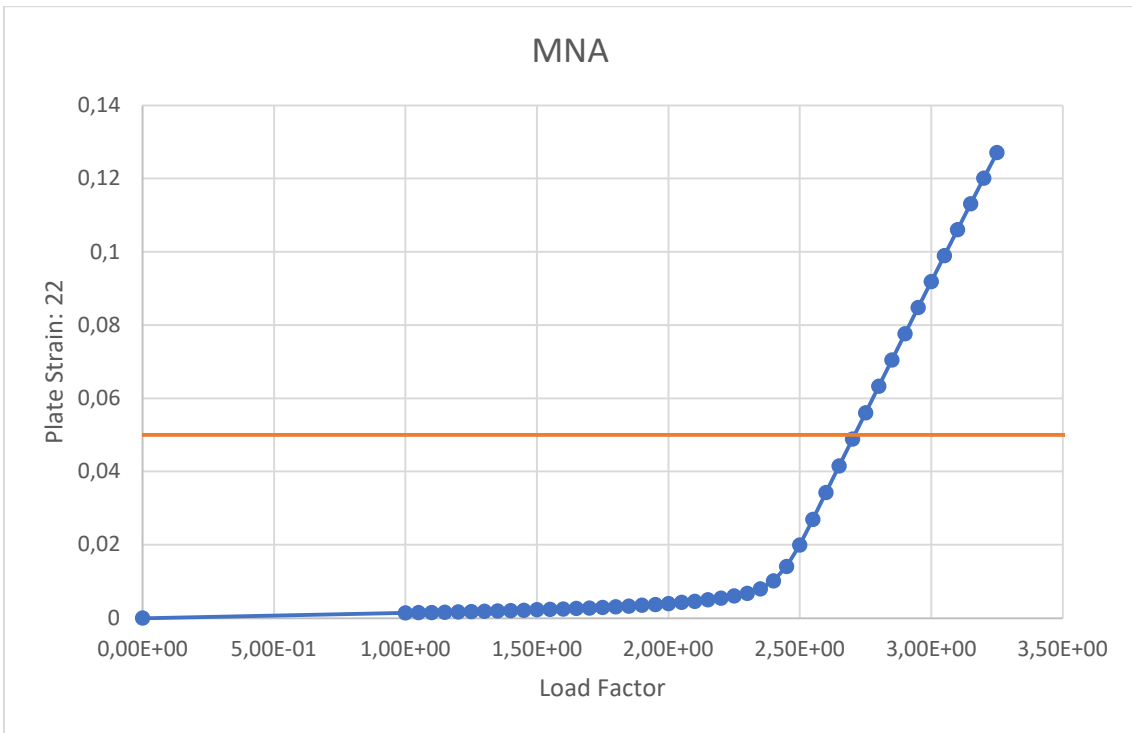


Figura A-20 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm (con incrudimento)

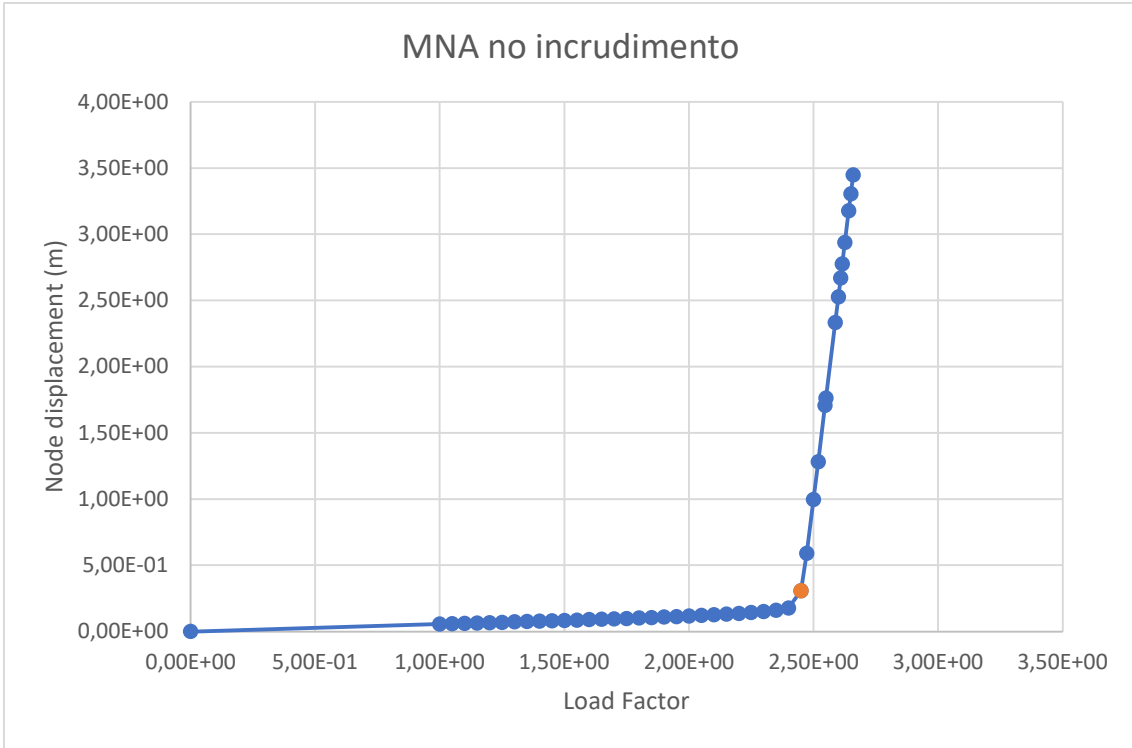


Figura A-21 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm (plateau orizzontale)

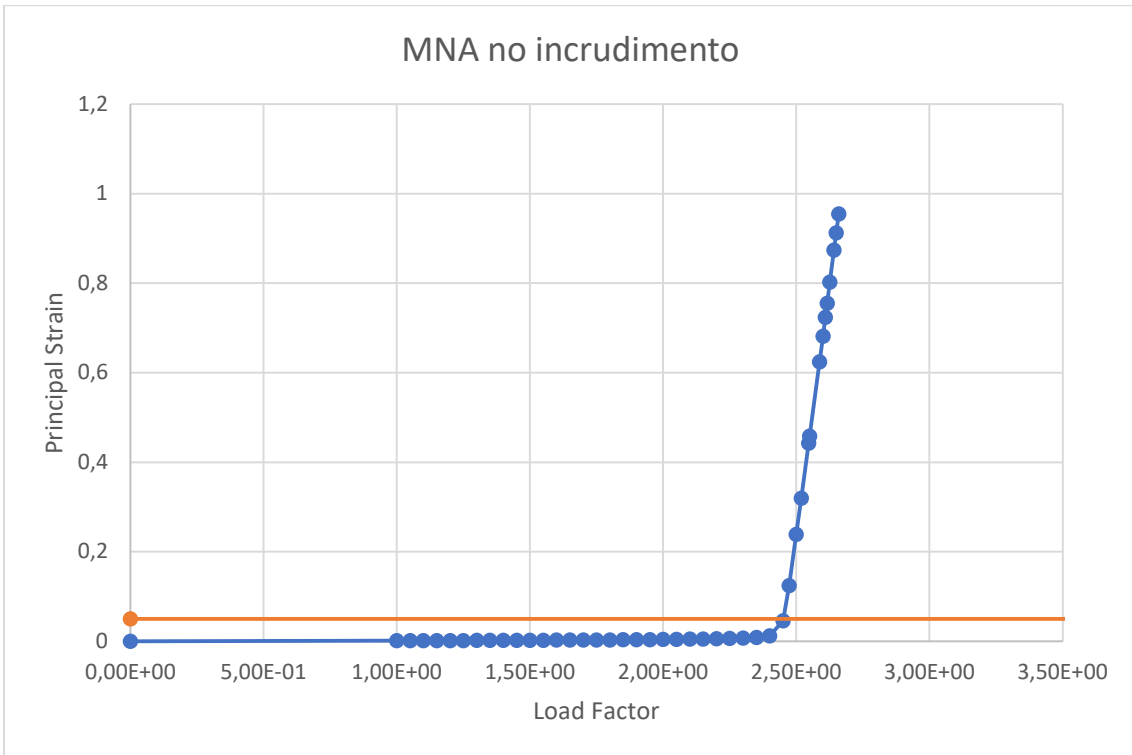


Figura A-22 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm (plateau orizzontale)

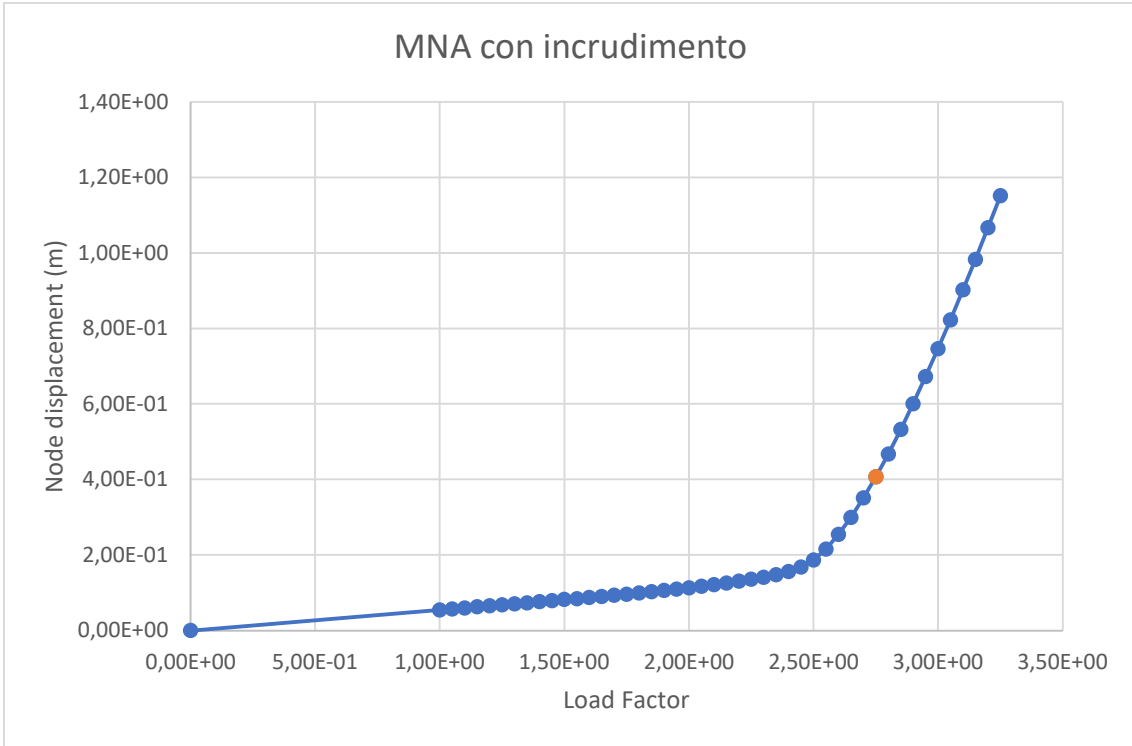


Figura A-23 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm (con incrudimento)

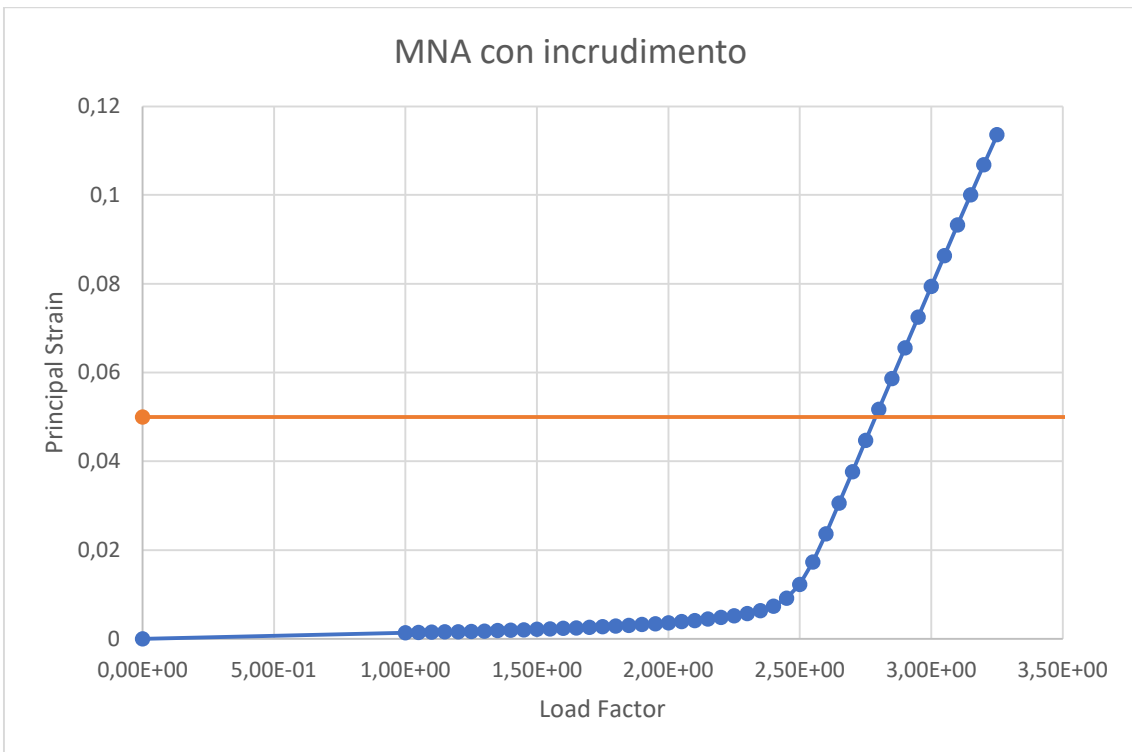


Figura A-24 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm (con incrudimento)

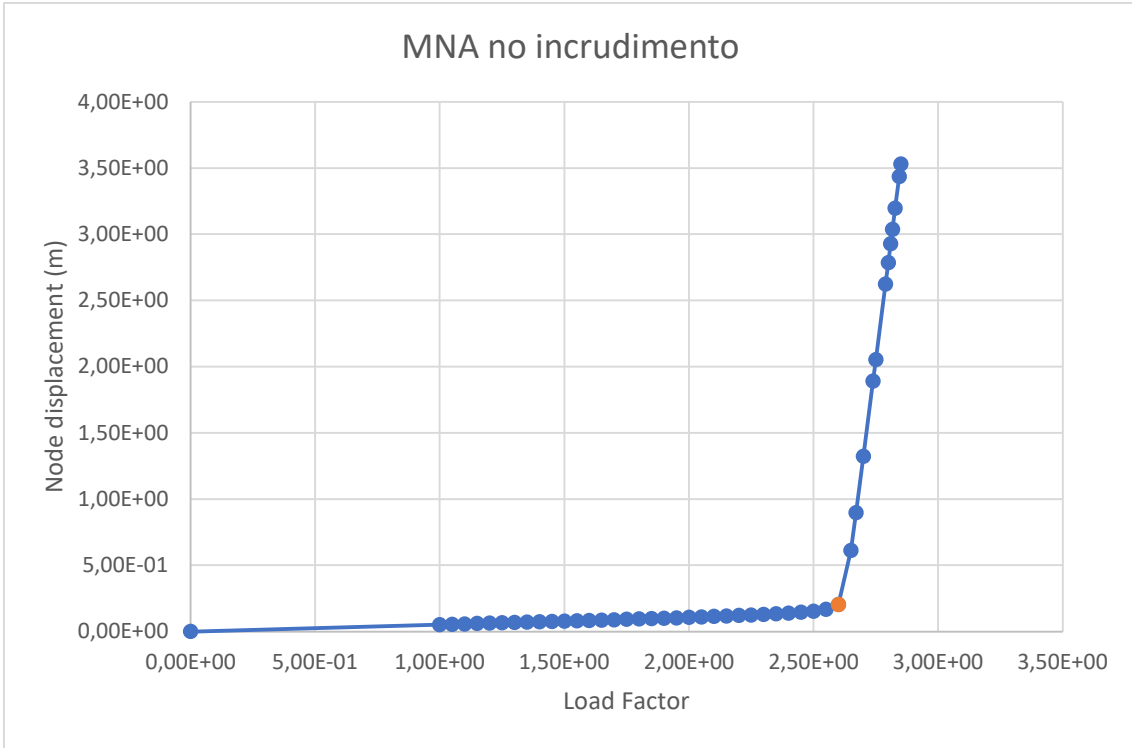


Figura A-25 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm (plateau orizzontale)

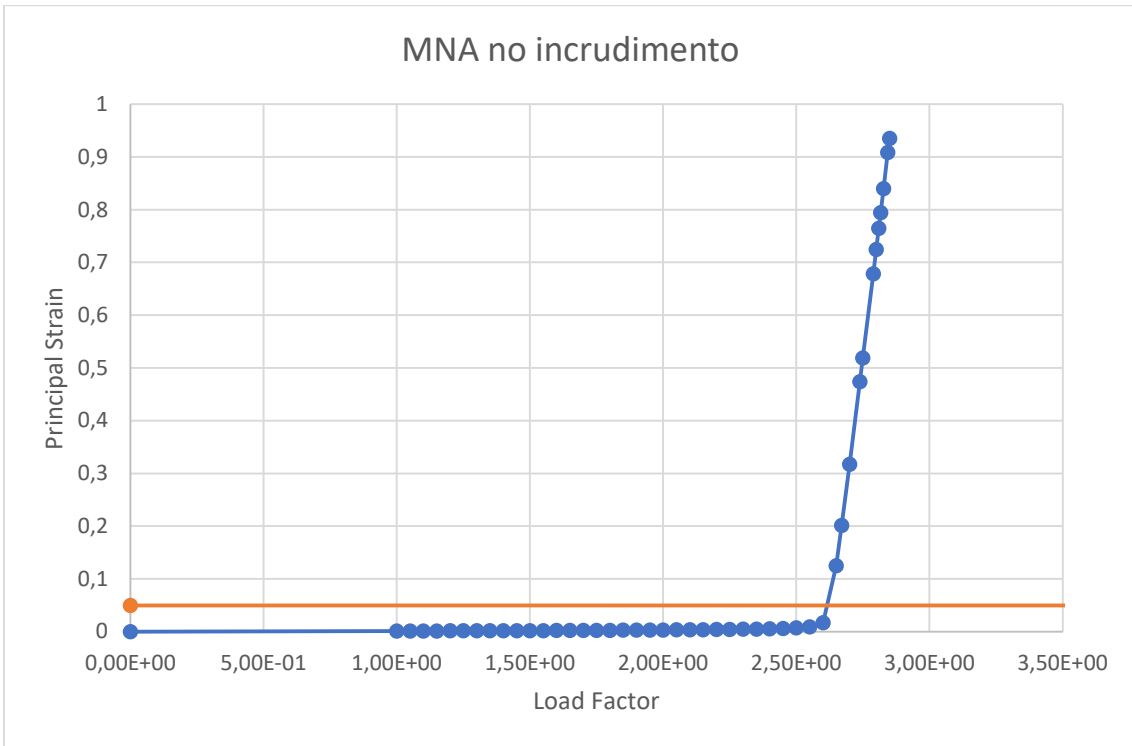


Figura A-26 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm (plateau orizzontale)

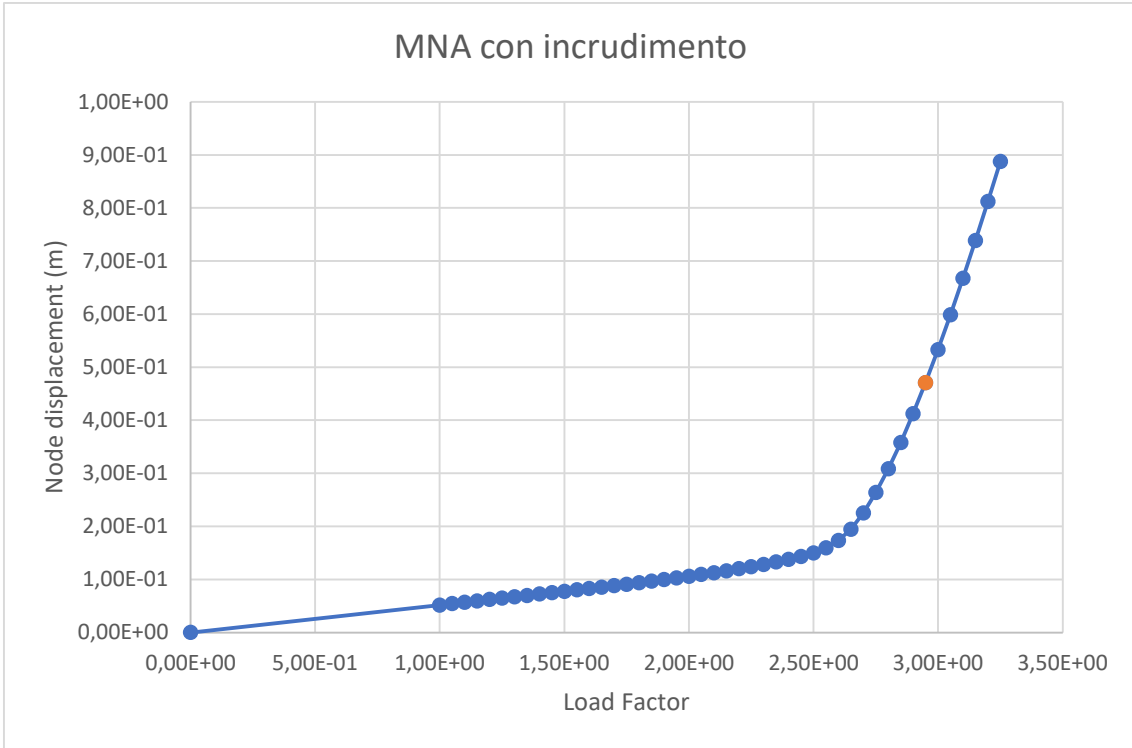


Figura A-27 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm (con incrudimento)

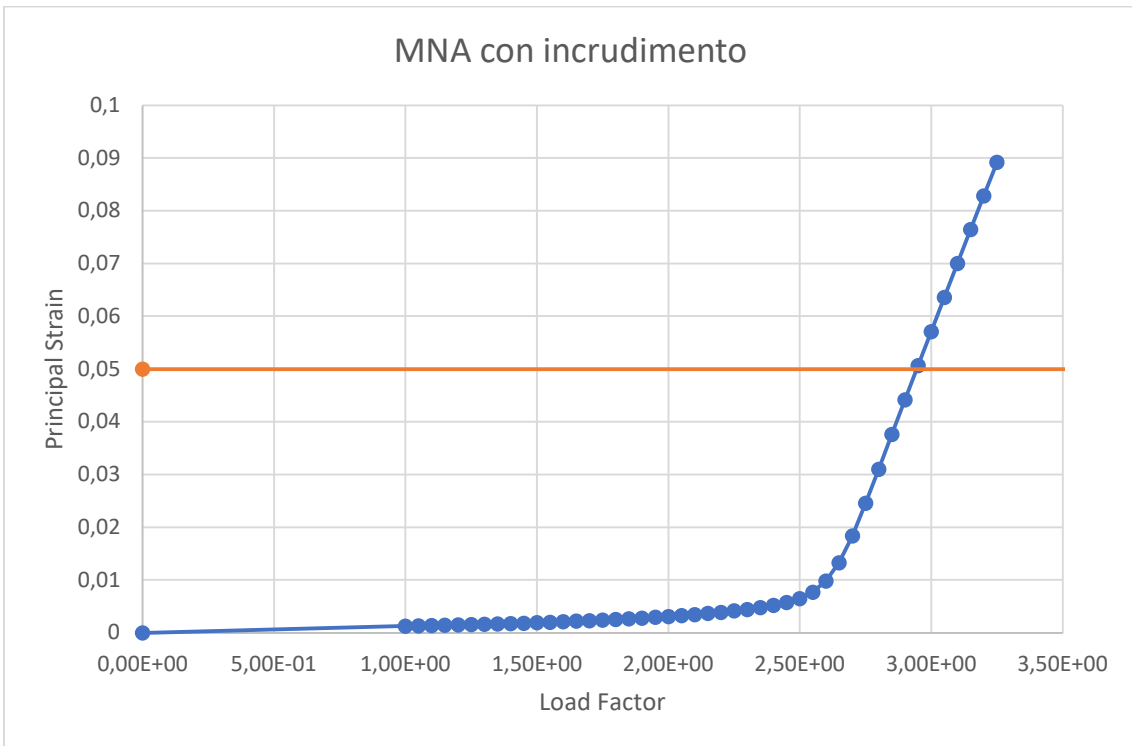


Figura A-28 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm (con incrudimento)

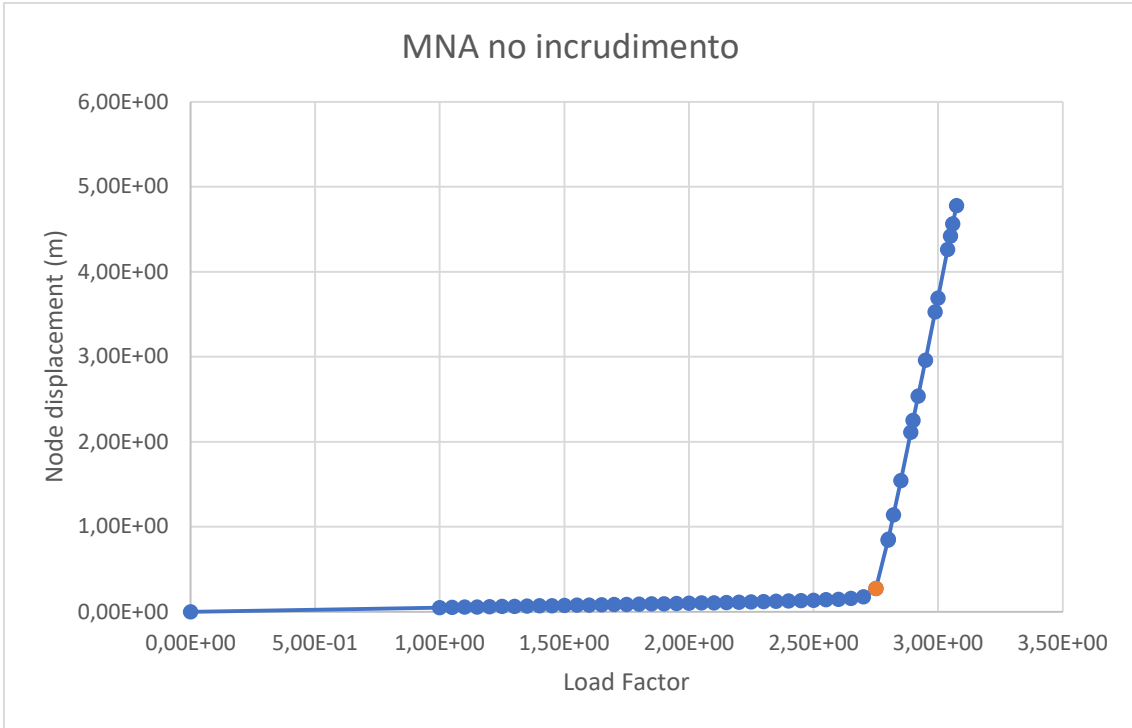


Figura A-29 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm (plateau orizzontale)

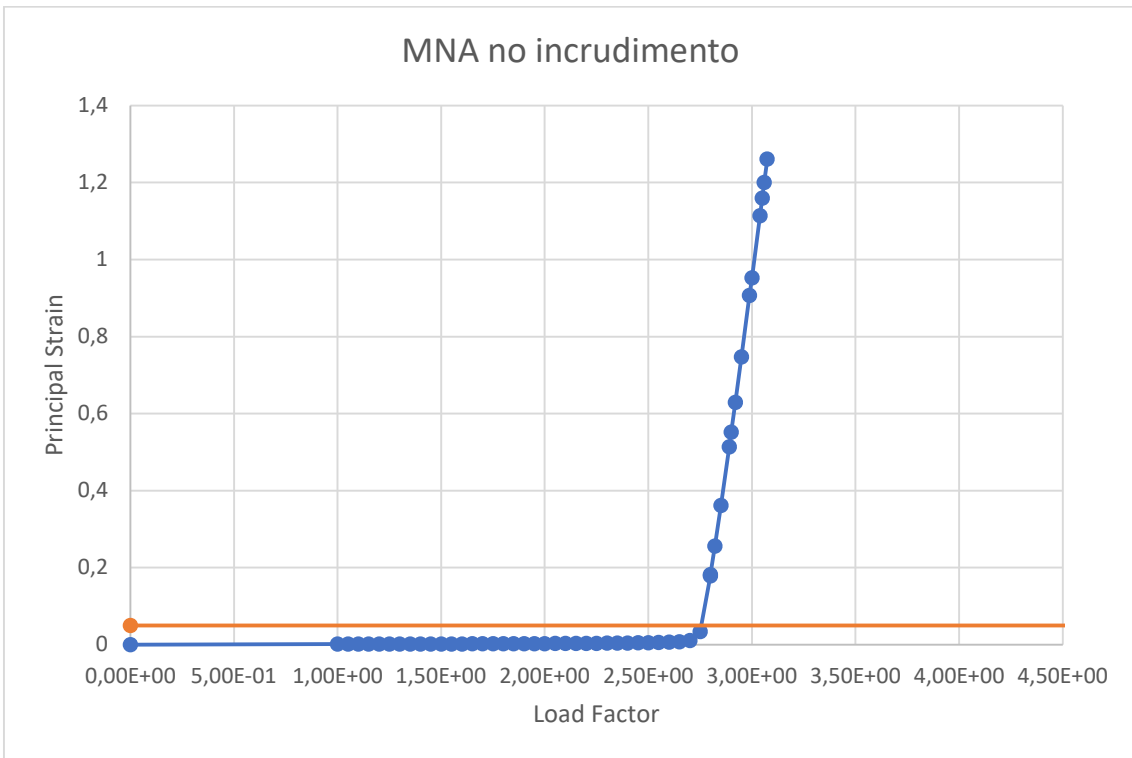


Figura A-30 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm (plateau orizzontale)

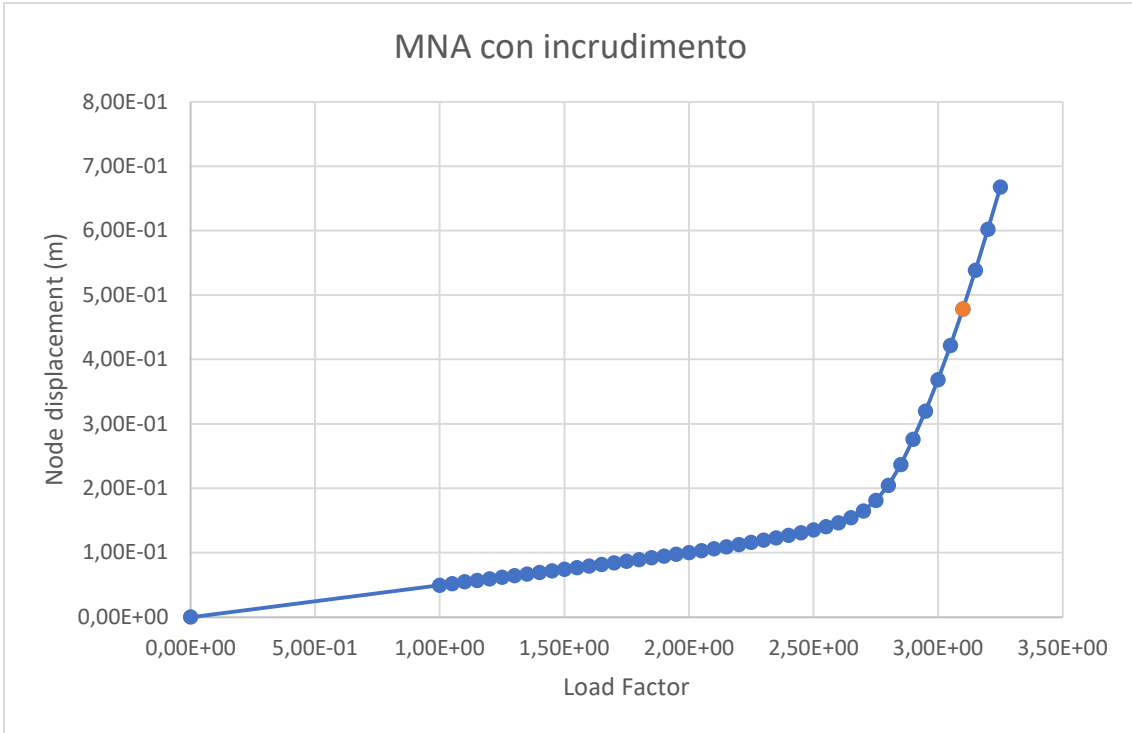


Figura A-31 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm (con incrudimento)

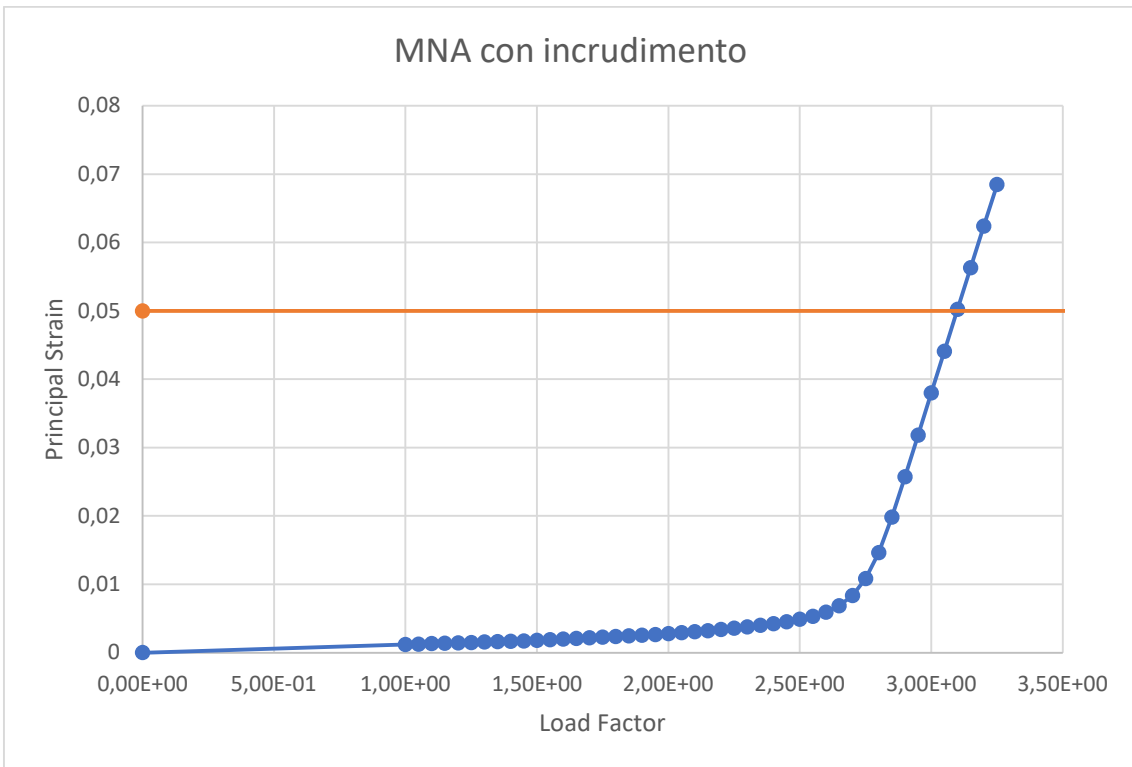


Figura A-32 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) – Deformazione Principale (Principal Strain:22) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm (con incrudimento)

B. APPENDICE: GNA

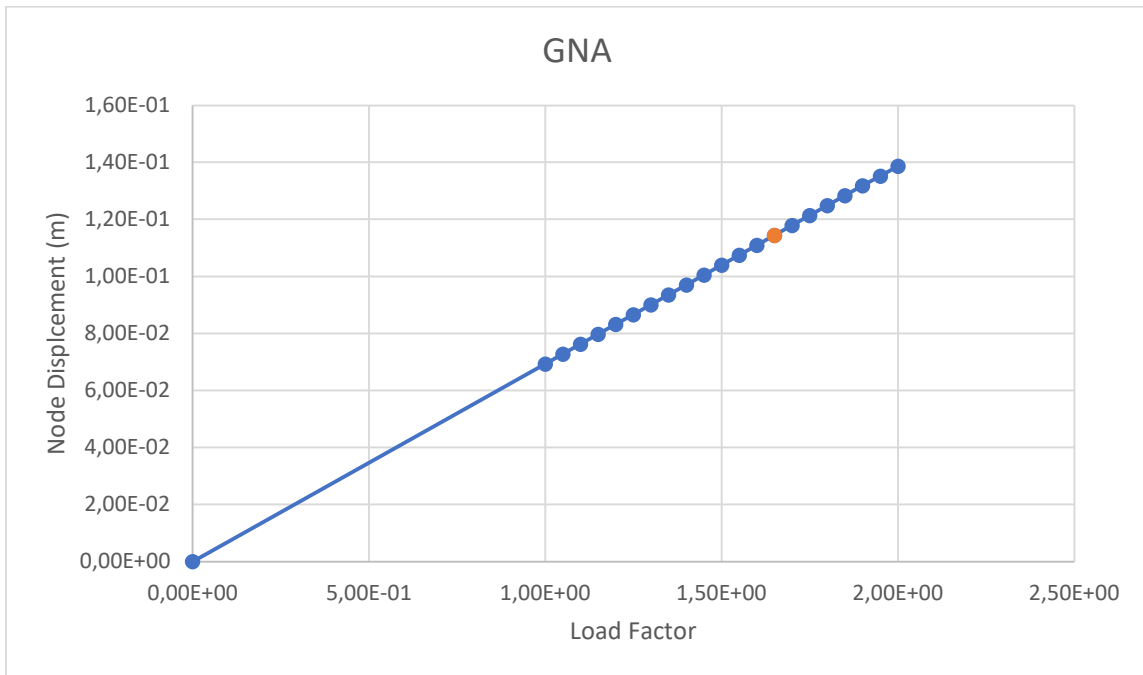


Figura B-1 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm

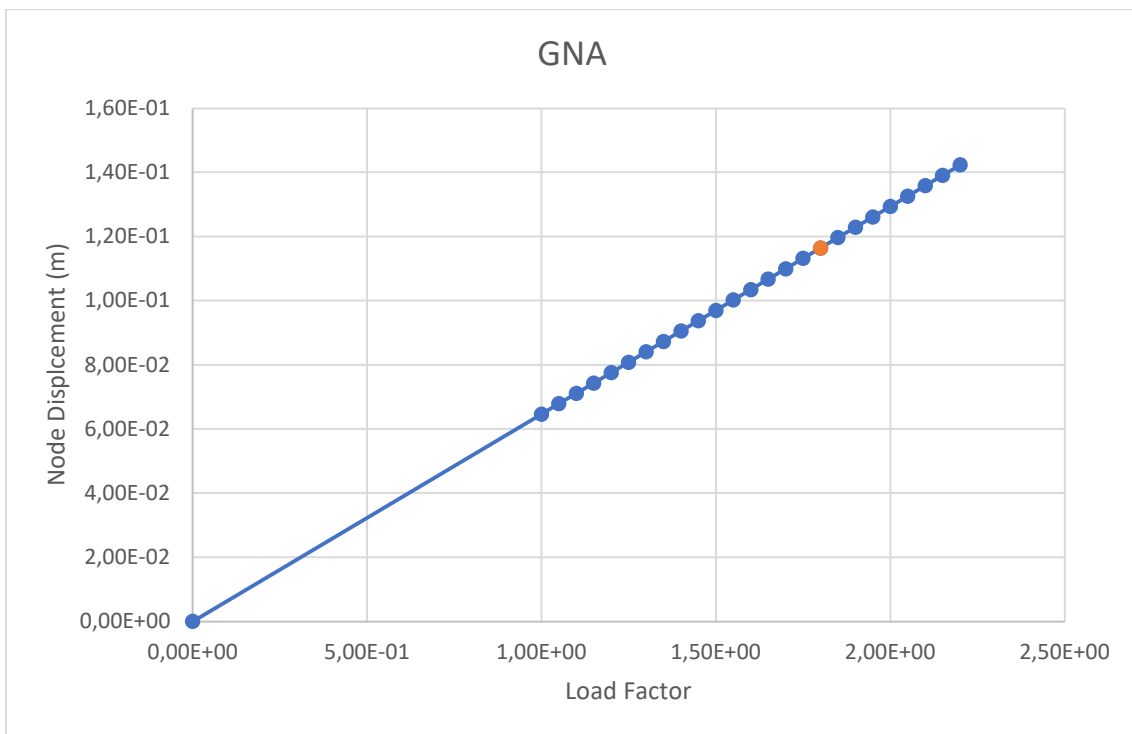


Figura B-2 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm

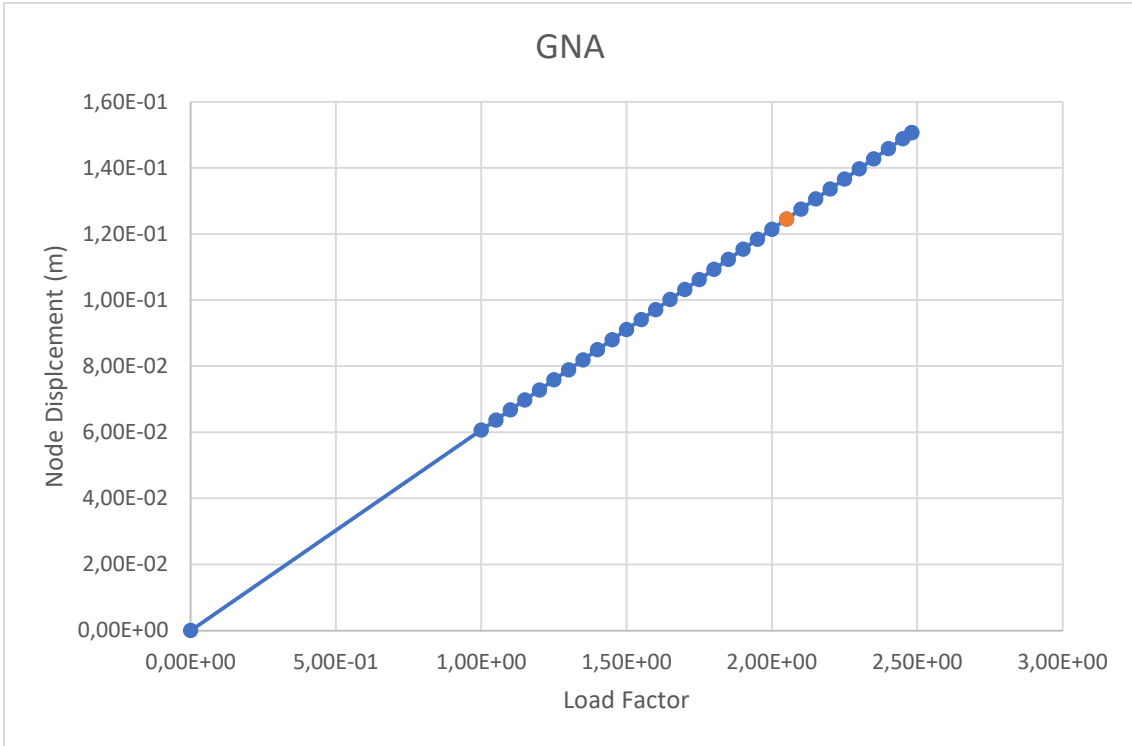


Figura B-3 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm

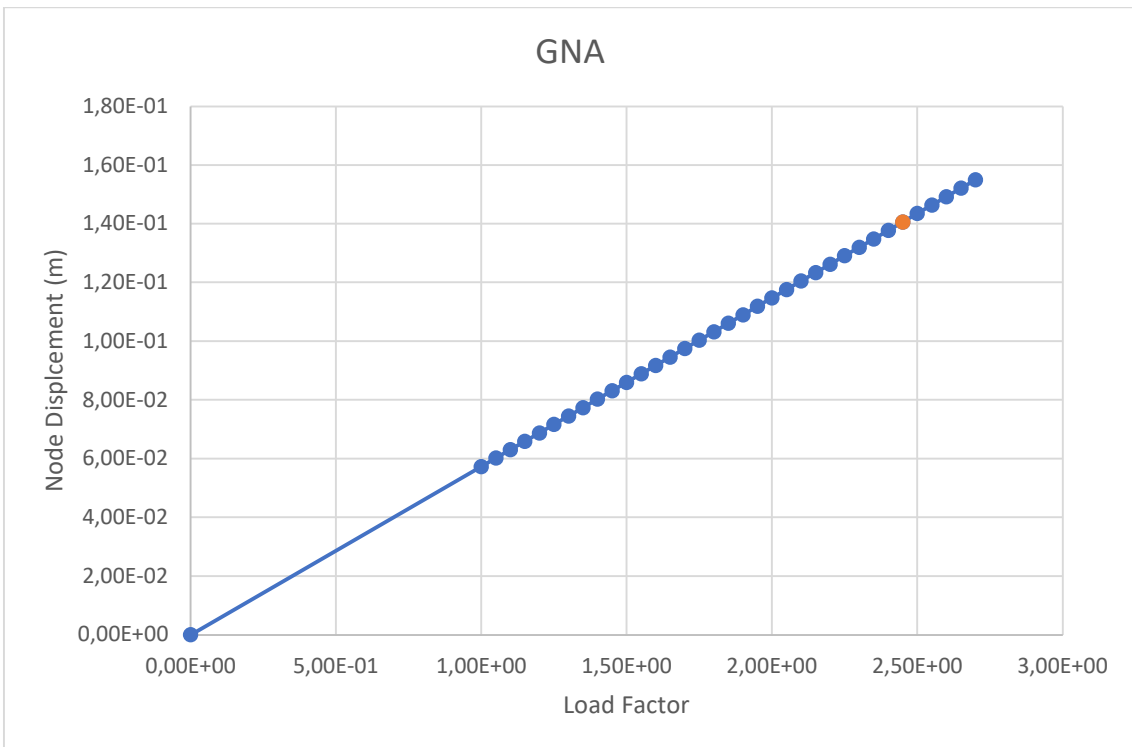


Figura B-4 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm

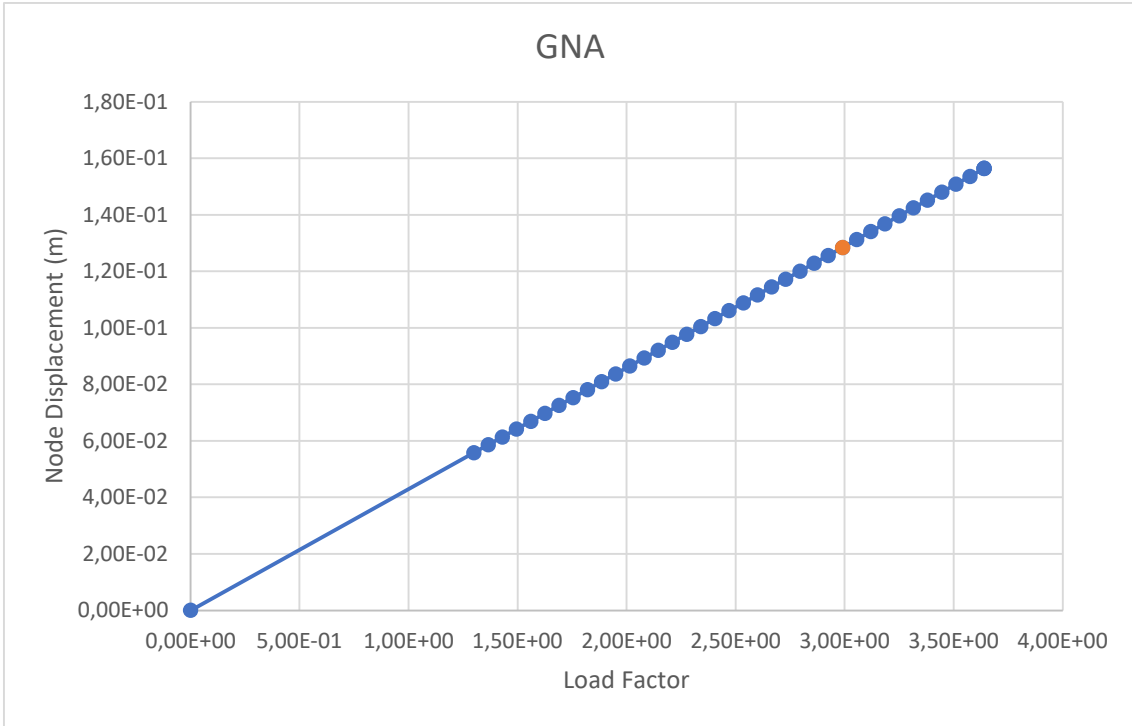


Figura B-5 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm

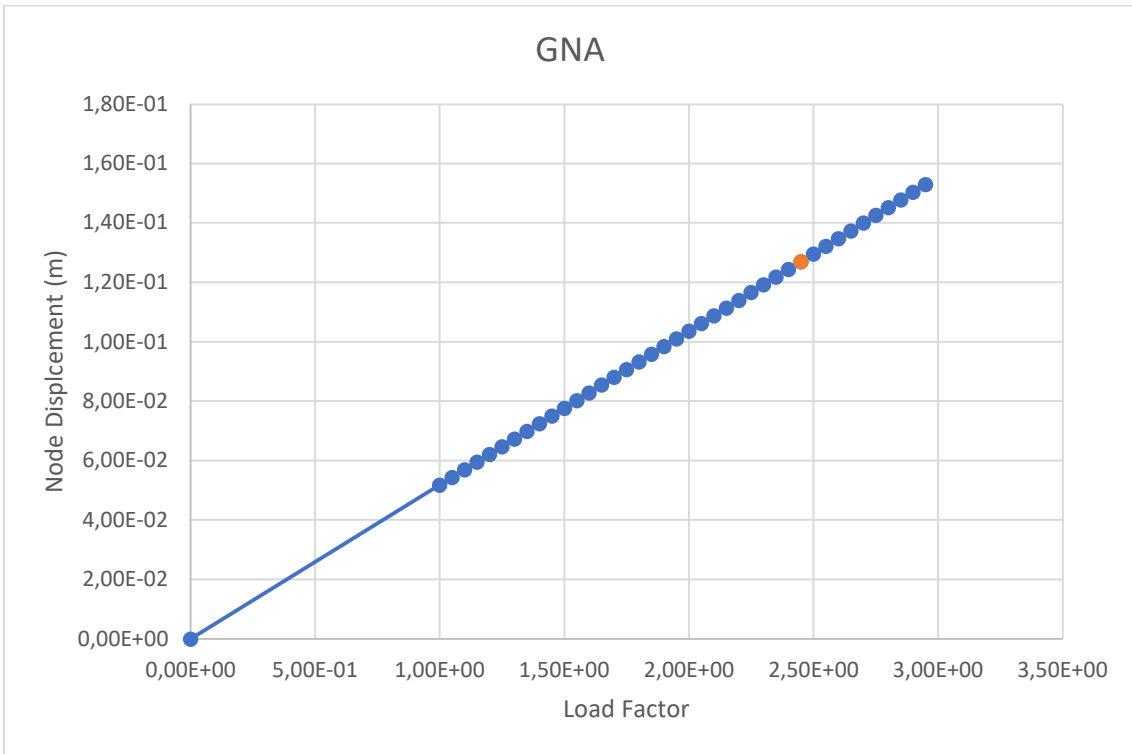


Figura B-6 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm

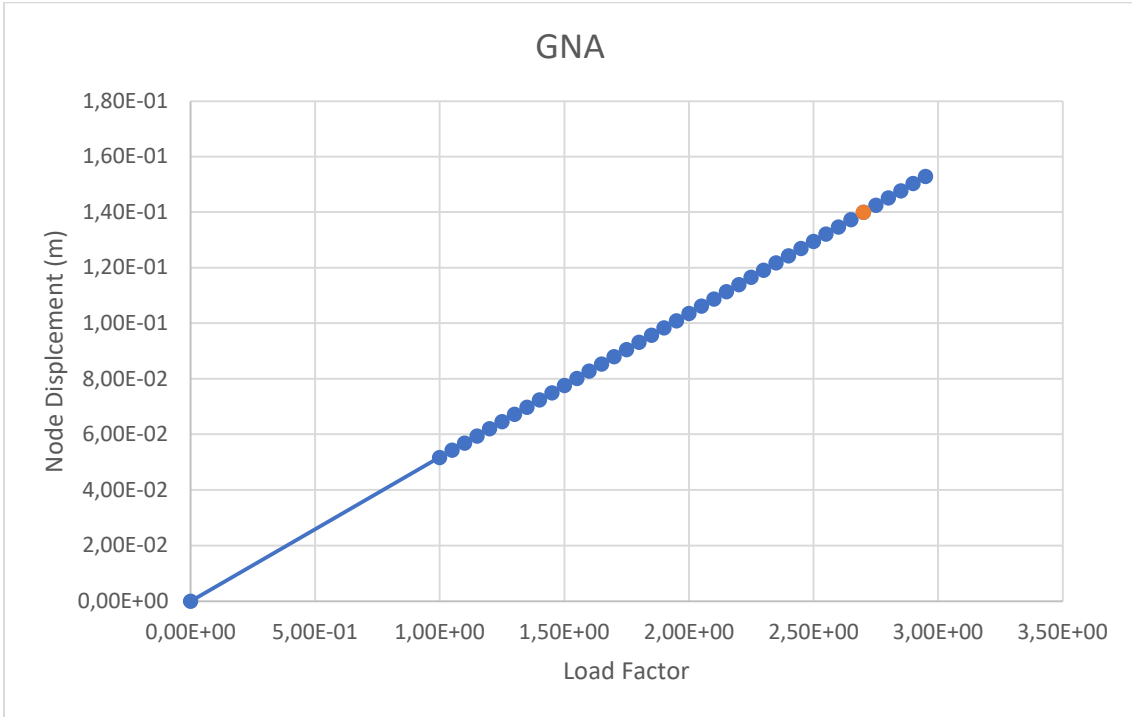


Figura B-7 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm

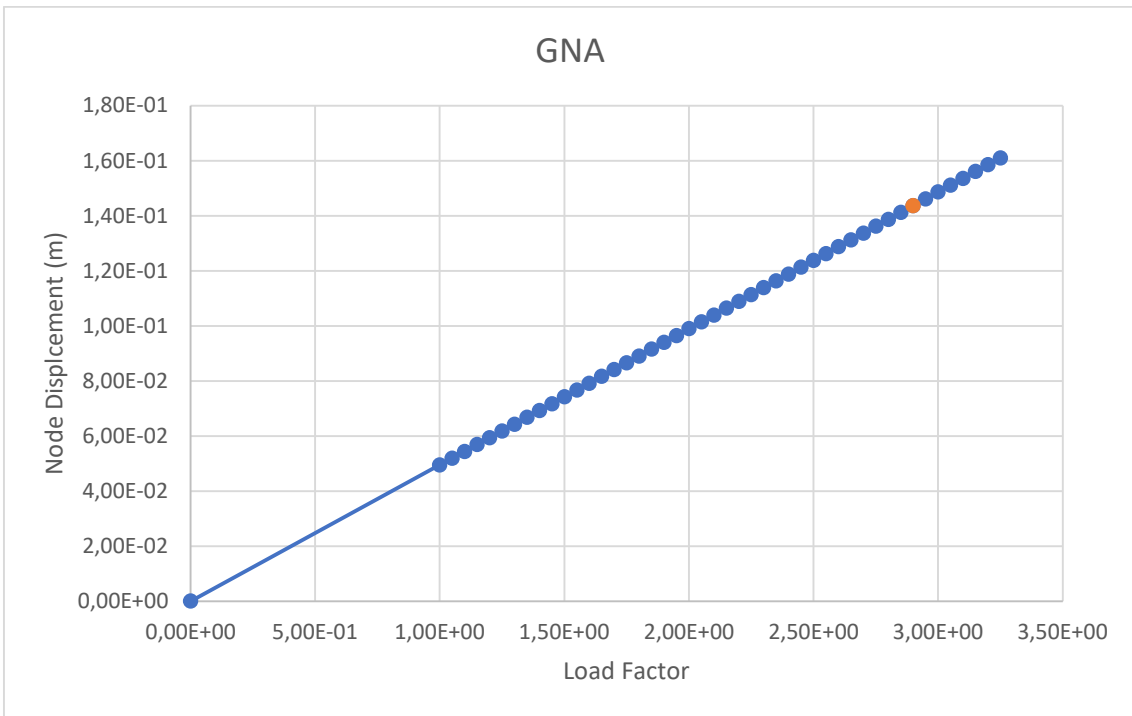


Figura B-8 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm

C. APPENDICE: GNIA

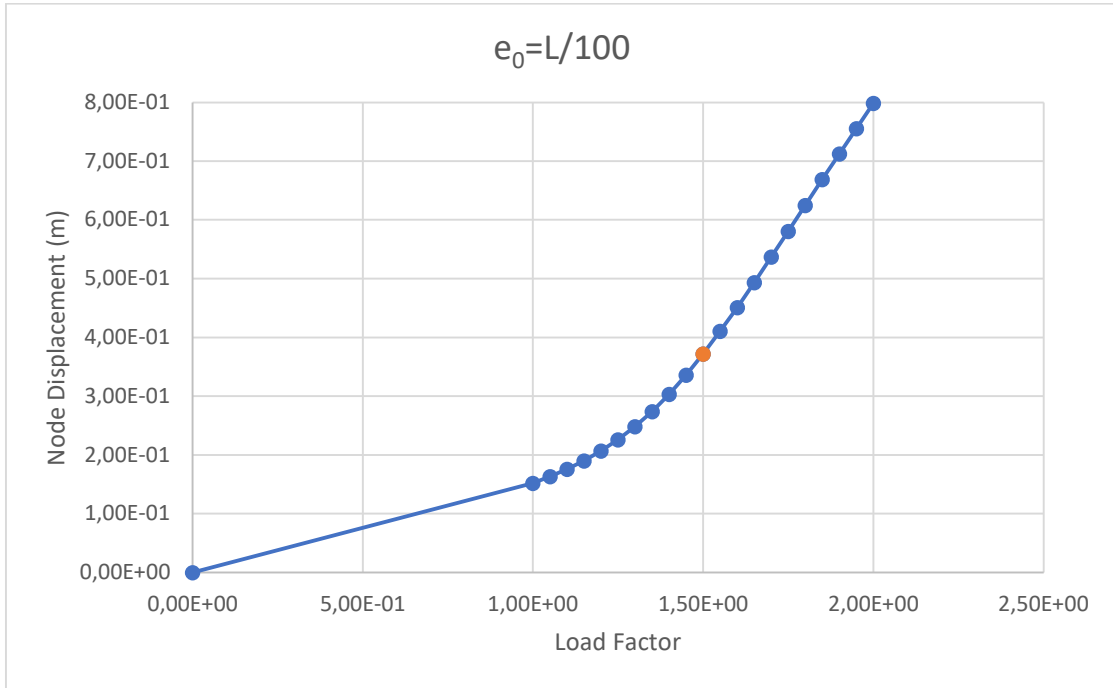


Figura C-1 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm nel caso di $e_0=L/100$

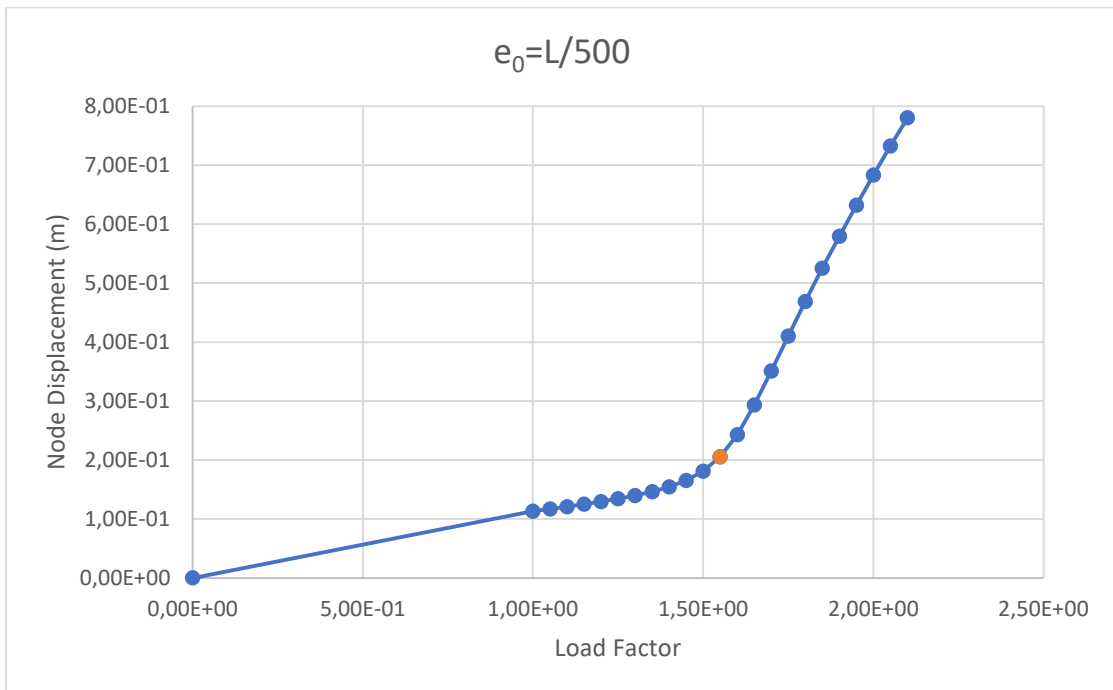


Figura C-2 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm nel caso di $e_0=L/500$

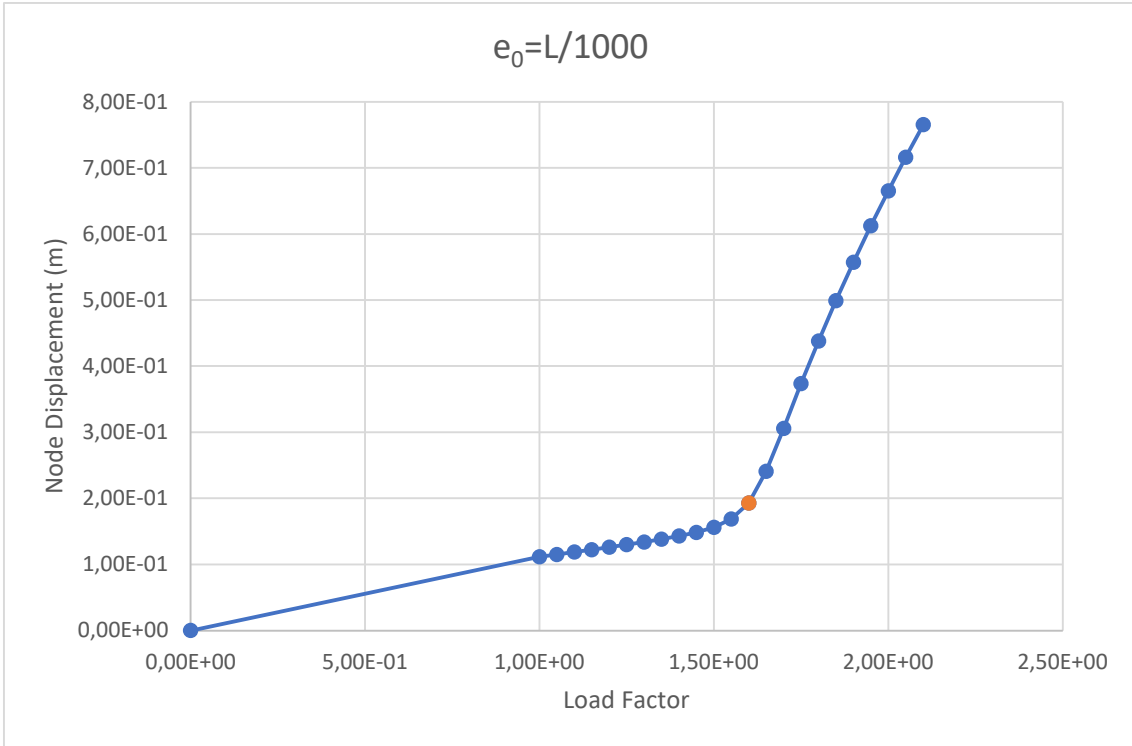


Figura C-3 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$

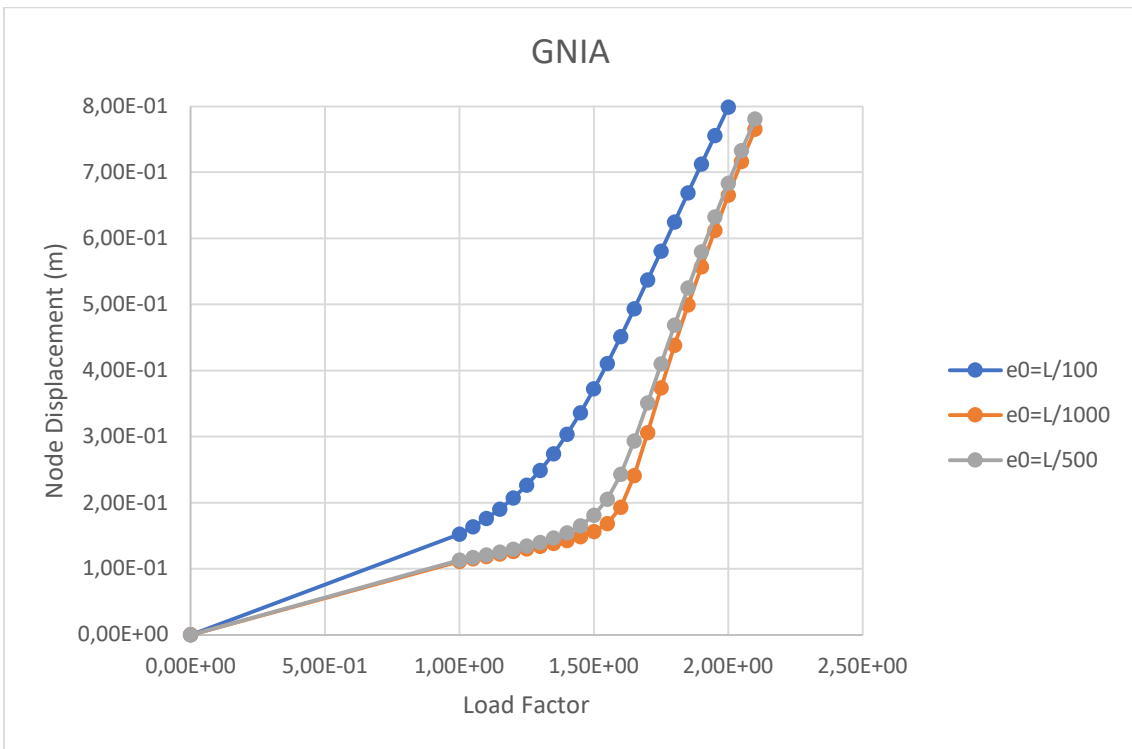


Figura C-4 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ ed $e_0=L/1000$

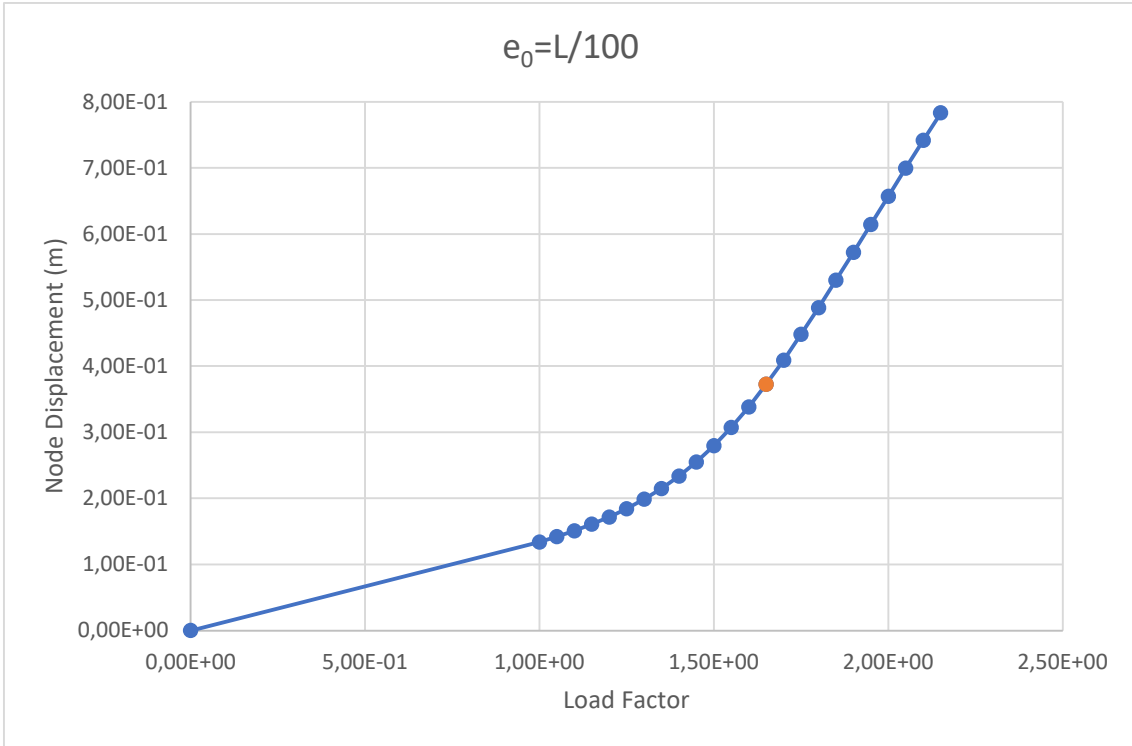


Figura C-5 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm nel caso di $e_0=L/100$

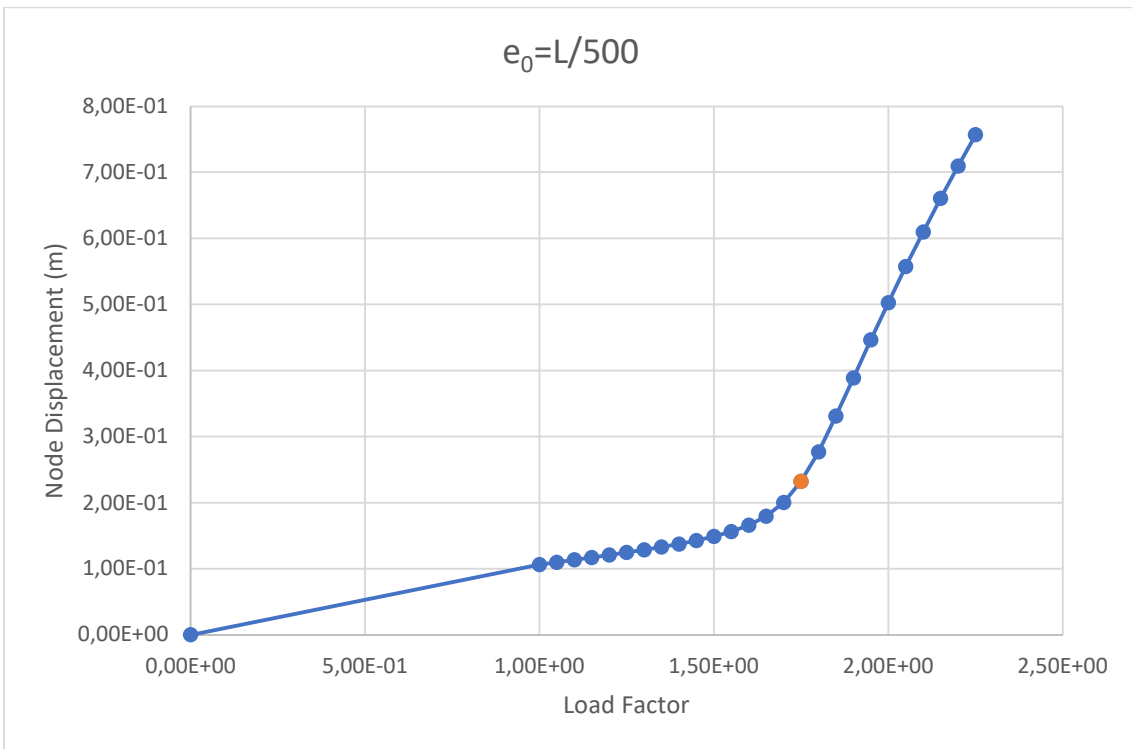


Figura C-6 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm nel caso di $e_0=L/500$

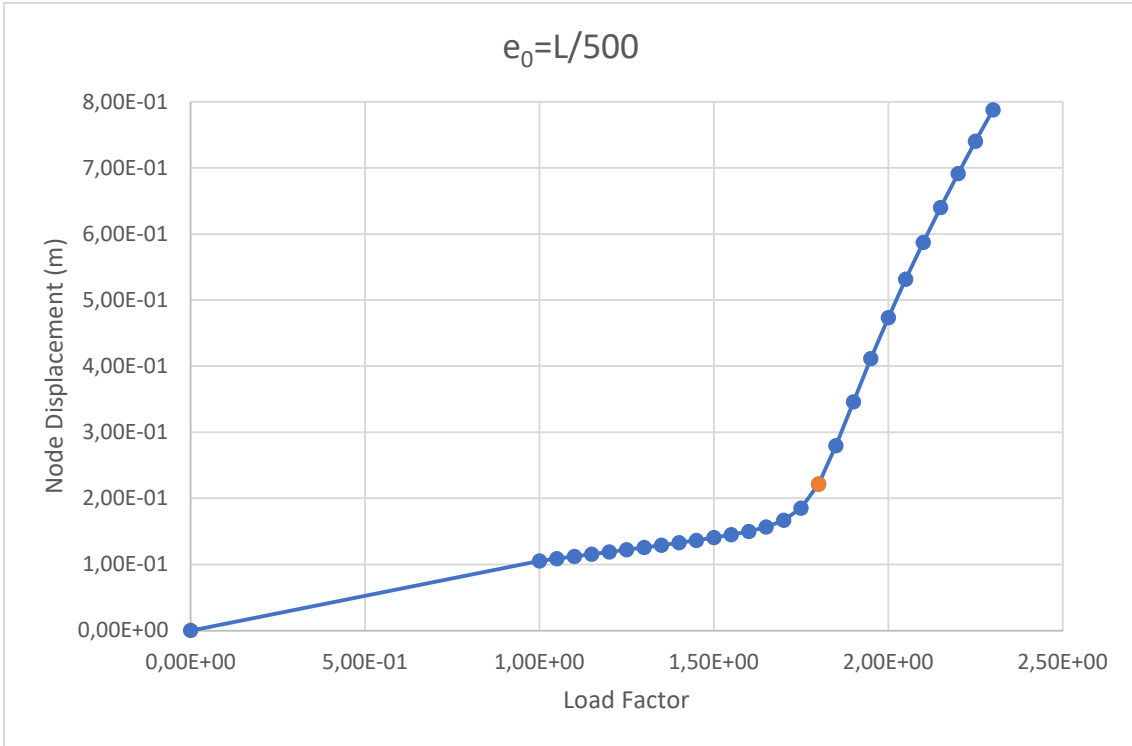


Figura C-7 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$

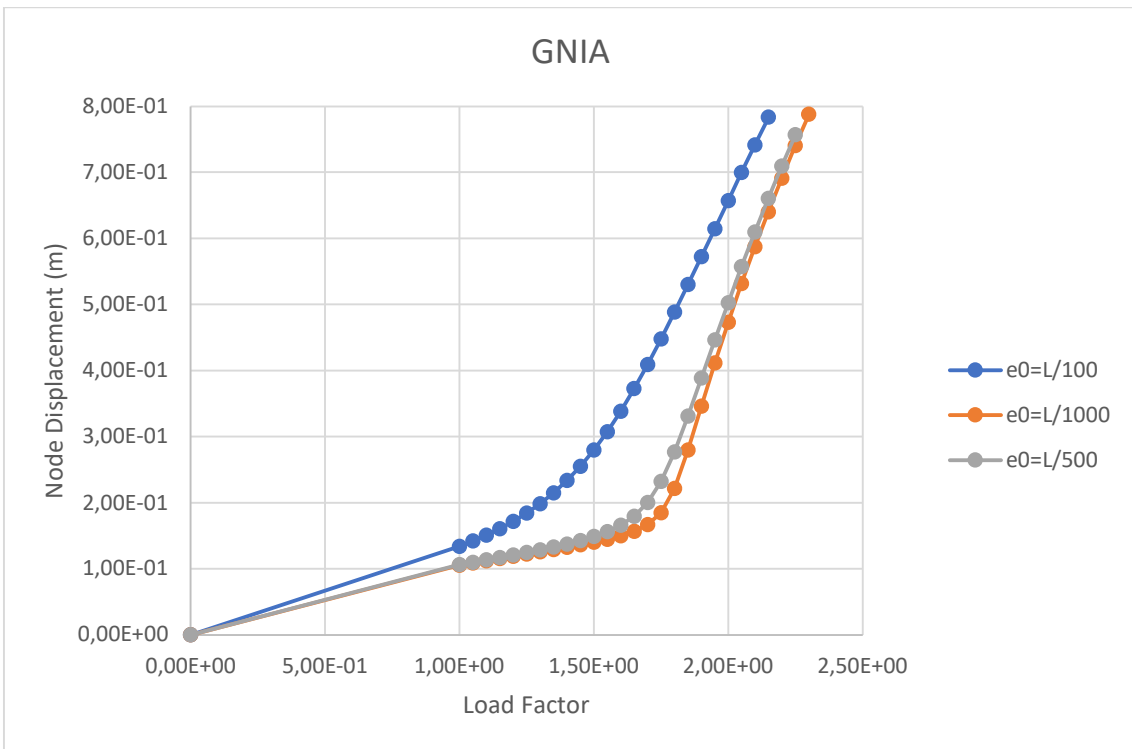


Figura C-8 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ ed $e_0=L/1000$

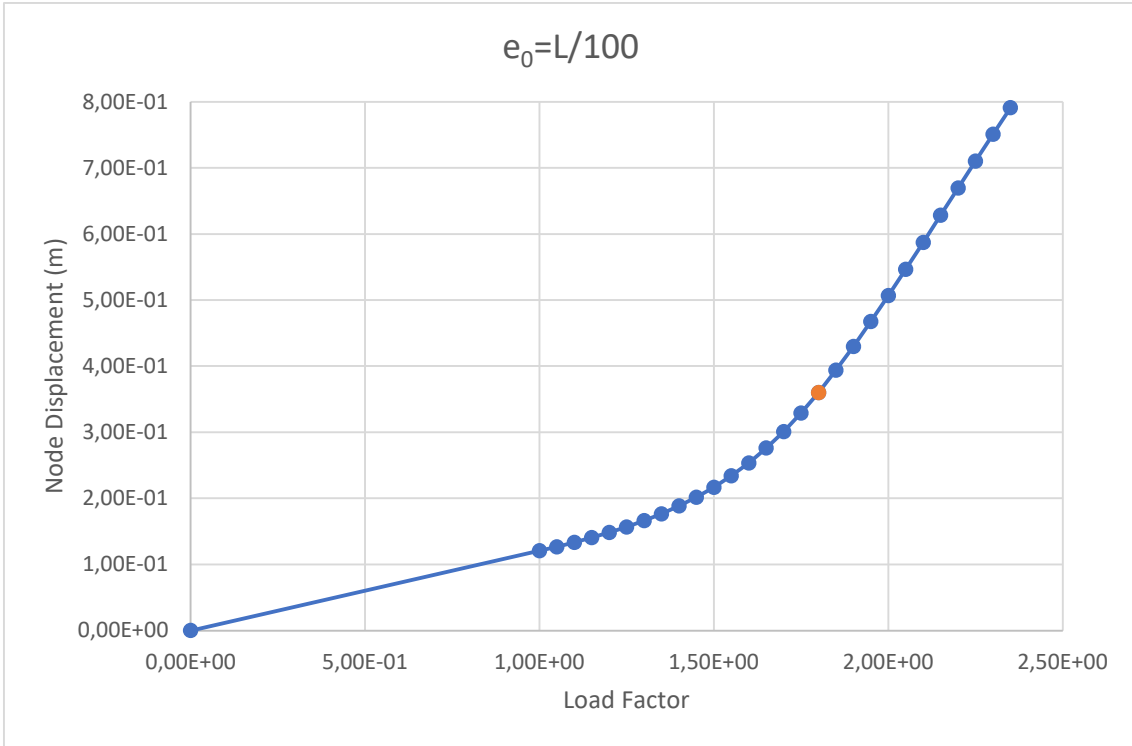


Figura C-9 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm nel caso di $e_0=L/100$

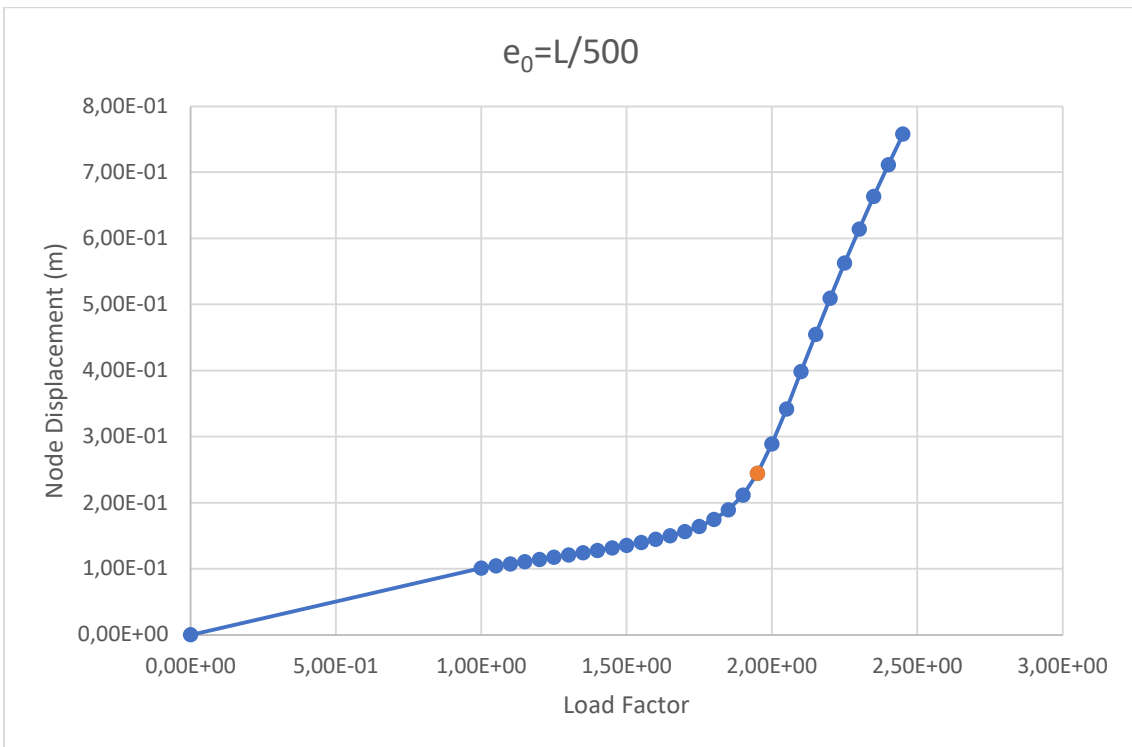


Figura C-10 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm nel caso di $e_0=L/500$

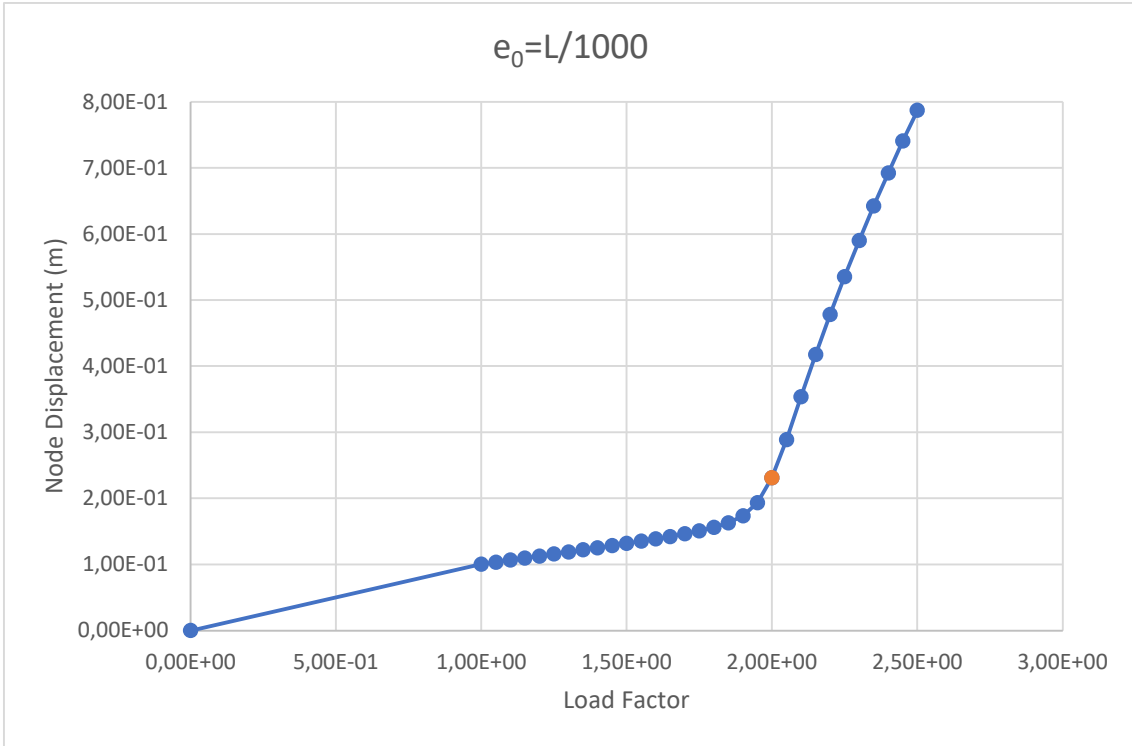


Figura C-11 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$

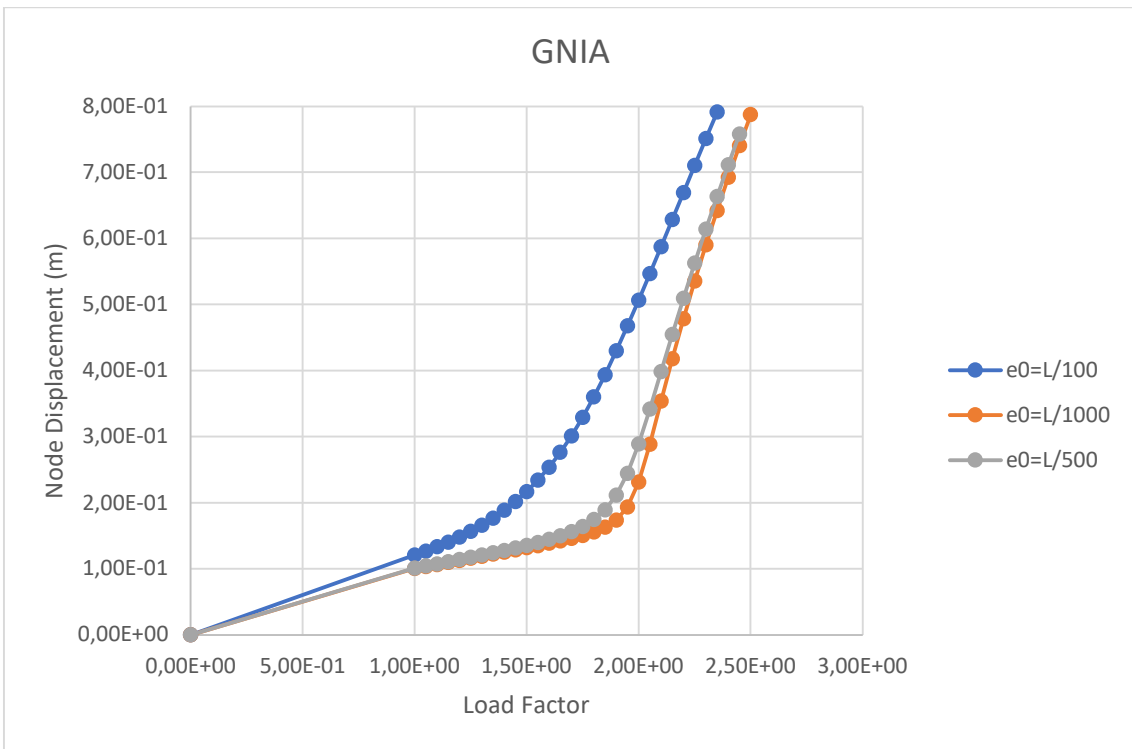


Figura C-12 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ ed $e_0=L/1000$

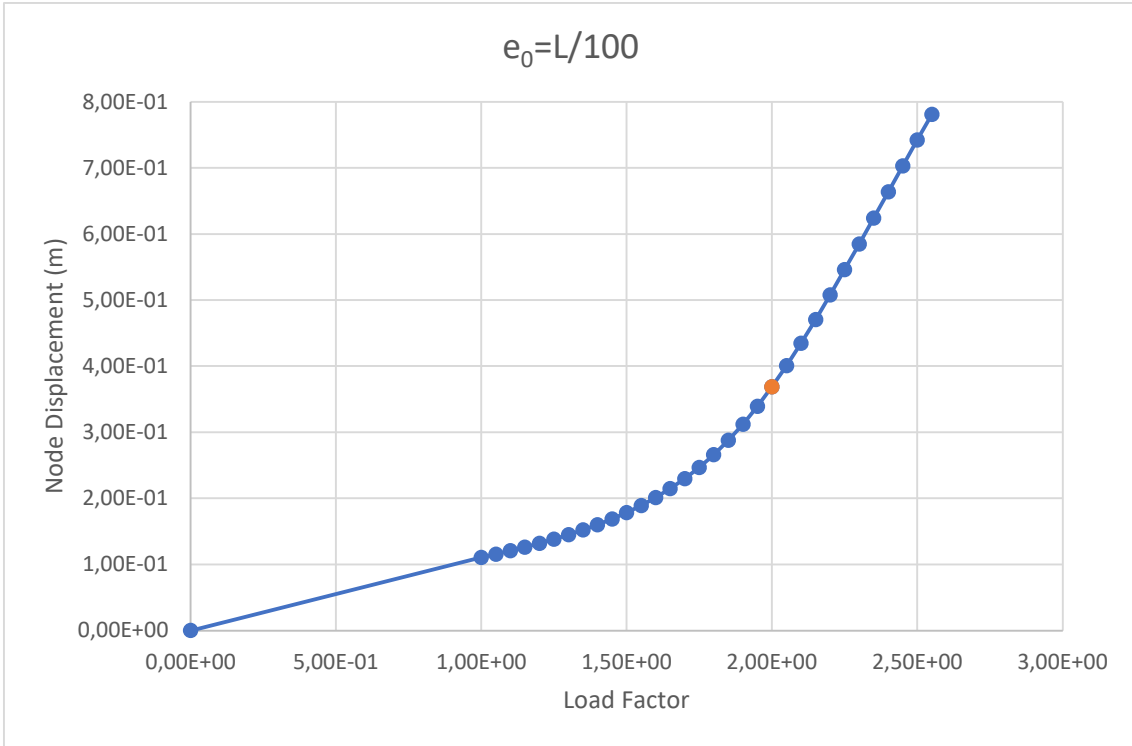


Figura C-13 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm nel caso di $e_0=L/100$

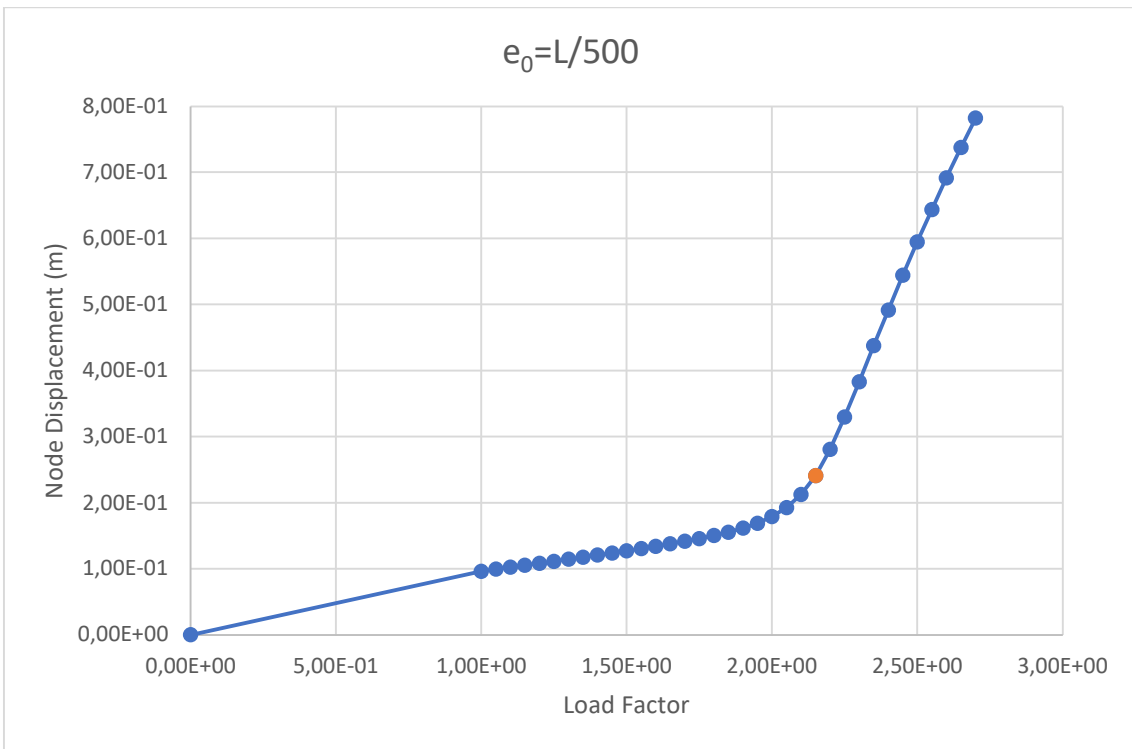


Figura C-14 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm nel caso di $e_0=L/500$

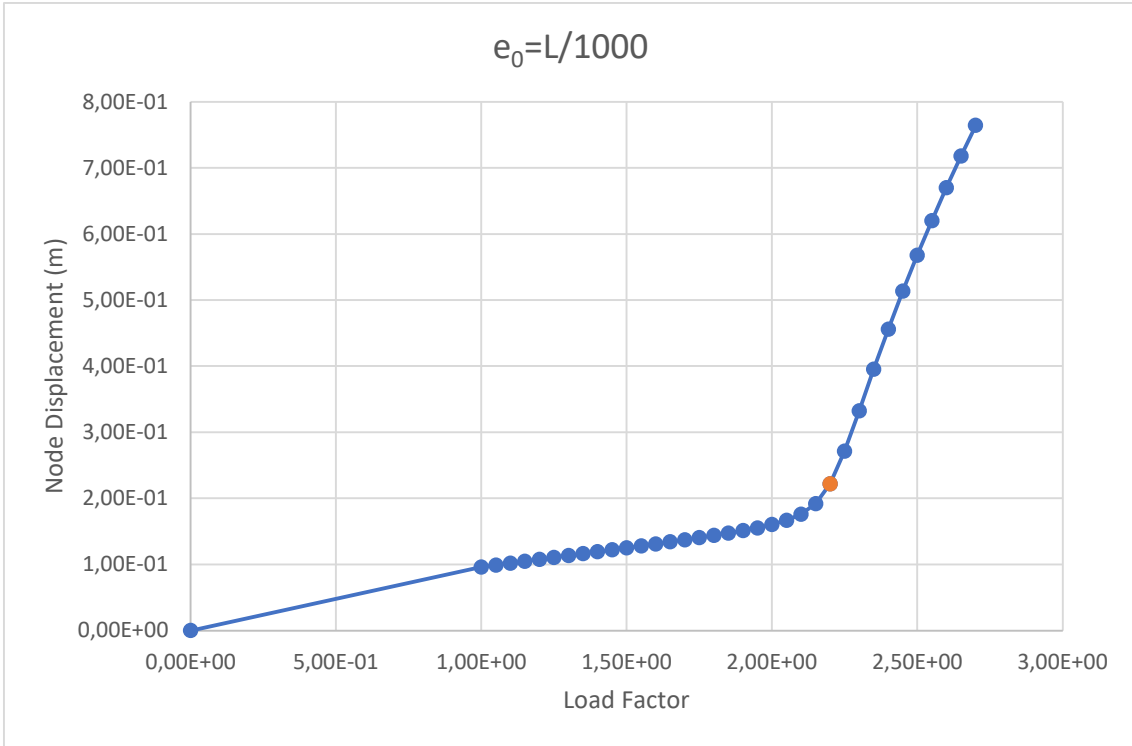


Figura C-15 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$

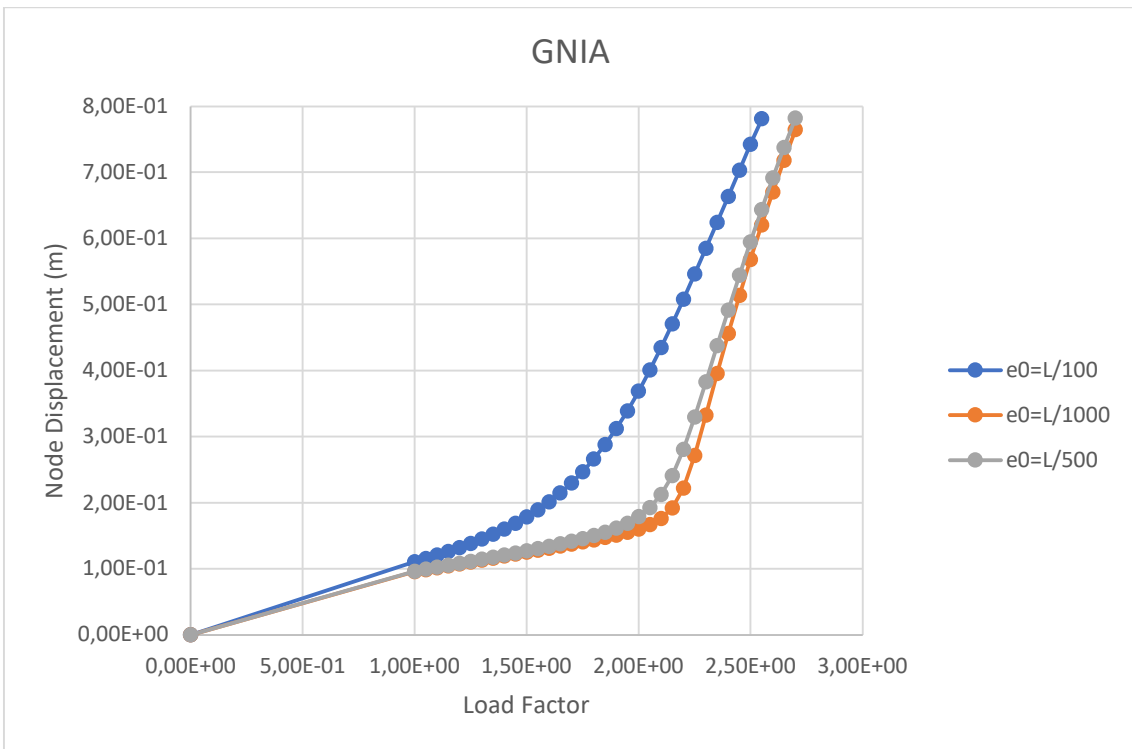


Figura C-16 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ ed $e_0=L/1000$

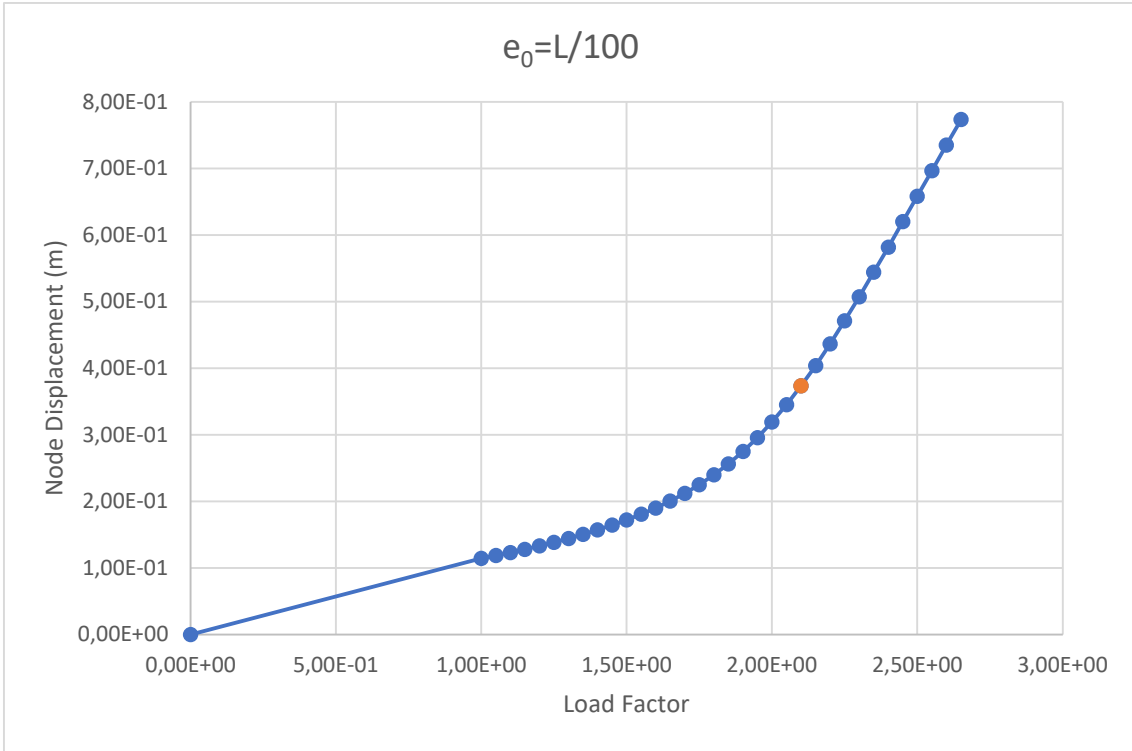


Figura C-17 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/100$

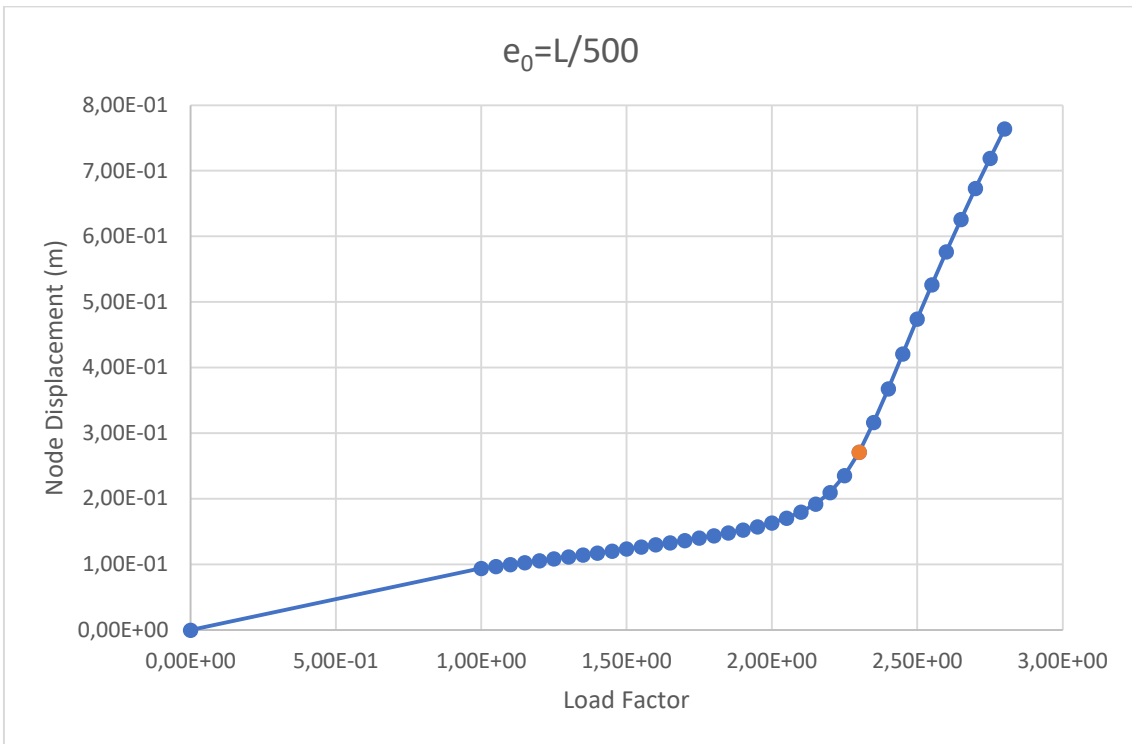


Figura C-18 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/500$

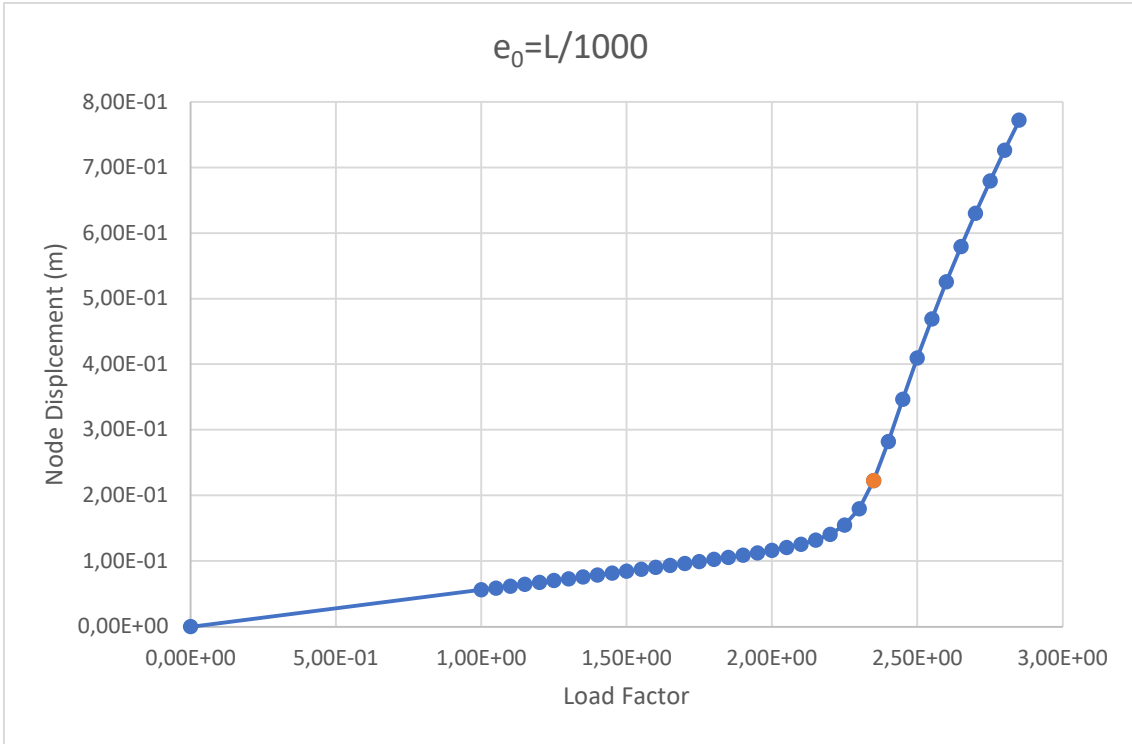


Figura C-19 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$

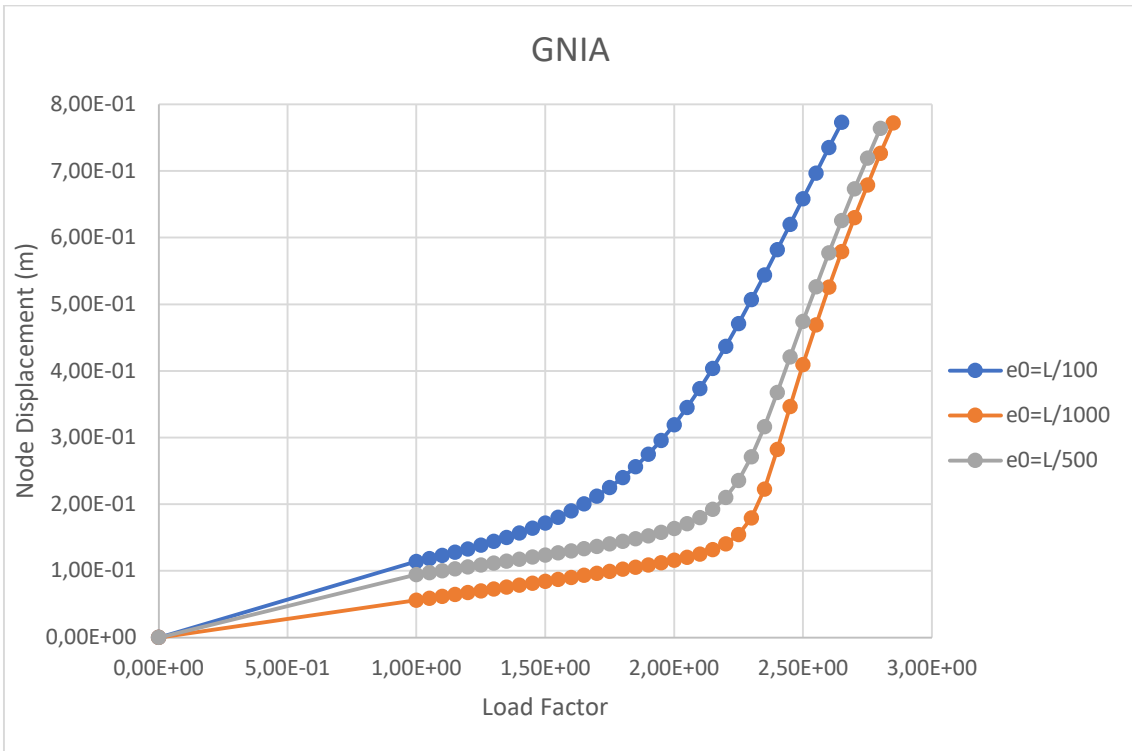


Figura C-20 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ ed $e_0=L/1000$

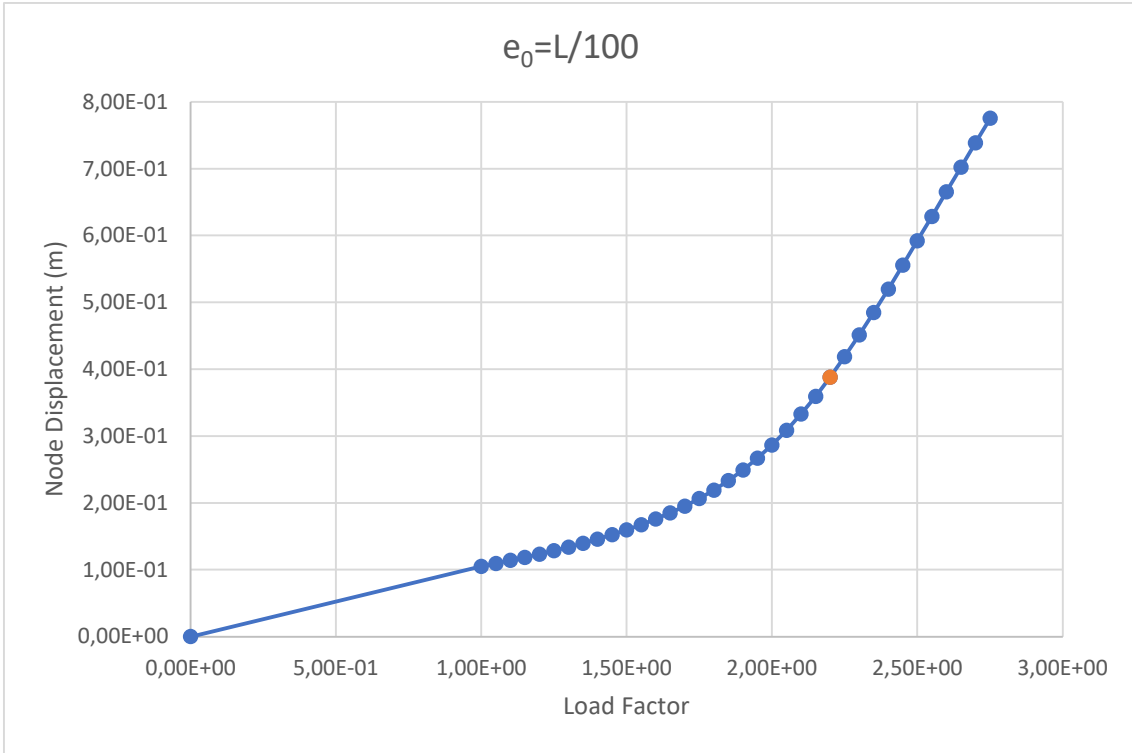


Figura C-21 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm nel caso di $e_0=L/100$

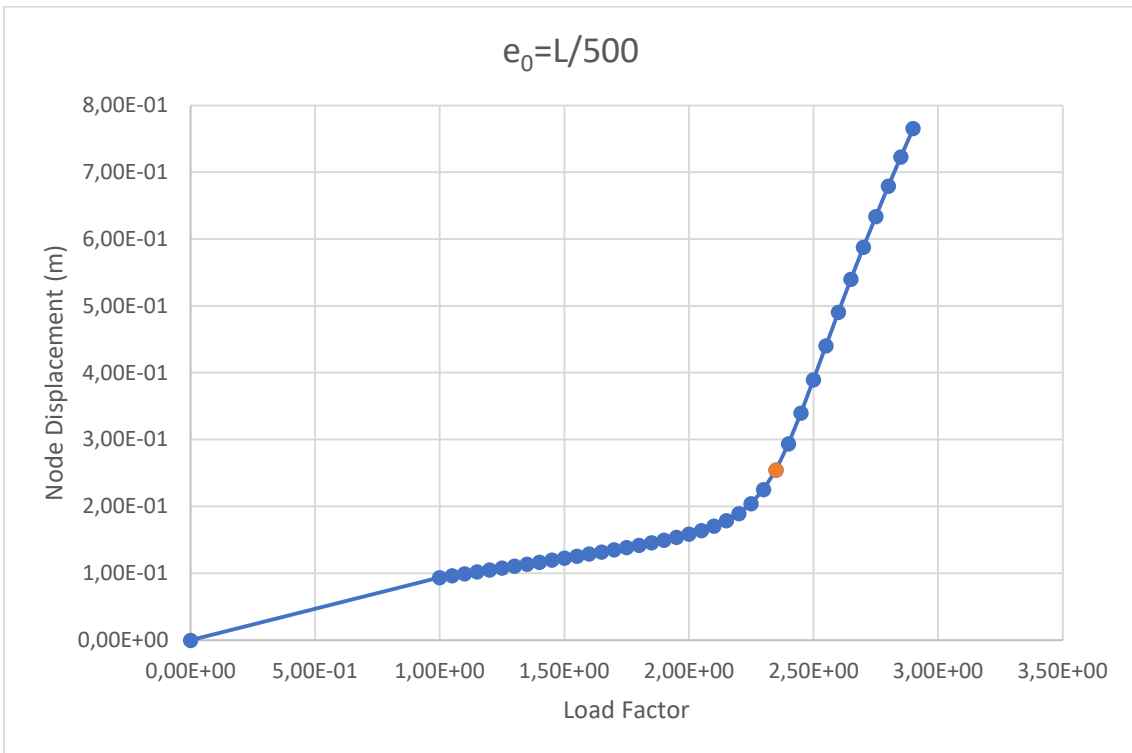


Figura C-22 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm nel caso di $e_0=L/500$

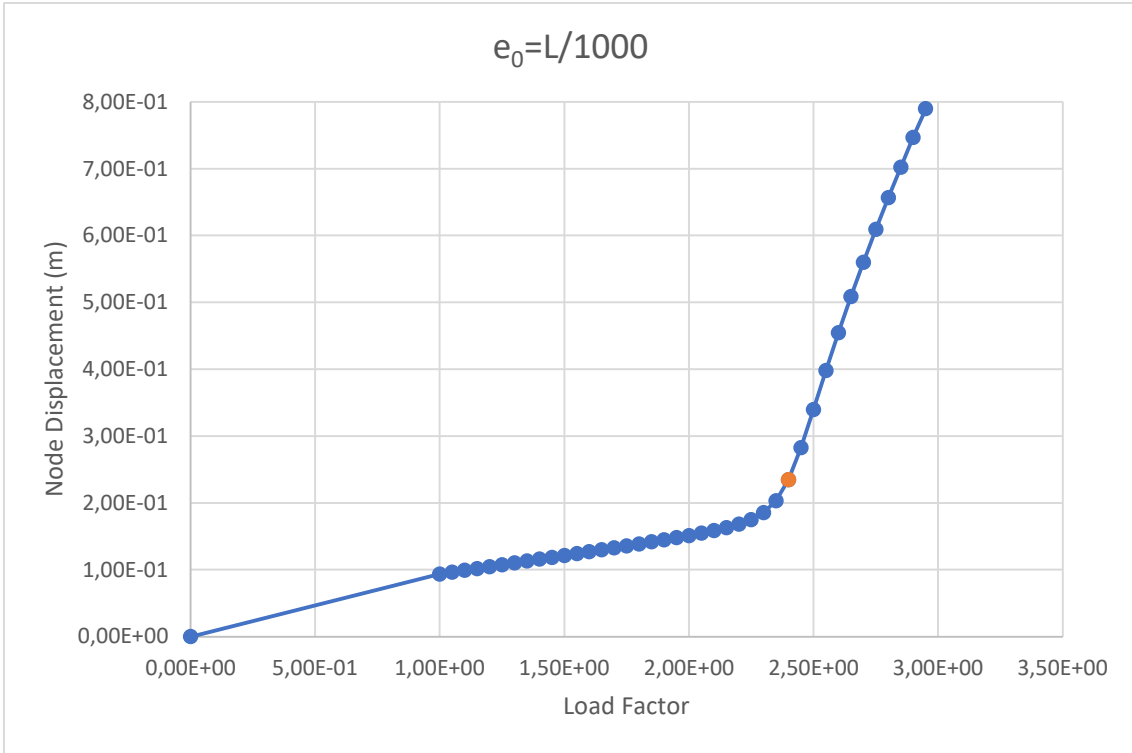


Figura C-23 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$

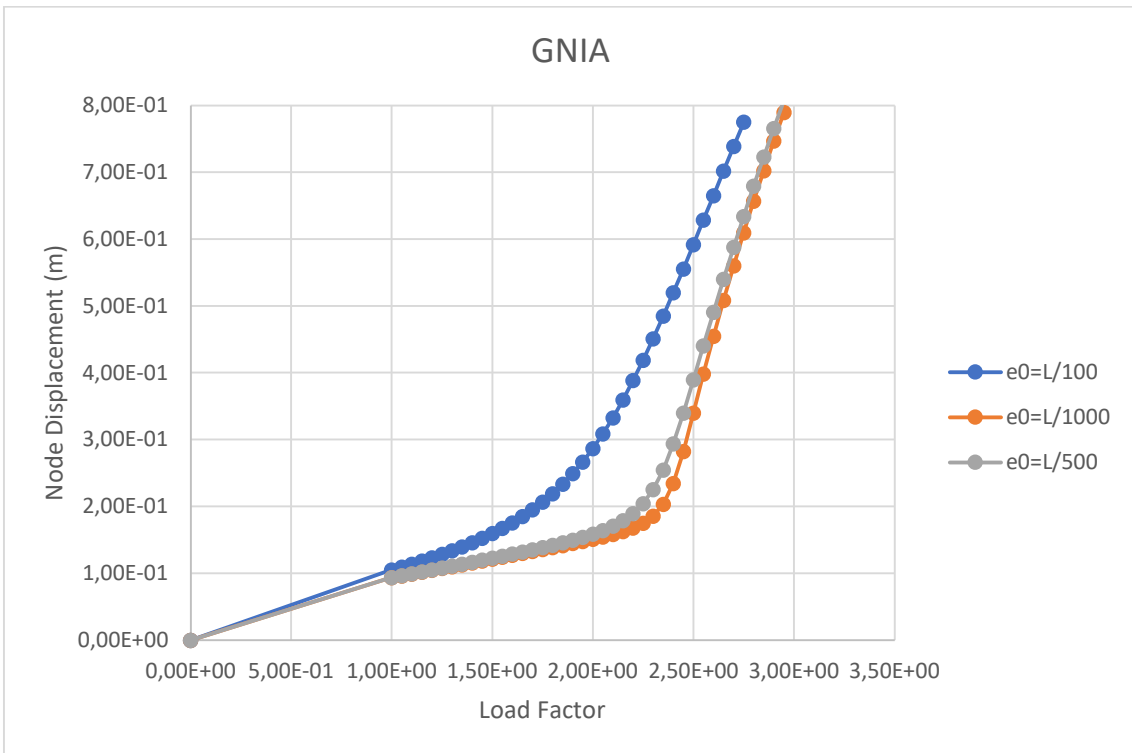


Figura C-24 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ ed $e_0=L/1000$

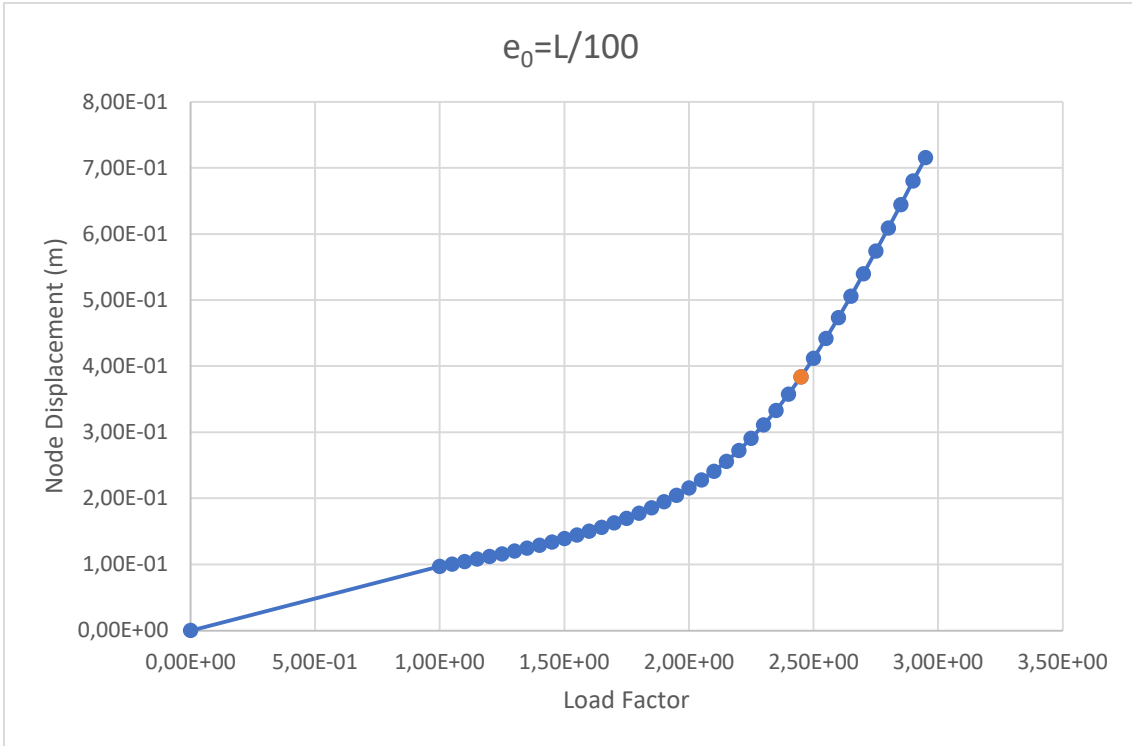


Figura C-25 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm nel caso di $e_0=L/100$

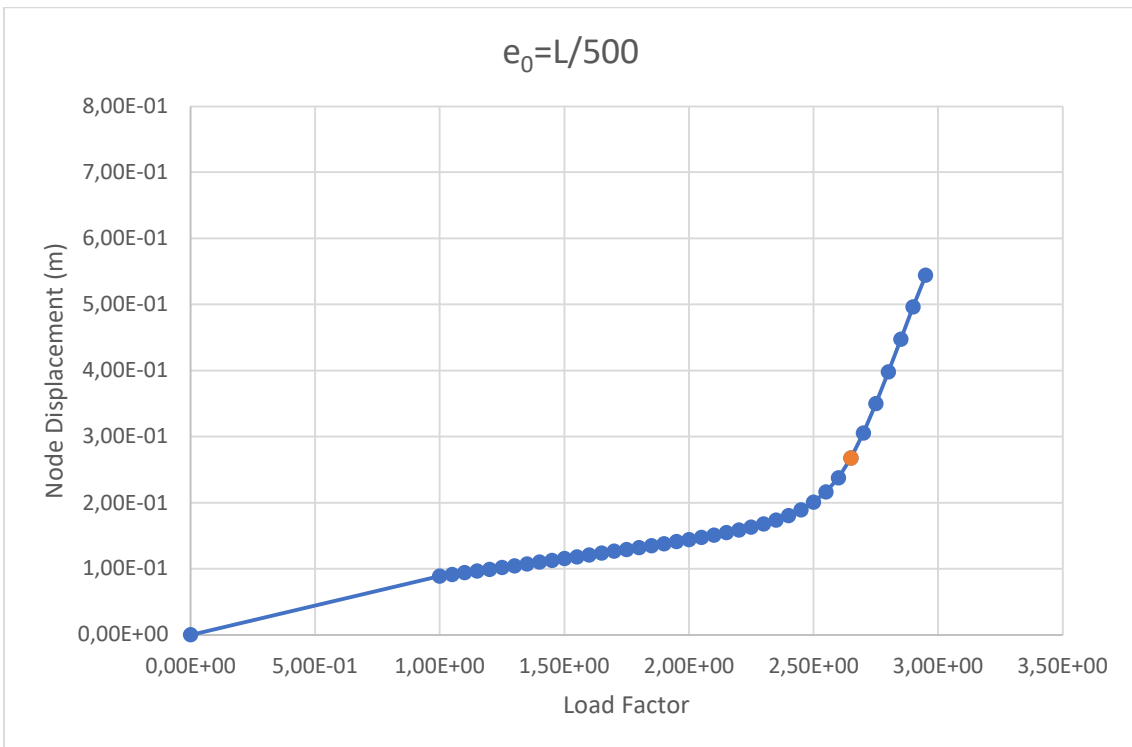


Figura C-26 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm nel caso di $e_0=L/500$

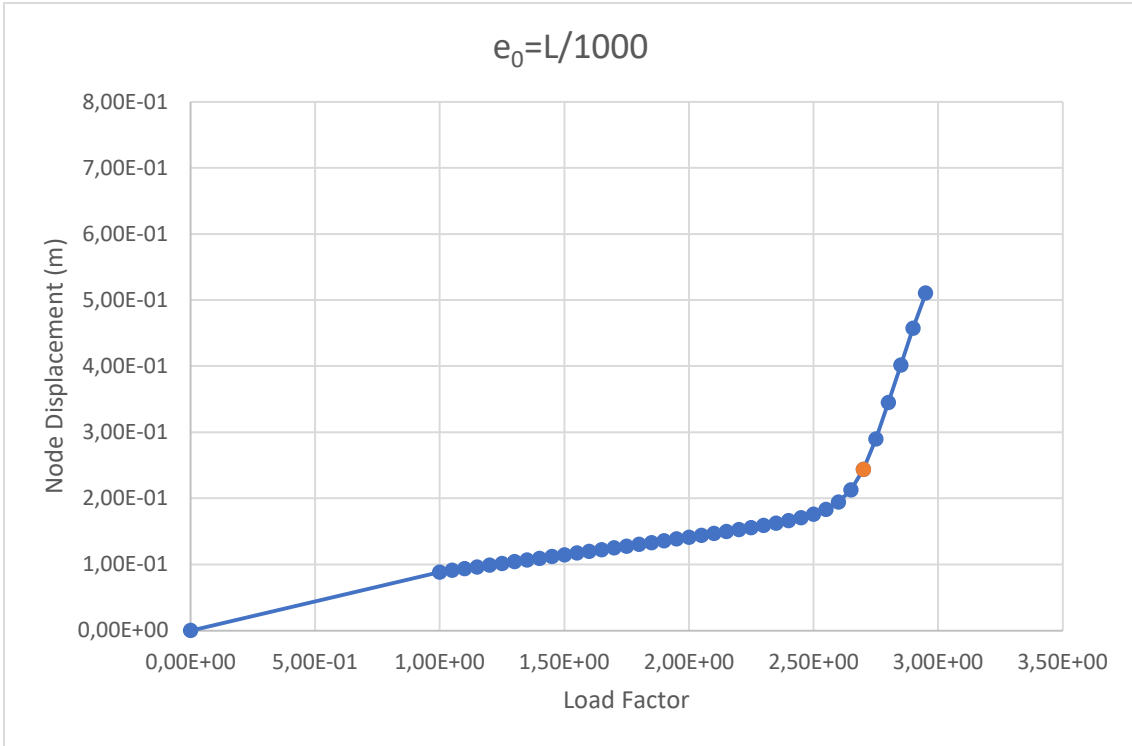


Figura C-27 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$

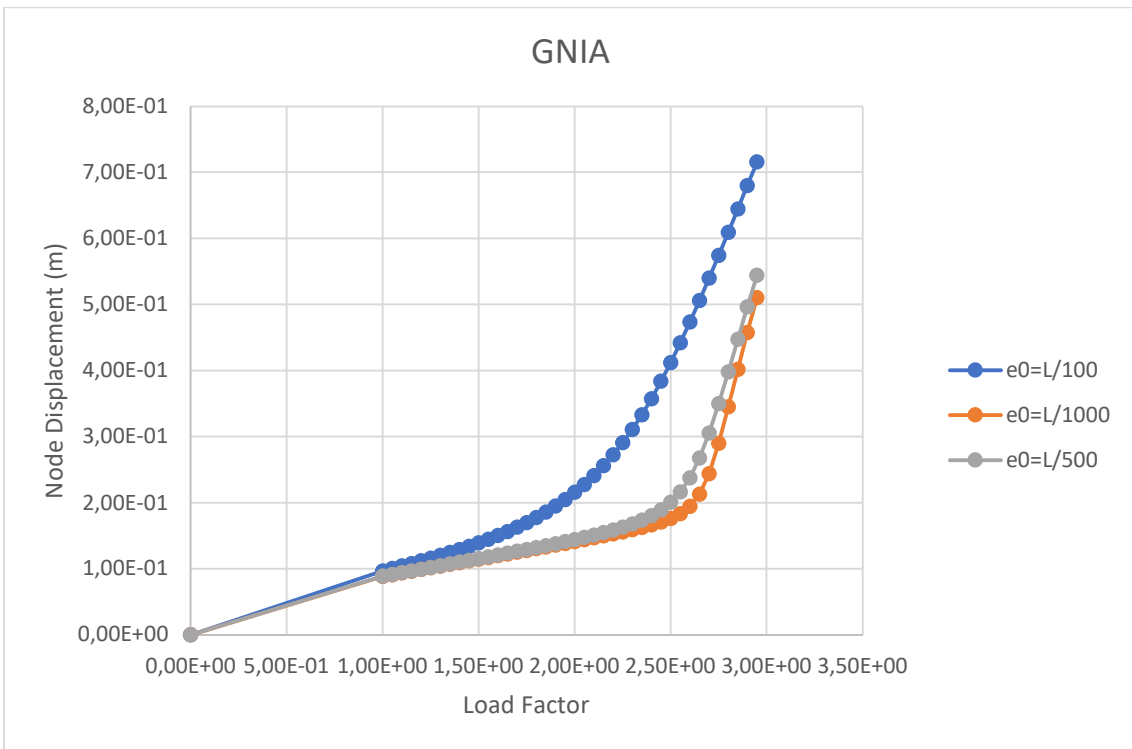


Figura C-28 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ ed $e_0=L/1000$

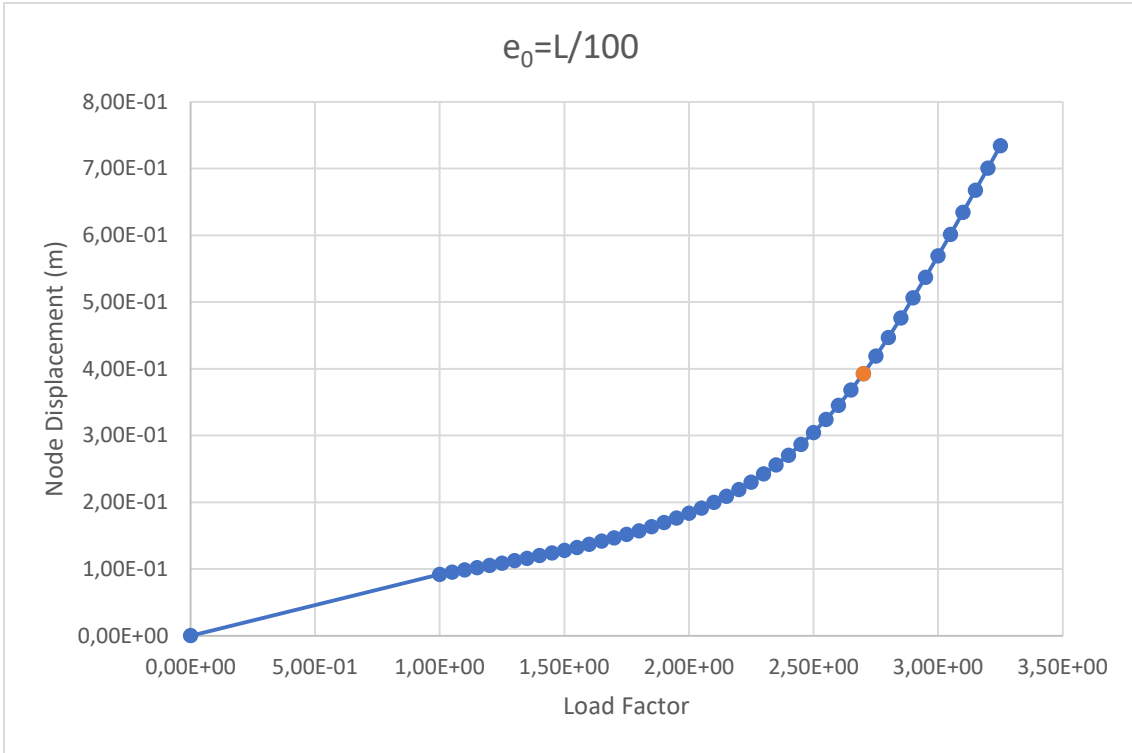


Figura C-29 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm nel caso di $e_0=L/100$

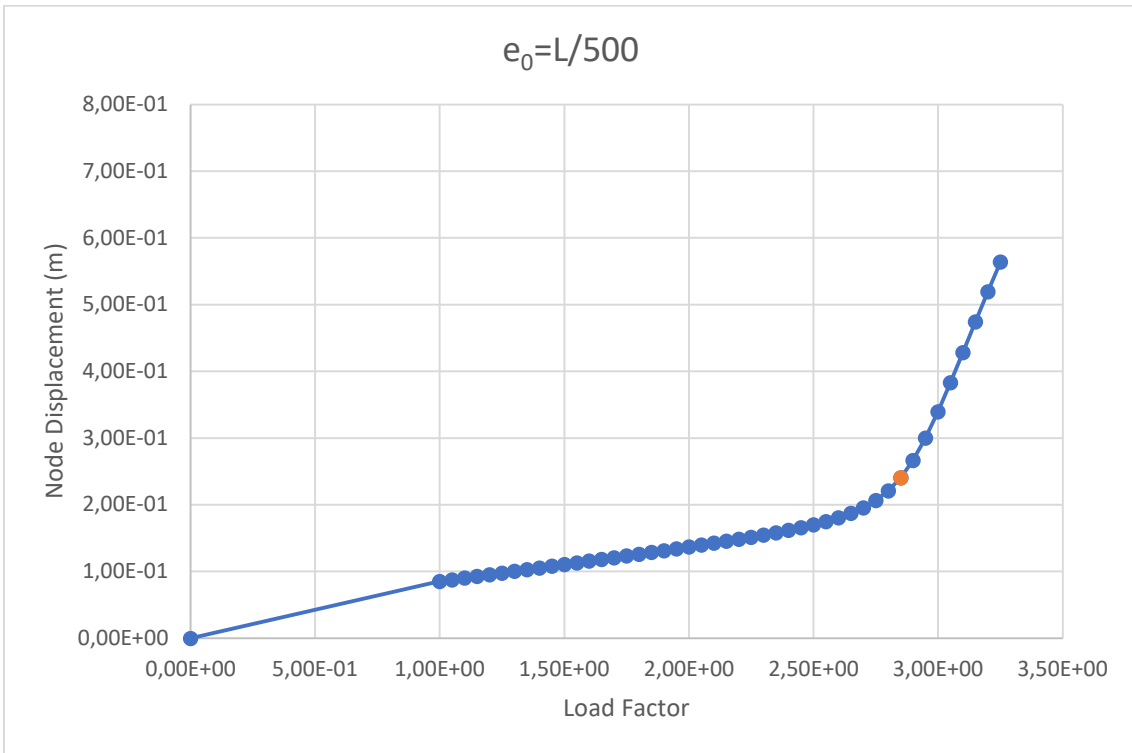


Figura C-30 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm nel caso di $e_0=L/500$

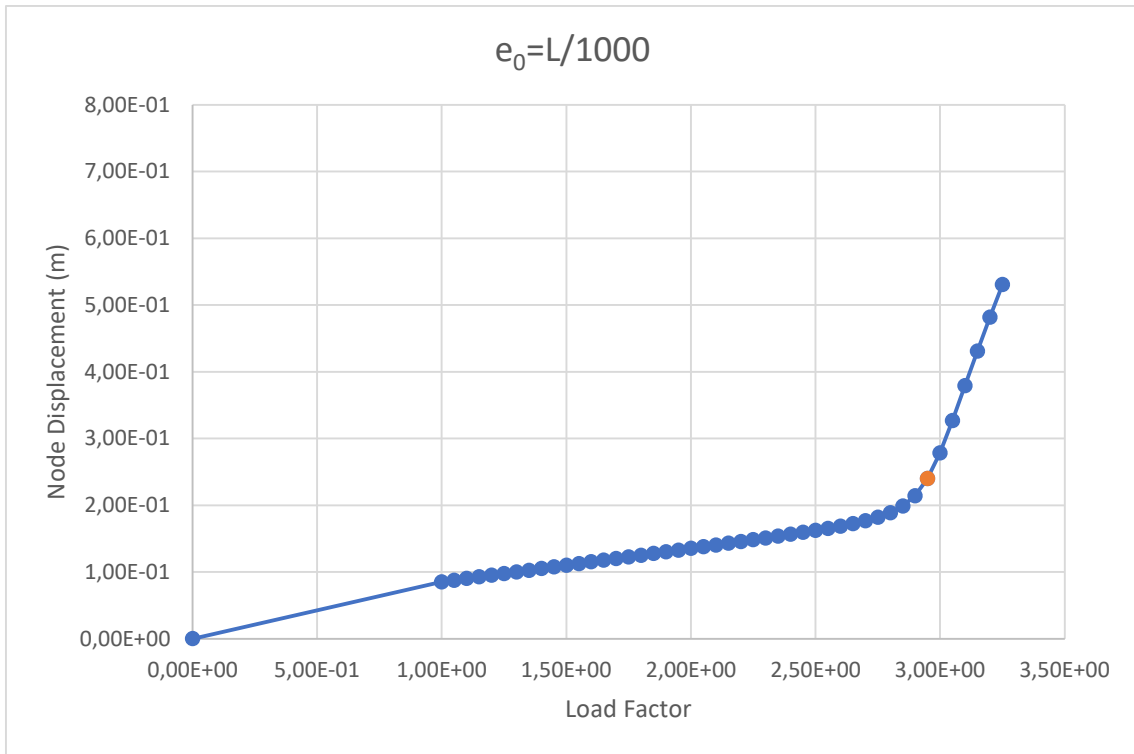


Figura C-31 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$

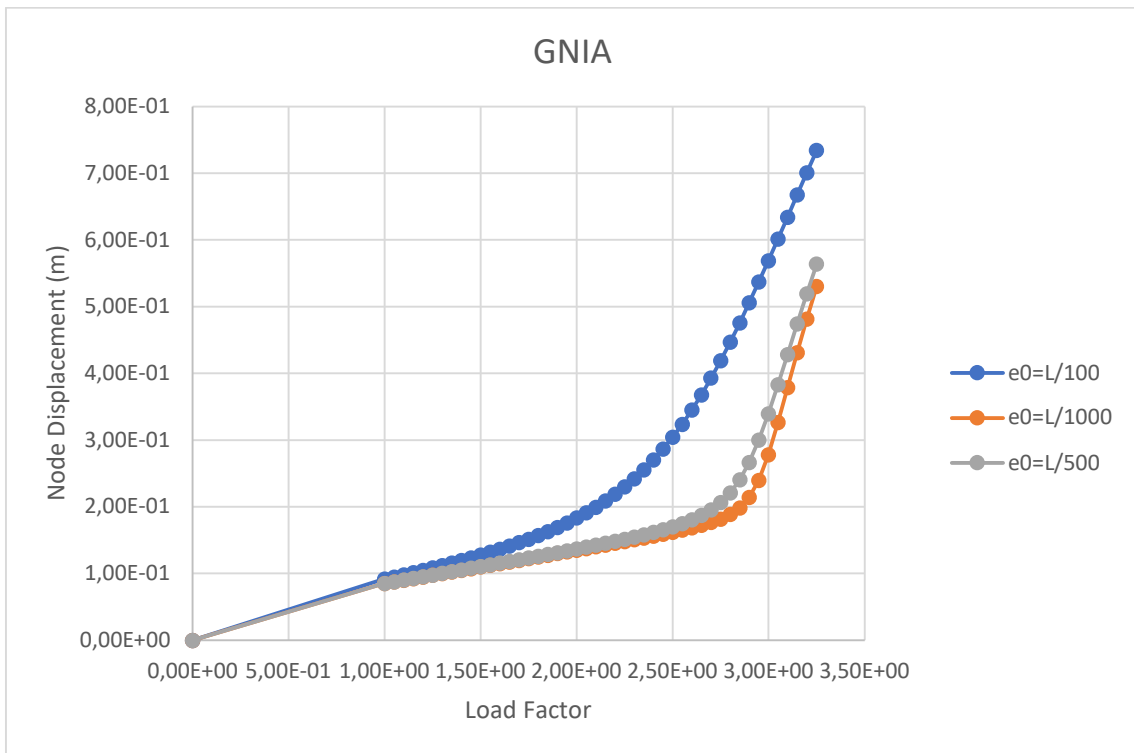


Figura C-32 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ ed $e_0=L/1000$

D. APPENDICE: GMNA

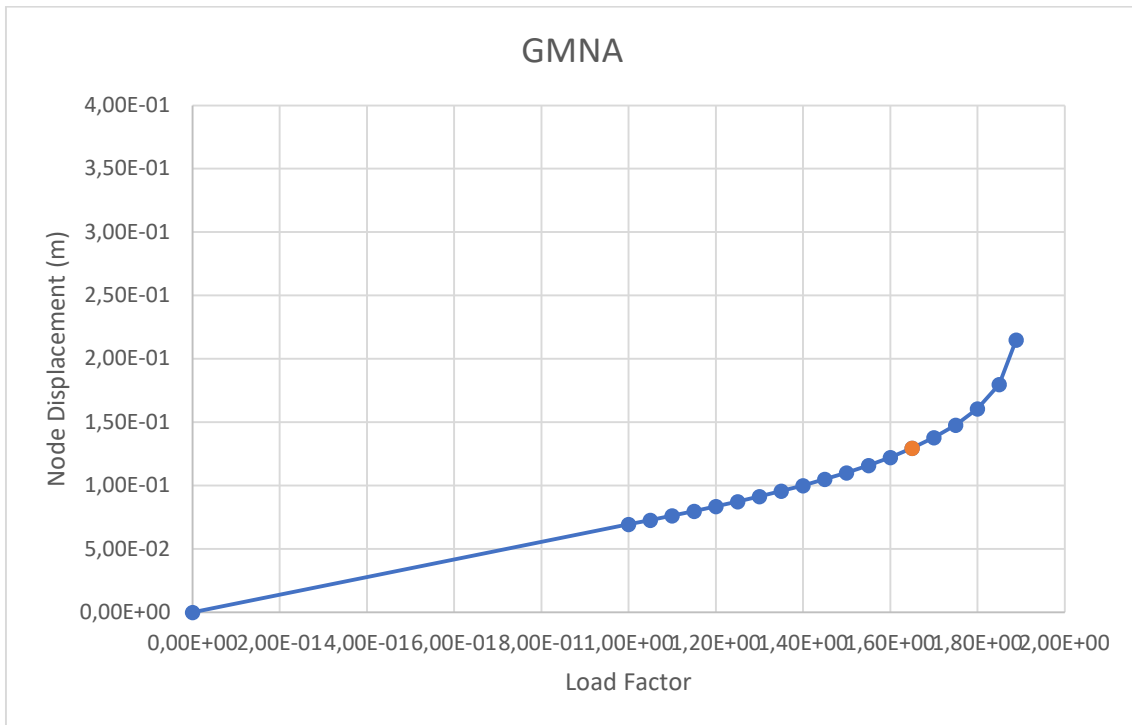


Figura D-1 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm

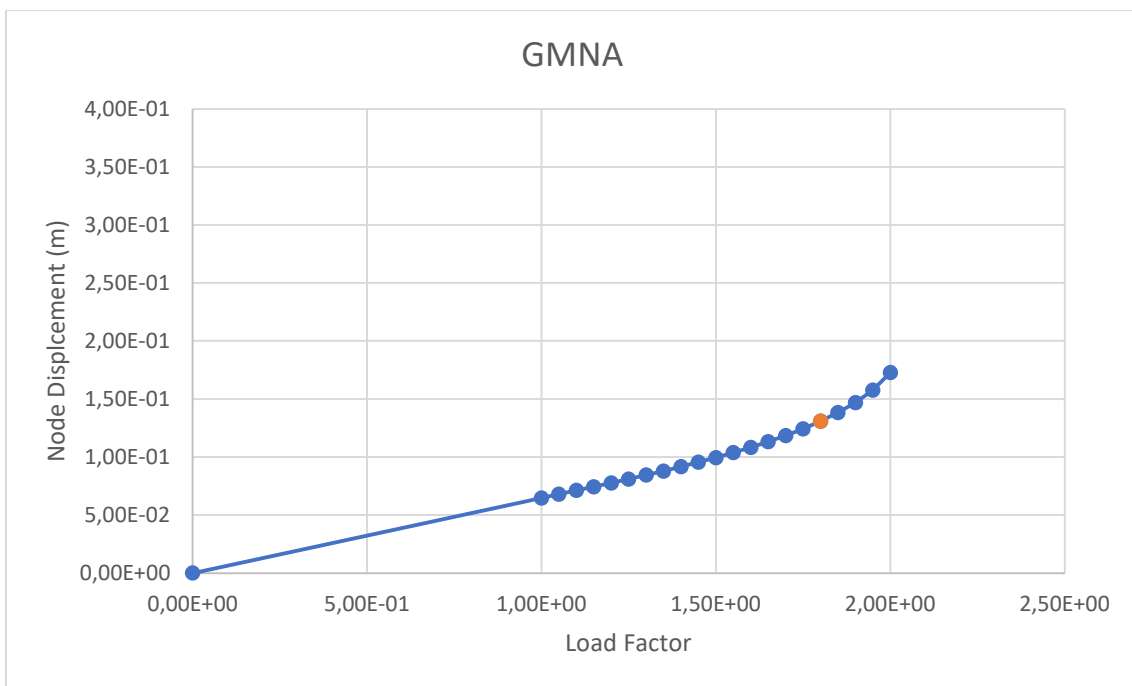


Figura D-2 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm

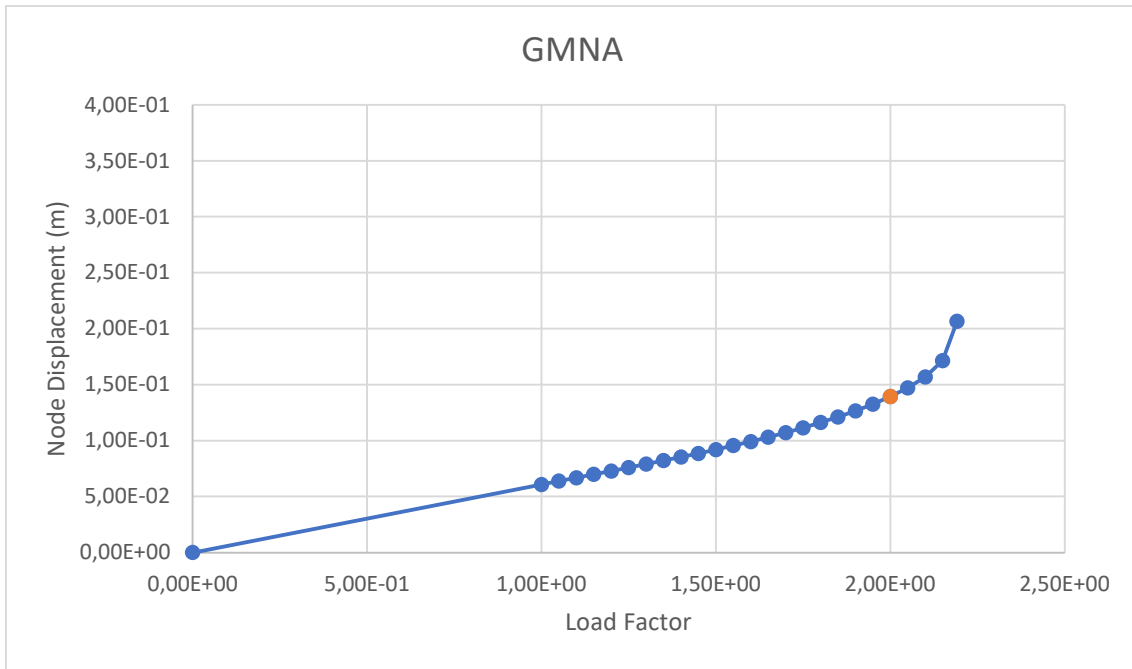


Figura D-3 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm

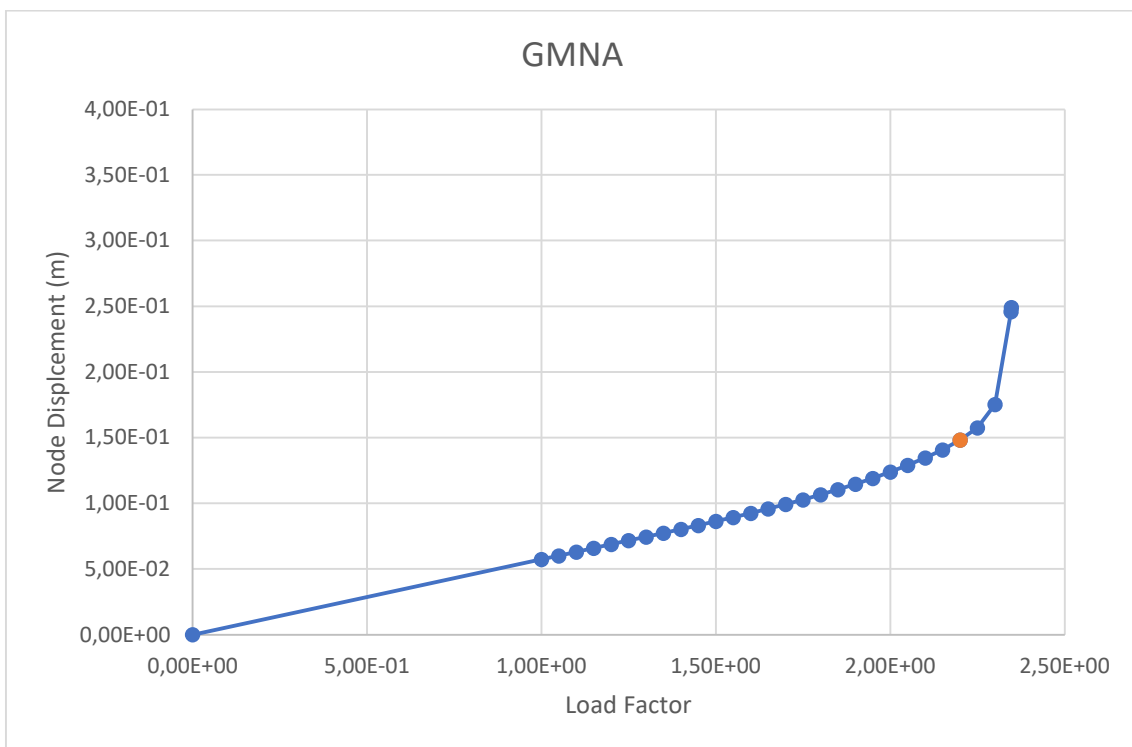


Figura D-4 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm

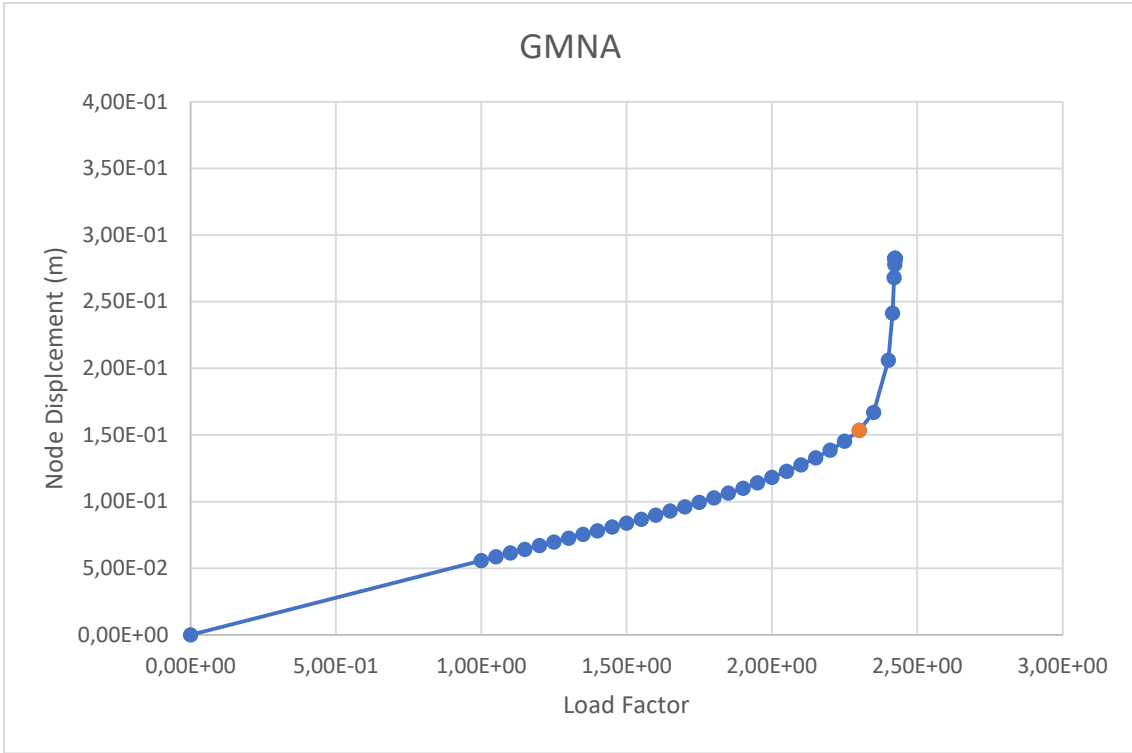


Figura D-5 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm

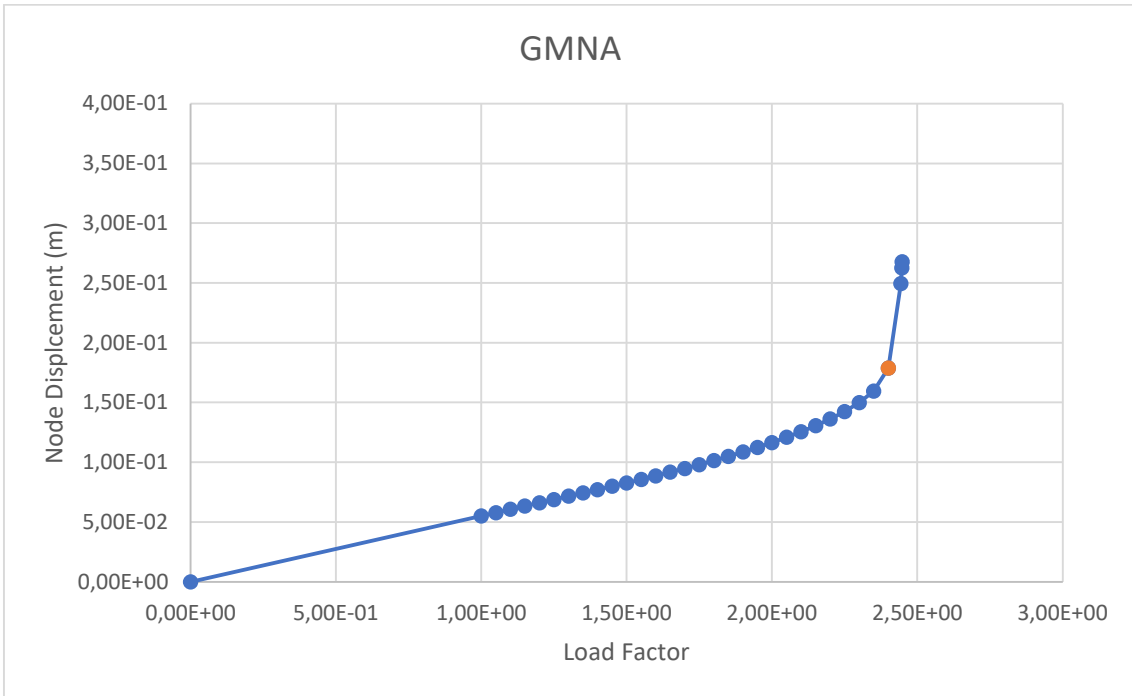


Figura D-6 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm

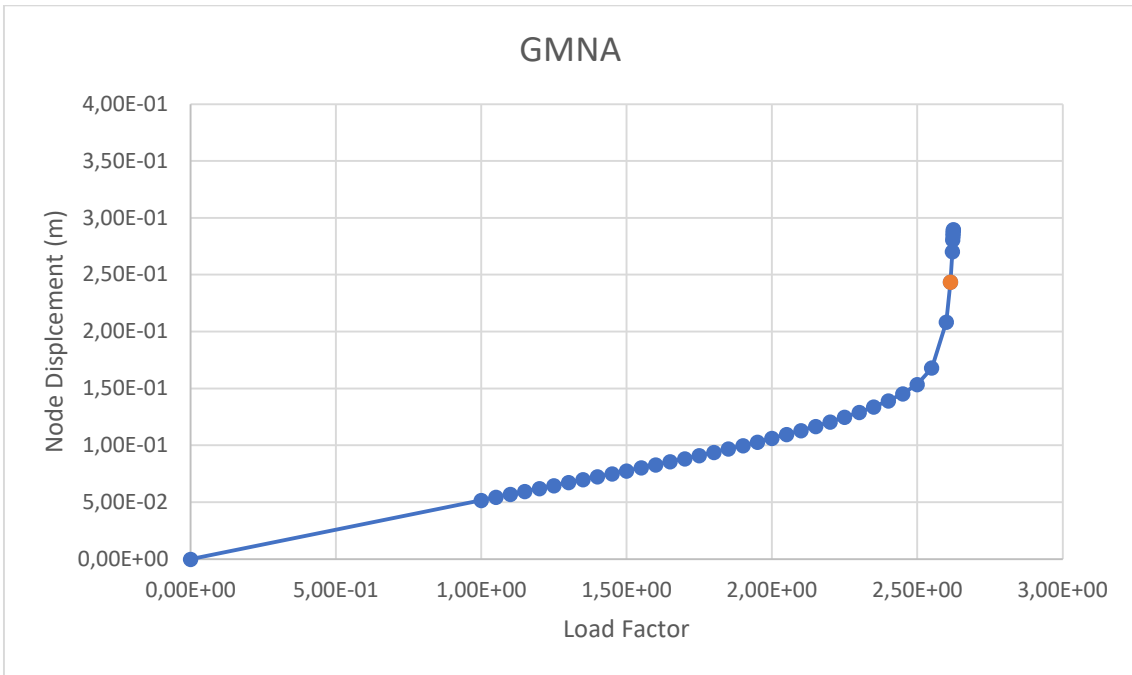


Figura D-7 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm

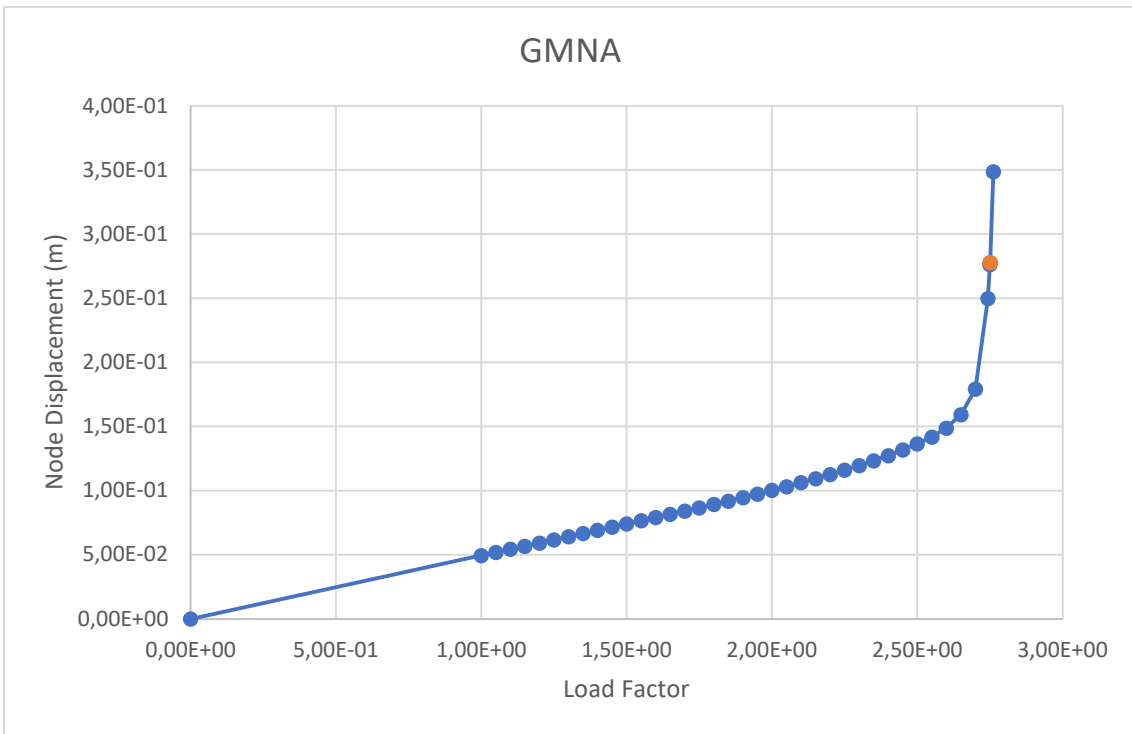


Figura D-8 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm

E. APPENDICE: GMNIA

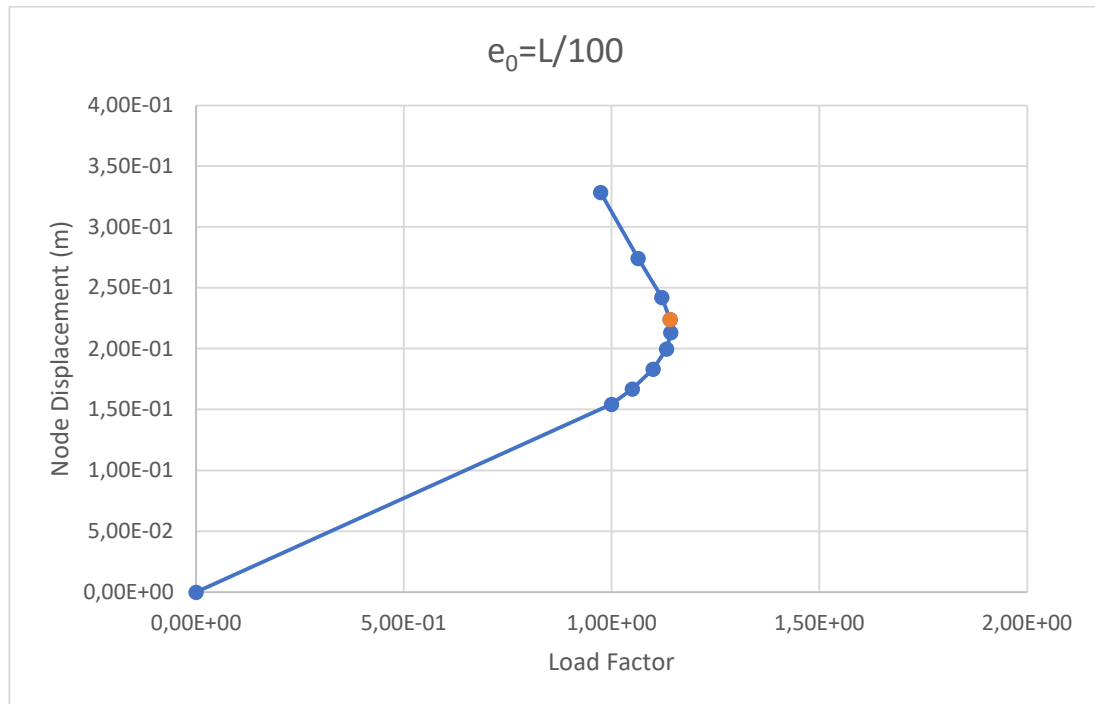


Figura E-1 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm nel caso di $e_0=L/100$

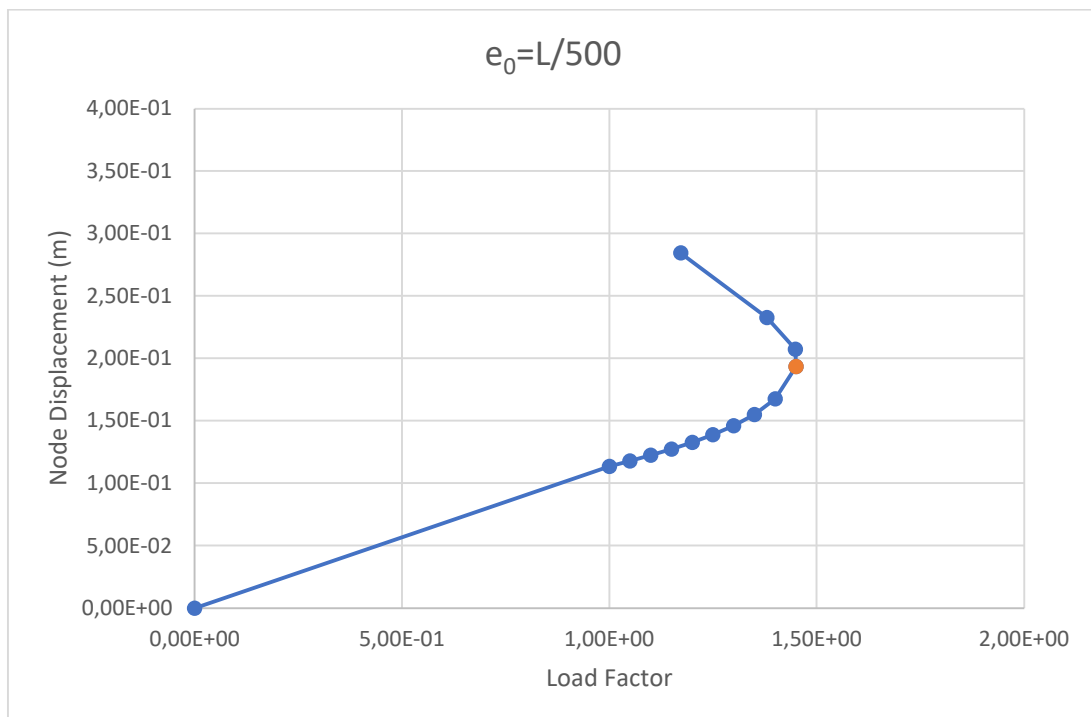


Figura E-2 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm nel caso di $e_0=L/500$

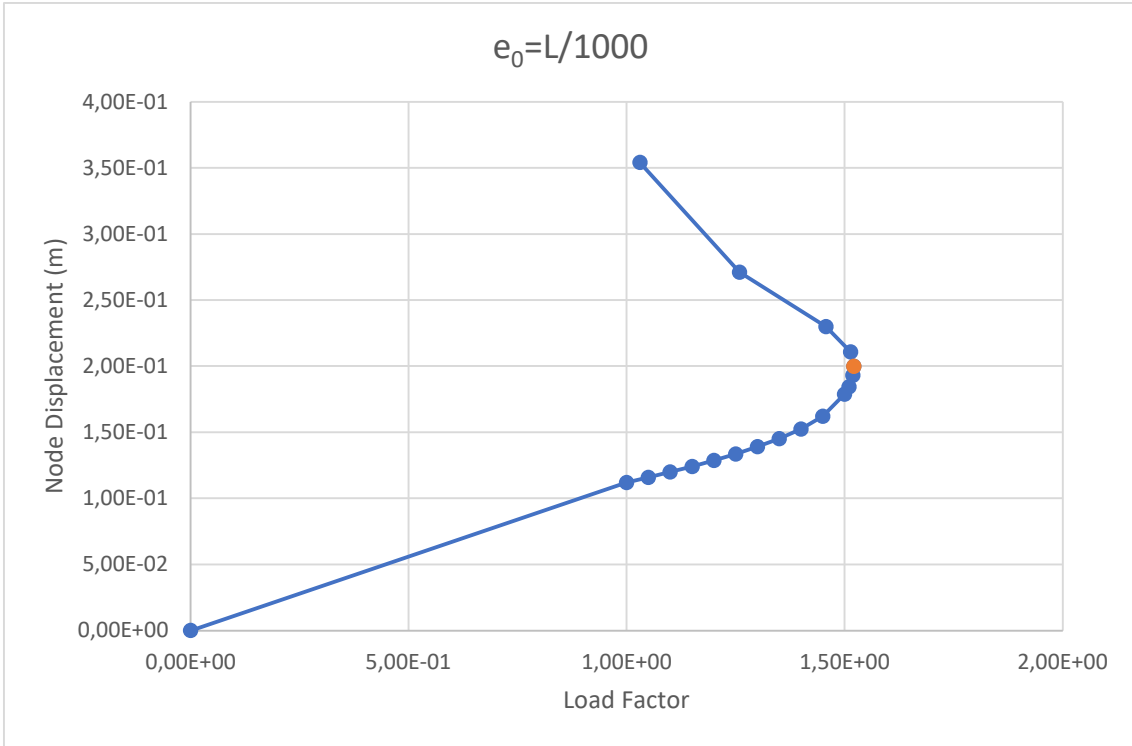


Figura E-3 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$

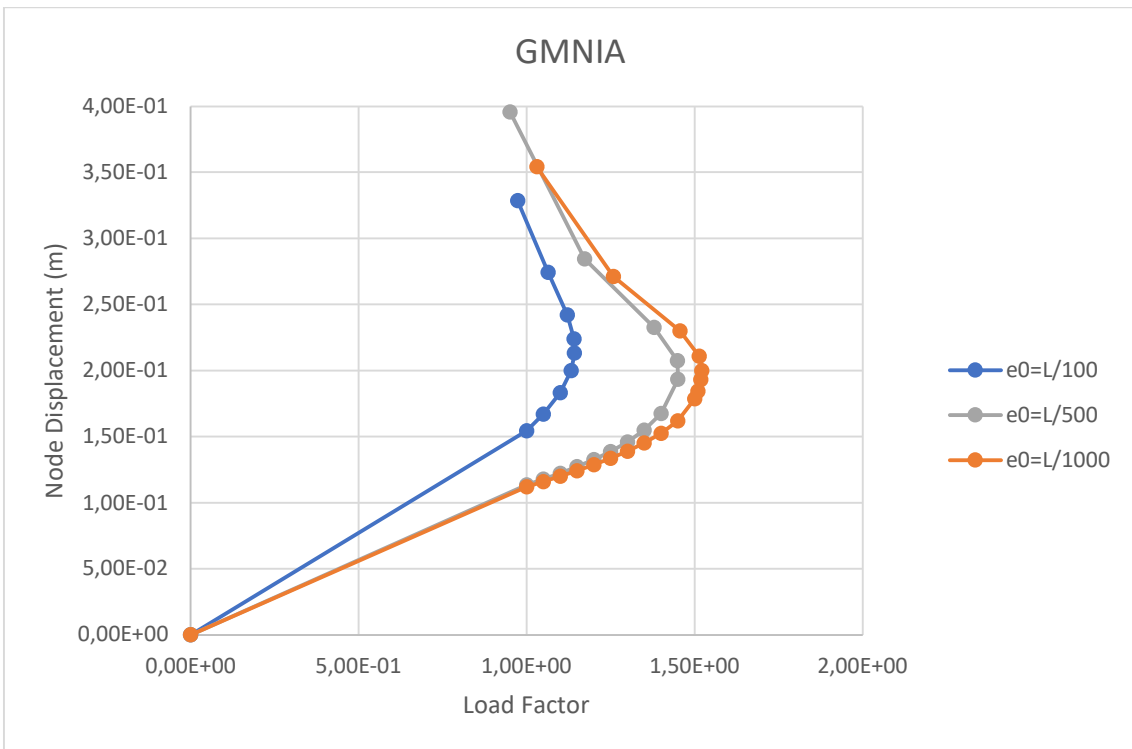


Figura E-4 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 18,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ e $e_0=L/1000$

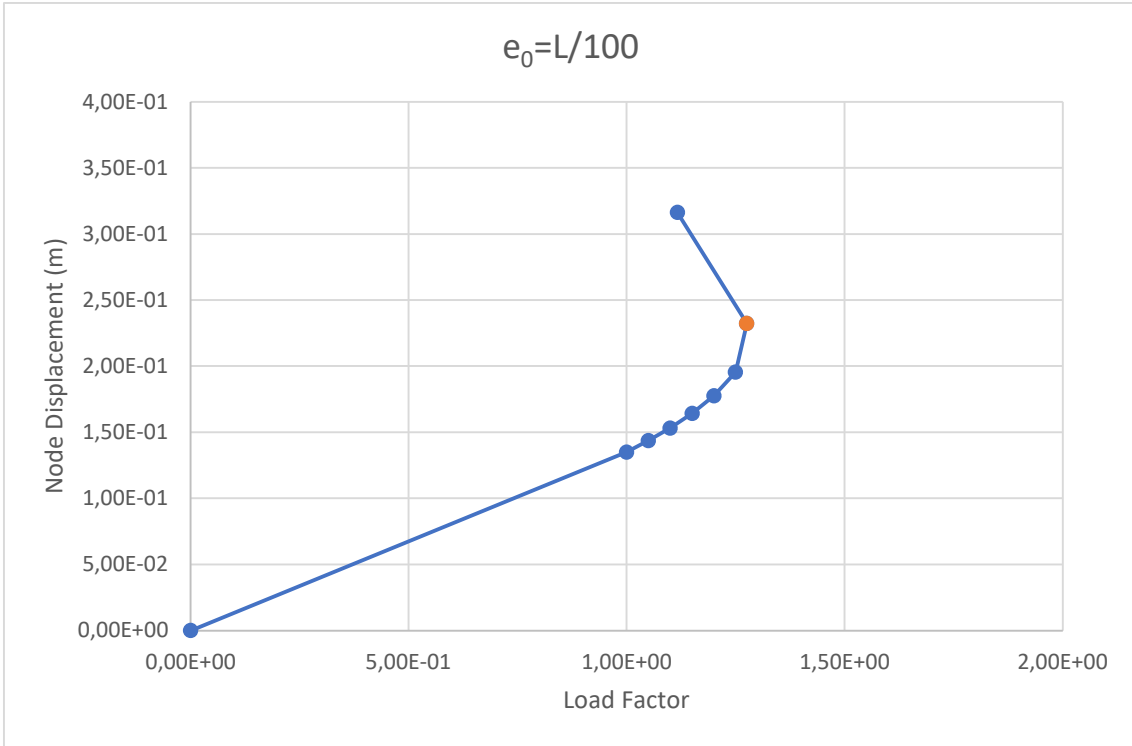


Figura E-5 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm nel caso di $e_0=L/100$

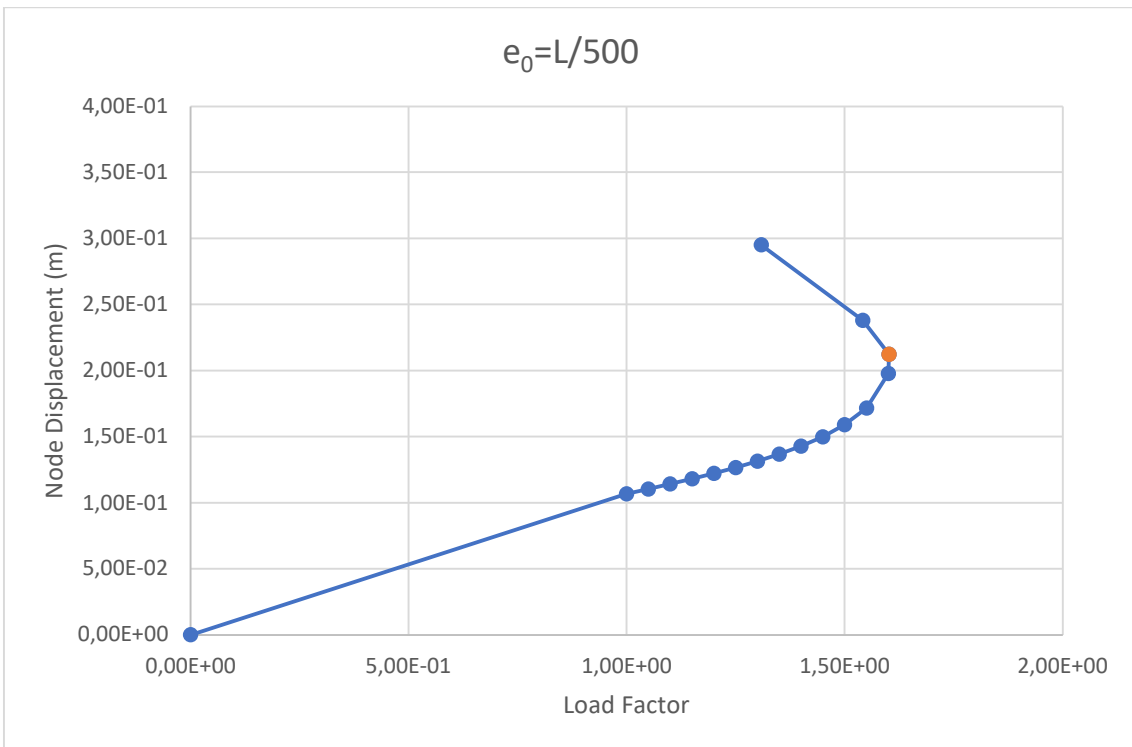


Figura E-6 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm nel caso di $e_0=L/500$

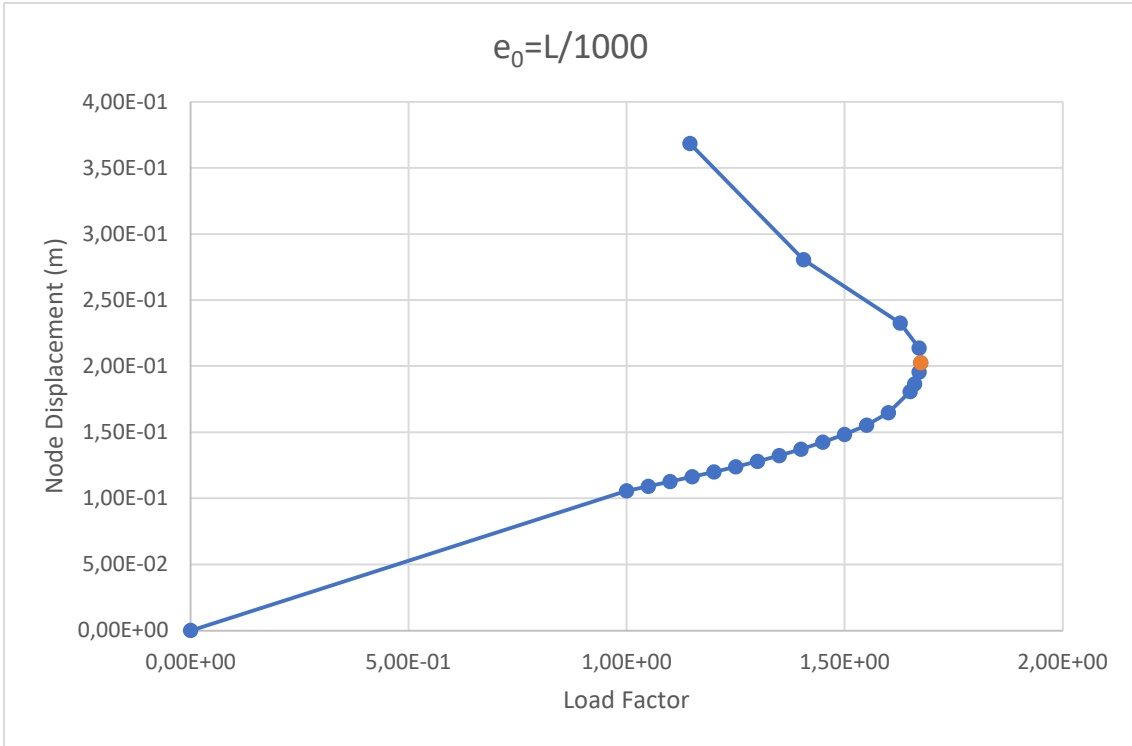


Figura E-7 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$

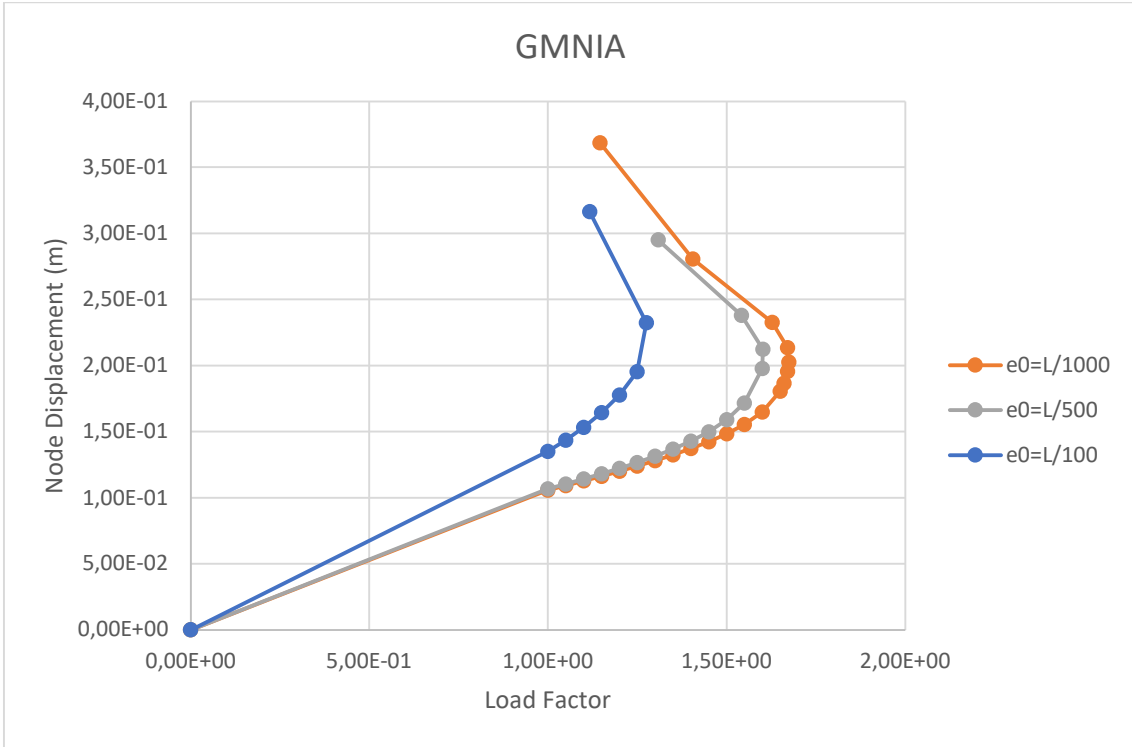


Figura E-8 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 20,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ e $e_0=L/1000$

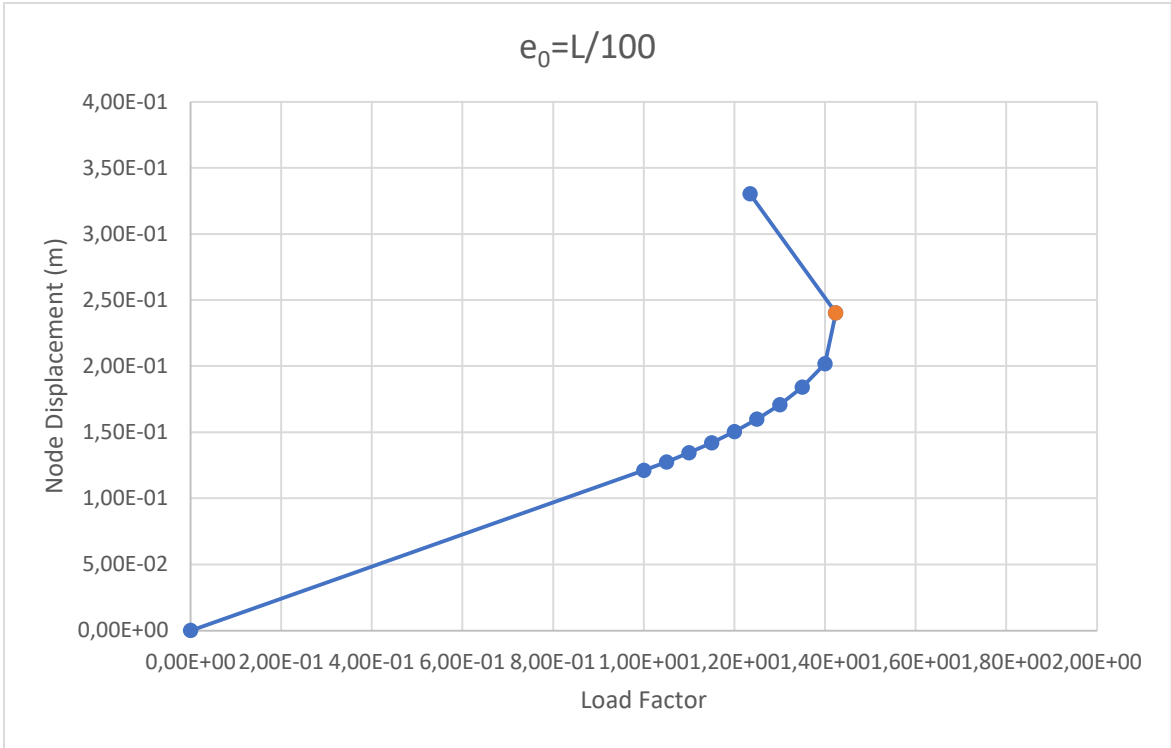


Figura E-9 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm nel caso di $e_0=L/100$

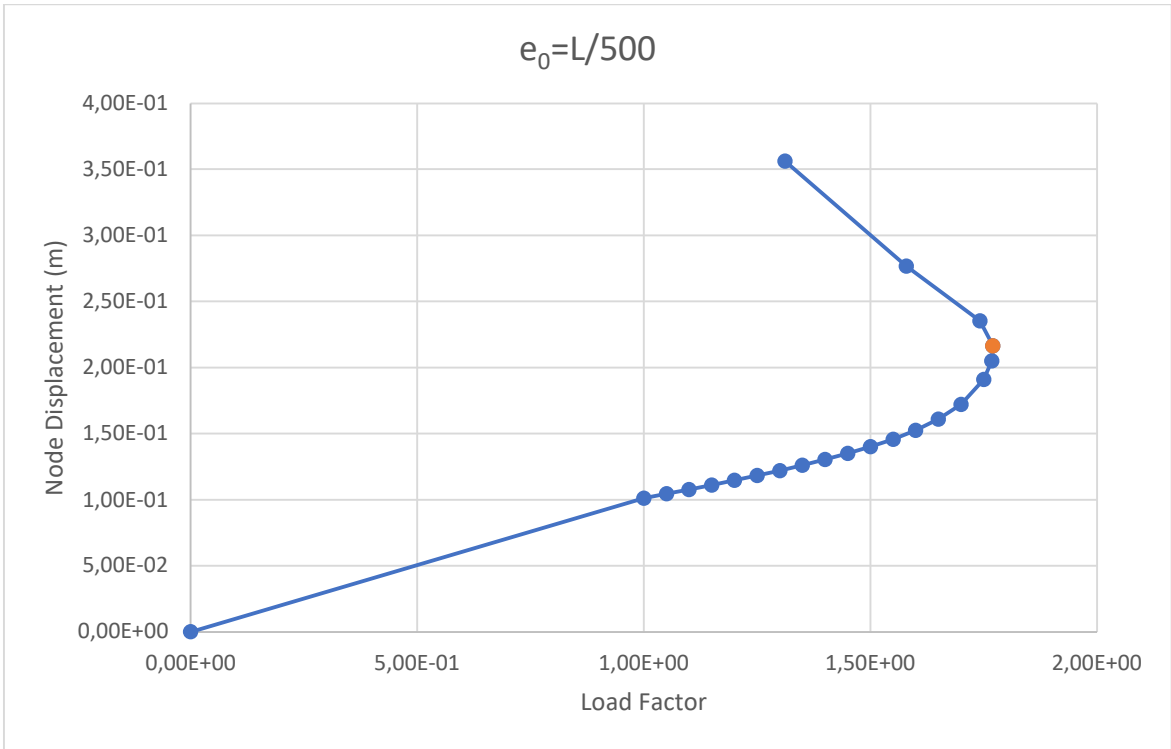


Figura E-10 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm nel caso di $e_0=L/500$

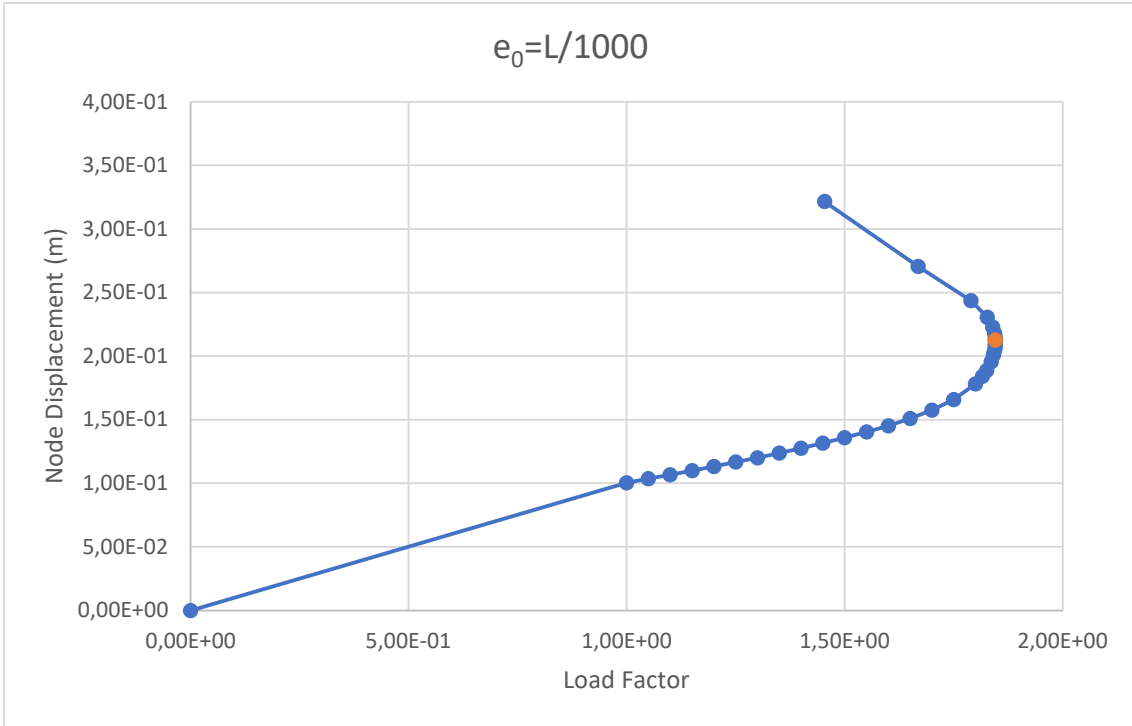


Figura E-11 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$

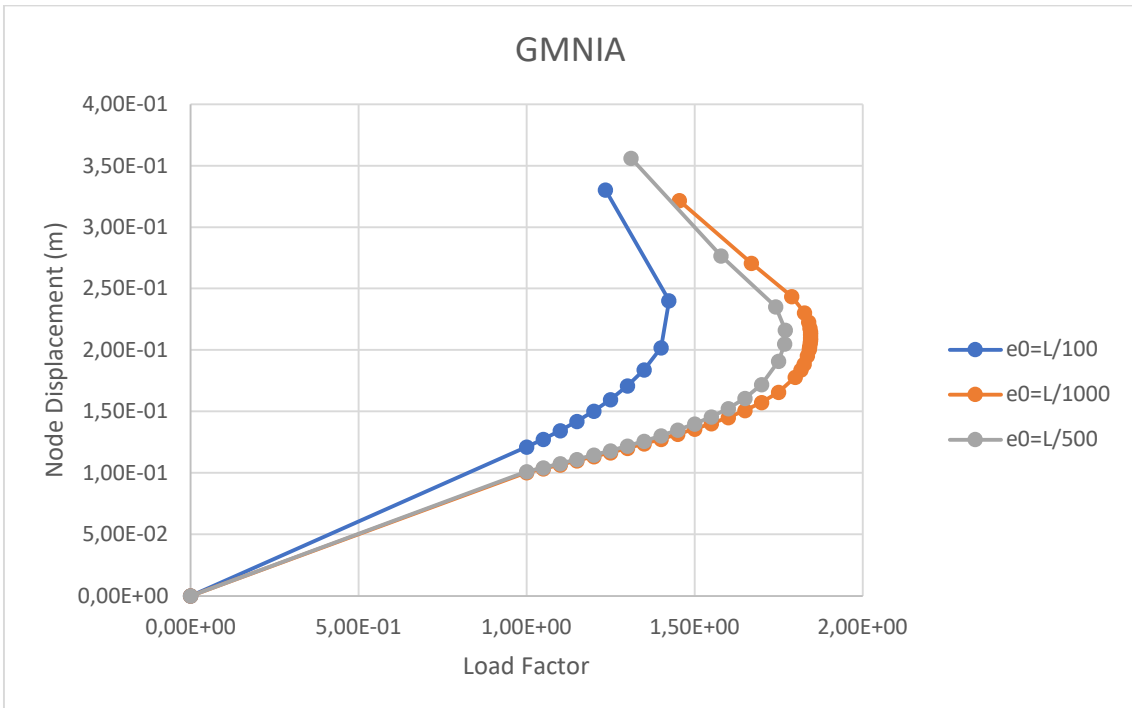


Figura E-12 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 22,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ e $e_0=L/1000$

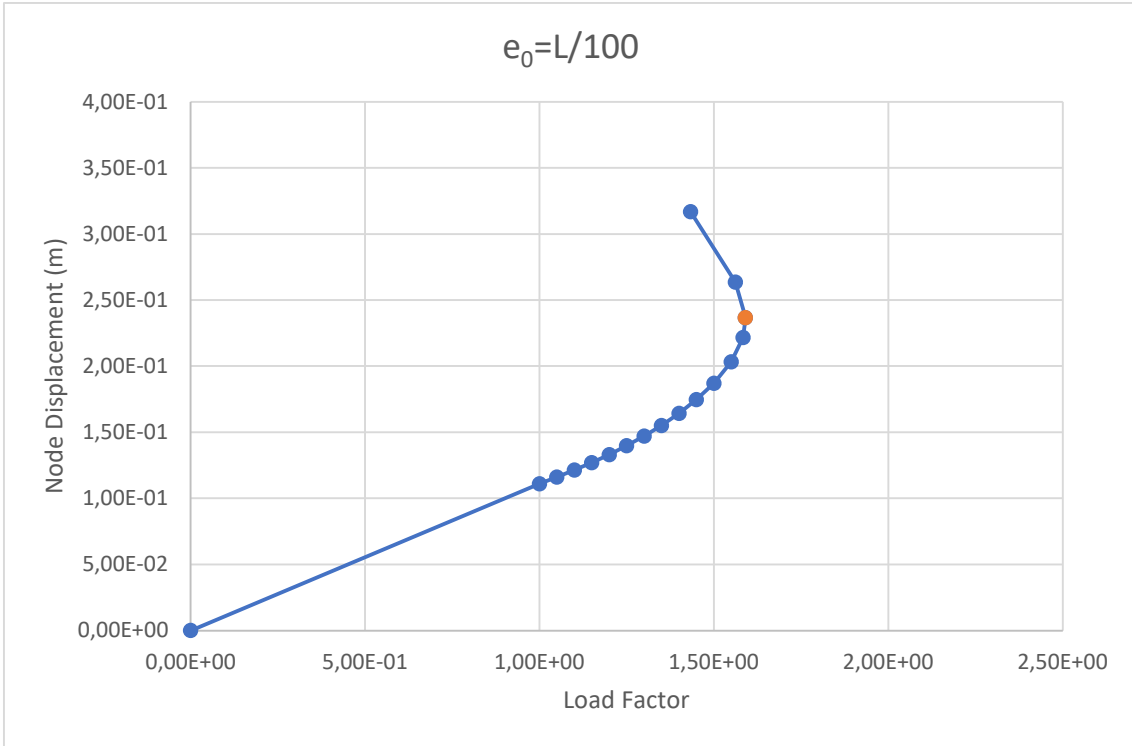


Figura E-13 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm nel caso di $e_0=L/100$

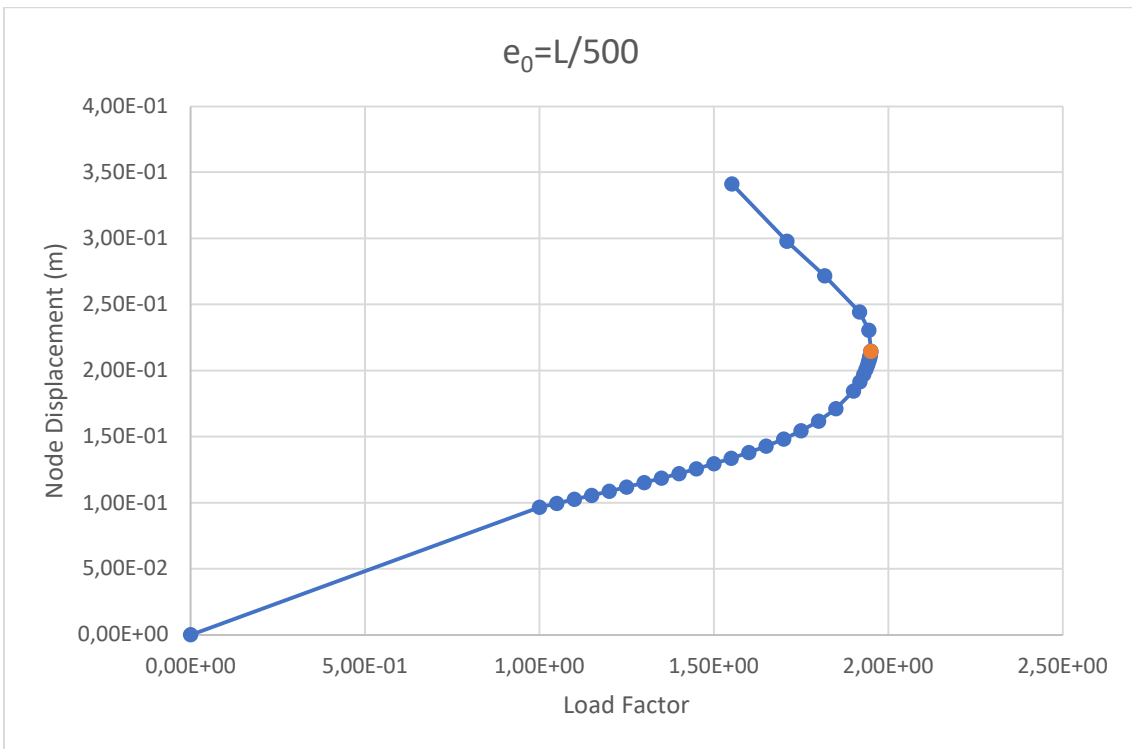


Figura E-14 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm nel caso di $e_0=L/500$

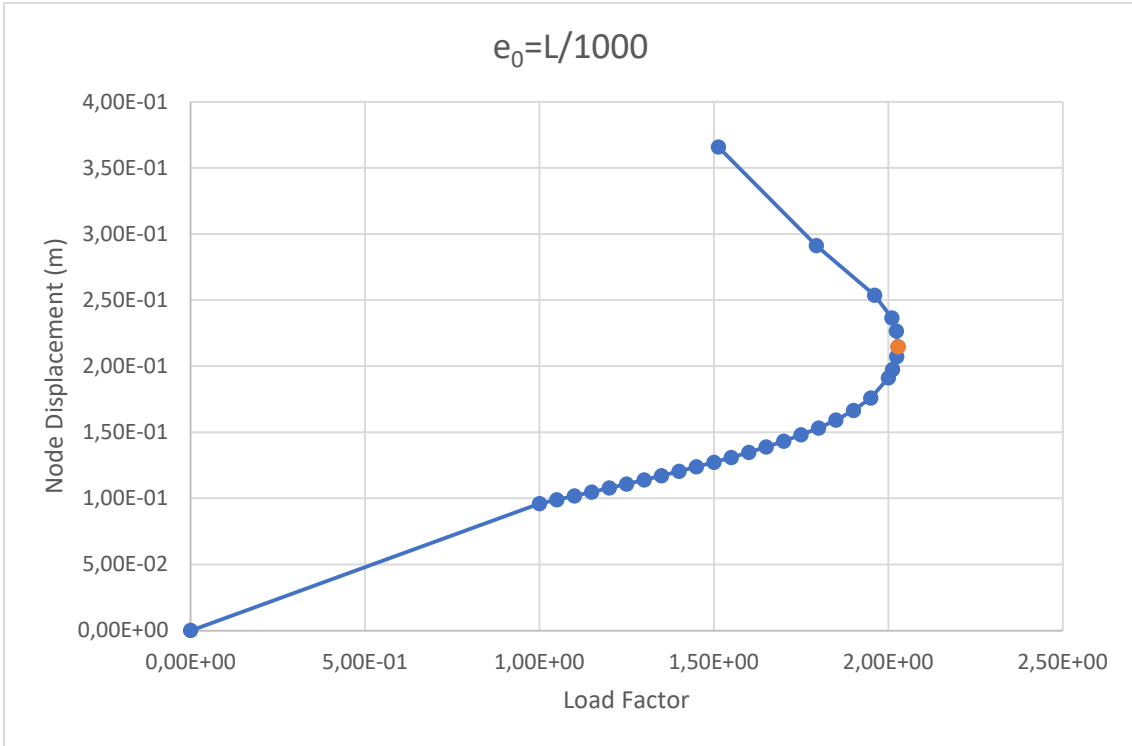


Figura E-15 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$

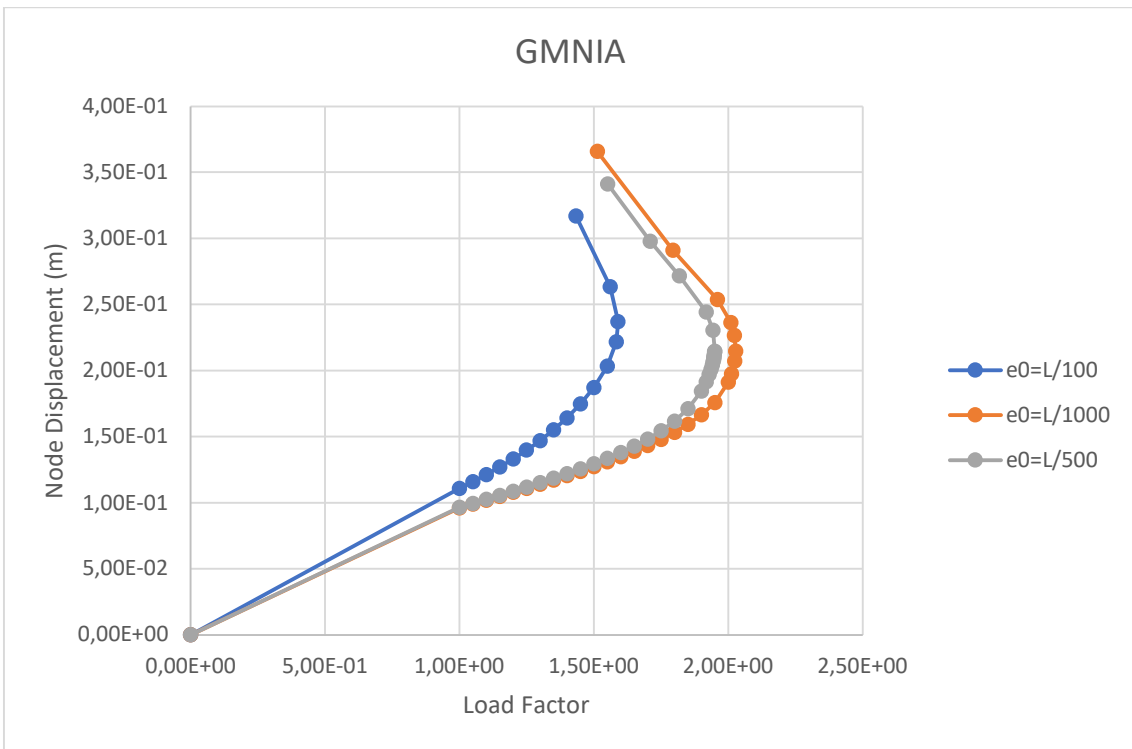


Figura E-16 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 24,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ e $e_0=L/1000$

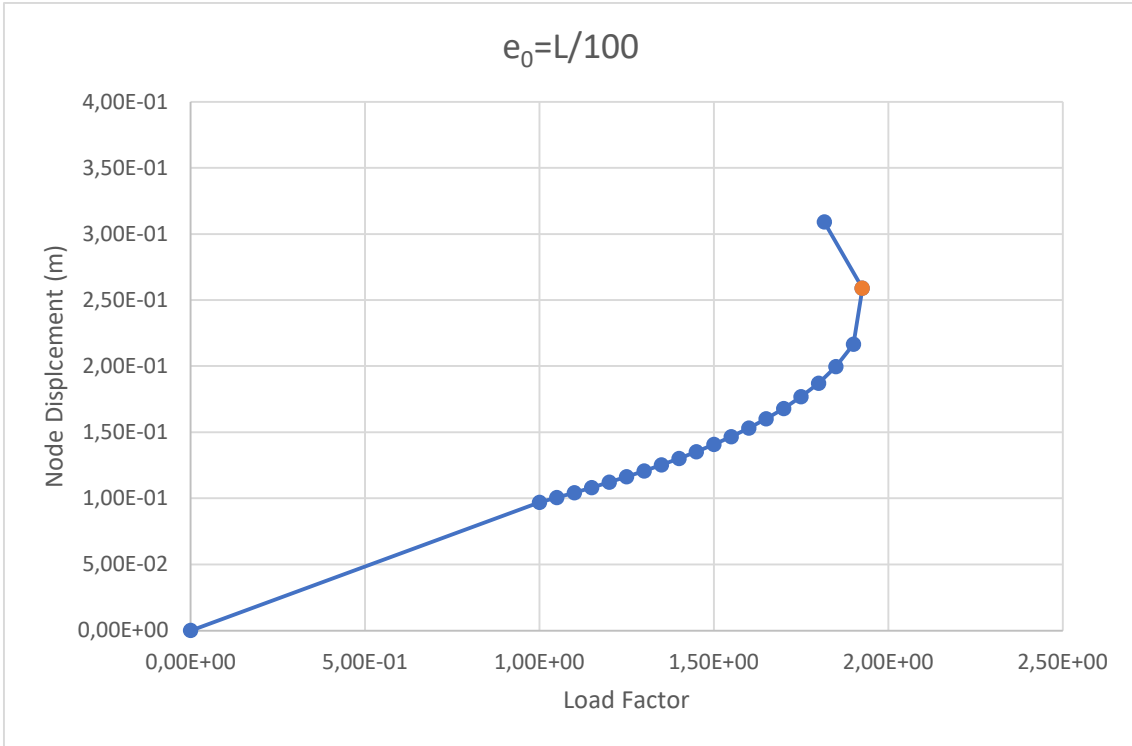


Figura E-17 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/100$

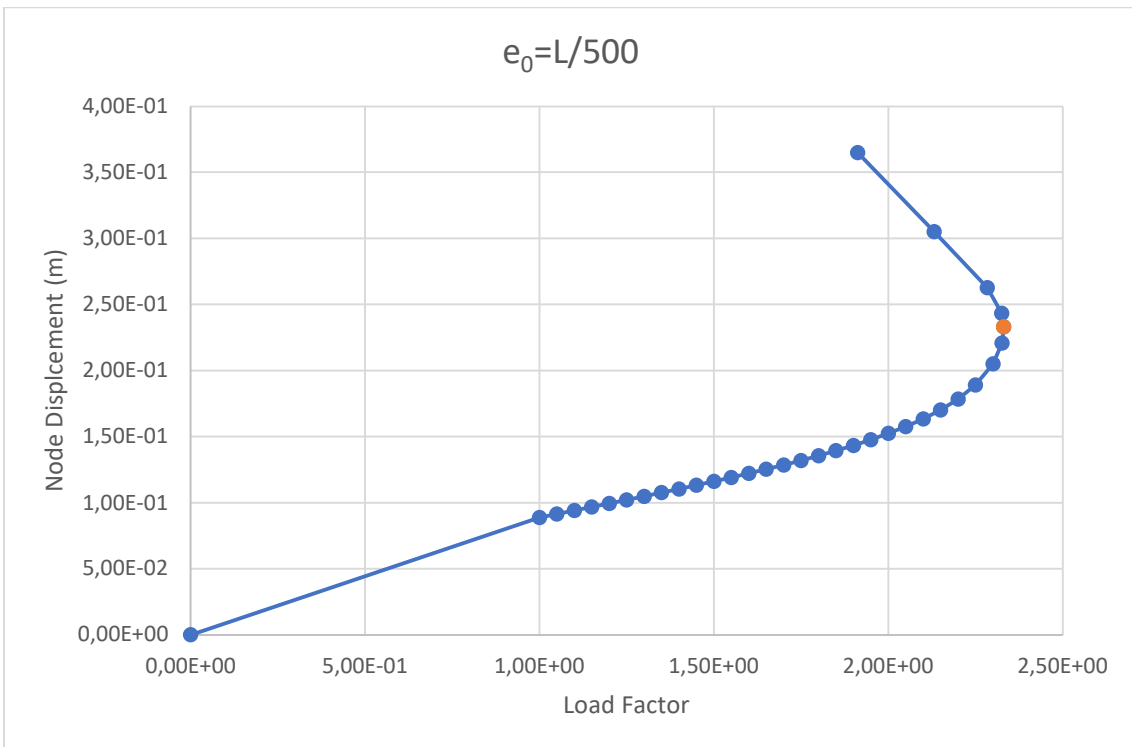


Figura E-18 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/500$

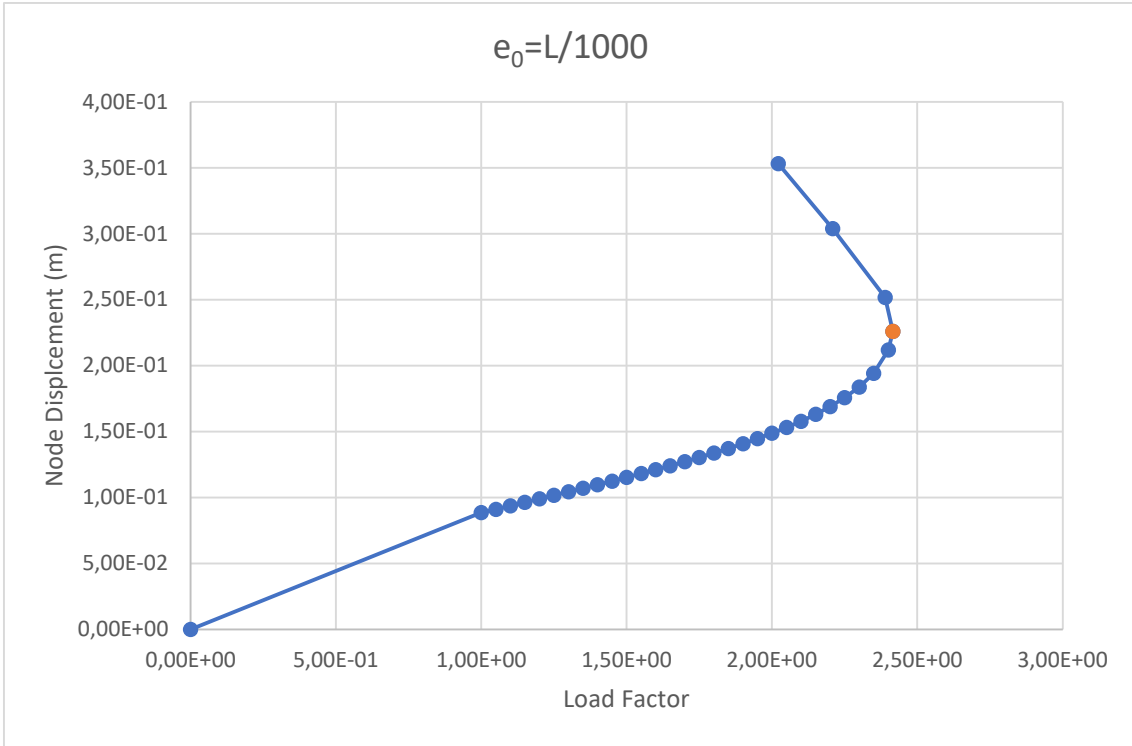


Figura E-19 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$

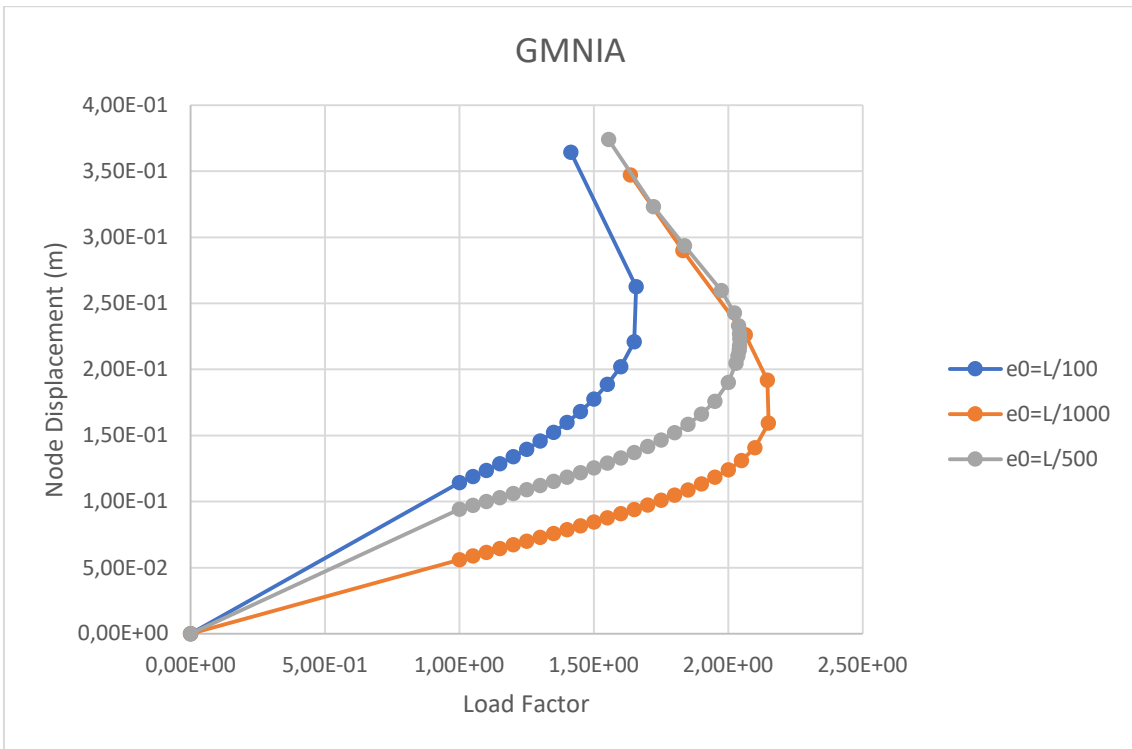


Figura E-20 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 25,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ e $e_0=L/1000$

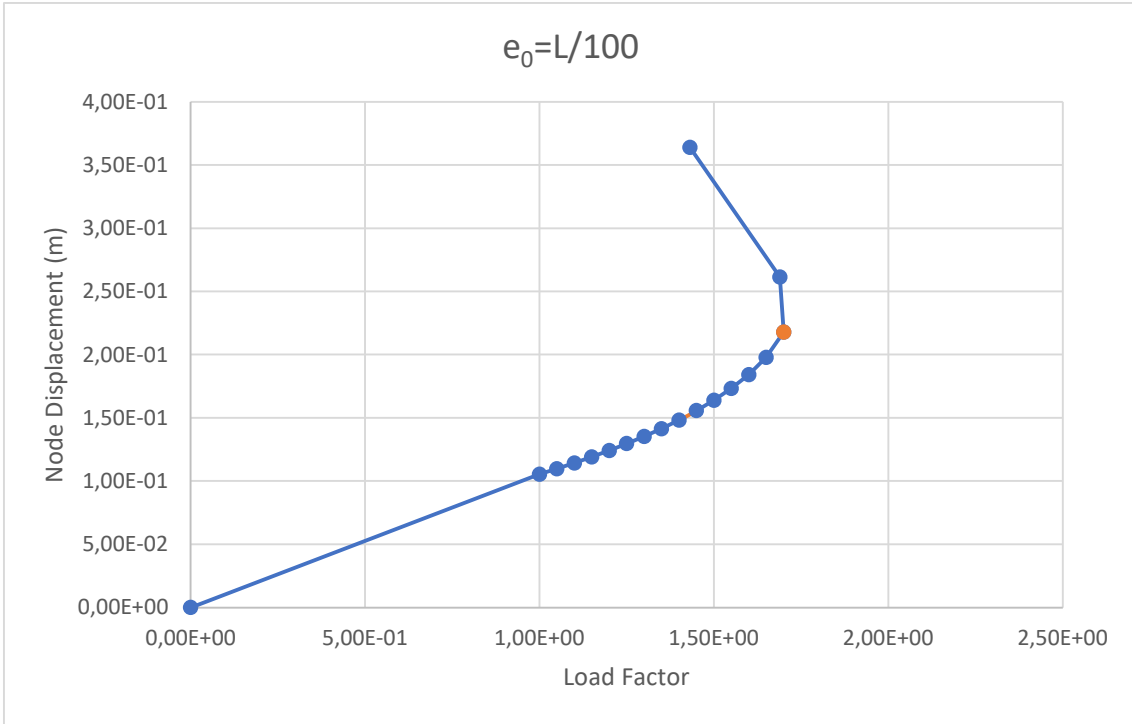


Figura E-21 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm nel caso di $e_0=L/100$

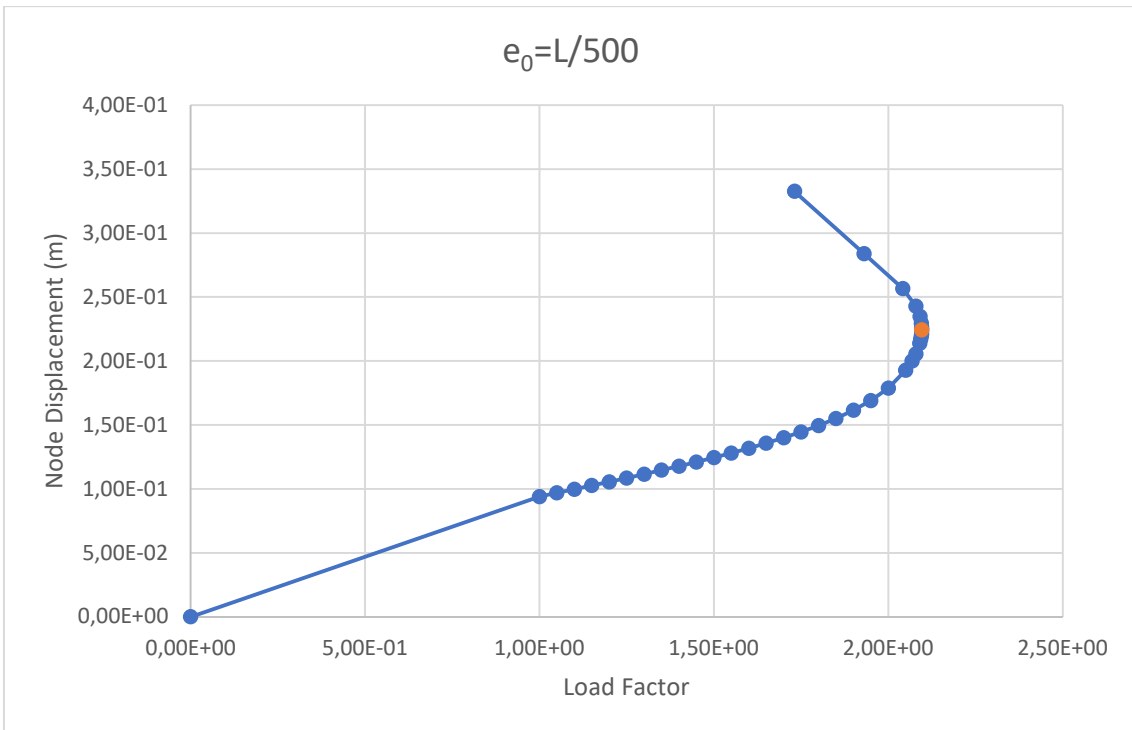


Figura E-22 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm nel caso di $e_0=L/500$

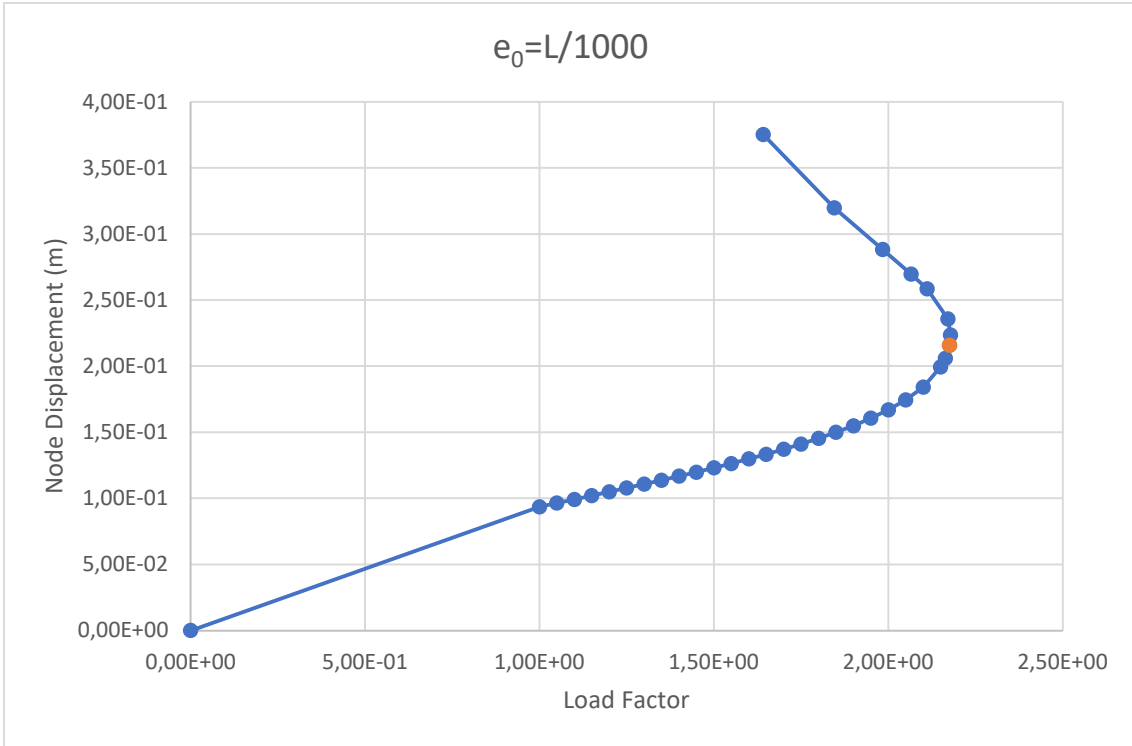


Figura E-23 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$

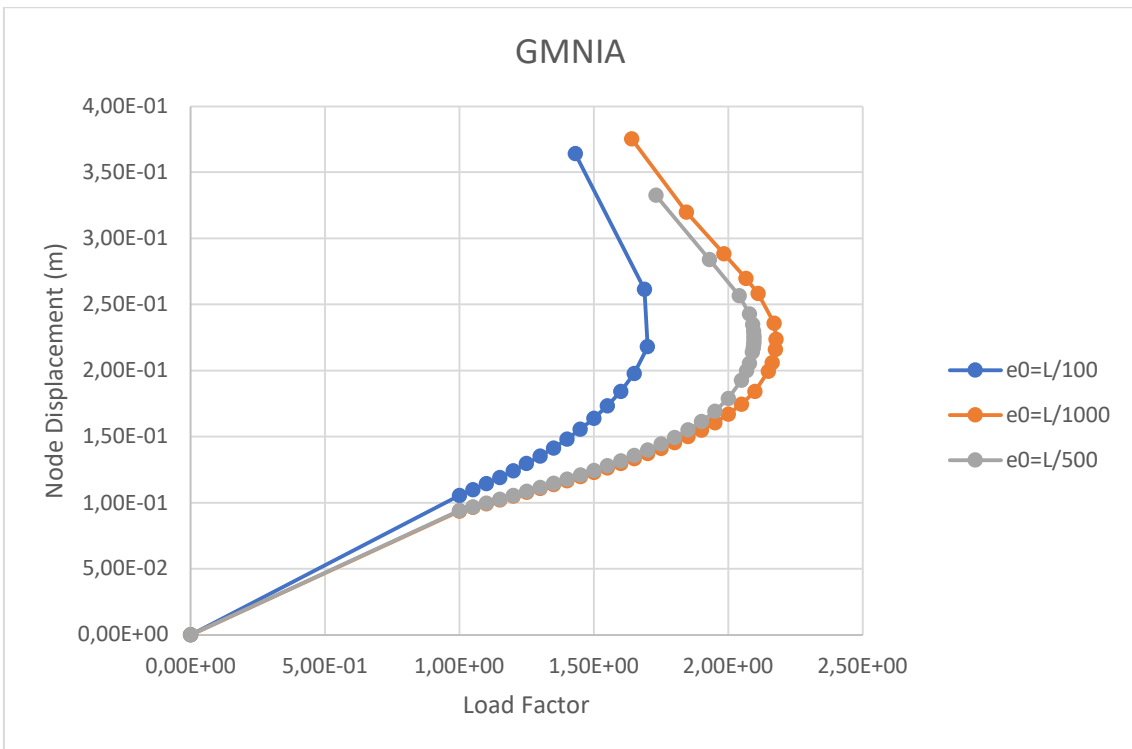


Figura E-24 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 26,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ e $e_0=L/1000$

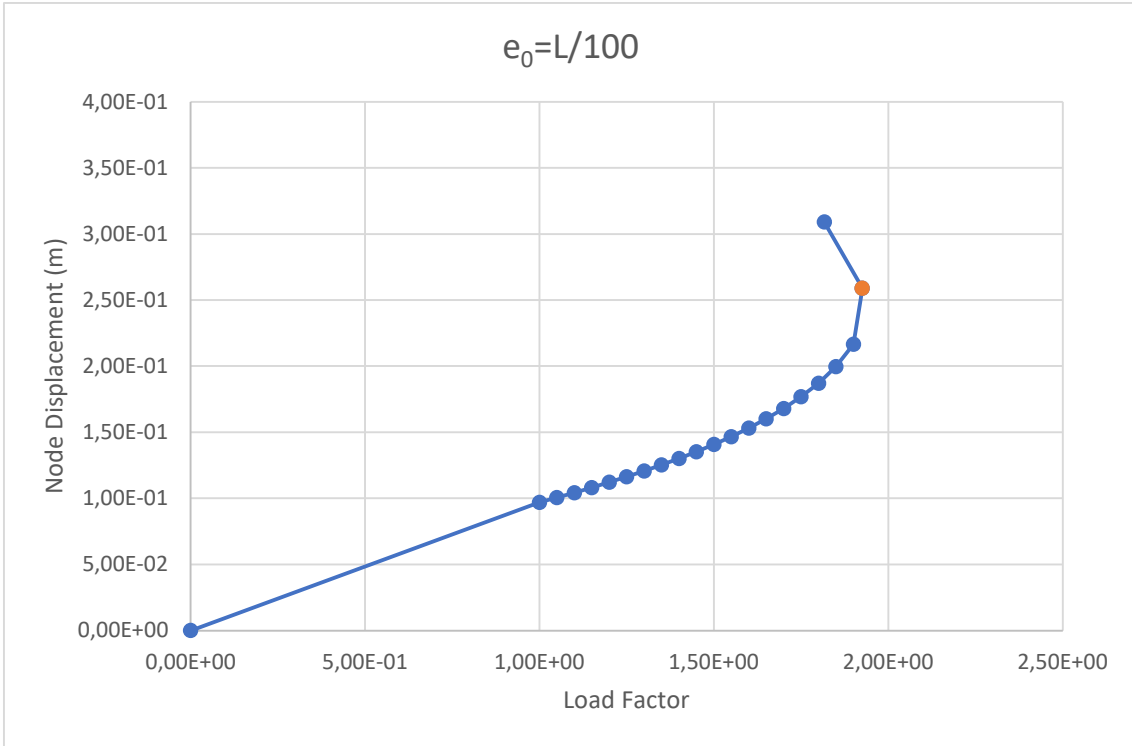


Figura E-25 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm nel caso di $e_0=L/100$

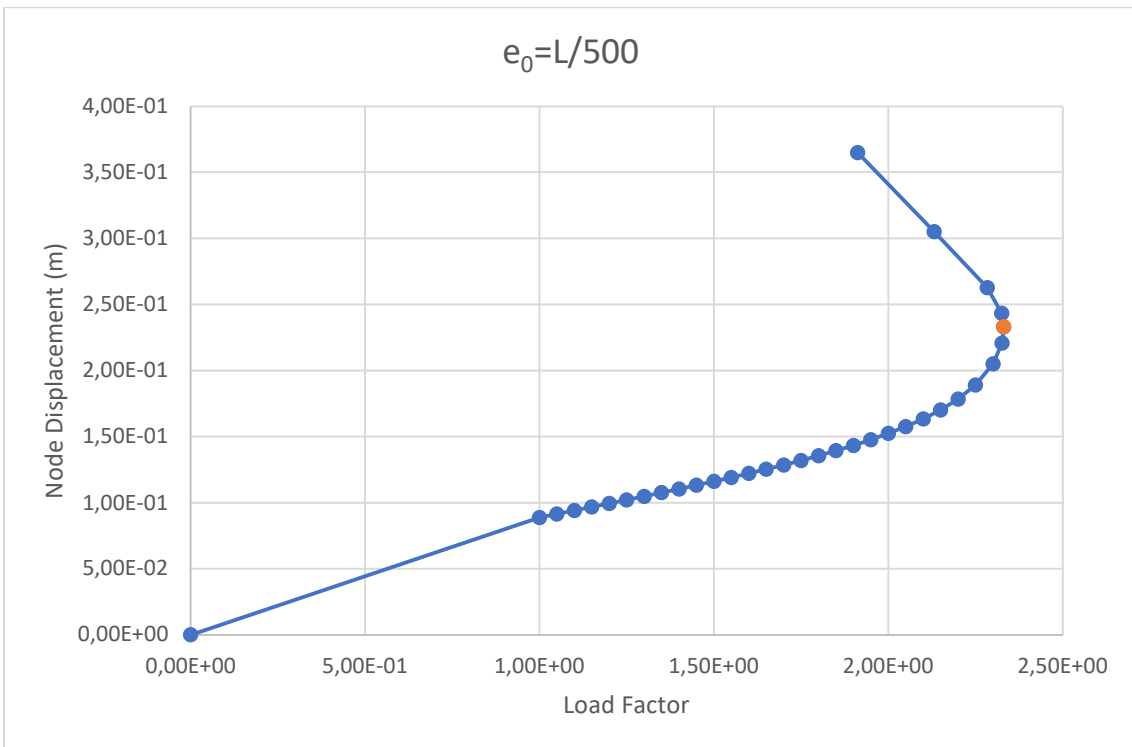


Figura E-26 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm nel caso di $e_0=L/500$

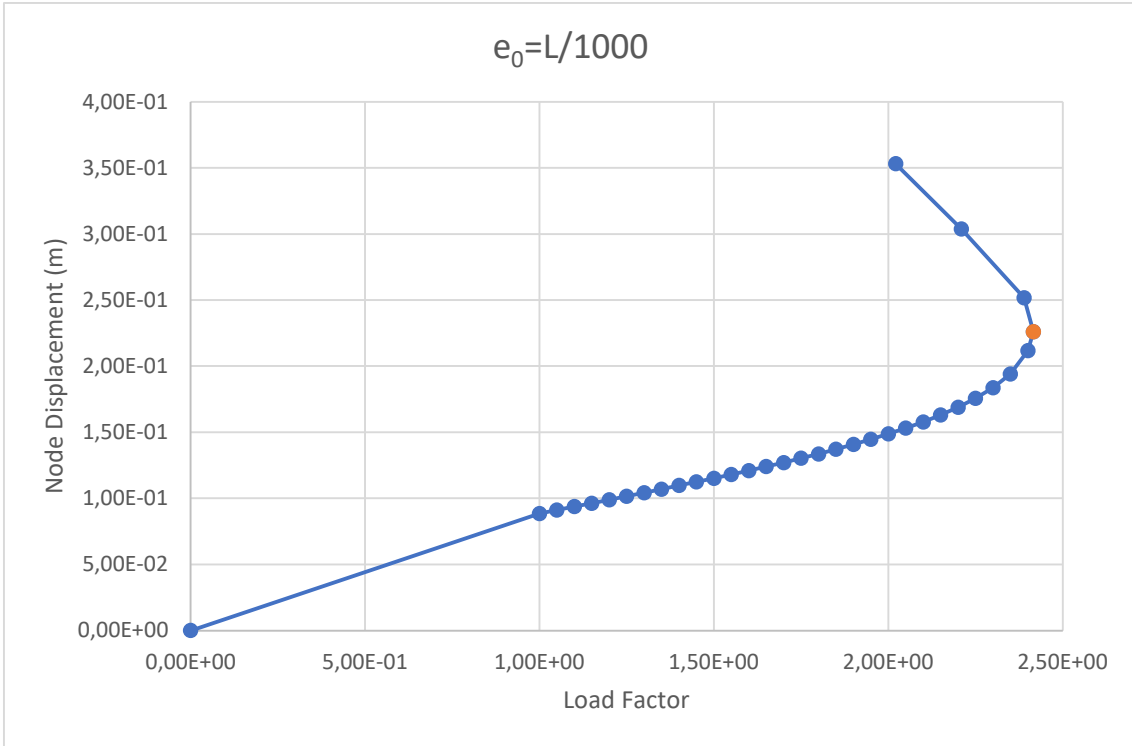


Figura E-27 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$

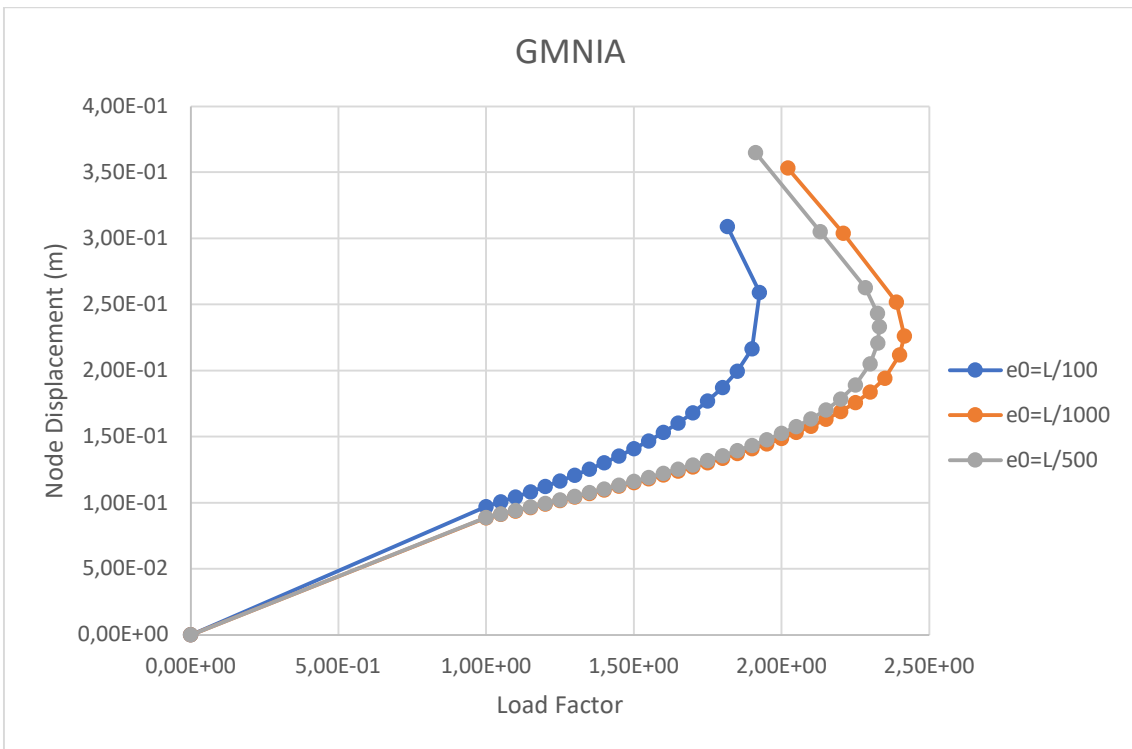


Figura E-28 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 28,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ e $e_0=L/1000$

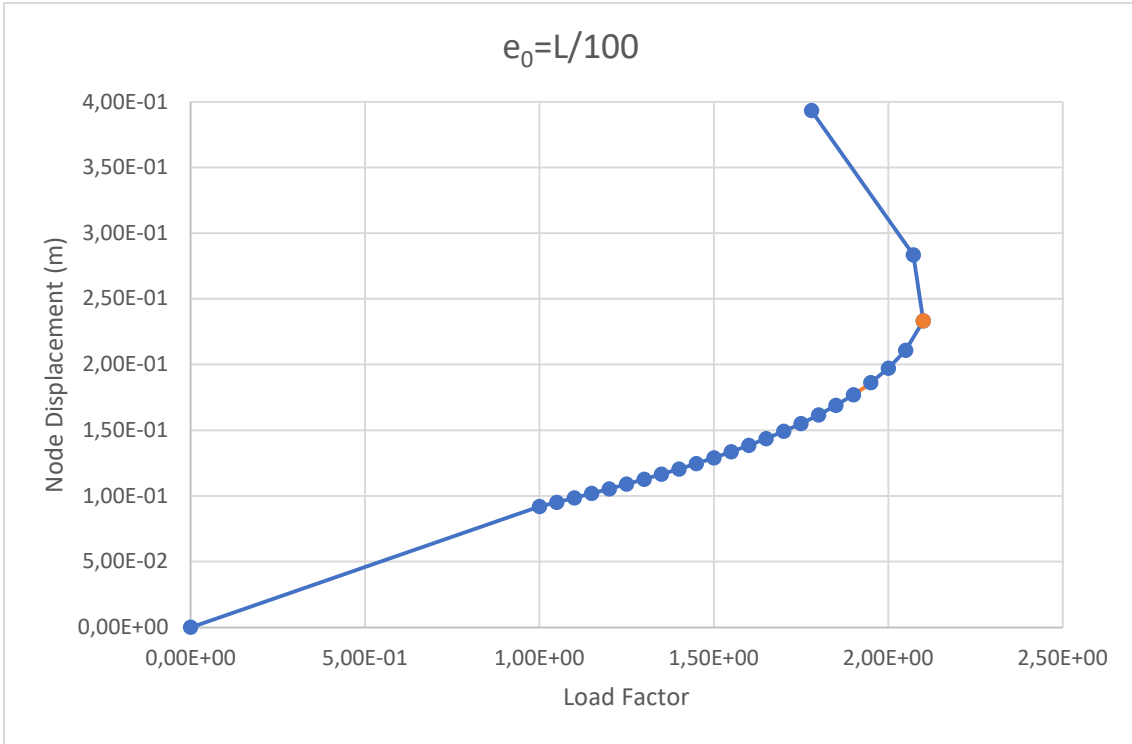


Figura E-29 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm nel caso di $e_0=L/100$

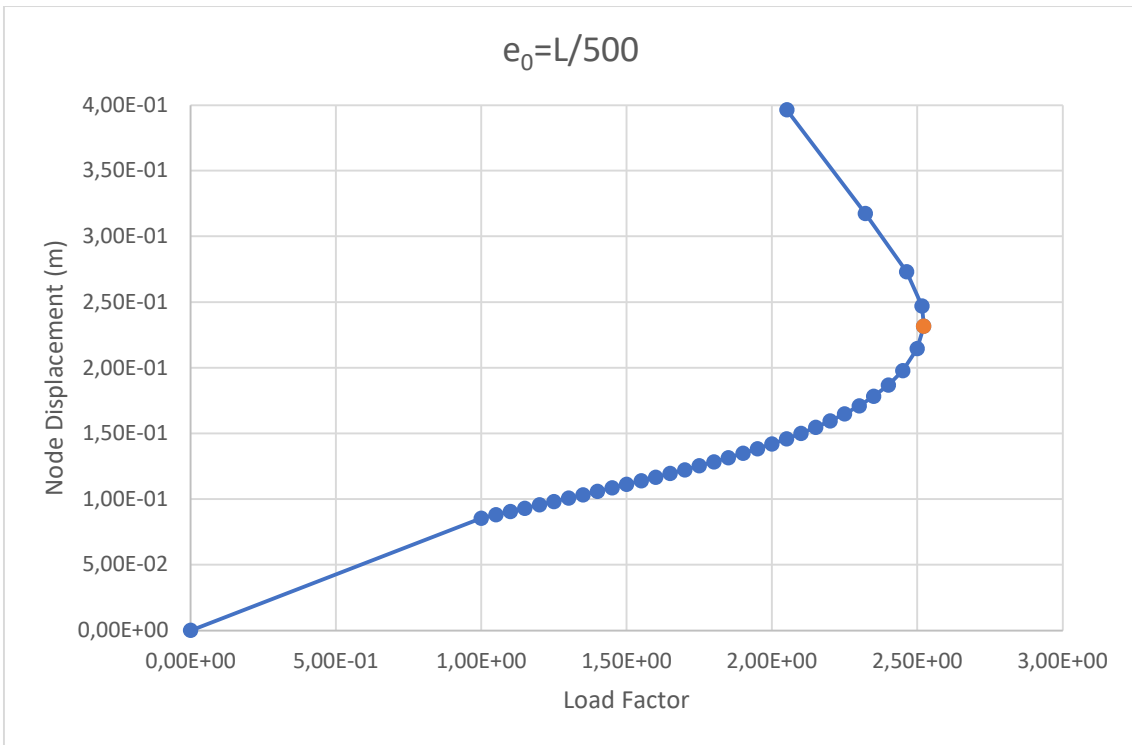


Figura E-30 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm nel caso di $e_0=L/500$

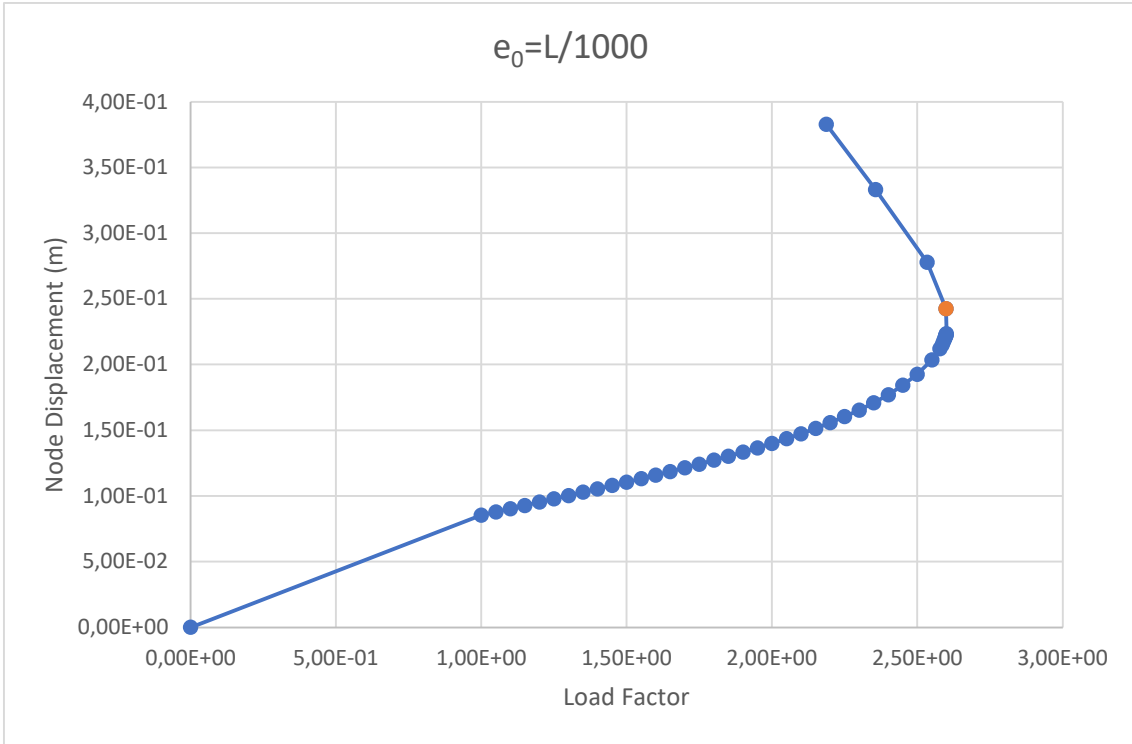


Figura E-31 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm nel caso di $e_0=L/1000$

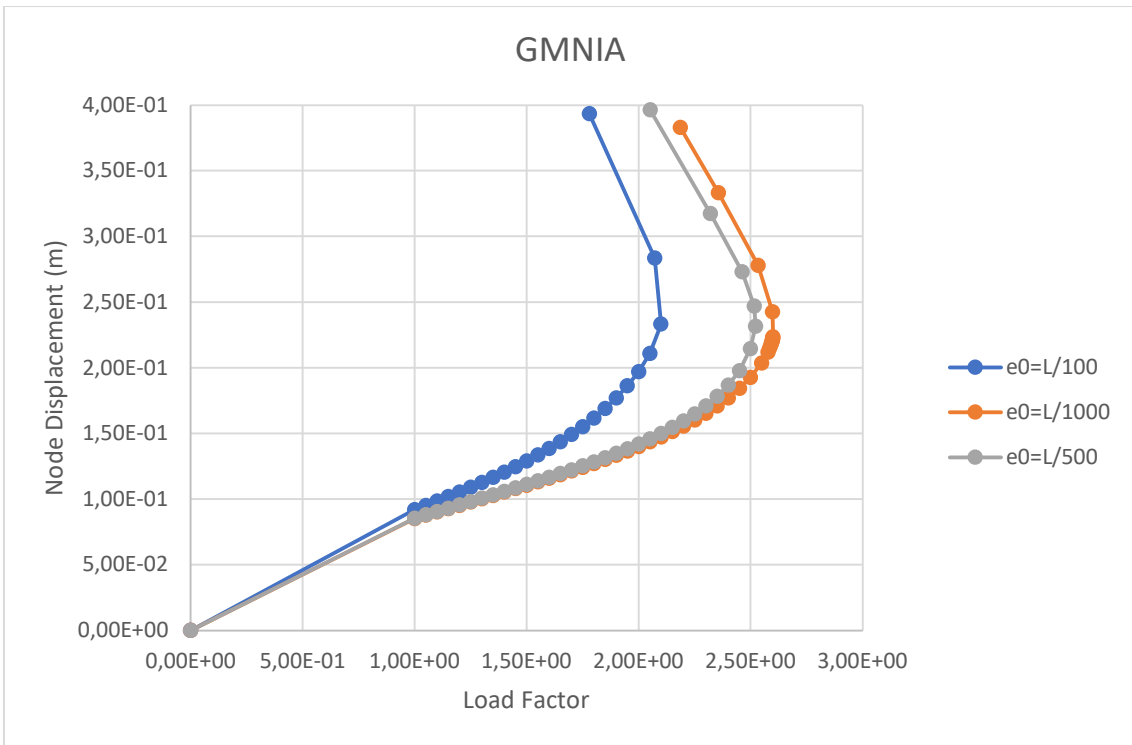


Figura E-32 Grafico Coefficiente di carico (Load Factor) - Spostamento (Node Displacement) del modello con spessore dell'anima da 30,00 mm nel caso di $e_0=L/100$, $e_0=L/500$ e $e_0=L/1000$