

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA



Dipartimento di Ingegneria Industriale  
**CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN  
INGEGNERIA ELETTRICA**

TESI DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA  
ELETTRICA

# **Analisi e progetto di un convertitore DC/DC isolato da 3 kW**

RELATORE: Prof. **Giuseppe Buja**

CORRELATORE: Prof. **Manuele Bertoluzzo**

LAUREANDO: **Mattia Forato**

ANNO ACCADEMICO 2014-2015



La teoria è quando si sa tutto e niente funziona. La pratica è quando tutto funziona e nessuno sa il perché. Noi abbiamo messo insieme la teoria e la pratica: non c'è niente che funzioni... e nessuno sa il perché!

— Albert Einstein

Ai miei genitori.



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Single Active Bridge (SAB)</b>	<b>5</b>
1.1 Analisi del regime permanente . . . . .	6
1.1.1 Modalità di conduzione continua . . . . .	7
1.1.2 Modalità limite . . . . .	11
1.1.3 Modalità di conduzione discontinua . . . . .	14
1.1.4 Grafici utili . . . . .	15
1.1.5 Soft-switching . . . . .	20
1.2 Analisi del transitorio . . . . .	29
1.2.1 Modello dinamico . . . . .	29
1.2.2 Schema di controllo . . . . .	32
<b>2 Dual Active Bridge (DAB)</b>	<b>35</b>
2.1 Analisi del regime permanente . . . . .	37
2.1.1 Modalità di funzionamento forward . . . . .	37
2.1.2 Modalità di funzionamento backward . . . . .	42
2.1.3 Grafici utili . . . . .	45
2.1.4 Soft-switching . . . . .	49
2.2 Analisi del transitorio . . . . .	57
2.2.1 Modello dinamico . . . . .	58
<b>3 Progetto di un alimentatore per caricabatteria</b>	<b>61</b>
3.1 Formule di supporto . . . . .	62
3.2 Dimensionamento e scelta dei componenti . . . . .	67
3.2.1 Dimensionamento del trasformatore . . . . .	67
3.2.2 Dimensionamento e scelta del condensatore in uscita . . . . .	69
3.2.3 Scelta degli switch . . . . .	70
3.2.4 Dimensionamento e scelta dei condensatori di snubber . . . . .	71
3.2.5 Scelta del ponte raddrizzatore . . . . .	72
3.3 Progetto dei regolatori . . . . .	73
3.4 Risultati delle simulazioni . . . . .	76
<b>Conclusioni</b>	<b>83</b>
<b>A Valore medio ed efficace della corrente negli switch</b>	<b>85</b>
<b>B Codice MATLAB per il progetto dei regolatori</b>	<b>89</b>

**Bibliografia****93**

# Elenco delle figure

1.1	Schema circuitale del convertitore <i>Single Active Bridge</i> . . . . .	6
1.2	Principali forme d'onda delle grandezze di un SAB in modalità CCM. . . . .	8
1.3	Circuito equivalente del SAB nell'intervallo $[\beta \div \pi]$ . $D_s$ è la serie dei diodi $D_5$ e $D_8$ . . . . .	12
1.4	Principali forme d'onda delle grandezze di un SAB al limite tra modalità continua e discontinua. . . . .	13
1.5	Principali forme d'onda di un SAB in modalità DCM. . . . .	15
1.6	Potenza erogata dal convertitore SAB in funzione dell'angolo di comando $\beta$ e al variare di $V_{o,pu}$ . I tratti continui rappresentano la modalità di funzionamento CCM; quelli discontinui individuano il modo DCM. . . . .	18
1.7	Tensione in uscita del convertitore SAB al variare dell'angolo di comando $\beta$ per varie resistenze di carico $R_{l,pu}$ . I tratti continui rappresentano la modalità di funzionamento CCM; quelli discontinui individuano il modo DCM. . . . .	19
1.8	Caratteristica esterna della porta d'uscita del convertitore SAB. I tratti continui rappresentano la modalità di funzionamento CCM; quelli discontinui individuano il modo DCM. . . . .	19
1.9	Corrente in uscita del convertitore SAB al variare dell'angolo di comando $\beta$ per vari valori della tensione $V_{o,pu}$ . I tratti continui rappresentano la modalità di funzionamento CCM; quelli discontinui individuano il modo DCM. . . . .	21
1.10	Caratteristiche linearizzate di commutazione di un generico interruttore: (a) tensioni e correnti sullo switch, (b) potenza dissipata nello switch. . . . .	22
1.11	Circuito equivalente del SAB durante il <i>turn-off</i> di $Q_1$ . . . . .	23
1.12	Analisi del transitorio di apertura dell'interruttore $Q_1$ . (a) Circuito di figura 1.11 semplificato; (b) applicazione del teorema di Thévenin ( $V_{eq} = 0$ , $C_{eq} = 2C_1 = 2C_2 = 2C$ ). . . . .	24
1.13	Andamento della tensione ai capi degli interruttori $Q_1$ e $Q_2$ durante il <i>turn-off</i> di $Q_1$ . (a) Soft-switching; (b) No soft-switching. . . . .	25
1.14	Andamento della tensione ai capi di $C_1$ durante il <i>turn-off</i> di $Q_1$ ottenuto tramite i circuiti equivalenti di figura 1.12. Le varie curve differiscono per i differenti valori di $I_{L0}$ ( $V_{o,pu} = 0.4$ ). . . . .	26
1.15	Regione di soft-switching nel piano $I_{o,pu} - V_{o,pu}$ . La curva <i>Soft-switching boundary</i> è stata ottenuta con $\frac{\omega_s}{\omega_o} = 0.1$ . . . . .	28

1.16	Modello equivalente a largo segnale dello stadio di uscita di un convertitore SAB. . . . .	30
1.17	Linearizzazione attorno al punto di lavoro della caratteristica $\beta - I_o$ di un SAB in modalità CCM. . . . .	31
1.18	Modello equivalente a piccolo segnale dello stadio di uscita di un convertitore SAB. . . . .	31
1.19	Schema a blocchi che modella un convertitore SAB funzionante in CCM. . . . .	32
1.20	Schema di controllo di un convertitore SAB. . . . .	33
2.1	Schema circuitale del convertitore Dual Active Bridge. . . . .	36
2.2	Principali forme d'onda delle grandezze di un DAB in modalità di funzionamento boost forward. . . . .	38
2.3	Andamento delle correnti nei vari componenti di un DAB in modalità boost forward. . . . .	39
2.4	Principali forme d'onda delle grandezze di un DAB in modalità di funzionamento buck forward. . . . .	43
2.5	Principali forme d'onda delle grandezze di un DAB in modalità di funzionamento buck backward. . . . .	44
2.6	Potenza erogata dal convertitore DAB in funzione dell'angolo di comando $\beta$ . Le varie curve differiscono per il valore di $V_{o,pu}$ indicato sopra a ciascun grafico. . . . .	47
2.7	Corrente in uscita al convertitore DAB al variare dell'angolo di comando $\beta$ . . . . .	47
2.8	Tensione in uscita al convertitore DAB in funzione dell'angolo di comando $\beta$ . Le varie curve differiscono per il valore di $R_{l,pu}$ indicato sopra a ciascun grafico. . . . .	48
2.9	Caratteristica esterna della porta d'uscita del convertitore DAB. . . . .	49
2.10	Potenza in uscita ad un convertitore DAB in modalità forward con $\beta < \pi/2$ , considerando i limiti di ZVS. . . . .	52
2.11	Grafico di figura 2.9 tenuto in considerazione l'area di ZVS. . . . .	53
2.12	Forma d'onda della corrente $i_L$ quando non è perseguito lo ZVS dell'input bridge. . . . .	54
2.13	Forma d'onda della corrente $i_L$ quando non è perseguito lo ZVS dell'output bridge. . . . .	54
2.14	Circuito equivalente del DAB durante il turn-off di $Q_1$ e $Q_4$ . . . . .	55
2.15	Influenza delle capacità di snubber sulla regione di soft-switching nel piano $I_{o,pu} - V_{o,pu}$ (si è assunto $\frac{\omega_s}{\omega_0} = 0.1$ ). . . . .	57
2.16	Modello equivalente a piccolo segnale dello stadio di uscita di un convertitore DAB. . . . .	58
2.17	Schema a blocchi che modella un convertitore DAB in modalità forward. . . . .	59
3.1	Schema di alimentazione di un caricabatteria di un veicolo elettrico. . . . .	61
3.2	Forme d'onda delle correnti che circolano negli switch e nei diodi del ponte attivo di un SAB in modalità CCM. . . . .	63

3.3	Forme d'onda delle correnti che circolano negli switch e nei diodi del ponte attivo di un SAB in modalità DCM. . . . .	63
3.4	Andamento di $i_{L,pu}(\beta)$ al variare della corrente media erogata dal convertitore SAB. Le varie curve differiscono per il diverso valore di $V_{o,pu}$ . . . . .	64
3.5	Forma d'onda della corrente $i_{out}$ e rappresentazione del suo valore medio. Le aree colorate individuano la carica con la quale viene caricato/scaricato $C_o$ . . . . .	66
3.6	Andamento di $I_{C_o,rms}$ al variare del rapporto spire del trasformatore $n'$ . I vari grafici differiscono per il diverso valore di $L$ indicato sopra ad ogni curva. . . . .	68
3.7	Punto di lavoro nominale del convertitore. Le varie grandezze presenti sono riferite al primario del trasformatore. . . . .	69
3.8	Forma d'onda linearizzata della tensione sullo switch $Q_4$ durante il turn-off. Le due curve si riferiscono a due diversi valori di $P_o$ . . . . .	71
3.9	Realizzazione pratica del circuito di controllo a livello di simulazione.	74
3.10	Transitorio iniziale del convertitore SAB. Forme d'onda della tensione $v_o$ , della corrente $i_{out}$ filtrata e della grandezza di controllo $\beta$ . . . . .	77
3.11	Accensione graduale del convertitore SAB. Forme d'onda della tensione $v_o$ , della corrente $i_{out}$ filtrata, della grandezza di controllo $\beta$ e del riferimento di tensione filtrato. . . . .	78
3.12	Principali forme d'onda del convertitore SAB progettato, in funzionamento nominale. . . . .	79
3.13	Correnti nominali circolanti negli switch e nei diodi del SAB progettato. . . . .	80
3.14	Principali forme d'onda del SAB progettato, mentre eroga una potenza di 1000 W. . . . .	81
3.15	Transitorio di apertura del MOSFET $Q_4$ del SAB progettato, mentre eroga una potenza di 100 W. . . . .	82
3.16	Transitorio di apertura del MOSFET $Q_4$ del SAB progettato, nel funzionamento nominale. . . . .	82
A.1	Forma d'onda della corrente che scorre nell'interruttore $Q_1$ per un SAB in modalità CCM. . . . .	85

## Elenco delle tabelle

1.1	Equazioni in p.u. delle principali grandezze di un SAB nelle varie modalità di funzionamento. . . . .	17
1.2	Componenti in conduzione per un SAB in modalità CCM. . . . .	21
2.1	Componenti in conduzione per un DAB in modalità boost forward. . . . .	37
2.2	Equazioni in p.u. delle principali grandezze di un DAB nelle varie modalità di funzionamento. . . . .	46
3.1	Dati nominali di progetto del convertitore SAB. . . . .	62
3.2	Valori medi ed efficaci di alcune correnti utili al dimensionamento del SAB. . . . .	65
3.3	Valori ottenuti dal dimensionamento del convertitore. . . . .	73
3.4	Componenti scelti per la realizzazione del SAB. . . . .	73
3.5	Costanti dei regolatori del sistema di controllo. . . . .	76

# Sommario

In questa tesi vengono studiate due topologie di convertitore DC/DC per le quali sono richieste dimensioni ridotte degli apparati di conversione.

Il convertitore Single Active Bridge (SAB) e la sua naturale evoluzione Dual Active Bridge (DAB) sono analizzati nel loro funzionamento sia a regime, sia transitorio. Nel primo caso è posta particolare attenzione nell'individuare le capacità di soft-switching di entrambi i convertitori sotto esame.

E' quindi sviluppata una modalità di progetto del SAB per un'applicazione che vede il convertitore inserito come stadio intermedio tra una sorgente di alimentazione domestica e un caricabatteria di un veicolo elettrico.

I risultati ottenuti durante lo svolgimento dell'elaborato vengono in fine validati con delle prove condotte attraverso il codice di simulazione circuitale PSIM.

# Abstract

This thesis investigates two types of isolated DC/DC converters i.e. Single Active Bridge (SAB) and Dual Active Bridge (DAB). These converters have some favorable features such as they can be easily used in high-power, high-power density applications.

The steady-state operation and the transient behavior of the SAB converter as well as of the DAB converter are analyzed. The soft-switching capabilities of each converters are examined in detail.

Afterwards, a design procedure of the SAB converter is executed for an application where the converter is used to supply a battery charger of an electrical vehicle from a domestic socket-outlet.

The results of the thesis work are corroborated with simulation results obtained by help of the PSIM code.



# Introduzione

Un numero sempre maggiore di sistemi elettrici a media ed alta potenza sfrutta i vantaggi offerti da una trasmissione di energia in corrente continua (DC, *Direct Current*) o presenta al proprio interno dei dispositivi che necessitano di una tale alimentazione.

Le applicazioni che fanno uso di un *bus DC* spaziano dal settore della veicolistica a quello delle reti nazionali di trasmissione, passando per i sistemi di distribuzione locali.

Nel primo caso la presenza di una corrente continua è intrinseca al sistema in quanto l'elemento che fornisce energia a parte dei carichi elettrici presenti nei mezzi di trasporto tradizionali è rappresentato da una batteria. L'interconnessione di dispositivi attraverso un bus DC assume un'importanza notevole anche nei moderni veicoli elettrici e nei veicoli ad idrogeno [10, pp. 2-10].

Per quanto riguarda le elevate potenze messe in gioco dalle reti di trasmissione nazionali, in letteratura è stata ampiamente dimostrata la convenienza dell'HVDC (High Voltage Direct Current) rispetto alla tipica trasmissione trifase, qualora la distanza coperta dalle linee sia molto elevata.

L'introduzione sempre più consistente di energie rinnovabili come fonte primaria da cui generare energia elettrica e la necessità di utilizzare questa energia in modo efficiente sta cambiando radicalmente il sistema di distribuzione. La vecchia generazione centralizzata, in cui l'energia proveniva da poche centrali localizzate, sta tramutando in quella che viene chiamata generazione distribuita, dove molti impianti disseminati nel territorio immettono energia in rete in modo piuttosto aleatorio. Tutto ciò deve essere controllato in maniera intelligente e da ciò è nato il concetto di *smart grid*.

Le smart grid fanno un cospicuo uso di bus in continua sia come stadio intermedio di sistemi di conversione, sia come collegamento tra gli elementi che compongono la rete, come ad esempio i pannelli fotovoltaici.

I sistemi in corrente continua per poter essere regolati necessitano di convertitori statici DC/DC i quali svolgono il ruolo che i trasformatori hanno nelle reti a corrente alternata.

Nelle applicazioni precedentemente citate, non solo serve un'apparecchiatura in grado di accoppiare due sistemi DC a diversa tensione, ma in molti casi è richiesto anche un isolamento galvanico tra i due. Queste funzioni possono essere accorpate in un unico dispositivo per ottenere i cosiddetti convertitori DC/DC isolati.

Il principio di funzionamento di questi convertitori è comune per le varie tipologie: essi sfruttano uno o più interruttori elettronici per alimentare l'avvolgimento primario di un trasformatore con una tensione variabile (in genere ad alta frequen-

za). Uno stadio di uscita ha il compito di raddrizzare ed eventualmente filtrare le armoniche ad alta frequenza presenti nella tensione indotta.

La ricerca e lo sviluppo fatti sui convertitori DC/DC isolati, ma soprattutto le migliorate prestazioni degli interruttori elettronici, ha condotto alla realizzazione di dispositivi in grado di gestire potenze sempre più elevate mantenendo peso ed ingombro contenuti. Questa caratteristica, nota come densità di potenza, è un vincolo stringente soprattutto nel settore automobilistico, dove la massa del veicolo costituisce un'opposizione al moto.

Il fattore chiave che permette di ottenere alte densità di potenza nei convertitori isolati è l'elevata frequenza con la quale gli interruttori vengono comandati. Infatti, a parità di tensione applicata sugli avvolgimenti e a parità di induzione massima consentita, il nucleo ferromagnetico con la quale viene realizzato il trasformatore presenta una sezione tanto più piccola quanto maggiore è la frequenza delle grandezze che lo interessano.

Elevate frequenze nei convertitori elettronici si possono ottenere solamente riducendo le perdite di commutazione. Essendo esse causate dalla presenza contemporanea di tensioni e correnti significative durante la commutazione degli interruttori presenti nel circuito, è necessario adottare degli accorgimenti che permettano di limitarle.

Una tecnica utilizzata per adempiere questo scopo è quella di impiegare dei dispositivi chiamati *snubber*. Questo però è un metodo palliativo in quanto porta le perdite di commutazione degli interruttori ad essere dissipate in una resistenza presente in essi.

Un metodo assai più efficace per limitare tensioni e correnti negli interruttori è quello di utilizzare la topologia del circuito nella quale essi sono inseriti. Questo fatto è sfruttato da quelli che vengono chiamati *convertitori risonanti*.

Tra le molteplici tipologie di convertitori risonanti si possono trovare i *convertitori a transizione risonante*, i quali sfruttano la risonanza, in un breve intervallo di tempo (molto minore del periodo di commutazione), tra una capacità e un'induttanza presenti nel circuito per aprire o chiudere gli interruttori a tensione pressoché nulla.

Rientrano in questa categoria i convertitori Single Active Bridge (SAB) e Dual Active Bridge (DAB), oggetto di studio di questa tesi.

Negli ultimi anni, SAB e DAB si sono affermati in molte applicazioni di conversione DC/DC proprio perché essi possiedono la maggior parte dei requisiti richiesti ad un convertitore per poter essere impiegato vantaggiosamente nei settori della media ed alta potenza brevemente richiamati in precedenza.

Lo scopo di questa tesi è quello di analizzare in modo approfondito tali topologie di convertitore sia dal punto di vista teorico, che dal punto di vista realizzativo.

L'organizzazione di questo testo è la seguente:

- Nella prima parte del [Capitolo 1](#) viene analizzato il SAB per quanto riguarda il suo funzionamento a regime. Un ritaglio importante di questa sezione è dedicato all'indagine delle capacità di soft-switching del convertitore.

Dallo steady-state si passa poi allo studio del comportamento transitorio, il quale fornisce un modello dinamico del SAB utile per implementare un controllo su di esso.

- Il capitolo [Capitolo 2](#) ripercorre gli stessi passi del capitolo [1](#) trattando però il convertitore DAB. Alcuni temi sono sviluppati in maniera leggermente diversa in modo tale da poter confrontare i due punti di vista.
- Nel capitolo [Capitolo 3](#) viene proposta una strategia di progetto del convertitore SAB per un'applicazione nel settore dei veicoli elettrici. Esso viene dimensionato per operare da *power supply* di un caricabatteria di una *city-car*. La potenza che il convertitore deve essere in grado di erogare è  $3\text{ kW}$ .

I risultati ottenuti in questo capitolo vengono validati attraverso delle prove numeriche fatte con il software di simulazione PSIM.

La tesi presenta inoltre due appendici. Nella prima viene esposto il metodo utilizzato per ricavare delle formule presenti nel capitolo [3](#), mentre nella seconda viene riportato il codice MATLAB utilizzato per la sintesi delle costanti dei regolatori nel controllo del SAB progettato.



# Capitolo 1

## Single Active Bridge (SAB)

Nelle applicazioni in cui non è necessario un flusso bidirezionale di potenza è stato dimostrato in [20] che il miglior convertitore utilizzabile, considerata la sua semplicità topologica e di controllo, è il *Single Active Bridge* (SAB).

La fattibilità del suo impiego è stata provata in [16] per quanto riguarda la trasmissione della potenza prodotta da un parco eolico *offshore* connesso alla rete *onshore* attraverso un bus in continua ad alta tensione.

Per comprendere appieno i vantaggi nel impiego del SAB è utile fare affidamento al suo schema circuitale mostrato in figura 1.1.

Dal circuito è possibile osservare come il SAB sia composto da due ponti (uno attivo e l'altro passivo) interfacciati tramite un trasformatore. Il ponte di ingresso, cioè quello attivo, funziona da inverter e ha il compito di produrre una tensione alternata ad alta frequenza ( $v_1$ ), mentre il ponte in uscita consiste in un puro raddrizzatore a diodi. Ciascuno degli interruttori  $T_i$  del ponte attivo, chiamato anche *input bridge*, è formato da: uno switch elettronico  $Q_i$ , che per le applicazioni di media ed alta potenza può essere un IGBT o un MOSFET, un diodo di ricircolo, che consente il passaggio attraverso la valvola di una corrente negativa, e un'eventuale capacità di *snubber* la quale viene utilizzata per un'apertura *soft* dell'interruttore.

Gli ulteriori elementi presenti nello schema sono: le capacità di filtro  $C_i$  e  $C_o$ , che servono per mantenere pressoché costante la tensione rispettivamente di ingresso e di uscita del convertitore, l'induttanza  $L$ , che rende conto del flusso di dispersione nel trasformatore, ed  $R_l$  che rappresenta un carico di natura resistiva.

Poiché l'induttanza di dispersione  $L$  viene utilizzata come elemento principale per trasferire l'energia dall'ingresso all'uscita, il trasformatore ad alta frequenza richiede degli accorgimenti particolari nel dimensionamento [8].

Tramite la precedente descrizione sommaria dei componenti che formano il Single Active Bridge è possibile anche cogliere i pregi di questo convertitore. Esso infatti:

- fornisce un isolamento galvanico tra ingresso ed uscita (tramite il trasformatore);
- ha dimensioni e peso ridotti grazie al fatto che il trasformatore lavora con grandezze ad alta frequenza;

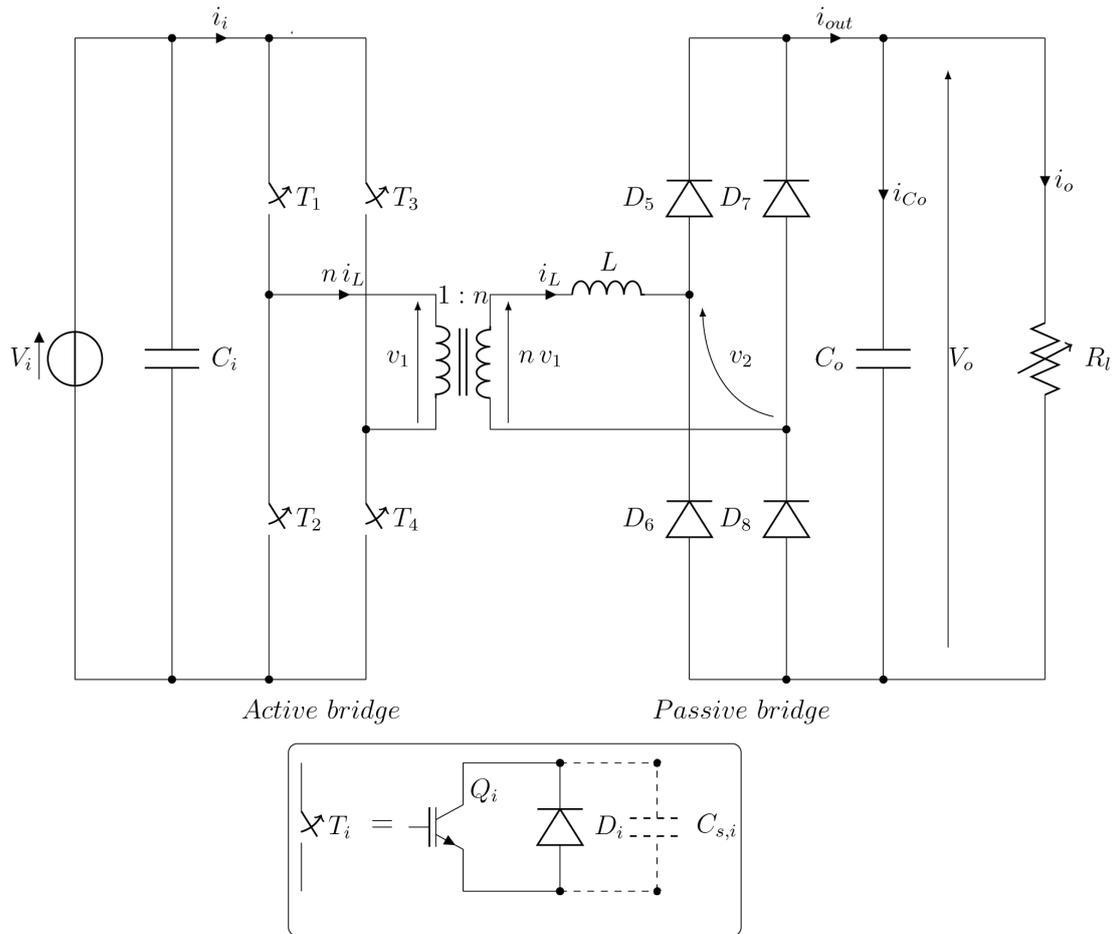


Figura 1.1: Schema circuitale del convertitore *Single Active Bridge*.

- consente il *soft-switching* degli interruttori del ponte attivo in un'ampia zona di funzionamento;
- ha un'elevata efficienza (quando sfrutta il soft-switching).

Per generare la tensione  $v_1$ , gli interruttori di uno stesso ramo del ponte attivo vengono comandati in maniera alternativa, mentre viene controllato lo sfasamento tra i segnali di accensione delle valvole  $Q_1$  e  $Q_3$ . Ecco perché questo convertitore viene chiamato anche *phase-shifted bridge* [20].

In questo capitolo verrà sviluppata in un primo momento un'analisi di regime stazionario del SAB, distinguendone diverse modalità di funzionamento, passando poi allo studio del comportamento transitorio che porterà ad ottenere un semplice modello dinamico del convertitore utile per implementare un facile schema di controllo.

## 1.1 Analisi del regime permanente

L'analisi di regime di un convertitore porta ad individuare delle formule utili per il dimensionamento dello stesso.

Nel SAB, a seconda dell'andamento della corrente che circola in  $L$ , si possono avere due diverse modalità di funzionamento che portano ad equazioni diverse. E' perciò necessario stabilirne a priori la modalità desiderata.

In ogni caso, per lo studio di entrambi i modi vengono fatte le stesse ipotesi semplificative:

- viene assunto un rapporto spire del trasformatore unitario ( $n = 1$ );
- l'induttanza di magnetizzazione del trasformatore viene assunta infinita;
- si ipotizza che  $C_o$  sia sufficientemente grande da poter ritenere nullo il *ripple* su  $V_o$ .

In questo modo il trasformatore può essere modellizzato con la sola induttanza di dispersione e la tensione  $V_o$  è assunta costante.

### 1.1.1 Modalità di conduzione continua

Nella modalità di conduzione continua, dall'inglese *continuous conduction mode* (CCM), si ha che in ogni istante di tempo considerato c'è una coppia di diodi del ponte in uscita che sta conducendo. In queste condizioni la tensione  $v_2$  può essere uguale a  $V_o$  oppure a  $-V_o$  a seconda del segno della corrente  $i_L$ .

Le forme d'onda delle principali grandezze del SAB in modalità continua si possono osservare in figura 1.2.

Si può vedere come in ascissa nei vari grafici sia presente l'angolo  $\theta$  che è legato alla variabile tempo dalla relazione  $\theta = \omega_s t$  ( $\omega_s$  è la pulsazione di switching -  $\omega_s = 2\pi f_s$ ).

Nell'immagine, i primi due grafici si riferiscono ai segnali di comando degli switch  $Q_1$  e  $Q_3$  (corrispondenti rispettivamente ai segnali di comando di  $Q_2$  e  $Q_4$  negati). Lo sfasamento tra  $v_{Q_1}$  e  $v_{Q_3}$ , che permette di controllare la potenza erogata dal convertitore, viene indicato con  $\beta$ .

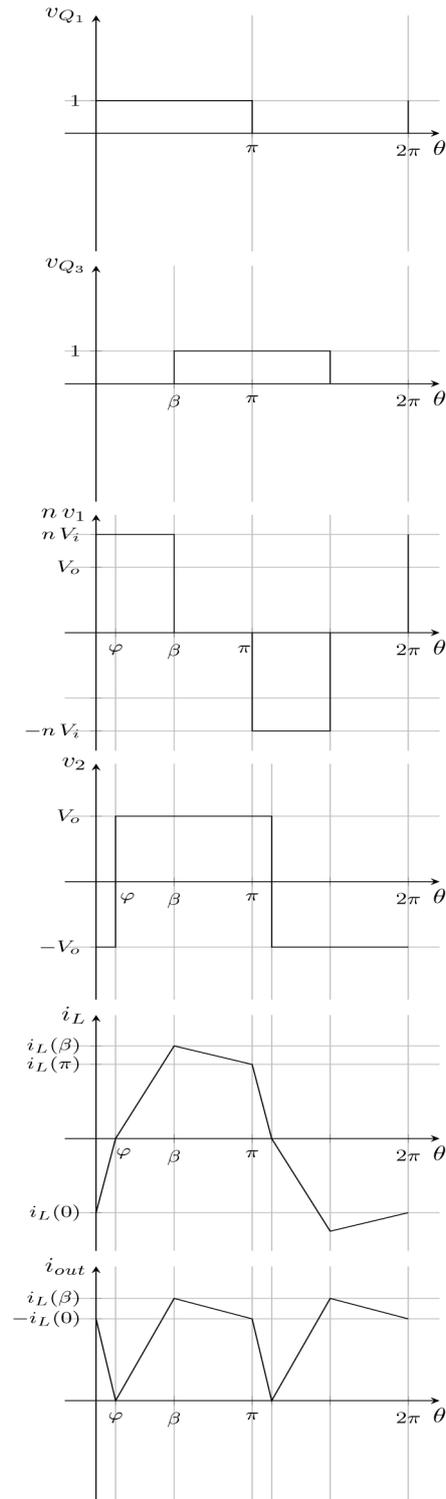
I successivi due diagrammi cartesiani hanno in ordinata la tensione in uscita dal ponte attivo  $v_1$  e la tensione  $v_2$  presente all'ingresso del ponte passivo<sup>1</sup>. Si può osservare come la tensione in uscita dall'inverter, comandato attraverso lo sfasamento tra le due gambe, sia un'onda quadra a tre livelli, mentre la tensione  $v_2$  è un'onda quadra pura in fase con la corrente  $i_L$ . L'angolo di ritardo di  $v_2$  rispetto al fronte di salita del segnale  $v_{Q_1}$  viene indicato con  $\varphi$ .

Gli ultimi due grafici si riferiscono rispettivamente alla corrente che circola nell'induttanza  $L$  e alla corrente  $i_o$  presente all'uscita del ponte passivo. Come si può vedere,  $i_L$  ha un andamento lineare a tratti ed è imposto dalla tensione  $v_L$  applicata ai capi dell'induttanza (infatti vale il legame costitutivo del bipolo induttore  $v_L = \frac{di_L}{dt}$ ).

La tensione  $v_L = v_1 - v_2$  è costante a tratti e varia sei volte all'interno di un periodo di commutazione.

Gli intervalli in questione sono i seguenti:

<sup>1</sup>Si ricordi che il rapporto spire del trasformatore è assunto unitario. In un'analisi più completa, che complica solamente le formule non portando miglioramento per quanto riguarda la descrizione del SAB, la tensione  $v_1$  viene riportata al secondario tramite la formula  $v'_1 = n v_1$  (la stessa analisi può essere fatta riportando  $v_2$  al primario).



**Figura 1.2:** Principali forme d'onda delle grandezze di un SAB in modalità CCM.

- *intervallo*  $[0 \div \varphi]$ :

In questo tratto la tensione  $v_L$  vale:

$$v_L = V_i + V_o \quad (1.1)$$

E la corrente cresce linearmente da un valore  $i_L(0)$  fino a raggiungere il valore 0:

$$i_L(\varphi) = 0 = i_L(0) + \frac{V_i + V_o}{\omega_s L} \varphi \quad (1.2)$$

- *intervallo*  $[\varphi \div \beta]$ :

La tensione  $v_L$  è data da:

$$v_L = V_i - V_o \quad (1.3)$$

Mentre la corrente dal valore nullo raggiunge il valore:

$$i_L(\beta) = 0 + \frac{V_i - V_o}{\omega_s L} (\beta - \varphi) \quad (1.4)$$

- *intervallo*  $[\beta \div \pi]$ :

In questo intervallo la sorgente  $V_i$  non entra in gioco e la tensione sull'induttanza è data da:

$$v_L = -V_o \quad (1.5)$$

La corrente cala fino a raggiungere il valore

$$i_L(\pi) = i_L(\beta) - \frac{V_o}{\omega_s L} (\pi - \beta) \quad (1.6)$$

Da questo istante in poi tutto si ripete in maniera opposta rispetto a ciò che succede nel primo semiperiodo:

- *intervallo*  $[\pi \div (\pi + \varphi)]$ :

$$v_L = -V_i - V_o = -(V_i + V_o) \quad (1.7)$$

- *intervallo*  $[(\pi + \varphi) \div (\pi + \beta)]$ :

$$v_L = -V_i + V_o = -(V_i - V_o) \quad (1.8)$$

- *intervallo*  $[(\pi + \beta) \div 2\pi]$ :

$$v_L = V_o = -(-V_o) \quad (1.9)$$

L'equazione della corrente  $i_L$  non è stata più riportata in quanto dalla figura 1.2 si nota che essa presenta una simmetria del tipo:

$$i_L(\theta) = -i_L(\theta - \pi) \quad (1.10)$$

Grazie a questo vincolo si trova che la corrente all'istante iniziale ( $i_L(0)$ ) è uguale alla corrente a metà periodo ( $i_L(\pi)$ ) cambiata di segno. Sfruttando questo fatto è possibile ottenere una relazione che esprime la corrente iniziale in funzione delle sole tensioni e della grandezza di controllo  $\beta$ .

Infatti, ricavando  $\varphi$  dall'equazione (1.2)

$$\varphi = -i_L(0) \frac{\omega_s L}{V_i + V_o} \quad (1.11)$$

sostituendolo in (1.4)

$$i_L(\beta) = \frac{V_i - V_o}{\omega_s L} \left( \beta + i_L(0) \frac{\omega_s L}{V_i + V_o} \right) \quad (1.12)$$

si ottiene, tramite l'eq. (1.6)

$$i_L(\pi) = \frac{V_i - V_o}{\omega_s L} \beta + \frac{V_i - V_o}{V_i + V_o} i_L(0) - \frac{V_o}{\omega_s L} (\pi - \beta) \quad (1.13)$$

Ora per la condizione di simmetria sopraccitata si può scrivere

$$-i_L(0) = \frac{V_i - V_o}{\omega_s L} \beta + \frac{V_i - V_o}{V_i + V_o} i_L(0) - \frac{V_o}{\omega_s L} (\pi - \beta) \quad (1.14)$$

E risolvendo la precedente equazione rispetto ad  $i_L(0)$  si ottiene l'equazione cercata

$$i_L(0) = \frac{1}{2\omega_s L} (V_i + V_o) \left( -\beta + \frac{V_o}{V_i} \pi \right) \quad (1.15)$$

Si può notare come, quando sussiste la condizione  $\beta > \frac{V_o}{V_i} \pi$ , la corrente  $i_L(0)$  risulta negativa. Questo risultato, come si capirà meglio in seguito, è una peculiarità del CCM e ha importati conseguenze per quanto riguarda il soft-switching.

Proseguendo l'analisi, sostituendo (1.15) in (1.11) si ottiene una formula per lo sfasamento della tensione  $v_2$  come mostrato in [5]:

$$\varphi = \frac{1}{2} \left( \beta - \frac{V_o}{V_i} \pi \right) \quad (1.16)$$

E questa torna utile nell'ottenere una formula per  $i_L(\beta)$  analoga alla (1.15)

$$i_L(\beta) = \frac{1}{2\omega_s L} (V_i - V_o) \left( \beta + \frac{V_o}{V_i} \pi \right) \quad (1.17)$$

La corrente nell'induttanza all'istante  $\theta = \beta$  è una quantità non negativa in quanto il convertitore SAB funziona solo da *buck*, cioè vale la relazione  $V_o \leq V_i$ .

Il valore medio della corrente  $i_o$ , cioè la corrente assorbita dalla resistenza  $R_l$  (se si ritiene che tutto il *ripple* della corrente in uscita dal ponte passivo sia assorbito dalla capacità  $C_o$ ), si ottiene tramite la formula:

$$I_o = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi i_o(\theta) d\theta \quad (1.18)$$

in cui si è tenuto conto che la periodicità di  $i_o$  è metà del periodo di switching.

Guardando l'ultimo grafico di figura 1.2 si nota che l'integrale nell'eq. (1.18) si può calcolare come somma delle aree di due triangoli e un trapezio (queste figure si notano spezzando l'asse delle ascisse negli intervalli:  $[0 \div \varphi]$ ,  $[\varphi \div \beta]$  e  $[\beta \div \pi]$ ). Riportando in formule quanto detto si ottiene:

$$I_o = \frac{1}{\pi} \left[ -i_L(0) \frac{\varphi}{2} + i_L(\beta) \frac{(\beta - \varphi)}{2} + (i_L(\beta) - i_L(0)) \frac{(\pi - \beta)}{2} \right] \quad (1.19)$$

$$I_o = \frac{1}{2\pi} \left[ -i_L(0) (\varphi - \beta + \pi) + i_L(\beta) (\pi - \varphi) \right]$$

Da qui, sostituendovi le eq. (1.15), (1.16) e (1.17), attraverso laboriosi calcoli matematici si giunge a:

$$I_o = \frac{V_i}{4\omega_s L} \left[ 2\beta - \left( \frac{V_o}{V_i} \right)^2 \pi - \frac{\beta^2}{\pi} \right] \quad (1.20)$$

La potenza attiva erogata dal convertitore è data dal prodotto della corrente media e della tensione in uscita (assunta costante):

$$P_o = \frac{V_i V_o}{4\omega_s L} \left[ 2\beta - \left( \frac{V_o}{V_i} \right)^2 \pi - \frac{\beta^2}{\pi} \right] \quad (1.21)$$

Essa è uguale alla potenza assorbita dal carico e perciò vale la relazione:

$$\frac{V_o^2}{R_l} = P_o$$

$$\frac{V_o^2}{R_l} = \frac{V_i V_o}{4\omega_s L} \left[ 2\beta - \left( \frac{V_o}{V_i} \right)^2 \pi - \frac{\beta^2}{\pi} \right] \quad (1.22)$$

che risolta rispetto a  $V_o$  porta a:

$$V_o = V_i \frac{2}{\pi} \frac{\omega_s L}{R_l} \left[ -1 + \sqrt{1 + \left( \frac{2\beta}{\pi} - \frac{\beta^2}{\pi^2} \right) \left( \frac{\pi}{2} \frac{R_l}{\omega_s L} \right)^2} \right] \quad (1.23)$$

La (1.23) fornisce il valore di tensione presente ai capi della capacità  $C_o$  in funzione dell'angolo di comando  $\beta$  per un determinato carico  $R_l^2$ .

### 1.1.2 Modalità limite

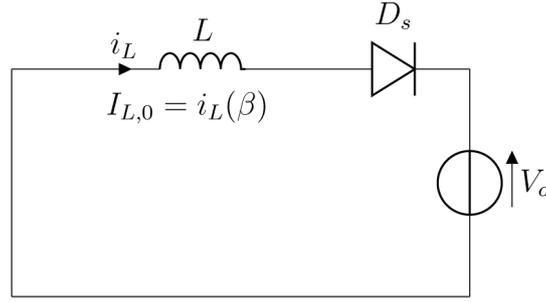
All'aumentare della resistenza  $R_l$ , cioè quando il carico si alleggerisce, la corrente media erogata dal convertitore diventa sempre più bassa. Si può dimostrare e lo si farà in seguito attraverso alcuni grafici che la tensione  $V_o$  presenta un comportamento opposto rispetto ad  $I_o$  (a patto che  $\beta$  resti costante).

Si è visto nel paragrafo precedente che nell'intervallo  $[\beta \div \pi]$  la corrente nell'induttanza decresce in maniera tanto più rapida quanto maggiore è la tensione sul carico. Infatti, in questo intervallo il convertitore si comporta come il circuito equivalente di figura 1.3.

Dallo schema si può intuire come  $D_s$  lasci passare la corrente nell'induttanza fino a quando essa non diventa nulla. Dopodiché il diodo si contropolarizza e si comporta come un lato aperto.

---

<sup>2</sup>Nell'ottenere questa formula è stata risolta un'equazione di secondo grado ed è stata mantenuta una sola soluzione in quanto l'altra risultava negativa.



**Figura 1.3:** Circuito equivalente del SAB nell'intervallo  $[\beta \div \pi]$ .  $D_s$  è la serie dei diodi  $D_5$  e  $D_8$ .

In base a tutte le considerazioni fatte si può giungere alla conclusione che esiste una resistenza limite ( $R_{l,bound}$ ) tale per cui se il carico connesso al convertitore è più leggero di essa la corrente nell'induttanza diventa discontinua.

Il confine tra la modalità di conduzione continua e la modalità di conduzione discontinua si ha quando il carico è esattamente uguale ad  $R_{l,bound}$ . Con questo presupposto la corrente  $i_L$ , nell'intervallo in cui  $V_i$  non viene applicata ad  $L$ , raggiunge lo zero solamente al istante  $\pi$ . Questo andamento può essere osservato in figura 1.4 assieme alle altre grandezze di interesse.

Nella modalità limite, la tensione ai capi dell'induttanza cambia solamente due volte all'interno di un semiperiodo passando dal valore  $V_i - V_o$  nell'intervallo  $[0 \div \beta]$  al valore  $-V_o$  in  $[\beta \div \pi]$ . Inoltre vale la relazione:

$$i_L(\pi) - i_L(0) = 0 = \frac{1}{\omega_s L} \int_0^\pi v_L(\theta) d\theta \quad (1.24)$$

cioè il valore medio della tensione  $v_L$  su un semiperiodo è nullo. Perciò, sviluppando l'integrale nell'eq. (1.24), si ottiene:

$$\begin{aligned} (V_i - V_o)\beta + (-V_o)(\pi - \beta) &= 0 \\ \Downarrow & \\ V_o &= V_i \frac{\beta}{\pi} \end{aligned} \quad (1.25)$$

che rappresenta il vincolo necessario affinché il SAB lavori in condizione limite.

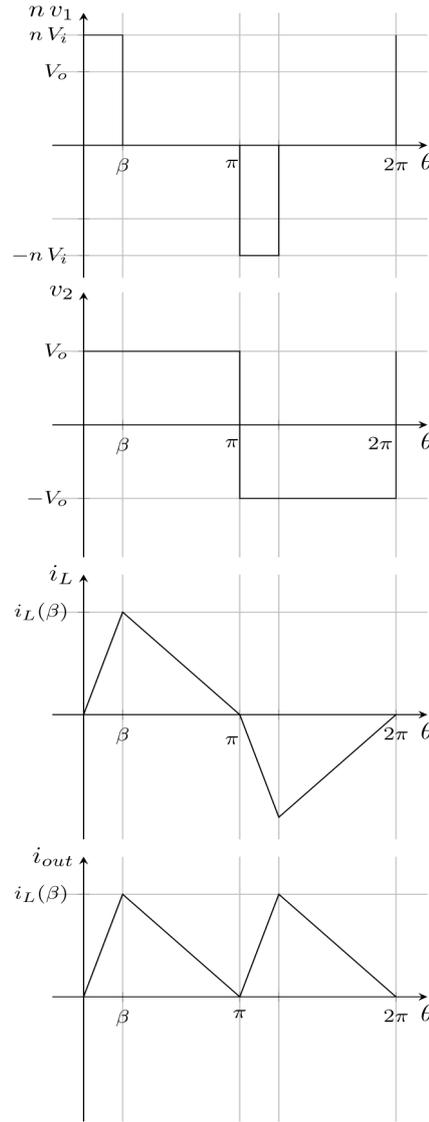
Analizzando l'ultimo grafico di figura 1.4 è possibile calcolare il valore medio della corrente  $i_o$ :

$$I_o = \frac{i_L(\beta)}{2} = \frac{V_i - V_o}{2\omega_s L} \beta \quad (1.26)$$

e applicando gli stessi ragionamenti visti per il CCM si possono trovare potenza e tensione alla porta d'uscita del SAB nella modalità limite.

$$P_o = V_o \frac{V_i - V_o}{2\omega_s L} \beta \quad (1.27)$$

$$V_o = \frac{V_i}{\beta + \frac{2\omega_s L}{R_i}} \beta \quad (1.28)$$



**Figura 1.4:** Principali forme d'onda delle grandezze di un SAB al limite tra modalità continua e discontinua.

Rimane ora da calcolare il carico necessario per essere in condizioni di transizione tra modalità continua e discontinua ( $R_{l,bound}$ )<sup>3</sup>. Partendo dall'equazione (1.28) e sostituendo  $V_o$  con l'espressione (1.25) si ricava:

$$\frac{V_i \beta}{\pi} = \frac{V_i}{\beta + \frac{2\omega_s L}{R_l}} \beta \quad (1.29)$$

che risolta rispetto ad  $R_l$  porta al risultato desiderato.

$$R_{l,bound} = \frac{2\omega_s L}{\pi - \beta} \quad (1.30)$$

<sup>3</sup>Si presti attenzione al fatto che si sta considerando il convertitore senza un anello di controllo sulla tensione. Se la tensione fosse costante,  $\beta$  varierebbe al variare del carico e la condizione per la modalità limite sarebbe diversa. Ciò verrà spiegato meglio nel seguito, con l'ausilio di qualche grafico.

Nella (1.30) si può notare che quando  $\beta$  tende a  $\pi$ , cioè quando il ponte attivo funziona in onda quadra, la resistenza limite tende all'infinito e ciò significa che in questa situazione il SAB funziona sempre in modalità CCM.

### 1.1.3 Modalità di conduzione discontinua

Precedentemente si è osservato che quando il SAB lavora con carichi leggeri la corrente nell'induttanza per alcuni tratti all'interno di un periodo di switching rimane costante e pari a zero. Questa modalità di funzionamento del SAB è chiamata discontinua (in inglese *Discontinuous Conduction Mode* – DCM).

Le forme d'onda di tensioni e correnti per un SAB in modalità DCM sono riportate in figura 1.5.

Come si può notare dal secondo grafico, nell'intervallo  $[(\pi - \alpha) \div \pi]$ , oltre alla corrente  $i_L$  anche la tensione  $v_2$  si annulla. Questo perché quando si spengono i diodi  $D_5$  e  $D_8$  tutti e quattro i diodi del ponte passivo rimangono polarizzati negativamente. Essendo essi tutti uguali, la caduta di tensione su ciascuno è uguale a  $\frac{V_o}{2}$  e di conseguenza la tensione in ingresso al raddrizzatore si annulla.

Con un ragionamento simile a quanto fatto per ricavare l'eq. (1.25) è possibile trovare:

$$\begin{aligned} (V_i - V_o)\beta + (-V_o)(\pi - \alpha - \beta) &= 0 \\ \Downarrow & \\ V_o &= V_i \frac{\beta}{\pi - \alpha} \end{aligned} \quad (1.31)$$

cioè la tensione in uscita del convertitore nel funzionamento DCM è maggiore rispetto a  $V_i \frac{\beta}{\pi}$  che si ha nella modalità limite.

Come per la modalità CCM, si possono trovare corrente, potenza e tensione in uscita dal SAB in modalità discontinua.

$$I_o = \frac{1}{2\pi\omega_s L} \frac{V_i}{V_o} (V_i - V_o)\beta^2 \quad (1.32)$$

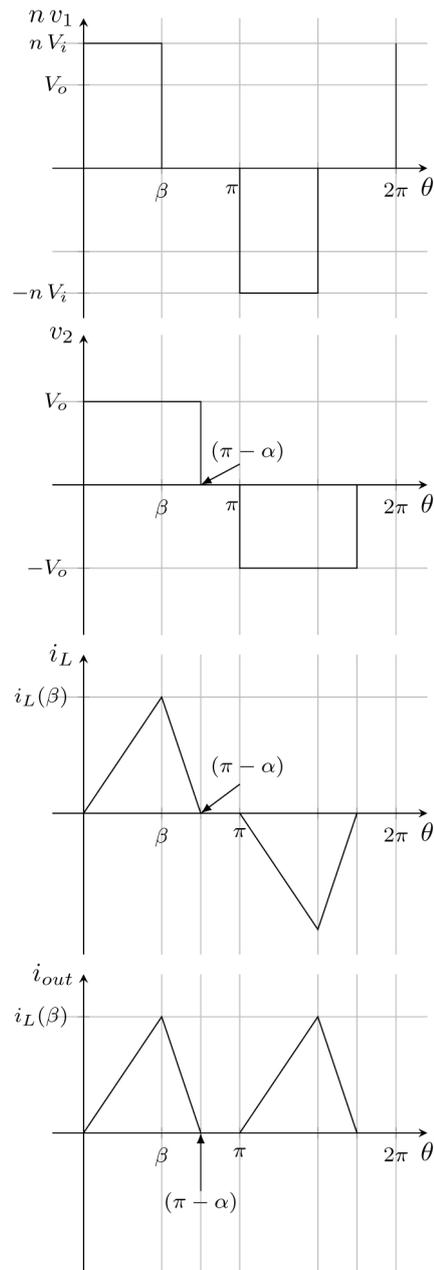
$$P_o = \frac{V_i}{2\pi\omega_s L} (V_i - V_o)\beta^2 \quad (1.33)$$

$$V_o = \frac{V_i R_l \beta^2}{4\pi\omega_s L} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{8\pi\omega_s L}{R_l \beta^2}} \right) \quad (1.34)$$

Una forma alternativa alla formula della corrente media in uscita data dall'eq. (1.32) si può trovare dividendo la (1.34) per  $R_l$ .

$$I_o = \frac{V_i \beta^2}{4\pi\omega_s L} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{8\pi\omega_s L}{R_l \beta^2}} \right) \quad (1.35)$$

Essa individua la dipendenza esplicita di  $I_o$  al variare di  $\beta$  e del carico.



**Figura 1.5:** Principali forme d'onda di un SAB in modalità DCM.

### 1.1.4 Grafici utili

Per ottenere dei risultati generali, che non dipendono ad esempio dal valore della tensione in ingresso al convertitore, è conveniente esprimere tutte le grandezze in “*per unità*”. Definendo quindi una tensione base

$$V_b = V_i \quad (1.36)$$

e un'impedenza base

$$Z_b = \omega_s L \quad (1.37)$$

si possono ottenere la potenza base

$$P_b = \frac{V_b^2}{Z_b} = \frac{V_i^2}{\omega_s L} \quad (1.38)$$

e la corrente base

$$I_o = \frac{V_b}{Z_b} = \frac{V_i}{\omega_s L} \quad (1.39)$$

Per scrivere una generica grandezza  $g$  in “per unità” (p.u.) è necessario rapportarla alla rispettiva grandezza base  $G_b$  nel seguente modo

$$g_{p.u.} = \frac{g}{G_b} \quad (1.40)$$

e ciò può essere fatto per tutte le equazioni viste nei paragrafi precedenti. Ad esempio la corrente  $I_o$  in modalità CCM, data dalla formula 1.20, viene scritta in p.u. tramite l’eq. (1.41).

$$I_{o,pu} = \frac{I_o}{I_b} = \frac{1}{4} \left[ 2\beta - V_{o,pu}^2 \pi - \frac{\beta^2}{\pi} \right] \quad (1.41)$$

Per ricavare questa espressione si è tenuto conto che  $\frac{V_o}{V_i}$  rappresenta la tensione in uscita del convertitore espressa in “per unità”.

Sfruttando il fatto che la resistenza di carico in p.u. è data da  $\frac{R_L}{\omega_s L}$ , con un procedimento analogo a quello svolto per ricavare la (1.41), si possono ottenere tutte le formule presenti in tabella 1.1.

Anche la condizione di modalità limite, espressa tramite la (1.25), si può scrivere in p.u. ottenendo

$$V_{o,pu} = \frac{\beta}{\pi} \quad (1.42)$$

Perciò, a prescindere dalla tensione  $V_i$  applicata, è possibile asserire che se il SAB lavora nella condizione

$$V_{o,pu} > \frac{\beta}{\pi} \quad (1.43)$$

esso funzionerà in modalità DCM (vedi eq. (1.31)), mentre se

$$V_{o,pu} < \frac{\beta}{\pi} \quad (1.44)$$

la forma d’onda della corrente  $i_L$  non presenterà discontinuità. Quest’ultima condizione si può ricavare imponendo che la corrente nell’induttanza all’inizio del periodo di switching (vedi formula (1.15)) sia negativa. In questo modo, vista la particolare simmetria di  $i_L$ , si vincola la corrente  $i_L(\pi)$  ad essere positiva e così non si avrà mai lo spegnimento dei diodi  $D_5$  e  $D_8$  nell’intervallo  $[\beta \div \pi]$ .

Per comprendere bene le caratteristiche del SAB è utile avere a disposizione qualche grafico e le grandezze in tabella 1.1 si prestano bene ad essere inserite in opportuni diagrammi cartesiani.

**Tabella 1.1:** Equazioni in p.u. delle principali grandezze di un SAB nelle varie modalità di funzionamento.

---

	$I_{o,pu} = \frac{1}{4} \left[ 2\beta - V_{o,pu}^2 \pi - \frac{\beta^2}{\pi} \right]$	(1.45)
CCM	$P_{o,pu} = \frac{V_{o,pu}}{4} \left[ 2\beta - V_{o,pu}^2 \pi - \frac{\beta^2}{\pi} \right]$	(1.46)
	$V_{o,pu} = \frac{2}{\pi R_{l,pu}} \left[ -1 + \sqrt{1 + \left( \frac{2\beta}{\pi} - \frac{\beta^2}{\pi^2} \right) \left( \frac{\pi R_{l,pu}}{2} \right)^2} \right]$	(1.47)

---

	$I_{o,pu} = \frac{1}{2} (1 - V_{o,pu}) \beta$	(1.48)
Modalità limite	$P_{o,pu} = \frac{V_{o,pu}}{2} (1 - V_{o,pu}) \beta$	(1.49)
	$V_{o,pu} = \frac{\beta}{\beta + \frac{2}{R_{l,pu}}}$	(1.50)

---

	$I_{o,pu} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{V_{o,pu}} - 1 \right) \beta^2$	(1.51)
DCM	$P_{o,pu} = \frac{1}{2\pi} (1 - V_{o,pu}) \beta^2$	(1.52)
	$V_{o,pu} = \frac{R_{l,pu} \beta^2}{4\pi} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{8\pi}{R_{l,pu} \beta^2}} \right)$	(1.53)

---

Ad esempio, è interessante conoscere come varia la potenza erogata dal convertitore in funzione della grandezza di comando  $\beta$  e per questo scopo vengono utilizzate le eq. (1.46) e (1.52). Il risultato può essere osservato in figura 1.6. Esso rappresenta un'estensione di quanto ottenuto in [5], includendo la modalità di conduzione discontinua.

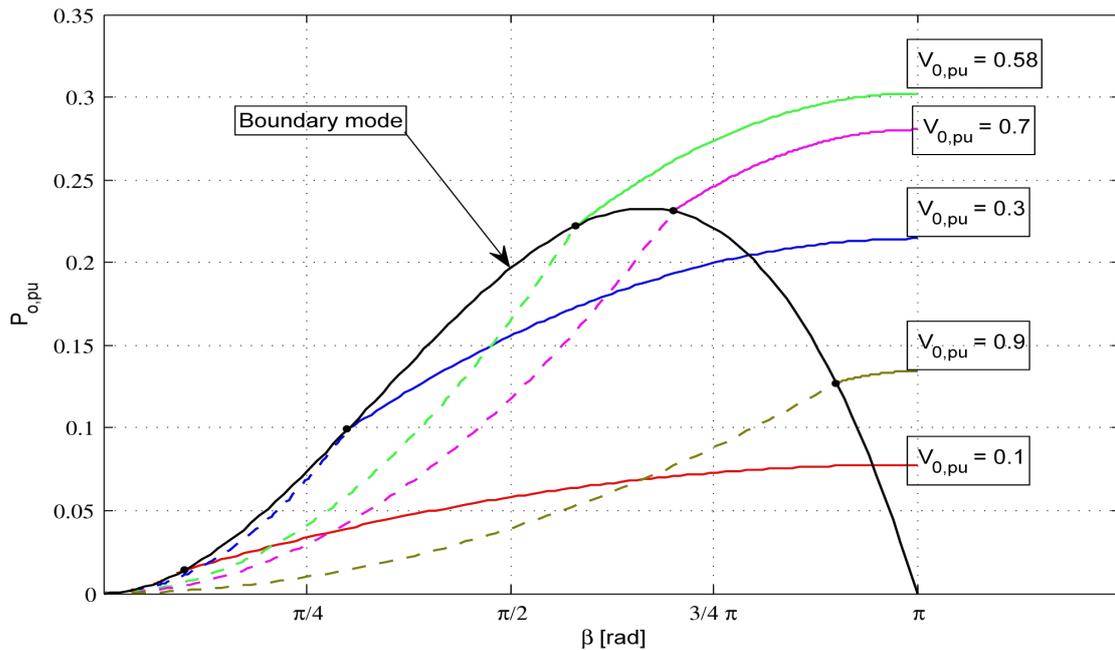
Nell'immagine la linea contraddistinta dall'etichetta *boundary mode* individua il confine tra la modalità CCM e DCM. Essa si ottiene partendo dall'equazione (1.49) sostituendovi la condizione (1.42).

$$P_{o,pu} = \frac{V_{o,pu}}{2} (1 - V_{o,pu}) \beta = \frac{\beta}{2\pi} \left( 1 - \frac{\beta}{\pi} \right) \beta \quad (1.54)$$

Come si può osservare dalla figura, la potenza ha un andamento monotono crescente perciò il massimo si ottiene quando il ponte attivo funziona in onda quadra ( $\beta = \pi$ ).

Ciò che può sorprendere è che, fissato  $\beta = \pi$ , la potenza massima non si ha quando la tensione in uscita è massima ma bensì quando  $V_{o,pu} = 1/\sqrt{3} \approx 0.58$ .

Per quanto riguarda il limite di potenza erogata in modalità discontinua essa si trova nella curva *boundary mode* con  $\beta = \frac{2}{3}\pi$  ( $V_{o,pu} = \frac{2}{3}$ ). In questo caso il



**Figura 1.6:** Potenza erogata dal convertitore SAB in funzione dell'angolo di comando  $\beta$  e al variare di  $V_{o,pu}$ . I tratti continui rappresentano la modalità di funzionamento CCM; quelli discontinui individuano il modo DCM.

convertitore eroga una potenza pari a  $\frac{2}{27}\pi \approx 0.2327$ . Essa risulta inferiore alla potenza erogata in modalità CCM che vale  $\frac{1}{6\sqrt{3}}\pi \approx 0.3023$ .

Sfruttando le equazioni (1.47) e (1.53) assieme alla condizione (1.42) è possibile vedere come cambia la tensione in uscita al convertitore al variare di  $\beta$ . Non essendo il SAB un generatore di tensione, si ottiene una famiglia di curve parametrizzata da  $R_{l,pu}$  (vedi fig. 1.7).

Come si può notare, all'aumentare di  $R_{l,pu}$  la tensione in p.u. all'uscita cresce rimanendo però sempre inferiore all'unità. Un'altra considerazione da fare è che più il carico è leggero più il convertitore lavora in modalità discontinua (per più valori di  $\beta$ ).

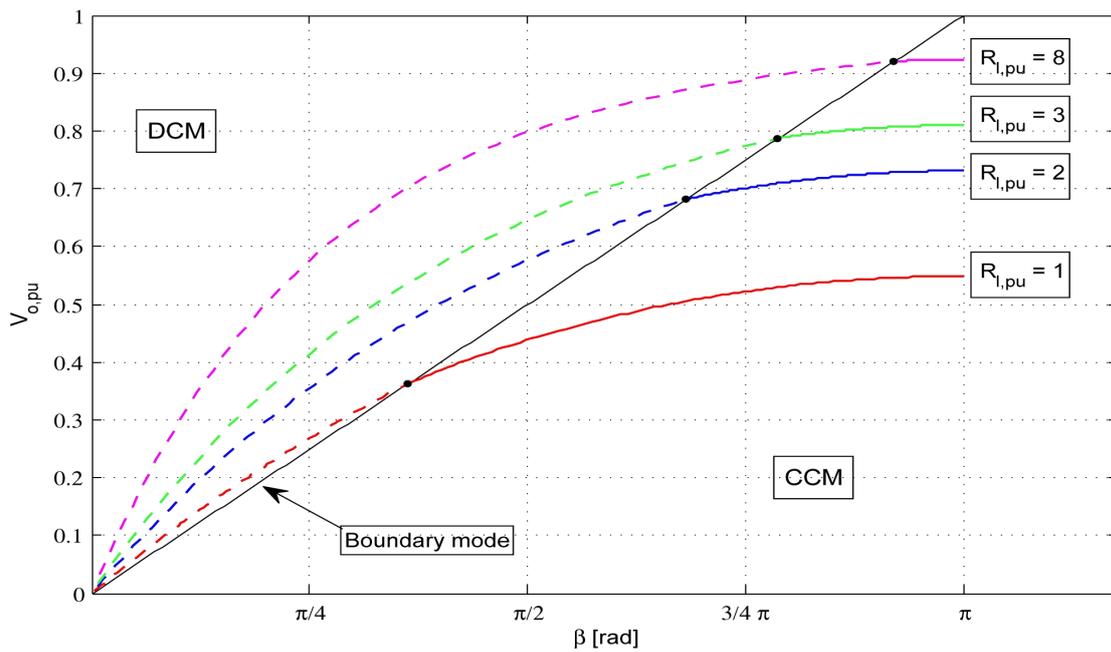
Assai più importante risulta essere il grafico di figura 1.8. Esso rappresenta la caratteristica esterna della porta d'uscita del SAB, cioè la tensione d'uscita in funzione della corrente d'uscita come mostrato in [3].

Le varie curve presenti nella figura si ottengono invertendo le formule (1.45) e (1.51) (ricavando appunto  $V_{o,pu}$  in funzione di  $I_{o,pu}$  per le due modalità di conduzione<sup>4</sup>).

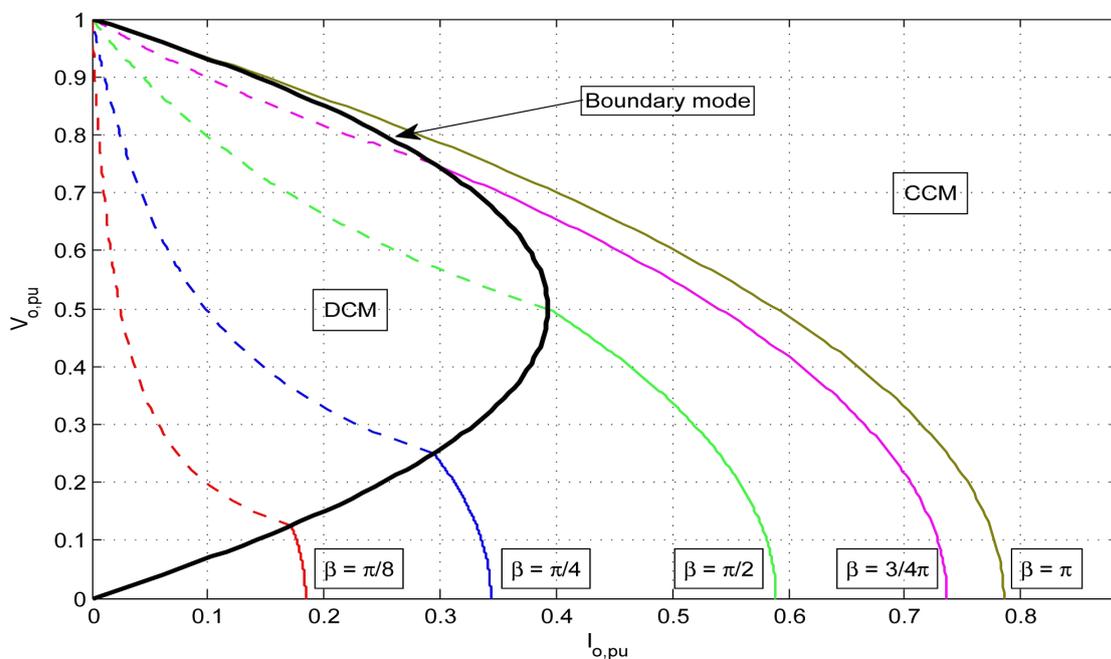
Il limite tra la modalità di conduzione continua e discontinua (*boundary mode*) si ricava ancora una volta sostituendo la condizione  $\beta = V_{o,pu} \pi$  all'equazione (1.48):

$$I_{o,pu} = \frac{1}{2}(1 - V_{o,pu})\beta = \frac{\pi}{2}(1 - V_{o,pu})V_{o,pu} \quad (1.55)$$

<sup>4</sup>Per disegnare il grafico della funzione inversa non è necessario ricavare la formula esplicita. Infatti esso e il grafico della funzione di partenza sono simmetrici rispetto alla bisettrice del primo e del terzo quadrante.



**Figura 1.7:** Tensione in uscita del convertitore SAB al variare dell'angolo di comando  $\beta$  per varie resistenze di carico  $R_{l,pu}$ . I tratti continui rappresentano la modalità di funzionamento CCM; quelli discontinui individuano il modo DCM.



**Figura 1.8:** Caratteristica esterna della porta d'uscita del convertitore SAB. I tratti continui rappresentano la modalità di funzionamento CCM; quelli discontinui individuano il modo DCM.

La (1.55) mostra come la corrente in uscita in modalità limite presenta un andamento parabolico rispetto a  $V_{o,pu}$ .

Dalla figura 1.8 si può notare come, quando il punto di lavoro del convertitore è compreso tra l'asse delle ordinate e la suddetta parabola il SAB lavora in modalità discontinua, mentre se  $I_{o,pu}$  è maggiore rispetto a quella calcolata con la (1.55) allora la corrente sull'induttanza non presenta interruzioni.

Il punto di funzionamento del convertitore si trova dall'intersezione della curva di figura 1.8 che presenta il valore di  $\beta$  desiderato con la retta di carico (la retta passante per l'origine con pendenza data da  $R_{l,pu}$ ). Ancora una volta si può vedere come con carichi leggeri (rette di carico più pendenti) il SAB lavora in modalità DCM.

Nel grafico si può verificare quanto accennato nei paragrafi precedenti: la tensione in uscita al SAB diminuisce all'aumentare della corrente assorbita dal carico e ciò succede per qualsiasi valore di  $\beta$ . In base a questa considerazione, risulta che la tensione massima è presente all'uscita del convertitore quando esso lavora a vuoto. Dalla figura si può osservare come, per qualsiasi valore dell'angolo di comando, la massima tensione raggiunta corrisponde ad 1 in p.u.

La corrente massima che il convertitore può erogare è la corrente di cortocircuito che si ha quando il SAB lavora in onda quadra. Dalla formula (1.45) sostituendo  $\beta = \pi$  (onda quadra) e  $V_{o,pu} = 0$  (cortocircuito) si ottiene:

$$I_{o,pu}^{MAX} = \frac{1}{4} \left[ 2\pi - \frac{\pi^2}{\pi} \right] = \frac{\pi}{4} \approx 0.79 \quad (1.56)$$

Questo valore si osserva in figura 1.8 come limite massimo per l'asse delle ascisse.

Un ulteriore grafico che può essere mostrato, la cui utilità si capirà nel conseguimento di un modello dinamico per il convertitore SAB, è quello che riporta in ordinata la corrente  $I_{o,pu}$ , mentre in ascissa presenta ancora una volta l'angolo  $\beta$ . Esso può essere osservato nella figura 1.9.

Per ricavare le varie curve si è fatto affidamento alle equazioni (1.45) e (1.51) per quanto riguarda rispettivamente la modalità continua e discontinua, mentre la curva limite è stata ottenuta in maniera analoga a quanto fatto per gli altri grafici.

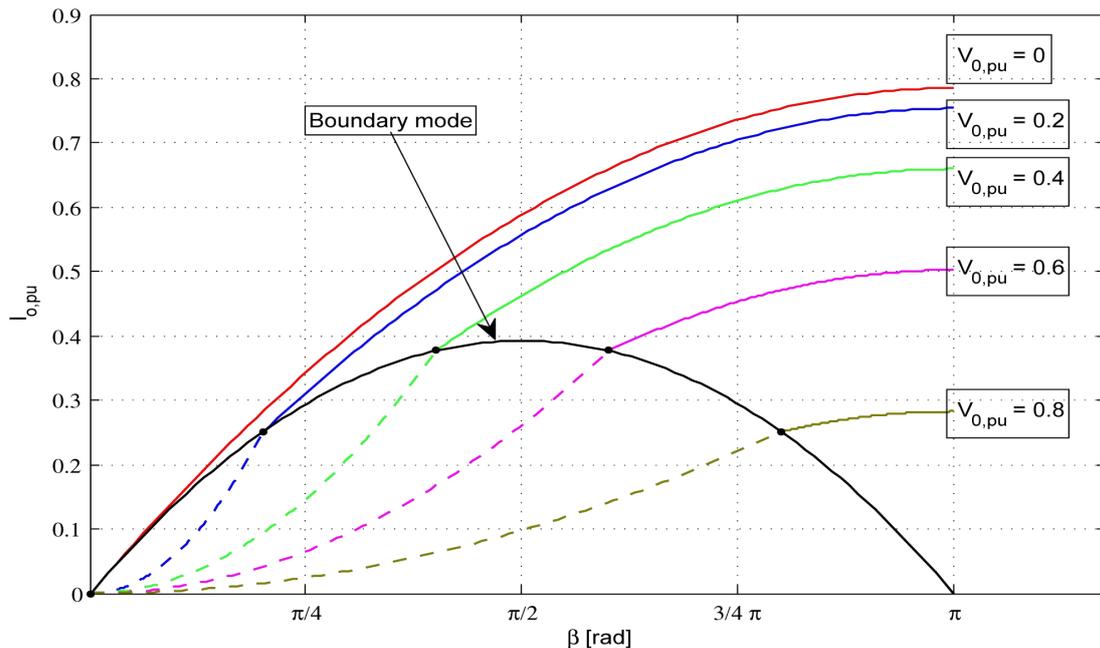
### 1.1.5 Soft-switching

E' noto che le maggiori perdite di un convertitore, soprattutto se lavora con alte frequenze, sono causate dalla transizione degli interruttori elettronici dallo stato off allo stato on (*turn-on*) e viceversa (*turn-off*).

Queste perdite sono dovute al fatto che, durante le sopracitate transizioni, nelle valvole sono presenti contemporaneamente delle tensioni e delle correnti significative. Per comprendere ciò si può fare affidamento alla figura 1.10 a pagina 22.

Nella figura si considera lo switch inserito in un circuito che imprime una corrente costante quando l'interruttore è chiuso, mentre quando esso è nello stato di *off* ai suoi capi è presente una tensione costante. Come si può vedere la maggior parte delle perdite si ha durante la commutazione. Per un maggior dettaglio si veda [13, pp. 20-34].

Appare evidente quindi che se durante le transizioni la tensione o la corrente (o entrambe) della valvola sono imposte nulle grazie alla topologia del circuito



**Figura 1.9:** Corrente in uscita del convertitore SAB al variare dell'angolo di comando  $\beta$  per vari valori della tensione  $V_{o,pu}$ . I tratti continui rappresentano la modalit  di funzionamento CCM; quelli discontinui individuano il modo DCM.

in cui essa   inserita, questo consente al convertitore di raggiungere un'efficienza maggiore.

Per comprendere a fondo come mai il SAB possiede un rendimento elevato   necessario analizzare gli istanti di commutazione di tutti i suoi switch.

Osservando la figura 1.2   possibile individuare gli intervalli di conduzione dei vari componenti per quanto riguarda la modalit  CCM del SAB e questi sono riassunti in tabella 1.2.

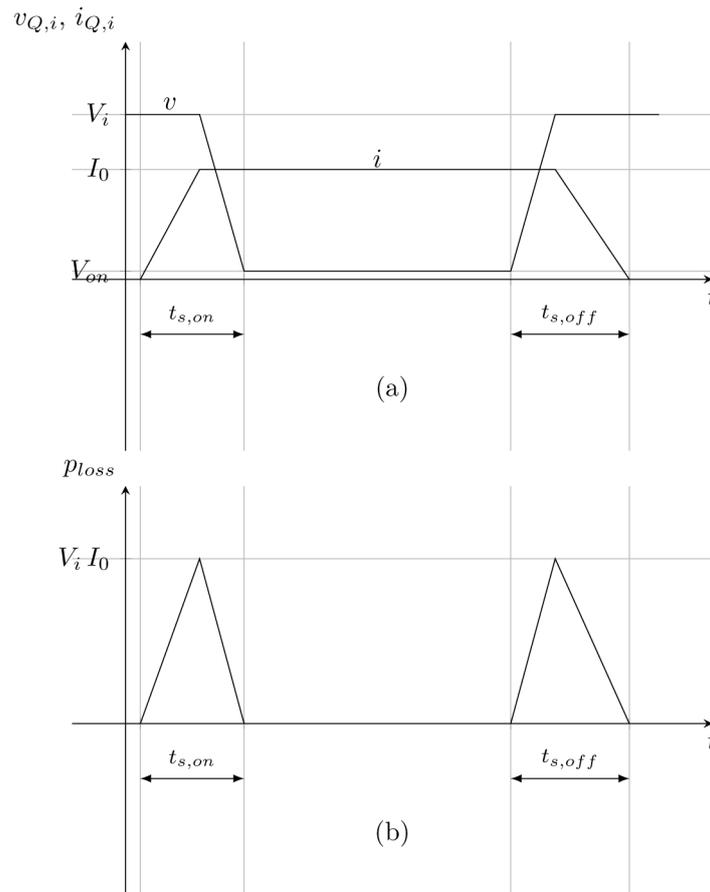
**Tabella 1.2:** Componenti in conduzione per un SAB in modalit  CCM.

	$[0 \div \varphi]$	$[\varphi \div \beta]$	$[\beta \div \pi]$	$[\pi \div (\pi + \varphi)]$	$[(\pi + \varphi) \div (\pi + \beta)]$	$[(\pi + \beta) \div 2\pi]$
<b>Ponte Attivo</b>	$D_1$ $D_4$	$Q_1$ $Q_4$	$Q_1$ $D_3$	$D_2$ $D_3$	$Q_2$ $Q_3$	$Q_2$ $D_4$
<b>Ponte Passivo</b>	$D_6$ $D_7$	$D_5$ $D_8$	$D_5$ $D_8$	$D_5$ $D_8$	$D_6$ $D_7$	$D_6$ $D_7$

Per completezza, nella tabella sono riportati anche i componenti del ponte raddrizzatore sebbene le commutazioni interessanti sono quelle del ponte attivo.

Trascurando per un momento le capacit  di *snubber*  $C_{s,i}$  e supponendo le commutazioni degli interruttori istantanee,   possibile esaminare cosa succede ad esempio all'istante  $\theta = \pi$ .

Appena prima che il segnale di apertura della valvola  $Q_1$  sia inviato, la corrente sta circolando nel diodo  $D_3$  e nell'interruttore stesso (vedi tabella 1.2). Di conseguenza, quando arriva il comando, lo switch viene aperto con una corrente non



**Figura 1.10:** Caratteristiche linearizzate di commutazione di un generico interruttore: (a) tensioni e correnti sullo switch, (b) potenza dissipata nello switch.

nulla. Nello stesso istante, avendo ipotizzato i tempi morti del ponte invertente nulli, si assiste al *turn-on* dell'interruttore  $Q_2$ <sup>5</sup>. Essendo la corrente nell'induttanza positiva, essa fluisce attraverso il diodo  $D_2$ , perciò la chiusura di  $Q_2$  avviene con tensione nulla (in inglese si parla di *Zero Voltage Switching-ZVS*).

Riassumendo, si può dire che l'interruttore  $Q_1$  apre in maniera *hard* (con corrente non nulla), mentre l'interruttore  $Q_2$  chiude in maniera *soft* (ZVS). La stessa cosa si osserva all'istante  $\theta = 0$  con gli switch che funzionano a ruoli invertiti.

Il requisito necessario per avere ZVS alla chiusura di  $Q_1$  ( $Q_2$ ) è che la corrente nell'induttanza all'istante  $\theta = 0$  ( $\theta = \pi$ ) sia negativa (positiva). Questo vincolo caratterizza la modalità di conduzione continua.

Le commutazioni degli interruttori della seconda gamba del ponte attivo avvengono agli istanti  $\beta$  e  $(\pi + \beta)$ .

Constatando attraverso la (1.17) che, nell'istante in cui  $Q_4$  apre, la corrente nell'induttanza è sempre positiva, si assiste ancora una volta ad un *turn-off hard*. In questo istante ( $\theta = \beta$ ) si osserva lo ZVS di  $Q_3$  (essendo la corrente nell'induttanza

<sup>5</sup>Nella pratica, non essendo le commutazioni degli switch istantanee, il comando di chiusura di un interruttore deve essere posticipato di un certo tempo rispetto al comando di apertura dell'interruttore presente sullo stesso ramo del ponte. Questo ritardo viene chiamato *tempo morto* (in inglese *deadband*) ed è necessario per non creare un cortocircuito sull'alimentazione.

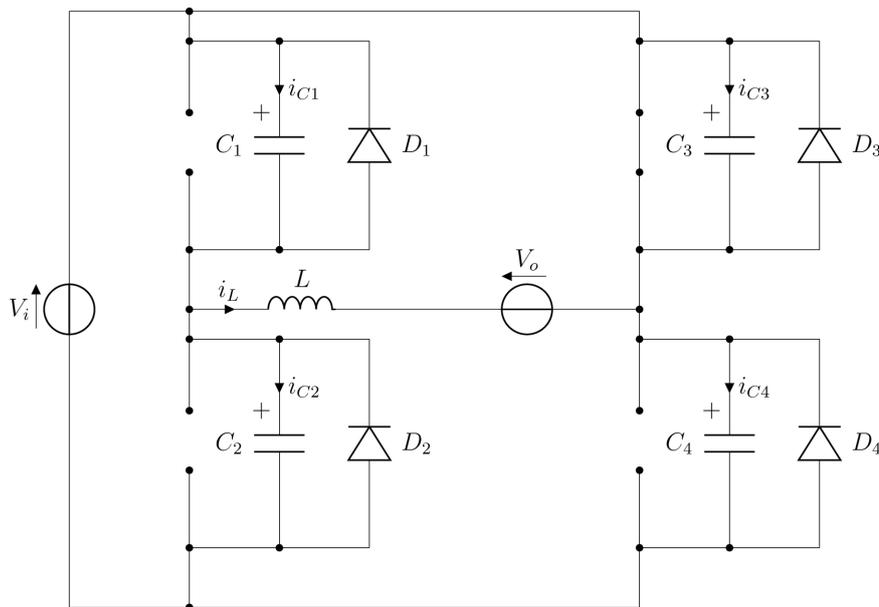
positiva essa deve passare attraverso il diodo di ricircolo). Le stesse considerazioni possono essere fatte per l'istante  $\theta = (\pi + \beta)$ .

Queste attente valutazioni portano ad individuare il *turn-off* come ostacolo principale al raggiungimento di un'elevata efficienza per quanto riguarda la modalità di conduzione continua di un convertitore SAB.

Per superare questo problema si inseriscono delle capacità di snubber in parallelo a ciascuna valvola del ponte attivo. Esse permettono al rispettivo interruttore di aprire con una tensione limitata anziché essere soggetto a tutta la tensione  $V_i$ .

Per rendersi conto di come lavorano queste capacità si fa riferimento ancora una volta all'istante  $\theta = \pi$ .

Lo studio dettagliato del *turn-off* degli interruttori con in parallelo le capacità di snubber non permette di trascurare i tempi morti del ponte attivo. Introducendo una coordinata temporale che parte all'istante in cui viene dato il comando di spegnimento di  $Q_1$ , si ha che l'accensione di  $Q_2$  inizia per  $t = t_{db}$ . Durante questo tempo il SAB può essere schematizzato come in figura 1.11<sup>6</sup>.



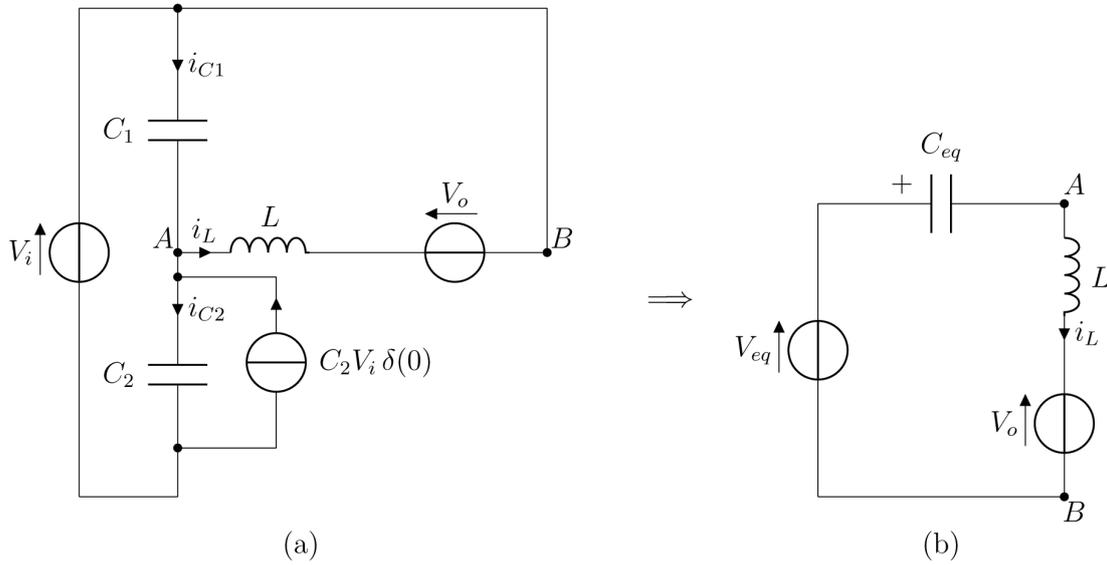
**Figura 1.11:** Circuito equivalente del SAB durante il *turn-off* di  $Q_1$ .

E' utile notare nello schema che i condensatori  $C_2$  e  $C_4$  all'istante  $t = 0$  presentano una tensione pari a  $V_i$ , mentre  $C_1$  e  $C_3$  hanno condizioni iniziali nulle.

Il circuito di figura 1.11 può essere ulteriormente semplificato tenendo conto che il diodo  $D_2$  è contropolarizzato (almeno per quanto riguarda i primi istanti dopo l'apertura di  $Q_1$ ), mentre il diodo  $D_1$  non può condurre in quanto la corrente nell'induttanza è positiva. Inoltre, essendo la seconda gamba del ponte a regime nei brevi tempi considerati, si ha che la corrente  $i_L$  si richiude tutta attraverso il diodo  $D_3$ , lasciando inalterate le tensioni di  $C_3$  e  $C_4$ .

<sup>6</sup>Il circuito di figura 1.11 non include la condizione  $\beta = \pi$ , in cui gli interruttori  $Q_1$  e  $Q_4$  aprono simultaneamente. Questa situazione verrà ampiamente analizzata nel prossimo capitolo.

Sulla base di queste osservazioni ed esplicitando le condizioni iniziali del condensatore  $C_2$  con un opportuno generatore di corrente impulsiva, si giunge al circuito di figura 1.12(a).



**Figura 1.12:** Analisi del transitorio di apertura dell'interruttore  $Q_1$ . (a) Circuito di figura 1.11 semplificato; (b) applicazione del teorema di Thévenin ( $V_{eq} = 0$ ,  $C_{eq} = 2C_1 = 2C_2 = 2C$ ).

Applicando il teorema di Thévenin allo schema di figura 1.12(a) si ottiene il circuito di figura 1.12(b) che fornisce una facile interpretazione fisica di ciò che succede durante il tempo morto  $t_{db}$ . Infatti, esso costituisce un circuito LC risonante che porta tensioni e correnti ad oscillare in maniera sinusoidale. Analizzandolo attraverso i noti metodi delle reti lineari e riportando i risultati allo schema equivalente semplificato di figura 1.12(a), si possono ottenere delle espressioni analitiche per le varie grandezze di interesse (le tensioni sui condensatori):

$$v_{C_1}(t) = -V_o + I_{L0} Z_0 \sin(\omega_0 t) + V_o \cos(\omega_0 t) \quad (1.57)$$

$$v_{C_2}(t) = V_i + V_o - I_{L0} Z_0 \sin(\omega_0 t) - V_o \cos(\omega_0 t) \quad (1.58)$$

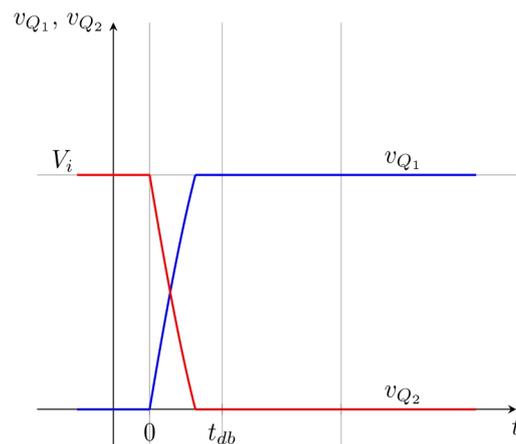
dove  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L(2C)}}$  è chiamata *pulsazione di risonanza*, mentre  $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{2C}}$  viene definita *impedenza caratteristica*. Il termine  $I_{L0}$  corrisponde alla corrente iniziale nell'induttanza che in questo caso è data dalla formula (1.15) cambiata di segno.

Queste tensioni sinusoidali, ottenute tramite un circuito equivalente semplificato, si osservano nel circuito equivalente reale mostrato in figura 1.11 solamente per un breve intervallo di tempo. Infatti, quando la tensione sul condensatore  $C_2$  (vedi eq. (1.58)) raggiunge il valore nullo, il diodo  $D_2$  si polarizza direttamente e la tensione sullo switch  $Q_2$  rimane fissa a 0. Allo stesso tempo il condensatore  $C_1$  raggiunge e mantiene la tensione  $V_i$ .

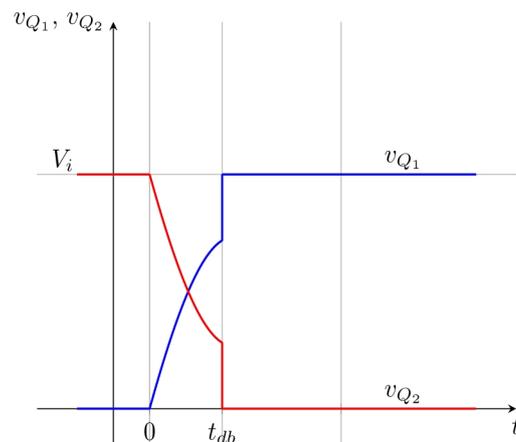
Il fatto che  $C_2$  riesca a scaricarsi completamente non è un fenomeno scontato, ma è auspicabile se si vuole ottenere una apertura *soft* di  $Q_1$ . D'altronde, se

così non fosse, alla chiusura di  $Q_2$  verrebbe applicato un gradino di tensione ad entrambe le capacità sul primo ramo del ponte attivo. Questo porta un picco di corrente che potrebbe addirittura danneggiare i componenti del SAB.

Per comprendere meglio ciò che è stato detto si può fare affidamento alla figura 1.13, dove sono raffigurati gli andamenti delle tensioni  $v_{C_1}$  e  $v_{C_2}$  (o equivalentemente  $v_{Q_1}$  e  $v_{Q_2}$ ) sia nel caso in cui il condensatore  $C_2$  riesce a scaricarsi completamente, sia nel caso contrario.



(a)



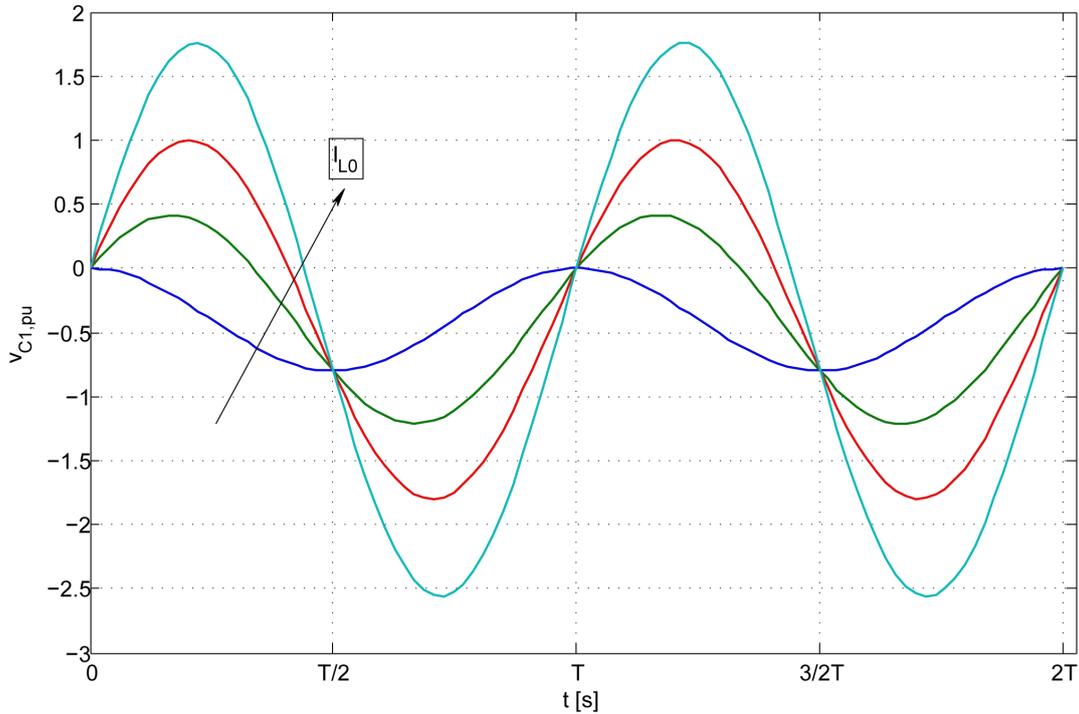
(b)

**Figura 1.13:** Andamento della tensione ai capi degli interruttori  $Q_1$  e  $Q_2$  durante il *turn-off* di  $Q_1$ . (a) Soft-switching; (b) No soft-switching.

Dalla figura si può osservare che le tensioni sui condensatori hanno un andamento speculare rispetto alla retta parallela all'asse delle ascisse e passante per  $\frac{V_i}{2}$ . Di conseguenza, per verificare l'apertura *soft* di  $Q_1$ , anziché studiare il passaggio per lo zero della tensione  $v_{C_2}$ , si può controllare se la tensione  $v_{C_1}$  riesce a raggiungere o meno il valore  $V_i$  all'interno del periodo  $t_{db}$ . Rimane ora da capire quali siano le condizioni necessarie affinché ciò avvenga.

Come si può vedere dalla formula (1.57) e come meglio si intuisce dalla figura 1.14, l'andamento della tensione  $v_{C_1}$  nel periodo risonante ha una forte dipendenza

con il valore della corrente che sta circolando nell'induttanza all'istante in cui viene dato il comando di apertura di  $Q_1$ .



**Figura 1.14:** Andamento della tensione ai capi di  $C_1$  durante il *turn-off* di  $Q_1$  ottenuto tramite i circuiti equivalenti di figura 1.12. Le varie curve differiscono per i differenti valori di  $I_{L0}$  ( $V_{o,pu} = 0.4$ ).

Si può notare che per valori di  $I_{L0}$  inferiori di una certa quantità  $I_{L0,min}$ , la tensione  $v_{C1,pu}$  non raggiunge l'unità, cioè l'induttanza non ha energia sufficiente per caricare la capacità al valore desiderato ( $V_i$ ).

In base a quanto detto, appare evidente la necessità di trovare l'espressione di  $I_{L0,min}$ . Per fare ciò è necessario valutare per quale corrente  $I_{L0}$  si ottiene un andamento di  $v_{C1}$  che presenta un massimo pari a  $V_i$ .

Riscrivendo l'eq. (1.57) effettuando la somma fra le sinusoidi si giunge a:

$$v_{C1}(t) = -V_o + \sqrt{V_o^2 + (I_{L0} Z_0)^2} \cos(\omega_0 t - \gamma) \quad (1.59)$$

in cui  $\gamma = \arctan\left(\frac{I_{L0} Z_0}{V_o}\right)$ .

Si vede chiaramente che il massimo è conseguito per  $\omega_0 t = \gamma$  e vale:

$$-V_o + \sqrt{V_o^2 + (I_{L0} Z_0)^2} \quad (1.60)$$

Imponendo che esso sia uguale a  $V_i$ , dopo opportuni calcoli, si arriva al valore di  $I_{L0,min}$  desiderato:

$$\begin{aligned}
-V_o + \sqrt{V_o^2 + (I_{L0} Z_0)^2} &= V_i \\
V_o^2 + I_{L0}^2 Z_0^2 &= V_i^2 + 2V_o V_i + V_o^2 \\
&\Downarrow \\
I_{L0,min} &= \frac{1}{Z_0} \sqrt{V_i(V_i + 2V_o)}
\end{aligned} \tag{1.61}$$

La (1.61) individua il valore minimo che deve possedere la corrente iniziale sull'induttanza per avere un buon funzionamento ed un elevato rendimento del SAB. Di conseguenza, la condizione da rispettare all'apertura di  $Q_1$  è:

$$i_L(\pi) > I_{L0,min} \tag{1.62}$$

Sostituendo in (1.62) il valore della corrente all'istante  $\pi$  dato dalla formula (1.15) cambiata di segno e il valore di  $I_{L0,min}$  precedentemente calcolato si ottiene:

$$\frac{1}{2\omega_s L} (V_i + V_o) \left( \beta - \frac{V_o}{V_i} \pi \right) > \frac{1}{Z_0} \sqrt{V_i(V_i + 2V_o)} \tag{1.63}$$

Che con adeguati sviluppi matematici diventa:

$$\beta > V_{o,pu} \pi + 2 \frac{\omega_s}{\omega_o} \sqrt{\frac{1 + 2V_{o,pu}}{(1 + V_{o,pu})^2}} \tag{1.64}$$

Tale disequazione ha una forte analogia con la condizione valida per essere in modalità di conduzione continua ( $\beta > V_{o,pu} \pi$ ) tanto che quest'ultima si può ottenere quando  $\omega_0$  tende all'infinito e cioè in assenza delle capacità di snubber. Vista la similitudine è possibile inserire anche la condizione di soft-switching all'interno del grafico  $I_{o,pu} - V_{o,pu}$ , così come è stato fatto per la curva *boundary mode* di figura 1.8. Il risultato può essere osservato in figura 1.15.

La regione di soft-switching che si trova alla destra della curva *Soft-switching boundary* è ottenuta imponendo che la variabile  $\beta$  presente nell'eq. (1.45) sia soggetta al vincolo dato dalla (1.64).

Come si può notare, le capacità di snubber, pur favorendo il soft-switching degli interruttori, riducono l'area di lavoro nella quale il SAB può lavorare.

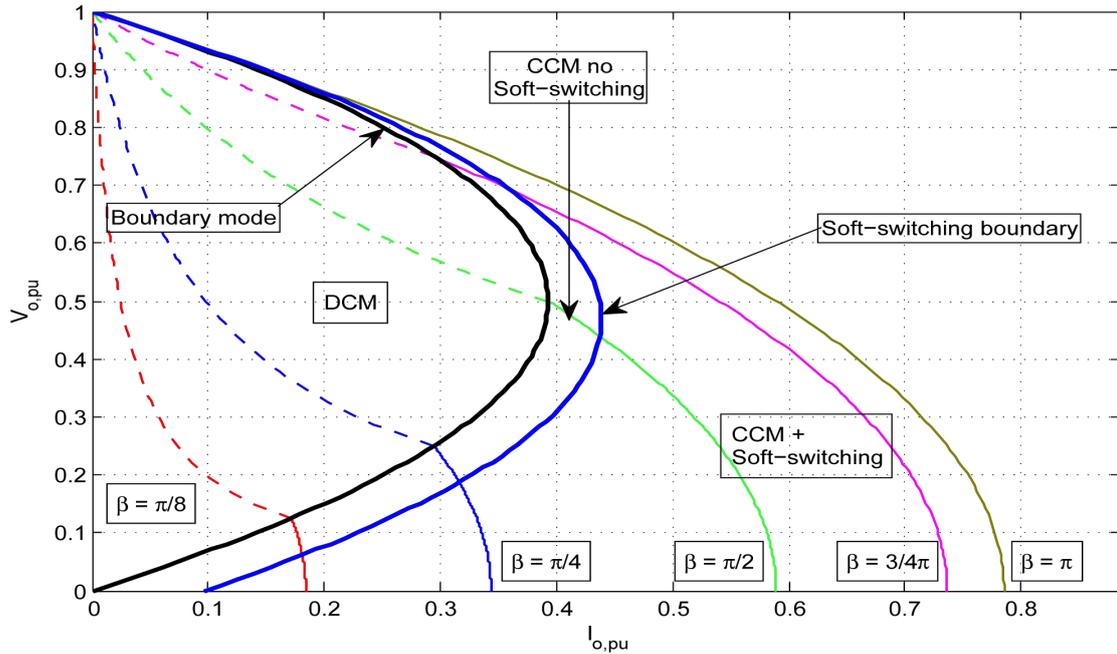
Tutta la trattazione svolta è stata fatta considerando il *turn-off* di  $Q_1$ . Gli stessi identici risultati si possono conseguire studiando l'apertura di  $Q_2$  all'istante  $\theta = 0$ .

Seguendo di pari passo i ragionamenti fatti fin ora è possibile analizzare anche la commutazione degli interruttori della seconda gamba del ponte attivo.

Per essi si trova che all'istante in cui viene dato il comando di apertura di uno switch la corrente che circola nell'induttanza deve essere in modulo maggiore di quella data dalla (1.65).

$$I_{L0,min} = \frac{1}{Z_0} \sqrt{V_i(2V_o - V_i)} \tag{1.65}$$

Nella (1.65) si osserva come l'argomento della radice possa diventare negativo. Quando ciò si verifica, il soft-switching di  $Q_3$  e  $Q_4$  viene sempre perseguito.



**Figura 1.15:** Regione di soft-switching nel piano  $I_{o,pu} - V_{o,pu}$ . La curva *Soft-switching boundary* è stata ottenuta con  $\frac{\omega_s}{\omega_o} = 0.1$ .

Confrontando questo valore limite con quello dato dalla formula (1.61) si nota immediatamente che la condizione sugli interruttori del primo ramo del ponte invertente appare più restrittiva (la corrente minima da avere nell'induttanza risulta maggiore).

Poiché la condizione  $i_L(\beta) \geq i_L(\pi)$  è sempre verificata, si trova che l'energia sull'induttanza al *turn-off* delle valvole del secondo ramo è sempre maggiore dell'energia posseduta da  $L$  all'apertura degli switch del primo ramo.

In base a quanto detto, si può asserire che quando gli interruttori  $Q_1$  e  $Q_2$  commutano in maniera *soft*, allora sicuramente lo faranno anche  $Q_3$  e  $Q_4$ .

Finora, si è studiata la commutazione degli switch di un SAB che lavora in modalità di conduzione continua ed è apparsa evidente l'importanza della corrente che circola in  $L$ . Per discutere brevemente riguardo al soft-switching in modalità DCM è necessario affidarsi alla figura 1.5.

Nella figura, osservando il terzo grafico, si può constatare che all'istante  $\theta = \beta$  ( $\theta = (\pi + \beta)$ ) la corrente  $i_L$  è positiva (negativa). Poiché ciò succede anche in modalità CCM, tutto ciò che si è detto riguardo la commutazione *soft* degli interruttori del secondo ramo del ponte rimane valido.

La differenza sostanziale si ha quando devono commutare le valvole nel primo ramo. Negli istanti  $\theta = 0$  e  $\theta = \pi$  l'induttanza risulta priva di energia. Questo fa sì che l'apertura di  $Q_1$  e  $Q_2$  avviene con corrente nulla, ottenendo quello che in inglese viene chiamato *Zero Current Switching* (ZCS). Di conseguenza, non solo le capacità di snubber in parallelo agli interruttori  $Q_1$  e  $Q_2$  non sono necessarie, ma esse sono addirittura controproducenti in quanto la corrente minima necessaria per caricarle/scaricarle non si ha mai.

## 1.2 Analisi del transitorio

Come si è visto nel paragrafo 1.1, l'analisi del SAB in condizioni di regime porta all'individuazione di formule utilizzabili per il dimensionamento del convertitore.

Per capire come il convertitore raggiunge questo stato stazionario (in inglese *steady-state*), o per vedere come risponde alle variazioni delle principali grandezze elettriche, è necessario individuarne un suo modello dinamico.

La vera utilità di questo modello però, sta nel fatto che esso consente l'implementazione di un controllo del convertitore. Si può intuire come, più il modello del SAB è accurato, più elevate saranno le prestazioni del controllore.

### 1.2.1 Modello dinamico

Un ampio studio del modello dinamico del SAB è stato condotto in [6], dove per raggiungere lo scopo è stata utilizzata la tecnica *Space-State Averaging* (SSA) descritta in [13, pp. 361-371].

Questa tecnica permette di trattare in modo sistematico di tutti quei convertitori le cui variabili di stato (tensioni nei condensatori e correnti negli induttori) presentano un *ripple* trascurabile rispetto alla componente continua [12].

Il convertitore SAB non fa parte di questa categoria. Infatti, la corrente nell'induttanza ha valore medio nullo e presenta solo armoniche con frequenza diversa da zero. Applicando ad esso lo *space-state averaging* si ottiene un modello relativamente complesso, ma poco accurato.

La tecnica più consona per individuare un modello dinamico per i convertitori che presentano le stesse caratteristiche del SAB è la *generalized space-state averaging* introdotta da Sanders in [18] e la cui accuratezza è stata dimostrata in [4].

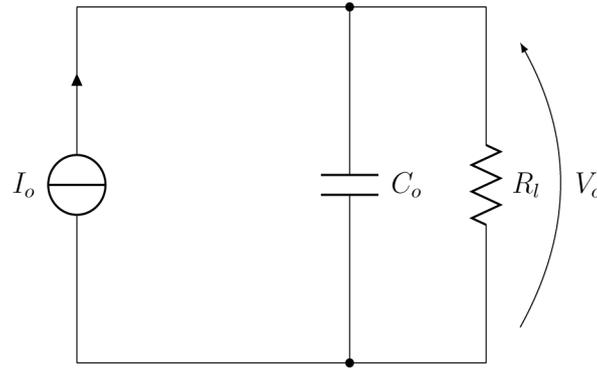
Con questo metodo si ottengono risultati molto precisi, soprattutto quando si vogliono considerare gli effetti di elementi parassiti quali ad esempio una resistenza in serie alla capacità  $C_o$ . La precisione però, introduce delle complicazioni che possono far perdere il significato fisico delle cose.

In questo testo, si è optato per la semplicità e il problema del *ripple* della corrente sull'induttanza viene superato ipotizzando che la dinamica di  $i_L$  sia molto più veloce di quella del condensatore  $C_o$ . In questo modo si può assumere che il valore medio della corrente  $i_o$  si modifichi in maniera istantanea in seguito ad esempio ad una variazione dell'angolo di sfasamento  $\beta$ .

Così facendo lo stadio di uscita del convertitore può essere schematizzato come in figura 1.16.

Ipotizzando che il SAB lavori in modalità di conduzione continua, il valore di corrente impresso dal generatore presente nello schema equivalente è dato dalla formula (1.20). Come si può vedere la relazione che intercorre tra  $I_o$  e l'angolo di comando è una legge parabolica.

Per poter ricavare una semplice funzione di trasferimento tra le precedenti due grandezze e a maggior ragione per poter applicare i noti metodi di controllo validi per i sistemi lineari, è necessario fissare un punto di lavoro  $\beta^* - I_o^*$  e supporre che a seguito di una perturbazione esterna esso non vari significativamente. In questo



**Figura 1.16:** Modello equivalente a largo segnale dello stadio di uscita di un convertitore SAB.

modo è possibile linearizzare la (1.20) espandendola in serie di Taylor, troncando lo sviluppo al termine di primo grado.

Per procedere nel modo appena spiegato è necessario considerare lo sfasamento  $\beta$  come somma di una quantità di regime più un piccolo scostamento:

$$\beta = \beta^* + \tilde{\beta} \quad (1.66)$$

In seguito ad una variazione dell'angolo di comando anche il valore medio della corrente in uscita al SAB cambia e per esso vale una relazione analoga alla (1.66):

$$I_o = I_o^* + \tilde{I}_o \quad (1.67)$$

Di conseguenza, applicando la formula di Taylor si ottiene:

$$I_o(\beta^* + \tilde{\beta}) = I_o(\beta^*) + \left. \frac{dI_o}{d\beta} \right|_{\beta=\beta^*} \tilde{\beta} + \dots \quad (1.68)$$

La derivata presente nella (1.68) può essere calcolata utilizzando l'equazione (1.20) ed essa è data da:

$$\frac{dI_o}{d\beta} = \frac{V_i}{2\omega_s L} \left( 1 - \frac{\beta}{\pi} \right) \quad (1.69)$$

Infine, sostituendo l'equazione appena ricavata nella (1.68) e riarrangiando un po' di termini si giunge a:

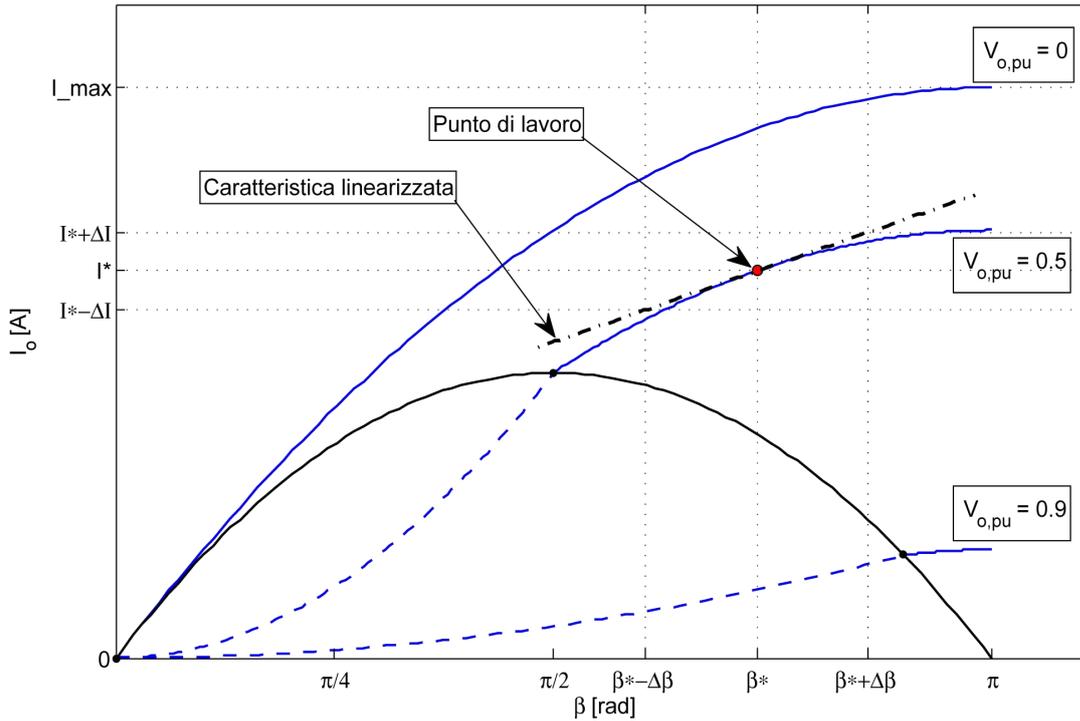
$$\tilde{I}_o = \frac{V_i}{2\omega_s L} \left( 1 - \frac{\beta^*}{\pi} \right) \tilde{\beta} = K_i \tilde{\beta} \quad (1.70)$$

dove si è sfruttato il fatto che  $I_o(\beta^* + \tilde{\beta}) - I_o(\beta^*) = \tilde{I}_o$ .

Attraverso l'equazione (1.70) è possibile individuare la relazione lineare che lega le piccole variazioni attorno al punto di lavoro delle grandezze  $I_o$  e  $\beta$ .

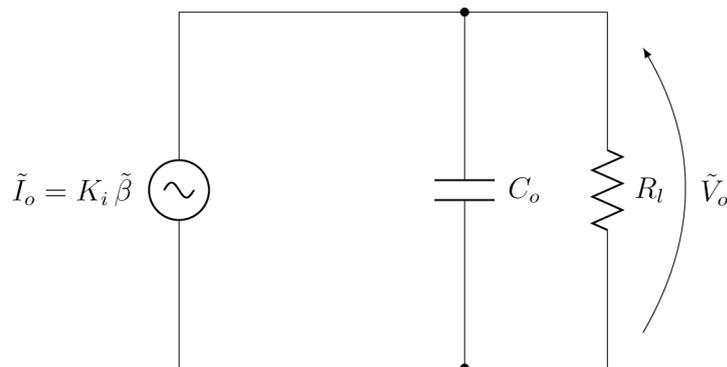
Il procedimento fin qui svolto può essere spiegato visivamente attraverso l'immagine 1.17.

Nella figura si vede chiaramente che se  $\tilde{\beta} \in [-\Delta\beta, \Delta\beta]$  la funzione  $I_o(\beta)$  si può confondere con la propria caratteristica linearizzata.



**Figura 1.17:** Linearizzazione attorno al punto di lavoro della caratteristica  $\beta - I_o$  di un SAB in modalità CCM.

Sfruttando l'equazione (1.70) è possibile individuare quello che viene chiamato modello a piccolo segnale sempre per quanto riguarda la porta d'uscita del SAB. Esso può essere osservato in figura 1.18.



**Figura 1.18:** Modello equivalente a piccolo segnale dello stadio di uscita di un convertitore SAB.

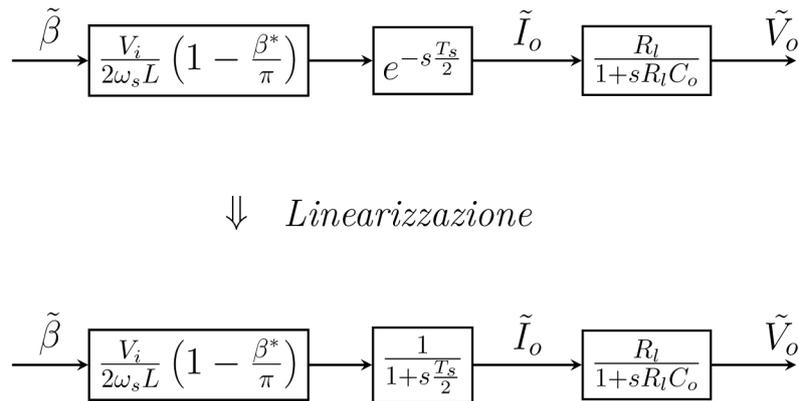
Si può notare dalla figura 1.18 che al generatore di corrente di piccolo segnale è connesso un carico ohmico-capacitivo. In base a ciò si può ricavare l'equazione differenziale che lega la tensione  $\tilde{V}_o$  alla corrente  $\tilde{I}_o$  che risulta essere:

$$\frac{d\tilde{V}_o}{dt} + \frac{\tilde{V}_o}{R_l C_o} = \frac{\tilde{I}_o}{C_o} \quad (1.71)$$

Passando nel dominio della Laplace-trasformata è possibile ottenere la funzione di trasferimento  $G_V = \frac{\tilde{V}_o}{\tilde{I}_o}$ :

$$G_V = \frac{R_l}{1 + sR_lC_o} \quad (1.72)$$

Utilizzando le relazioni trovate finora si può dedurre facilmente lo schema a blocchi che rappresenta in maniera più o meno fedele il comportamento del convertitore SAB in modalità di conduzione continua. Esso viene mostrato in figura 1.19.



**Figura 1.19:** Schema a blocchi che modella un convertitore SAB funzionante in CCM.

Nello schema si può osservare che tra il segnale di comando  $\tilde{\beta}$  e la grandezza che esprime la variazione dal valore medio di regime della corrente in uscita ( $\tilde{I}_o$ ), oltre al guadagno  $K_i$ , è presente anche il blocco  $e^{-s \frac{T_s}{2}}$  che costituisce un ritardo di un semiperiodo ( $T_s/2$ ). Questo è il tempo necessario affinché un cambiamento di  $\beta$  si traduca in uno scostamento del valore medio di  $i_o$ .

Poiché il blocco ritardo è dato da una funzione trascendente, per ristabilire la linearità dello schema è necessario approssimarla tramite una funzione razionale fratta (come è stato fatto in figura 1.19).

## 1.2.2 Schema di controllo

Nota il modello dinamico del convertitore è possibile progettare un controllore in grado di regolare la tensione d'uscita.

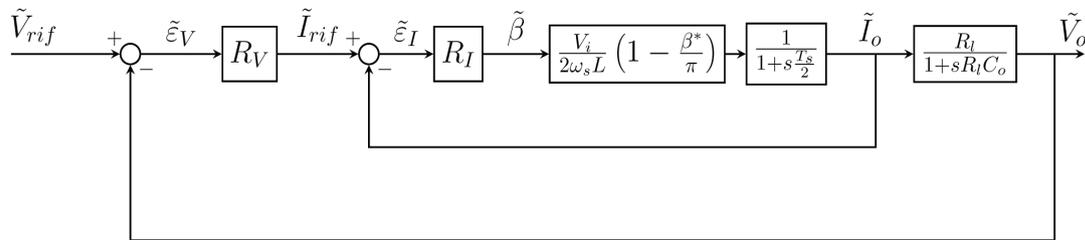
Tipicamente vengono impiegati sistemi di controllo a retroazione in quanto essi sono robusti e poco sensibili alle variazioni dei parametri (ad esempio la tensione di ingresso).

Anche se l'obiettivo principale da raggiungere è quello di mantenere la tensione di uscita circa costante, è di fondamentale importanza prestare attenzione pure ai valori di corrente presenti nel convertitore istante per istante. Ciò permette di intervenire tempestivamente nel caso in cui essi dovessero superare i limiti stabiliti dal progetto.

Il modo più semplice per sorvegliare la corrente  $I_o$  è quello di implementare un anello interno di corrente con prestazioni dinamiche molto più veloci rispetto

all'anello esterno di tensione. In ogni caso non è possibile avere una banda passante superiore a  $B_p = \frac{4\pi}{T_s}$ , limite dato dal ponte invertente<sup>7</sup>.

Procedendo nella maniera indicata si ottiene lo schema di controllo presentato in figura 1.20.



**Figura 1.20:** Schema di controllo di un convertitore SAB.

Questo schema viene utilizzato per progettare i regolatori  $R_V$  ed  $R_I$  che possono essere benissimo di tipo P.I.

Nella figura si può osservare come l'errore di tensione venga modificato da  $R_V$  per produrre il riferimento di corrente. Ad esso viene sottratto il valore  $\tilde{I}_o$  retroazionata, ottenendo l'errore che viene fornito in ingresso al regolatore di corrente. Questo, tramite un'azione proporzionale ed una integrale, fornisce in uscita lo sfasamento che devono avere i due rami del ponte attivo per portare la tensione al valore desiderato.

Sebbene nella figura 1.20 non sono presenti dei blocchi limitatori in uscita ai regolatori, è buona norma inserirli nello schema di controllo reale per prevenire le situazioni pericolose che possono insorgere con valori delle grandezze troppo elevate.

<sup>7</sup>La limitazione data intrinsecamente dal ponte attivo è  $2\pi f_s$ , ma la corrente  $i_o$  presenta una pulsazione doppia rispetto a tale valore.



## Capitolo 2

# Dual Active Bridge (DAB)

Nel capitolo 1 si è visto come il convertitore SAB possieda delle caratteristiche tali da renderlo competitivo nelle applicazioni di alta potenza.

Si è portato come esempio di tecnologia nella quale il SAB può essere sfruttato quello della trasmissione dell'energia elettrica prodotta da un parco eolico *offshore*. Ulteriori impieghi di questo convertitore si possono avere nella connessione di pannelli fotovoltaici attraverso un *bus* in continua, oppure in dispositivi che consentono la ricarica di batterie.

Tutte queste applicazioni sono contraddistinte dal fatto di richiedere un flusso unidirezionale di potenza (ad esempio, non c'è alcun motivo per cui la potenza debba fluire dalla rete all'impianto di generazione).

In campi industriali come ad esempio la veicolistica, il settore aerospaziale o la trasmissione di energia in una *smart grid* è necessario utilizzare convertitori in grado di erogare o assorbire potenza allo stadio di uscita in funzione delle richieste da parte del sistema [14], [19], [10].

Modificando leggermente la topologia del SAB è possibile renderlo un convertitore bidirezionale, mantenendone tutti gli aspetti favorevoli al suo impiego.

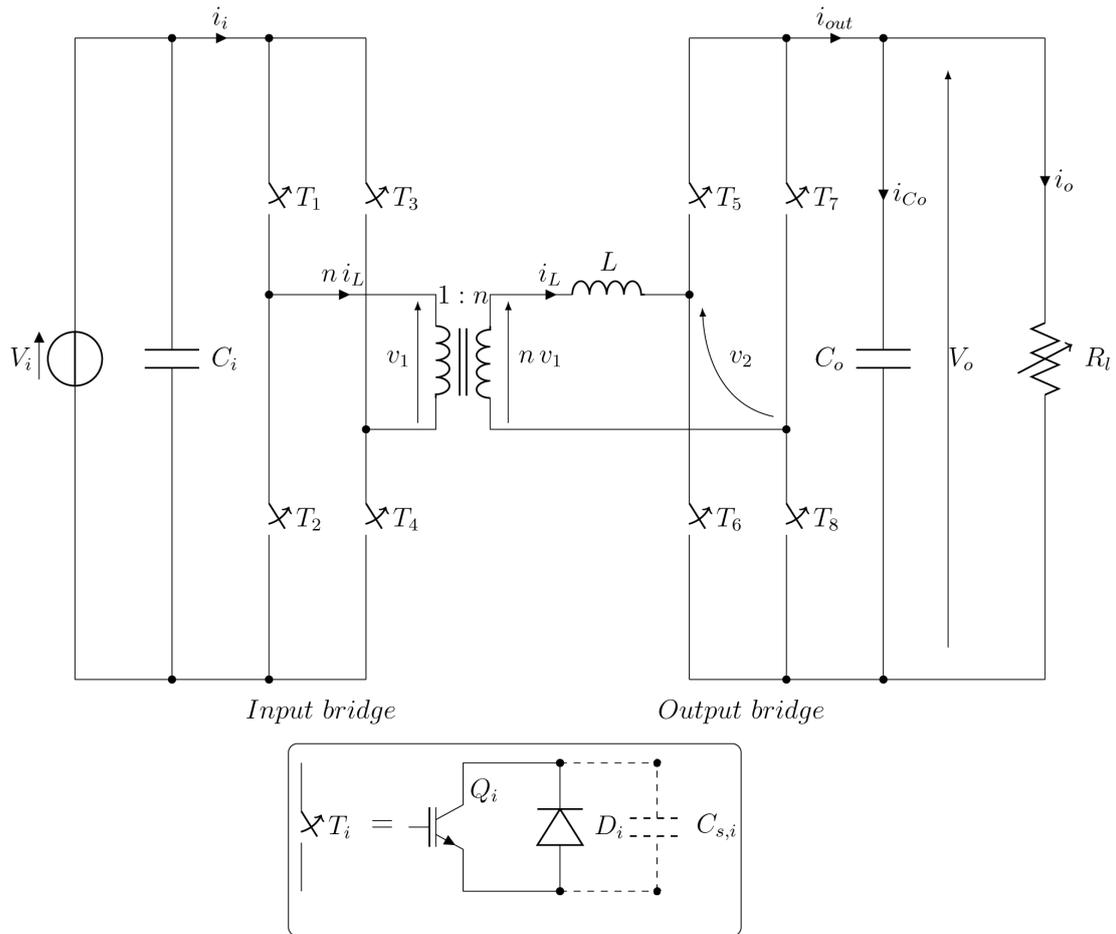
Ciò che impedisce alla potenza di fluire dallo stadio di uscita a quello di ingresso nel convertitore SAB è il ponte passivo utilizzato per raddrizzare la corrente al secondario del trasformatore. Perciò, sostituendo quest'ultimo con un ponte attivo analogo a quello presente a valle della sorgente di alimentazione, si raggiunge il risultato desiderato.

Un tale convertitore può essere osservato in figura 2.1 e prende il nome di *Dual Active Bridge* (DAB).

Ciò che è stato detto a riguardo degli elementi che formano il SAB rimane valido anche per i componenti presenti in figura 2.1, con la differenza che per distinguere i ponti attivi si utilizzano le etichette *input bridge* e *output bridge* rispettivamente per il ponte connesso al primario del trasformatore e quello collegato al carico.

Ancora una volta il trasformatore gioca un ruolo cruciale, tant'è che in letteratura è presente un'accurata analisi di progetto di questo componente dedicata al DAB [7].

Esistono svariate tecniche per controllare questo convertitore (come brevemente spiegato in [21]), ma la modalità di controllo più semplice (*single phase shift* – SPS) si rivela essere la modalità migliore per un DAB ad alta potenza [14].



**Figura 2.1:** Schema circuitale del convertitore Dual Active Bridge.

Il *single phase shift* consiste nel far lavorare i due ponti in onda quadra, controllando lo sfasamento tra la forma d'onda della tensione in uscita dall'input bridge e quella in ingresso dell'output bridge (guardando la figura 2.1, le tensioni in questione sono  $v_1$  e  $v_2$  rispettivamente)<sup>1</sup>.

Per analogia con la grandezza di controllo del SAB, lo sfasamento accennato in precedenza viene indicato con  $\beta$ <sup>2</sup>. Da questa definizione si deduce che  $-\pi \leq \beta \leq \pi$ .

Procedendo parallelamente a quanto fatto nel capitolo 1, nel seguito si studierà in un primo momento lo *steady state* del DAB focalizzando l'attenzione su ciò che succede al variare del carico [11], valutando le forme d'onda del convertitore quando la potenza fluisce dall'input bridge all'output bridge (modalità *forward*) e viceversa (modalità *backward*). Dopo aver condotto l'analisi di regime, si passerà allo studio del transitorio ottenendo un modello dinamico del DAB molto simile a quello valido per la sua versione unidirezionale.

<sup>1</sup>I segnali per comandare un ponte in onda quadra sono gli stessi inviati agli interruttori del SAB quando  $\beta = \pi$ .

<sup>2</sup>Mentre per il SAB lo sfasamento tra  $v_1$  e  $v_2$  viene indicato con  $\varphi$ .

## 2.1 Analisi del regime permanente

Le ipotesi fatte per lo studio del SAB, in particolare l'assunzione di un rapporto spire del trasformatore unitario e quella di ritenere la tensione  $V_o$  costante, rimangono ancora valide.

Le analisi di regime di questi due convertitori sono molto simili, ma presentano delle leggere differenze.

In primo luogo, per un DAB è necessario considerare entrambi i versi ammissibili per il flusso di potenza e in ogni caso non si assiste mai alla modalità di conduzione discontinua.

Un'altra peculiarità del DAB è che esso può funzionare anche da *boost*, cioè la tensione  $V_o$  può superare il valore della tensione di ingresso  $V_i$ <sup>3</sup>.

Nella trattazione, si assume per convenzione un flusso positivo quando la potenza fluisce dall'input bridge all'output bridge, negativo viceversa.

### 2.1.1 Modalità di funzionamento forward

La modalità di funzionamento forward è contraddistinta da un flusso di potenza positivo.

Si può dimostrare che nel DAB la potenza fluisce dal ponte che ha la tensione in anticipo verso quello la cui tensione è in ritardo.

In figura 2.2 si possono osservare le principali forme d'onda delle grandezze di un DAB funzionante in modalità boost dal punto di vista della tensione d'uscita e forward per quanto riguarda il flusso di potenza.

Dai vari grafici è possibile notare come la fondamentale della tensione  $v_2$  non sia più in fase con la fondamentale della corrente  $i_L$  (questo perché il ponte in uscita è un raddrizzatore controllato).

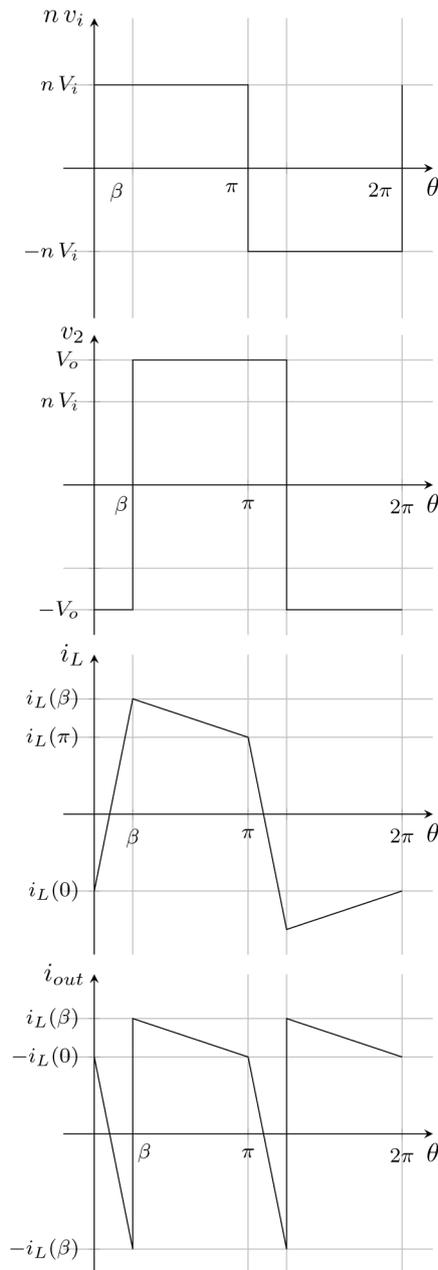
Analizzando sempre la figura 2.2, con l'ausilio della tabella 2.1, si può individuare quali siano i dispositivi in conduzione nei vari istanti di tempo.

**Tabella 2.1:** Componenti in conduzione per un DAB in modalità boost forward.

	$[0 \div \beta]$		$[\beta \div \pi]$		$[\pi \div (\beta + \pi)]$		$[(\beta + \pi) \div 2\pi]$	
	$i_L < 0$	$i_L > 0$	$i_L > 0$	$i_L > 0$	$i_L < 0$	$i_L < 0$		
<b>Input</b>	$D_1$	$Q_1$	$Q_1$	$D_2$	$Q_2$	$Q_2$		
<b>Bridge</b>	$D_4$	$Q_4$	$Q_4$	$D_3$	$Q_3$	$Q_3$		
<b>Output</b>	$D_6$	$Q_6$	$D_5$	$D_5$	$Q_5$	$D_6$		
<b>Bridge</b>	$D_7$	$Q_7$	$D_8$	$D_8$	$Q_8$	$D_7$		

Si può notare come l'intervallo temporale (espresso in termini angolari) venga diviso in sei parti.

<sup>3</sup>Conducendo l'analisi senza la condizione  $n = 1$ , il convertitore DAB viene definito *boost* in quanto  $V_o$  può essere maggiore della quantità  $nV_i$ . Infatti, giocando col rapporto spire, anche nel SAB si potrebbe avere una tensione d'uscita maggiore della tensione  $V_i$ , ma non si otterrebbe mai una  $V_o$  maggiore della tensione in ingresso riportata al secondario.

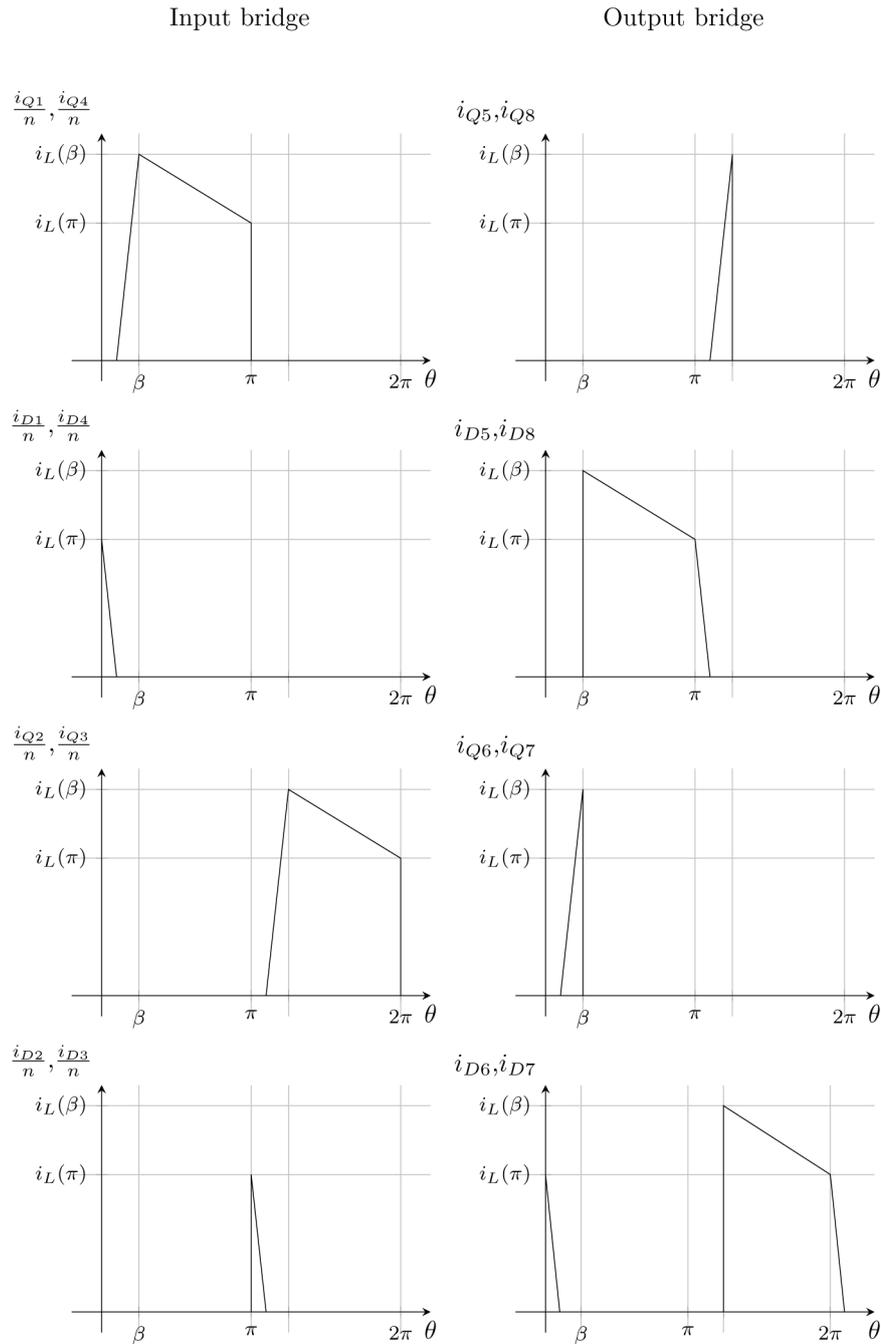


**Figura 2.2:** Principali forme d'onda delle grandezze di un DAB in modalità di funzionamento boost forward.

Per un immediato impatto visivo di ciò che è scritto nella tabella 2.1 e per studiare lo stress a cui sono sottoposti i componenti in questione è possibile fare affidamento alla figura 2.3.

Nei diversi grafici sono presenti le correnti dei vari diodi e IGBT che compongono gli switch del convertitore. Per i diodi è assunta positiva una corrente diretta, mentre il riferimento di corrente per gli IGBT è dato dalla freccia presente nello schema circuitale di figura 2.1.

Si può notare come nel funzionamento forward, quando il convertitore commuta in maniera soft (cioè quando la corrente  $i_L(0)$  è negativa e  $i_L(\beta)$  è positiva),



**Figura 2.3:** Andamento delle correnti nei vari componenti di un DAB in modalità boost forward.

nell'input bridge vengono sfruttati maggiormente gli IGBT, mentre i diodi sono i componenti più stressati per quanto riguarda l'output bridge. E' intuibile anche che all'aumentare di  $\beta$  questo diverso utilizzo diventa meno marcato.

Per trovare l'espressione analitica della corrente nell'induttanza non è necessario considerare tutti e sei gli intervalli precedentemente individuati, ma è sufficiente dividere il periodo come segue:

- tratto  $[0 \div \beta]$

In questo tratto la tensione ai capi di  $L$  vale:

$$v_L(\theta) = V_i + V_o \quad (2.1)$$

E la corrente dal valore  $i_L(0)$  raggiunge il valore:

$$i_L(\beta) = i_L(0) + \frac{V_i + V_o}{\omega_s L} \beta \quad (2.2)$$

- tratto  $[\beta \div \pi]$

In questo intervallo  $v_L$  vale:

$$v_L(\theta) = V_i - V_o \quad (2.3)$$

Che porta la corrente  $i_L$  al valore:

$$i_L(\pi) = i_L(\beta) + \frac{V_i - V_o}{\omega_s L} (\pi - \beta) \quad (2.4)$$

Come per il SAB, la tensione sull'induttanza si ripresenta in maniera opposta nel secondo semiperiodo. Inoltre, anche in questo caso, la corrente  $i_L$  possiede una simmetria a *mezz'onda*. Questo fatto permette di scrivere la seguente uguaglianza:

$$i_L(\pi) = -i_L(0) \quad (2.5)$$

che sostituita nell'equazione (2.4) porta a:

$$-i_L(0) = i_L(\beta) + \frac{V_i - V_o}{\omega_s L} (\pi - \beta) \quad (2.6)$$

Sfruttando ora l'eq. (2.2) si ottiene:

$$-i_L(0) = i_L(0) + \frac{V_i + V_o}{\omega_s L} \beta + \frac{V_i - V_o}{\omega_s L} (\pi - \beta) \quad (2.7)$$

che risolta rispetto a  $i_L(0)$  fornisce il valore iniziale della corrente nell'induttanza in funzione delle tensioni  $V_i$  e  $V_o$  e della grandezza di controllo  $\beta$ :

$$i_L(0) = \frac{1}{2\omega_s L} \left[ -V_i \pi + V_o (\pi - 2\beta) \right] \quad (2.8)$$

Da essa si può notare un fatto importante per quanto riguarda il soft-switching dell'input bridge e cioè che a differenza del SAB il valore  $i_L(0)$  può diventare anche positivo.

Una formula analoga può essere ricavata per  $i_L(\beta)$  sostituendo (2.8) in (2.2):

$$i_L(\beta) = \frac{1}{2\omega_s L} \left[ -V_i (\pi - 2\beta) + V_o \pi \right] \quad (2.9)$$

E' bene constatare che nell'istante in cui aprono gli interruttori  $Q_6$  e  $Q_7$  la corrente nell'induttanza potrebbe essere negativa.

Per ricavare la potenza media in uscita dal DAB, è utile osservare che la potenza istantanea  $p_2$  erogata dal secondario del trasformatore è data dal prodotto:

$$p_2 = v_1(\theta) i_L(\theta) \quad (2.10)$$

ricordando l'ipotesi  $n = 1$ .

Vista la simmetria a mezz'onda sia di  $i_L$  che di  $v_1$ , si nota che  $p_2$  è una funzione periodica con periodo  $\pi$ . Dunque la potenza attiva erogata dal secondario è data da:

$$P_2 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi V_i i_L(\theta) d\theta = V_i \frac{1}{\pi} \int_0^\pi i_L(\theta) d\theta = V_i \bar{I}_{L,\pi} \quad (2.11)$$

dove  $\bar{I}_{L,\pi}$  è il valore medio della corrente che circola in  $L$  calcolato sul semiperiodo. Essendo  $i_L$  una funzione lineare a tratti, l'integrale presente nell'eq. (2.11) può essere calcolato col metodo dei trapezi senza commettere alcun errore:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{L,\pi} &= \frac{1}{\pi} \left\{ [i_L(0) + i_L(\beta)] \frac{\beta}{2} + [i_L(\beta) - i_L(0)] \frac{(\pi - \beta)}{2} \right\} \\ \bar{I}_{L,\pi} &= \frac{1}{2\pi} \left[ -i_L(0)(\pi - 2\beta) + i_L(\beta)\pi \right] \end{aligned} \quad (2.12)$$

Sostituendo in (2.12) le eq. (2.8) e (2.9) precedentemente trovate si perviene a:

$$\bar{I}_{L,\pi} = \frac{V_o}{\omega_s L} \beta \left( 1 - \frac{\beta}{\pi} \right) \quad (2.13)$$

e da ciò consegue che la potenza  $P_2$  è data da:

$$P_2 = V_i \bar{I}_{L,\pi} = \frac{V_i V_o}{\omega_s L} \beta \left( 1 - \frac{\beta}{\pi} \right) \quad (2.14)$$

Supponendo l'output bridge privo di perdite e sapendo che gli elementi reattivi  $L$  e  $C_o$  non assorbono potenza attiva, si possono eguagliare la potenza attiva erogata dal secondario del trasformatore e la potenza assorbita dalla resistenza di carico:

$$P_o = P_2 = \frac{V_i V_o}{\omega_s L} \beta \left( 1 - \frac{\beta}{\pi} \right) \quad (2.15)$$

Poichè

$$P_o = \frac{V_o^2}{R_l} \quad (2.16)$$

la precedente uguaglianza diventa:

$$\frac{V_o^2}{R_l} = \frac{V_i V_o}{\omega_s L} \beta \left( 1 - \frac{\beta}{\pi} \right) \quad (2.17)$$

che consente di ricavare il valore medio della tensione in uscita al convertitore:

$$V_o = R_l \frac{V_i}{\omega_s L} \beta \left( 1 - \frac{\beta}{\pi} \right) \quad (2.18)$$

Nota l'equazione caratteristica del carico, cioè  $V_o = R_l I_o$ , è possibile ottenere il valore medio della corrente  $i_{out}$  dividendo l'equazione (2.18) per  $R_l$ :

$$I_o = \frac{V_i}{\omega_s L} \beta \left(1 - \frac{\beta}{\pi}\right) \quad (2.19)$$

La (2.19) mostra che il convertitore DAB allo stadio di uscita si comporta come un generatore di corrente la cui grandezza impressa dipende dallo sfasamento delle tensioni  $v_1$  e  $v_2$ .

Un'ovvia considerazione che si può trarre da ciò è che la tensione  $V_o$  risulta essere dipendente dal carico applicato in maniera direttamente proporzionale ad  $R_l$ . Perciò con carichi pesanti ( $R_l$  piccola) il convertitore dal punto di vista della tensione d'uscita passerà in modalità *buck* (considerando la grandezza di comando  $\beta$  costante).

La condizione limite si ottiene quando:

$$V_i = V_o \quad (2.20)$$

Con l'applicazione della (2.18), la precedente equazione si traduce in:

$$V_i = R_l \frac{V_i}{\omega_s L} \beta \left(1 - \frac{\beta}{\pi}\right) \quad (2.21)$$

che invertita consente di ottenere la resistenza limite al di sotto della quale il DAB è in modalità *buck*, mentre se il carico è più leggero il convertitore è in funzionamento *boost*:

$$R_{l,lim} = \frac{\omega_s L}{\beta \left(1 - \frac{\beta}{\pi}\right)} \quad (2.22)$$

Le forme d'onda delle principali grandezze presenti nel convertitore quando ad esso è attaccato un carico pesante sono mostrate in figura 2.4.

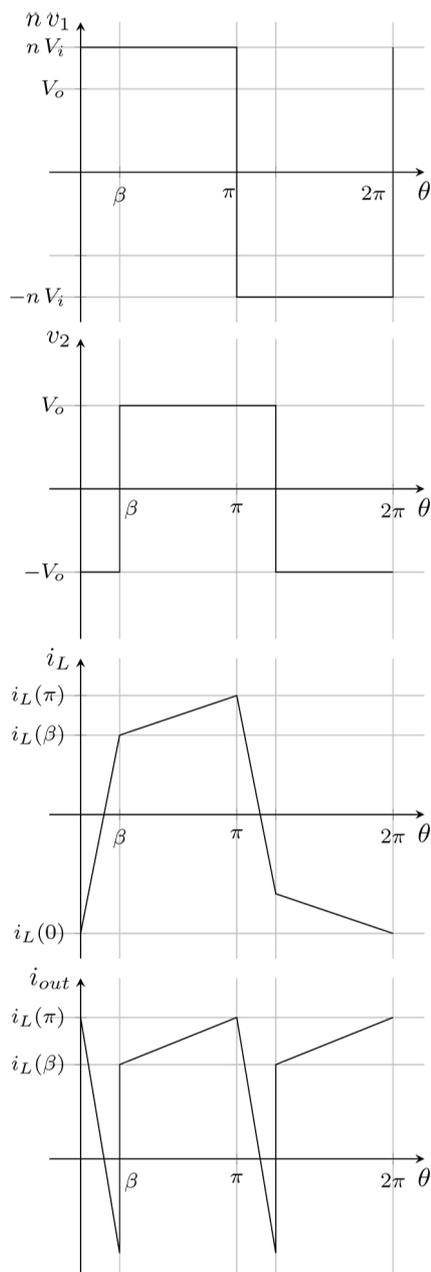
Oltre al fatto di avere una  $V_o$  più piccola della tensione di ingresso, una differenza sostanziale rispetto alle grandezze di figura 2.2 si presenta nella corrente  $i_L$ . Infatti, mentre in modalità *boost* il picco di corrente si osserva per  $\theta = \beta$ , nel terzo grafico di figura 2.4 il valore massimo di  $i_L$  si presenta per  $\theta = \pi$ .

### 2.1.2 Modalità di funzionamento backward

Come è già stato anticipato, il funzionamento *backward* di un DAB fa riferimento ad un flusso di potenza negativo e ciò si persegue facendo sì che la forma d'onda della tensione  $v_2$  anticipi rispetto a  $v_1$ .

Questo fatto può essere osservato in figura 2.5 a pagina 44 dove vengono riportati i grafici delle principali grandezze di un dual active bridge funzionante nella modalità desiderata.

Nella figura si ipotizza anche che il convertitore stia lavorando in modalità *buck* ed essendo il flusso di potenza diretto dall'output bridge allo stadio di ingresso, ciò significa  $V_i < V_o$ .



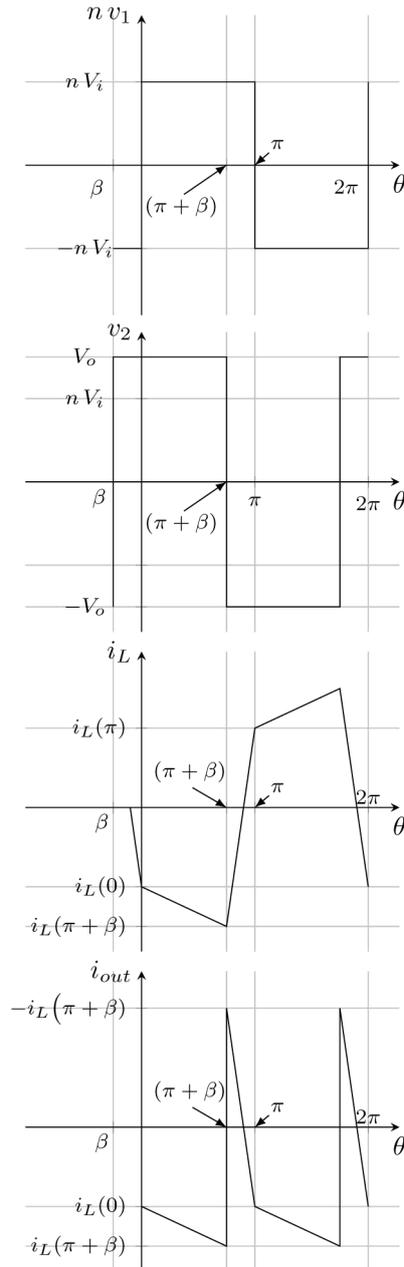
**Figura 2.4:** Principali forme d'onda delle grandezze di un DAB in modalità di funzionamento buck forward.

Come si può osservare dalla figura 2.5, il funzionamento backward è contraddistinto da una grandezza di comando negativa (in particolare  $-\pi \leq \beta \leq 0$ ).

Per lo studio dello steady-state si può operare in maniera analoga a quanto fatto prima, tenendo presente che ora gli intervalli temporali in cui la tensione sull'induttanza rimane costante sono leggermente cambiati:

- *Intervallo*  $[0 \div (\pi + \beta)]$

$$v_L = V_i - V_o \quad (2.23)$$



**Figura 2.5:** Principali forme d'onda delle grandezze di un DAB in modalità di funzionamento buck backward.

La corrente in questo tratto varia da un valore iniziale  $i_L(0)$  ad un valore finale:

$$i_L(\pi + \beta) = i_L(0) + \frac{V_i - V_o}{\omega_s L}(\pi + \beta) \quad (2.24)$$

- Intervallo  $[(\pi + \beta) \div \pi]$

$$v_L = V_i + V_o \quad (2.25)$$

In questo intervallo l'induttanza si caricherà fino ad arrivare ad un valore finale di corrente pari a:

$$i_L(\pi) = i_L(\pi + \beta) - \frac{V_i + V_o}{\omega_s L} \beta \quad (2.26)$$

- *Intervallo*  $[\pi \div (2\pi + \beta)]$

$$v_L = -(V_i - V_o) \quad (2.27)$$

- *Intervallo*  $[(2\pi + \beta) \div 2\pi]$

$$v_L = -(V_i + V_o) \quad (2.28)$$

Procedendo di pari passo con quanto fatto in precedenza si possono ricavare le seguenti formule:

$$i_L(0) = \frac{1}{2\omega_s L} \left[ -V_i \pi + V_o(\pi + 2\beta) \right] \quad (2.29)$$

$$i_L(\pi + \beta) = \frac{1}{2\omega_s L} \left[ V_i(\pi + 2\beta) - V_o \pi \right] \quad (2.30)$$

$$P_o = \frac{V_i V_o}{\pi \omega_s L} \beta(\pi + \beta) = -\frac{V_i V_o}{\omega_s L} |\beta| \left( 1 - \frac{|\beta|}{\pi} \right) \quad (2.31)$$

$$I_o = \frac{V_i}{\pi \omega_s L} \beta(\pi + \beta) = -\frac{V_i}{\omega_s L} |\beta| \left( 1 - \frac{|\beta|}{\pi} \right) \quad (2.32)$$

La differenza sostanziale rispetto alla modalità forward è la presenza del segno meno davanti alla potenza erogata (cioè si tratta di una potenza assorbita dal convertitore). Ciò implica necessariamente che allo stadio di uscita sia connesso un carico attivo in grado di generare potenza (ecco perché tra le varie formule non è presente una equazione analoga alla (2.18) valida nel caso in cui il carico è resistivo).

Controllando la formula (2.32) ci si accorge che il flusso di potenza si inverte perché cambia il verso della corrente in uscita dall'output bridge. Il DAB perciò è un convertitore a due quadranti di corrente.

### 2.1.3 Grafici utili

Si è visto nel capitolo 1 che è molto più conveniente esprimere le varie grandezze in “*per unità*”.

Utilizzando le stesse quantità base e seguendo lo stesso procedimento svolto per il SAB è possibile esprimere le formule del DAB appena ricavate in termini relativi. Il risultato può essere osservato in tabella 2.2.

Esaminando le formule (2.36) e (2.41) si può verificare facilmente che queste possono essere accorpate in un'unica equazione:

$$P_{o,pu} = V_{o,pu} \beta \left( 1 - \frac{|\beta|}{\pi} \right) \quad (2.33)$$

**Tabella 2.2:** Equazioni in p.u. delle principali grandezze di un DAB nelle varie modalità di funzionamento.

	$i_{L,pu}(0) = \frac{1}{2} \left[ -\pi + V_{o,pu}(\pi - 2\beta) \right]$	(2.34)
	$i_{L,pu}(\beta) = \frac{1}{2} \left[ -(\pi - 2\beta) + V_{o,pu}\pi \right]$	(2.35)
Modalità forward	$P_{o,pu} = V_{o,pu} \beta \left( 1 - \frac{\beta}{\pi} \right)$	(2.36)
	$I_{o,pu} = \beta \left( 1 - \frac{\beta}{\pi} \right)$	(2.37)
	$V_{o,pu} = R_{l,pu} \beta \left( 1 - \frac{\beta}{\pi} \right)$	(2.38)
	$i_{L,pu}(0) = \frac{1}{2} \left[ -\pi + V_{o,pu}(\pi + 2\beta) \right]$	(2.39)
Modalità backward	$i_{L,pu}(\beta + \pi) = \frac{1}{2} \left[ (\pi + 2\beta) - V_{o,pu}\pi \right]$	(2.40)
	$P_{o,pu} = -V_{o,pu}  \beta  \left( 1 - \frac{ \beta }{\pi} \right)$	(2.41)
	$I_{o,pu} = - \beta  \left( 1 - \frac{ \beta }{\pi} \right)$	(2.42)

L'eq. (2.33), ricavata in [9], fornisce una formula per la potenza di un DAB che ha validità generale, a prescindere dalla modalità di funzionamento. Essa si presta benissimo ad essere inserita nel grafico  $\beta - P_{o,pu}$  come è mostrato in figura 2.6.

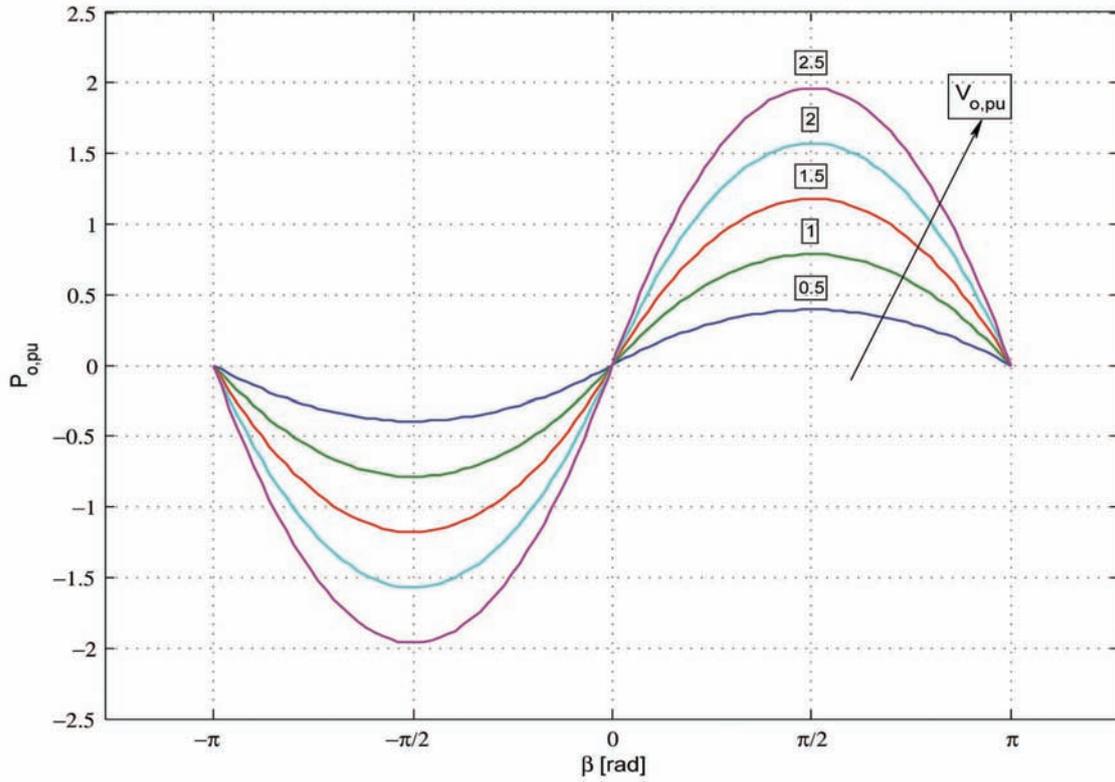
Nell'immagine si può osservare una famiglia di curve che dipende dal parametro  $V_{o,pu}$ . Attraverso la formula (2.33), si può asserire che ciascuna di esse rappresenta il grafico di una parabola. L'equazione permette anche di provare che la potenza è una funzione dell'angolo  $\beta$  che possiede una simmetria dispari.

Con lo stesso metodo utilizzato per ottenere la (2.33) è possibile ricavare l'espressione generale della corrente  $I_{o,pu}$ :

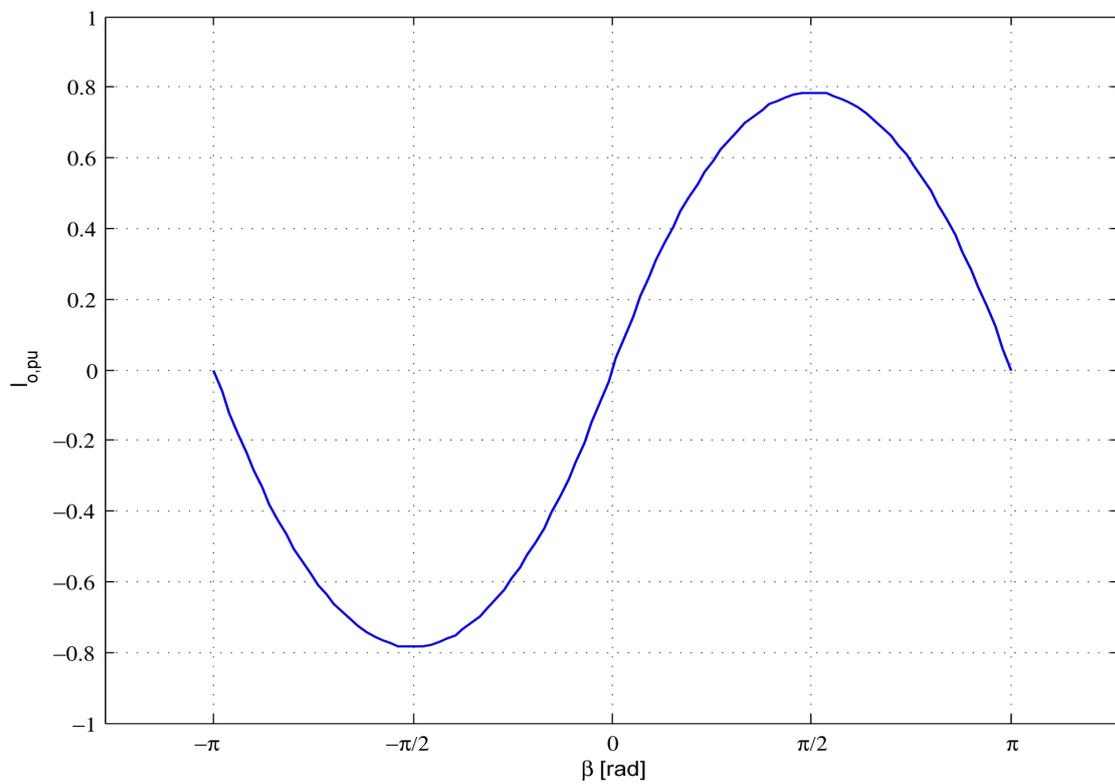
$$I_{o,pu} = \beta \left( 1 - \frac{|\beta|}{\pi} \right) \quad (2.43)$$

Per desumere la (2.43) sono state utilizzate le eq. (2.37) e (2.42).

Al variare di  $\beta$  la corrente  $I_{o,pu}$  si comporta in maniera analoga alla potenza con la sola differenza che, fissato l'angolo di comando, essa rimane costante (non dipende ne da  $V_{o,pu}$  ne da  $R_{l,pu}$ ). Ciò è mostrato in figura 2.7.



**Figura 2.6:** Potenza erogata dal convertitore DAB in funzione dell'angolo di comando  $\beta$ . Le varie curve differiscono per il valore di  $V_{o,pu}$  indicato sopra a ciascun grafico.



**Figura 2.7:** Corrente in uscita al convertitore DAB al variare dell'angolo di comando  $\beta$ .

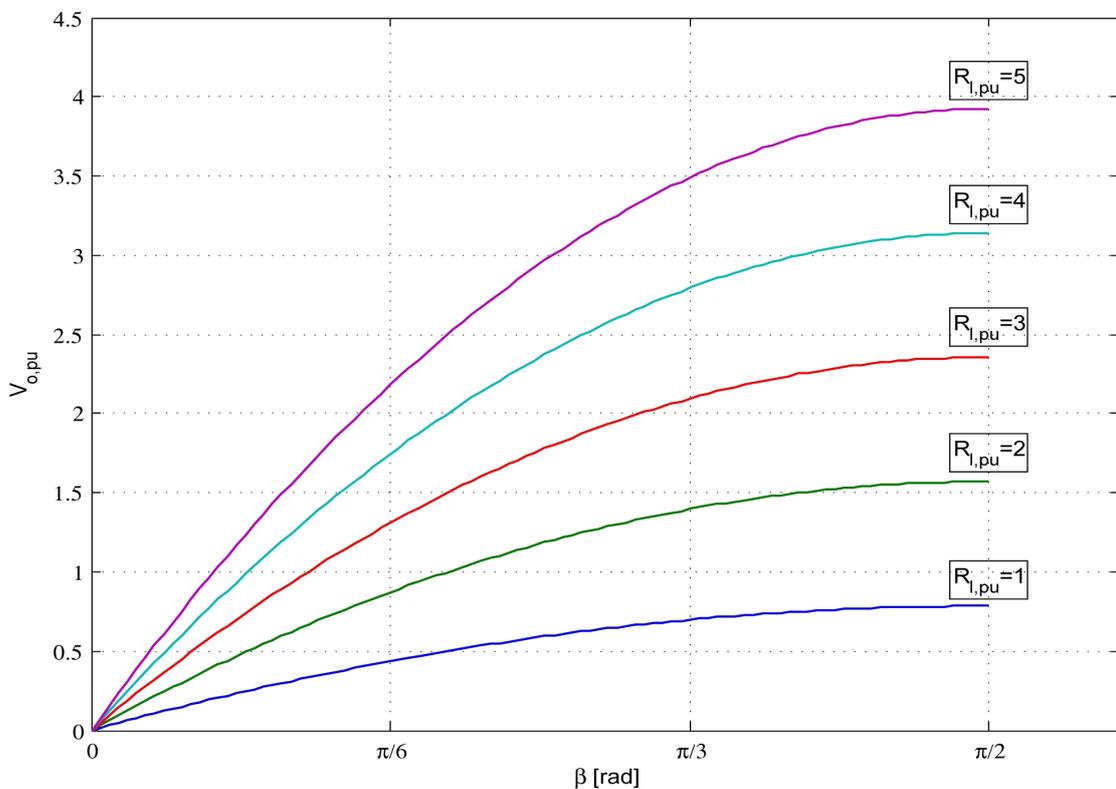
Come si può notare dal grafico la corrente  $I_{o,pu}$  presenta un massimo (minimo) per  $\beta = \pm \frac{\pi}{2}$  che in valore assoluto vale  $I_{o,pu}^{MAX} = \frac{\pi}{4} \approx 0.79$ .

Gli estremi della potenza sono raggiunti con gli stessi valori dell'angolo di comando, ma il loro valore cambia al variare di  $V_{o,pu}$ .

Per questioni di stabilità del convertitore lo sfasamento  $\beta$  viene limitato per ottenere delle caratteristiche  $\beta - P_{o,pu}$  e  $\beta - I_{o,pu}$  sempre crescenti. Questo impone un vincolo più restrittivo all'angolo di comando:  $-\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$ .

Da qui in avanti, salvo diversa indicazione, verrà considerato il convertitore in funzionamento forward con il rispetto dei precedenti limiti.

Sotto queste condizioni, sfruttando l'eq. (2.38), è possibile osservare come varia la tensione in uscita al DAB in funzione di  $\beta$ . Le curve che si ottengono sono simili a quelle presenti nel grafico di figura 2.6 per ascisse positive, con la sola differenza che in questo caso i vari grafici differiscono per i vari valori di carico espressi in p.u. Quanto detto è mostrato nella figura 2.8.

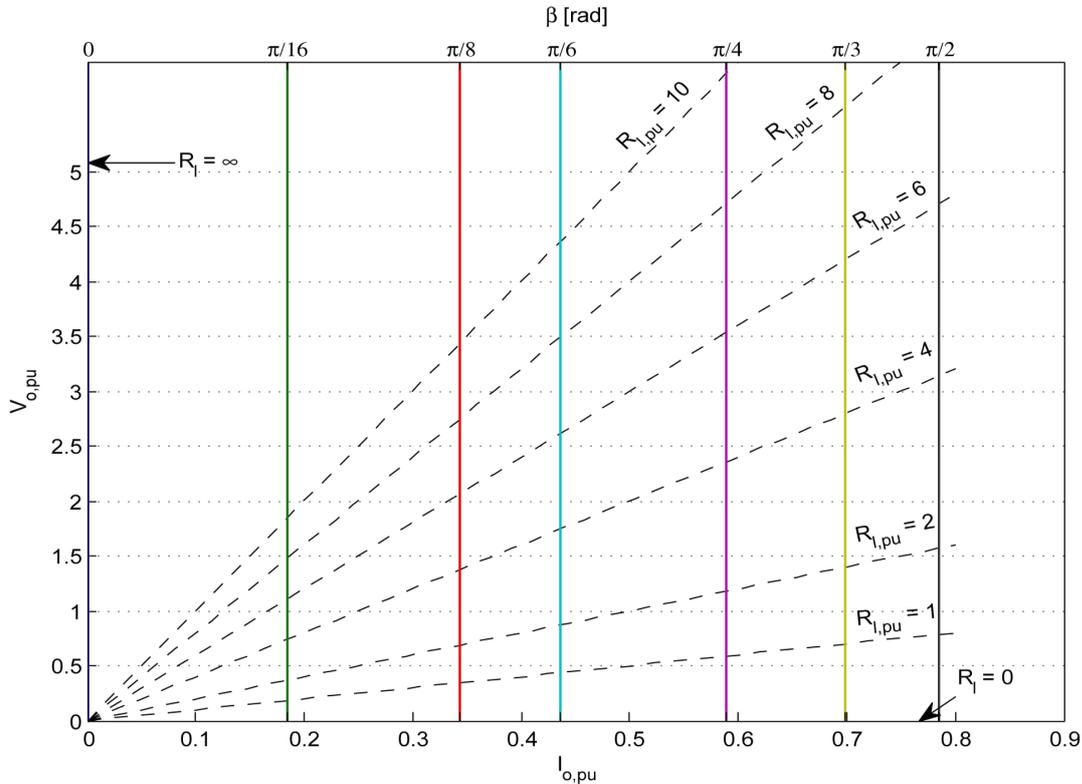


**Figura 2.8:** Tensione in uscita al convertitore DAB in funzione dell'angolo di comando  $\beta$ . Le varie curve differiscono per il valore di  $R_{l,pu}$  indicato sopra a ciascun grafico.

Dall'immagine appare evidente come il valore massimo della tensione (raggiunto per  $\beta = \frac{\pi}{2}$ ) dipenda da  $R_{l,pu}$ . Di conseguenza, se si vuole mantenere  $V_{o,pu}$  costante attraverso un anello di retroazione, si deve prestare attenzione al fatto di impostare un riferimento di tensione adeguato che il convertitore sia in grado di fornire (per un determinato carico).

Rimane ora da mostrare il grafico  $I_{o,pu} - V_{o,pu}$  che esprime visivamente la caratteristica esterna della porta di uscita del convertitore studiato.

Poiché, come è stato spiegato in precedenza, il DAB si comporta come un generatore di corrente, le curve in questione sono delle rette parallele all'asse delle ordinate e ciò si può vedere nella figura 2.9.



**Figura 2.9:** Caratteristica esterna della porta d'uscita del convertitore DAB.

Nel grafico si può notare come all'aumentare dello sfasamento tra le tensioni  $v_1$  e  $v_2$ , le varie rette parallele traslino a destra verso correnti medie più grandi.

Nel diagramma cartesiano sono riportate anche varie rette di carico (curve tratteggiate). Come sempre il punto di lavoro del convertitore si ottiene dall'incrocio della retta passante per l'origine e con pendenza individuata dal carico connesso al DAB con la retta verticale determinata da un preciso valore di  $\beta$ .

Tramite il grafico di figura 2.9 è possibile ricavare il valore da dare a  $\beta$  per ottenere una determinata tensione in uscita con un dato carico (ad esempio se il DAB viene controllato in tensione). Allo stesso tempo si può vedere la tensione che viene applicata ai capi di  $R_l$  fissato lo sfasamento.

### 2.1.4 Soft-switching

Le considerazioni che verranno fatte in questo paragrafo riguardano il soft-switching di un DAB in modalità forward, anche se gran parte dei risultati che si otterranno sono validi pure per il convertitore SAB funzionante con  $\beta = \pi$ .

Le commutazioni degli interruttori del convertitore DAB si possono osservare nella tabella 2.1 a pagina 37 o ancora meglio nei primi due grafici di figura 2.2 a pagina 38. Da essi si vede che gli switch dell'input bridge aprono o chiudono agli

istanti  $\theta = 0$  e  $\theta = \pi$ , mentre le transizioni dell'output bridge si osservano per  $\theta = \beta$  e  $\theta = \pi + \beta$ .

Come si è potuto notare dall'analisi condotta nel capitolo 1, gli eventi che si presentano nel secondo semiperiodo sono duali rispetto a ciò che succede nell'intervallo  $[0 \div \pi]$ . Perciò è possibile limitare lo studio delle commutazioni a soli due istanti di tempo.

In questo testo si è scelto di considerare l'istante  $\theta = \pi$ , in cui aprono gli interruttori  $Q_1$  e  $Q_4$  e chiudono  $Q_2$  e  $Q_3$ , mentre per quanto riguarda l'output bridge si è deciso di analizzare l'istante  $\theta = \beta$ , dove si assiste al turn-off di  $Q_6$  e  $Q_7$  e al turn-on di  $Q_5$  e  $Q_8$ .

Il convertitore DAB presenta una differenza sostanziale rispetto al SAB per quanto riguarda lo studio del soft-switching e ciò è dovuto al fatto che negli istanti di commutazione la corrente che scorre su  $L$  può essere sia positiva che negativa. E' necessario perciò esaminare entrambe le situazioni.

Negli istanti precedenti a  $\theta = \pi$ , se la corrente  $i_L$  è positiva essa circola negli interruttori. Perciò, quando viene inviato il comando di apertura, gli switch sono costretti ad aprire una corrente non nulla.

Trascurando per un momento i tempi morti dei ponti attivi, nell'istante in cui aprono  $Q_1$  e  $Q_4$  si osserva la chiusura di  $Q_2$  e  $Q_3$  che avviene a tensione nulla (ZVS) in quanto la corrente positiva sull'induttanza passa attraverso i diodi  $D_2$  e  $D_3$ .

Una situazione analoga si presenta per gli interruttori dell'output bridge quando  $i_L(\beta) > 0$ .

Se invece  $i_L(\pi) < 0$ , si assiste ad un turn-off soft di  $Q_1$  e  $Q_4$  poiché essi non stanno conducendo corrente, mentre alla chiusura  $Q_2$  e  $Q_3$  sono sottoposti a tutta la tensione di ingresso  $V_i$ .

L'apertura senza perdite e la chiusura hard si osservano nell'output bridge quando la corrente nell'induttanza all'istante  $\theta = \pi$  è negativa.

Queste considerazioni portano a dire che in un convertitore a ponte l'apertura soft e il turn-on efficiente degli interruttori di uno stesso ramo sono fenomeni in opposizione, i quali non si possono avere contemporaneamente.

Un possibile intervento che si può fare per limitare le perdite switching è quello di far lavorare il convertitore in modo tale da garantire la chiusura con ZVS, mentre per ridurre la tensione applicata agli interruttori durante il turn-off si inseriscono le solite capacità di snubber.

Come è stato detto in precedenza, la chiusura soft degli interruttori dell'input bridge si persegue quando  $i_L(\pi) > 0$  e sfruttando l'eq. (2.34) cambiata di segno si ottiene:

$$-\frac{1}{2} \left[ -\pi + V_{o,pu}(\pi - 2\beta) \right] > 0 \quad (2.44)$$

Risolvendola per  $V_{o,pu}$  essa diventa:

$$V_{o,pu} < \frac{\pi}{\pi - 2\beta} \quad (2.45)$$

e questo vale per il fatto che quando  $\beta < \pi/2$  l'espressione  $(\pi - 2\beta)$  è sempre positiva.

Una condizione analoga si può ricavare per gli interruttori dell'output bridge procedendo come segue:

$$\begin{aligned}
 i_{L,pu}(\beta) &> 0 \\
 \frac{1}{2} \left[ -(\pi - 2\beta) + V_{o,pu}\pi \right] &> 0 \\
 \Downarrow \\
 V_{o,pu} &> \frac{\pi - 2\beta}{\pi}
 \end{aligned} \tag{2.46}$$

Sostituendo le disequazioni (2.45) e (2.46) nell'equazione (2.36) si ottengono delle regioni nel piano  $\beta - P_{o,pu}$  dove il convertitore funziona in soft-switching.

Per quanto riguarda l'input bridge si ha:

$$\begin{aligned}
 P_{o,pu} &= V_{o,pu} \beta \left( 1 - \frac{\beta}{\pi} \right) \\
 \Downarrow \text{zvs} \\
 P_{o,pu} &< \frac{\pi}{\pi - 2\beta} \beta \left( 1 - \frac{\beta}{\pi} \right)
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

Mentre la condizione di ZVS per l'output bridge è data da:

$$\begin{aligned}
 P_{o,pu} &= V_{o,pu} \beta \left( 1 - \frac{\beta}{\pi} \right) \\
 \Downarrow \text{zvs} \\
 P_{o,pu} &> \frac{\pi - 2\beta}{\pi} \beta \left( 1 - \frac{\beta}{\pi} \right)
 \end{aligned} \tag{2.48}$$

Questi vincoli possono essere aggiunti alla figura 2.6 ed il risultato può essere osservato in figura 2.10 in cui sono mostrati solamente i tratti di curva nell'intervallo  $\left[0 \div \frac{\pi}{2}\right]$ .

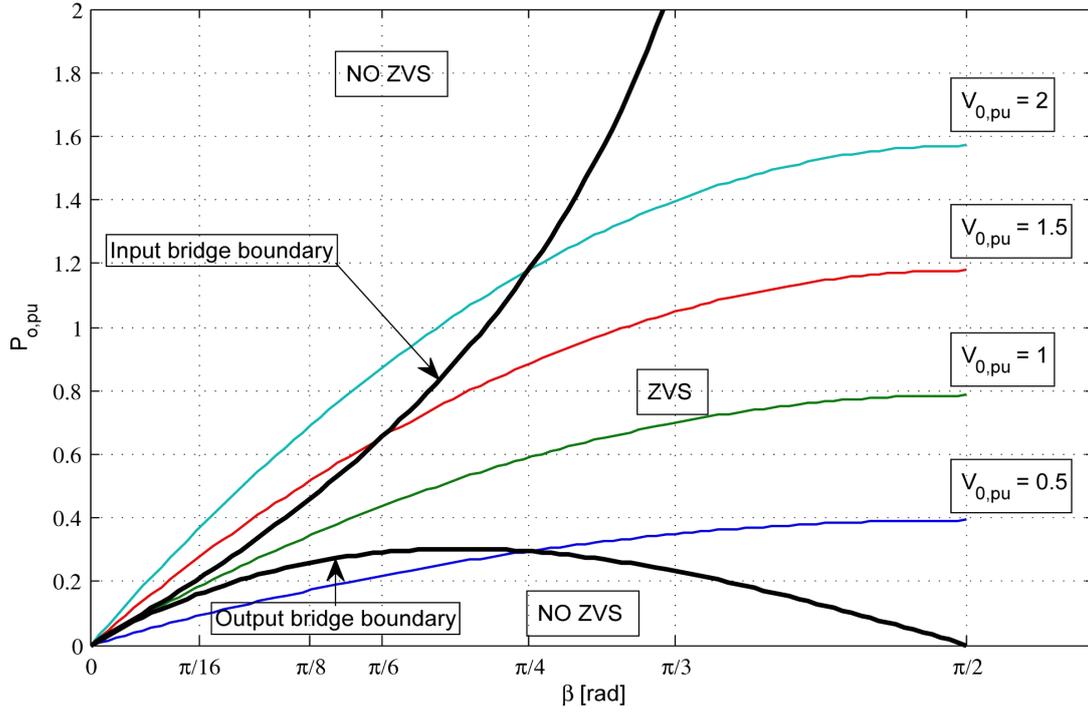
Nella immagine si può notare come sia possibile avere una chiusura soft per qualsiasi valore di  $\beta$  solo se  $V_{o,pu} = 1$ .

I limiti di ZVS si possono apprezzare meglio sul grafico di figura 2.9. Per ricavarli è necessario invertire le disequazioni (2.45) e (2.46) risolvendole per  $\beta$ :

$$\beta > \frac{\pi}{2} \left( 1 - \frac{1}{V_{o,pu}} \right) \quad \text{per l'input bridge} \tag{2.49}$$

$$\beta > \frac{\pi}{2} (1 - V_{o,pu}) \quad \text{per l'output bridge} \tag{2.50}$$

A questo punto, sostituendo (2.49) e (2.50) nell'equazione (2.37) è possibile ricavare una relazione tra la corrente in uscita e la tensione sul carico affinché sia garantita la chiusura soft. Per l'input bridge essa è data da:



**Figura 2.10:** Potenza in uscita ad un convertitore DAB in modalit  forward con  $\beta < \pi/2$ , considerando i limiti di ZVS.

$$\begin{aligned}
 I_{o,pu} &> \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{1}{V_{o,pu}}\right) \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2V_{o,pu}}\right) \\
 I_{o,pu} &> \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{1}{V_{o,pu}}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2V_{o,pu}}\right) \\
 I_{o,pu} &> \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{1}{V_{o,pu}^2}\right)
 \end{aligned} \tag{2.51}$$

Da qui si pu  invertire questa disequazione per ottenere una relazione che esprime  $V_{o,pu}$  in funzione di  $I_{o,pu}$

$$V_{o,pu} < \sqrt{\frac{1}{\left(1 - \frac{4}{\pi} I_{o,pu}\right)}} \tag{2.52}$$

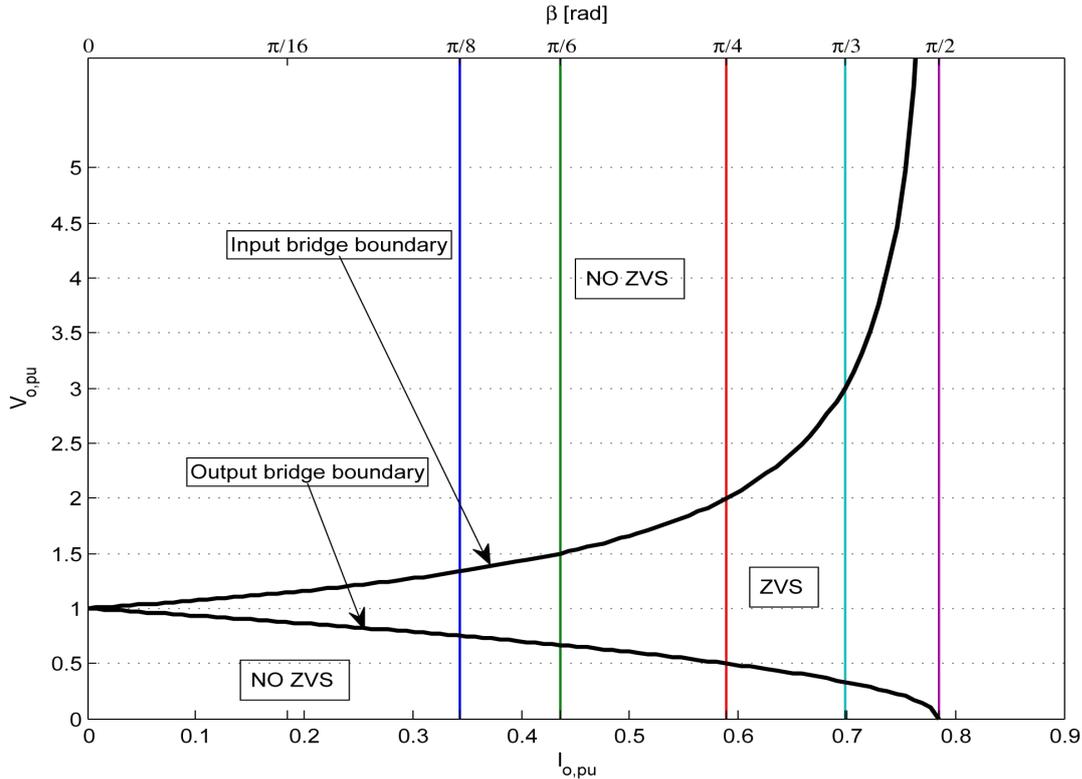
Ripetendo lo stesso procedimento per quanto riguarda gli interruttori dell'output bridge si arriva a:

$$\begin{aligned}
 I_{o,pu} &> \frac{\pi}{2} (1 - V_{o,pu}) \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{V_{o,pu}}{2}\right) \\
 I_{o,pu} &> \frac{\pi}{4} (1 - V_{o,pu}) (1 + V_{o,pu}) \\
 I_{o,pu} &> \frac{\pi}{4} (1 - V_{o,pu}^2)
 \end{aligned} \tag{2.53}$$

ed invertendo:

$$V_{o,pu} > \sqrt{1 - \frac{4}{\pi} I_{o,pu}} \quad (2.54)$$

Ecco che allora le disequazioni descritte in (2.52) e (2.54) possono essere riportate nel grafico  $I_{o,pu} - V_{o,pu}$  ottenendo la figura 2.11.



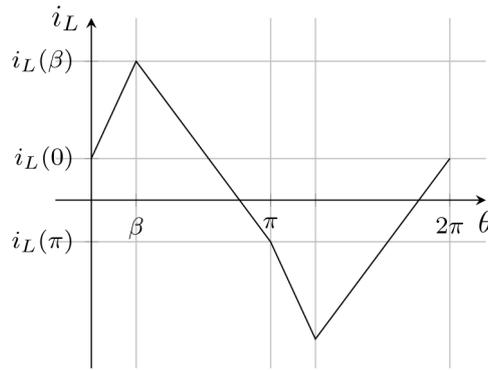
**Figura 2.11:** Grafico di figura 2.9 tenuta in considerazione l'area di ZVS.

Qui si vede chiaramente come nelle condizioni  $V_o = V_i$  tutti gli interruttori del DAB lavorano in ZVS qualsiasi sia il valore di  $\beta$ . I problemi del convertitore insorgono quando alla porta d'uscita è attaccato un carico leggero. In questa situazione gli switch sono costretti ad accendersi in maniera hard per un'ampia zona di funzionamento del convertitore.

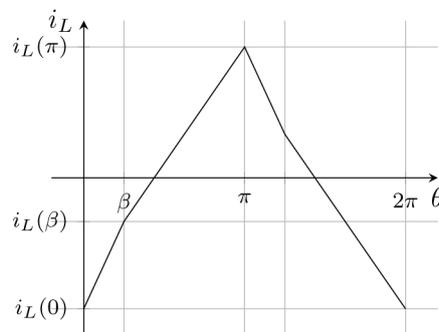
Si presti attenzione al fatto che al di fuori della regione di soft-switching il convertitore funziona comunque, solamente avrà un rendimento minore e i componenti saranno sottoposti ad uno stress maggiore.

Per rendersi conto di ciò che è stato appena detto si riporta in figura 2.12 l'andamento della corrente che scorre in  $L$  quando il convertitore alimenta un carico molto leggero. In questa situazione gli interruttori dell'input bridge penalizzano l'efficienza del convertitore.

Osservando di nuovo la figura 2.11 è facile notare come lo ZVS degli switch dell'output bridge venga impedito solamente quando il DAB funziona in modalità buck. In figura 2.13 si può osservare la forma d'onda della corrente  $i_L$  in questa circostanza.



**Figura 2.12:** Forma d'onda della corrente  $i_L$  quando non è perseguito lo ZVS dell'input bridge.



**Figura 2.13:** Forma d'onda della corrente  $i_L$  quando non è perseguito lo ZVS dell'output bridge.

Ritornando al problema principale, cioè quello di mantenere le perdite ridotte sia durante il turn-on che durante il turn-off, è necessario capire come lavorano le capacità di snubber. Per fare ciò ci si riferisce all'istante  $\pi$  in cui aprono  $Q_1$  e  $Q_4$ .

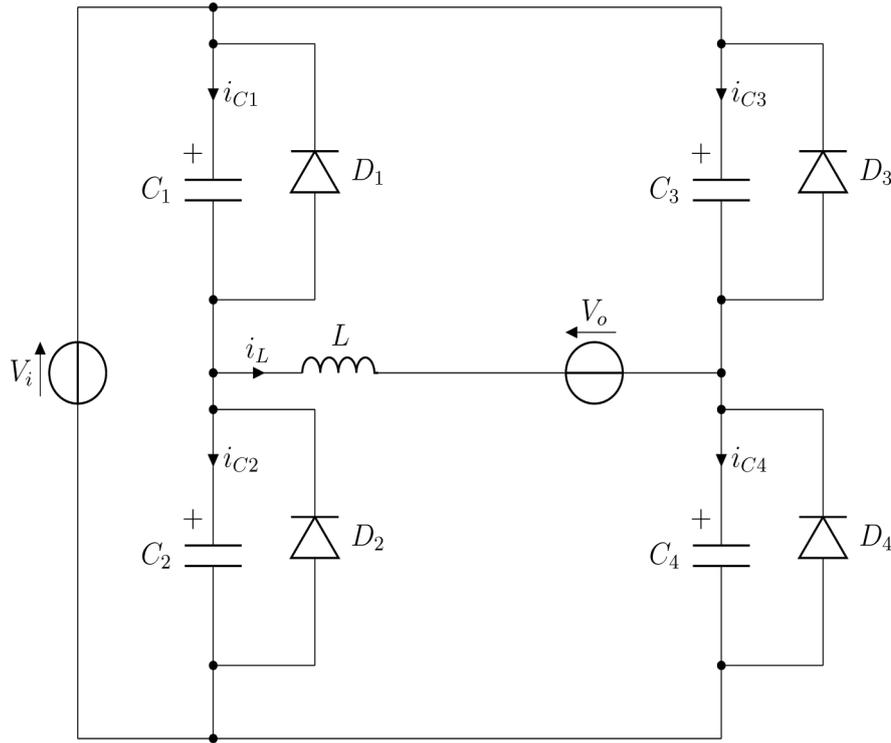
Appena dopo aver inviato il comando di turn-off degli interruttori, si assiste ad un breve periodo  $t_{db}$  in cui tutti e quattro gli switch dell'input bridge sono aperti. Durante questo tempo è possibile individuare uno schema equivalente del convertitore che è riportato in figura 2.14.

Con un'analisi del tutto simile a quella condotta per il SAB nel capitolo 1 è possibile individuare l'andamento di tensioni e correnti per ogni lato del circuito.

Senza ripetere tutto il procedimento si può intuire che, fino a quando i diodi  $D_2$  e  $D_3$  sono contropolarizzati, la corrente sull'induttanza (positiva) si divide in parti uguali attraverso le capacità  $C_3$  e  $C_4$  rientrando per i condensatori  $C_1$  e  $C_2$ . Ciò forza  $C_1$  e  $C_4$  a caricarsi, mentre le tensioni  $v_{C_2}$  e  $v_{C_3}$  si porteranno dal valore  $V_i$  a 0. Non appena esse tentano di diventare negative entrano in conduzione i diodi in parallelo a  $Q_2$  e  $Q_3$  che impongono una tensione nulla sui rispettivi switch. Ai capi degli interruttori  $Q_1$  e  $Q_4$  invece è presente la tensione  $V_i$ .

Come è stato spiegato per il SAB, per avere una transizione soft è necessario che la corrente presente nell'induttanza all'istante  $\pi$  sia maggiore di una certa quantità  $I_{L0,min}$ . Per calcolare questo valore si può effettuare un bilancio energetico.

L'energia presente nel convertitore all'inizio del transitorio risonante (periodo in cui la corrente dell'induttanza passa attraverso le capacità di snubber) è uguale alla



**Figura 2.14:** Circuito equivalente del DAB durante il turn-off di  $Q_1$  e  $Q_4$ .

somma dell'energia finale, dell'energia persa e dell'energia consegnata al carico<sup>4</sup>. Trascurando le perdite si può scrivere:

$$W_{in} = W_{fin} + W_{deliver} \quad (2.55)$$

Ipotizzando di essere nel caso limite in cui l'induttanza all'istante finale è completamente scarica la precedente uguaglianza si traduce in:

$$\frac{1}{2}C_2V_i^2 + \frac{1}{2}C_3V_i^2 + \frac{1}{2}LI_{L0,min}^2 = \frac{1}{2}C_1V_i^2 + \frac{1}{2}C_4V_i^2 + W_{deliver} \quad (2.56)$$

Considerando le capacità di snubber tutte uguali e di valore pari a  $C$  l'equazione (2.56) si semplifica e diventa:

$$\frac{1}{2}LI_{L0,min}^2 = W_{deliver} \quad (2.57)$$

L'energia consegnata al carico è data dall'integrale nel tempo della potenza assorbita dall'equivalente generatore di tensione  $V_o$  e cioè:

$$W_{deliver} = \int_0^{t^*} V_o i_L(t) dt \quad (2.58)$$

dove  $t^*$  è il tempo necessario per avere la completa scarica di  $C_2$  e  $C_3$ .

<sup>4</sup>Si può vedere tramite un'analisi dettagliata del circuito di figura 2.14 che finché i diodi  $D_2$  e  $D_3$  sono contropolarizzati la corrente  $i_i$  è nulla e perciò la sorgente non entra in gioco nelle considerazioni energetiche.

Poiché si è visto in precedenza che la corrente  $i_L$  si ripartisce in maniera uguale tra le capacità  $C_1$  e  $C_2$  (come se fossero in parallelo), la (2.58) si può sviluppare come segue:

$$W_{deliver} = V_o \int_0^{t^*} 2i_{C_1}(t) dt = 2V_o \int_0^{t^*} C \frac{dv_{C_1}}{dt} dt = 2V_o \int_0^{V_i} C dv_{C_1} = 2CV_o V_i \quad (2.59)$$

Sostituendo la (2.59) nella formula (2.57) e risolvendola per  $I_{L,min}$  si arriva al risultato desiderato:

$$I_{L,min} = 2\sqrt{\frac{C}{L}} \sqrt{V_i V_o} = \frac{2}{Z_0} \sqrt{V_i V_o} \quad (2.60)$$

Per avere un'apertura soft quindi, deve essere rispettata la condizione  $i_L(\pi) > I_{L,min}$  o equivalentemente:

$$i_L(0) < -\frac{2}{Z_0} \sqrt{V_i V_o} \quad (2.61)$$

Utilizzando la (2.8) e svolgendo alcuni passaggi matematici si arriva a:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\omega_s L} \left[ -V_i \pi + V_o (\pi - 2\beta) \right] &< -\frac{2}{Z_0} \sqrt{V_i V_o} \\ V_{o,pu} (\pi - 2\beta) - \pi &< -4\omega_s L \sqrt{\frac{C}{L}} \frac{1}{V_i} \sqrt{V_i V_o} \\ \beta &> \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2V_{o,pu}} + 2\frac{\omega_s}{\omega_0} \sqrt{\frac{1}{V_{o,pu}}} \end{aligned} \quad (2.62)$$

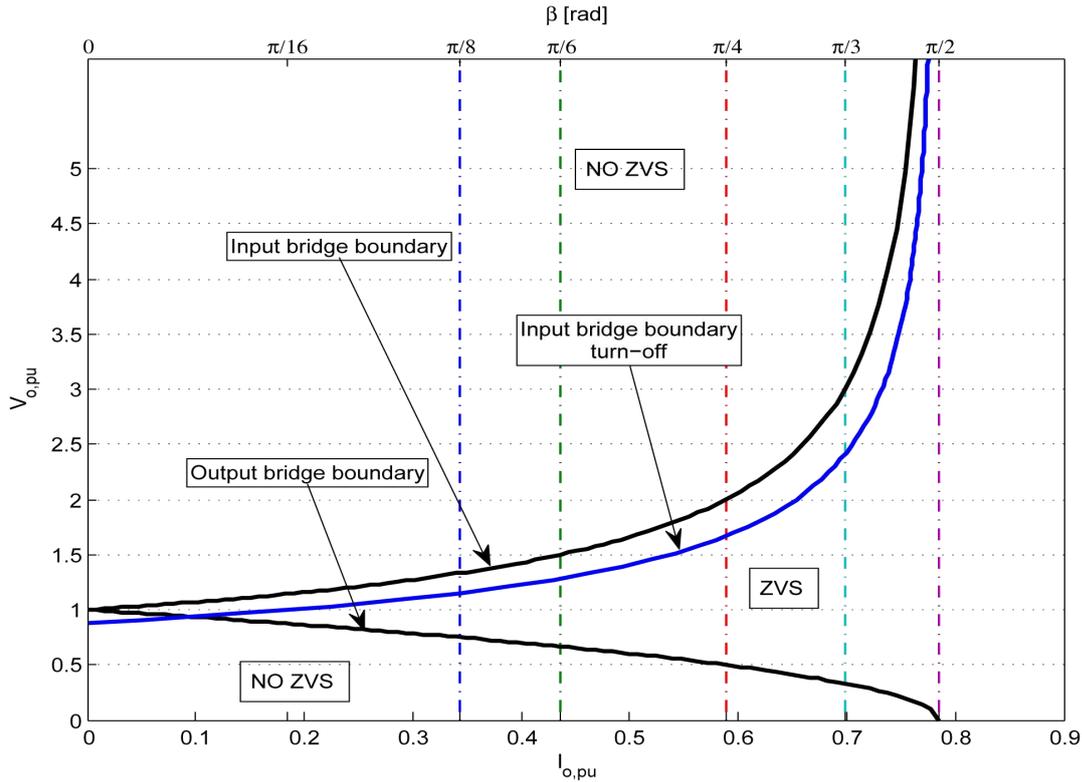
dove in questo caso  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .

Sfruttando ora l'equazione (2.37), sostituendovi la (2.62), si ottiene una relazione tra la corrente  $I_{o,pu}$  e la tensione  $V_{o,pu}$  che deve essere rispettata per non avere impulsi di corrente sui condensatori di snubber:

$$\begin{aligned} I_{o,pu} &\geq \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2V_{o,pu}} + 2\frac{\omega_s}{\omega_0} \sqrt{\frac{1}{V_{o,pu}}} \right) \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2V_{o,pu}} - \frac{2}{\pi} \frac{\omega_s}{\omega_0} \sqrt{\frac{1}{V_{o,pu}}} \right) \\ I_{o,pu} &\geq \pi \left[ \frac{1}{4} - \left( \frac{1}{2V_{o,pu}} - \frac{2}{\pi} \frac{\omega_s}{\omega_0} \sqrt{\frac{1}{V_{o,pu}}} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.63)$$

Questa disequazione non è facilmente invertibile, però può comunque essere inserita nel piano  $I_{o,pu} - V_{o,pu}$  come mostrato in figura 2.15.

Nell'immagine si può vedere che con l'inserimento delle capacità di snubber si ottiene un'apertura degli switch più soft (con meno stress sui componenti), ma ciò va a scapito dell'area di soft-switching del convertitore che viene ridotta. Si può notare anche che quando  $V_{o,pu} = 1$  lo sfasamento  $\beta$  non può essere ridotto a piacere se si vuole mantenere un rendimento alto del DAB.



**Figura 2.15:** Influenza delle capacità di snubber sulla regione di soft-switching nel piano  $I_{o,pu} - V_{o,pu}$  (si è assunto  $\frac{\omega_s}{\omega_0} = 0.1$ ).

Per quanto riguarda l'output bridge, si può condurre un'analisi del tutto simile e si giunge alla conclusione che nel funzionamento forward, la condizione più restrittiva è data dal limite di ZVS per il turn-on. Le capacità di snubber del ponte in uscita riducono l'area di soft-switching solamente nella modalità backward. In questo caso si può trovare una relazione simile a quella espressa dall'equazione (2.63) come è stato fatto in [15]. Questa però non dovrebbe essere inserita nel grafico di figura 2.15 in quanto nel funzionamento backward il valore medio della corrente in uscita risulta negativo.

## 2.2 Analisi del transitorio

Vista la similitudine con il SAB, l'analisi del Dual Active Bridge durante i periodi transitori può essere condotta in maniera analoga a quanto fatto nel capitolo precedente.

E' possibile perciò ottenere un modello equivalente a piccoli segnali per quanto riguarda la porta d'uscita del convertitore DAB ed utilizzare esso per progettare i regolatori di corrente e di tensione presenti nello schema di controllo che risulterà essere simile a quello di figura 1.20.

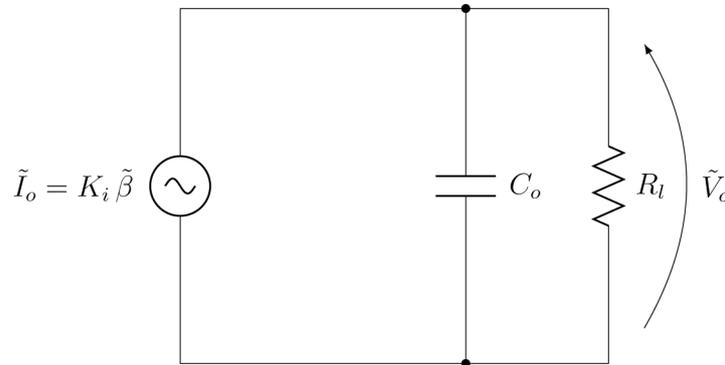
Per evitare inutili ripetizioni, in questo paragrafo verrà riportato solamente il modello dinamico del convertitore, lasciando al lettore il facile compito di utilizzare i risultati ottenuti per implementare gli anelli di feedback.

### 2.2.1 Modello dinamico

I metodi space-state averaging e generalized space-state averaging brevemente richiamati nel capitolo 1 sono stati adottati in letteratura per ricavare accurati modelli del DAB [2, 17].

Sebbene questi metodi producano degli ottimi risultati soprattutto se si vogliono considerare variazioni ad alta frequenza della grandezza di comando  $\beta$  [17], in questo testo si è scelto di procedere come è stato fatto da Alonso et al. in [1]. Infatti, considerando la corrente  $I_o$  sempre pari al valore di regime, il modello del convertitore che si ottiene risulta essere molto semplice.

Da [1] è possibile, considerando la tensione di ingresso costante, ricavare lo schema equivalente a piccoli segnali dello stadio d'uscita del DAB il quale è mostrato in figura 2.16.



**Figura 2.16:** Modello equivalente a piccolo segnale dello stadio di uscita di un convertitore DAB.

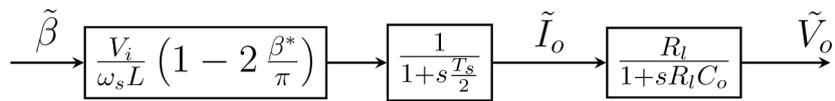
Il circuito appare formalmente identico a quello di figura 1.16 con l'unica differenza che la costante di proporzionalità tra la grandezza che esprime la variazione di  $\beta$  rispetto al valore di regime e  $\tilde{I}_o$  è diversa. In questo caso il valore di  $K_i$  si ottiene derivando l'equazione (2.19) rispetto alla grandezza di comando, calcolandola per il valore di regime  $\beta^*$  necessario per avere in uscita una corrente  $I_o^*$ :

$$\begin{aligned} \frac{dI_o}{d\beta} &= \frac{V_i}{\omega_s L} \left( 1 - 2 \frac{\beta}{\pi} \right) \\ &\Downarrow \\ K_i &= \frac{\tilde{I}_o}{\tilde{\beta}} = \left. \frac{dI_o}{d\beta} \right|_{\beta^*} = \frac{V_i}{\omega_s L} \left( 1 - 2 \frac{\beta^*}{\pi} \right) \end{aligned} \quad (2.64)$$

Lo schema a blocchi che scaturisce dalla figura 2.16 risulta essere quindi uguale a quello presente nell'immagine 2.17.

Ancora una volta, tra il segnale di comando e la corrente in uscita viene inserito il blocco ritardo di un tempo  $\frac{1}{2f_s}$ .

Anche se lo schema di controllo del convertitore non viene riportato è bene fare un'osservazione. Si può notare che la costante  $K_i$  per valori di  $\beta^*$  superiori a  $\frac{\pi}{2}$  diventa negativa e ciò introduce delle problematiche legate alla stabilità del



**Figura 2.17:** Schema a blocchi che modella un convertitore DAB in modalità forward.

sistema. Infatti, un guadagno negativo nella funzione di trasferimento  $G_I = \frac{\tilde{I}_o}{\tilde{\beta}}$  fa sì che nei diagrammi di Bode la fase sia  $-180^\circ$  e perciò risulta molto difficile ottenere un buon margine di fase.

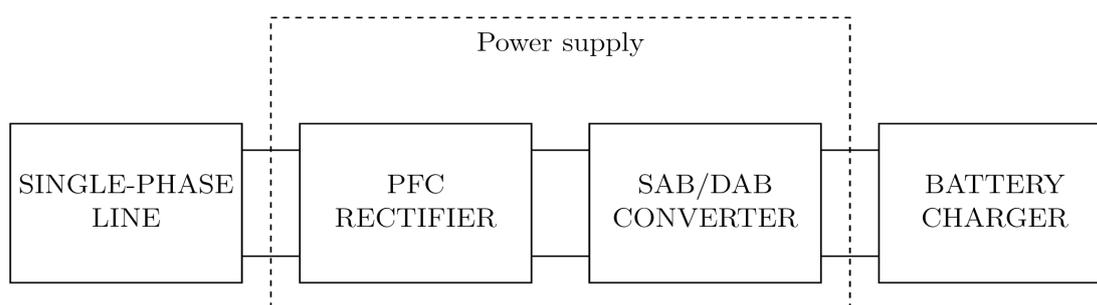
Di conseguenza, per il convertitore DAB risulta molto importante l'inserimento del blocco limitatore a valle del regolatore di corrente.



## Capitolo 3

# Progetto di un alimentatore per caricabatteria

I convertitori analizzati nei capitoli precedenti possono essere sfruttati come stadio intermedio tra una sorgente di alimentazione domestica e un caricabatteria di un veicolo elettrico. Lo schema di principio che mostra tutti i dispositivi coinvolti nel processo di ricarica può essere osservato in figura 3.1.



**Figura 3.1:** Schema di alimentazione di un caricabatteria di un veicolo elettrico.

Nell'immagine si può notare che l'energia fornita da una linea monofase viene raddrizzata tramite un convertitore PFC (*Power Factor Correction*), il quale consente di assorbire potenza dalla rete senza provocare disturbi eccessivi tali da causarne un malfunzionamento. A valle del PFC è inserito uno dei convertitori studiati in questo testo con la funzione di fornire un isolamento galvanico e di adattare la tensione in modo tale che il caricabatterie venga alimentato adeguatamente. Il blocco *battery charger* consiste in un *chopper* che permette al pacco batterie di essere caricato a corrente/tensione costante. Nel caso specifico, il pacco batterie è formato da 13 celle a ioni di litio con una tensione nominale di  $3.7\text{ V}$  e una capacità di  $100\text{ Ah}$ , collegate in serie per ottenere una tensione nominale totale di  $48\text{ V}$ . In ogni caso, durante il processo di ricarica la tensione del pacco varia da un minimo di  $39\text{ V}$  ad un valore di  $54.6\text{ V}$  raggiunto alla fine del processo.

Visto che in questa applicazione non è richiesto flusso bidirezionale di potenza, si è deciso di utilizzare il convertitore SAB per interfacciare il PFC al caricabatterie. Questa scelta è stata fatta per ridurre il numero di switch presenti nel circuito e per avere la minima complessità nel sistema di controllo.

I dati iniziali da cui partire per dimensionare tutti gli elementi presenti nel circuito di figura 1.1 sono elencati nella tabella 3.1.

**Tabella 3.1:** Dati nominali di progetto del convertitore SAB.

Parametro	Simbolo	Valore nominale
Tensione in ingresso	$V_i$	365 V
Tensione in uscita	$V_o$	60 V
Potenza in uscita	$P_o$	3 kW
Frequenza di switching	$f_s$	20 kHz

La tensione presente all'ingresso del convertitore è fornita dal PFC, mentre all'uscita è richiesta una tensione di 60 V che garantisce con un certo limite di sicurezza la corretta alimentazione del caricabatteria. La potenza nominale di 3 kW è quella massima che si osserva nella prima parte di carica in cui il pacco batterie assorbe una corrente costante.

In questo capitolo verranno ricavate in un primo momento delle formule che estendono l'analisi di regime del SAB e che sono utili per la scelta dei componenti. Dopo di che si passerà al progetto vero e proprio dove, oltre al dimensionamento degli elementi che compongono il circuito, verrà spiegato anche il criterio con la quale si possono sintetizzare le costanti dei regolatori. Tutto ciò verrà validato attraverso delle prove numeriche fatte con un software di simulazione circuitale.

### 3.1 Formule di supporto

Gli elementi più importanti del convertitore SAB, oltre al trasformatore ad alta frequenza, sono gli switch del ponte attivo assieme ai rispettivi diodi di ricircolo.

Per un corretto dimensionamento di questi componenti è necessario studiare in dettaglio le correnti che circolano in essi, le cui forme d'onda si possono osservare nelle figure 3.2 e 3.3 rispettivamente per un SAB in modalità CCM e DCM.

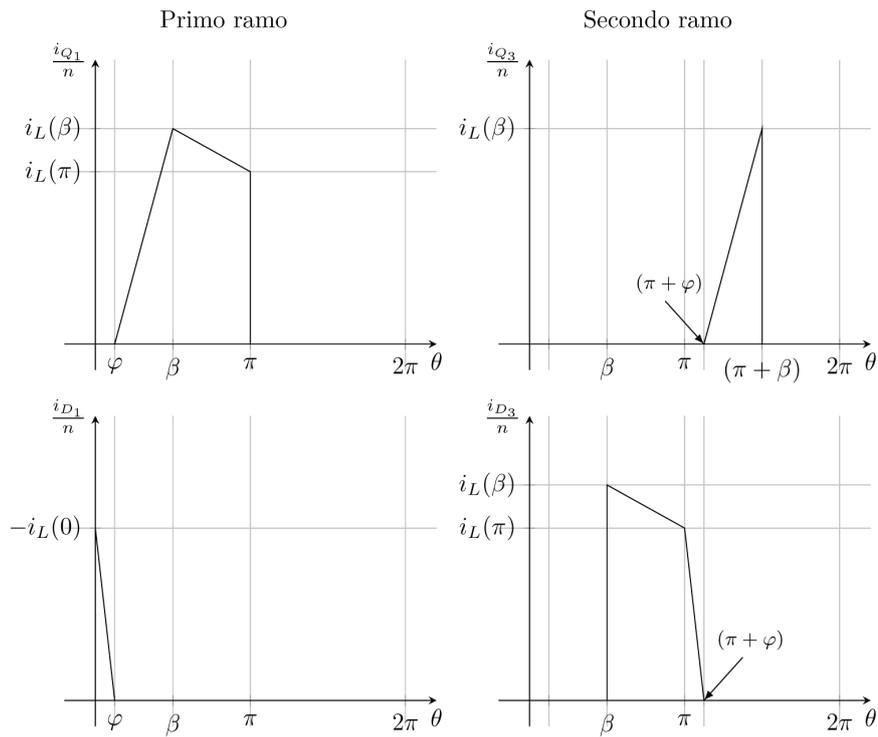
Nelle immagini vengono riportati gli andamenti delle correnti nelle valvole superiori di ciascun ramo, trascurando gli interruttori e i diodi inferiori in quanto le relative forme d'onda sono identiche a quelle inserite sfasate temporalmente di un semiperiodo.

Un altro fatto da notare è che in tutti i grafici le varie grandezze in ordinata sono moltiplicate per il rapporto spire ( $\frac{1}{n}$ ) anche se nella presente trattazione esso è assunto di valore unitario<sup>1</sup>.

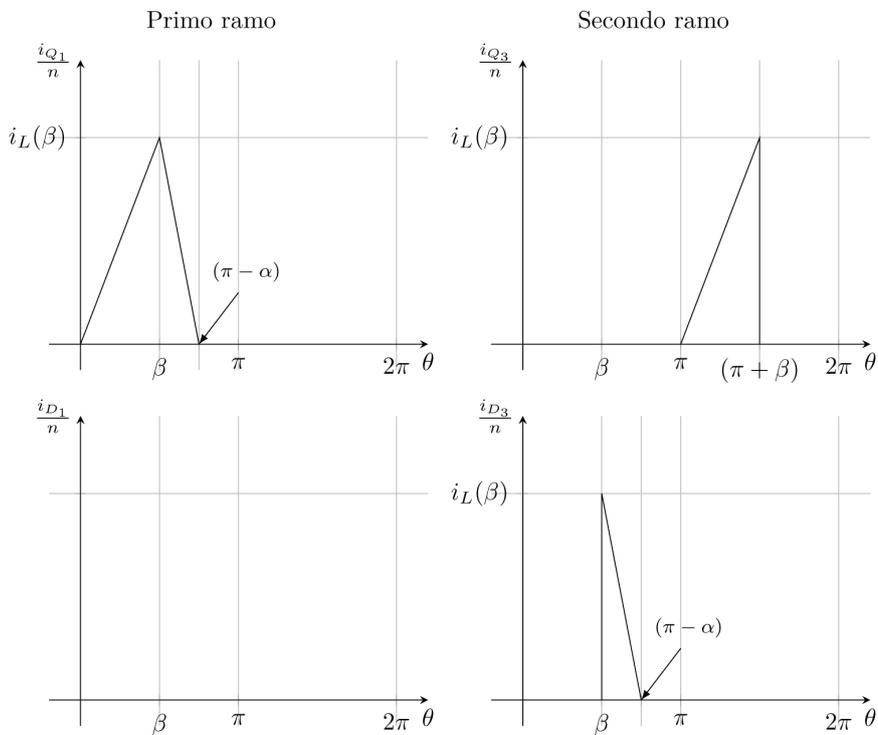
Dai vari diagrammi cartesiani si può rilevare che, a prescindere dalla modalità di conduzione del SAB, la corrente massima che circola negli switch è pari a  $i_L(\beta)$ .

Poiché i transistor vanno dimensionati in modo tale che questa corrente massima sia inferiore a quella garantita dal costruttore, è bene osservare l'andamento di  $i_L(\beta)$  al variare della potenza media erogata dal convertitore, cioè al variare di  $I_o$  nel caso in cui  $V_o$  viene mantenuta costante. Il grafico in questione può essere osservato in figura 3.4 a pagina 64.

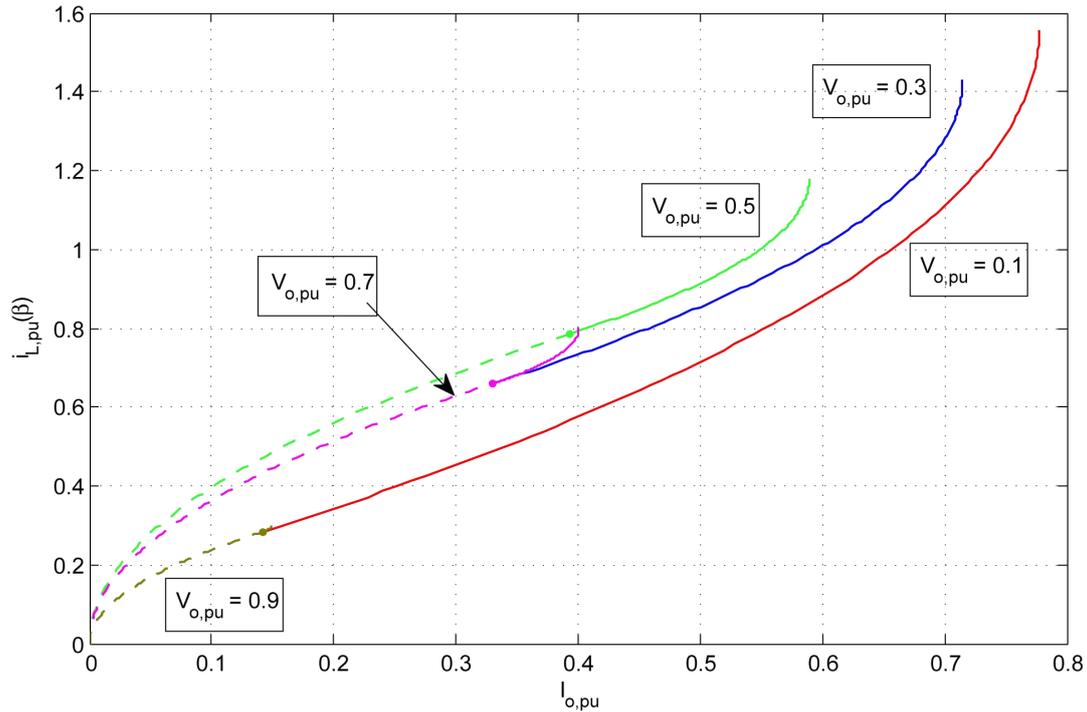
<sup>1</sup>Con il prosieguo della progettazione l'ipotesi di rapporto spire unitario verrà rimossa e le varie grandezze verranno riportate al primario.



**Figura 3.2:** Forme d'onda delle correnti che circolano negli switch e nei diodi del ponte attivo di un SAB in modalità CCM.



**Figura 3.3:** Forme d'onda delle correnti che circolano negli switch e nei diodi del ponte attivo di un SAB in modalità DCM.



**Figura 3.4:** Andamento di  $i_{L,pu}(\beta)$  al variare della corrente media erogata dal convertitore SAB. Le varie curve differiscono per il diverso valore di  $V_{o,pu}$ .

Per ottenere le varie curve presenti nel grafico si sono utilizzate le formule (1.17) e l'analoga equazione valida per la modalità DCM (rapportate per la rispettiva grandezza base). Inoltre, per calcolare i vari punti in ascissa si è fatto affidamento alla (1.45) e alla (1.51).

In figura 3.4 si può osservare che la corrente massima che circola negli switch ha un andamento monotono crescente con la corrente  $I_o$ . Inoltre, si vede chiaramente che al diminuire della corrente assorbita dal carico il SAB passa dalla modalità di conduzione continua (linee continue) alla modalità discontinua (linee tratteggiate). Un'altra considerazione importante può essere fatta notando che all'aumentare del rapporto tra  $V_o$  e  $V_i$  il valore massimo di corrente che il convertitore può erogare si riduce notevolmente.

Per completare l'analisi riguardante la corrente che scorre nei dispositivi del ponte invertente è possibile calcolarne il valore medio ed il valore efficace tramite il procedimento svolto in appendice A. Le relative formule si possono osservare in tabella 3.2.

Nella tabella sono riportate solamente le equazioni riguardanti lo switch  $Q_1$  e il diodo  $D_3$  in quanto essi risultano essere i componenti maggiormente caricati.

Ponendo le formule in questione in un diagramma cartesiano analogo a quello di figura 3.4 (che presenta in ascissa il valore medio della corrente in uscita al convertitore) si può osservare come, anche in questo caso i vari grafici risultano monotoni crescenti. Ciò significa che per scegliere i transistor appropriati si deve fare affidamento al punto di lavoro a potenza nominale (quando la  $I_o$  è la massima possibile).

Oltre alle grandezze riguardanti gli switch del ponte attivo, in tabella 3.2 è

**Tabella 3.2:** Valori medi ed efficaci di alcune correnti utili al dimensionamento del SAB.

$$I_{Q1,avg} = \frac{1}{4\pi} \left[ i_L(\beta) (\pi - \varphi) - i_L(0) (\pi - \beta) \right] \quad (3.1)$$

$$I_{D3,avg} = \frac{1}{4\pi} \left[ i_L(\beta) (\pi - \beta) - i_L(0) (\pi - \beta + \varphi) \right] \quad (3.2)$$

$$I_{Q1,rms} = \sqrt{\frac{1}{6\pi} \left[ i_L^2(\beta) (\pi - \varphi) + i_L^2(0) (\pi - \beta) + i_L(\beta) i_L(0) (\beta - \pi) \right]} \quad (3.3)$$

$$I_{D3,rms} = \sqrt{\frac{1}{6\pi} \left[ i_L^2(\beta) (\pi - \beta) + i_L^2(0) (\pi - \beta + \varphi) + i_L(\beta) i_L(0) (\beta - \pi) \right]} \quad (3.4)$$

$$I_{O,rms} = \sqrt{\frac{1}{3\pi} \left[ i_L^2(\beta) (\pi - \varphi) + i_L^2(0) (\pi - \beta + \varphi) + i_L(\beta) i_L(0) (\beta - \pi) \right]} \quad (3.5)$$

Modalità CCM

$$I_{Q1,avg} = \frac{1}{4\pi} i_L(\beta) (\pi - \alpha) \quad (3.6)$$

$$I_{D3,avg} = \frac{1}{4\pi} i_L(\beta) (\pi - \alpha - \beta) \quad (3.7)$$

$$I_{Q1,rms} = \sqrt{\frac{1}{6\pi} i_L^2(\beta) (\pi - \alpha)} \quad (3.8)$$

$$I_{D3,rms} = \sqrt{\frac{1}{6\pi} i_L(\beta) (\pi - \alpha - \beta)} \quad (3.9)$$

$$I_{O,rms} = \sqrt{\frac{1}{3\pi} i_L^2(\beta) (\pi - \alpha)} \quad (3.10)$$

Modalità DCM

mostrato anche il valore efficace della corrente  $i_o$ . Questa equazione entra in gioco nella selezione del condensatore  $C_o$  dato che dalle formule (3.5) e (3.10) si può ricavare facilmente il valore efficace della corrente  $i_{C_o}$  tramite la (3.11).

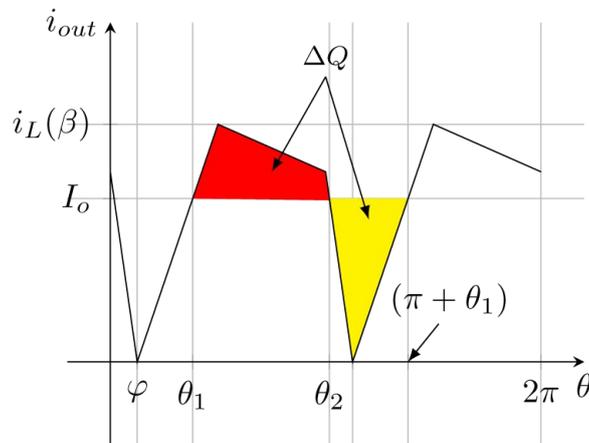
$$I_{C_o,rms} = \sqrt{I_{o,rms}^2 - I_o^2} \quad (3.11)$$

La scelta della capacità di filtro in uscita va fatta in modo tale da garantire un ripple di  $V_o$  limitato. Quest'ultimo può essere calcolato attraverso la seguente formula:

$$\Delta V = \frac{\Delta Q}{C_o} \quad (3.12)$$

dove  $\Delta Q$  è la carica che va ad aumentare la tensione su condensatore portandola dal valore minimo al valore massimo (o viceversa).

Per comprendere meglio questo fatto è possibile fare affidamento alla figura 3.5.



**Figura 3.5:** Forma d'onda della corrente  $i_{out}$  e rappresentazione del suo valore medio. Le aree colorate individuano la carica con la quale viene caricato/scaricato  $C_o$ .

La carica  $\Delta Q$  può essere individuata graficamente attraverso le aree colorate presenti nel diagramma cartesiano. Esse, quando il convertitore ha raggiunto lo stato di regime, sono equivalenti e perciò a seconda della convenienza, il calcolo della carica può essere fatto attraverso l'una o l'altra indifferentemente. Nel caso presentato in figura 3.5, in cui  $I_o < i_L(\pi)$ , il poligono che presenta una maggior facilità nel calcolo della propria area è il triangolo individuato dall'intervallo  $[\theta_2 \div (\pi + \theta_1)]$ . Di conseguenza la (3.12) si può sviluppare come segue:<sup>2</sup>

$$\Delta V = \frac{1}{\omega_s C_o} \frac{I_o (\pi + \theta_1 - \theta_2)}{2} \quad (3.13)$$

I valori  $\theta_1$  e  $\theta_2$  si possono calcolare semplicemente ponendo a sistema i tratti di retta della forma d'onda di  $i_{out}$  appropriati con la retta orizzontale di ordinata  $I_o$ . Nel caso trattato essi valgono:

<sup>2</sup>La comparsa della grandezza  $\omega_s$  al denominatore dell'equazione (3.13) è dovuta al fatto che la carica è data dall'integrale temporale della corrente, mentre il grafico di figura 3.5 presenta in ascissa la coordinata angolare  $\theta$ .

$$\theta_1 = \varphi + \frac{I_o}{i_L(\beta)} (\beta - \varphi) \quad (3.14)$$

$$\theta_2 = \pi + \varphi + \frac{I_o}{i_L(0)} \varphi \quad (3.15)$$

Quindi utilizzando la (3.13) in maniera congiunta con le (3.14) e (3.15) è facilmente individuabile il valore di capacità  $C_o$  per avere un valore di ripple inferiore ad un massimo consentito.

Nel caso in cui il valore medio della corrente  $i_{out}$  è maggiore della corrente  $i_L(\pi)$  le varie equazioni appena ricavate non sono più valide, ma il procedimento per ricavare il valore più consono di capacità in uscita rimane lo stesso.

## 3.2 Dimensionamento e scelta dei componenti

Partendo dai dati presenti nella tabella 3.1, è possibile ricavare la corrente nominale che il convertitore deve erogare:

$$I_{o,nom} = \frac{P_{o,nom}}{V_{o,nom}} = 50 A \quad (3.16)$$

Nella prima fase del processo di carica questa corrente rimane costante e la tensione del pacco di batterie sale. Raggiunto il valore massimo di  $54.6 V$ , il controllo del blocco battery charger di figura 3.1 fa sì che tale quantità non subisca ulteriori variazioni e ciò implica una riduzione della corrente assorbita dal carico fino ad arrivare all'1% del valore nominale ( $0.5 A$ ).

Per quanto detto, la batteria può essere assimilata ad un carico resistivo di resistenza variabile che nel punto di funzionamento nominale vale:

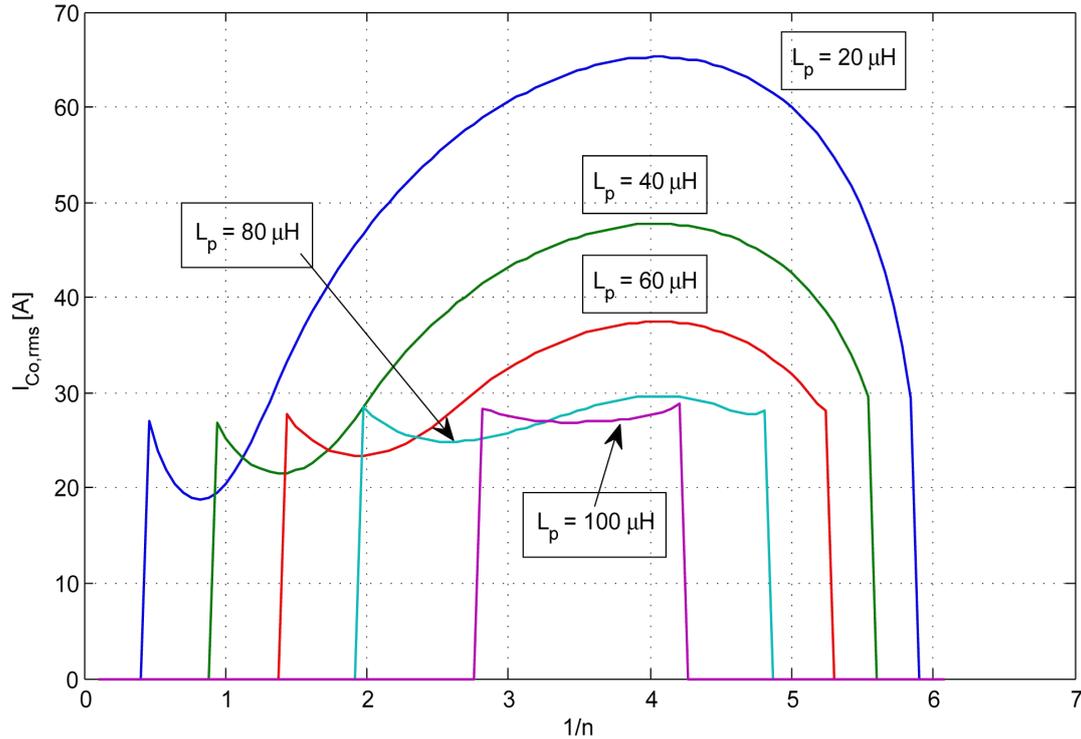
$$R_{l,nom} = \frac{V_{o,nom}}{I_{o,nom}} = 1.2 \Omega \quad (3.17)$$

### 3.2.1 Dimensionamento del trasformatore

Calcolate le varie grandezze nominali d'interesse, il progetto dei vari componenti inizia considerando il trasformatore per individuare il corretto rapporto spire  $n' = 1/n$  e per avere una stima sulla possibile induttanza di dispersione.

Mentre per il DAB una buona scelta del rapporto spire è quella che garantisce il soft-switching per un'ampia zona di lavoro del convertitore ( $n' = \frac{V_i}{V_o}$ ), nel SAB questo criterio non ha molto senso. Infatti, dato che, nell'applicazione in cui esso deve essere inserito, la corrente a fine carica è molto più piccola di quella nominale, ciò fa sì che il convertitore debba lavorare in modalità discontinua. Questo fatto preclude la possibilità di inserire le capacità di snubber sul primo ramo e di conseguenza nel periodo in cui il convertitore lavora in CCM, gli interruttori  $Q_1$  e  $Q_2$  sono soggetti ad un turn-off hard.

Dato che nel convertitore SAB il ripple di corrente nel condensatore d'uscita è molto elevato, una possibile regola per la scelta di  $n'$  è quella che permette di



**Figura 3.6:** Andamento di  $I_{C_o,rms}$  al variare del rapporto spire del trasformatore  $n'$ . I vari grafici differiscono per il diverso valore di  $L$  indicato sopra ad ogni curva.

minimizzare  $I_{C_o,rms}$ . In figura 3.6 è mostrato l'andamento di tale grandezza al variare del rapporto spire del trasformatore per un insieme plausibile di induttanze di dispersione (i valori di  $L$  sono riferiti al lato primario).

Le varie curve che si trovano nel grafico sono state ottenute con le formule (3.5), (3.10) e (3.11). Le diverse grandezze presenti in queste equazioni, quali ad esempio  $\varphi$ ,  $i_L(\beta)$  e via dicendo, sono state calcolate riportando tutte le quantità necessarie al primario (cioè considerandole funzioni di  $n'$ ).

I tratti delle curve che coincidono con l'asse delle ascisse ( $I_{C_o,rms} = 0$ ) non sono veritieri, ma stanno ad indicare che fissando  $n'$  in uno di quei punti, il convertitore non è in grado di garantire una tensione media di 60 V in uscita.

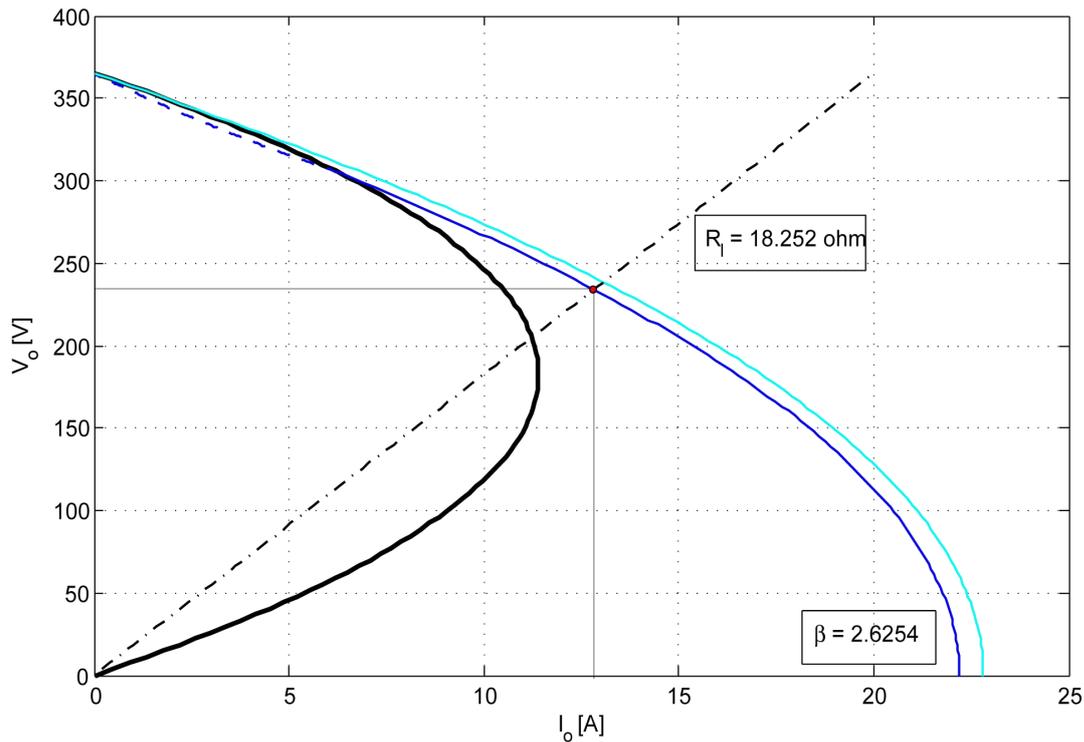
A prescindere dai metodi utilizzati per ricavare il grafico 3.6, in esso è possibile osservare come il punto di lavoro ottimale si ottenga con  $L_p = 20 \mu H$  ed  $n' = 0.8$  circa<sup>3</sup>. Un valore di  $n'$  inferiore all'unità però, fa sì che le correnti lato rete siano maggiori rispetto a quelle lato carico ( $i_p = i_s/n'$ ) e ciò non aiuta nella scelta degli switch.

Un'altra considerazione da fare riguarda il valore di  $L_p$  che per motivi pratici non può essere troppo bassa. Per venire incontro alle esigenze del costruttore, si è scelto di progettare il convertitore con una  $L_p$  di  $100 \mu H$  (in questo modo se l'induttanza di dispersione reale è inferiore a questo valore è sempre possibile correggerla attraverso un'induttanza aggiuntiva).

<sup>3</sup>In questo caso si è introdotto il simbolo  $L_p$  per puntualizzare il fatto che l'induttanza di dispersione in questione è riferita al primario.

Dal grafico di figura 3.6 si vede che il rapporto spire ottimale può essere scelto all'interno dell'intervallo  $[3 \div 4]$  in quanto entro a questo range il ripple della corrente sul condensatore non varia molto. La scelta finale è ricaduta su un valore di  $n'$  pari a 3.9 per avere allo stesso tempo anche una corrente massima sugli switch limitata.

Noti il valore del rapporto spire e quello dell'induttanza di dispersione è possibile individuare correttamente il punto di lavoro del convertitore sul piano  $I_o - V_o$ , il quale viene mostrato in figura 3.7.



**Figura 3.7:** Punto di lavoro nominale del convertitore. Le varie grandezze presenti sono riferite al primario del trasformatore.

Si può osservare come al punto di lavoro nominale corrispondono le grandezze  $V_{o,p} = 234 V$  e  $I_{o,p} = 12.8 A$ , quantità che per l'ennesima volta vengono riferite al primario. Questa situazione si raggiunge con un valore di  $\beta$  pari a  $\beta_{nom} = 2.6254 rad$ . Inoltre si può osservare che quando il convertitore eroga la potenza nominale esso lavora in modalità CCM.

### 3.2.2 Dimensionamento e scelta del condensatore in uscita

Oltre a trovare il punto di lavoro del SAB, le grandezze  $n'$  e  $L_p$  consentono di calcolare la maggior parte delle equazioni introdotte nel capitolo 1 e nel precedente paragrafo. Si può così continuare il progetto del convertitore andando a dimensionare il condensatore di filtro in uscita.

Dato che il ripple di corrente in  $C_o$  anche se è stato minimizzato rimane comunque una quantità elevata, anziché utilizzare la formula 3.13 per imporre un determinato ripple di tensione su  $V_o$ , conviene scegliere il condensatore in questio-

ne in modo tale che riesca a sopportare l'elevato valore efficace della corrente che circola in esso, valutando in seguito se  $\Delta V_o$  è accettabile oppure no.

La scelta di  $C_o$  è ricaduta sui condensatori elettrolitici della serie ALC40C102EL400 fabbricati dalla ditta Kemet. Essi sono costruiti per sopportare una corrente di ripple di  $10.16 A$  e di conseguenza per lo stadio di uscita del convertitore ne sono necessari minimo 3 connessi in parallelo (infatti dal grafico di figura 3.6 oppure attraverso la formula 3.11 si può vedere come nominalmente  $I_{C_o,rms}$  sia uguale a circa  $27.5 A$ ). La tensione che ciascun condensatore riesce a sopportare è  $400 V$  che è ben al di sopra dei  $60V$  richiesti. Come ultimo dato si fornisce la capacità:  $1000 \mu F$  ciascuno, che per tre condensatori in parallelo fornisce  $3000 \mu F$  equivalenti. In ultima analisi, utilizzando la (3.13), è possibile controllare che con questa scelta di  $C_o$  si ottiene un ripple di tensione  $\Delta V = 0.099 V$  pari allo 0.17% della tensione d'uscita (valore molto soddisfacente).

### 3.2.3 Scelta degli switch

Per trovare gli switch del ponte attivo più consoni per questo convertitore è necessario osservare la corrente massima che essi devono portare. Si è visto nel capitolo precedente che questa quantità è data da  $i_L(\beta)$  quando il SAB lavora a potenza nominale. Perciò, tramite l'eq. (1.17), si può stabilire che la corrente nominale fornita dal datasheet degli interruttori deve essere superiore a  $24.16 A$ .

Un tipo di valvola in grado di sopportare ciò è il MOSFET SCT2120AF, la cui corrente continua di drain nominale è  $29 A$ . Il semiconduttore con la quale questo MOSFET viene realizzato è carburo di silicio (SiC MOSFET) che ne conferisce una bassa resistenza in conduzione ( $R_{DS(on)} = 120 m\Omega$  alla temperatura di  $25^\circ C$ ) e delle ottime caratteristiche di switching (il tempo necessario allo spegnimento della valvola è  $t_{off} = 80 ns$ ). La tensione massima che il dispositivo è in grado di bloccare è  $650 V$  che permette di inserirlo con una certa sicurezza nel circuito in quanto gli switch del SAB sotto studio devono sopportare una tensione di  $365 V$  pari al valore della tensione in ingresso.

Il SiC MOSFET considerato presenta intrinsecamente un diodo in antiparallelo che anch'esso resiste alle tensioni e correnti precedentemente indicate.

L'utilizzo di dispositivi di tipo MOSFET fa sì che le forme d'onda mostrate nelle figure 3.2 e 3.3 non siano più valide in quanto questo tipo di transistor può condurre corrente in entrambi i versi<sup>4</sup>. Di conseguenza anche le formule presenti in tabella 3.2 che riguardano gli interruttori e i diodi di ricircolo non forniscono più il giusto valore medio o il corretto valore efficace. Queste quantità però si possono sempre agilmente trovare attraverso una simulazione numerica e ciò verrà fatto in seguito.

L'accensione dei dispositivi MOSFET avviene tramite l'applicazione di una tensione tra il terminale gate e il terminale source. L' SCT2120AF richiede una tensione compresa tra i  $15 V$  e i  $20 V$  per un corretto turn-on. Poiché il comando che stabilisce se l'interruttore deve essere spento oppure acceso proviene da un sistema di controllo (analogico o digitale) a bassa potenza, è necessario un dispositivo che

<sup>4</sup>I grafici delle figure 3.2 e 3.3 sono validi per dispositivi unidirezionali quali ad esempio gli IGBT.

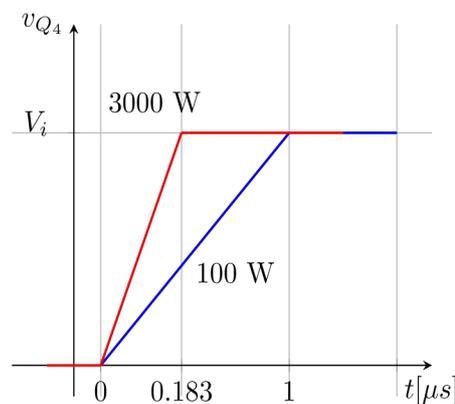
lo interfacci al sistema di potenza. Questo dispositivo è chiamato gate driver e nel caso specifico ne vengono utilizzati due (uno per gamba) della serie NCP5304. Essi accettano in ingresso valori logici alti di  $3.3\text{ V}$  o  $5\text{ V}$  e possono essere alimentati con una tensione compresa tra  $10\text{ V}$  e  $20\text{ V}$ . Per un corretto funzionamento di questi dispositivi, la tensione massima che deve essere presente ai capi dell'interruttore spento in un ramo del ponte deve essere inferiore ai  $600\text{ V}$ . I gate driver scelti utilizzano la tecnica del bootstrap per alimentare adeguatamente l'interruttore superiore (il cui source non è connesso a massa).

### 3.2.4 Dimensionamento e scelta dei condensatori di snubber

In precedenza si è visto che nell'applicazione studiata, il SAB inizialmente lavora in modalità di conduzione continua, ma poi inevitabilmente passa in modalità DCM (questo perché la potenza erogata dal convertitore durante il processo di ricarica si riduce notevolmente). Questo fatto preclude in partenza l'utilizzo dei condensatori  $C_{s,1}$  e  $C_{s,2}$ .

Per quanto riguarda il progetto delle capacità di snubber nel secondo ramo del ponte attivo, si deve fare riferimento a quanto detto nel paragrafo 1.1.5. In particolare è importante conoscere l'entità del tempo morto. Un valore per  $t_{db}$  di  $1\text{ }\mu\text{s}$  è una quantità più che sufficiente considerato il tempo di spegnimento degli switch ( $1\text{ }\mu\text{s}$  corrisponde al 2% del periodo di switching).

Constatando che  $1\text{ }\mu\text{s}$  è una quantità molto piccola, i vari tratti di tensione sinusoidale che si hanno sugli switch durante il periodo risonante (vedi figura 1.13) si possono approssimare con delle rette. Per rendersi conto di ciò si può fare affidamento alla figura 3.8.



**Figura 3.8:** Forma d'onda linearizzata della tensione sullo switch  $Q_4$  durante il turn-off. Le due curve si riferiscono a due diversi valori di  $P_o$ .

Nell'immagine sono raffigurate le forme d'onda della tensione sullo switch  $Q_4$  in un intorno dell'istante  $\beta/\omega_s$ , curve che differiscono per il diverso valore di potenza in uscita al convertitore (cioè per un diverso valore di corrente che carica la capacità  $C_{s,4}$ ).

L'individuazione del valore adeguato da attribuire alle capacità di snubber viene fatta imponendo che nella condizione di  $P_o = 100\text{ W}$  il condensatore si carichi al valore  $365\text{ V}$  esattamente in un tempo pari al dead time.

L'equazione che regola la tensione sul condensatore è la seguente:

$$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} \quad (3.18)$$

Poiché si è assunto un andamento lineare di  $v_C(t)$ , questo implica una corrente di carica costante. Essa è data dal valore  $\frac{i_L(\beta)}{2}$ , in quanto a suo tempo si è visto che durante il tempo morto la corrente presente nell'induttanza si divide in parti uguali per caricare  $C_{s,4}$  e allo stesso tempo scaricare  $C_{s,3}$ .

Indicando con il nome  $I_{L,min}$  la corrente  $i_L(\beta)$  quando il convertitore eroga la potenza di  $100\text{ W}$  (il cui valore è circa  $4.18\text{ A}$ ) è possibile sviluppare la (3.18) e scrivere:

$$\frac{I_{L,min}}{2} t_{db} = CV_i \quad (3.19)$$

che rappresenta quanto è stato detto prima a parole a riguardo del metodo di scelta di  $C_s$ .

Sostituendo i corretti valori numerici nella (3.19) si ottiene un valore di capacità pari a  $5.7\text{ nF}$ . Con questo valore, la corrente  $i_L(\beta)$  nominale ( $24.16\text{ A}$ ) carica i condensatori di snubber in circa  $181\text{ ns}$ , il che implica una tensione di  $160\text{ V}$  ai capi dello switch dopo  $80\text{ ns}$  dal tempo dell'apertura (quando il turn-off del MOSFET è terminato ai capi dell'interruttore è presente il 44% della tensione  $V_i$ ). Si può quindi stabilire che  $5.7\text{ }\mu\text{F}$  è il giusto compromesso per avere un'ampia zona di lavoro contraddistinta da commutazioni soft e per tenere comunque limitata la tensione durante il turn-off degli interruttori quando il convertitore eroga i  $3000\text{ W}$  nominali.

Il motivo per cui i condensatori di snubber sono stati dimensionati nella situazione in cui la batteria assorbe una potenza di  $100\text{ W}$  e non per la minima potenza erogabile dal SAB ( $30\text{ W}$ ) è che altrimenti si sarebbero trovati dei valori troppo piccoli di  $C_s$ . Così facendo però sotto i  $100\text{ W}$  (che corrispondono ad una  $I_o$  di  $1.67\text{ A}$ ) il soft-switching non è più perseguito. La corrente di picco che scaturisce dal gradino di tensione nei condensatori in questa zona di lavoro, viene limitata solamente dagli elementi parassiti. Un' alternativa possibile è quella di aumentare  $t_{db}$ .

Per la realizzazione del circuito vengono utilizzati due condensatori ceramici della serie C2012C0G2W562J125AA forniti dalla TDK, i quali presentano una capacità di  $5.6\text{ nF}$  e sopportano una tensione di  $450\text{ V}$ .

### 3.2.5 Scelta del ponte raddrizzatore

Rimane adesso da considerare solamente il ponte passivo a valle del trasformatore.

Questo tipo di componente, anziché costruirlo manualmente utilizzando i diodi appropriati, è disponibile in commercio come singolo dispositivo integrato. La scelta fatta è ricaduta sul raddrizzatore a ponte APT60DF60HJ della Microsemi. Esso è in grado di erogare una corrente di uscita di  $60\text{ A}$  (valore medio) e sopporta una tensione inversa di  $600\text{ V}$ . Tali caratteristiche lo portano ad essere correttamente impiegato nel progetto.

Per concludere, ora che tutti gli elementi del circuito sono stati dimensionati, è possibile riassumere i risultati ottenuti raccogliendo tutti i dati nella tabelle 3.3 e 3.4.

**Tabella 3.3:** Valori ottenuti dal dimensionamento del convertitore.

Elemento	Simbolo	Valore
Rapporto spire	$n$	3.9
Induttanza di dispersione	$L_p$	$100\mu H$
Capacità del filtro in uscita	$C_o$	$3000\mu F$
Capacità di snubber	$C_s$	$5.6nF$

**Tabella 3.4:** Componenti scelti per la realizzazione del SAB.

Elemento	Numero	Tipologia	Codice identificativo
Switch	4	SiC MOSFET	SCT2120AF
Driver	2	MOSFET driver	NCP5304
Capacità $C_o$	3	Condensatore elettrolitico	ALC40C102EL400
Capacità $C_s$	2	Condensatore ceramico	C2012C0G2W562J125AA
Raddrizzatore	1	Ponte a diodi	APT60DF60HJ

### 3.3 Progetto dei regolatori

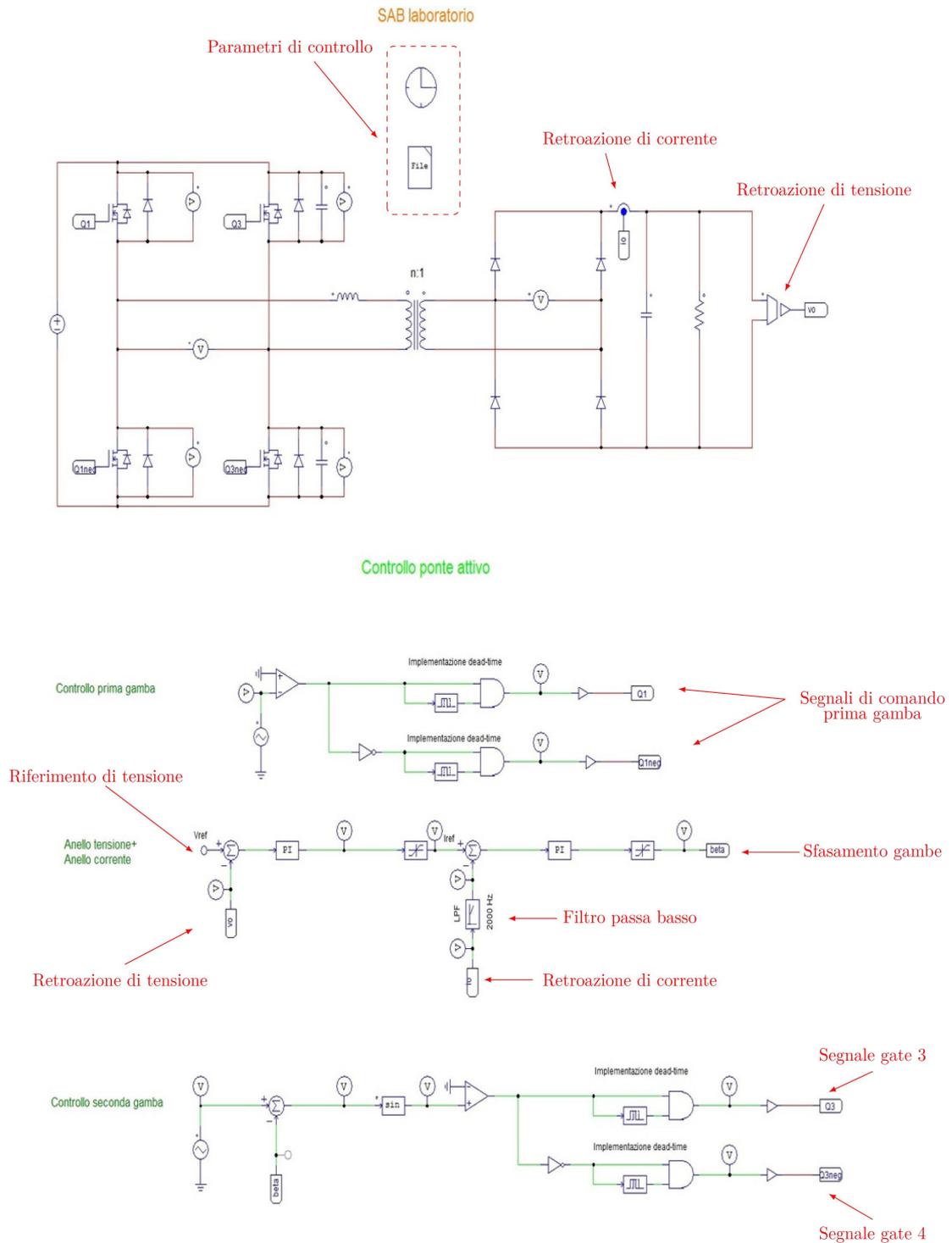
Gli anelli di controllo introdotti nel paragrafo 1.2.2, dal punto di vista pratico vengono implementati come mostrato in figura 3.9.

Nell'immagine si possono notare i vari elementi caratteristici di un anello di feedback e cioè un riferimento di tensione  $V_{ref}$  e delle grandezze di retroazione  $v_o$  e  $i_o$ .

Poiché il sistema di controllo è ideato per regolare il valore medio delle grandezze sorvegliate, è necessaria la presenza di un filtro passa basso applicato al segnale  $i_o$ . La frequenza di taglio del filtro è di fondamentale importanza in quanto essa limita la banda passante dell'anello di corrente (e di conseguenza anche quella dell'anello di tensione). In questo caso essa è stata scelta pari a  $2kHz$ .

Nello schema di controllo, in uscita ai due blocchi PI si possono vedere i blocchi limitatori. L'uscita del regolatore di tensione, la quale fornisce il riferimento di corrente, è controllata per non superare il valore di  $60A$ , mentre l'uscita del regolatore di corrente produce la variabile di controllo  $\beta$  all'interno dell'intervallo  $[0 \div \pi]$ .

Il segnale di comando degli interruttori del primo ramo del ponte invertente viene prodotto con la consueta tecnica PWM. Nel caso specifico, un'onda triangolare con frequenza  $20kHz$  viene confrontata con un segnale costantemente nullo. L'uscita del blocco comparatore (cioè un onda quadra unidirezionale) viene mandata in ingresso ad un sistema per l'implementazione del dead time. Esso utilizza un blocco ritardo (settato con valore  $t_{db}$ ) e una porta and. Mandando agli ingressi di



**Figura 3.9:** Realizzazione pratica del circuito di controllo a livello di simulazione.

quest'ultima il segnale proveniente dal comparatore ed il segnale sfasato nel tempo si ottiene in uscita un segnale ad onda quadra il cui fronte di salita è ritardato di  $t_{db}$ . Questo segnale viene inviato all'elemento *on-off switch controller* dell'interruttore  $Q_1$ <sup>5</sup>. Stesso identico procedimento viene adottato per lo switch  $Q_2$ , con l'unica differenza che prima del blocco che implementa il dead time viene inserita una porta not.

Per creare il segnale di controllo degli interruttori del secondo ramo del ponte attivo è necessario generare un'onda quadra unidirezionale sfasata di un angolo  $\beta$  rispetto all'uscita del comparatore dello schema precedentemente illustrato. Per produrla si utilizza un generatore a dente di sega con frequenza sempre pari a  $20\text{ kHz}$ , un valore iniziale di  $0\text{ V}$  ed un valore finale di  $2\pi\text{ V}$ . Ad esso si sottrae l'uscita del regolatore di corrente (cioè la grandezza  $\beta$ ) e tutto ciò viene utilizzato come argomento della funzione seno. In questo modo si ottiene il seguente segnale:

$$v_s(\theta) = \sin(\theta - \beta) \quad (3.20)$$

il quale viene confrontato con un segnale nullo per ricavare il risultato desiderato.

Dal comparatore in poi si può utilizzare lo stesso schema impiegato per il controllo degli switch  $Q_1$  e  $Q_2$ .

Per settare le costanti dei regolatori si utilizza lo schema a blocchi presente in figura 1.20. In esso si può notare che la funzione di trasferimento (f.d.t.) in catena diretta dell'anello di corrente ( $G_i$ ) è del primo ordine. Tenendo conto del filtro in retroazione si ottiene come f.d.t della catena aperta  $GH_i$  quella di un sistema del secondo ordine a due poli reali e distinti. Perciò, fissando la costante di tempo del regolatore di corrente ( $\tau_{R_i}$ ) pari a quella del polo che presenta la pulsazione di taglio inferiore e imponendo la banda passante di  $GH_i$  più piccola di tale valore, si riesce ad ottenere un margine di fase di circa  $90^\circ$ . Nel caso specifico,  $\tau_{R_i}$  viene assunta pari a circa  $80\ \mu\text{s}$  cioè uguale all'inverso della pulsazione di taglio del filtro passa basso ( $\omega_f = 2\pi 2000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ). La costante dell'azione integrativa del PI viene settata per avere una banda passante di  $800\text{ Hz}$ .

Una volta progettato il regolatore di corrente, si può procedere analizzando l'anello di tensione. Per fare ciò si ipotizza che la dinamica dell'anello di corrente sia molto più veloce di quella dell'anello esterno e perciò si può assumere che la f.d.t. del primo sia pari a  $W_i = \frac{1}{H(s)}$ . A questo punto in catena aperta dell'anello di tensione si ottiene una f.d.t ( $GH_v$ ) che presenta un polo alla frequenza angolare di valore pari a  $\frac{1}{R_i C_o}$  (cioè  $278 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ) e uno zero alla pulsazione  $w_f$ . Come in precedenza si setta la costante di tempo del regolatore ( $\tau_{R_v}$ ) in modo tale da cancellare il polo presente nella  $GH_v$ . Per far sì che effettivamente il controllo di corrente sia molto più veloce di quello di tensione si fissa la banda passante di quest'ultimo pari a  $100\text{ Hz}$ .

Quanto detto sin qui a parole è stato implementato attraverso uno script MATLAB che consente di aggiornare in maniera automatica le costanti dei regolatori

---

<sup>5</sup>Questo schema è stato realizzato attraverso un software di simulazione. Nella realtà il blocco ritardo viene implementato attraverso un circuito analogico fatto di resistenze e condensatori, oppure in maniera digitale con un microcontrollore. Il blocco *on-off switch controller* rappresenta il driver del mosfet.

nel caso in cui si dovessero cambiare uno o più parametri del convertitore. Lo script inoltre permette di osservare i diagrammi di Bode delle varie f.d.t. sia in catena aperta che in catena chiusa. Il codice realizzato può essere osservato in appendice B. I valori ottenuti dall'esecuzione del programma sono elencati in tabella 3.5.

**Tabella 3.5:** Costanti dei regolatori del sistema di controllo.

Regolatore	Costante	Simbolo	Valore	Unità di misura
Corrente	Proporzionale	$K_{Pi}$	0.043	$\frac{rad}{A}$
	Integrale	$K_{Ii}$	538.467	$\frac{rad}{As}$
	Di tempo	$\tau_{Ri}$	$80 \cdot 10^{-5}$	s
Tensione	Proporzionale	$K_{Pv}$	1.885	$\frac{A}{V}$
	Integrale	$K_{Iv}$	523.6	$\frac{A}{Vs}$
	Di tempo	$\tau_{Rv}$	0.0036	s

Dal punto di vista sperimentale, la misura della tensione  $v_o$  da mandare in retroazione viene effettuata attraverso un partitore resistivo che presenta due resistenze in serie di valore pari a  $1 M\Omega$  e  $30 k\Omega$  rispettivamente. Tramite l'amplificatore operazionale TL072IP della Texas Instruments la tensione ai capi della resistenza da  $30 k\Omega$  viene convertita in un segnale proporzionale alla tensione  $v_o$ .

La misura della corrente  $i_o$  viene effettuata attraverso il trasduttore LA100-P che accetta in ingresso un intervallo di valori che va da 0 a  $150 A$ , attenuandoli in uscita con un guadagno  $1 : 2000$ . La resistenza della sonda ad effetto Hall utilizzata per convertire questo segnale di corrente in un segnale di tensione è stata scelta pari a  $39\Omega$  in modo tale da avere circa  $3 V$  quando la corrente in uscita al convertitore è di  $150 A$ .

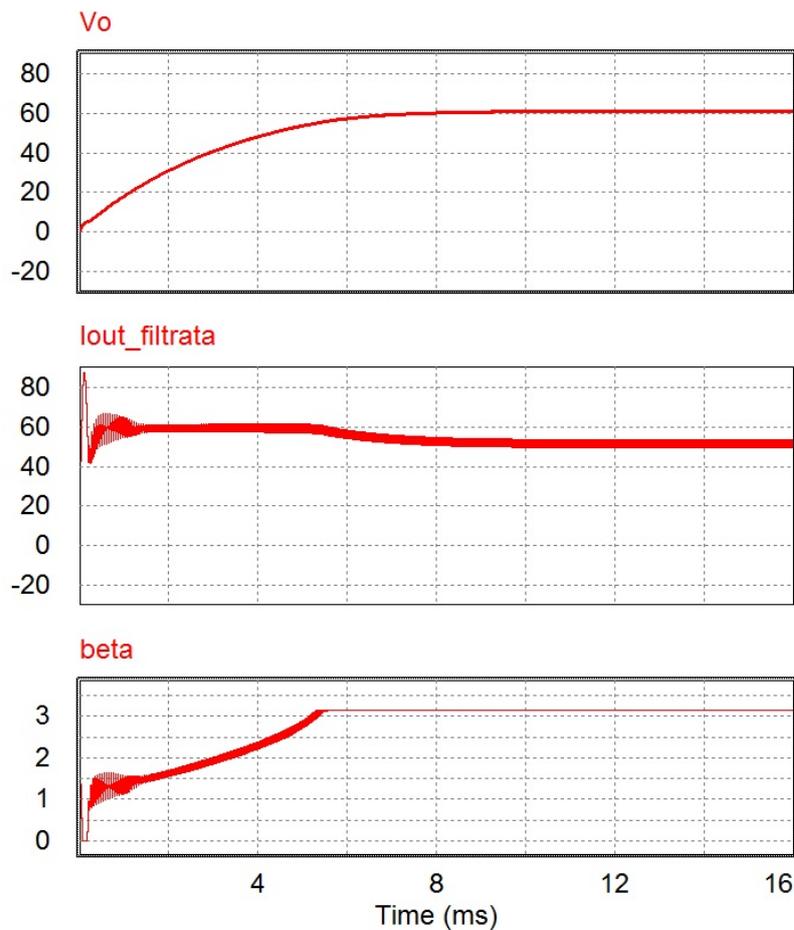
Realizzando un controllo di tipo digitale, le misure di tensione e di corrente (entrambi segnali di tensione) vengono mandate alla periferica ADC (Analog to Digital Converter) del microcontrollore TMS320F28335. Esso, attraverso un opportuno algoritmo, elabora i segnali digitali ricevuti per produrre i segnali (sempre digitali) di comando degli switch. Questi, prima di poter essere inviati ai gate driver, devono essere riconvertiti in segnali analogici attraverso la periferica DAC (Digital to Analog Converter).

## 3.4 Risultati delle simulazioni

Per dimostrare la validità dello studio teorico svolto e il buon dimensionamento dei componenti del convertitore progettato sono stati condotti dei test con l'ambiente di simulazione circuitale PSIM. In questo paragrafo vengono riportati i principali risultati ottenuti attraverso l'analisi assistita dal calcolatore.

Per verificare la correttezza della sintesi delle costanti dei regolatori è possibile osservare il grafico di figura 3.10.

Nell'immagine si può notare il transitorio iniziale delle grandezze  $v_o$  ed  $i_{out}$ , assieme alla variabile di controllo  $\beta$ , nei primi istanti dopo aver alimentato il circuito con la tensione  $V_i$ . Si può asserire che la tensione raggiunge il valore di regime



**Figura 3.10:** Transitorio iniziale del convertitore SAB. Forme d'onda della tensione  $v_o$ , della corrente  $i_{out}$  filtrata e della grandezza di controllo  $\beta$ .

(60 V) in circa 15 ms (ciò non è chiaro nell'immagine in quanto tra gli 8 ms e i 15 ms è presente una piccolissima sovralongazione), mentre la corrente in uscita (filtrata a 2000 Hz) risponde in maniera più rapida.

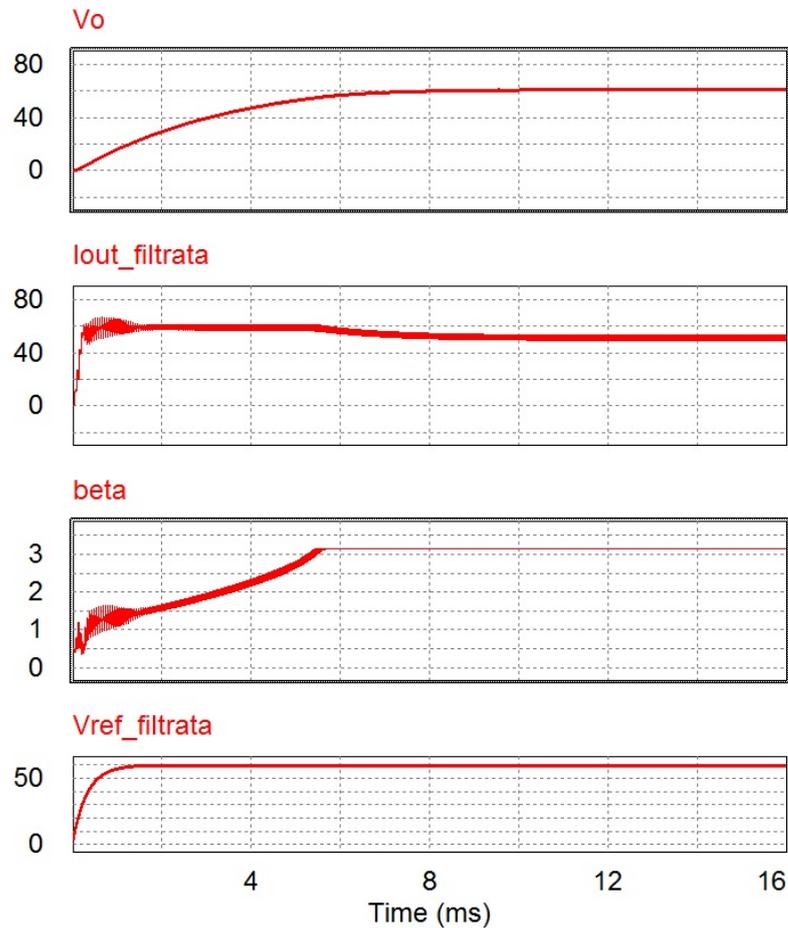
Poiché la corrente  $i_o$  mandata al carico ha un andamento proporzionale a quello di  $v_o$ , ciò significa che l'eccesso di corrente  $i_{out}$  nell'intervallo  $[0 \div 15 \text{ ms}]$  viene assorbito per la maggior parte dal condensatore  $C_o$  per potersi caricare.

Lo svantaggio di avere una dinamica di corrente molto rapida è che si manifesta una sovralongazione iniziale, la quale potrebbe non essere tollerata dai componenti del circuito. Per risolvere questo inconveniente è possibile agire in diverse maniere.

Una prima soluzione è quella di ridurre la banda passante dell'anello di corrente, ma ciò non è consigliato se si vogliono mantenere elevate prestazioni dinamiche del controllo.

Un'alternativa a ciò è quella di aumentare il tempo di salita della corrente (e quindi della tensione) solamente durante il transitorio iniziale. Per questo scopo è possibile, anziché dare un riferimento di tensione a gradino, far crescere il valore di  $V_{ref}$  gradualmente. Il modo più semplice per farlo è quello di inserire un opportuno filtro passa basso a valle del segnale di riferimento a gradino in maniera tale da

attenuarne la pendenza del fronte di salita. La frequenza del filtro è stata scelta pari a  $500\text{ Hz}$ . In questo modo si ottiene un accensione graduale che può essere osservata in figura 3.11.

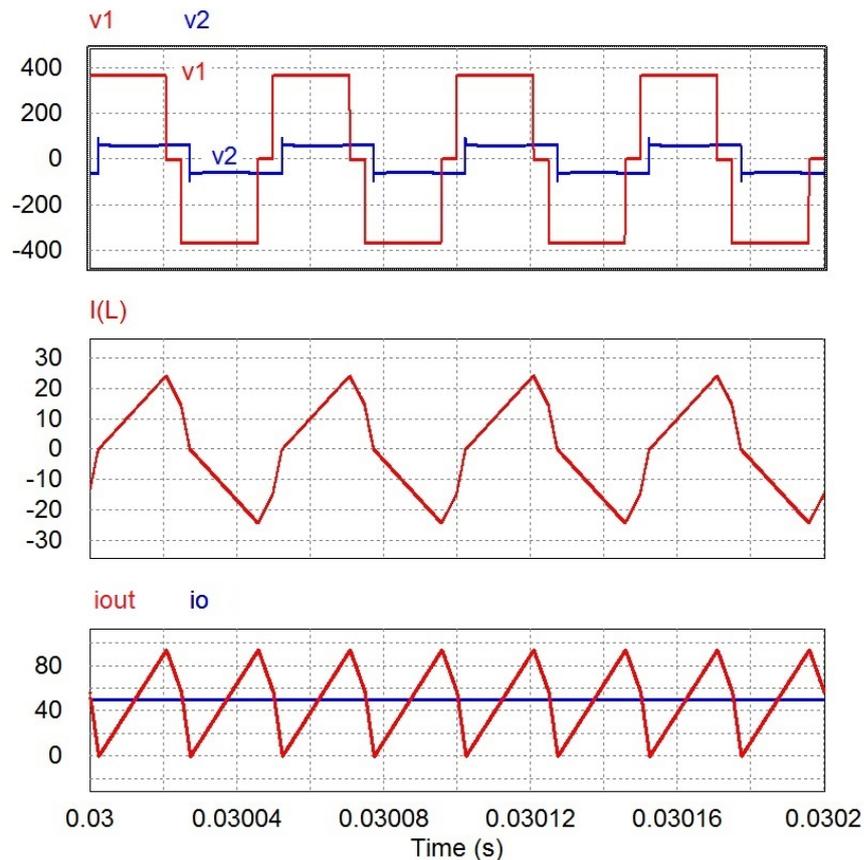


**Figura 3.11:** Accensione graduale del convertitore SAB. Forme d'onda della tensione  $v_o$ , della corrente  $i_{out}$  filtrata, della grandezza di controllo  $\beta$  e del riferimento di tensione filtrato.

Oltre alle grandezze presenti in figura 3.10, nell'immagine 3.11 è mostrato anche il riferimento di tensione filtrato.

Un'ulteriore possibilità per ridurre la sovraelongazione di corrente che si manifesta dopo l'accensione del convertitore è quella di effettuare una precarica della capacità  $C_o$  attraverso degli opportuni circuiti addizionali.

A prescindere dal fatto di avere un avviamento graduale o meno, in seguito al periodo transitorio il convertitore si porta a lavorare nel punto di funzionamento nominale. Come si è visto in precedenza, a questo punto di lavoro corrisponde una modalità di conduzione continua del convertitore e le principali forme d'onda caratteristiche del SAB in CCM si possono intravedere ad esempio all'interno dell'intervallo temporale compreso tra i 30 e i 30.2 ms. Esse sono riportate nei vari grafici di figura 3.12.



**Figura 3.12:** Principali forme d'onda del convertitore SAB progettato, in funzionamento nominale.

Nel primo diagramma cartesiano sono mostrate le tensioni  $v_1$  a valle del ponte invertente e  $v_2$  a monte del ponte raddrizzatore. Si possono notare la tipica onda quadra a tre livelli (propria di  $v_1$ ) e l'onda quadra che contraddistingue  $v_2$  nella modalità di conduzione continua. I picchi che si notano in questa forma d'onda possono considerarsi errori di simulazione.

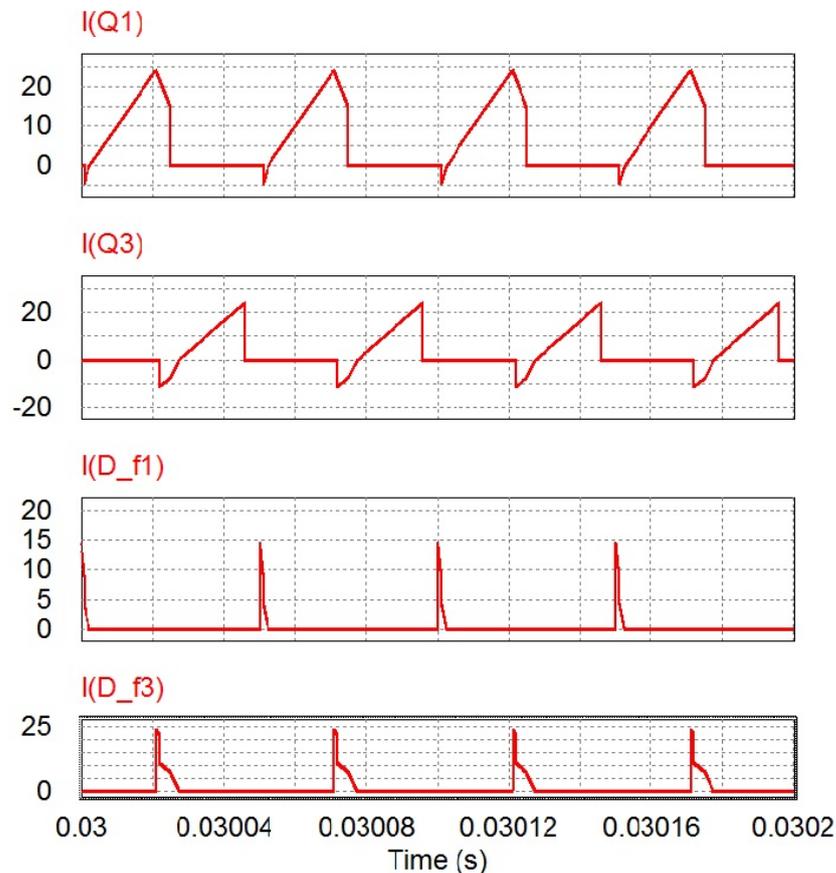
Nel secondo e nel terzo grafico sono riportate la corrente  $i_L$  ed  $i_{out}$ , rispettivamente. Si può vedere come la corrente massima che circola al primario sia attorno ai  $24\text{ A}$ , mentre al secondario il picco massimo vale circa  $94\text{ A}$ . La corrente  $i_L$  al tempo  $t = 30\text{ ms}$  (corrispondenti a  $\theta = 0$ ) vale  $-15\text{ A}$  circa.

Nel terzo grafico è presente inoltre la corrente  $i_o$  assorbita dal carico. Si può osservare come essa assume un valore pressoché costante, pari a  $\frac{V_o}{R_l}$ , all'interno di tutto l'intervallo temporale. Ciò significa che l'ipotesi di avere la capacità  $C_o$  che assorbe tutto il ripple presente nella corrente  $i_{out}$  è un'assunzione veritiera.

Nella sezione 3.1 si erano ricavati i valori medi ed efficaci delle correnti negli switch analizzando i grafici delle figure 3.2 e 3.3. Essi fanno riferimento ad interruttori unidirezionali come ad esempio IGBT, ma poi si sono scelti dei MOSFET SiC come componenti attivi del circuito (i quali possono condurre la corrente in entrambe le direzioni).

Per capire come si modificano le correnti che circolano sui transistor di tipo

MOSFET rispetto a quelle negli IGBT si può ricorrere ancora una volta all'analisi assistita dal calcolatore. Le grandezze  $i_{Q_1}$  e  $i_{Q_3}$  ottenute come risultato della simulazione sono mostrate in figura 3.13.



**Figura 3.13:** Correnti nominali circolanti negli switch e nei diodi del SAB progettato.

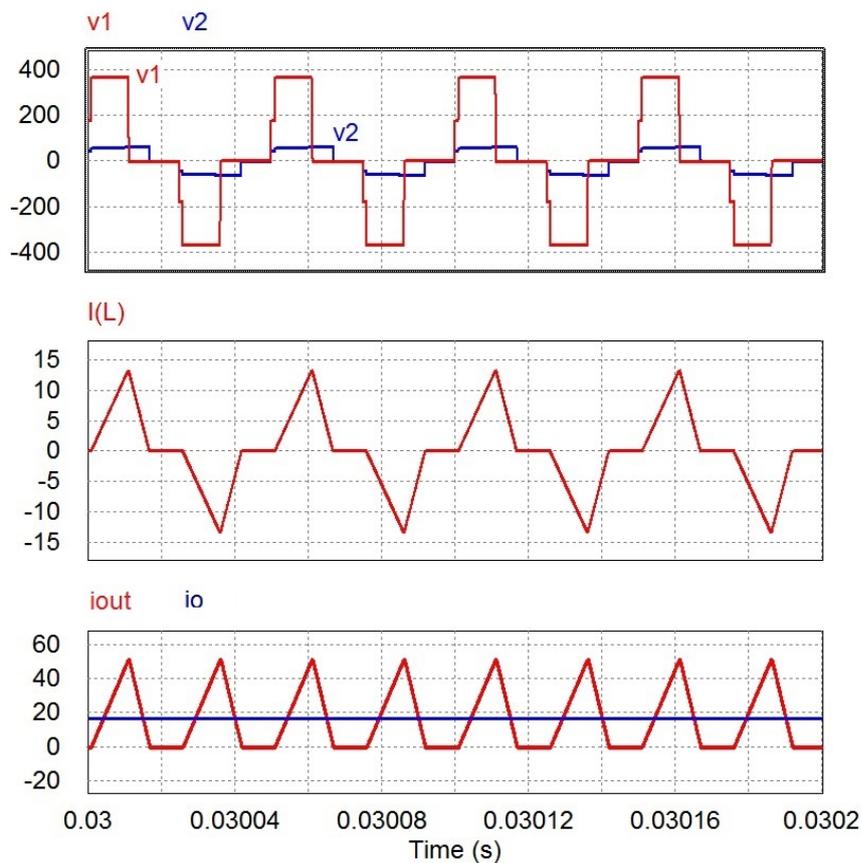
Nell'immagine si possono osservare anche le correnti nei rispettivi diodi di ricircolo. Dato che i MOSFET sono dispositivi bidirezionali, i diodi connessi in antiparallelo agli switch idealmente non sarebbero necessari. Essi però entrano in gioco durante i tempi morti per permettere alla corrente  $i_L$  di circolare pur essendo entrambi gli interruttori di un ramo del ponte aperti.

Il software di simulazione PSIM, oltre a visualizzare l'andamento temporale delle varie grandezze presenti in un circuito, permette anche di effettuare delle elaborazioni su di esse. In particolare è possibile calcolare il valore medio, il valore efficace, il valore massimo, ecc. di un certo segnale.

Questo fatto può essere sfruttato ad esempio per confrontare il valore efficace della corrente su un dispositivo di tipo MOSFET con quello della corrente di un IGBT. Attraverso gli strumenti forniti da PSIM si ottiene che  $I_{Q_1,avg}$  è pari a 10.18 A, mentre utilizzando la formula (3.1) si vede che a parità di condizioni il valore efficace della corrente nell'ipotetico IGBT  $Q_1$  vale 6.06 A. Questo significa che i MOSFET dissipano una potenza maggiore e ciò va tenuto in considerazione nel dimensionamento termico.

Riducendo la potenza erogata dal SAB, non solo diminuiscono le correnti che circolano sul circuito, ma si ottiene il passaggio dalla modalità di conduzione continua alla modalità DCM. La condizione limite si presenta quando la corrente assorbita dal caricabatteria è  $40,95 A$  che corrisponde ad una potenza ai morsetti di uscita del convertitore di  $2460 W$ .

Quindi, per valutare la validità dello studio della modalità DCM, è necessario simulare il SAB ad una potenza minore di quella limite. Le forme d'onda caratteristiche di questa modalità di funzionamento si possono osservare in figura 3.14, le quali si riferiscono al SAB progettato, mentre eroga  $1000 W$ .



**Figura 3.14:** Principali forme d'onda del SAB progettato, mentre eroga una potenza di  $1000 W$ .

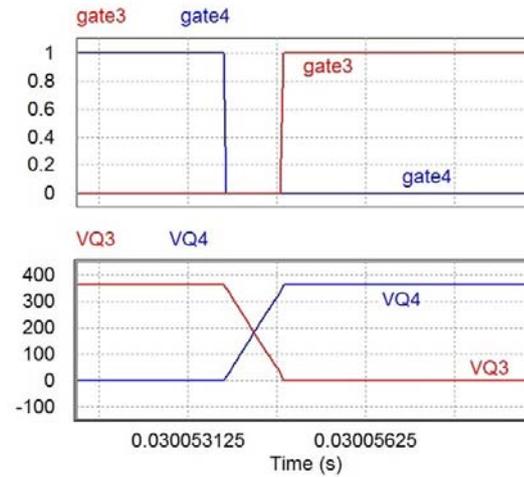
Nei vari grafici sono riportate le stesse grandezze presenti in figura 3.12.

Il gradino presente sul fronte di salita della tensione  $v_1$  è da considerarsi ancora una volta un errore di simulazione.

Per dimostrare che, riducendo la potenza erogata, diminuiscono pure le correnti si può osservare il valore massimo di  $i_L$ , il quale è circa  $13 A$  che riportati al secondario diventano  $51 A$ .

Rimane ora da vedere se le capacità di snubber sono state dimensionate correttamente oppure no. Il valore di  $5.6 nF$  è stato scelto in modo tale che quando il convertitore eroga  $100 W$  i condensatori  $C_{s3}$  e  $C_{s4}$  riescono a caricarsi/scaricarsi in

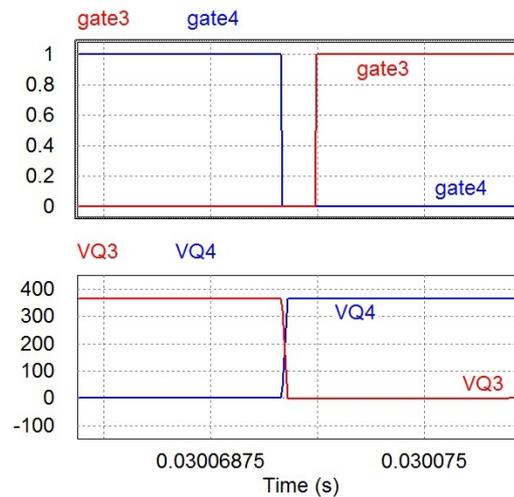
un tempo esattamente pari a  $t_{db}$ . Questo fatto può essere osservato in figura 3.15 assieme ai segnali di comando del gate di  $Q_3$  e  $Q_4$ .



**Figura 3.15:** Transitorio di apertura del MOSFET  $Q_4$  del SAB progettato, mentre eroga una potenza di 100 W.

La figura 3.15 verifica la correttezza del valore scelto per le capacità di snubber.

Le forme d'onda delle tensioni  $v_{Q_3}$  e  $v_{Q_4}$  nel periodo transitorio di apertura dello switch  $Q_4$  del SAB progettato, in funzionamento nominale sono mostrate nella figura 3.16.



**Figura 3.16:** Transitorio di apertura del MOSFET  $Q_4$  del SAB progettato, nel funzionamento nominale.

Nell'immagine si può notare che il fronte di salita della tensione sul transistor  $Q_4$  è meno ripido rispetto a quello di un'onda quadra che si avrebbe senza capacità di snubber. In questo modo gli switch commutano con una tensione ridotta rispetto a  $V_i$ .

# Conclusioni

L'obiettivo di questa tesi era quello di progettare un convertitore DC/DC isolato da utilizzare in applicazioni di potenza, nella fattispecie come stadio intermedio tra una sorgente di alimentazione domestica e un caricabatteria di un veicolo elettrico.

Per raggiungere tale scopo sono stati confrontati il Single Active Bridge (SAB) e Dual Active Bridge (DAB), due topologie di convertitore idonee a questo tipo di applicazione in quanto presentano un'elevata densità di potenza, una grande efficienza e notevoli capacità di far commutare i propri interruttori in maniera soft.

Di questi convertitori ne sono state analizzate le caratteristiche per quanto riguarda il loro comportamento sia a regime permanente, sia durante il transitorio. Nel primo caso sono stati ottenuti dei risultati rilevanti soprattutto nello studio della topologia SAB.

Un'ampia sezione è stata dedicata all'analisi delle commutazioni degli interruttori, individuando dei metodi per poterne ridurre le perdite sia all'accensione che allo spegnimento.

Lo studio del regime permanente dei convertitori ha condotto inoltre alla formulazione di equazioni utili al dimensionamento dei vari componenti presenti nei circuiti.

Il risultato principale ottenuto dall'analisi del comportamento transitorio è stata l'individuazione di semplici modelli dinamici validi per i due convertitori, utilizzabili per sintetizzare le costanti dei regolatori del sistema di controllo della tensione d'uscita.

Alla fase di studio è seguita la fase di progettazione, dove sono stati dimensionati i componenti del convertitore SAB per soddisfare le specifiche richieste dalla particolare applicazione, esaminando non solo gli aspetti teorici, ma anche quelli implementativi (effetti parassiti, tolleranza dei componenti, ecc.).

Dopo aver trovato i valori ottimali per i vari elementi presenti nel circuito, essi sono stati scelti tra i componenti disponibili nel mercato, prestando attenzione al fatto che le caratteristiche riportate nei rispettivi cataloghi rispettassero i requisiti richiesti.

Il convertitore progettato è stato testato attraverso delle prove fatte con il codice di simulazione circuitale PSIM.

Come possibili sviluppi futuri di questo lavoro di tesi, per poter avvalorare i risultati ottenuti in fase di simulazione, si considera la possibilità di realizzare un modello prototipale del convertitore SAB. Una volta terminata la sua costruzione, il convertitore sarà sottoposto ad una serie di test funzionali dedicati alla determinazione delle sue prestazioni. La corrispondenza tra i valori rilevati e quelli stabiliti in fase di progetto validerà la procedura seguita nella sua realizzazione.

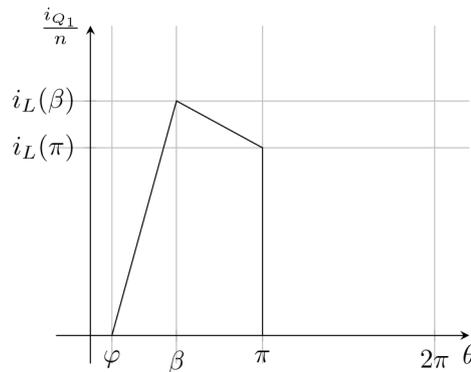


# Appendice A

## Valore medio ed efficace della corrente negli switch

In questa appendice viene spiegato il procedimento necessario per ricavare le formule presenti nella tabella 3.2 del capitolo 3.

Per raggiungere questo obiettivo si può considerare come esempio la forma d'onda della corrente che scorre nel transistor  $Q_1$  per un SAB funzionante in modalità CCM. L'andamento di  $i_{Q_1}$  può essere osservato nella figura 3.2, grafico che per semplicità viene qui riportato.



**Figura A.1:** Forma d'onda della corrente che scorre nell'interruttore  $Q_1$  per un SAB in modalità CCM.

Il calcolo del valore medio si riconduce alla valutazione dell'area della figura compresa tra l'asse delle ascisse e la linea spezzata che individua l'andamento della corrente nell'interruttore analizzato. La figura in questione è data dall'unione di un triangolo e di un trapezio (queste forme si possono individuare spezzando l'asse  $\theta$  negli intervalli  $[\varphi, \beta]$  e  $[\beta, \pi]$ ). Di conseguenza l'area è data da:

$$A = i_L(\beta) \frac{(\beta - \varphi)}{2} + (i_L(\beta) + i_L(\pi)) \frac{(\pi - \beta)}{2} \quad (\text{A.1})$$

Da qui, tenendo conto che  $i_L(\pi) = -i_L(0)$  si ricava facilmente la formula (3.1):

$$\begin{aligned}
I_{Q_1,avg} &= \frac{A}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \left[ i_L(\beta) \frac{(\beta - \varphi)}{2} + (i_L(\beta) - i_L(0)) \frac{(\pi - \beta)}{2} \right] = \\
&= \frac{1}{4\pi} \left[ i_L(\beta) (\pi - \varphi) - i_L(0) (\pi - \beta) \right]
\end{aligned} \tag{A.2}$$

Per quanto riguarda il calcolo del valore efficace il discorso si complica un po' dato che la formula generale per ricavare questa quantità presenta un termine quadratico:

$$I_{Q_1,rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_{Q_1}^2(\theta) d\theta} \tag{A.3}$$

Per calcolare l'integrale presente nella (A.3) è necessario suddividere l'asse delle ascisse come in precedenza:

- *intervallo*  $[\varphi, \beta]$ :

In questo tratto la corrente  $i_{Q_1}$  è completamente identificata dall'equazione:

$$i_{Q_1}(\theta) = \frac{i_L(\beta)}{\beta - \varphi} (\theta - \varphi) \tag{A.4}$$

che elevata al quadrato diventa:

$$i_{Q_1}^2(\theta) = \frac{i_L^2(\beta)}{(\beta - \varphi)^2} (\theta - \varphi)^2 \tag{A.5}$$

- *intervallo*  $[\beta, \pi]$ :

Qui la corrente che fluisce nell'interruttore  $Q_1$  varia linearmente secondo la formula:

$$i_{Q_1}(\theta) = i_L(\beta) - \frac{i_L(\beta) - i_L(\pi)}{\pi - \beta} (\theta - \beta) \tag{A.6}$$

Il cui quadrato è dato da:

$$i_{Q_1}^2(\theta) = i_L^2(\beta) + \frac{(i_L(\beta) - i_L(\pi))^2}{(\pi - \beta)^2} (\theta - \beta)^2 - 2i_L(\beta) \frac{i_L(\beta) - i_L(\pi)}{\pi - \beta} (\theta - \beta) \tag{A.7}$$

Di conseguenza, l'integrale presente nella (A.3) ( $I$ ) può essere scritto come somma di due termini:

$$I = I_1 + I_2 \tag{A.8}$$

dove

$$\begin{aligned}
I_1 &= \int_{\varphi}^{\beta} \frac{i_L^2(\beta)}{(\beta - \varphi)^2} (\theta - \varphi)^2 d\theta = \\
&= i_L^2(\beta) \frac{(\beta - \varphi)}{3}
\end{aligned} \tag{A.9}$$

mentre  $I_2$  vale:

$$\begin{aligned}
I_1 &= \int_{\beta}^{\pi} i_L^2(\beta) + \frac{(i_L(\beta) + i_L(0))^2}{(\pi - \beta)^2} (\theta - \beta)^2 - 2i_L(\beta) \frac{i_L(\beta) + i_L(0)}{\pi - \beta} (\theta - \beta) = \\
&= i_L^2(\beta) (\pi - \beta) + (i_L(\beta) + i_L(0))^2 \frac{(\pi - \beta)}{3} - 2i_L(\beta) (i_L(\beta) + i_L(0)) \frac{(\pi - \beta)}{2}
\end{aligned} \tag{A.10}$$

Perciò

$$I = I_1 + I_2 = i_L^2(\beta) \frac{(\pi - \varphi)}{3} + i_L^2(0) \frac{(\pi - \beta)}{3} + i_L(\beta) i_L(0) \frac{(\beta - \pi)}{3} \tag{A.11}$$

e da essa si trova facilmente l'equazione (3.3), sostituendo l'integrale presente in (A.3) con  $I$ .

Per ricavare le altre equazioni presenti nella tabella 3.2 si sfrutta lo stesso identico procedimento esposto in questa sede prestando attenzione ad utilizzare la corretta forma d'onda della quale calcolare valore medio ed efficace.



# Appendice B

## Codice MATLAB per il progetto dei regolatori

In questa appendice è riportato lo script MATLAB scritto per progettare i regolatori di tensione e di corrente del convertitore SAB progettato nel capitolo 3. La tecnica utilizzata per settare le costanti è quella spiegata nel paragrafo 3.3, la quale fa riferimento allo schema a blocchi di figura 1.20.

Il metodo usato deriva da un'analisi del convertitore che assume un rapporto spire unitario. Di conseguenza per tenere conto di esso è necessario riportare tutti i parametri del convertitore al secondario. Infatti, lo schema a blocchi di figura 1.20 proviene dal modello della porta d'uscita del SAB e di conseguenza riportando le grandezze al primario (come è stato fatto la maggior parte delle volte nel capitolo che riguardava il progetto) non si ottengono dei valori corretti delle costanti.

```
%This script is used to design the regulator of a SAB which works in CCM

close all;
clear all;
clc;

%parameter
f = 20000;           %switching frequency
L = 6.57e-6;        %leackage inductance (secondary referred)
C = 3000e-6;        %output capacitance
R_l_rated = 1.2;    %load resistance
Vi = 93.6;          %input voltage (secondary referred)
Vo_rif = 60;        %rated output voltage

omega = 2*pi*f;     %switching angular frequency

%phase shift beetween two legs for a given Vo
beta_rated = pi-pi*sqrt(1-(Vo_rif/Vi)^2-4/pi*(Vo_rif/Vi)*(omega*L/R_l_rated));
%display beta rated
disp(['Rated beta: ',num2str(beta_rated),' rad']);

%% Current loop

%proportional constant between beta and Io
gain_Gi = Vi/(2*omega*L)*(1-beta_rated/pi);
%angular frequency of feedback filter
wf = 2*pi*2000;
%open loop transfer function of current loop (without regulator)
GHi = gain_Gi*tf(1,[1/(2*f),1])*tf(wf,[1,wf]);

%Regulator: PI type -> R(s) = KI_i*(1+Tr_i*s)/s
```

```

%design: Tr_i = 1/wf (phase margin = 90 deg with bandwidth < wf)

%crossover angular frequency of GRi
wa_i = 2*pi*800;
Tr_i = 1/wf; %time constant of PI
KI_i = wa_i/gain_Gi*sqrt(1+(wa_i/(2*f))^2); %integral constant of PI
KP_i = KI_i*Tr_i; %proportional constant of PI

%transfer function of current regulator
Ri = KI_i*tf([Tr_i,1],[1,0]);
%open loop transfer function of current loop (with regulator)
GRi = Ri*GHi;
%close-loop transfer function of current loop
Wi = feedback(GRi,1);

%Bode diagrams current loop
figure('Name','Bode diagram - open loop current transfer function');
bode(GHi,'k');
grid on;
hold on;
bode(Ri,'--k');
margin(GRi);
figure('Name','Bode diagram - close loop current transfer function');
bode(Wi);
grid on;

%% voltage loop

%let consider Wi(s) = 1/H(s)

%open-loop transfer function of voltage-loop
GHv = tf(R_l_rated,[R_l_rated*C,1])*tf([1/wf,1],1);

%Regulator: PI type -> R(s) = KI_v*(1+Tr_v*s)/s
%design: Tr_v = R_l_rated*C (phase margin = 90 deg)

%bandwidth of the close-loop transfer function of voltage loop
wa_v = 2*pi*100;
Tr_v = R_l_rated*C; %time constant of PI
KI_v = wa_v/R_l_rated; %integral constant of PI
KP_v = Tr_v*KI_v; %proportional constant of PI

%transfer function of voltage regulator
Rv = KI_v*tf([Tr_v,1],[1,0]);
%open-loop transfer function of voltage loop with regulator
GRv = Rv*GHv;
%close-loop transfer function of current loop
Wv = feedback(GRv,1);

%Bode diagrams voltage loop
figure('Name','Bode diagram - open loop voltage transfer function');
bode(GHv,'k');
grid on;
hold on;
bode(Rv,'--k');
margin(GRv);
figure('Name','Bode diagram - close loop voltage transfer function');
bode(Wv);
grid on;

%% Display regulator constant

disp(' ');
disp('-----');
disp('Control-Regulator design');
disp('-----');
disp('-CURRENT LOOP');
disp(['Proportional gain KP_i: ',num2str(KP_i)]);
disp(['Integral gain KI_i: ',num2str(KI_i)]);
disp(['Time constant of integrator (TI_i): ',num2str(1/KI_i),' s']);
disp(['Time constant of PI (Tr_i): ',num2str(Tr_i),' s']);

```

```
disp(['Bandwidth of Wi: ', num2str(bandwidth(Wi)), ' rad/s']);
disp(' ');
disp('-VOLTAGE LOOP');
disp(['Proportional gain KP_v: ', num2str(KP_v)]);
disp(['Integral gain KI_v: ', num2str(KI_v)]);
disp(['Time constant of integrator (TI_v): ', num2str(1/KI_v), ' s']);
disp(['Time constant of PI (Tr_v): ', num2str(Tr_v), ' s']);
disp(['Bandwidth of Wv: ', num2str(bandwidth(Wv)), ' rad/s']);
```



# Bibliografia

- [1] A.R. Alonso et al. “An overall study of a Dual Active Bridge for bidirectional DC/DC conversion”. In: *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2010 IEEE*. Set. 2010, pp. 1129–1135. DOI: [10.1109/ECCE.2010.5617847](https://doi.org/10.1109/ECCE.2010.5617847) (cit. a p. 58).
- [2] Hua Bai et al. “The dynamic model and hybrid phase-shift control of a dual-active-bridge converter”. In: *Industrial Electronics, 2008. IECON 2008. 34th Annual Conference of IEEE*. Nov. 2008, pp. 2840–2845. DOI: [10.1109/IECON.2008.4758409](https://doi.org/10.1109/IECON.2008.4758409) (cit. a p. 58).
- [3] I. Barbi e W.C.P. Aragao Filho. “A nonresonant zero-voltage switching pulse-width modulated full-bridge DC-to-DC converter”. In: *Industrial Electronics Society, 1990. IECON '90., 16th Annual Conference of IEEE*. Nov. 1990, 1051–1056 vol.2. DOI: [10.1109/IECON.1990.149282](https://doi.org/10.1109/IECON.1990.149282) (cit. a p. 18).
- [4] V.A. Caliskan, George C. Verghese e A.M. Stankovic. “Multifrequency averaging of DC/DC converters”. In: *Power Electronics, IEEE Transactions on* 14.1 (gen. 1999), pp. 124–133. ISSN: 0885-8993. DOI: [10.1109/63.737600](https://doi.org/10.1109/63.737600) (cit. a p. 29).
- [5] R.W.A.A. De Doncker, D.M. Divan e M.H. Kheraluwala. “A three-phase soft-switched high-power-density DC/DC converter for high-power applications”. In: *Industry Applications, IEEE Transactions on* 27.1 (gen. 1991), pp. 63–73. ISSN: 0093-9994. DOI: [10.1109/28.67533](https://doi.org/10.1109/28.67533) (cit. alle pp. 10, 17).
- [6] Georgios D. Demetriades. “On Small-signal Analysis and Control of the Single- and the Dual-active Bridge Topologies”. PhD dissertation. 2005. URL: <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:7434/FULLTEXT01.pdf> (cit. a p. 29).
- [7] K.D. Hoang e J. Wang. “Design optimization of high frequency transformer for dual active bridge DC-DC converter”. In: *Electrical Machines (ICEM), 2012 XXth International Conference on*. Set. 2012, pp. 2311–2317. DOI: [10.1109/ICEMach.2012.6350205](https://doi.org/10.1109/ICEMach.2012.6350205) (cit. a p. 35).
- [8] M.H. Kheraluwala, D.W. Novotny e D.M. Divan. “Design considerations for high power high frequency transformers”. In: *Power Electronics Specialists Conference, 1990. PESC '90 Record., 21st Annual IEEE*. 1990, pp. 734–742. DOI: [10.1109/PESC.1990.131262](https://doi.org/10.1109/PESC.1990.131262) (cit. a p. 5).

- [9] M.N. Kheraluwala et al. “Performance characterization of a high-power dual active bridge DC-to-DC converter”. In: *Industry Applications, IEEE Transactions on* 28.6 (nov. 1992), pp. 1294–1301. ISSN: 0093-9994. DOI: [10.1109/28.175280](https://doi.org/10.1109/28.175280) (cit. a p. 46).
- [10] Florian Krismer. “Modeling and Optimization of Bidirectional Dual Active Bridge DC-DC Converter Topologies”. PhD dissertation. 2010. URL: [http://www.pes.ee.ethz.ch/uploads/tx\\_ethpublications/Krismer\\_2011\\_03\\_17\\_Modeling\\_and\\_Optimization\\_of\\_Bidirectional\\_Dual\\_Active\\_Bridge\\_DC-DC\\_Converter\\_Topologies.pdf](http://www.pes.ee.ethz.ch/uploads/tx_ethpublications/Krismer_2011_03_17_Modeling_and_Optimization_of_Bidirectional_Dual_Active_Bridge_DC-DC_Converter_Topologies.pdf) (cit. alle pp. 1, 35).
- [11] C. Mi et al. “Operation, design and control of dual H-bridge-based isolated bidirectional DC-DC converter”. In: *Power Electronics, IET* 1.4 (dic. 2008), pp. 507–517. ISSN: 1755-4535. DOI: [10.1049/iet-pel:20080004](https://doi.org/10.1049/iet-pel:20080004) (cit. a p. 36).
- [12] R.D. Middlebrook e S. Cúk. “A general unified approach to modeling switching-converter power stages”. In: *IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1976*. Giu. 1976, pp. 73–85 (cit. a p. 29).
- [13] N. Mohan et al. *Elettronica di potenza. Convertitori e applicazioni*. Ingegneria elettronica. Hoepli, 2005. ISBN: 9788820334284. URL: <http://books.google.it/books?id=-IOAPgAACAAJ> (cit. alle pp. 20, 29).
- [14] R.T. Naayagi, A.J. Forsyth e R. Shuttleworth. “High-Power Bidirectional DC-DC Converter for Aerospace Applications”. In: *Power Electronics, IEEE Transactions on* 27.11 (nov. 2012), pp. 4366–4379. ISSN: 0885-8993. DOI: [10.1109/TPEL.2012.2184771](https://doi.org/10.1109/TPEL.2012.2184771) (cit. a p. 35).
- [15] R.T. Naayagi, A.J. Forsyth e R. Shuttleworth. “Performance analysis of DAB DC-DC converter under zero voltage switching”. In: *Electrical Energy Systems (ICEES), 2011 1st International Conference on*. Gen. 2011, pp. 56–61. DOI: [10.1109/ICEES.2011.5725302](https://doi.org/10.1109/ICEES.2011.5725302) (cit. a p. 57).
- [16] Kiwoo Park e Zhe Chen. “Analysis and design of a parallel-connected single active bridge DC-DC converter for high-power wind farm applications”. In: *Power Electronics and Applications (EPE), 2013 15th European Conference on*. Set. 2013, pp. 1–10. DOI: [10.1109/EPE.2013.6631854](https://doi.org/10.1109/EPE.2013.6631854) (cit. a p. 5).
- [17] Hengsi Qin e J.W. Kimball. “Generalized Average Modeling of Dual Active Bridge DC-DC Converter”. In: *Power Electronics, IEEE Transactions on* 27.4 (apr. 2012), pp. 2078–2084. ISSN: 0885-8993. DOI: [10.1109/TPEL.2011.2165734](https://doi.org/10.1109/TPEL.2011.2165734) (cit. a p. 58).
- [18] S.R. Sanders et al. “Generalized averaging method for power conversion circuits”. In: *Power Electronics, IEEE Transactions on* 6.2 (apr. 1991), pp. 251–259. ISSN: 0885-8993. DOI: [10.1109/63.76811](https://doi.org/10.1109/63.76811) (cit. a p. 29).
- [19] Xu She e A. Huang. “Solid state transformer in the future smart electrical system”. In: *Power and Energy Society General Meeting (PES), 2013 IEEE*. Lug. 2013, pp. 1–5. DOI: [10.1109/PESMG.2013.6672768](https://doi.org/10.1109/PESMG.2013.6672768) (cit. a p. 35).

- 
- [20] R.L. Steigerwald, R.W. De Doncker e M.H. Kheraluwala. “A comparison of high-power DC-DC soft-switched converter topologies”. In: *Industry Applications, IEEE Transactions on* 32.5 (set. 1996), pp. 1139–1145. ISSN: 0093-9994. DOI: [10.1109/28.536876](https://doi.org/10.1109/28.536876) (cit. alle pp. 5, 6).
- [21] Biao Zhao et al. “Overview of Dual-Active-Bridge Isolated Bidirectional DC-DC Converter for High-Frequency-Link Power-Conversion System”. In: *Power Electronics, IEEE Transactions on* 29.8 (ago. 2014), pp. 4091–4106. ISSN: 0885-8993. DOI: [10.1109/TPEL.2013.2289913](https://doi.org/10.1109/TPEL.2013.2289913) (cit. a p. 35).