

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”
Corso di Laurea Triennale in Fisica

Studio della risposta di fotomoltiplicatori al silicio al passaggio di particelle cariche

RELATORE:

Dott. Gianmaria Collazuol

CORRELATORE:

Dott. Tommaso Marchi

LAUREANDO:

Tommaso Boschi
matr. 1027568

Anno Accademico 2013/2014

Indice

Prefazione	iii
1 Introduzione	1
1.1 APD	1
1.2 Lo Stato dell'Arte: SiPM	3
1.2.1 Il segnale	4
1.2.2 Il guadagno	4
1.2.3 <i>PDE</i>	5
1.2.4 Il rumore	5
1.3 Gli scintillatori	6
1.3.1 Le fibre scintillanti	7
2 L'Apparato sperimentale	9
2.1 Le Sorgenti	9
2.2 Il <i>Triggering</i>	11
2.3 Il rivelatore	12
2.4 L'acquisizione	12
3 Misure	15
3.1 Fase preparatoria	15
3.1.1 Algoritmo per N-tuple	15
3.1.2 Misurazioni di test	16
3.2 DAQ e Analisi	16
3.2.1 Segnale in uscita	16
3.2.2 Stima dell'efficienza	19
4 Simulazione Monte Carlo	25
4.1 Setup	26
4.2 Risultati	28
4.2.1 Il <i>rate</i> del trigger	28
4.2.2 Il rilascio di energia	28
4.2.3 L'accettanza geometrica	31
5 Conclusioni	33
5.1 Risultati principali	33
5.2 Considerazioni finali	33

A	PENELOPE	35
A.1	Il modello	35
A.1.1	Scattering elastico	35
A.1.2	Scattering anelastico	36
A.1.3	Emissione Bremsstrahlung	37
A.2	Software	38
B	Equilibrio secolare	41

Prefazione

L'argomento della presente tesi si inserisce nell'ambito dello studio e sviluppo di rivelatori innovativi per particelle ionizzanti, sensibili alla posizione e basati su pixel di silicio a valanga funzionanti in regime *Geiger*. In particolare la collaborazione APiX, presentata in [10], ha recentemente proposto un esperimento di ricerca e sviluppo di rivelatori basati sull'integrazione verticale di coppie di *Single Photon Avalanche Diode*, o SPAD, letti in coincidenza. I rivelatori SPAD, fondati su tecnologia CMOS, sono ispirati ai *Silicon Photomultiplier*, o SiPM, nome commerciale che indica matrici di *Avalanche PhotoDiode* interconnessi in parallelo tramite resistenze, che provvedono al *quenching*, e reset passivi dei diodi; i pixel nei futuri rivelatori APiX (*Avalanche Pixel Sensor*) saranno controllati, invece, tramite *quenching* e reset entrambi attivi.

Il lavoro di tesi consiste pertanto in una serie di studi preliminari volti a chiarire alcune delle problematiche relative all'efficienza e allo sviluppo temporale dei sensori APiX, analizzando la risposta dei SiPM al passaggio di particelle cariche, dato che presentano una struttura analoga.

Nello specifico, è stata testata la risposta di un particolare modello di SiPM irradiato da particelle β , provenienti da una sorgente radioattiva.

La tesi è suddivisa nei seguenti capitoli:

Capitolo 1 Introduzione e Stato dell'Arte dei *Silicon Photomultiplier*, con un breve riassunto sul funzionamento di tali dispositivi.

Capitolo 2 Il setup dell'apparato sperimentale nei suoi dettagli.

Capitolo 3 Le misure effettuate e l'analisi dati.

Capitolo 4 Una simulazione Monte Carlo volta ad una migliore comprensione dell'esperimento stesso.

Capitolo 5 Le conclusioni e le considerazioni finali.

Capitolo 1

Introduzione

I rivelatori sensibili alla posizione sono l'elemento fondante dei sistemi di tracciatura delle particelle ionizzanti. Nel corso degli anni, questi ultimi sono stati perfezionati in complessità e design, adattandosi a molteplici tipologie di esperimenti, portando allo sviluppo di sensori e tecnologie all'avanguardia, basate su semiconduttori. I dispositivi a stato solido, infatti, nell'ambito dei rivelatori di particelle stanno subentrando alle tecnologie di più datate, in quanto si mostrano essere più versatili, precisi e veloci nella risposta. In particolare, i tracciatori al silicio presentano una risoluzione più elevata rispetto ad altre tecniche ormai assodate, come ad esempio la camera a multifili; gli inconvenienti, che sovente limitano l'utilizzo di queste nuove tecnologie, sono l'elevato numero di canali, gli alti costi di produzione e la necessità di sofisticati sistemi di raffreddamento per mitigare il rumore.

Il progetto APiX (*Avalanche Pixel Sensor*) [10] mira allo sviluppo di sensori basati sull'integrazione verticale in tre dimensioni di pixel a valanga e del connesso sistema elettronico di lettura digitale in un'unica struttura. I segnali provenienti da due pixel allineati verticalmente saranno letti in coincidenza, dato che, al passaggio di una particella carica, questi vengono attivati contemporaneamente. Questa metodologia permetterà di superare il principale problema che affligge i dispositivi a stato solido a moltiplicazione interna, ovvero l'elevato rumore di buio.

I primi prototipi dei futuri rivelatori sono costruiti con matrici di *Single Photon Avalanche Diode*, o SPAD, in modalità *Geiger*, connessi tramite *quenching* attivo. La struttura, a meno del differente tipo di *quenching*, è ispirata a quella dei moderni *Silicon Photomultiplier*, o SiPM, che per tale motivo sono stati studiati in questa tesi, per la prima volta, relativamente alla loro risposta al passaggio di particelle cariche.

1.1 *Avalanche Photodiode* (APD)

La struttura di un SiPM è incentrata sul *fotodiodo a valanga*, uno dei dispositivi al silicio tra i più usati, principalmente per il rivelamento di fotoni o raggi X, anche se è nota la loro sensibilità alle particelle cariche.

Un APD generalmente presenta la struttura mostrata in figura 1.1, dove sono individuabili quattro strati principali:

- una regione $n+$, con un'elevata concentrazione di donori;
- una regione p , drogata meno intensamente della prima;

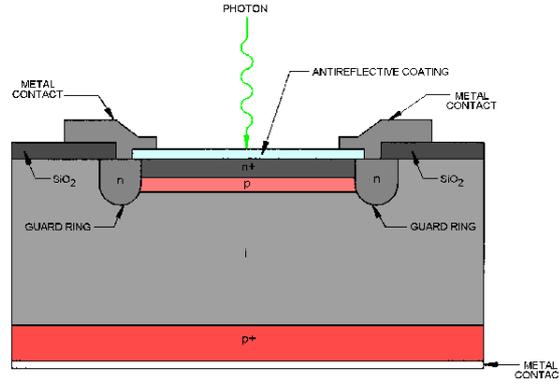


Figura 1.1: Struttura di un APD.

- una regione π di semiconduttore leggermente drogato, accresciuta tramite epitassia;¹
- una regione $p+$, con un'elevata concentrazione di accettori.

Applicando una tensione di bias al dispositivo, si ottiene lo svuotamento, eventualmente completo, della regione epitassiale; attorno alla giunzione $n+/p$ si sviluppa un campo elettrico di *drift* più elevato che nel resto della regione π , dove un fotone incidente, con energia sufficiente, può creare una coppia elettrone/lacuna (coppia $e-h$). Le cariche, così generate, si separeranno a causa del campo di *drift* nello strato epitassiale e si sposteranno verso gli elettrodi: la carica negativa si muoverà verso la regione n , mentre la carica positiva verso la regione p . Viene indotta in questo modo una corrente, rivelabile come segnale elettrico.

Il guadagno interno di questi dispositivi è unitario a basse tensioni di bias. Quando la polarizzazione viene aumentata, fino ad ottenere campi elettrici superiori a qualche volt per micrometro, allora il guadagno cresce a causa della moltiplicazione dei portatori per ionizzazione ad impatto, in particolar modo nella regione dove il campo è più intenso (giunzione $n+/p$); le coppie $e-h$ primarie attraversano lo strato drogato p , liberando un gran numero di cariche secondarie, responsabili della fotocorrente: il guadagno raggiunge valori dell'ordine di 10^3 .

I fotodiodi a valanga si caratterizzano tramite due parametri di efficienza che ne determinano le prestazioni:

- il fattore moltiplicativo M ;
- il fattore di rumore in eccesso ENF ;

calcolabili come

$$M = \left(1 - \int_0^W \alpha_n e^{-(\alpha_n - \beta_p)x} dx \right)^{-1} = \frac{1 - \kappa}{e^{-(1-\kappa)\alpha_n W} - \kappa} \quad \text{con,} \quad (1.1)$$

$$ENF = \frac{\langle M^2 \rangle}{\langle M \rangle^2} \simeq \kappa M + \left(2 - \frac{1}{M} \right) (1 - \kappa), \quad (1.2)$$

¹Uno strato *epitassiale* è ottenuto depositando su una superficie cristallina il componente in fase liquida, in modo da mantenere la struttura monocristallina della matrice.

dove α_n è il coefficiente di ionizzazione degli elettroni, mentre β_p è il coefficiente di ionizzazione delle lacune; il loro rapporto è $\kappa \equiv \alpha_n/\beta_p$.

Il fattore moltiplicativo rappresenta il guadagno in corrente degli APD. Il fattore di rumore in eccesso, invece, dà un'indicazione della risoluzione del fotodiode: minimizzare ENF comporta una più precisa risposta in energia. Quando l'APD è polarizzato per bassi guadagni si ha $M < 1/\kappa$ e $ENF \rightarrow 2$, cioè è minimo. Viceversa, ad elevati guadagni corrispondono fluttuazioni molto grandi.

Per migliorare la risposta ulteriormente, si porta il bias oltre alla tensione di *breakdown*. In questo regime, detto *Geiger*, la corrente del diode incrementa in maniera esponenziale, fino ad autoalimentarsi e raggiungere un livello stazionario, limitato solamente dalle resistenze serie del dispositivo. Per evitare il danneggiamento del diode e per renderlo capace di rispondere ad eventi successivi, è necessario introdurre meccanismi di spegnimento della valanga (*quenching*), come ad esempio una elevata resistenza in serie. In questa modalità, il guadagno è essenzialmente dato dalla scarica del diode, assimilabile ad un condensatore carico, quindi è proporzionale alla capacità C della cella per la tensione ΔV di *overvoltage*:

$$A_i \sim \frac{C}{e} \Delta V, \quad (1.3)$$

con $\Delta V = V_{bias} - V_{br}$, dove V_{bias} è la tensione applicata di bias, mentre V_{br} è la tensione di *breakdown*. I valori ottenuti spaziano tra 10^4 e 10^7 .

Tipicamente un singolo fotone produce un segnale di qualche millivolt su un carico di 50Ω . Se più fotoni incidono contemporaneamente sul fotodiode, il segnale non cambia: i G-APD non danno informazioni sull'intensità luminosa. Nella regione di svuotamento anche il passaggio di particelle cariche può dare origine ad una valanga, fatto che sarà oggetto di studio di questa tesi.

1.2 Lo Stato dell'Arte: SiPM

I *Silicon Photomultiplier*, come è stato accennato sopra, sono dispositivi costituiti da una matrice di fotodiode a valanga, in regime *Geiger*, connessi in parallelo attraverso resistenze di *quenching* integrate. I SiPM sono stati sviluppati per la misura di fotoni, ma in quanto costituiti da G-APD, sono in grado di rispondere al passaggio di particelle cariche e questa ipotesi è discussa nel lavoro di tesi.

I fotomoltiplicatori al silicio si distinguono in due grandi tipologie: si parla di RGB-SiPM se gli APD sono costruiti con tecnologia n su p , mentre si parla di NUV-SiPM se la tecnologia è p su n . I rivelatori di tipo NUV (*Near UltraViolet light*) sono più sensibili alla luce blu e ultravioletta, mentre la tipologia RGB (*Red Green Blu*) è più sensibile a lunghezze d'onda maggiori.

Il bias applicato ai singoli fotodiode viene distribuito tramite le resistenze di *quenching* e deve essere di qualche volt al di sopra della tensione di *breakdown*, affinché le singole celle entrino in modalità *Geiger*. In figura 1.2 è presentato un circuito equivalente di un SiPM.

Si discutono di seguito varie caratteristiche dei *Silicon Photomultipliers*, tra le quali

1. la forma del segnale;
2. il guadagno;
3. la *photon detection efficiency*;
4. il rumore intrinseco.

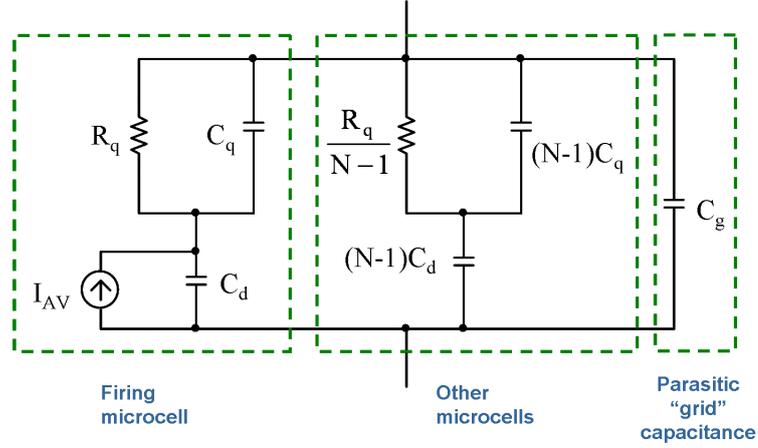


Figura 1.2: Circuito equivalente di un SiPM. I fotodiodi sono rappresentabili come generatori di corrente in parallelo alle capacità intrinseche, C_d , mentre R_q e C_q sono rispettivamente resistenze e capacità parassite di *quenching*.

1.2.1 Il segnale

Guardando il circuito equivalente di un SiPM, mostrato in figura 1.2, si capisce la forma tipica di un segnale in uscita: i fotodiodi si comportano come dei condensatori carichi che, al passaggio di un fotone, rilasciano rapidamente la carica accumulata, con le caratteristiche tipiche di un generatore di corrente, come l'alta impedenza; successivamente la resistenza di *quenching* smorza la corrente e permette la ricarica del diodo. Si potranno quindi individuare nel segnale una scarica rapida (corrispondente al fronte di salita del segnale in uscita dal SiPM), con tempo caratteristico $\tau = R_d C_d$, e una ricarica lenta (corrispondente al fronte di discesa), risultato di due contributi esponenziali con tempi caratteristici $\tau_{fast} = R_{load} C_{tot}$ e $\tau_{slow} = R_q (C_q + C_d)$, dove R_{load} è la resistenza di carico, C_{tot} è la capacità equivalente totale, R_d e C_d le impedenze intrinseche e C_q è la capacità parassita della resistenza di *quenching* R_q .

1.2.2 Il guadagno

Un fotone incidente su qualunque cella può liberare una coppia fotoelettrone/lacuna, che è in grado di generare una valanga, rivelabile come segnale elettrico. Si può dedurre che il guadagno di ciascun pixel sia proporzionale alla carica rilasciata, che pertanto è quello dato dai singoli G-APD che raggiungono facilmente valori di gain intorno a 10^6 , paragonabili ai PMT. Le fluttuazioni del guadagno, però, sono molto piccole (inferiori a 1%), dunque ogni diodo attivato contribuisce con un segnale ben definito.

In un SiPM l'ampiezza A del segnale totale è data dalla somma lineare delle singole celle, che sono indipendenti:

$$A = \sum_i A_i, \quad (1.4)$$

dove A_i è l'ampiezza del segnale di ciascun fotodiodo attivato, data dalla formula 1.3. Risulta che la distribuzione in ampiezza dei segnali del fotomoltiplicatore a silicio è ben quantizzata. La figura 1.3 mostra uno spettro tipico, dove si può osservare e distinguere la presenza contemporanea di uno, due, tre o più fotoni.

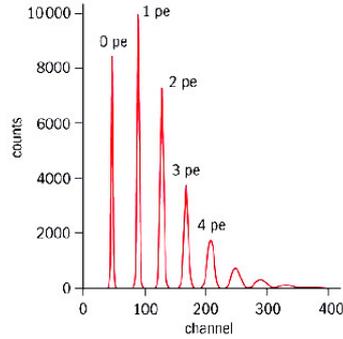


Figura 1.3: Distribuzione in ampiezza della risposta di un SiPM ai fotoni.

Riguardo al passaggio di una particella carica, ci si aspetta che incidendo in una cella produca diverse centinaia di coppie $e-h$, con il risultato di accendere il pixel con altissima probabilità, ma producendo, in prima approssimazione, segnali in ampiezza equivalente a quelli di un fotoelettrone.²

1.2.3 PDE

La *Photo-Detection Efficiency* è il prodotto

$$PDE = QE \times FF \times P_{trg} \quad (1.5)$$

dove QE è l'efficienza quantica, FF è il fattore di riempimento geometrico e P_{trg} è la probabilità che un fotone incidente generi una valanga.

L'efficienza quantica è definibile come il rapporto tra i fotoelettroni emessi sul numero di fotoni incidenti e può raggiungere valori tra 80% e 90% nei SiPM, a seconda della lunghezza d'onda incidente. Lo spettro di sensibilità dipende dallo spessore dello strato attivo e dalla profondità alla quale è collocato.

Il fattore di riempimento tiene conto dello spazio di separazione tra le celle, occupato in superficie, per esempio, dalle resistenze individuali, che non contribuiscono all'area attiva. Si può ottimizzare FF con meno pixel, ma più estesi, anche se celle troppo grandi portano a un range dinamico limitato e tempi morti più lunghi [13].

La probabilità di attivazione di *breakdown* dipende dal punto in cui viene a crearsi la coppia elettrone/lacuna e dalla tensione di polarizzazione. Rispetto alle lacune, gli elettroni hanno una probabilità maggiore di generare una valanga, perciò una conversione dei fotoni in uno strato p è la più conveniente per ottenere segnale [11]. Come già accennato, ci si aspetta che per particelle cariche P_{trg} tenda all'unità.

In figura 1.4 si può osservare la PDE al variare della lunghezza d'onda per le due tipologie di SiPM.

1.2.4 Il rumore

I SiPM permettono di rivelare deboli flussi di fotoni ottici, dato l'elevato guadagno (10^6) e l'alta efficienza quantica. Tuttavia anche una singola coppia di origine termica³

²Lo strato attivo in silicio è tipicamente dell'ordine di qualche micrometro.

³Precisamente si tratta di meccanismi di generazione/ricombinazione.

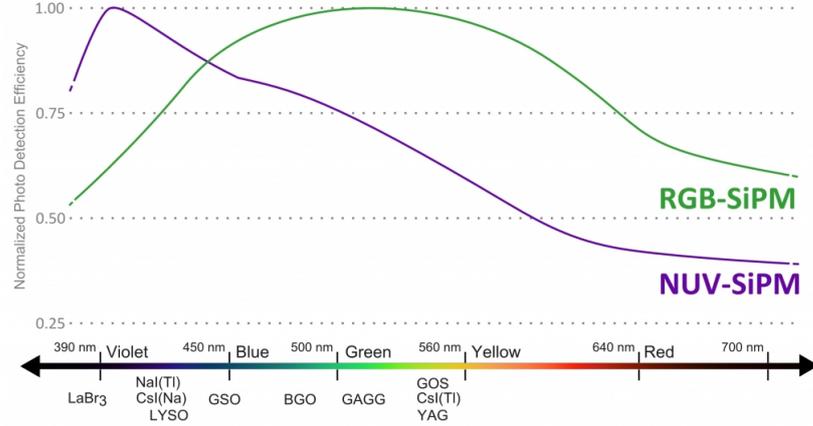


Figura 1.4: PDE al variare della lunghezza d'onda per i SiPM di tipo RGB e NUV della ADVANSiD.

nella regione di svuotamento può generare una valanga: si parla infatti di *corrente o conteggio di buio*. Con l'attuale tecnologia, il rumore di conteggio tipico produce un impulso equivalente ad un fotoelettrone, con una frequenza di circa 100 kHz per 1 mm² di dispositivo.

Il rumore è fortemente dipendente dalla temperatura e cala di un fattore 2 ogni circa 9°C. Per temperature inferiori a 200 K, dominano altri effetti di generazione di rumore, quali l'effetto tunnel tra banda di conduzione e di valenza.

Oltre al rumore termico o tunnel, ci sono altre tipologie di rumore, correlati alla presenza di valanghe. Può succedere che portatori, generati nella cascata elettronica, rimangano intrappolati in livelli intermedi tra le bande di valenza e di conduzione, per essere successivamente rilasciati attivando un'ulteriore valanga. Questo fenomeno prende il nome di *afterpulsing*, la cui probabilità di avvenire è una funzione del tempo:

$$P_{ap}(t) = P_c \frac{e^{-t/\tau}}{\tau} P_{trg} \propto \Delta V^2 \quad (1.6)$$

con P_c la probabilità di cattura e τ la vita media di intrappolamento. La dipendenza quadratica dall'*overvoltage*, ΔV , deriva dalla proporzionalità di P_c e P_{trg} .

Un altro fenomeno, causa di rumore correlato, è il *cross talk ottico*: dato il grande numero di elettroni coinvolti in una valanga, si possono generare fotoni che vanno ad attivare i G-APD confinanti. Anche in questo caso si ha una dipendenza dal quadrato del bias, dato dal guadagno e dal flusso di portatori. Per ridurne l'effetto si isolano otticamente le celle tramite anelli di materiale opaco alla radiazione.

1.3 Gli scintillatori

Gli scintillatori svolgono un ruolo importante nella rivelazione di particelle. Sono materiali di varia natura — organica, cristallina, plastica, liquida — che al passaggio di una particella ne assorbono parte dell'energia, ad esempio promuovendo un elettrone in un livello energetico superiore, che successivamente decade emettendo un fotone di energia relativamente bassa.

La caratteristica fondamentale, affinché un materiale scintilli efficacemente, è che questo sia trasparente alla radiazione primaria. Spesso si usano guide di luce, di

Tabella 1.1: Specifiche degli scintillatori plastici usati.

PARAMETRO	BC-400	BC-408	UNITÀ
Uscita in luce	65	64	% Antracene
Rendimento	10 000	10 000	fotoni/1 Mev di e^-
Massimo di emissione	423	425	nm
Tempo di salita	0,9	0,9	ns
Tempo di discesa	2,4	2,1	ns
Larghezza dell'impulso	2,7	2,5	ns
No. di H per cm^3	5,17	5,17	$\times 10^{22}$
No. di C per cm^3	4,69	4,69	$\times 10^{22}$
No. di e^- per cm^3	3,33	3,33	$\times 10^{23}$
Densità	1,023	1,023	kg/m^3
Indice di rifrazione	1,58	1,58	–

I dati sono stati presi da [12]

materiale trasparente, non scintillante, per trasportare la luce dallo scintillatore al fotorivelatore, tipicamente concentrando la luce sulla superficie più piccola del rivelatore. Non sempre è possibile utilizzare uno scintillatore con un indice di rifrazione prossimo a quello delle guide di luce o del fotorivelatore con cui viene accoppiato. Per ridurre le dispersioni di fotoni nelle interfacce, si possono usare grassi ottici o tecniche di *cladding*, specialmente per le fibre di scintillatore plastico.

Negli studi descritti in questa tesi, sono stati usati due tipi scintillatori plastici: il BC-400 e il BC-408. Entrambi sono formati da polimeri di Poliviniltoluene (PVT) e drogati con Antracene, un composto idrocarburico aromatico, costituito da tre anelli benzenici su una struttura lineare. La natura plastica rende questi scintillatori adattabili in diversi contesti. Si rimanda alla tabella 1.1 per le relative caratteristiche.

1.3.1 Le fibre scintillanti

Molto utilizzate sono le fibre di materiale scintillante, che grazie alla tecnica del *cladding*, permettono di raccogliere e trasportare per lunghe distanza i fotoni generati, senza l'utilizzo di guide di luce. Infatti uno o più rivestimenti, con un indice di rifrazione leggermente più basso del *core* della fibra, permettono la riflessione completa dei fotoni all'interno del cono individuato dall'angolo

$$\vartheta = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{n_{clad}}{n_{core}}, \quad (1.7)$$

dove n_{clad} è l'indice di rifrazione del rivestimento, mentre n_{core} è l'indice di rifrazione del centro della fibra.

Ad esempio con $n_{core} = 1,59$ e $n_{clad} = 1,49$ si trova $\vartheta = 20,4^\circ$. I fotoni riflessi all'interno di questo cono rimangono "intrappolati" nella fibra; secondo [8], in percentuale ammontano a

$$\varepsilon_{trap} = \int_0^\vartheta 2\pi \sin \theta d\theta = 3,1\% \quad (1.8)$$

come è mostrato in figura 1.5.

In realtà l'efficienza è sottostimata, in quanto non sono stati presi in considerazione i contributi di fotoni con traiettoria ellittica o fotoni riflessi dall'interfaccia tra rivestimento e aria. In prima approssimazione, tuttavia, si può ritenere valido il conto in 1.8. Ulteriori strati di *cladding* permettono di raggiungere efficienze maggiori.

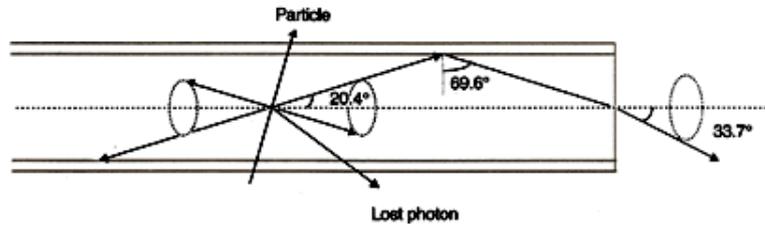


Figura 1.5: Fibra con uno strato di *cladding*. In questo esempio $n_{core} = 1,59$ e $n_{clad} = 1,49$.

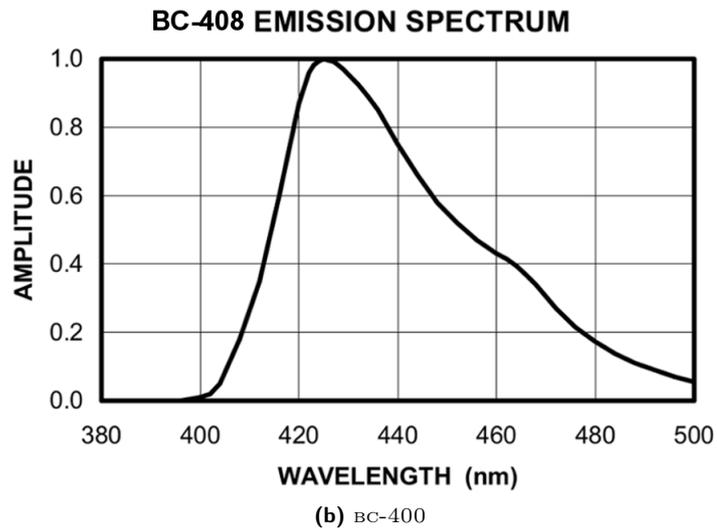
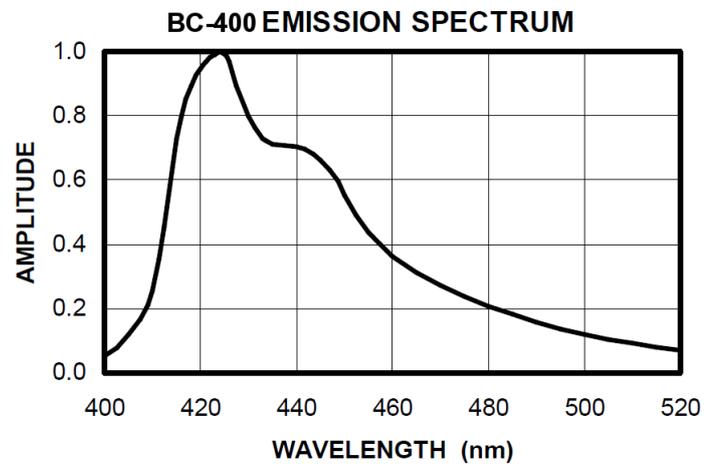


Figura 1.6: Spettri di emissione degli scintillatori plastici usati.

Capitolo 2

L'Apparato sperimentale

Il lavoro di tesi è basato su vari test ed esperimenti effettuati presso i Laboratori Nazionali di Legnaro (LNL), con il fine di analizzare la risposta del fotomoltiplicatore al silicio preso in considerazione.

L'apparato sperimentale usato è mostrato in figura 2.1 ed è descritto nelle seguenti sezioni:

1. la sorgente di particelle;
2. il trigger per le coincidenze;
3. il rivelatore;
4. il sistema di acquisizione.

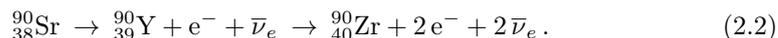
2.1 Sorgenti radioattive

Per calibrare l'apparato, è stata usata una sorgente di ^{60}Co , che fornisce un flusso intenso di radiazione γ mista a radiazione β . Questo isotopo del Cobalto, prodotto per attivazione neutronica dallo stabile ^{59}Co , ha un'emivita di 1925 giorni e decade secondo la reazione



in uno stato eccitato di ^{60}Ni che emette due raggi gamma a 1173 keV e a 1333 keV. L'energia massima per i beta è di 2822,8 keV. La sorgente è incapsulata in plexiglas[®].

La sorgente β utilizzata per l'esperimento è composta da un disco contenente ^{90}Sr , derivato dai prodotti della fissione nucleare dell'Uranio. Il tempo di dimezzamento dello stronzio-90 è di 28,8 anni e decade in ittrio-90 che emette beta a sua volta in 64,1 ore:



I decadimenti γ di ^{90}Y sono rari e trascurabili al tal punto che la sorgente si può considerare un emettitore puro di elettroni. Gli *endpoint* per gli spettri delle particelle β sono di 545,9 keV per lo stronzio e di 2278,8 keV per l'ittrio.

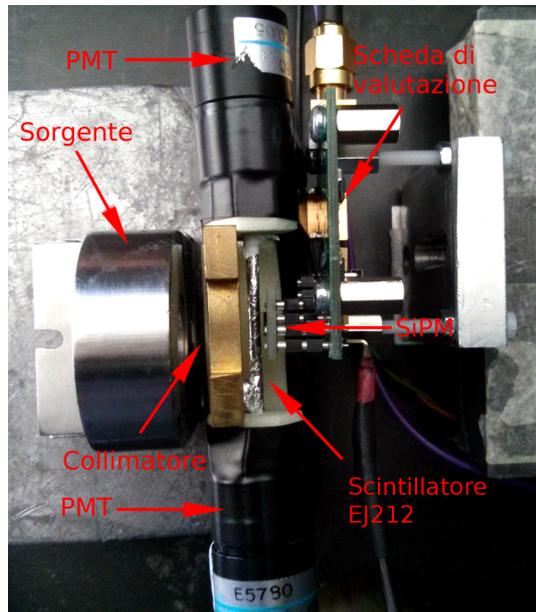


Figura 2.1: Il setup usato in laboratorio nella camera oscura (vedi sezione 2.2).

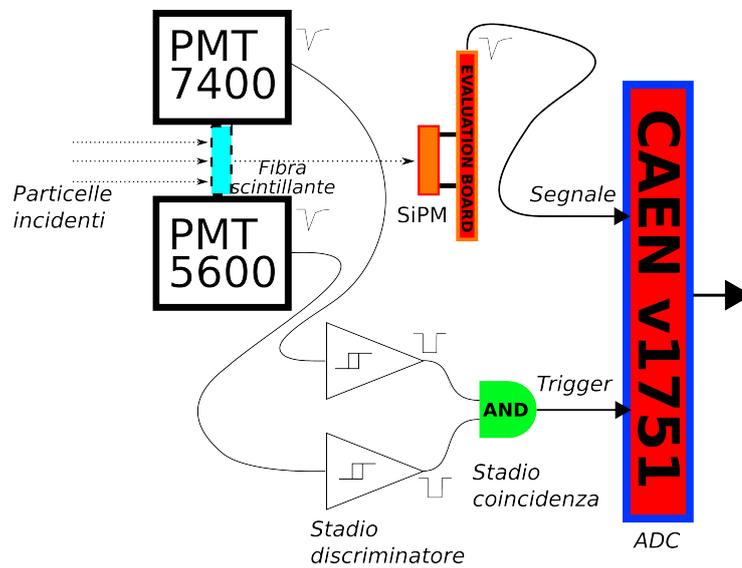


Figura 2.2: Schema che chiarifica la struttura del setup.

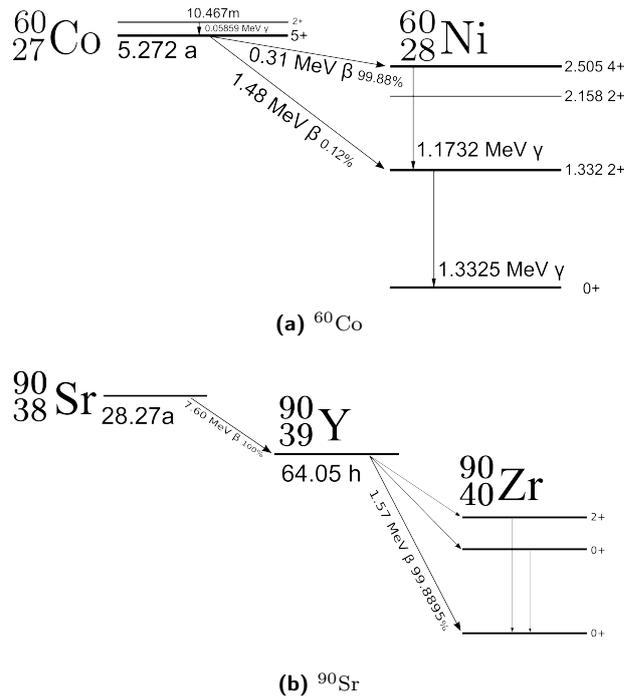


Figura 2.3: Diagrammi esplicativi dei decadimenti delle sorgenti usate.

2.2 Il sistema di *trigger*

I SiPM sono caratterizzati da un'elevata frequenza di rumore di buio di singolo fotoelettrone (vedi sezione 1.2.4). Dato che ci si aspetta che una particella incidente su una cella produca un segnale equivalente a quello di un fotoelettrone, è stato utilizzato un sistema di *trigger* basato sulla coincidenza di due fototubi, per poter discernere i segnali di eventi generati dalla sorgente da quelli di rumore.

È stata usata una fibra di scintillatore plastico BC-408, del diametro di 1,8 mm, letta da entrambi i lati da due PMT della HAMAMATSU, il R7400 e il R5600 — entrambi con basetta di partitore E5780. La fibra è stata opportunamente rivestita da un film di Mylar[®]; questo accorgimento limita la dispersione dei fotoni generati all'interno della fibra e ne aumenta il numero verso i fotomoltiplicatori. I due fototubi sono stati alimentati dalle rispettive tensioni $(949,0 \pm 0,5)$ V e $(946,5 \pm 0,5)$ V, ciascuno tramite un modulo per l'alta tensione CAEN N126; le tensioni sono state impostate per ottenere un guadagno di circa $1,5 \cdot 10^6$. Per le specifiche dei due fotomoltiplicatori si rimanda a [6] e [7].

Il segnale d'uscita dei fototubi viene discriminato da un modulo standard NIM LECROY 821, con soglia minima a 30 mV, ed è in seguito pilotato verso un modulo di coincidenza LRE 662 (modalità AND). L'uscita della coincidenza fornisce il segnale di trigger. Sapendo che la soglia del discriminatore è impostata al minimo, si può risalire al più piccolo numero di fotoelettroni necessari per far scattare il trigger. Considerando un guadagno per i fototubi di circa $1,5 \cdot 10^6$, un singolo fotone genera una carica, pari a quella elementare $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, che moltiplicata per il gain diventa circa $2 \cdot 10^{-13}$ C. Tale carica si risolve in circa 10 ns e produce una corrente di $2,5 \cdot 10^{-5}$ A che, cadendo sulla resistenza di ingresso del discriminatore di 50 Ω , sviluppa una tensione di circa

1,2 mV. Dunque, per raggiungere la soglia, sono necessari circa 25 fotoelettroni.

Il trigger così costruito si basa sul fatto che i segnali di rumore dei singoli PMT sono temporalmente scorrelati fra di loro, mentre i fotoni prodotti dalla fibra scintillante vengono rivelati in coincidenza temporale su entrambi i fototubi. Si rimanda ad un confronto con lo schema in figura 2.2.

2.3 Il rivelatore

Il SiPM utilizzato nell'esperimento è un ASD-RGB3S-P, prodotto da ADVANSID: possiede un'area attiva effettiva di $3 \times 3 \text{ mm}^2$, le cui celle sono grandi $40 \times 40 \mu\text{m}^2$. La tecnologia è di tipo RGB e il picco di sensibilità si ha intorno ai 550 nm. Il rivelatore è montato su una scheda che, tramite dei pin corti per limitare effetti parassitici, ne permette la connessione all'amplificatore dedicato.

L'amplificatore è basato su un primo stadio di amplificazione ad elevato guadagno, tramite un amplificatore in transimpedenza, seguito da due stadi indipendenti di uscita con diversa transimpedenza totale. La scheda accetta entrambe le tipologie di SiPM, RGB (n su p) o NUV (p su n), e fornisce la tensione di bias necessario al rivelatore per funzionare. La tensione impostata è di $(30,2 \pm 0,1) \text{ V}$, corrispondente ad un'overvoltage di $\Delta V = (3 \pm 2) \text{ V}$, con corrente in uscita di circa 755 nA, in condizioni di buio, ed è fornita da un *quad bias supply* della ORTEC, mentre il voltaggio nominale di 5 V per l'amplificazione è dato da un alimentatore GWINSTEK.

Le caratteristiche tecniche complete degli strumenti usati si trovano in [1] per l'amplificatore e in [2] per il SiPM, mentre in tabella 2.1 sono riportate le specifiche rilevanti al lavoro di tesi. Per condurre l'esperimento è stata usata l'uscita 2 dell'amplificatore, con transimpedenza di 2500Ω , che permette di raggiungere una migliore sensibilità al singolo fotone.

Per la misura della efficienza (vedi sezione 3.2), sul rivelatore è stato posto uno scintillatore plastico BC400, dalle dimensioni $3 \times 3 \times 0,8 \text{ mm}^2$, in modo tale da poter rivelare con alta efficienza le particelle cariche incidenti in fotoni. La placchetta di scintillatore è stata ricavata a partire da un disco di diametro di 8 mm, dello stesso spessore, tramite levigazione e lucidatura fine, lavorato a mano.

Per assicurare il completo isolamento ottico tra fibra scintillante e SiPM, è stato interposto un sottile foglio di cartoncino nero, che garantisce l'assorbimento completo di eventuali fotoni in uscita dalla fibra.

Tutti i dispositivi optoelettronici sono stati posizionati in una camera oscura per evitare l'influenza dei fotoni di fondo, dovuti all'illuminazione del laboratorio: il loro elevato numero comprometterebbe l'esperimento — rischiando anche di danneggiare i componenti più delicati, come i fotomoltiplicatori.

2.4 Il sistema di acquisizione

I dati sono stati acquisiti con un digitalizzatore di forma d'onda CAEN v1751, con risoluzione 10bit, 8 canali a 1 GS/s , cioè 1 Sample/ns . La dinamica di ingresso dell'ADC è di 1 V_{pp} . Tali parametri sono adatti a misurare i segnali veloci tipici dei PMT e SiPM, eventualmente accoppiati a scintillatori rapidi [14].

Il digitalizzatore funziona come segue: il flusso di dati in ingresso è scritto continuamente su un buffer circolare; in presenza di un trigger, una parte del buffer ("finestra di *readout*") viene letta; l'acquisizione procede senza interruzioni. Il digitalizzatore

Tabella 2.1: Specifiche tecniche dei prodotti della AdvanSiD.

ASD-RGB3S-P		
PARAMETRO	VALORE	UNITÀ
Area attiva effettiva	3×3	mm^2
Dimensione cella	40×40	μm^2
Fattore di riempimento	60%	–
Numero di celle	5 520	–
Range di sensibilità	350 ~ 900	nm
Picco di sensibilità	550	nm
<i>PDE</i> (550 nm)	32,5	–
Tensione di breakdown	27 ± 2	V
Tensione di lavoro	$BV^*+2 \sim BV^*+4$	V
Guadagno	$2,7 \cdot 10^6$	–
Variazione BV^* con temperatura	27	mV
AMPLIFICATORE		
PARAMETRO	VALORE	UNITÀ
Tensione di alimentazione	4,5 ~ 12	V
Corrente di alimentazione	50	mA
Guadagno invertente	1 000	Ω
Transimpedenza OUT 1**	500	Ω
Transimpedenza OUT 2**	2 500	Ω
Impedenza d'uscita	50	Ω

* Breakdown Voltage.

** Se terminati su 50 Ω .

è connesso al calcolatore tramite fibra ottica e i dati sono letti tramite bus PCIeExpress, con una banda di circa 70 MB/s. Il programma di acquisizione e controllo del campionatore, "WAVEDUMP", è stato sviluppato in linguaggio C, utilizzando librerie standard CAEN, e provvede a scrivere le forme d'onda corrispondenti alla finestra di *readout* su memoria rigida in forma binaria, senza aggiungere tempo morto.

L'apparato è stato programmato per avere una finestra lunga 1 000 sample, equivalenti a 1 μ s. Il digitalizzatore accetta tensioni nell'intervallo $[-0,5; 0,5]$ V, pertanto su i due canali usati — il primo per il trigger, dato dalla coincidenza dei PMT, il secondo per il segnale analogico del SiPM — è stato impostato un offset in modo tale che l'intervallo venisse traslato di -30% , diventando $[-0,8; 0,2]$ V, per sfruttare al meglio il range dinamico per i segnali negativi in ingresso. La lettura di entrambi i canali è stata impostata per essere avviata in presenza del segnale NIM del primo canale (trigger).

Prima dell'effettiva acquisizione, si è verificato che l'apparato sperimentale rispondesse come previsto, tramite la visualizzazione su un oscilloscopio TEKTRONIX.

Capitolo 3

Misure

In questo capitolo vengono descritte e discusse le misure effettuate presso i Laboratori Nazionali di Legnaro. Sono stati prefissati principalmente due obiettivi:

- osservare il segnale prodotto dal SiPM al passaggio di particelle cariche, nello specifico di elettroni a bassa energia;
- misurare l'efficienza con la quale tali particelle sono rivelate.

3.1 Fase preparatoria

Prima dello svolgimento dell'esperimento, l'apparato sperimentale è stato testato per verificarne il funzionamento e per ottimizzare la configurazione del digitalizzatore. La calibrazione della soglia di trigger è un passaggio fondamentale per una corretta registrazione del segnale. Ogniquale volta l'uscita dal modulo di coincidenza supera la soglia, il digitalizzatore acquisisce i segnali di ogni canale abilitato.

In questa fase del lavoro di tesi sono stati presi in considerazione diversi algoritmi per il trattamento dei dati e la creazione di N-tuple, con l'aiuto del pacchetto software ROOT, sviluppato dal CERN.

3.1.1 Algoritmo per la creazione di N-tuple

L'interfacciamento con i dati raccolti dal digitalizzatore CAEN e la loro elaborazione è stata effettuata tramite il programma "NEUTRON MONITOR", scritto in C/C++ dal Dott. T. Marchi. La sezione riguardante l'estrazione di N-tuple da ogni evento è stata modificata per adattarla ai segnali tipici dei SiPM. In particolare i seguenti parametri sono stati calcolati:

BASELINE La baseline BL è stata calcolata mediando i primi venti punti di ogni evento; in seguito tutti i punti sono stati traslati di $-BL$.

PICCO Si è cercato il minimo assoluto, sm , di tutto l'evento; l'altezza del segnale in sm è il picco cercato.

AMPIEZZA L'ampiezza del segnale è stata calcolata come un semplice integrale alla Reimann — quindi senza calibrazione — nell'intervallo $[sm - 10 \text{ ns}; sm + 140 \text{ ns}]$.

tCFD È stato scelto come *discriminatore temporale* il 50% della salita al picco, calcolato con precisione tramite interpolazione cubica.

ZERO CROSSING La durata del segnale è l'intervallo temporale che spazia dal tCFD fino al 10% della discesa del segnale al picco, calcolato sempre con un'interpolazione cubica.

TOF Il “tempo di volo” è la differenza tra il tCFD del segnale e il tCFD del trigger.

È da segnalare che, come anticipato, il rumore di singolo fotoelettrone dei SiPM è molto elevato e in una finestra di *readout* possono essere presentati più impulsi di rumore. L'algoritmo per il calcolo dei parametri non distingue a priori la natura di un ipotetico segnale, se originato da rumore elettronico o se correlato al trigger. La distinzione degli eventi è stata eseguita successivamente, tramite l'analisi dei tempi associati agli impulsi.

3.1.2 Misurazioni di test

Prima delle misurazioni, l'apparato è stato testato con una sorgente di particelle β e γ (vedi sezione 2.1). La sorgente di cobalto-60 produce frequenti coincidenze fibra-SiPM, grazie al ripetuto scattering Compton nello scintillatore e agli elettroni molto energetici, e per questo è stata usata per misurare la differenza tra il tCFD del segnale del SiPM e il tCFD del trigger dato dalla fibra. Questa differenza temporale, principalmente dipendente dalla catena elettronica, è stata chiamata “tempo di volo”, o TOF.

Nel grafico **a** di figura 3.1 è presentato l'istogramma del TOF del test effettuato con ^{60}Co : si osserva un fondo, quasi uniforme, dovuto a coincidenze causali, scorrelate dal trigger; è presente un picco pronunciato intorno a -45 ns; la deformazione del fondo intorno a -300 ns è dovuta alla ricostruzione di segnali molto piccoli. Tramite un'interpolazione gaussiana sul picco principale, con una funzione tipo

$$y(x) = A \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} + q, \quad (3.1)$$

si è trovato che il valore medio è $\mu = -45,30 \pm 0,09$ ns.

L'istogramma **b** di figura 3.1 mostra un test analogo effettuato con il SiPM allontanato dalla traiettoria delle radiazioni. È chiaro che i segnali generati dal SiPM con TOF $\simeq -45$ ns sono fisicamente correlati con le particelle emesse dalla sorgente.

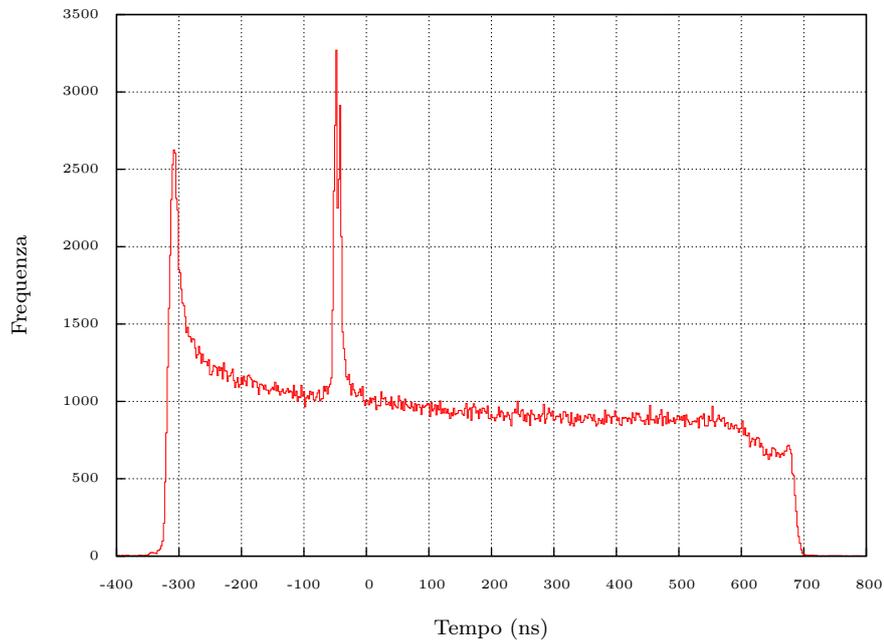
Un test preliminare con le particelle β di ^{90}Sr mostra una risposta chiara del SiPM: si pronuncia un picco sempre intorno ai -45 ns. Il grafico è mostrato in figura 3.2.

3.2 Raccolta e Analisi dati

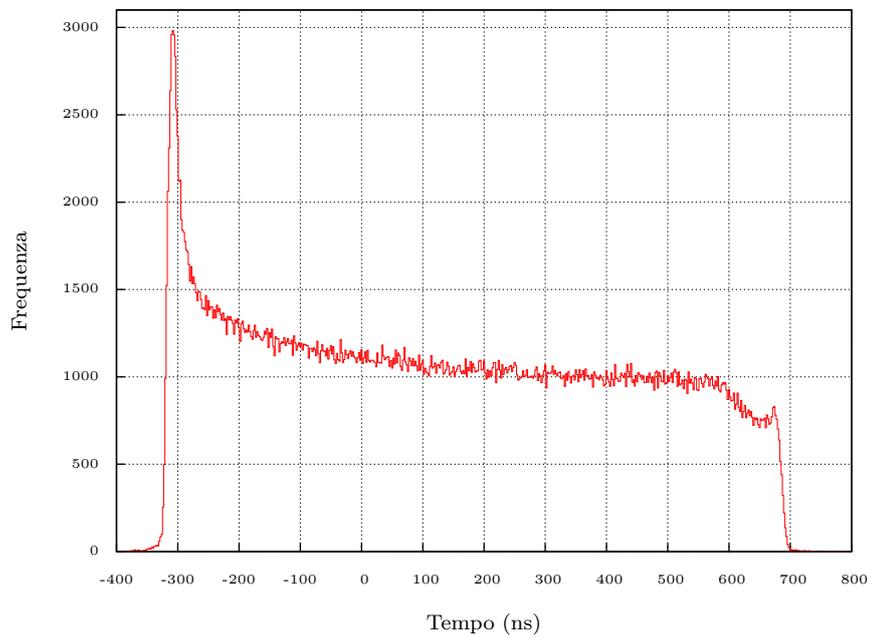
Sono stati raccolti due campioni di dati in condizioni diverse: inizialmente con il SiPM da solo; successivamente con l'ausilio di un quadrato di scintillatore BC-400 (vedi sezione 1.3) delle stesse dimensioni dell'area del rivelatore, posto nella stessa posizione occupata dalla superficie del SiPM nella misura precedente, in modo da mantenere invariata l'accettanza geometrica. È stata usata solo la sorgente di stronzio-90 per condurre l'esperimento, in quanto questo isotopo è emettitore puro di elettroni (vedi sezione 2.1). Nonostante l'attività più alta, una sorgente di ^{60}Co complicherebbe la misura dell'efficienza del SiPM, a causa della presenza dei raggi gamma.

3.2.1 Segnale in uscita

Per estrarre la forma tipica del segnale analogico in uscita dal SiPM, è stata effettuata una media delle forme raccolte con minimo assoluto, *sm*, in una finestra



(a) Test con gamma (binwidth = 2)



(b) SiPM schermato (binwidth = 2)

Figura 3.1: TOF dei test preparativi.

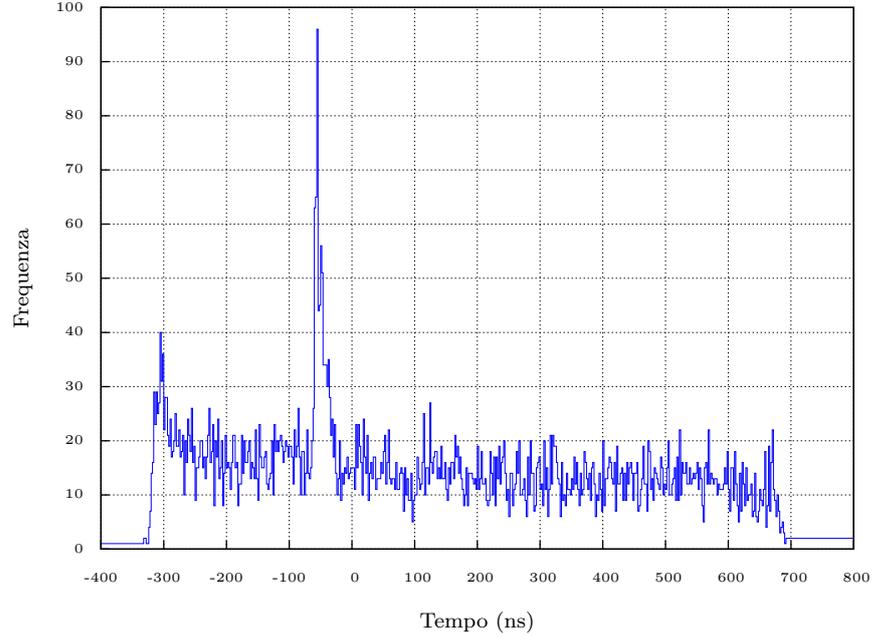


Figura 3.2: TOF di un test con i beta (binwidth = 2).

temporale nell'intorno dei -45 ns di TOF. I risultati, di entrambi i campioni, sono mostrati nel grafico 3.3.

Si osserva come il segnale del semplice SiPM sia mediamente più basso rispetto al segnale del SiPM accoppiato allo scintillatore. Questo fatto avvalorava l'ipotesi che il SiPM (\bar{s}) risponde ai beta con l'equivalente di pochi fotoelettroni; il SiPM con lo scintillatore (s), invece, mostra la risposta caratteristica di molti fotoni incidenti. Il rapporto tra i due picchi è $p_s/p_{\bar{s}} = 14,2$.

Per una verifica ulteriore, è stata calcolata una media dei segnali scorrelati dal trigger, quindi corrispondenti al rumore di buio, su un intervallo di uguale ampiezza, ma lontano dal picco dello spettro del TOF. Il risultato è, pertanto, la forma tipica del segnale di un fotoelettrone. Il confronto con il segnale medio del SiPM triggerato dalla fibra si osserva in figura 3.4. Il rapporto tra i picchi delle due forme è $p_{\bar{s}}/p_{out} = 2,2$.

Dai rapporti tra i picchi è possibile stimare il numero di fotoelettroni per il segnale del SiPM (senza e con scintillatore), osservando che $p_{out} \simeq 1$ ph.e e tenendo conto della diluizione della media causata dalla presenza di fondo nella finestra temporale del segnale. Dalla tabella 3.1 si trova che nel caso di SiPM senza scintillatore segnale e fondo stanno in rapporto circa 1 a 1, mentre per il SiPM con lo scintillatore il rapporto è di circa 2 a 3. Si ha pertanto

$$p_{\bar{s}} = 0,5 \hat{p}_{\bar{s}} + 0,5 \text{ ph.e}$$

da cui si trova che lo stimatore *unbiased* del picco $\hat{p}_{\bar{s}} \simeq 3,4$ ph.e, equivalente al numero di fotoelettroni medio per il SiPM.

Per quanto riguarda il SiPM accoppiato allo scintillatore, sapendo che $p_s \simeq 31,2$ ph.e, si ha

$$p_s = 0,6 \hat{p}_s + 0,4 \text{ ph.e}$$

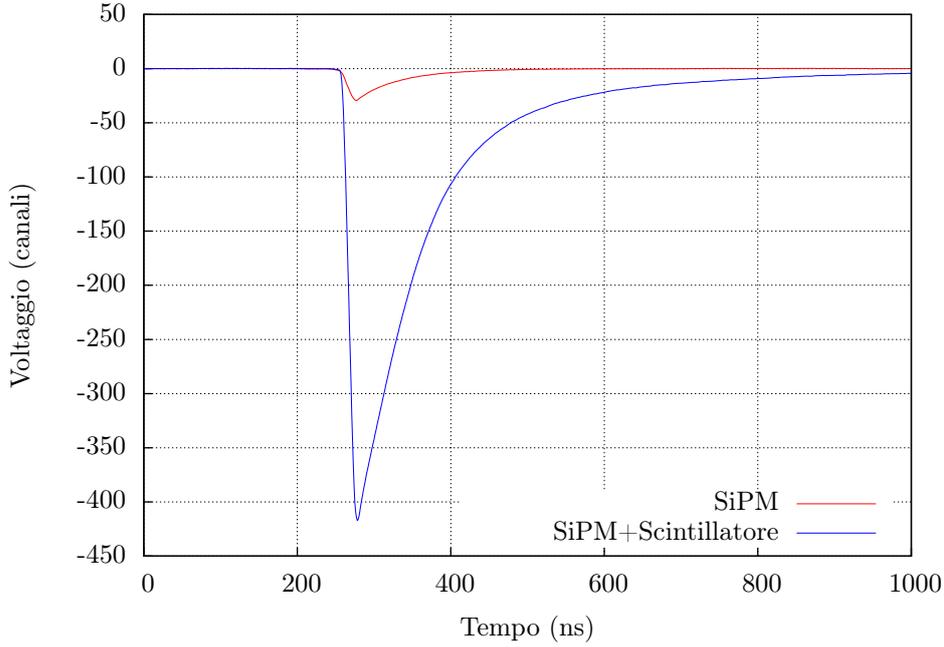


Figura 3.3: Segnale medio dei campioni raccolti.

da cui $\hat{p}_s \simeq 51,4$ ph.e., equivalente al numero i fotoelettroni del segnale nei primi nanosecondi dopo il trigger.

3.2.2 Stima dell'efficienza

Il picco del tempo di volo di entrambi i campioni è stato interpolato con la funzione 3.1; successivamente è stato effettuato un conteggio degli eventi corrispondenti al picco stesso, n_{peak} , considerando l'intervallo $[\mu - 3\sigma; \mu + 3\sigma]$ e togliendo dal calcolo il fondo, stimato come il rettangolo di dimensioni $6\sigma q$.

L'estimatore usato per una stima dell'efficienza del rivelatore è il rapporto tra il conteggio di eventi temporalmente correlati con il numero di eventi di trigger. Questa valutazione, tuttavia, non è autosufficiente, in quanto un numero ragguardevole di particelle che attivano il trigger possono venire fermate all'interno della fibra stessa oppure essere scatterate al di fuori del fotomoltiplicatore. Si ha precisamente

$$\frac{n_{peak}}{N_T} = \varepsilon \mathcal{A}, \quad (3.2)$$

dove N_T è il numero di trigger, ε l'efficienza cercata, per un fotoelettrone, e \mathcal{A} l'accettanza geometrica del SiPM per gli elettroni che triggerano la fibra. Per ricavare ε è necessario conoscere \mathcal{A} .

A tale scopo è stato calcolato il rapporto nei due casi, con (s) e senza (\bar{s}) scintillatore.

$$\frac{n_s}{N_T} = \varepsilon_s \mathcal{A}_s, \quad \frac{n_{\bar{s}}}{N_{T,\bar{s}}} = \varepsilon_{\bar{s}} \mathcal{A}_{\bar{s}}.$$

Supponendo che l'accettanza in entrambe le situazioni sia circa la stessa, $\mathcal{A}_s \simeq \mathcal{A}_{\bar{s}}$, dato che la geometria dell'apparato è la stessa per le due misure e che, in particolare,

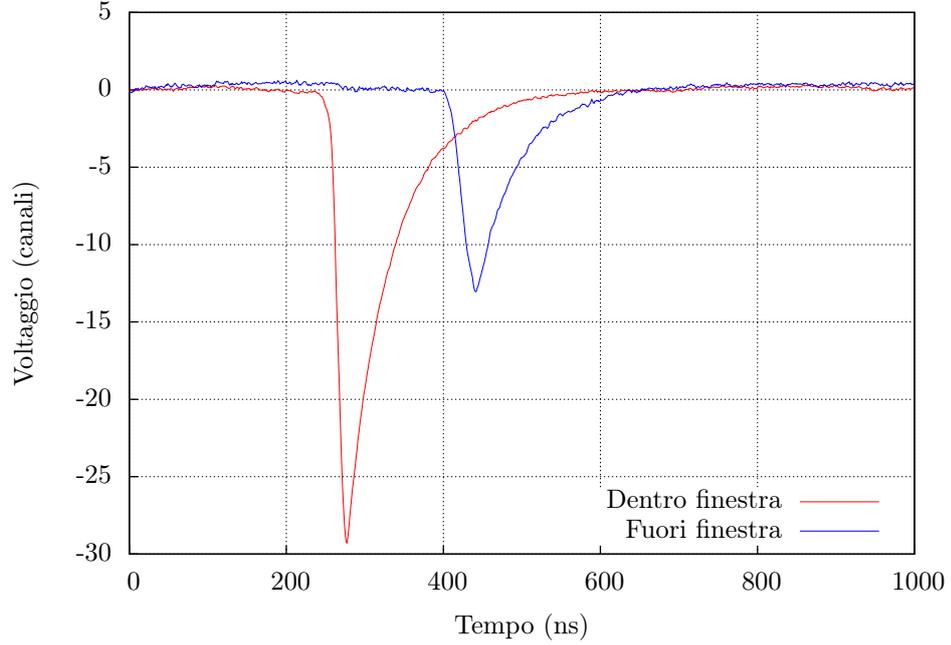


Figura 3.4: Segnale medio del SiPM per eventi dentro e fuori la coincidenza temporale.

lo scintillatore è stato posto in corrispondenza della faccia attiva del rivelatore, si può risalire al rapporto tra le due efficienze tramite un doppio rapporto, che rende non necessaria la conoscenza di \mathcal{A} :

$$\frac{\frac{n_{\bar{s}}}{N_{T,\bar{s}}}}{\frac{n_s}{N_T}} = \frac{\varepsilon_{\bar{s}}}{\varepsilon_s}. \quad (3.3)$$

L'efficienza del SiPM con lo scintillatore in fronte è assimilabile alla probabilità che il fotomoltiplicatore al silicio riveli un certo numero di fotoelettroni $\mathcal{N}_{ph.e}$, corrispondenti ai fotoni prodotti dai beta nello scintillatore. Tale probabilità segue la distribuzione di Poisson e vale

$$\varepsilon_s = P(\mathcal{N}_{ph.e} \geq c) = \sum_{k=c}^{\infty} \mathcal{P}_{\lambda}(k), \quad (3.4)$$

dove c è il numero di fotoni minimi per definire un segnale, mentre $\mathcal{P}_{\lambda}(k)$ è la probabilità di Poisson di avere k fotoni, cioè

$$\mathcal{P}_{\lambda}(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda},$$

con λ il valore atteso.

Si trova quindi

$$\frac{\varepsilon_{\bar{s}}}{\varepsilon_s} = \frac{\varepsilon_{\bar{s}}}{\sum_{k=c}^{\infty} \mathcal{P}_{\lambda}(k)}. \quad (3.5)$$

Nella tabella 3.1 si riportano le efficienze calcolate, mentre nelle figure 3.5 sono presenti gli istogrammi con le relative interpolazioni.

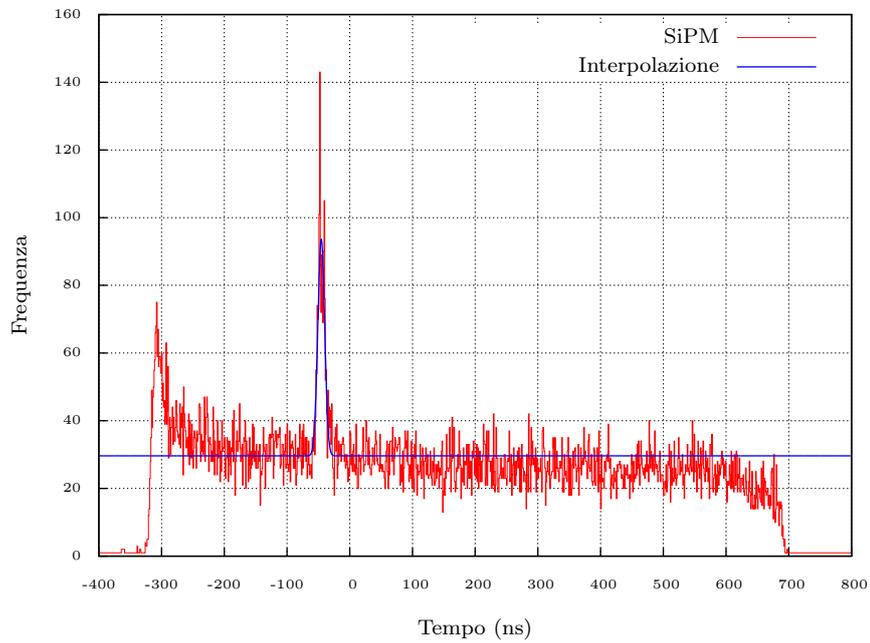
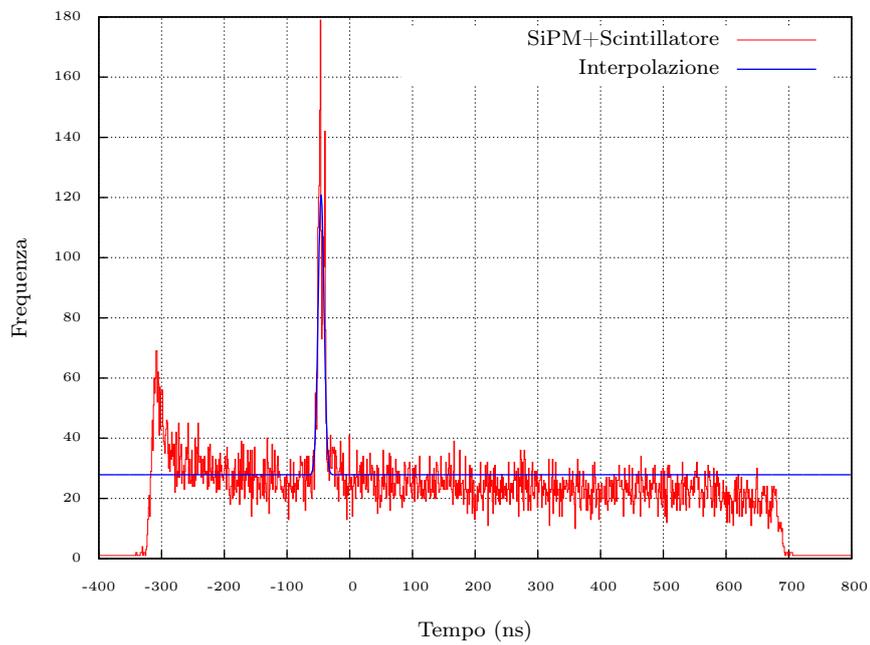
**(a)** SiPM (binwidth = 1)**(b)** SiPM con Scintillatore (binwidth = 1)**Figura 3.5:** TOF dei campioni raccolti.

Tabella 3.1: Dati dei due campioni.

PARAMETRO	SiPM \bar{s}	SiPM+SCINTILLATORE s	UNITÀ
Interpolazione			
A	64 ± 4	93 ± 4	–
μ	-45,4 ± 0,3	-45,6 ± 0,2	ns
σ	5,4 ± 0,3	4,8 ± 0,2	ns
q	29,6 ± 0,9	27,8 ± 0,8	–
χ^2 ridotto	1,760	3,231	
Conteggio			
N_T	68 655	65 931	–
Range *	[-61,6 ; -29,2]	[-60,0 ; -31,2]	ns
Integrale *	1911	2049	ns
Fondo *	961,8	795,2	ns
n_{peak}	949,2	1253,8	ns
ε^{**}	0,0138 ± 0,0004	0,0190 ± 0,0005	–

* Vedi sezione 3.2.2 a pagina 19.

** Lo stimatore usato per calcolare l'errore dell'efficienza deriva dalla distribuzione binomiale: $\sigma_\varepsilon = \sqrt{\frac{\varepsilon(1-\varepsilon)}{N_T-1}}$.

Il rapporto tra le efficienze risulta essere, sperimentalmente,

$$\frac{\varepsilon_{\bar{s}}}{\varepsilon_s} = 0,73 \pm 0,03.$$

Resta da individuare il numero minimo di fotoni che definiscono un segnale per poi calcolare la probabilità di Poisson e stimare l'efficienza del SiPM. Analizzando gli istogrammi delle ampiezze è possibile contare il numero di fotoni/elettroni incidenti che hanno attivato il SiPM, dopo aver selezionato gli eventi nell'intervallo temporale segnato in tabella 3.1 — in blu nelle figure 3.6 e 3.7.

Si osserva che per le misure con il solo SiPM i segnali sono formati da pochi elettroni: in figura 3.6 si distingue chiaramente il primo picco, tralasciando il pedastallo; di difficile interpretazione sono i successivi. I dati nell'intervallo mostrato compongono l'88,34% degli eventi della finestra temporale. Le ampiezze superiori a 6000 a.u., invece, presentano solo il 7,35%, mentre il restante 4,46% è da cercarsi in ampiezze negative, ovvero in segnali mal ricostruiti dall'algoritmo di analisi.

Per quanto riguarda il SiPM coperto dallo scintillatore, gli eventi con basse ampiezze sono relativamente pochi, in proporzione. Infatti nel range presentato in figura a di 3.7 i dati della finestra temporale compongono il 36,44% del totale. La sezione più grande degli eventi selezionati, il 57,76%, si trova sulla regione dello spettro mostrato nell'istogramma b di 3.7; si osserva inoltre che gli eventi selezionati corrispondono quasi nella totalità ai dati senza distinzione temporale. Il restante 5,49% è dato da ampiezze negative.

Per stimare il numero di fotoni cercato, è stata definita una scala di conversione con le ampiezze, sapendo che i primi tre picchi dell'istogramma in figura 3.7 corrispondono rispettivamente ad uno, due o tre fotoni incidenti. Con il metodo del centroide sono state calcolate l'ampiezza di ciascun picco, presentate in tabella 3.2, da cui il fattore di conversione ampiezza/ $\mathcal{N}_{ph.e.}$, ricavato tramite regressione lineare, è (685 ± 5) a.u./fotone.

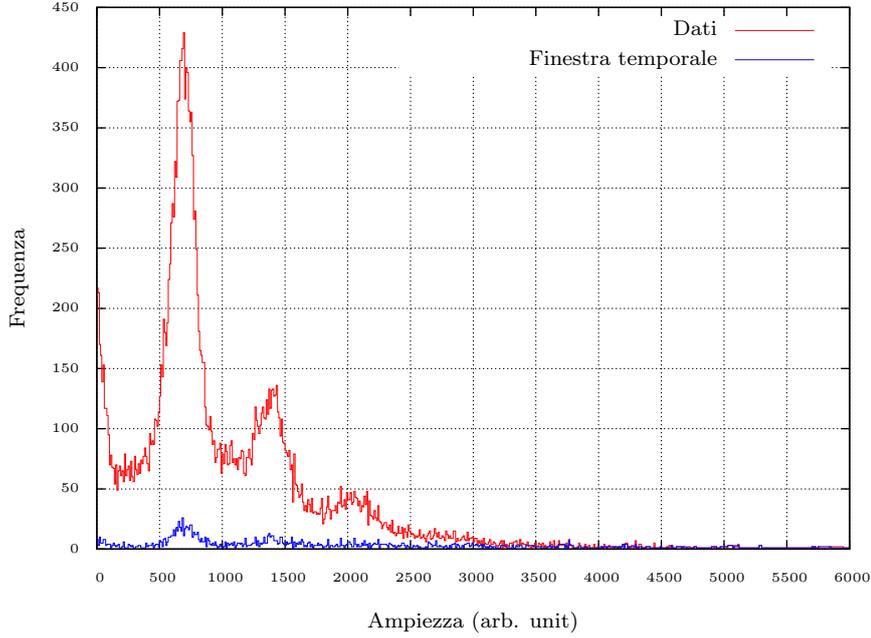


Figura 3.6: Istogramma delle ampiezze per il SiPM (binwidth = 10).

Tabella 3.2: Centroidi dei picchi dell'istogramma di figura 3.7.

\mathcal{N} PICCO	CENTROIDE (arb. unit)	ERRORE (arb. unit)
1	694,6	0,9
2	61367	2
3	62023	3

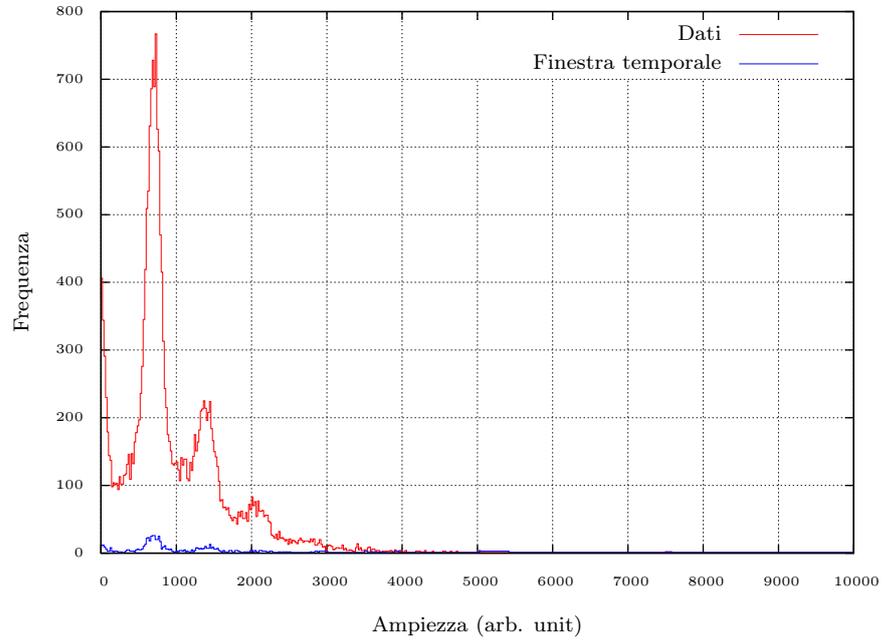
Con la stessa tecnica è stato quantificato un valore medio di ampiezza dell'intervallo $[10 \cdot 10^3; 120 \cdot 10^3]$, cioè generati da un numero di fotoni compreso tra circa 15 e 175 fotoni. L'ampiezza media è pari a $(592 \pm 0,7) \cdot 10^3$ a.u., quindi si conclude che il numero medio di fotoelettroni è

$$\overline{\mathcal{N}}_{ph.e} = 86 \pm 1 \equiv \lambda.$$

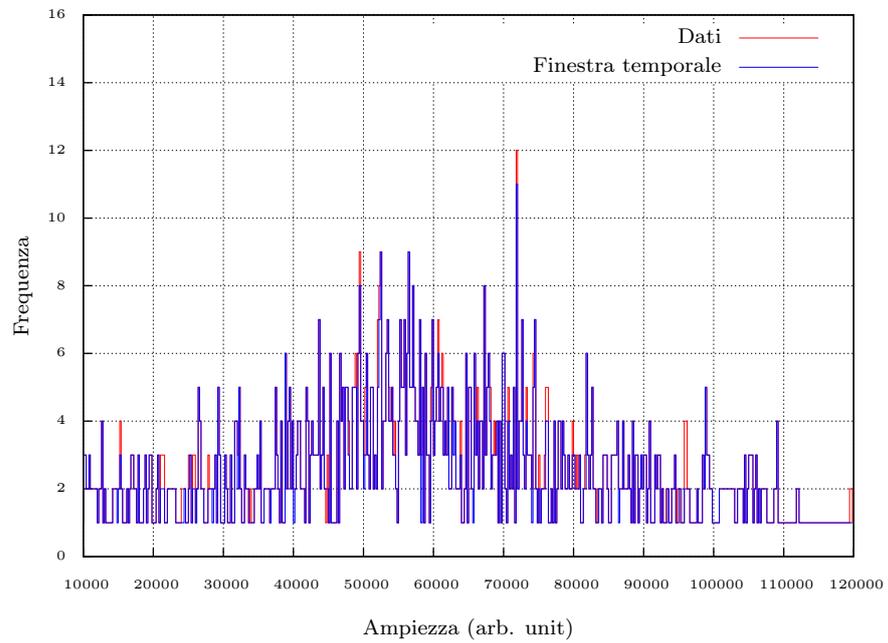
Si nota che la valutazione dei fotoelettroni, calcolata nella sezione 3.2.1, è sottostimata: infatti non è stato tenuto conto a pieno del contributo dei segnali del SiPM accoppiato allo scintillatore, più lenti rispetto al trigger. Mediando nelle ampiezze si ovvia a questa imprecisione. Imposto quindi $c = 15$ e $\lambda = 86 \pm 1$ si trova che

$$\sum_{k=c}^{\infty} \mathcal{P}_{\lambda}(k) = 1,$$

a causa del predominante termine esponenziale $e^{-\lambda}$. Il rapporto tra le due efficienze, discusso prima in 3.5, tende all'efficienza del SiPM da solo che dunque vale $\varepsilon_{\bar{s}} = (73 \pm 3)\%$.



(a) Istogramma dello spettro con basse ampiezze (binwidth = 20)



(b) Ingrandimento nella zona con elevate ampiezze (binwidth = 200)

Figura 3.7: Istogramma delle ampiezze per il SiPM con scintillatore.

Capitolo 4

Simulazione Monte Carlo

È stata effettuata una simulazione dell'esperimento con metodi Monte Carlo per analizzare qualitativamente vari aspetti della propagazione degli elettroni nel setup. In particolare la simulazione è stata utile per stimare il tasso di trigger, l'accettazione geometrica \mathcal{A} , alcune incertezze sistematiche nella misura dell'efficienza $\varepsilon_{\bar{s}}$ del SiPM e per valutare l'energia rilasciata dagli elettroni nella zona attiva del rivelatore.

A tale scopo è stato usato il programma "PENELOPE", sviluppato da Salvat F., Fernández-Varea J. M. e Sempau J. in Fortran 77 e distribuito dalla *Nuclear Energy Agency*, che simula il trasporto di elettroni, positroni e fotoni in materiali arbitrari e complesse geometrie formate da quadriche. Il software, quindi, traccia il percorso di ciascuna particella estraendo gli spettri di energia nei punti indicati.

Per quanto riguarda la simulazione degli elettroni, PENELOPE tratta i tre possibili casi di interazione:

1. scattering elastico;
2. scattering anelastico;
3. emissione Bremsstrahlung;

calcolandone le rispettive sezioni d'urto differenziali, analiticamente o mediando da tabelle numeriche. In appendice A sono brevemente discussi i modelli utilizzati dal software.

Le sezioni d'urto utilizzate sono sufficientemente accurate per la maggior parte delle simulazioni, consentendo un veloce e affidabile campionamento casuale delle singole interazioni. Simulazioni dettagliate alle alte energie sono però dispendiose dal punto di vista computazionale, a causa del ragguardevole numero di interazioni che gli elettroni veloci possono incontrare. Il limite viene superato grazie ad un algoritmo che usa uno schema di simulazioni miste per la tracciatura di una particella: eventi "duri", cioè eventi con deflessioni polari θ e perdite di energia W maggiori di predeterminati valori di taglio, θ_c e W_c , vengono analizzati nei particolari, mentre eventi "molliti", tali per cui $\theta < \theta_c$ e $W < W_c$, sono condensati. Si intuisce che il tempo computazionale di un calcolatore diminuisce velocemente all'aumentare dei valori di taglio; tuttavia sono gli eventi "duri" che determinano prevalentemente l'evolversi della traccia. Una simulazione mista, rispetto ad una completamente condensata, pertanto è più vantaggiosa, in quanto permette uno studio puntuale della traccia nella vicinanza di interfacce e una riduzione dei parametri definiti a priori.

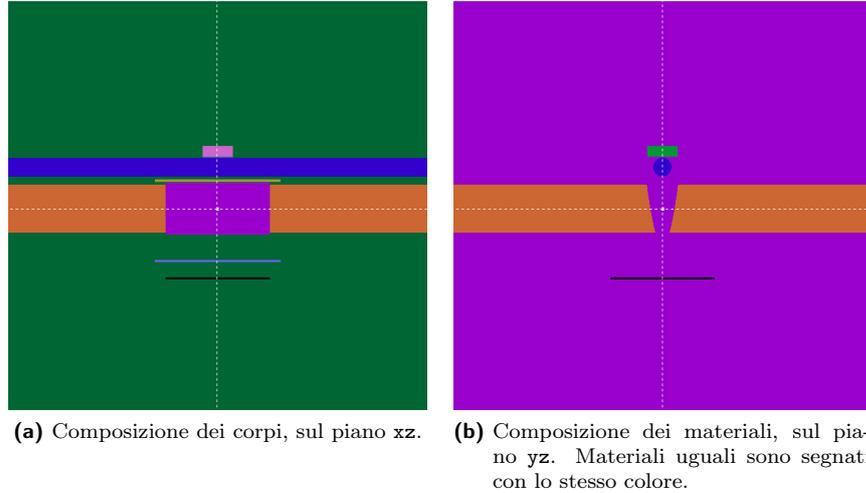


Figura 4.1: Geometria di base usata nella simulazione. Si osservano il collimatore (ottone, in arancione), il buco del collimatore (aria, in viola), la fibra di scintillatore (PVT, in blu), e la sorgente (in nero). Nella disposizione dei corpi si notano due dei tre rivelatori di impatto (in giallo e in azzurro), mentre il substrato di silicio è in rosa nella figura a e in verde nella figura b.

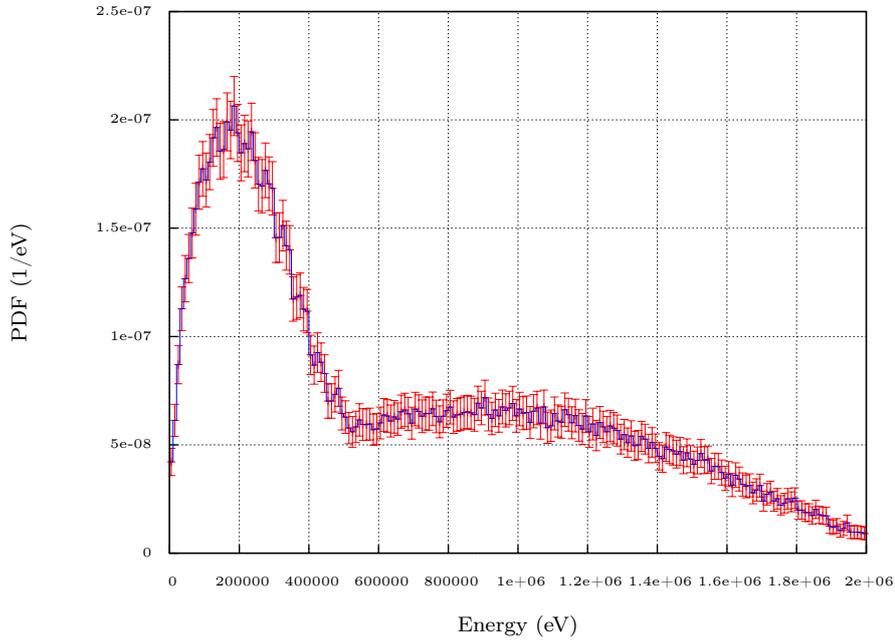
4.1 Setup della simulazione

Sono state eseguite più simulazioni, ciascuna da 1 000 000 elettroni, in cui sono stati variati alcuni parametri, con lo scopo di stimare certe grandezze fisiche di interesse per la ricerca.

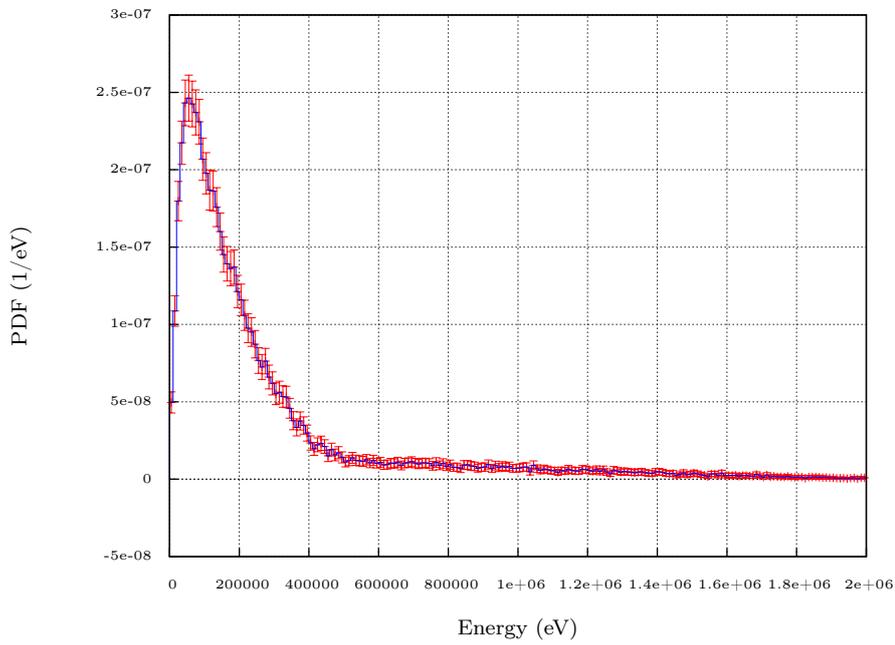
È stata utilizzata una geometria di base il più fedele possibile a quella reale. In particolare si avvicinano alle dimensioni originali la sorgente, il collimatore, la fibra scintillante — senza rivestimento in Mylar[®] — e il rivelatore, composto da uno strato attivo (spesso $5 \mu\text{m}$) e da un substrato, entrambi di silicio. Fibra e SiPM sono stati variati, nel corso delle simulazioni, per analizzare la tolleranza sulle dimensioni. Nella simulazione, tuttavia, non vengono generati né tracciati i fotoni ottici, nati dalla scintillazione, principalmente per non rallentare la computazione. Analisi a posteriori delle energie depositate dai beta permetteranno la ricostruzione degli eventi di interesse.

Sono stati aggiunti nella geometria, inoltre, dei corpi chiamati *Impact Detectors* (ID), necessari per poter registrare valori importanti delle particelle, come l'energia, senza interagire con gli elettroni e senza modificarne la traiettoria. Nello specifico, tre “rivelatori di impatto” sono stati posizionati rispettivamente subito dopo la sorgente (ID 1), prima dello scintillatore e dopo il collimatore (ID 2) e prima dell'area attiva del SiPM (ID 3). La disposizione dei corpi è mostrata in figura 4.1

La sorgente, a forma di disco, è stata impostata per emettere particelle β su un cono con apertura angolare di 90° , equivalenti a 2π sr. L'emulazione della sorgente radioattiva consiste nel campionamento di uno spettro noto a priori. È stata scelta la somma dei due spettri distinti di stronzio-90 e ittrio-90, pesati ugualmente: infatti ^{90}Sr e ^{90}Y si trovano in “equilibrio secolare”. Si rimanda all'appendice B per un approfondimento sull'argomento. Gli istogrammi 4.2 mostrano la distribuzione delle particelle emesse, quindi lo spettro degli elettroni in uscita davanti e dietro la sorgente.



(a) Elettroni emessi in avanti.



(b) Elettroni emessi indietro.

Figura 4.2: Distribuzioni di energia della sorgente.

Tabella 4.1: Rate di trigger al variare del diametro della fibra.

DIAMETRO (mm)	PERCENTUALE (%)	TASSO (Hz)
1,82	$6,6 \cdot 10^{-3}$	2,5
1,80	$6,2 \cdot 10^{-3}$	2,2
1,78	$5,9 \cdot 10^{-3}$	2,2

4.2 Risultati

Come accennato in precedenza, la simulazione ha permesso di effettuare alcune valutazioni, utili per un raffronto con i dati sperimentali raccolti.

Sono state stimate le seguenti quantità:

1. il tasso del trigger;
2. le energie depositate dagli elettroni;
3. l'accettanza geometrica ed errori sistematici introdotti da variazioni di geometria;

4.2.1 Il rate del trigger

Come spiegato nella sezione 2.2, per attivare il trigger sono necessari almeno 25 fotoni. Nell'analisi degli eventi simulati è dunque stata imposta la soglia di rivelazione a 30 fotoni per PMT, che corrispondono ad un taglio nel deposito di energia nella fibra stimata a circa 666,67 keV, considerando un *cladding* al 3% (vedi sezione 1.3.1) ed un'efficienza dei fototubi al 15%.

La sorgente utilizzata nell'esperimento possiede un'attività totale di circa 37 kBq. Una simulazione, effettuata con la geometria di base, mostra che la percentuale degli elettroni capaci di attivare il trigger è $6,2 \cdot 10^{-3}$ %, corrispondenti quindi ad una frequenza di circa 2,2 Hz.

L'acquisizione dei dati sperimentali, invece, è durata all'incirca 334 960 s, dove sono stati osservati 68 655 trigger, quindi con un tasso di 0,21 Hz. I due risultati differiscono di un ordine di grandezza. Probabilmente la causa è da ricercarsi in un'efficienza più bassa per la raccolta e rivelazione dei fotoni nella fibra, a causa di superfici levigate a mano e a *cladding* danneggiato.

Con l'ausilio di altre simulazione è stato osservata la sensibilità del *rate* al variare del diametro della fibra. In tabella 4.1 sono mostrati i risultati. Con il metodo delle differenze finite, si trova che una modifica del diametro della fibra scintillante di un decimo di millimetro comporta una variazione del 52,9% del tasso di trigger.

4.2.2 Il rilascio di energia

La tabella 4.2 riporta le energie medie depositate dal passaggio degli elettroni negli oggetti principali della geometria. Il cartoncino (vedi sezione 2.3), interposto tra fibra e SiPM, assorbe $(23,1 \pm 0,7)$ keV; tuttavia questo implica un leggera variazione dell'accettanza geometrica e un aumento di energia depositata nello strato attivo di silicio. In ogni caso, l'energia assorbita rimane ben al di sopra dell'energia necessaria per generare una coppia *e-h*, di 3,6 eV per il silicio; si nota che in uno spessore di 5 μm di silicio vengono generate parecchie decine di coppie. Si conclude, dunque, che è lecito supporre che la probabilità di trigger P_{trg} del SiPM tenda all'unità.

Tabella 4.2: Energie medie depositate nei vari corpi.

SENZA CARTONCINO		
OGGETTO	ENERGIA MEDIA DEPOSITATA (keV)	ERRORE (keV)
Fibra	240	2
SiPM (zona attiva)	2,0	0,1
Substrato (Si)	324	7
Modulo di aria	8,3	0,2
CON CARTONCINO		
OGGETTO	ENERGIA MEDIA DEPOSITATA (keV)	ERRORE (keV)
Scintillatore	242	2
Cartoncino	23,1	0,7
SiPM (zona attiva)	3,4	0,2
Substrato (Si)	330	8
Modulo di aria	8,3	0,2

È interessante notare, inoltre, che un importante contributo “frenante” è dato dalla fibra scintillante. Dunque fondamentale è la percentuale di ^{90}Y nella sorgente, che possiede un *endpoint* di 2278,7 keV; il semplice ^{90}Sr ha energia massima di 545,9 keV, quindi parte del suo spettro non supera lo scintillatore. Questo fatto si osserva nelle figure 4.3, 4.4 e 4.5, che mostrano lo spettro dei beta, in corrispondenza degli *Impact Detector* 1, 2 e 3, dove il picco delle basse energie, dello stronzio-90, si abbassa rispetto alla coda, data dall’ittrio-90. Prova ulteriore di questo fatto è che l’energia media incidente sui diversi rivelatori di impatto aumenta:

ID	ENERGIA (MeV)	ERRORE (MeV)
1	0,54	0,05
2	0,56	0,05
3	0,64	0,04

Nell’articolo [9], è stata sperimentata la risposta di un modello di NUV-SiPM illuminato da particelle ad alta energia;¹ in particolare sono stati usati fasci di nuclei di Deuterio (^2H) e di Elio (^4He) con energia cinetica di 13 GeV/amu. Dalla simulazione effettuata con il software “LISE” si trova che gli ioni usati depositano in media rispettivamente 1,3 keV e 5,8 keV nello strato attivo del SiPM.² La misura dell’efficienza del SiPM nel rivelare il passaggio dei due tipi di nucleo risulta essere del $(59 \pm 3)\%$ con ^2H , mentre con ^4He vale $(81 \pm 1)\%$. Dato che, secondo la simulazione eseguita con software PENELOPE, gli elettroni perdono 3,4 keV nella zona attiva di silicio del SiPM e quest’ultimo ha un’efficienza del $73 \pm 3\%$, si deduce che la *particle detection efficiency* dei fotomoltiplicatori a silicio è correlata con l’energia depositata nello strato attivo.

¹I NUV-SiPM hanno una struttura del tutto analoga alla tipologia RGB, studiata in questa tesi.

²Il programma LISE [4] è un codice che permette la simulazione di vari tipi di fasci di ioni e di relativi spettrometri. Tra i vari strumenti offerti dal programma abbiamo utilizzato il codice per il calcolo delle perdite di energia, lo *straggling* nei materiali ed il trasporto degli ioni e degli eventuali frammenti.

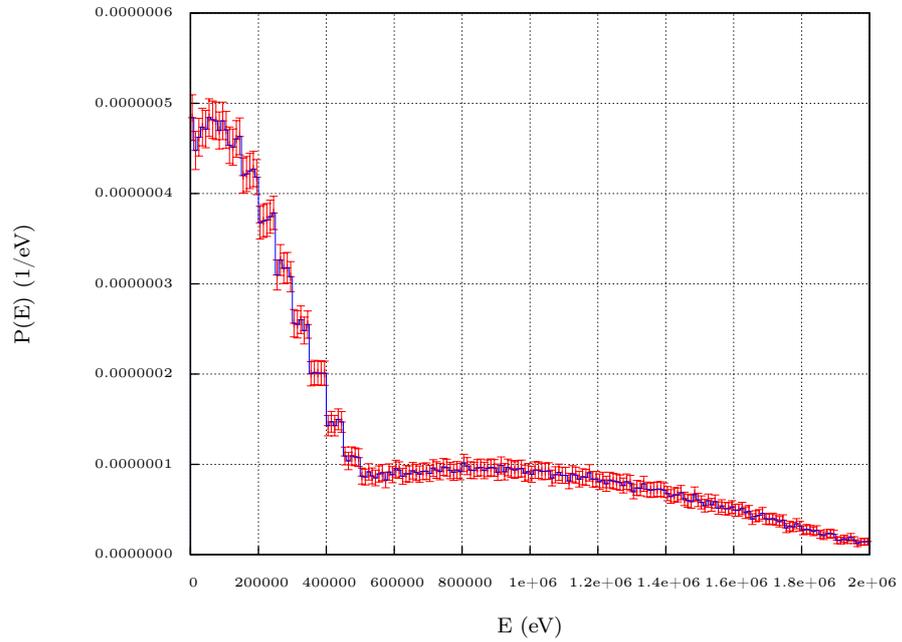


Figura 4.3: Distribuzioni di energia sull' *Impact Detector 1*.

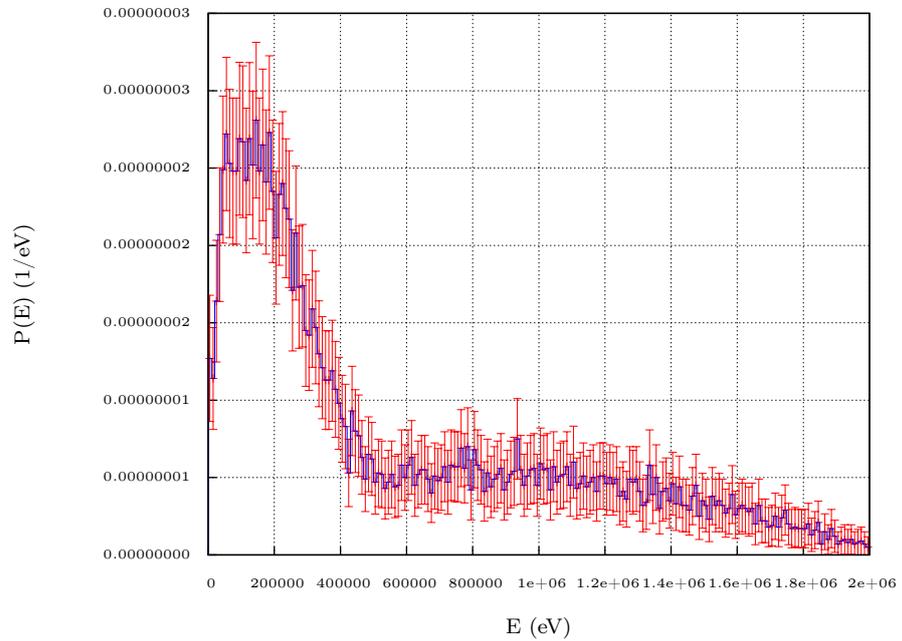


Figura 4.4: Distribuzioni di energia sull' *Impact Detector 2*.

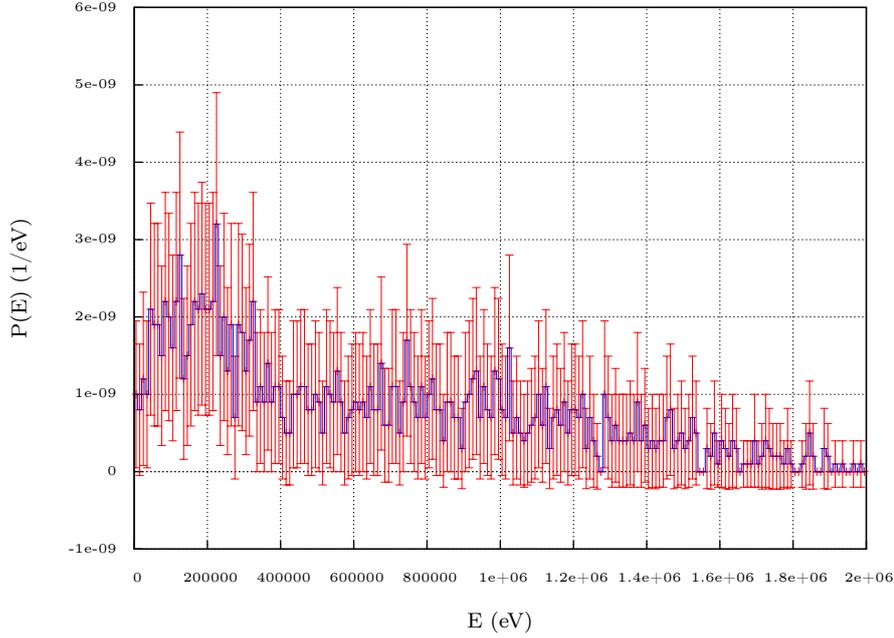


Figura 4.5: Distribuzioni di energia sull' *Impact Detector* 3.

Tabella 4.3: Coincidenze per le stime dell'accettanza.

MODIFICA	VARIAZIONE GEOMETRICA (mm)	VARIAZIONE ACCETTANZA (%)
Lato	+0,1	5,28
Lato	-0,1	-7,33
Distanza	+0,5	-18,53
Distanza	+1,0	-30,28

4.2.3 L'accettanza geometrica

Sono state contate le coincidenze degli elettroni che hanno ceduto energia sia alla fibra scintillante, sia alla zona attiva del SiPM o al substrato, in una simulazione con geometria di base. Il rapporto del conteggio con gli eventi totali sulla fibra porta ad una stima dell'accettanza del sistema con solo il fotomoltiplicatore: Si trova $\mathcal{A}_s = 8,75\%$.

Per la stima dell'accettanza geometrica con lo scintillatore è stato aumentato lo spessore dello strato attivo del SiPM, da $5 \mu\text{m}$ a $0,8 \text{ mm}$, per emulare lo scintillatore posto in fronte al rivelatore. Sono state eseguite, quindi, altre simulazioni, sempre da $1\,000\,000$ elettroni, per studiare gli effetti sull'accettanza causati da variazioni di alcuni parametri geometrici del nuovo "rivelatore" e per eventualmente stimare errori sistematici introdotti nell'approssimazione $\mathcal{A}_s \simeq \mathcal{A}_s$, adottata nella sezione 3.2. I risultati sono mostrati in tabella 4.3.

Usando il metodo delle differenze finite centrate, si trova che, modificando il lato del quadrato scintillante, \mathcal{A}_s varia del $6,30\%$ per un decimo di millimetro; invece spostando lo scintillatore longitudinalmente \mathcal{A}_s varia del $3,72\%$ per un decimo di millimetro.

Si considera, quindi, una tolleranza di circa $\pm 0,1$ mm sulle dimensioni trasverse dello scintillatore e di circa $\pm 0,3$ mm sulla posizione longitudinale, rispetto a quella del fotomoltiplicatore nella misura senza scintillatore. In base a tali incertezze e ai risultati della tabella 4.3 si può associare al rapporto $\mathcal{A}_{\bar{s}}/\mathcal{A}_s$ un errore sistematico del 13%, dove i contributi trasverso e longitudinale sono sommati in quadratura.

Capitolo 5

Risultati e considerazioni finali

5.1 Risultati principali

L'obiettivo principale del presente elaborato è stato raggiunto con risultati interessanti: i *Silicon Photomultiplier* rispondono agli elettroni e possono essere impiegati come rivelatori di particelle cariche, anche se necessariamente in coincidenza, per abbattere il rumore intrinseco di singolo fotoelettrode.

In particolare è stato misurato che l'ampiezza del segnale tipico di un SiPM è equivalente a quello di circa 3,5 fotoelettroni; inoltre l'efficienza del fotomoltiplicatore al silicio è stata stimata con un errore statistico del 4%.

La simulazione effettuata con metodi di Monte Carlo si è rivelata uno strumento molto utile per comprendere meglio la fisica che agisce nel rivelatore irradiato da particelle cariche. Nella fattispecie, nella sezione 4.2.3 è stato stimato l'impatto che può comportare una variazione dell'accettanza geometrica. Le percentuali, riferite a modifiche dell'ordine del decimo di millimetro, si possono interpretare come errori sistematici introdotti con l'approssimazione $\mathcal{A}_s \simeq \mathcal{A}_{\bar{s}}$. Sommando le due variazioni in quadratura si trova un errore sistematico del 13%.

La stima finale dell'efficienza del SiPM alle particelle β è

$$\varepsilon = (0,73 \pm 0,03_{stat} \pm 0,09_{syst}).$$

5.2 Considerazioni finali

Lo studio preliminare, presentato in questa tesi, conferma l'elevata efficienza dei fotomoltiplicatori a silicio per la rivelazione di particelle cariche, già osservata nel lavoro [9]. Tale ricerca potrà essere approfondita su più aspetti.

- L'efficienza dei SiPM andrebbe studiata al variare dell'*overvoltage* ΔV , per verificare la saturazione rapida di ε . Secondo questa ipotesi, definendo l'efficienza per la rivelazione di particelle (*particle detection efficiency*) come il prodotto

$$\varepsilon = FF' \times P'_{trg},$$

la probabilità di trigger P'_{trg} per gli elettroni tenderebbe velocemente all'unità, a causa dell'elevato numero di coppie $e-h$ generate. In condizioni di saturazione l'efficienza si riduce al fattore di riempimento FF' . È da notare, inoltre, che

nel caso del passaggio di particelle cariche, FF' può essere superiore rispetto ai fotoni ottici: nel primo caso, infatti, interessa la zona attiva definita dalle regioni di elevato campo elettrico, interna al diodo, mentre nel secondo caso contano anche le regioni otticamente attive sulla superficie. È dunque ragionevole che l'efficienza stimata sia superiore al fattore di riempimento nominale “ottico” del SiPM ($FF = 60\%$).

- Utilizzando diversi tipi di particelle ionizzanti, a varie energie, sarebbe interessante studiare in dettaglio la correlazione tra l'efficienza ed energia rilasciata nello strato attivo.
- Dato che la configurazione per i rivelatori APiX prevede l'accoppiamento verticale di due matrici di SPAD, un'interessante misura preliminare consiste nell'avvicinare due SiPM indentici — avendo l'accortezza di isolarli otticamente per limitare gli effetti di *cross talk* — ed illuminarli con particelle cariche penetranti, possibilmente al minimo di ionizzazione.

Appendice A

Il software PENELOPE

A.1 Il modello di interazione elettronica

Il software PENELOPE simula tutti i casi possibili di interazione in cui un elettrone, può incorrere:

1. scattering elastico;
2. scattering anelastico;
3. emissione Bremsstrahlung.

Qui di seguito sono riportati accenni ai modelli utilizzati per il calcolo delle sezioni d'urto differenziali (DCS). Tutte le DCS presentate si riferiscono all'interazione di elettroni in mezzi formati da un singolo elemento, di numero atomico Z e densità ρ , con \mathcal{N} atomi per unità di volume. L'estensione del modello a composti e miscele è approssimata con la somma delle DCS di tutti gli atomi contenuti nelle molecole interessate. Per una lettura completa di rimanda a [3].

A.1.1 Scattering elastico

Per definizione, in un urto elastico gli stati quantici iniziali e finali di un atomo bersaglio rimangono gli stessi; generalmente si tratta degli stati fondamentali. In generale sono proprio le interazioni elastiche che determinano le deviazioni angolari delle traiettorie. Il rinculo dell'atomo è trascurabile, dato che ha massa indicativamente di $3600Zm_e$, con m_e la massa dell'elettrone, così come la perdita di energia dell'elettrone incidente, che, ad esempio, si aggira intorno a pochi meV per una particella di 30 keV su atomi di Alluminio.

La densità degli elettroni atomici $\rho_e(\mathbf{r})$ è stimata con metodi di Hartree-Fock, sapendo che atomi con gli orbitali riempiti hanno una distribuzione sferica, mentre per gli atomi con shell aperte si assume una media lungo le direzioni, al fine di ottenere una geometria sferica. Il contributo del nucleo, di dimensione finita, è preso in considerazione tramite la distribuzione di Fermi

$$\rho_n(r) = \frac{\rho_0}{\exp[(r - R_n)(4 \ln 3/t)] + 1}, \quad (\text{A.1})$$

dove $R_n = 1,07 \cdot 10^{-15} A^{1/3}$ m è il raggio medio, con A il peso atomico, mentre t è lo spessore della superficie, definita come la distanza in cui ρ_n passa dal 90% al

10% del suo valore centrale, e vale $t = 2,4 \cdot 10^{-15}$ m. La costante ρ_0 è data dalla normalizzazione

$$Z = 4\pi \int_0^\infty \rho_n(r) r^2 dr.$$

Dunque il potenziale elettrostatico $\varphi(r)$ dell'atomo bersaglio è esprimibile come

$$\begin{aligned} \varphi(r) = 4\pi e \left[\frac{1}{r} \int_0^r \rho_n(r') r'^2 dr' + \int_r^\infty \rho_n(r') r' dr' \right] \\ - 4\pi e \left[\frac{1}{r} \int_0^r \rho_e(r') r'^2 dr' + \int_r^\infty \rho_e(r') r' dr' \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Considerando valida l'approssimazione di campo statico, il DCS per l'urto elastico è ottenuto risolvendo l'equazione di Dirac, estesa ad onda parziale, per il moto di un proiettile soggetto al potenziale

$$V(r) = -e\varphi(r) + V_{ex}(r), \quad (\text{A.3})$$

dove V_{ex} rappresenta uno scambio locale tra il proiettile e gli elettroni atomici. La sezione d'urto differenziale di un'interazione elastica di un elettrone con energia cinetica E , per unità di angolo solido $d\Omega$ verso la direzione (θ, ϕ) , è descritta da

$$\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 + |g(\theta)|^2, \quad (\text{A.4})$$

con

$$\begin{aligned} f(\theta) &= \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} \{ (l+1)[\exp(2i\delta_{l+}) - 1] + l[\exp(2i\delta_{l-})] - 1 \} P_l(\cos(\theta)) \\ g(\theta) &= \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} \{ \exp(2i\delta_{l-}) - [\exp(2i\delta_{l+})] \} \mathcal{P}_l(\cos(\theta)) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

che rappresentano rispettivamente le ampiezze di scattering dirette e di spin-flip, dove i rappresenta l'unità immaginaria. Il numero d'onda k dell'elettrone incidente è

$$k \equiv \frac{p}{\hbar} = \frac{1}{\hbar c} [E(E + 2m_e c^2)]^{1/2}, \quad (\text{A.6})$$

mentre $P_l(\cos \theta)$ sono i polinomi di Legendre, $\mathcal{P}_l(\cos \theta)$ sono le funzioni associate di Legendre e $\delta_{l\pm}$ sono le fasi. Le fasi vengono determinate dalla risoluzione dell'equazione di Dirac.

A.1.2 Scattering anelastico

Gli urti anelastici sono la causa predominante di perdita di energia per gli elettroni, in particolar modo alle basse e medie energie. Per un mezzo amorfo e privo di direzioni privilegiate — gli atomi, o le molecole, sono orientati casualmente — il DCS è indipendente dall'angolo azimutale ϕ e al posto dell'angolo polare θ conviene usare l'energia di contraccolpo Q , ricavabile da

$$Q(Q + 2m_e c^2) = (cq)^2,$$

con $q = |\mathbf{q}| \equiv \mathbf{p} - \mathbf{p}'$, se \mathbf{p} e \mathbf{p}' sono rispettivamente i momenti del proiettile incidente prima e dopo l'urto. In approssimazione di Born e in gauge di Coulomb, la sezione d'urto differenziale per lo scattering con perdita di energia W è data da¹

$$\frac{d^2\sigma_{in}}{dWdQ} = \frac{2\pi e^4}{m_e v^2} \left(\frac{2m_e c^2}{WQ(Q + 2m_e c^2)} + \frac{\beta^2 \sin^2 \theta_r W 2m_e c^2}{[Q(Q + 2m_e c^2) - W^2]^2} \right) \frac{df(Q, W)}{dW}, \quad (\text{A.7})$$

dove la velocità del proiettile è $v = \beta c$, mentre θ_r è l'angolo tra il momento iniziale dell'elettrone \mathbf{p} e il momento trasferito \mathbf{q} ed è la soluzione dell'equazione

$$\sin^2 \theta_r = 1 - \frac{W^2/\beta^2}{Q(Q + 2m_e c^2)} \left(1 + \frac{Q(Q + 2m_e c^2)}{2W(E + m_e c^2)} \right)^2.$$

Il termine $df(Q, W)/dW$ è la forza generalizzata di oscillatore dell'atomo (GOS) che determina definitivamente gli effetti dell'urto anelastico sul proiettile incidente, nei limiti delle approssimazioni attuate. Le forme analitiche di GOS sono note solo per i casi più semplici, pertanto nelle simulazioni si utilizzano metodi numerici a partire dalle proprietà delle superfici di Bethe, ossia delle superfici di GOS sul piano (Q, W) .

A.1.3 Emissione Bremsstrahlung

Il fenomeno di Bremsstrahlung consiste nell'emissione di un fotone di energia W da parte di un elettrone, con energia E , che accelera in un campo elettrostatico; naturalmente si ha $0 < W < E$. Il modello della sezione differenziale per l'emissione Bremsstrahlung di un elettrone nel campo di un atomo con numero atomico Z e raggio di schermatura elettronica R è dato dalla formula di Bethe-Heitler:

$$\frac{d\sigma_{br}}{dW} = r_e^2 \alpha Z(Z + \eta) \frac{1}{W} \left[\epsilon^2 \varphi_1(b) + \frac{4}{3}(1 - \epsilon) \varphi_2(b) \right], \quad (\text{A.8})$$

con α la costante di struttura fine, $r_e = 2,817 \cdot 10^{-15}$ m il raggio classico dell'elettrone, mentre

$$\epsilon = \frac{W}{E + m_e c^2} = \frac{W}{\gamma m_e c^2}, \quad b = \frac{Rm_e c}{2\gamma \hbar} \frac{\epsilon}{1 - \epsilon},$$

e

$$\begin{aligned} \varphi_1(b) &= 4 \ln(Rm_e c/\hbar) + 2 - 2 \ln(1 + b^2) - 4b \arctan(1/b), \\ \varphi_2(b) &= 4 \ln(Rm_e c/\hbar) + \frac{7}{3} - 2 \ln(1 + b^2) - 6b \arctan(1/b) \\ &\quad - b^2 [4 - 4b \arctan(1/b) - 3 \ln(1 + b^{-2})]. \end{aligned}$$

Il termine η rappresenta la produzione di radiazione nel campo dei elettroni atomici; nel limite delle alte energie tende a $\eta \simeq 1, 2$.

La formula A.8 è valida solo se l'energia dell'elettrone e del fotone emesso sono molto maggiori dell'energia a riposo $m_e c^2$, tuttavia è adatta per la maggior parte delle proprietà di interesse del fenomeno. Nell'ambito della simulazione Monte Carlo, generalmente si campiona la perdita di energia W dalla distribuzione a singola variabile ottenuta integrando il DCS. Con questa tecnica, le informazioni riguardo la distribuzione angolare vengono perse e devono essere recuperate con diverse approssimazioni.

¹L'approssimazione di Born è un metodo perturbativo che consiste nell'utilizzare come campo guida nella regione spaziale del potenziale dispersivo solo il campo incidente al posto del campo totale. Il gauge di Coulomb impone $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, cioè limita al caso magnetostatico.

A.2 Struttura del software

Il programma PENELOPE simula il trasporto degli elettroni — chiamati *shower* — tramite una serie di *subroutine*, costruendo le tracce come una sequenza di segmenti di “volo libero” alla fine dei quali le particelle interagiscono con il mezzo. Il passo massimo è determinato dall’utente per ogni materiale. I figura A.1 è mostrato il diagramma di flusso del software, dove si capisce come agiscono le seguenti subroutine:

PEINIT vengono lette le configurazioni e le caratteristiche, tabulate, dei materiali usati; vengono inoltre valutate le proprietà rilevanti di scattering e preparate tabelle delle quantità dipendenti dall’energia;

GEOMIN legge la configurazione della geometria — scritta dall’utente a parte — interpretando i volumi dalle quadriche che li racchiudono e associando loro il materiale assegnato; fa parte del pacchetto PENGEOm;

LOCATE individua il volume in cui si trova la particella;

CLEANS inizializza una pila per eventuali particelle secondarie;

START forza l’evento successivo ad essere “mollo”; viene invocata ogni qualvolta parte una nuova traccia — primaria o secondaria — e nell’attraversamento di interfacce;

JUMP determina la lunghezza del segmento della traccia fino al successivo evento; per limitare i passi compiuti, il programma inserisce interazioni fittizie che non alterano lo stato fisico della particella;

STEP fa avanzare la particella della distanza calcolata dalla precedente subroutine, dalla posizione (X, Y, Z) nella direzione (U, V, W) , definiti nel sistema di riferimento del laboratorio; se entra nel vuoto ($MAT=0$), la particella procede fino ad un altro corpo; se entra in un altro materiale, la particella viene fermata;

KNOCK simula un’interazione, calcola i nuovi coseni direttori e l’energia; salva lo stato iniziale di eventuali particelle secondarie;

SECPAR imposta lo stato iniziale di eventuali particelle secondarie e le rimuove dalla corrispondente pila.

Ad ogni iterazione il software controlla, per ciascun materiale, se la deflessione angolare media, le energie perse, per urto o Bremsstrahlung, superano i valori di taglio, che distinguono un evento “mollo” da uno “duro”.

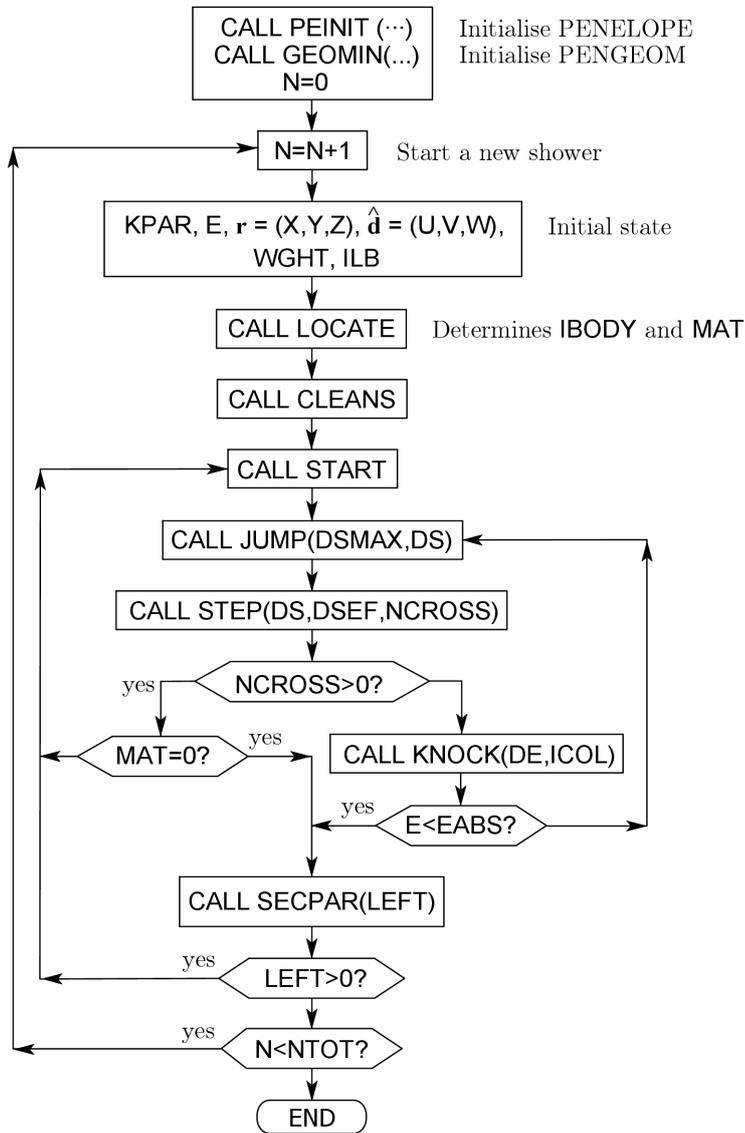


Figura A.1: Flow Chart del software PENELOPE.

Appendice B

Equilibrio secolare tra ^{90}Sr e ^{90}Y

L'*equilibrio secolare* è una condizione che si può verificare nel corso di una catena di decadimenti radioattivi, in particolare se il tempo di dimezzamento τ_P di un nucleo padre P è molto maggiore dell'emivita τ_F del nucleo figlio F. Con queste condizioni, dopo un certo tempo, il numero di nuclei di F rimane costante, cioè il numero di nuclei formati per unità di tempo bilancia il numero di nuclei che decadono.

Le leggi che regolano i decadimenti di P e F sono date dalle equazioni differenziali

$$\dot{N}_P = \frac{dN_P}{dt} = -\lambda_P N_P, \quad (\text{B.1})$$

$$\dot{N}_F = \frac{dN_F}{dt} = \lambda_P N_P - \lambda_F N_F, \quad (\text{B.2})$$

dove le costanti di decadimento sono $\lambda_{P,F} = \frac{\ln 2}{\tau_{P,F}}$, mentre $N_{P,F}$ sono il numero di nuclidi al tempo t .

La condizione di "equilibrio secolare", tra le due specie P e F, equivale ad annullare l'equazione B.2, dalla quale si trova

$$\lambda_P N_P = \lambda_F N_F, \quad (\text{B.3})$$

ovvero che le due attività nucleari devono uguagliarsi. Infatti, l'*attività* di un radionuclide è definita come il numero di decadimenti, cioè la variazione del numero dei nuclei, in valore assoluto, per unità di tempo:

$$A_{P,F} = \left| \frac{dN_{P,F}}{dt} \right| = \lambda_{P,F} N_{P,F}. \quad (\text{B.4})$$

Nel caso della catena di decadimento di ^{90}Sr , già discussa nella sezione 2.1, le attività di stronzio e ittrio si equivalgono dopo circa 26,62 giorni, secondo [5].

Con il metodo di Eulero per la risoluzione di equazioni differenziali ordinarie, è stato calcolato che i due nuclidi entrano in "equilibrio secolare" dopo 24,498 giorni con un errore massimo dell'ordine di 10^{-3} giorni. L'algoritmo approssima i decadimenti con le equazioni discrete

$$\begin{cases} N_P(t+h) = N_P(t) - h[\lambda_P N_P(t)] \\ N_F(t+h) = N_F(t) + h[\lambda_P N_P(t) - \lambda_F N_F(t)], \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

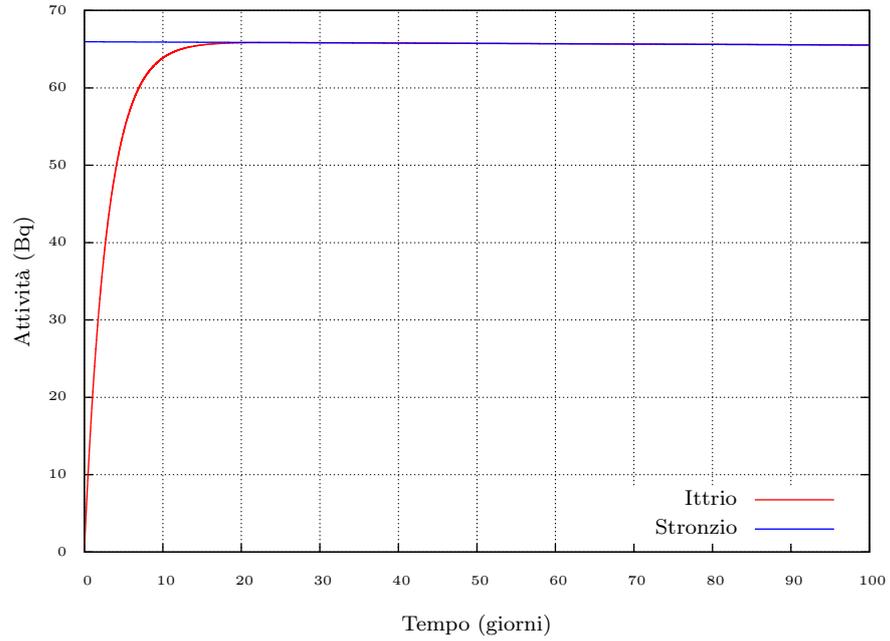


Figura B.1: Attività di ^{90}Sr e ^{90}Y simulate.

dove si è posto l'intervallo minimo temporale $h = 0,001$ giorni, mentre $N_P(0) = 1 \cdot 10^6$ e $N_F(0) = 0$. Il sistema è stato evoluto fino a $t = 100$ giorni. In figura B.1 è mostrata l'attività nucleare calcolata con l'algoritmo di Eulero.

Con lo stesso metodo è stato verificato che la condizione di equilibrio è mantenuta, entro l'errore massimo di 10^{-3} , almeno fino al tempo di dimezzamento dello stronzio-90.

Bibliografia

- [1] AdvanSiD. *ASD-EP-EB-N*. Datasheet. 2013.
- [2] AdvanSiD. *ASD-RGB3S-P*. Datasheet. 2014.
- [3] Nuclear Energy Agency, cur. *Penelope-2011: A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport*. 2011.
- [4] D. Bazin et al. *The program LISE: a simulation of fragment separators*. Nucl. Instr. and Meth. 2002.
- [5] J.J. Devaney. *The Beta Spectra of Sr-90 and Y-90*. Los Alamos National Laboratory, 1985.
- [6] Hamamatsu. *Metal Package Photomultiplier Tube R5600 Series*. Datasheet. 2000.
- [7] Hamamatsu. *Metal Package Photomultiplier Tube R7400U Series*. Datasheet. 2001.
- [8] C. Joram. *The new Fibre Tracker for LHCb*. PH Detector Seminar. CERN, 2014.
- [9] P.S. Marrocchesi et al. *Charged Particle Detection with NUV-SiPM in a Beam of Relativistic Ions*. Università di Siena - INFN et al., 2013.
- [10] P.S. Marrocchesi et al. *Development of an Avalanche Pixel Sensor for tracking applications*. Proposal Addendum. Università di Siena - INFN et al., 2014.
- [11] W. G. Oldham et al. *Triggering phenomena in avalanche diodes*. Trans. Electron. Dev. IEEE Electron Device Society, 1972.
- [12] *Plastic Scintillators*. URL: <http://www.eljentechnology.com/index.php/products/plastic-scintillators>.
- [13] D. Renker. *Geiger-mode avalanche photodiodes for Cherenkov detectors*. DIRC design DAQ. IOP Publishing e SISSA, 2010.
- [14] CAEN SpA. *751 Digitizer Family*. Datasheet. 2013.