



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

**Dipartimento di Ingegneria Industriale DII**

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Analisi numerica dell'influenza del fluido operativo sulle prestazioni di  
una pompa centrifuga multi-stadio per applicazioni ORC

Relatore: Prof. Giovanna Cavazzini

Correlatore: Prof. Alberto Benato

Laureando: Pierfrancesco Zuccarini 1132357

Anno Accademico 2017/2018

# Riassunto

La pompa oggetto dell'analisi è una pompa centrifuga doppio stadio, ottimizzata per il fluido acqua, di cui sono note le caratteristiche. Lo scopo di questa tesi è quello di analizzare l'efficienza di tale macchina con fluidi con proprietà differenti da quelle dall'acqua, come quelli organici.

Per fare questo si è iniziato avvalendosi dei risultati ottenuti in precedenza mediante un modello numerico analizzato con il software *Ansys-CFX*; tale modello è stato opportunamente modificato per valutare l'efficienza della macchina con fluidi differenti dall'acqua

Da questa analisi si è giunti alla conclusione che, nel caso in esame, il moto dei fluidi (compresa l'acqua) è un moto turbolento non pienamente sviluppato e tale condizione influisce sul rendimento della macchina il quale varia in funzione del numero di Reynolds che a sua volta dipende da vari parametri tra i quali la viscosità del fluido utilizzato.

# Introduzione

Negli ultimi anni si sta sempre più sviluppando la tecnologia dell'*Organic Rankine Cycle* o in sigla ORC (traducibile in italiano come: Ciclo Rankine Organico), tali cicli sono alla base di impianti che convertono calore in energia elettrica mediante un ciclo Rankine che utilizza una sostanza organica ad alto peso molecolare come fluido di lavoro. Le caratteristiche del fluido di lavoro consentono di sfruttare piccoli salti entalpici a temperature medio-basse dove il ciclo Rankine a vapor d'acqua avrebbe limiti nel disegno della turbina o nei costi di impianto e di esercizio. Le fonti di calore dove sono applicabili gli ORC sono: la geotermia, i recuperi di calore da processi industriali e gli impianti di cogenerazione a biomassa.

Uno degli elementi che compone il ciclo suddetto è la pompa, in particolare quella oggetto dell'analisi è una pompa centrifuga doppio stadio. In generale le prestazioni di tali macchine vengono analizzate considerando come fluido operativo l'acqua. Lo scopo di questa tesi è quello di analizzare le prestazioni soprattutto in termini di efficienza, che la macchina ha con differenti fluidi organici rispetto al funzionamento con acqua. Per fare questo ci si è avvalsi dell'analisi CFD mediante *Ansys-CFX*.

Nel primo capitolo della tesi si effettua un confronto tra fluidi organici e acqua e si considerano gli aspetti principali inerenti agli ORC.

Nel secondo capitolo viene trattata la teoria sulle pompe centrifughe introducendo gli aspetti che le caratterizzano come prevalenza e rendimento; nel capitolo successivo, il terzo, si spiega brevemente la teoria della similitudine fluidodinamica per fluidi incomprimibili per la quale due macchine che operano in condizione di similitudine devono avere medesima efficienza, in particolare si pone attenzione all'effetto che il numero di Reynolds ha su quest'ultima.

Nel quarto capitolo vengono espone le equazioni fondamentali della fluidodinamica ossia le equazioni di Navier-Stokes; le quali non possono essere risolte in maniera diretta (questo tipo di risoluzione richiederebbe una potenza di calcolo che è di molti ordini di grandezza superiore a quella oggi disponibile), dunque si introducono le equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds dette RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*) che vengono risolte introducendo dei modelli di turbolenza.

Nel quinto capitolo vengono presentate la geometria della pompa e le condizioni a contorno impostate nel il modello numerico.

Il sesto e ultimo capitolo è inerente all'analisi dei risultati ottenuti, in particolare si evidenzia come il numero di Reynolds influenzi il rendimento fino a quando il moto è turbolento ma non pienamente sviluppato.

# Capitolo 1

## 1. Cicli Rankine a fluido organico

Il presente lavoro di tesi ha lo scopo di analizzare le prestazioni della pompa installata in un ciclo Rankine a fluido organico (detto anche Organic Rankine Cycle – ORC), Di conseguenza, prima di affrontare in dettaglio lo studio della macchina, si presentano, in questo primo capitolo, gli aspetti fondamentali dei cicli ORC.

In particolare, verranno evidenziati i vantaggi legati all'utilizzo di fluidi organici rispetto all'acqua nelle applicazioni di piccola potenza ma anche i componenti principali dei motori a fluido organico.

In ultimo, si considereranno gli aspetti da prendere in esame per la scelta del fluido organico più adatto per un particolare intervallo di temperatura che caratterizza la sorgente calda.

### 1.1. Confronto tra fluidi organici e acqua

I motivi per cui utilizzare fluidi alternativi al vapor d'acqua per applicazioni di piccola potenza sono svariati.

Si elencano di seguito i principali “difetti” dell'acqua e del vapor d'acqua nelle applicazioni di piccola e media potenza:

1. Il vapor d'acqua è un fluido leggero, perché a bassa massa molecolare, per cui il salto entalpico da realizzare nell'espansione è elevato. Per la turbina ciò comporta:
  - adottare elevate velocità periferiche e un elevato numero di stadi al fine di ottenere rendimenti accettabili per l'espansione;
  - sopportare elevati sforzi meccanici nei dischi/palettature della macchina.

La combinazione degli inconvenienti sopra esposti porta a macchine ad elevato costo specifico.

2. L'acqua è un fluido a molecola molto semplice, e quindi:
  - ha una curva limite superiore con una pendenza nel piano temperatura-entropia specifica fortemente negativa. Questo comporta due aspetti: il primo è che la parte terminale dell'espansione avviene all'interno della curva limite, con effetti negativi sul rendimento di espansione e sulla vita utile della turbina; il secondo aspetto è che per adottare temperature di evaporazione elevate (necessarie per elevati rendimenti di ciclo) è necessario ricorrere a cicli surriscaldati e spesso è richiesto anche il risurriscaldamento.

- ha un calore di evaporazione molto grande rispetto al calore scambiato per il preriscaldamento del liquido o per il surriscaldamento, per cui gran parte dell'introduzione di calore nel ciclo avviene a temperatura costante, mentre le sorgenti di calore di norma sono a temperatura variabile.

La soluzione a più livelli di pressione, comunemente adottata nei cicli combinati di grande potenza, non è percorribile per impianti di piccola taglia.

3. L'acqua ha una pressione critica molto elevata, per cui ad alta temperatura di evaporazione (indispensabile per cicli ad alto rendimento), opera a pressioni molto elevate, quindi richiede elevate prevalenze per la pompa di alimento ed elevati spessori dei tubi e dei collettori nel generatore di vapore.

Tutti questi "difetti" si attenuano all'aumentare della taglia di impianto, persino annullandosi per potenze superiori a qualche decina di MW<sub>el</sub>, ma sono significativi per potenze inferiori a 1 MW<sub>el</sub>, taglia particolarmente interessante nel quadro normativo-tariffario italiano.

Con riferimento ai difetti dell'acqua e del vapor d'acqua sopra ricordati, si evidenzia ad esempio uno dei motivi dell'eccellenza termodinamica di un generico fluido organico, il quale di norma è un fluido pesante, per l'elevata massa molecolare, per cui il salto entalpico che deve subire nell'espansione è modesto. Questo comporta che:

- si possono adottare modeste velocità periferiche e un limitato numero di stadi, ottenendo rendimenti elevati per l'espansione;
- si possono imporre limitate velocità di rotazione, con dimensioni radiali della turbina ottimali. Di conseguenza, è sufficiente un riduttore di giri con rapporto di riduzione modesto;
- si può realizzare una macchina con sforzi meccanici limitati nei dischi/palettature.

La combinazione dei motivi sopra esposti porta a macchine a basso costo specifico e a rendimento di espansione elevato.

## 1.2. Generalità sugli Organic Rankine Cycle

In risposta alla crescente domanda di energia elettrica e alla necessità di ridurre le emissioni di gas serra derivanti dall'utilizzo dei combustibili fossili, le nazioni appartenenti all'OECD (Organisation for Economic Cooperation and Development) hanno attivato meccanismi di incentivazione e agevolazioni economiche per favorire lo sfruttamento delle fonti di energia rinnovabile e la diffusione di tutte le forme possibili di risparmio energetico. Tra le fonti rinnovabili riveste un ruolo fondamentale lo sfruttamento delle biomasse, mentre una forma di energia "gratuita", in qualche modo assimilabile alle rinnovabili, può essere riconosciuta nel recupero di calore "di scarto" da processi industriali. Tale calore è generalmente disponibile come sottoprodotto del processo produttivo stesso e, se il livello termico a cui è disponibile è

adeguato, può essere opportunamente sfruttato in un ciclo termodinamico al fine di produrre energia elettrica o per scopi cogenerativi (produzione di energia elettrica e termica).

Gli ORC, cicli Rankine a fluido organico, rappresentano in molti casi una scelta vantaggiosa per convertire calore, proveniente da diverse risorse, in energia elettrica e/o termica. I cicli ORC vengono in particolare impiegati nei casi in cui non è possibile o conveniente adottare tecnologie convenzionali, come il ciclo Rankine a vapor d'acqua.

L'acqua rappresenta in generale la scelta migliore per fonti di calore a temperature maggiori di 300°C e per potenze che superano i 2 MW<sub>el</sub>. All'aumentare della taglia oltre qualche decina di MW, poi, il tradizionale ciclo Rankine a vapor d'acqua costituisce di gran lunga l'opzione migliore. L'acqua impiegata come fluido di lavoro ha il vantaggio di essere poco costosa e chimicamente stabile alle alte temperature, inoltre, nel caso di impianti di grande taglia le sue intrinseche caratteristiche termodinamiche permettono di progettare e realizzare cicli termodinamici aventi costi contenuti ed elevate efficienze di conversione.

D'altra parte, per piccole potenze e bassi valori di temperatura della sorgente non è conveniente impiegare l'acqua come fluido di lavoro, a causa di limiti tecnico-economici e sul design della turbina. Per piccole potenze la turbina diventa infatti estremamente costosa ed inefficiente, a causa delle caratteristiche termodinamiche del vapore. Il salto entalpico  $\Delta h$  in turbina risulta in ogni caso elevato e come conseguenza la macchina deve necessariamente avere molti stadi. L'elevato calore latente di evaporazione, inoltre, insieme a potenze termiche limitate, impone portate massiche ridotte, da cui derivano portate volumetriche modeste che penalizzano fortemente il design dei primi stadi della turbina. L'impiego di parzializzazioni, anche consistenti, del flusso in ammissione al primo stadio non riesce comunque a porre rimedio a tale problema.

In generale si può affermare che per gran parte delle applicazioni di interesse in cui la potenza è inferiore a 1 MW (esistono alcuni casi nei quali tale potenza è superiore a 1 MW ad esempio nelle applicazioni geotermiche) e la temperatura media della sorgente termica è al di sotto dei 300 °C, allo stato attuale la tecnologia più competitiva è rappresentata dagli ORC.

Con riferimento particolare alle applicazioni alimentate a fonti rinnovabili o mediante recupero del calore di scarto dai processi industriali, si può affermare che gli ORC rappresentano ad oggi la tecnologia più competitiva, ed il loro successo può essere motivato da:

- Buoni rendimenti.
- Costi di investimento competitivi.
- Possibilità di operare anche senza la presenza continua di personale in loco.
- Elevata affidabilità.
- Costi di O&M (*Operation & Maintenance*) contenuti.

L'elevata affidabilità dei cicli ORC consente di impiegarli anche per la produzione di energia elettrica e termica in luoghi remoti, come le utenze isolate in zone rurali e perfino in condizioni ambientali estreme (deserti, zone polari, applicazioni off-shore).

Di seguito viene descritta la tipica configurazione di un impianto basato sul ciclo ORC. Come avviene per i tradizionali cicli Rankine a vapor d'acqua, negli ORC viene impiegata una pompa per pressurizzare il liquido che poi evapora (in qualche caso si effettua anche un surriscaldamento), grazie alla somministrazione di calore da una fonte esterna, all'interno dello scambiatore primario. Il vapore espande in una turbomacchina, connessa ad un generatore elettrico, e viene successivamente condensato.

Da notare che la condensazione del vapore può essere ottenuta scaricando calore verso l'ambiente esterno (assetto solo-elettrico), o in alternativa cedendo calore, purché al livello termico opportuno, ad un'utenza che lo richiede (assetto cogenerativo). In alcuni casi può essere prevista la presenza di un rigeneratore, per recuperare parte del calore scaricato dalla turbina per il preriscaldamento del liquido condensato.

In Figura 1.1 viene proposto il ciclo ORC nel diagramma T-s (ciclo subcritico) ed una rappresentazione schematica della sua configurazione di impianto.

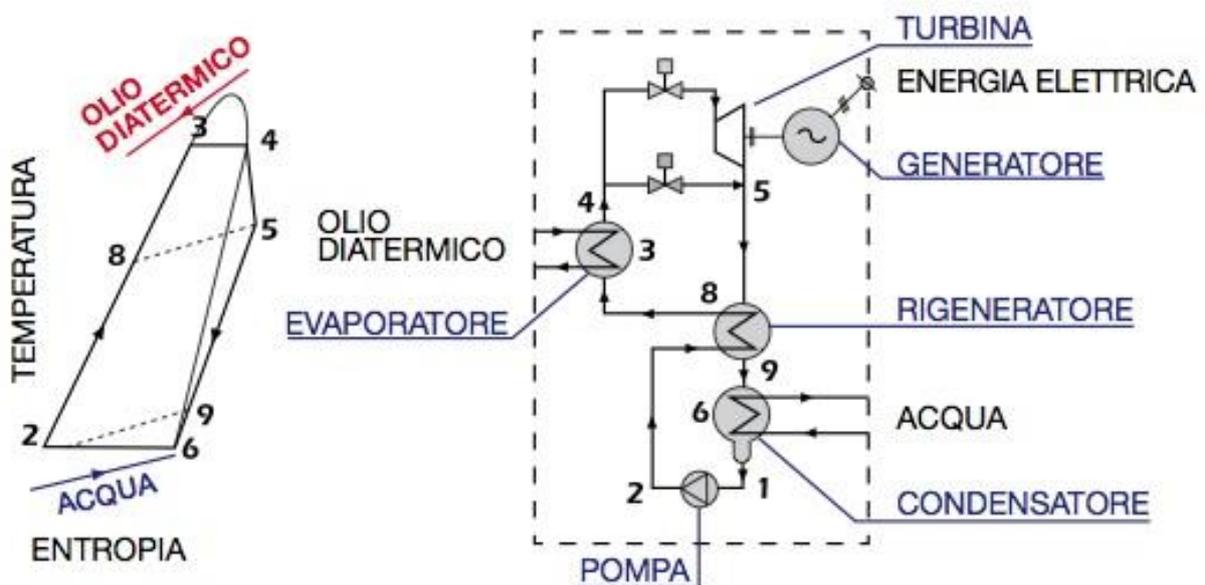


Figura 1.1. Ciclo ORC.

### 1.3. Componenti degli impianti ORC

I principali componenti dei cicli ORC, che incidono direttamente sul costo e sull'efficienza dell'impianto, sono: l'espansore, la pompa di alimento e gli scambiatori di calore.

### ***1.3.1. Espansore***

In funzione della portata volumetrica in gioco, diverse tipologie di espansore possono essere impiegate nei cicli ORC; per applicazioni di media-grande taglia, con una potenza elettrica prodotta superiore ai 100 kW<sub>el</sub>, vengono impiegate turbomacchine assiali, radiali o centripete. Per piccole potenze, invece la tecnologia più adatta è quella degli espansori volumetrici, solitamente di tipo scroll o screw; questi possono raggiungere, in particolari configurazioni, rendimenti isoentropici paragonabili a quelli delle turbomacchine.

Le turbomacchine invece, vengono generalmente impiegate per potenze superiori ai 100 kW, fino a diversi MW.

Le caratteristiche termodinamiche del fluido di lavoro permettono di evitare parzializzazioni in ingresso alla turbina, e di ottenere un design più semplice dei singoli stadi; in questo modo si raggiungono rendimenti isoentropici normalmente superiori all'85%.

Una valida alternativa alle turbine assiali, per impianti di media taglia, è rappresentata dalle macchine radiali con flussi centrifughi, sebbene siano caratterizzate da salti entalpici inferiori rispetto alle precedenti. Specialmente nei casi in cui il fluido subisce grandi variazioni volumetriche in espansione, tali macchine manifestano un vantaggio economico e raggiungono migliori prestazioni rispetto alle altre. Durante la fase di espansione, infatti, la geometria radiale della turbina porta ad un incremento del diametro medio e della sezione di passaggio del fluido, escludendo in generale la necessità di adottare sistemi di ammissione parziale.

### ***1.3.2. Scambiatore di calore***

Particolare attenzione va riservata agli scambiatori di calore dei cicli ORC, che rappresentano di norma la voce di maggior costo. Lo scambiatore primario, tramite il quale viene introdotto il calore nel ciclo, deve essere progettato per contenere le differenze di temperatura tra i due fluidi e ridurre le irreversibilità, incrementando l'efficienza del ciclo.

Il recuperatore ed il condensatore rappresentano gli altri due scambiatori del ciclo ORC, il primo utilizzato soprattutto per applicazioni ad alta temperatura, dove è consigliato l'impiego di un ciclo rigenerativo.

Il secondo scambiatore cede una porzione significativa del calore in ingresso al ciclo, dato il valore contenuto del rendimento di impianto.

### ***1.3.3. Pompa di alimento***

Le pompe di alimento impiegate nei cicli ORC sono generalmente centrifughe a numero di giri variabile. La tecnologia più innovativa è rappresentata dalle pompe idrodinamiche; questa tecnologia permette di eliminare le fuoriuscite di liquido dalle tenute e di evitare il contatto

del fluido con l'aria, garantendo così bassi costi di manutenzione ed elevati standard di sicurezza.

## **1.4. Scelta del fluido operativo**

Uno dei vantaggi più significativi della tecnologia ORC è la possibilità della scelta del fluido di lavoro più appropriato, per ogni intervallo di temperatura assegnato per la sorgente calda. Diventa quindi fondamentale, nel progetto di un impianto, la scelta del fluido di lavoro che garantisca il giusto compromesso tra prestazioni e costo di impianto. Il fluido deve quindi avere buone proprietà termodinamiche, quando lo si accoppia alla sorgente termica, e deve altresì garantire alte efficienze con costi contenuti.

Allo stesso tempo, altri aspetti che incidono sulla scelta del fluido: impatto ambientale, sicurezza, costo, elevata complessità molecolare, peso molecolare, pressione critica e pressione di condensazione.

### **1.4.1. Impatto ambientale**

L'impatto ambientale deve essere basso se non del tutto assente. A tale proposito, i fluidi di lavoro dovrebbero avere basso ODP (*Ozone Depleting Potential*) e GWP (*Global Warming Potential*).

### **1.4.2. Sicurezza**

I fluidi dovrebbero essere atossici, non corrosivi, non esplosivi e non infiammabili, per ridurre il rischio di incidenti oltre che il costo dell'impianto stesso.

### **1.4.3. Costo**

Il fluido deve essere economico al fine di limitare i costi iniziali di impianto e quelli di ricarica. Gran parte dei fluidi adottati negli ORC sono basati su composti del carbonio e dell'idrogeno, catene più o meno lunghe di gruppi H-C-H e idrocarburi alogenati. Gli idrocarburi sono relativamente economici e ricoprono gran parte degli utilizzi, ma sono caratterizzati da elevati livelli di infiammabilità e scarsa stabilità alle alte temperature.

I fluidi refrigeranti d'altra parte sono impiegati con grande successo: si ottengono dalla alogenazione degli idrocarburi, per sostituzione di atomi di idrogeno con atomi di fluoro. Questi fluidi sono caratterizzati da una elevata stabilità termica, ma alcuni di essi sono particolarmente dannosi per l'ambiente.

Attualmente sono molto diffusi i silossani, fluidi organici legati a gruppi Si-O, i quali possono essere impiegati anche ad alte temperature. Altri fluidi, come gli aromatici, possono essere

impiegati anche oltre i 400°C ma sono caratterizzati da elevati livelli di tossicità e infiammabilità.

I perfluorocarburi sono invece poco reattivi chimicamente ma caratterizzati da molecole molto complesse, con temperature critiche più basse dei corrispondenti idrocarburi. Lo svantaggio maggiore di questi fluidi è il loro GWP piuttosto elevato.

Il successo dei fluidi organici in queste applicazioni è da imputare alle loro proprietà termodinamiche, particolarmente favorevoli nelle condizioni operative degli ORC.

#### 1.4.4. Elevata complessità molecolare

Il calore latente di evaporazione assume valori anche minori di  $250 \text{ kJ kmol}^{-1} \text{ K}^{-1}$  per fluidi ad elevata complessità molecolare. Utilizzando questi fluidi invece dell'acqua, a parità di input termico, si ottiene una portata massica maggiore, che permette di avere un design migliore della turbina con una efficienza maggiore. La complessità molecolare influisce anche sulla struttura della curva di saturazione (o curva di Andrews). Come si osserva in Figura 1.3 i fluidi ad elevata complessità molecolare hanno una curva di saturazione retrograda: in questo modo si scongiura il rischio di formazione di liquido, durante l'espansione, negli ultimi stadi di turbina.

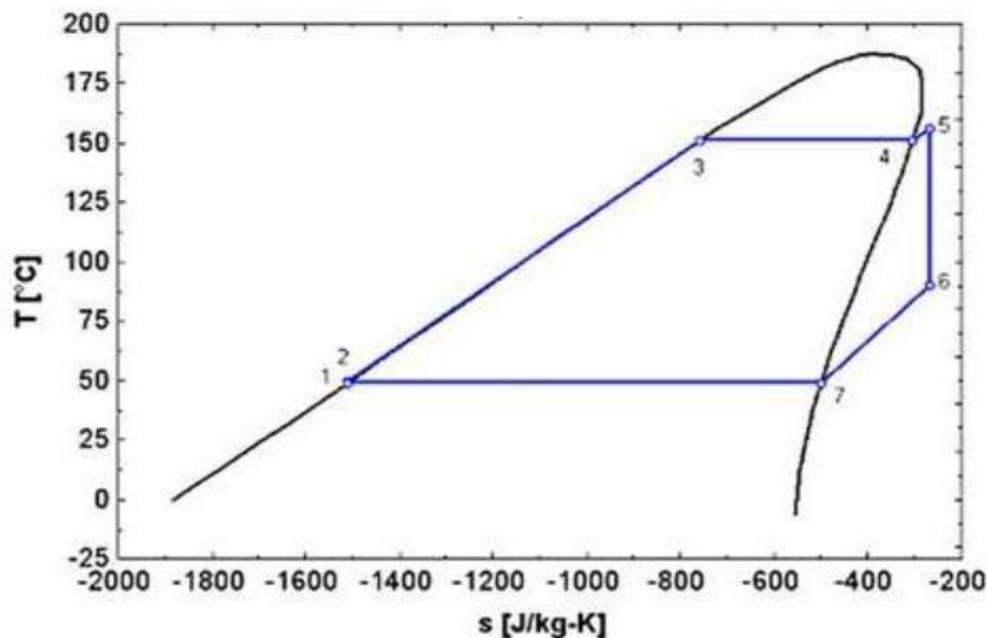


Figura 1.3. Ciclo ORC con il fluido isopentano. Il fluido presenta una curva di Andrews retrograda.

#### ***1.4.5. Pressione critica***

Il valore della pressione critica dei fluidi per applicazioni ORC è nettamente inferiore a quella dell'acqua, con un effetto positivo sul costo dei singoli componenti. Scegliendo inoltre il fluido opportuno si può realizzare un ciclo ipercritico per ogni intervallo di temperatura.

#### ***1.4.6. Pressione di condensazione***

La pressione di condensazione dei sistemi ORC è generalmente superiore a quella atmosferica, con conseguente diminuzione delle portate volumetriche e facilitazione del dimensionamento dell'ultimo stadio di turbina. Pressioni di condensazione superiori a quella atmosferica evitano inoltre eventuali infiltrazioni di aria nel sistema.

# Capitolo 2

## Pompe centrifughe

In questo capitolo sono trattati gli aspetti fondamentali che caratterizzano le pompe ponendo particolare attenzione alle pompe centrifughe; ciascuna tipologia di pompa ha un'architettura che varia con il numero tipico di macchina  $K$ .

Per quanto concerne una pompa centrifuga si determina quale deve essere la potenza spesa dal motore per sopperire a tutte le perdite in gioco e far sì che la pompa riesca a garantire un certo valore di prevalenza  $h$ .

### 2.1. Tipologie di macchine operatrici idrauliche

Le macchine operatrici a fluido incomprimibile vengono classificate mediante il numero tipico di macchina (o indice caratteristico)  $k$ , il quale è espresso dalla seguente relazione:

$$k = \omega \frac{Q^{0.5}}{(gh)^{0.75}} \quad (2.1)$$

dove  $\omega$  [ $rad\ s^{-1}$ ] è la velocità angolare,  $g$  [ $m\ s^{-2}$ ] è l'accelerazione di gravità,  $Q$  [ $m^3s^{-1}$ ] è la portata volumetrica e  $h$  [ $m$ ] è la prevalenza.

L'architettura delle pompe varia con il numero tipico di macchina (Figura 2.1), che assume valori compresi tra 0.2 e 5.5. Per valori di  $k$  inferiori a 1.4 la configurazione assunta dal condotto interpalare della girante è radiale.

Mediante un campo di forze centrifugo sviluppato dalla rotazione della parte mobile (girante) viene fornita energia al fluido che viene espulso verso l'esterno, per tale motivo la macchina operatrice è definita pompa centrifuga.

Quando  $k$  aumenta fino a 2.7 il condotto meridiano assume una forma sempre più prossima a quella assiale, così che la pompa viene definita non più centrifuga, ma a flusso misto.

Per valori di  $k$  superiori a 2.7 fino a 5.5 la configurazione del canale meridiano diventa completamente assiale e dunque la macchina è definita pompa assiale.

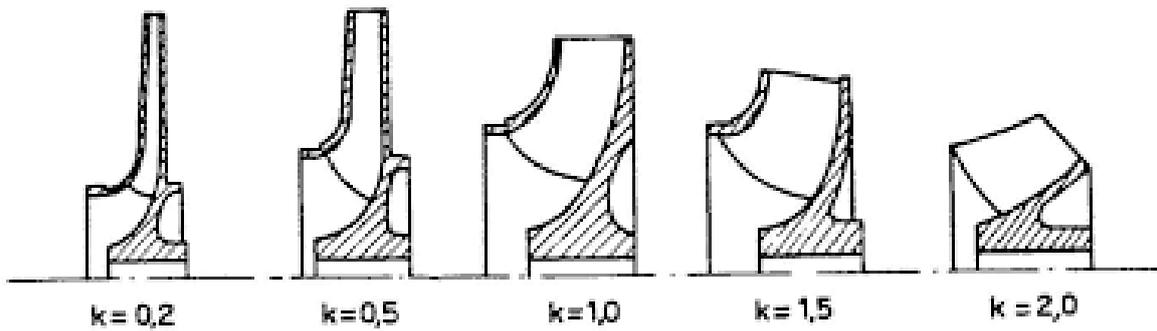


Figura 2.1. *Variazione della girante (piano meridiano) al variare del numero  $K$ .*

Al variare dell'architettura della pompa, quindi al variare del numero tipico di macchina variano anche le perdite di energia. Per valori esigui di  $k$  si hanno elevate perdite: per ventilazione e frizione tra la cassa e la girante, volumetriche e fluidodinamiche. Quando  $K$  aumenta si ha un significativo aumento delle perdite fluidodinamiche nei condotti interni mentre diminuiscono quelle per ventilazione e frizione così come le volumetriche.

La variazione delle perdite fluidodinamiche con il numero tipico di macchina  $k$  determina a sua volta una variazione del rendimento idraulico (Figura 2.2).

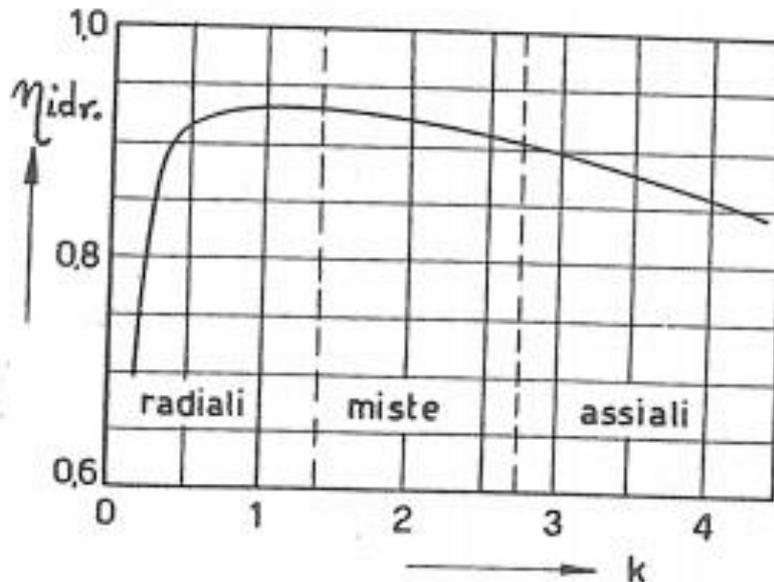


Figura 2.2. *Variazione del rendimento idraulico con il numero di macchine  $k$ .*

In Figura 2.3 si è riportato il disegno di una pompa centrifuga monostadio ad asse orizzontale con girante chiusa montata a sbalzo sull'albero: il fluido perviene alla girante assialmente, viene deviato di  $90^\circ$  e, quindi, scaricato radialmente.

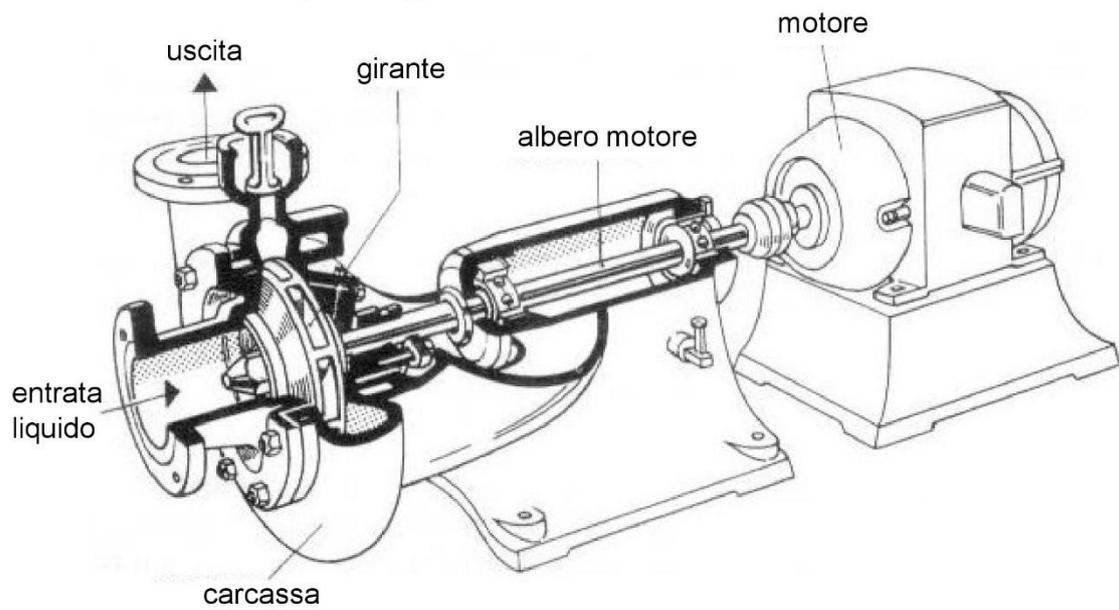


Figura 2.3. Disegno complessivo di una pompa centrifuga.

In Figura 2.4 viene rappresentata una pompa centrifuga multipla (pompa multistadio): essa è essenzialmente costituita da più giranti centrifughe contenute nella stessa cassa e calettate in serie sullo stesso albero in modo che la stessa portata passi successivamente attraverso le diverse giranti.

All'uscita dal diffusore di ogni singola girante il fluido è convogliato in direzione assiale alla girante successiva mediante opportuni canali.

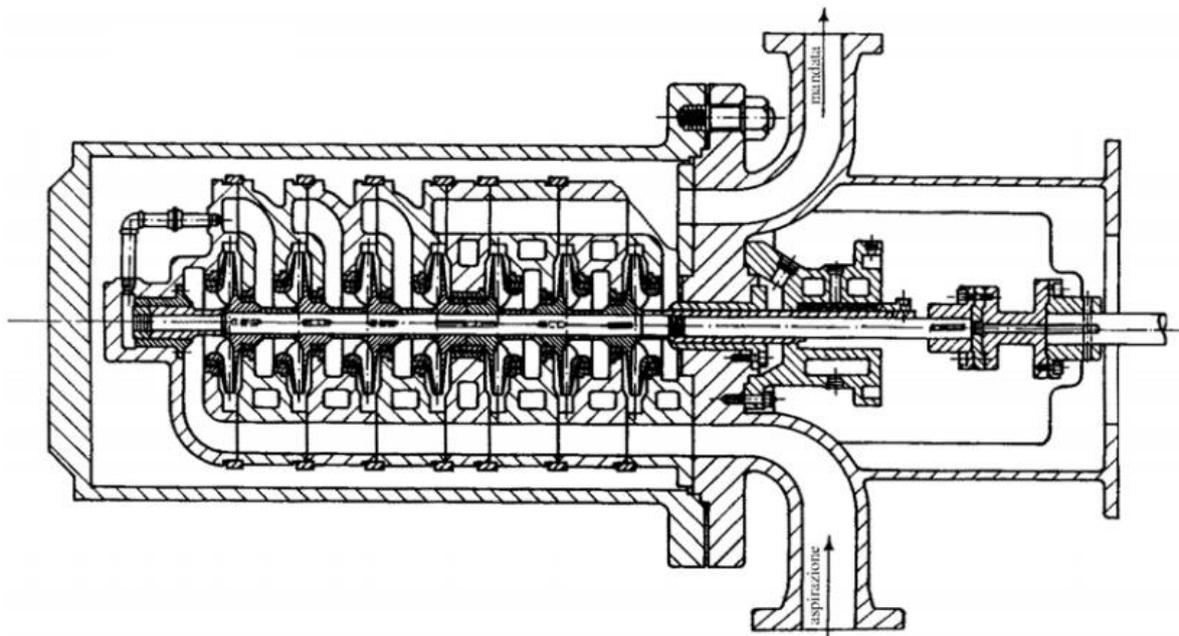


Figura 2.4. Sezione meridiana di una pompa multistadio.

## 2.2. Lavoro specifico della girante

La coppia, data dall'azione dei palettamenti mobili, sul fluido, è derivata dalla variazione nella direzione dell'asse di rotazione del momento del flusso della quantità di moto attraverso le sezioni permeabili di ingresso (indicato nelle formule con il pedice 2) e uscita della girante (indicata nelle formule con il pedice 1), secondo la seguente espressione:

$$M = \rho Q_v ( r_1 c_{u1} - r_2 c_{u2} ) \quad (2.2)$$

Nella formula si ha che  $\rho$  è la densità del fluido,  $Q_v$  è la portata volumetrica,  $r_1$  la distanza tra asse di rotazione e uscita girante,  $r_2$  la distanza tra asse e ingresso girante,  $c_{u1}$  la componente tangenziale della velocità assoluta in uscita girante e  $c_{u2}$  la componente tangenziale della velocità assoluta in ingresso girante (Figura 2.5).

La potenza elaborata dalla girante è data da:

$$P_g = M\omega = \rho Q_v ( u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} ) \quad (2.3)$$

Dove  $u_1$  è la velocità tangenziale in uscita girante,  $u_2$  è la velocità tangenziale in ingresso girante (Figura 2.5).

Il lavoro specifico fornito dalla girante, definito teorico, perché se fossero nulle le perdite fluidodinamiche sarebbe esattamente uguale all'energia acquistata dal fluido è dato da:

$$gh_t = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} \quad (2.4)$$

### 2.3. Triangoli di velocità

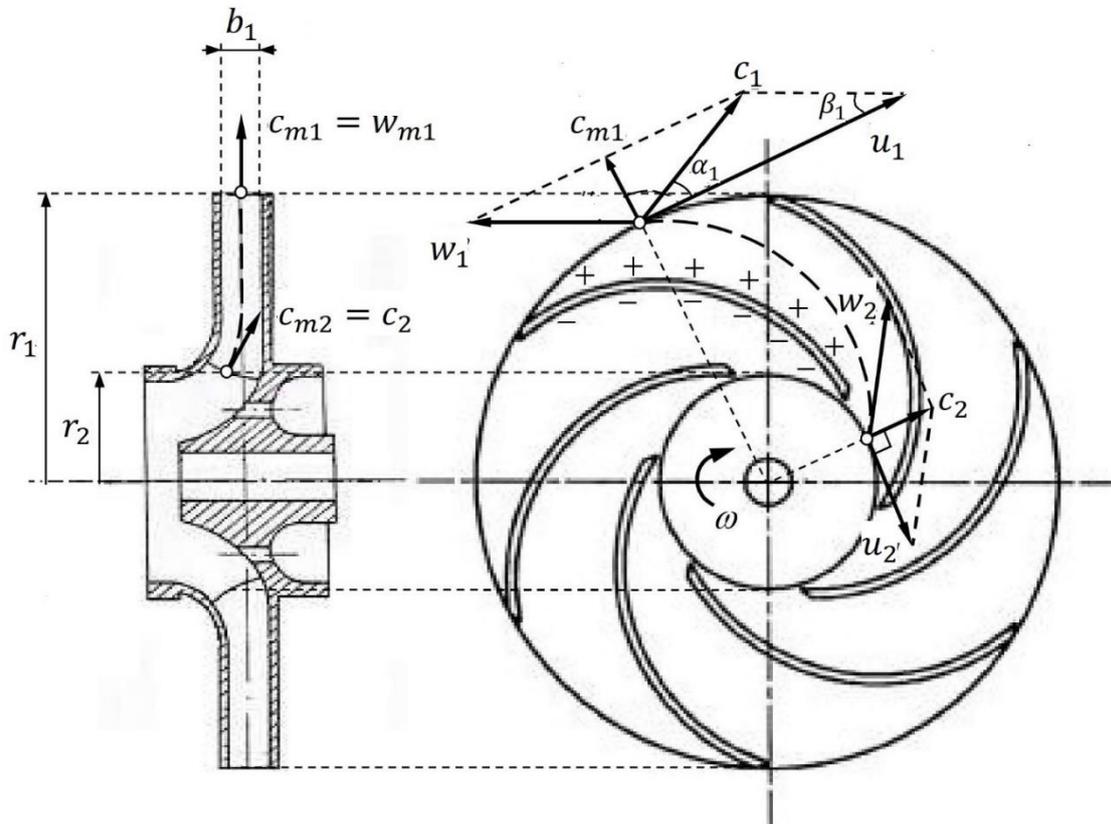


Figura 2.5. Sezione meridiana (a sinistra), sezione circonferenziale (a destra). Nella figura a destra la linea tratteggiata indica la traiettoria relativa. Nelle figure il pedice 2 riferito alla sezione di ingresso girante, mentre il pedice 1 caratterizza la sezione di uscita.

Le giranti delle pompe vengono dimensionate per le condizioni di funzionamento ottimale, ponendo  $c_{u2} = 0$  (come si evince da Figura 2.5).

La velocità assoluta  $c$  è data dalla somma vettoriale della velocità relativa  $w$  e della velocità di trascinamento  $u = r\omega$ :

$$\mathbf{c} = \mathbf{w} + \mathbf{u} \quad (2.5)$$

In uscita girante una volta determinati: la direzione della velocità assoluta e dunque l'angolo  $\alpha_1$ , la direzione della velocità relativa e dunque l'angolo  $\beta_1$  e la velocità tangenziale  $u_1$ ; il triangolo delle velocità è descritto dalle seguenti relazioni:

$$\frac{c_{u1}}{u_1} \quad (2.6)$$

$$\frac{c_{m1}}{u_1} \quad (2.7)$$

Tenendo presenti le relazioni (2.6) e (2.7) si possono scrivere due grandezze fondamentali nell'ambito delle pompe centrifughe, che sono il numero teorico di pressione  $\psi_t$  e il coefficiente di flusso  $\phi$  espressi dalle seguenti relazioni:

$$\psi_t = \frac{c_{u1}}{u_1} = \frac{gh_t}{u_1^2} \quad (2.8)$$

$$\phi = \frac{c_{m1}}{u_1} \quad (2.9)$$

## 2.4. Teoria euleriana

Nella realtà la presenza delle pale determina una corrente assoluta non continua e una corrente relativa distribuita in modo non uniforme lungo il condotto interpallare.

Dunque:

- Il triangolo delle velocità in uscita girante (Figura 2.5) rappresenta una situazione media temporale della corrente;
- la misura dell'effettivo lavoro specifico della girante si ha considerando il prodotto  $u_1 c_{u1}$  come media dei valori reali che si hanno lungo l'area circonferenziale esterna del rotore.

Nell'ambito della teoria euleriana (o monodimensionale), il fluido assume un assetto monodimensionale, dunque la velocità della corrente varia solo nella direzione della linea mediana del condotto. In particolare, la componente meridiana  $c_m$  risulterà uniforme sulla lunghezza  $b$  delle pale, e la velocità relativa  $w$  non varierà lungo un arco interpallare; quest'ultima assunzione implica che la linea media della corrente relativa ha lo stesso andamento del profilo della pala, ovvero  $\beta_{1b} = \beta_1$ .

Per quanto detto risulta che:

$$c_{m1} = \frac{Q_v}{A_1} = \frac{Q_v}{2\pi r_1 b_1} \quad (2.10)$$

$$w_1 = \frac{c_{m1}}{\cos\beta_{1b}} \quad (2.11)$$

dove  $A_1$  è la sezione circonferenziale in uscita girante che si ha ignorando la presenza delle pale,  $b_1$  è la larghezza delle pale in uscita girante.

È ora possibile definire la componente tangenziale della velocità assoluta in uscita girante nel caso euleriano (il pedice E nelle formule indica che si fa riferimento al caso euleriano):

$$c_{u1E} = u_1 - c_{m1} \cot\beta_{1b} \quad (2.12)$$

L'energia specifica elaborata dalla girante, calcolata con il criterio monodimensionale è data dalla seguente relazione:

$$gh_E = u_1 c_{u1E} - u_2 c_{u2E} \quad (2.13)$$

Ponendo  $c_{u2E} = 0$ , il coefficiente euleriano di pressione  $\psi_E$  risulta essere:

$$\psi_E = \frac{gh_E}{u_1^2} = \frac{c_{u1E}}{u_1} = 1 - \phi \cot\beta_{1b} \quad (2.14)$$

## 2.5. Comportamento reale (modifiche alla teoria euleriana)

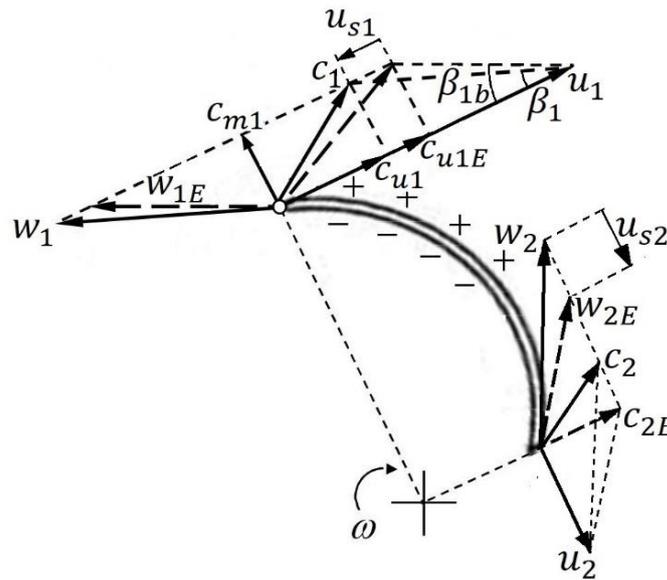
Nell'ambito della teoria euleriana, quando nella macchina la portata si annulla, le particelle fluide ruotano in solido con la girante, questa assunzione garantisce che nel momento in cui la portata risulta diversa da zero le traiettorie relative seguono l'andamento dei profili palari, in quanto non sono condizionate dalla rotazione della girante.

Tale condizione però non si verifica nella realtà, infatti nel caso reale quando la portata si annulla le particelle della corrente relativa, che ha carattere rotazionale, ruotano intorno ad un asse parallelo all'asse della macchina con una velocità angolare uguale in modulo e opposta in verso a quella della girante.

In altri termini si può immaginare che l'andamento della corrente relativa sia dato dal sovrapporsi di due moti uno dovuto al solo attraversamento del fluido quando la rotazione è nulla, e l'altro dovuto alla sola rotazione.

Il carattere rotazionale della corrente relativa determina che:

- l'angolo di inclinazione della velocità relativa, all'imbocco e all'uscita del condotto, risulti diverso da quello calcolato con il procedimento euleriano (Figura 2.6);
- la velocità relativa  $w$  non seguirà più l'andamento delle pale e non sarà più uniforme su un arco interpalare, ma tale velocità risulterà massima su una faccia del condotto e minima sulla faccia opposta, quindi la pressione sarà minima e rispettivamente massima sulle corrispondenti pareti.



**Figura 2.6.** Si riportano con linea tratteggiata i triangoli delle velocità ricavati secondo la teoria euleriana mentre con linea continua i triangoli corretti con le velocità di scorrimento  $u_{s1}$  e  $u_{s2}$ ,

Come precedentemente affermato l'angolo di inclinazione della velocità relativa, all'imbocco e all'uscita del condotto, risulta diverso da quello calcolato con il procedimento euleriano.

Per tenere conto di questo aspetto si considera uno scorrimento della corrente, rispetto alla direzione euleriana. Sulla pala della girante di Figura 2.6, la velocità di scorrimento  $u_{s1}$  all'uscita ha verso opposto a  $u_1$ , mentre all'ingresso  $u_{s2}$  ha lo stesso verso di  $u_2$ .

Tenendo conto dello scorrimento della corrente l'energia specifica elaborata dalla girante è pari a  $gh_t$  (equazione 2.4), in particolare la componente tangenziale della velocità relativa  $c_{u1}$  risulta essere:

$$c_{u1} = u_1 - c_{m1} \cot \beta_1 = u_1 \left( 1 - \frac{u_{s1}}{u_1} \right) - c_{m1} \cot \beta_{1b} \quad (2.15)$$

Ponendo  $c_{u2} = 0$ , il numero teorico di pressione  $\psi_t$  risulta essere:

$$\psi_t = \frac{gh_t}{u_1^2} = \frac{c_{u1}}{u_1} = \left(1 - \frac{u_{s1}}{u_1}\right) - \phi \cot \beta_{1b} \quad (2.16)$$

Per valutare gli scorrimenti  $u_s$  in letteratura si trovano diversi procedimenti (Stodola, Busemann, Staniz, ecc.), a titolo di esempio viene riportato di seguito il procedimento di Stodola.

Si considera un cilindro di diametro

$$d = \frac{2\pi r_1 \sin \beta_{1b}}{Z_p} \quad (2.17)$$

dove  $Z_p$  è il numero di pale. Tale cilindro ruota con una velocità  $-\omega$ , allora la velocità di scorrimento  $u_{s1}$  è data dalla seguente relazione:

$$u_{s1} = -\omega \frac{d}{2} = \frac{\pi r_1 \sin \beta_{1b}}{Z_p} = -u_1 \frac{\pi \sin \beta_{1b}}{Z_p} \quad (2.18)$$

mentre per  $u_{s2}$  vale la relazione:

$$u_{s2} = u_1 \frac{\pi \sin \beta_{1b}}{Z_p} \quad (2.19)$$

## 2.6. Caratteristiche

In questo paragrafo vengono messe a confronto le caratteristiche teoriche e quelle reali, in modo da apprezzare meglio le differenze che intercorrono tra queste.

### 2.6.1. Caratteristiche teoriche

Nel paragrafo 2.3 si è introdotta la teoria euleriana e in base a questa si è ricavata l'espressione del lavoro specifico eseguito dalla girante. Considerando l'equazione 2.13 nella quale si considera  $c_{u2E} = 0$  se si inseriscono le equazioni 2.12 e 2.10 si ottiene:

$$gh_E = u_1 c_{u1E} = u_1^2 \left(1 - \frac{Q_v}{2\pi r_1 b_1 \xi_1 u_1} \cot \beta_{1b}\right) \quad (2.20)$$

Nell'equazione 2.20 si considera che parte della sezione  $2\pi r_1 b_1$  è ostruita dallo spessore  $s$  delle pale per cui si è introdotto il coefficiente di ostruzione che vale:

$$\xi_1 = 1 - \frac{Z_p s}{\pi r_1 \sin \beta_{1b}} \quad (2.21)$$

Nel Paragrafo 2.4. si è tenuto conto della deviazione della corrente relativa a causa della quale la componente tangenziale effettiva della velocità assoluta  $c_{u1}$  risulta minore di quella euleriana  $c_{u1E}$  (Figura 2.6), e quindi il lavoro specifico eseguito teorico dalla girante  $gh_t$  è anch'esso minore dell'euleriano  $gh_E$ .

Considerando l'equazione 2.4 nella quale si impone  $c_{u2} = 0$  e si inseriscono le equazioni 2.15 e 2.10 si ottiene:

$$gh_t = u_1 c_{u1} = u_1^2 \left( 1 - \frac{u_{s1}}{u_1} - \frac{Q_v}{2\pi r_1 b_1 \xi_1 u_1} \cot \beta_{1b} \right) \quad (2.22)$$

anche in questo caso si è considerata l'effetto ostruttivo delle pale.

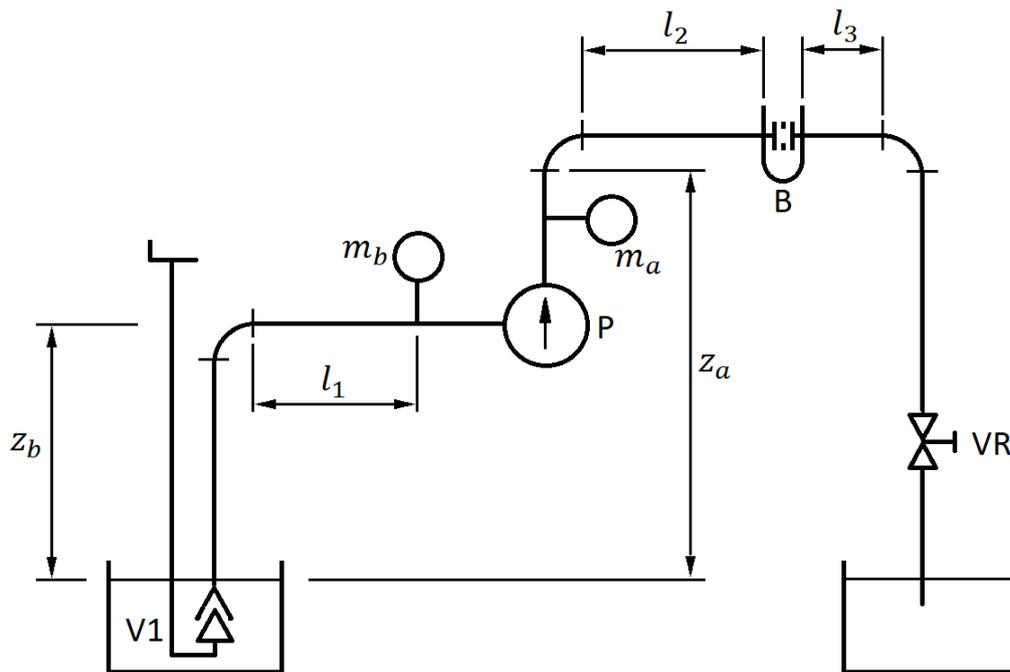
### 2.6.2. Caratteristiche reali

Per un dato numero di giri  $n$ , utilizzando un circuito di prova come quello riportato in Figura 2.7, è possibile ottenere sperimentalmente le curve di prevalenza  $h$ , di potenza fornita all'albero  $P_a$  (questa determinata mediante un dinamometro), ciascuna in funzione della portata volumetrica  $Q_v$ .

Durante tutta la procedura la valvola conica V1 rimane completamente aperta e la velocità di rotazione viene mantenuta costante.

Prima di avviare la macchina, si deve riempire il tubo di aspirazione e la cassa della pompa con il liquido operativo, in modo da espellere l'aria presente. Fatto questo, la macchina viene avviata e portata alla velocità di rotazione desiderata mantenendo la valvola di regolazione della portata VR chiusa in quando le pompe in analisi presentano la minima potenza assorbita in corrispondenza della portata nulla.

Durante le prove la velocità di rotazione viene mantenuta costante.



**Figura 2.7.** Nel circuito sono presenti: il flussometro B, i manometri  $m_a$  e  $m_b$ , la pompa P, la valvola regolatrice VR e la valvola conica V1.

Per ciascun grado di apertura della valvola VR, si misura la portata  $Q_v$ , la pressione in aspirazione  $p_b$  e alla mandata  $p_a$  e la potenza al giunto  $P_a$  mediante torsimetro.

Per quanto concerne le velocità in aspirazione  $c_b$  e in mandata  $c_a$  queste saranno note poiché sono noti i diametri delle rispettive condotte  $D_b$  e  $D_a$  in particolare si ha:

$$c_b = \frac{4 Q_v}{\pi D_b^2} \quad (2.23)$$

$$c_a = \frac{4 Q_v}{\pi D_a^2} \quad (2.24)$$

A questo punto risulta nota anche la prevalenza:

$$h = \left( \frac{p_a}{g\rho} + \frac{c_a^2}{2g} + z_a \right) - \left( \frac{p_b}{g\rho} + \frac{c_b^2}{2g} + z_b \right) \quad (2.25)$$

In altri termini aumentando il lavoro specifico teorico fatto dalla girante  $gh_t$  (caratteristica teorica) delle perdite fluidodinamiche  $gh_r$  (che verranno analizzate nel paragrafo successivo) si ottiene la caratteristica reale  $gh$  (Figura 2.8).

In formule:

$$gh = gh_t + gh_r \quad (2.26)$$

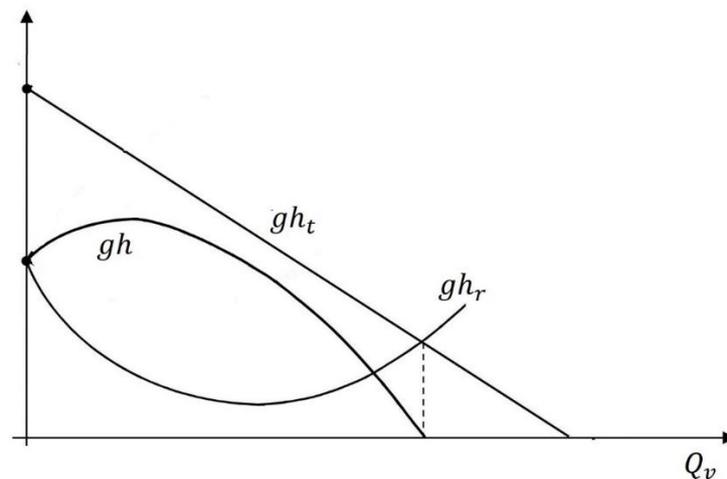


Figura 2.8. Caratteristica teorica, caratteristica reale e perdite

Dunque, se il lavoro teorico fatto dalla girante  $gh_t$  è indicato dal coefficiente teorico di pressione  $\psi_t$ , allora la variazione di energia totale del fluido può essere espressa dal coefficiente di pressione (o anche detto di carico)  $\psi$  :

$$\psi = \frac{gh}{u_1^2} \quad (2.27)$$

Nota la prevalenza e la potenza al giunto è possibile ricavare il rendimento  $\eta$  :

$$\eta = \frac{P_{idr}}{P_a} = \frac{\rho Q_v gh}{P_a} \quad (2.28)$$

dove la potenza idraulica è  $P_{idr} = \rho Q_v gh$ .

Il rendimento può essere inoltre scritto come prodotto dei rendimenti volumetrico  $\eta_v$ , meccanico  $\eta_m$  ed idraulico  $\eta_{id}$  (ciascuno dei quali è analizzato nel paragrafo successivo):

$$\eta = \eta_v \eta_m \eta_{id} \quad (2.29)$$

L'andamento di ciascuno dei rendimenti e del rendimento totale viene riportato in Figura 2.9.

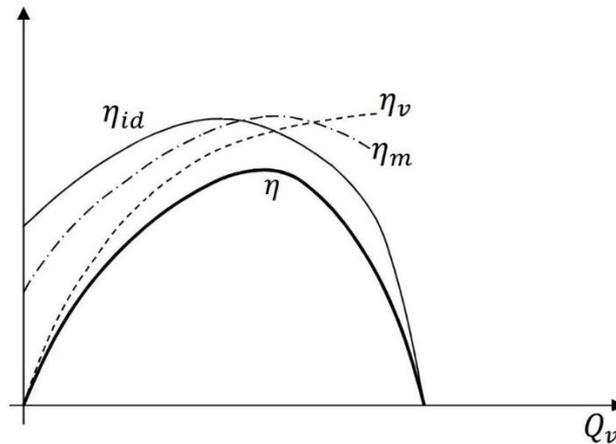


Figura 2.9. Andamento del rendimento idraulico, meccanico, volumetrico e totale

## 2.7. Perdite

Alla fine del Paragrafo 2.5.2. si sono introdotti due aspetti fondamentali, quello delle perdite e quello dei rendimenti. In questo paragrafo verranno analizzati nel dettaglio tali concetti.

Come detto in precedenza la potenza che il motore deve fornire al giunto è pari a  $P_a$ , questa per far fronte a:

- la variazione di potenza  $\rho Q_{vin} g h_t$
- la potenza dissipata per attriti meccanici  $P_m$
- la potenza spesa per mantenere in rotazione il fluido collocato tra dischi giranti e cassa  $P_v$ , questa spesa di potenza è definita (perdita per effetto ventilante).

Dunque, la potenza al giunto è data da:

$$P_a = \rho Q_{vin} g h_t + P_m + P_v \quad (2.30)$$

Nei paragrafi seguenti verranno analizzati i rendimenti connessi a ciascuno dei termini dell'equazione 2.29.

### 2.7.1. Perdite fluidodinamiche

La girante sviluppa una certa energia specifica  $gh_t$ , una parte di questa energia viene dissipata a causa delle perdite fluidodinamiche, dunque quella effettivamente disponibile al fluido è  $gh$ . Queste perdite vengono computate utilizzando il rendimento idraulico  $\eta_{idr}$ :

$$\eta_{idr} = \frac{gh}{gh_t} \quad (2.31)$$

Le perdite fluidodinamiche  $gh_r$  sono date dalla somma delle perdite per urto  $gh_{ru}$  e dalle perdite per attrito  $gh_{ra}$ :

$$gh_r = gh_{ru} + gh_{ra} \quad (2.32)$$

È utile studiare singolarmente le due componenti che costituiscono le perdite fluidodinamiche.

#### 2.7.1.1. Perdite per attrito (o distribuite)

Le perdite per attrito sono le uniche che si verificano in condizione di progetto, nelle quali sono nulle le perdite per urto all'imbocco della girante e del diffusore palettato (quest'ultimo non è sempre presente).

Gli attriti viscosi sulle pareti dei canali interni e eventuali moti causati dalla curvatura producono tali perdite.

Le perdite per attrito sono espresse dalla seguente relazione:

$$gh_{ra} \cong \left( K_c \frac{c_1^2}{2} + K_w \frac{w_1^2}{2} \right) \left( \frac{Q_v}{\bar{Q}_v} \right)^2 \quad (2.33)$$

dove  $c_1$ ,  $w_1$  e  $\bar{Q}_v$  riferite alla condizione di minime perdite. I coefficienti  $K_c$  e  $K_w$  in assenza del diffusore palettato e per valori  $w_2/w_1 > 0,8$  valgono:

$$0,2 \leq K_c \leq 0,5$$

$$0,1 \leq K_w < 0,2$$

### 2.7.1.2 Perdite per urto (o localizzate)

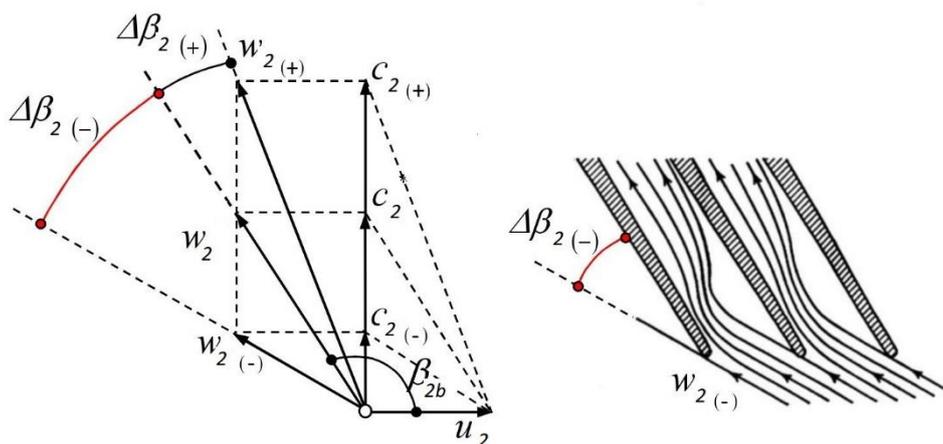
Se la pompa è ben progettata si hanno perdite per urto all'ingresso della girante e del diffusore palettato solo per portate diverse da quella di progetto; è abbastanza frequente che la pompa sia dotata di un diffusore privo di pale, in tal caso le uniche perdite che si considerano sono le perdite per urto all'imbocco delle pale giranti che si possono esprimere mediante la relazione:

$$gh_{ru} = \xi \left( 1 - \frac{Q_v}{\bar{Q}_v} \right)^2 \frac{u_2^2}{2} \quad (2.34)$$

con  $\xi = 0,7$  per  $Q < \bar{Q}_v$  e  $\xi = 0,5$  per  $Q > \bar{Q}_v$ .

Le perdite per urto in ingresso girante si verificano quando la corrente entra nella palettatura con un angolo  $\beta_2$  differente da quello costruttivo  $\beta_{2b}$ ; per la portata di progetto della girante e quando  $c_{u2} = 0$ , la corrente relativa si indirizza verso la girante con un angolo  $\beta_{2b}$  (Figura 2.10).

Con una porta minore rispetto a quella di progetto alla quale corrisponde una velocità  $c_{2(-)}$  l'angolo  $\beta_{2(-)}$  è diverso da  $\beta_{2b}$  in questo caso con riferimento alla Figura 2.10 si ha che  $\Delta\beta_{2(-)} = \beta_{2b} - \beta_{2(-)}$ . Con una porta maggiore rispetto a quella di progetto, alla quale corrisponde una velocità  $c_{2(+)}$  l'angolo  $\beta_{2(+)}$  è diverso da  $\beta_{2b}$ : in questo caso, sempre con riferimento la Figura 2.10 si ha che  $\Delta\beta_{2(+)} = \beta_{2b} - \beta_{2(+)}$ . In ciascuno dei due casi la corrente è obbligata a variare bruscamente direzione rispettivamente da  $\beta_{2(-)}$  a  $\beta_{2b}$  e da  $\beta_{2(+)}$  a  $\beta_{2b}$ . Il risultato è una perdita per brusca deviazione.



**Figura 2.10.** Perdite per incidenza in imbocco girante. Nella figura a sinistra si possono apprezzare la variazione della direzione della velocità relativa al variare della portata, nella condizione di progetto la velocità è pari a  $w_2$ . Nella figura di destra si vede come varia la direzione della corrente relativa tra le pale della girante quando si ha una riduzione della portata rispetto a quella di progetto.

Considerando le formule con le quali vengono espresse ciascuna delle perdite fluidodinamiche (relazioni 2.33 e 2.34) è possibile quantificare l'andamento dei vari termini che compongono nell'equazione 2.32 al variare della portata volumetrica (Figura 2.11).

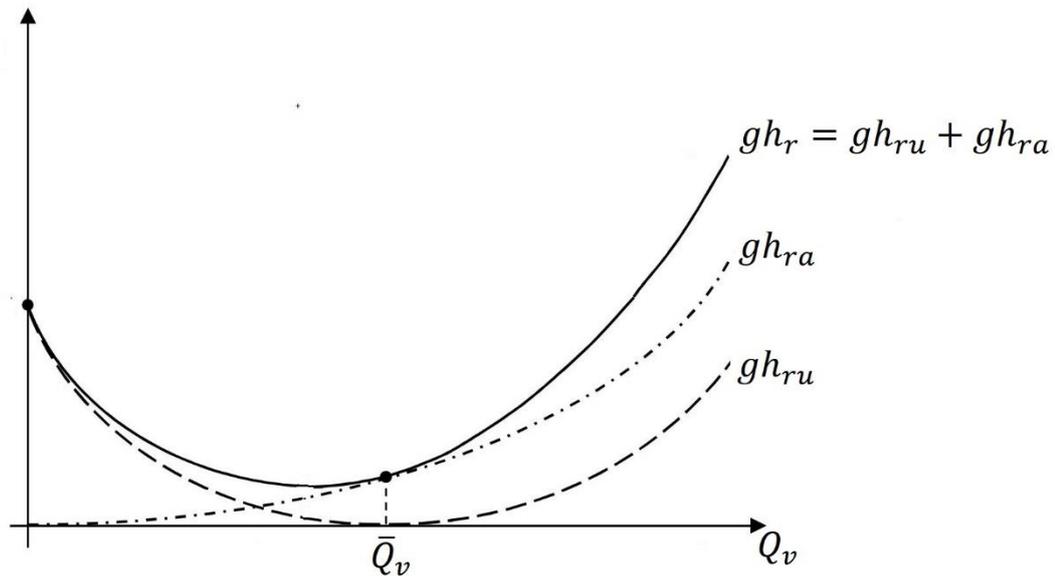


Figura 2.11. Andamento delle perdite fluidodinamiche al variare della portata volumetrica.

### 2.7.2. Perdite: attriti meccanici e ventilazione

Delle perdite dovute all'effetto ventilante e delle perdite meccaniche si tiene conto con il rendimento meccanico  $\eta_m$  (o anche definito organico  $\eta_o$ ):

$$\eta_m = 1 - \frac{P_m + P_v}{P_a} \quad (2.35)$$

Le perdite per attriti meccanici in generale pesano circa per il 3% a seconda delle condizioni dei cuscinetti e delle tenute esterne; nelle macchine di piccole dimensioni si possono anche raggiungere valori più grandi. La potenza  $P_m$  persa a causa di attriti meccanici viene misurata sperimentalmente valutando la potenza necessaria per mantenere la macchina alla velocità di rotazione prescelta, in assenza del fluido operativo.

La potenza  $P_v$ , dissipata per l'effetto ventilante dei dischi rotanti, varia con la quinta potenza del diametro della girante e con il cubo della velocità angolare. Le perdite per effetto ventilante possono essere dell'ordine del 10% per macchine con numeri tipici di macchina piccoli e 2% per macchine con numeri tipici di macchina elevati.

### 2.7.3. Perdite volumetriche

A causa della differenza di pressione tra ingresso (pressione minore) e uscita (pressione maggiore) della girante, una parte  $\Delta Q$  della portata volumetrica  $Q_{in}$  che attraversa la girante rifluisce all'aspirazione (Figura 2.12).

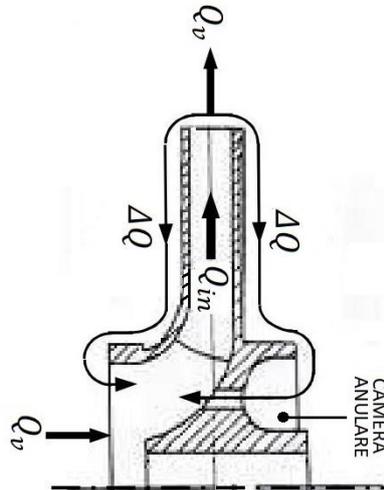


Figura 2.12. Perdite di fuga, una parte  $\Delta Q$  della portata  $Q_{in}$  che attraversa la girante rifluisce all'aspirazione.

I fori in corrispondenza del mozzo (figura 2.12) fanno sì che la pressione che regna nella camera anulare sia uguale alla pressione all'aspirazione, in tal modo vengono equilibrate le spinte assiali dovute alle pressioni che agiscono sulle superfici laterali esterne della girante.

A causa di queste perdite la portata  $Q_v$  è minore della portata  $Q_{in}$  sulla quale si esplica l'azione della girante; per tenere conto di questo aspetto si introduce il rendimento volumetrico  $\eta_v$  :

$$\eta_v = \frac{Q_v}{Q_{in}} = \frac{Q_v}{Q_v + \Delta Q} \quad (2.36)$$

# Capitolo 3

## Teoria della similitudine per fluidi incompressibili

La teoria della similitudine è un concetto molto utilizzato in ambito ingegneristico, e si basa sul Teorema di Buckingham. I principali utilizzi sono: studiare i complessi moti fluidodinamici ed estendere i risultati ottenuti per una singola macchina ad altre condizioni operative o a una famiglia di macchine.

La teoria della similitudine vale sia per fluidi comprimibili; che incompressibili, in questo capitolo sarà ristretta a questi ultimi.

### 3.1. Teoria della similitudine per fluidi incompressibili

Si supponga di aver ricavato sperimentalmente le caratteristiche funzionali  $(gh, Q_v, n, P_a, \eta)$  di una pompa che opera con uno specifico fluido operativo e che è caratterizzata da una determinata scala di grandezza e da un fissato numero di giri.

Mediante la teoria della similitudine è possibile ottenere le caratteristiche di una nuova pompa senza ripetere le prove sperimentali, nel caso in cui la nuova pompa presenti:

- stessa geometria, stesso fluido operativo, stesso numero di giri ma scala di grandezza differente;
- stessa geometria, stessa scala di grandezza, stesso fluido operativo ma numero di giri differente;
- stessa geometria, stessa scala di grandezza, stesso numero di giri ma fluido operativo differente.

*La teoria della similitudine afferma che macchine che soddisfano la similitudine fluidodinamica hanno uguale rendimento. Affinché due macchine operanti con fluido incompressibile siano in similitudine devono essere soddisfatte le seguenti condizioni:*

- similitudine geometrica: tutte le dimensioni devono essere in scala, in particolare diametri, altezze di pala, angoli, spessori. Ovvero tutte le dimensioni omologhe, o corrispondenti, stanno in rapporto di scala costante. Siano A e B due macchine simili, allora deve valere la condizione:

$$\frac{S_A}{S_B} = \frac{l_A}{l_B} = \frac{r_A}{r_B} = \text{costante geometrica} \quad (3.1)$$

dove  $S$  è una generica area,  $l$  e  $r$  sono due generiche dimensioni lineari e la costante geometrica rappresenta il rapporto caratteristico della similitudine geometrica.

- Similitudine cinematica: stessi rapporti di velocità e quindi stessi triangoli di velocità. Ovvero i triangoli di velocità in sezioni omologhe sono simili. Siano A e B due macchine simili, allora deve valere la condizione:

$$\frac{c_A}{c_B} = \frac{w_A}{w_B} = \frac{u_A}{u_B} = \text{costante cinematica} \quad (3.2)$$

dove la costante cinematica rappresenta il rapporto caratteristico della similitudine cinematica.

- Similitudine dinamica: stessi rapporti tra le forze, e quindi stesso numero di Reynolds. Quindi siano A e B due macchine simili, allora deve valere la condizione:

$$Re_A = Re_B \quad (3.3)$$

Il numero di Reynolds è definito come:

$$Re = \frac{\rho u L}{\mu} = \frac{u L}{\nu} \quad (3.3)$$

dove  $L$  è una lunghezza caratteristica,  $u$  è la velocità del fluido,  $\mu$  e  $\nu$  sono rispettivamente la viscosità dinamica e cinematica.

### 3.2 Teorema Buckingham o teorema II

La Teoria della Similitudine si basa sul Teorema di Buckingham.

Scelta una funzione obiettivo  $y_1$ , descritta da  $n$  variabili (grandezze fondamentali e derivate):

$$y_1 = f_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (3.4)$$

il fenomeno così rappresentato può essere studiato tramite una funzione  $f_1^*$  espressa in termini adimensionali:

$$\Pi y_1 = f_1^*(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots \dots \dots, \pi_n) \quad (3.5)$$

dove il numero di parametri a-dimensionali  $m$  è pari a  $n - q$ , essendo  $q$  il numero delle relative

grandezze fondamentali (lunghezza [L], tempo [t], massa [M]).

Il Teorema  $\Pi$  permette quindi di ridurre il numero di variabili da controllare.

### 3.3. Applicazione del teorema di Buckingham a una pompa

Considerando un fluido incomprimibile ( $\rho = \text{costante}$ ), si applichi il teorema di Buckingham a una pompa. Nel caso della pompa, il suo funzionamento è noto se si conoscono la prevalenza  $gh$ , il rendimento  $\eta$  e la potenza disponibile all'albero  $P_a$ ; dunque queste tre saranno le funzioni obiettivo.

A questo punto bisogna identificare le grandezze da cui dipendono le variabili  $gh$ ,  $\eta$  e  $P_a$ ; le grandezze che si considerano sono:

- Variabili geometriche: la prima variabile geometrica è  $\{L_i\}$  che rappresenta una serie di parametri caratteristici della macchina, ad esempio la larghezza delle pale  $b_1$  e il diametro interno  $d_2$  della girante; la seconda variabile geometrica è il diametro esterno  $d_1$  della girante.
- Variabili del fluido: la densità  $\rho$ , la viscosità dinamica  $\mu$  che definiscono univocamente il fluido.
- Variabili di controllo:  $n$  e  $Q_v$ ; al loro variare definiscono univocamente tutti i parametri della macchina.

Il funzionamento della macchina è quindi descritto dalle seguenti relazioni:

$$gh = f_1(n, Q_v, \rho, \mu, \{L_i\}, d_1) \quad (3.6)$$

$$\eta = f_1(n, Q_v, \rho, \mu, \{L_i\}, d_1) \quad (3.7)$$

$$P_a = f_1(n, Q_v, \rho, \mu, \{L_i\}, d_1) \quad (3.8)$$

Dunque, si hanno 7 variabili (di volta in volta 6 indipendenti e 1 obiettivo) e 3 grandezze fondamentali: [L], [t], [M].

Il Teorema  $\Pi$  afferma che è possibile ottenere tre nuove relazioni funzionali dipendenti da 4 parametri adimensionali, ovvero  $7-3=4$ .

Per semplicità invece di utilizzare le grandezze fondamentali [L], [t], [M] si possono usare le seguenti:

- $[d_1]$  (è una grandezza [L]) al posto di [L]
- $[n]$  (è una grandezza  $[t]^{-1}$ ) al posto di [t]
- $[\rho]$  (è una grandezza  $[M][L]^{-3}$ ) al posto di [M].

Esprimendo le 7 variabili nelle grandezze fondamentali e rendendone adimensionale ciascuna con l'utilizzo delle 3 grandezze scelte ( $[d_1], [n], [\rho]$ ) si ottengono tramite analisi dimensionale le seguenti relazioni:

$$\Psi_n = \frac{gh}{n^2 d_1^2} \quad (3.9)$$

$$\Phi_n = \frac{Q_v}{n d_1^3} \quad (3.10)$$

$$\Pi_n = \frac{P_a}{\rho n^3 d_1^5} \quad (3.11)$$

$$\frac{1}{Re} = \frac{\mu}{\rho n d_1^2} \quad (3.12)$$

$$Nf = \frac{L_i}{d_1} = \frac{b_1}{d_1}, \frac{d_2}{d_1} \quad (3.13)$$

Dove  $\Pi_n$  è il parametro adimensionale della potenza,  $Nf$  è il numero di forma e  $n = \omega/2\pi$  è espresso in [giri/sec.].

Considerando la (2.28) si ha che  $P_a = \rho Q_v gh / \eta$ , inserendo questa nella (3.11) e considerando la (3.9) e la (3.10) si ha che:

$$\Pi_n = \frac{\Phi_n \Psi_n}{\eta} \quad (3.14)$$

Dunque, per il teorema di Buckingham si ottengono le seguenti equazioni:

$$\Psi_n = f_1^*(\Phi_n, Re, Nf) \quad (3.15)$$

$$\eta = f_2^*(\Phi_n, Re, Nf) \quad (3.16)$$

$$\Pi_n = f_3^*(\Pi_n, Re, Nf) \quad (3.17)$$

Le tre relazioni sopracitate possono essere scritte esplicitando i vari termini che le costituiscono, in tal caso si ottengono le relazioni seguenti:

$$\frac{gh}{n^2 d_1^2} = f_1^* \left( \frac{Q_v}{n d_1^3}, \frac{\rho n d_1^2}{\mu}, \frac{b_1}{d_1}, \frac{d_2}{d_1} \right) \quad (3.18)$$

$$\eta = f_2^* \left( \frac{Q_v}{n d_1^3}, \frac{\rho n d_1^2}{\mu}, \frac{b_1}{d_1}, \frac{d_2}{d_1} \right) \quad (3.19)$$

$$\frac{P_a}{\rho n^3 d_1^5} = f_3^* \left( \frac{Q_v}{n d_1^3}, \frac{\rho n d_1^2}{\mu}, \frac{b_1}{d_1}, \frac{d_2}{d_1} \right) \quad (3.20)$$

Con una serie di passaggi analitici è possibile ottenere le seguenti relazioni:

$$\Psi_n = \pi^2 \psi \quad (3.21)$$

$$\Phi_n = \pi^2 \frac{b_1}{d_1} \phi \quad (3.22)$$

$$\Pi_n = \pi^4 \frac{b_1}{d_1} \frac{\phi \psi}{\eta} = \pi^4 \frac{b_1}{d_1} \Pi \quad (3.23)$$

In condizione di similitudine geometrica il rapporto  $b_1/d_1$  è costante, quindi i coefficienti  $\Psi_n, \Phi_n, \Pi_n$  differiscono dai coefficienti  $\psi, \phi, \Pi$  per una costante, e quindi in condizioni di similitudine (basta la similitudine geometrica) sono invarianti.

Per due macchine simili (ovvero che soddisfano le tre condizioni richieste dalla similitudine (vedere §3.1)), oppure per due punti di funzionamento in similitudine tra loro di una stessa macchina, (due casi questi che sono caratterizzati da macchine con lo stesso rendimento), le equazioni (3.15), (3.16), (3.17) si semplificano e diventano:

$$\psi = f_1^*(\phi) \quad (3.24)$$

$$\eta = f_2^*(\phi) \quad (3.25)$$

$$\Pi = f_3^*(\phi) \quad (3.26)$$

Applicano le formule soprascritte rispettivamente a ciascuna delle famiglie di curve  $(h, Q_v)$  ;  $(\eta, Q_v)$  e  $(P, Q_v)$  al variare del numero di giri, si ottiene per ognuna di queste famiglie un'unica curva.

Risulta importante ricordare che due macchine simili devono realizzare gli stessi triangoli di velocità, cioè gli stessi scambi energetici con il fluido. Ciò in oltre vuol dire avere  $\phi = \text{costante}$  e quindi:

$$\psi = \text{costante} \quad (3.27)$$

$$\eta = \text{costante} \quad (3.28)$$

$$\Pi = \text{costante} \quad (3.29)$$

### 3.4. Similitudine nel caso di moto turbolento

Si supponga di avere due pompe che soddisfano la similitudine geometrica e la similitudine cinematica.

Per la similitudine cinematica  $c \propto u$  (relazione (3.2)), indicando con  $l$  la lunghezza media del canale e con  $d_{id}$  il diametro idraulico, le perdite  $gh_r$  di energia sono date dalla relazione:

$$gh_r = \lambda \frac{l}{d_{id}} \frac{u_1^2}{2} \quad (3.30)$$

Il coefficiente di perdita  $\lambda$  è in generale funzione del numero di Reynolds e della ruvidità relativa  $\varepsilon/d_1$  (Figura 3.1). Come noto dalla fluidodinamica, quando una corrente si muove in regime di moto turbolento,  $\lambda$  non dipende dal numero di Reynolds ma solo da  $\varepsilon/d_1$ . Quando due pompe soddisfano la similitudine geometrica vale la relazione (3.1) e dunque nel caso in esame:

$$\frac{l}{d_{id}} = \frac{\varepsilon}{d_1} = \text{costante} \quad (3.31)$$

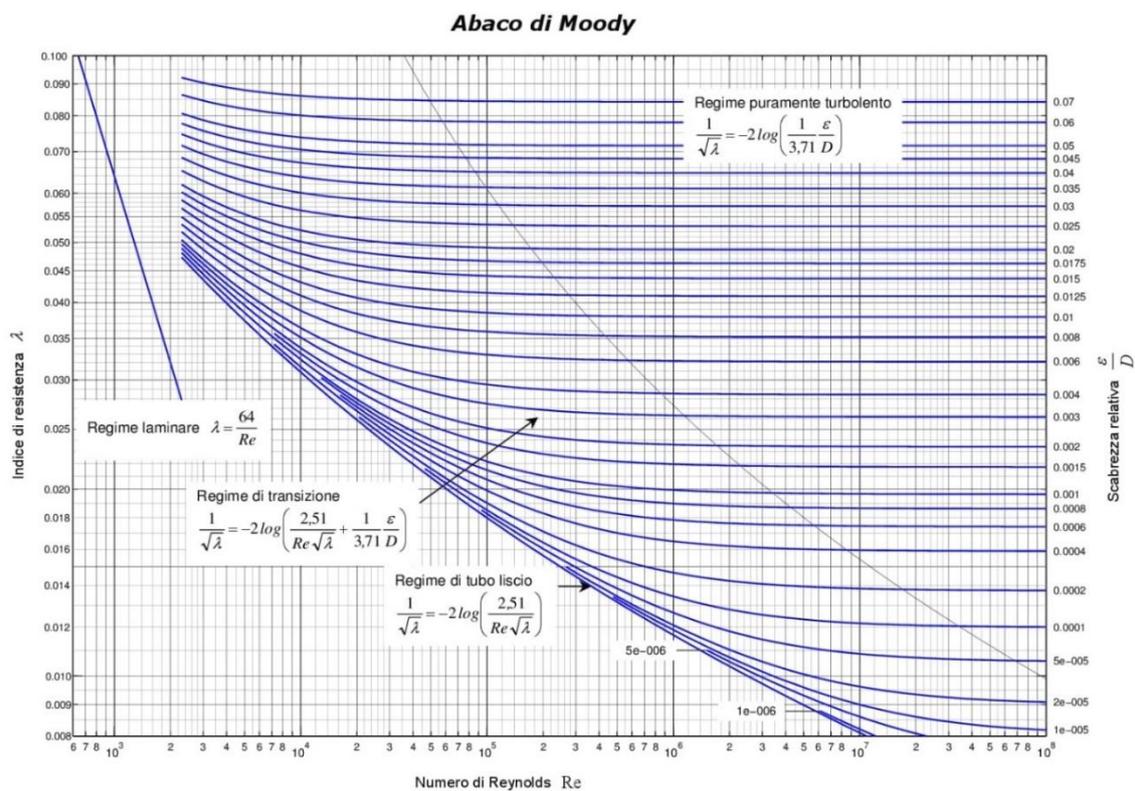


Figura 3.1. Abaco di Moody, nella figura vale la relazione  $D = d_1$ .

Dunque, per quanto finora detto è possibile scrivere:

$$gh_r = \text{cost.} u_1^2 \quad (3.32)$$

Inoltre, considerando la (2.16) poiché si è in condizione di similitudine cinematica per la (3.1) si ha che:

$$\psi_t = \frac{c_{u1}}{u_1} = \text{costante} \quad (3.33)$$

In tal caso vale la relazione:

$$\eta_{idr} = \frac{gh}{gh_t} = 1 - \frac{h_r}{h_t} = 1 - \frac{\text{cost.} u_1^2}{\psi_t u_1^2} = \text{cotante} \quad (3.34)$$

Dunque, è possibile affermare che due macchine che verificano la similitudine geometrica:

$$\frac{b_1}{d_1} = \text{costante} \quad , \quad \frac{d_2}{d_1} = \text{costante} \quad (3.35)$$

e la similitudine cinematica:

$$\psi_t = \frac{c_{u1}}{u_1} = \text{cotante} \quad , \quad \phi = \frac{c_{m1}}{u_1} = \text{costante} \quad (3.36)$$

nelle quali la corrente è in regime turbolento (condizione generalmente verificata), e dunque il numero di Reynolds non influenza le perdite di energia, si ha che:

$$\psi = \text{costante} \quad (3.37)$$

$$\eta = \text{costante} \quad (3.38)$$

$$\Pi = \text{costante} \quad (3.39)$$

In conclusione, ricapitolando quanto finora scritto é possibile affermare che *due turbomacchine nelle quali la corrente è in regime turbolento e che verificano solamente la similitudine geometrica e cinematica sono simili e hanno stesso rendimento.*

### 3.5. Leggi di affinità

Si considerino due turbomacchine che verifichino la condizione di similitudine dunque; considerando la (3.9); la (3.21) e la (3.27) si ha che:

$$h = \text{cost.}_1 n^2 d_1^2 \quad (3.40)$$

considerando la (3.10); la (3.22) e che  $\phi = \text{costante}$  si ha che:

$$Q_v = \text{cost.}_2 n d_1^3 \quad (3.41)$$

considerando la (3.11); (3.23) e la (3.29) si ha che:

$$P_a = \text{cost.}_3 \rho n^3 d_1^5 \quad (3.42)$$

Nel caso nel quale si consideri un'unica macchina ( $d_1 = \text{costante}$ ) che opera con un dato fluido ( $\rho = \text{costante}$ ) con numero di giri variabile si ha che le relazioni sopra scritte si semplificano nel seguente modo:

$$h = \text{cost.}_1 n^2 \quad (3.43)$$

$$Q_v = \text{cost.}_2 n \quad (3.44)$$

$$P_a = \text{cost.}_3 n^3 \quad (3.45)$$

Le relazioni sopra scritte costituiscono le leggi di affinità.

# Capitolo 4

## Basi teoriche del modello

In questo capitolo vengono presentate le equazioni fondamentali della fluidodinamica ossia le equazioni di Navier-Stokes. Queste non possono essere risolte in maniera diretta (questo tipo di risoluzione richiederebbe una potenza di calcolo che è di molti ordini di grandezza superiore a quella oggi disponibile), dunque si introducono le equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds dette RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*) che vengono risolte introducendo dei modelli di turbolenza.

### 4.1. Fluidodinamica computazionale e sue equazioni

Mediante la fluidodinamica computazionale è possibile risolvere le equazioni che governano il moto di un fluido in modo approssimato (per mezzo di metodi numerici) attraverso la suddivisione del campo di moto in un numero discreto di celle.

Le equazioni che governano il campo di moto sono: conservazione della massa (o equazione di continuità), conservazione della quantità di moto e, infine, conservazione dell'energia.

#### 4.1.1. Equazione di continuità

Il principio di conservazione della massa, nel caso di moto di un fluido, può essere espresso dal punto di vista lagrangiano affermando che: resta invariata nel tempo la massa contenuta in un volume (deformabile) che si muove con il fluido. In formule:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (4.1)$$

dove  $\mathbf{U}$  è il vettore velocità.

#### 4.1.2. Conservazione della quantità di moto

Dal punto di vista lagrangiano, la conservazione della quantità di moto (definita come prodotto della massa per la velocità o, per unità di volume, della densità per la velocità) si esprime asserendo che: la variazione temporale della quantità di moto di un sistema coincide con la risultante delle forze esterne al sistema. In formule:

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \times \mathbf{U}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{S}_M \quad (4.2)$$

Dove  $\boldsymbol{\tau}$  è il tensore degli sforzi dato dalla relazione:

$$\boldsymbol{\tau} = \mu \left( \nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T - \frac{2}{3} \delta \nabla \mathbf{U} \right) \quad (4.3)$$

dove  $\mu$  è la viscosità.

### 4.1.3. Conservazione dell'energia

Il primo principio della termodinamica, ovvero il principio di conservazione dell'energia può essere espresso come la variazione nell'unità di tempo dell'energia totale del fluido contenuto nel volume di controllo sommata al flusso netto di energia totale attraverso le facce del volume di controllo uguaglia la somma della potenza delle forze agenti sull'elemento di fluido e del flusso netto di energia termica trasmessa all'elemento di fluido per conduzione.

In formule:

$$\frac{\partial(\rho h_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} h_{tot}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (\mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\tau}) + \mathbf{U} \cdot \mathbf{S}_M + \mathbf{S}_E \quad (4.4)$$

dove l'entalpia totale  $h_{tot}$ , relativa all'entalpia statica  $h$  è data dalla relazione:

$$h_{tot} = h + \frac{1}{2} \mathbf{U}^2 \quad (4.5)$$

Il termine  $\nabla \cdot (\mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\tau})$  rappresenta il lavoro dovuto agli sforzi viscosi ed è chiamato lavoro viscoso. Questo modello esprime il riscaldamento interno al fluido a causa della viscosità ed è trascurabile nella maggior parte dei flussi.

Il termine  $\mathbf{U} \cdot \mathbf{S}_M$  rappresenta il lavoro dovuto a fonti di quantità di moto esterne.

## 4.2. Modelli di turbolenza

La turbolenza si verifica quando le forze di inerzia nel fluido diventano significative rispetto alle forze viscosi ed è caratterizzata da un elevato numero di Reynolds. La turbolenza

consiste in fluttuazioni nel campo di flusso nel tempo e nello spazio. È un processo complesso poiché è tridimensionale, instabile e costituito da molte scale

Le equazioni di Navier-Stokes descrivono sia i flussi laminari che turbolenti senza la necessità di ulteriori informazioni. Tuttavia, i flussi turbolenti a numeri di Reynolds realistici si estendono su una vasta gamma di scale turbolente di lunghezza e tempo e generalmente implicano scale di lunghezza molto più piccola della più piccola discretizzazione di un volume finito, che può essere utilizzata in un'analisi numerica. La simulazione numerica diretta (*DNS = Direct Numerical Simulation*) di questi flussi richiederebbe una potenza di calcolo che è di molti ordini di grandezza superiore a quella oggi disponibile.

Per prevedere quindi gli effetti della turbolenza, nell'ambito della CFD, esistono dei metodi che utilizzano modelli di turbolenza. I modelli di turbolenza sono stati sviluppati appositamente per tenere conto degli effetti della turbolenza senza ricorrere a discretizzazioni del campo di flusso "proibitive" e ad una simulazione numerica diretta. La maggior parte dei modelli di turbolenza è un modello di turbolenza statistica, come descritto di seguito.

#### **4.2.1. Modelli statistici di turbolenza**

Quando vi sono scale temporali molto più grandi delle scale temporali delle fluttuazioni turbolente, il flusso turbolento mostra caratteristiche medie, con un componente aggiuntivo fluttuante variabile nel tempo. Ad esempio, una componente di velocità può essere divisa in una componente media e una componente che varia nel tempo.

In generale, i modelli di turbolenza cercano di modificare le equazioni di Navier-Stokes in generale non stazionarie mediante l'introduzione di quantità medie e fluttuanti così da ottenere le equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds (*RANS = Reynolds Averaged Navier-Stokes*). Queste equazioni rappresentano solo le quantità di flusso medie, mentre modellano gli effetti di turbolenza senza necessità di risoluzione delle fluttuazioni turbolente.

I modelli di turbolenza basati sulle equazioni RANS sono noti come modelli di turbolenza statistica a causa della procedura di calcolo statistico utilizzata per ottenere le equazioni.

La simulazione delle equazioni RANS riduce notevolmente lo sforzo computazionale rispetto ad una simulazione numerica diretta ed è generalmente adottata per i calcoli di ingegneria pratica. Tuttavia, la procedura di calcolo della media introduce ulteriori termini sconosciuti contenenti prodotti delle quantità fluttuanti, che agiscono come sforzi aggiuntivi nel fluido. Questi termini, chiamati sforzi "turbolenti" o sforzi di "Reynolds", costituiscono ulteriori incognite.

Gli sforzi di Reynolds (turbolenti) devono essere modellati da ulteriori equazioni di quantità conosciute per ottenere la "chiusura". La chiusura implica che vi sia un numero sufficiente di equazioni per tutte le incognite, incluso il tensore di Reynolds-Stress derivante dalla

procedura di calcolo della media. Le equazioni utilizzate per chiudere il sistema definiscono il tipo di modello di turbolenza.

#### 4.2.1.1. Equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds (RANS)

Come descritto nel Paragrafo 4.2.1., i modelli di turbolenza cercano per risolvere un insieme modificato di equazioni di Navier-Stokes introducendo componenti medie e fluttuanti. Ad esempio, una velocità  $U_i$  può essere divisa in una componente media  $\bar{U}_i$  e in una componente (fluttuante) che varia nel tempo  $u_i$ :

$$U_i = \bar{U}_i + u_i \quad (4.6)$$

La componente media è data da:

$$\bar{U}_i = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} U_i dt \quad (4.7)$$

Dove  $\Delta t$  è una scala temporale grande rispetto alle fluttuazioni turbolente, ma piccola rispetto alla scala temporale alla quale sono state risolte le equazioni.

Sostituendo le grandezze medie nelle equazioni di Navier-Stokes originali (Equazioni 4.1 e 4.2) si ottengono le equazioni mediate alla Reynolds riportate di seguito. Nelle equazioni seguenti, la barra viene usata per indicare le quantità medie, ad eccezione di quando viene posta sui prodotti, in tal caso questi prodotti sui quali è posta una barra sono dei prodotti di quantità fluttuanti.

Equazione di conservazione della massa mediata alla Reynolds:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j) = 0 \quad (4.8)$$

Equazione di conservazione della quantità di moto mediata alla Reynolds

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} - \rho \overline{u_i u_j}) + S_M \quad (4.9)$$

L'equazione di continuità non è stata alterata ma le equazioni di trasporto scalari della quantità di moto contengono termini di flusso turbolento aggiuntivi ai flussi molecolari diffusivi. Questi termini aggiuntivi sono gli sforzi di Reynolds,  $\rho \overline{u_i u_j}$ .

Questi termini derivano dal termine convettivo non lineare nelle equazioni non mediate. Essi riflettono il fatto che il trasporto convettivo dovuto alle fluttuazioni della velocità turbolenta agirà per migliorare la miscelazione oltre a quella causata dalle fluttuazioni termiche a livello molecolare. Ad alti numeri di Reynolds, le fluttuazioni di velocità turbolente si verificano su una scala di lunghezza molto più grande del percorso libero medio delle fluttuazioni termiche, in modo che i flussi turbolenti siano molto più grandi dei flussi molecolari.

L'equazione dell'energia mediata alla Reynolds non viene presentata poiché non viene utilizzata nel modello oggetto della tesi.

I modelli di turbolenza chiudono le equazioni mediate alla Reynolds fornendo modelli per il calcolo degli sforzi di Reynolds. Tra i modelli proposti dal CFX vi sono i modelli di viscosità turbolenta (*eddy viscosity models*)

#### 4.2.2. Modelli di turbolenza di viscosità turbolenta

Una proposta suggerisce che la turbolenza consiste in piccoli vortici che si formano e si dissipano continuamente e in cui si assume che gli sforzi di Reynolds siano proporzionali ai gradienti di velocità media. Questa idea è alla base di un "modello di viscosità turbolenta".

L'ipotesi della viscosità turbolenta presuppone che gli sforzi di Reynolds possano essere correlati ai gradienti di velocità media e alla viscosità turbolenta tramite l'ipotesi di diffusione del gradiente, in un modo analogo alla relazione tra i tensori di sforzo e deformazione nel flusso laminare newtoniano:

$$-\rho \overline{u_i u_j} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right) \quad (4.10)$$

dove  $k$  è l'energia cinetica turbolenta espressa dalla relazione:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i^2} \quad (4.11)$$

$\mu_t$  è la viscosità turbolenta, che deve essere modellata.

L'equazione 4.10 può esprimere le fluttuazioni turbolente in termini di funzione delle variabili medie solo se la viscosità turbolenta è nota. Sia il modello  $k - \epsilon$  (che verrà

analizzato nel Paragrafo 4.2.3.1) che il modello  $k - \omega$  (che verrà analizzato in nel Paragrafo 4.2.3.2) che sono modelli di turbolenza a due variabili utilizzano la variabile  $\mu_t$ .

In base a queste ipotesi, l'equazione di conservazione della quantità di moto mediata alla Reynolds diventa:

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) = -\frac{\partial p'}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu_{eff} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] + S_M \quad (4.12)$$

Dove  $S_M$  è la grandezza associata alle forze esterne che agiscono sul corpo, e  $\mu_{eff}$  è la viscosità effettiva definita da:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (4.13)$$

e  $p'$  è una pressione modificata, definita da:

$$p' = p + \frac{2}{3} \rho k + \frac{2}{3} \mu_{eff} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \quad (4.14)$$

### 4.2.3 Modelli di turbolenza a due equazioni

Tra i modelli di turbolenza di viscosità turbolenta vi sono i modelli a due equazioni.

I modelli di turbolenza a due equazioni sono molto usati, in quanto offrono un buon compromesso tra sforzo computazionale e accuratezza computazionale. Sia la scala di velocità che la scala di lunghezza vengono risolte usando equazioni di trasporto separate (da qui il termine "due equazioni").

Tra i modelli di turbolenza a due equazioni vi sono i modelli  $k - \omega$  e  $k - \varepsilon$ .

I modelli  $k - \omega$  e  $k - \varepsilon$  a due equazioni usano l'ipotesi della diffusione del gradiente per mettere in relazione gli sforzi di Reynolds con i gradienti di velocità media e viscosità turbolenta. La viscosità turbolenta è modellata come il prodotto di una scala di velocità turbolenta e di una scala di lunghezza turbolenta.

Nei modelli a due equazioni, la scala di velocità turbolenta è calcolata dall'energia cinetica turbolenta, che è fornita dalla soluzione della sua equazione di trasporto. La scala di lunghezza turbolenta è stimata da due proprietà del campo di turbolenza, solitamente l'energia cinetica turbolenta e il suo tasso di dissipazione.

Il tasso di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta è fornito dalla soluzione della sua equazione di trasporto.

#### 4.2.3.1. Modello di turbolenza k-ε

Il termine  $k$  esprime l'energia cinetica della turbolenza ed è definita come la variazione delle fluttuazioni nella velocità,  $\varepsilon$  è il tasso di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta.

Il modello  $k - \varepsilon$  introduce le equazioni: di conservazione della massa mediata alla Reynolds (Equazione 4.8), di conservazione della quantità di moto mediata alla Reynolds (Equazione 4.12) e della viscosità effettiva (Equazione 4.13).

In particolare, tale modello assume che la viscosità turbolenta sia legata all'energia cinetica turbolenta  $k$ , e al suo tasso di dissipazione  $\varepsilon$ , mediante la relazione:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4.14)$$

dove  $C_\mu$  è una costante posta normalmente pari a 0.09.

I valori di  $k$  e  $\varepsilon$  derivano direttamente dalle equazioni differenziali di trasporto, ossia:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu - \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \varepsilon \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu - \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) \quad (4.16)$$

Dove i valori delle costanti sono:

$$C_{\varepsilon 1} = 1,44 \quad (4.17)$$

$$C_{\varepsilon 2} = 1,92 \quad (4.18)$$

$$\sigma_k = 1 \quad (4.19)$$

$$\sigma_\varepsilon = 1,3 \quad (4.20)$$

mentre  $P_k$  è la produzione di turbolenza dovuta agli sforzi viscosi, definita dalla relazione:

$$P_k = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \left( 3\mu_t \frac{\partial U_k}{\partial x_k} + \rho k \right) \quad (4.21)$$

#### 4.2.3.2. Modello di turbolenza $k - \omega$

Uno dei vantaggi della formulazione  $k - \omega$  è il modo di trattare la soluzione numerica vicino alla parete per flussi a bassi numeri di Reynolds. Il modello non coinvolge le complesse funzioni di smorzamento non lineare richieste per il modello  $k - \epsilon$  ed è quindi più preciso e più robusto. Un modello  $k - \epsilon$  a Reynolds basso richiederebbe in genere una risoluzione vicina alla parete di  $y^+ < 0,2$ ; mentre un modello  $k - \omega$  con numero di Reynolds basso richiederebbe almeno  $y^+ < 2$ . Nei flussi industriali, anche  $y^+ < 2$  non può essere garantito nella maggior parte delle applicazioni e a causa di questo motivo, per i modelli  $k - \omega$  è stato sviluppato un nuovo modo di trattare la soluzione numerica vicino la parete mediante l'introduzione di una funzione di parete.

I modelli  $k - \omega$  assumono che la viscosità della turbolenza sia legata all'energia cinetica turbolenta  $k$  e alla frequenza turbolenta  $\omega$  tramite la relazione:

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} \quad (4.22)$$

Il punto di partenza per i modelli  $k - \omega$  è la formulazione di Wilcox, mentre quella più evoluta è la SST (*Shear Stress Transport*), nei paragrafi che seguono sono trattate queste due formulazioni.

#### 4.2.3.3. Modello di turbolenza $k - \omega$ di Wilcox

Questo modello risolve due equazioni di trasporto, una per l'energia cinetica turbolenta  $k$  e una per la frequenza turbolenta  $\omega$ :

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu - \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu - \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2 \quad (4.24)$$

dove le costanti valgono:

$$\beta' = 0,09 \quad (4.25)$$

$$\alpha = 5/9 \quad (4.26)$$

$$\beta = 0,075 \quad (4.27)$$

$$\sigma_k = 2 \quad (4.28)$$

$$\sigma_\omega = 2 \quad (4.29)$$

#### 4.2.3.4. Modello di turbolenza k- $\omega$ formulazione Shear Stress Transport (SST)

I modelli Wilcox e  $k - \epsilon$ , presentano entrambi dei vantaggi ma anche un problema. Infatti, non riescono a prevedere correttamente l'inizio e la quantità di separazione del flusso da superfici lisce. Il motivo principale di questo problema è che non tengono conto del trasporto dello sforzo di taglio turbolento. Questo si traduce in una sovrastima della viscosità turbolenta.

Il modello SST combina i vantaggi dei modelli Wilcox e  $k - \epsilon$ , ma riesce anche a tenere conto del trasporto dello sforzo di taglio turbolento e dunque fornisce previsioni estremamente precise dell'inizio e della quantità di separazione del flusso da una superficie sotto gradienti di pressione avversi. Per riuscire a tenere conto del trasporto dello sforzo di taglio turbolento introduce un limitatore della viscosità turbolenta:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, S F_2)} \quad (4.30)$$

dove:

$$\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho} \quad (4.31)$$

Per ottenere il termine  $F_2$  valgono le seguenti relazioni.

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (4.32)$$

con:

$$\arg_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta'\omega y}, \frac{500 \nu}{y^2\omega}\right) \quad (4.33)$$

# Capitolo 5

## Impostazioni del modello

La macchina considerata è una pompa centrifuga a doppio stadio, che è stata precedentemente modellata e testata con il fluido acqua (*Water*) presente nella libreria del *CFX*, con determinate condizioni al contorno in ingresso ed in uscita. Si sono volute valutare le prestazioni della suddetta pompa variando il fluido di lavoro; questo ha richiesto l'utilizzo del database *CoolProp* per stimare le proprietà dei fluidi scelti e di modificare le condizioni al contorno.

Prima di analizzare il comportamento della macchina al variare del fluido, si è reso necessario effettuare un confronto tra i risultati ottenuti con le condizioni al contorno originali, utilizzando il fluido acqua implementato nel *CFX*, e quelli ottenuti modificando le condizioni al contorno, utilizzando le proprietà dell'acqua ottenute da *CoolProp*.

### 5.1. Geometria della pompa

La macchina oggetto di analisi è una pompa centrifuga a doppio stadio, le parti che la compongono sono:

- Un condotto di adduzione (giallo in Figura 5.1 e Figura 5.2)
- Due giranti (Verdi in Figura 5.1 e Figura 5.2)
- Due riconvogliatori (Azzurri in Figura 5.1 e Figura 5.2): il primo convoglia il flusso in uscita dalla prima girante verso l'ingresso della seconda mentre il secondo adduce il flusso in uscita della seconda girante verso l'uscita della macchina.

Poiché tale pompa presenta una simmetria assiale nel modello si considera solo una parte di essa.

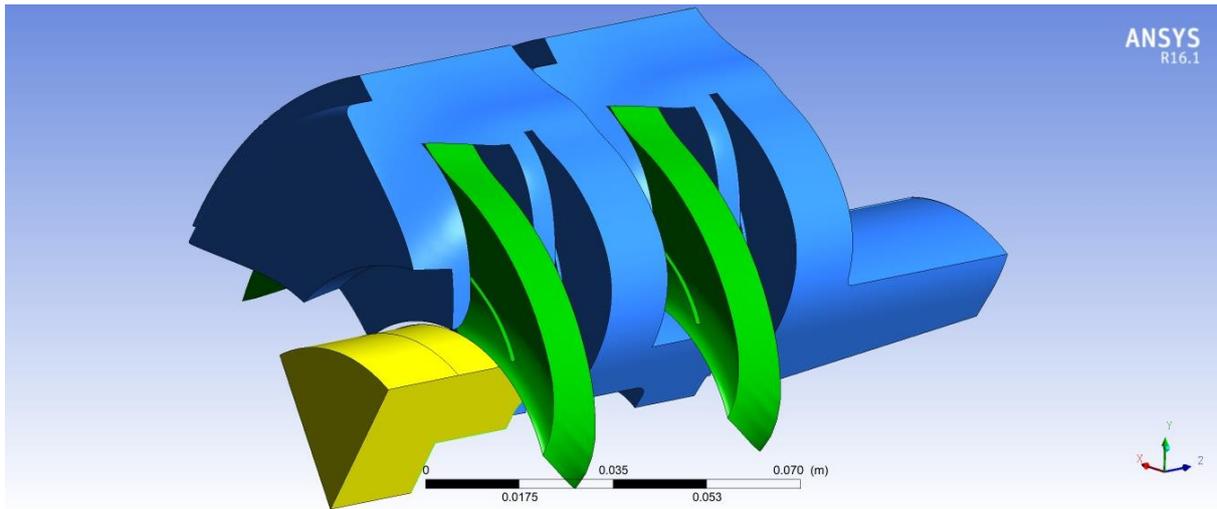


Figura 5.1. Pompa centrifuga doppio stadio vista 1

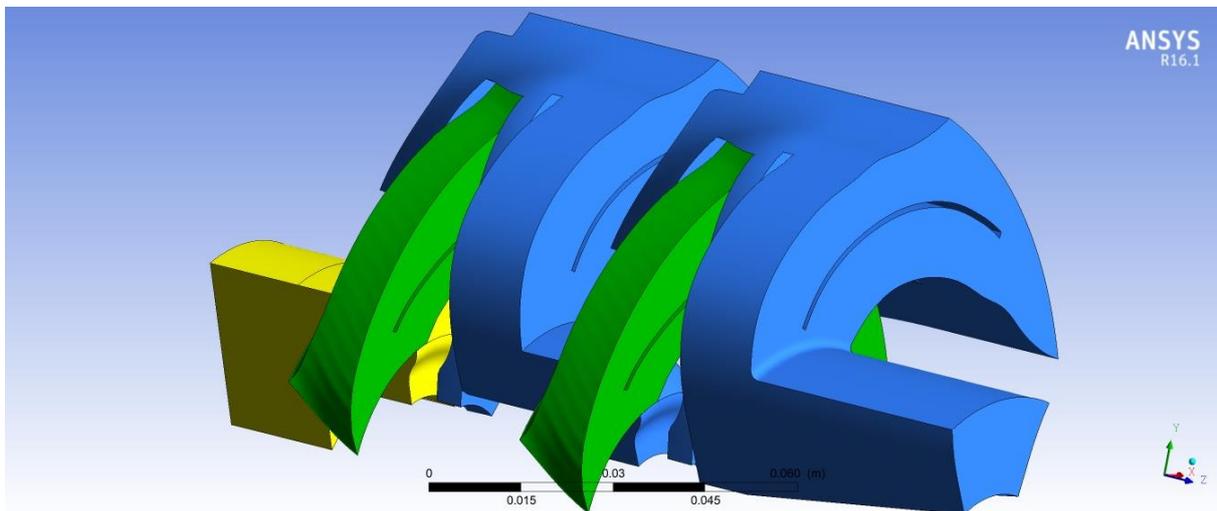


Figura 5.2. Pompa centrifuga vista 2

## 5.2. Modello originale

La pompa analizzata in questo lavoro di tesi era stata precedentemente analizzata con *Ansys - CFX* per il funzionamento con acqua; di seguito vengono riportate le impostazioni del modello originale.

### 5.2.1. Stato stazionario (Steady state)

La dipendenza temporale delle caratteristiche del flusso può essere specificata come stazionaria o transitoria.

Le simulazioni in stato stazionario, per definizione, sono quelle le cui caratteristiche non cambiano nel tempo e si presuppone che le condizioni stazionarie siano state raggiunte dopo

un intervallo di tempo relativamente lungo; pertanto, non richiedono informazioni in tempo reale per descriverle. Molti flussi pratici possono essere considerati stabili dopo lo sviluppo del flusso instabile iniziale, ad esempio, dopo l'avvio di una macchina rotante.

### **5.2.2. Equazioni utilizzate**

La macchina in esame ha scambi di calore verso l'esterno trascurabili, dunque si è assunto un modello adiabatico verso l'esterno.

Per quanto detto non si è impostato un modello di trasferimento del calore; le uniche equazioni che vengono risolte da *Ansys-CFX* sono le equazioni RANS di conservazione della massa e di conservazione della quantità di moto. Per quanto concerne il modello di turbolenza è stato impostato lo *Shear Stress Transport (SST)*.

### **5.2.3. Condizioni al contorno in ingresso ed in uscita**

Identificare le frontiere su cui si andranno a definire le condizioni al contorno è un aspetto essenziale.

#### **5.2.3.1 Condizioni in ingresso**

Sulla sezione di ingresso vengono imposte le seguenti condizioni:

- regime di flusso subsonico;
- portata di massa;
- direzione del flusso normale alla sezione di ingresso.

#### **5.2.3.2 Condizioni in uscita**

Sulla sezione di uscita vengono imposte le seguenti condizioni:

- regime di flusso subsonico;
- direzione dei vettori velocità normale alla superficie di ingresso e pressione statica: tale impostazione nel CFX è definita *Entrainment*. La pressione statica è posta pari a 0 Pa.

### **5.2.4. Proprietà del fluido operativo**

Come fluido operativo viene selezionata l'acqua (*Water*), fluido disponibile nella libreria di CFX le cui proprietà vengono riassunte in Tabella 5.1.

Tabella 5.1. Proprietà fluido Water implementato nella libreria CFX.

Fluido	Massa Molecolare	Densità	Calore specifico	Viscosità dinamica
	$\frac{g}{mol}$	$\frac{kg}{m^3}$	$\frac{J}{kg K}$	$Pa s$
Water	18,02	997,0	4181,7	8,899E-04

### 5.3. Modello modificato

Prima di procedere all'analisi del funzionamento della pompa con fluidi organici vengono apportate alcune modifiche al modello originale.

#### 5.3.1. Condizioni al contorno in ingresso ed in uscita

Identificare le frontiere su cui si andranno a definire le condizioni al contorno è un aspetto molto importante, in quanto l'impostazione di condizioni poco accurate può influenzare in maniera negativa la soluzione.

##### 5.3.1.1. Condizioni in ingresso

Sulla sezione di ingresso vengono imposte le seguenti condizioni:

- regime di flusso subsonico;
- direzione dei vettori velocità normale alla superficie di ingresso e pressione statica: tale impostazione nel CFX è definita *Entrainment*. La pressione statica è posta pari a quella che il fluido ha nella condizione di liquido saturo a 30°C, e dunque sarà differente a seconda del fluido considerato; tali valori di pressione, relativi a ciascun fluido, sono riportati in Tabella 5.2.

##### 5.3.1.2. Condizioni in uscita

Sulla sezione di uscita sono state impostate le seguenti condizioni:

- regime di flusso subsonico;
- portata di massa.

#### 5.3.2. Proprietà dei fluidi

La pompa in esame viene progettata per funzionare con acqua a 30°C, nell'analisi si sono voluti valutare il comportamento e le prestazioni della stessa macchina ma operante con fluidi organici.

I fluidi organici considerati sono:

- R245fa (Pentafluoropropane);

- R134a (Tetrafluoroetano);
- R152a (Difluoroetano);
- R141b (Diclorofluoroetano);
- Benzene;
- Toluene;
- Acetone;
- R142b (Clorodifluoroetano);

Per poter effettuare un confronto tra di loro e rispetto all'acqua si considerano le proprietà dei fluidi compresa l'acqua (*Water*) nella condizione di liquido saturo a 30°C. Tali proprietà vengono acquisite dal data base CoolProp e vengono riportate in Tabella 5.2.

Tabella 5.2. Proprietà fluidi

Fluido	Massa Molec.	Temp.	Pressione	Densità	Calore specifico	Viscosità dinamica	Viscosità cinemat.
	$\frac{g}{mol}$	°C	$kPa$	$\frac{kg}{m^3}$	$\frac{J}{kg K}$	$Pa s$	$\frac{m^2}{s}$
Acqua	18,0	30	4,25	995,6	4180	7,97E-04	8,01E-07
R245fa	134	30	178	1325	1329	3,72E-04	2,81E-07
R134a	102	30	770	1188	1447	1,83E-04	1,54E-07
R152a	66,1	30	690	886,6	1826	1,52E-04	1,72E-07
R141b	117	30	94,2	1224	1161	3,85E-04	3,15E-07
Benzene	78,1	30	15,9	868,1	1749	5,62E-04	6,47E-07
Toluene	92,1	30	4,89	857,5	1717	5,20E-04	6,06E-07
Acetone	58,1	30	38,0	779,0	2156	2,92E-04	3,75E-07
R142b	101	30	393	1098	1328	2,18E-04	1,99E-07

## 5.4. Impostazione del solver

Come trattare i termini convettivi viene definito nella voce *Advection Scheme* e sono possibili diversi schemi convettivi:

- *Upwind*: è uno schema del primo ordine dalle performance molto robuste, che però introduce un'elevata diffusività numerica e quindi potrebbe comportare errori inaccettabili. Tali schemi possono essere usati per generare una prima soluzione approssimata di avvio. Non è quindi consigliabile l'utilizzo per soluzioni finali.
- *High resolution*: è uno schema convettivo del secondo ordine, quindi più accurato, che dispone di parametri che modificano localmente la precisione in modo da essere più accurati in zone in cui il gradiente cambia maggiormente.

La scelta del *timestep* per macchine rotative corrisponde al reciproco della velocità angolare

espressa in radianti.

L'osservazione dei residui di calcolo indica il grado di accuratezza nel raggiungimento della soluzione stabile. La correttezza della soluzione appare accettabile quando l'andamento dei residui di calcolo medi tendono ad avere un andamento stabile ed un valore minore della soglia imposta. Minore è la soglia e più accurata è la convergenza. Se l'andamento è fluttuante o divergente la soluzione non è attendibile.

Lo schema adottato è quello *High resolution* con un valore di soglia di  $10^{-3}$

## 5.5. Confronto tra i risultati del fluido acqua ottenuti con le due diverse impostazioni

Prima di procedere con l'analisi dei vari fluidi risulta importante confrontare le caratteristiche ( $H, P_{idr}, \eta_{idr}$ ) della pompa che si ottengono con i due diversi modelli.

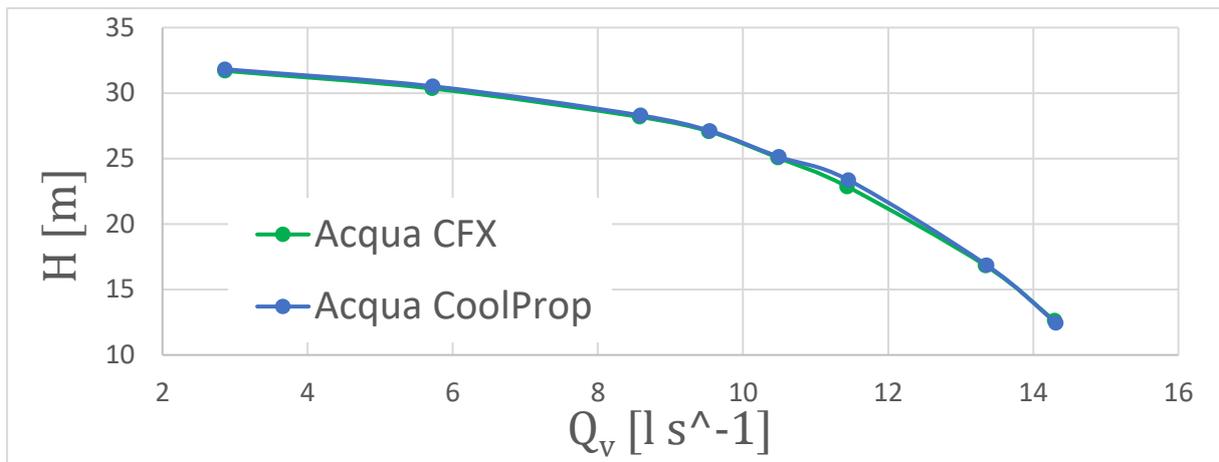
Come riportato in Tabella 5.3 e 5.4 e nelle Figure 5.3, 5.4, 5.5 ciascuna delle caratteristiche è sostanzialmente coincidente.

**Tabella 5.3.** Valori relativi al fluido acqua, le cui proprietà sono presenti nella libreria CFX.

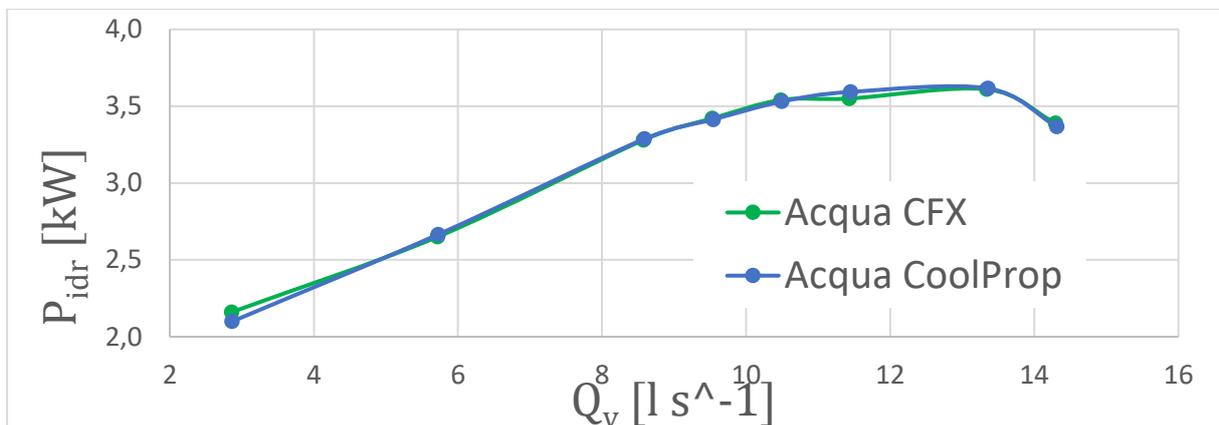
$Q$	$kg/s$	<b>2,85</b>	<b>5,7</b>	<b>8,55</b>	<b>9,5</b>	<b>10,45</b>	<b>11,4</b>	<b>13,3</b>	<b>14,25</b>
$\rho$	$kg/m^3$	997	997	997	997	997	997	997	997
$Q_v$	$l/s$	2,86	5,72	8,58	9,53	10,5	11,4	13,3	14,3
$h$	$m$	31,7	30,4	28,2	27,1	25,1	22,9	16,8	12,6
$P_{idr}$	$kW$	2,16	2,65	3,28	3,42	3,54	3,55	3,61	3,39
$\eta_{idr}$	-	0,41	0,64	0,72	0,74	0,73	0,72	0,61	0,52

**Tabella 5.4.** Valori relativi al fluido acqua, le cui proprietà sono state prese da CoolProp.

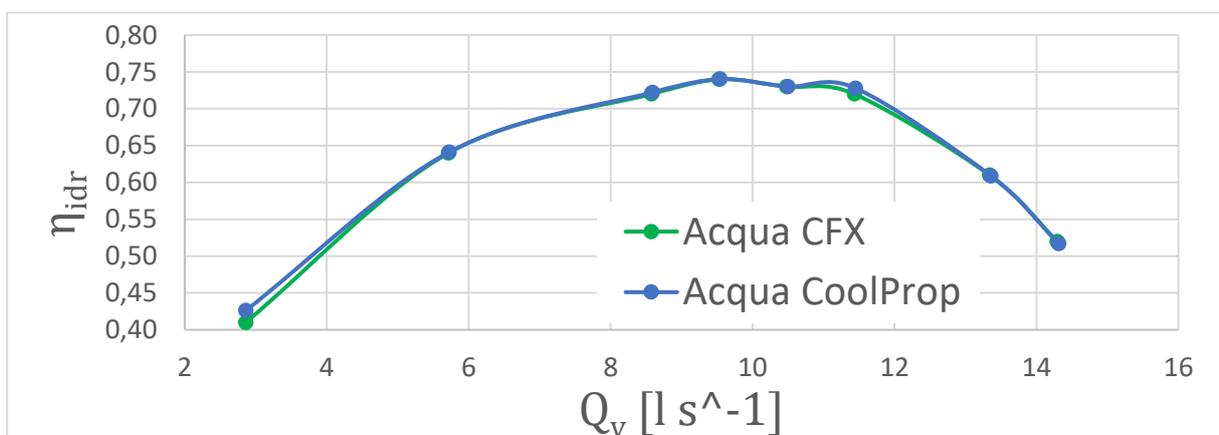
$Q$	$kg/s$	<b>2,85</b>	<b>5,7</b>	<b>8,55</b>	<b>9,5</b>	<b>10,45</b>	<b>11,4</b>	<b>13,3</b>	<b>14,25</b>
$\rho$	$kg/m^3$	995,6	995,6	995,6	995,6	995,6	995,6	995,6	995,6
$Q_v$	$l/s$	2,86	5,73	8,59	9,54	10,5	11,5	13,4	14,3
$h$	$m$	31,8	30,5	28,3	27,1	25,1	23,4	16,9	12,5
$P_{idr}$	$kW$	2,10	2,67	3,29	3,41	3,53	3,59	3,62	3,37
$\eta_{idr}$	-	0,43	0,64	0,72	0,74	0,73	0,73	0,61	0,52



**Figure 5.3.** Andamento della prevalenza dell'acqua che si ottiene con il modello originale (Acqua CFX) e con il modello modificato (Acqua CoolProp).



**Figure 5.4.** Andamento della potenza idraulica dell'acqua che si ottiene con il modello originale (Acqua CFX) e con il modello modificato (Acqua CoolProp).



**Figure 5.5.** Andamento del rendimento idraulico dell'acqua che si ottiene con il modello originale (Acqua CFX) e con il modello modificato (Acqua CoolProp).

# Capitolo 6

## Analisi dei risultati

Si è analizzato il funzionamento della pompa al variare del fluido operativo, ponendo particolare attenzione al rendimento di questa e all'influenza del numero di Reynolds su di esso.

Al variare del fluido e per un fissato valore di  $\phi$  si studiano i moti che il fluido ha all'interno della pompa, ravvisando alcune differenze imputabili principalmente alla presenza del primo riconvolgiatore.

### 6.1. Caratteristiche in funzione della portata massica

Per studiare le prestazioni della pompa con i diversi fluidi si considera inizialmente di utilizzare le medesime portate massiche impostate per il fluido acqua e riportate in Tabella 5.4.

I risultati ottenuti sono riportati in funzione della portata massica nei grafici di Figura 6.1, 6.2 e 6.3.

Per quel che concerne la prevalenza ed il rendimento idraulico, essi variano con la portata volumetrica; dunque per una data portata volumetrica maggiore è la densità del fluido (e dunque maggiore è la portata massica) più il valore della prevalenza e del rendimento associati a quella data portata volumetrica si spostano verso destra (Figura 6.1, Figura 6.3).

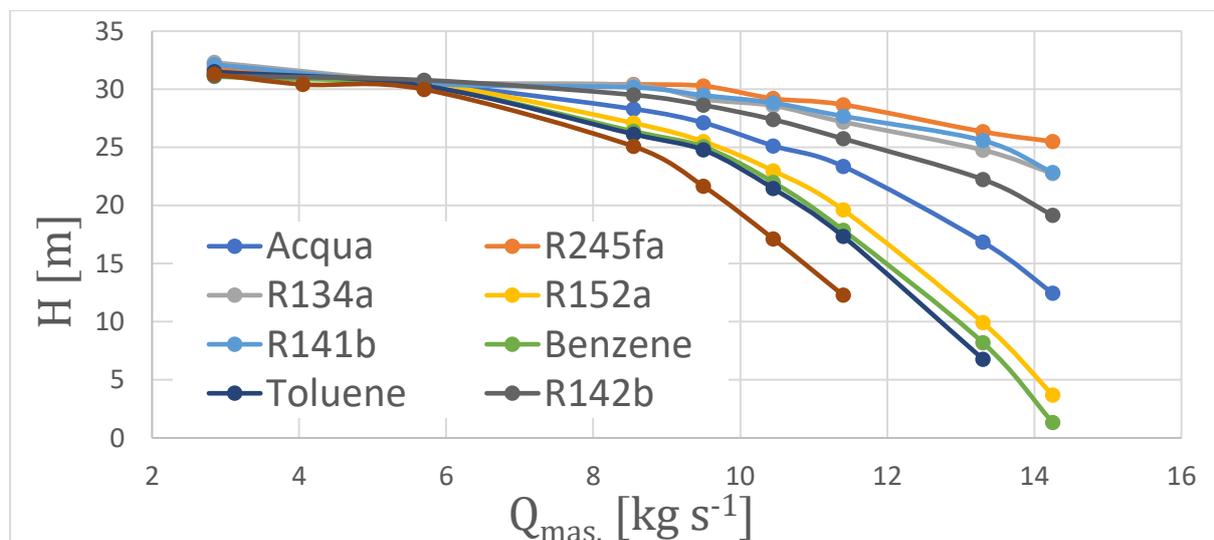


Figura 6.1. Andamento della prevalenza dei vari fluidi al variare della portata massica.

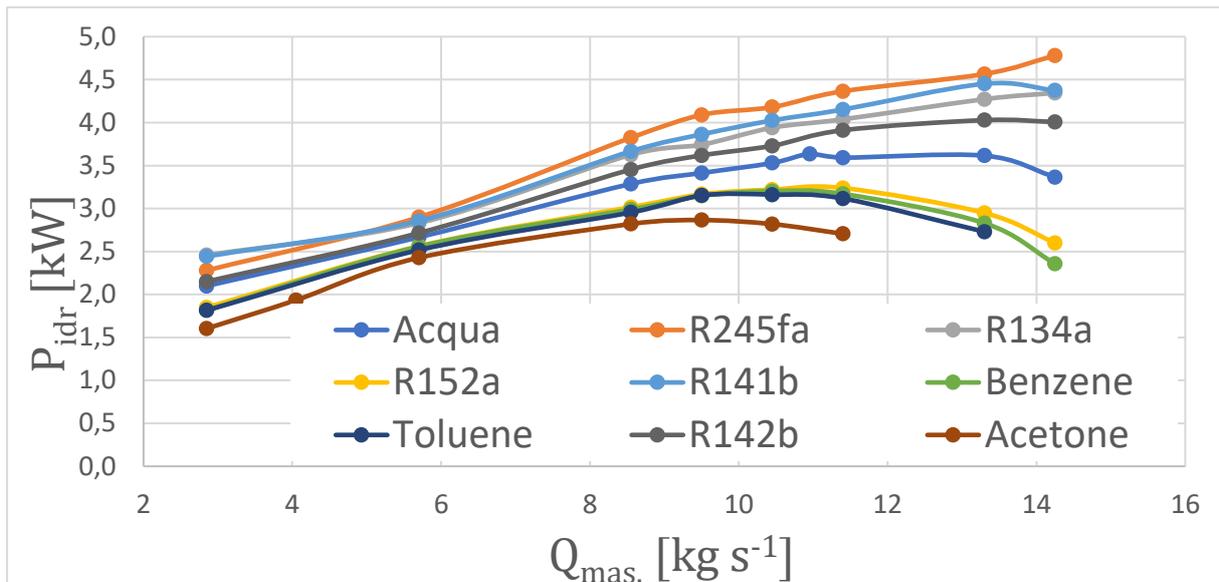


Figura 6.2. Andamento delle potenze idrauliche dei vari fluidi al variare della portata massica.

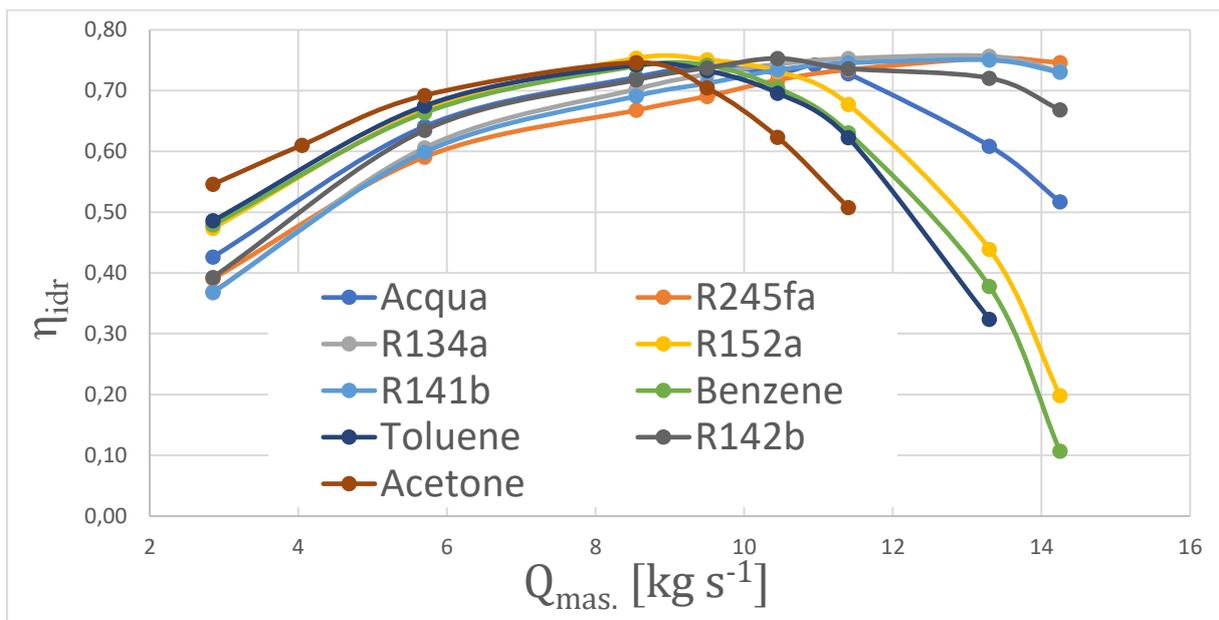


Figura 6.3. Andamento dei rendimenti idraulici dei vari fluidi al variare della portata massica.

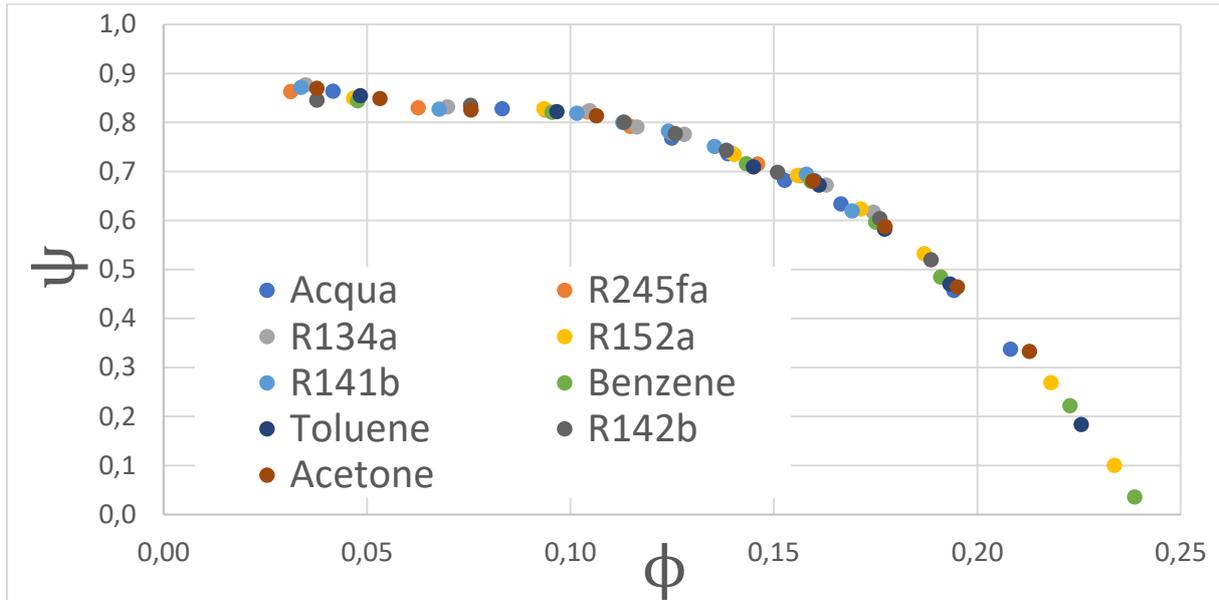
## 6.2. Confronto tra numeri adimensionali

Risulta interessante valutare l'andamento delle curve caratteristiche in funzione della portata volumetrica ed eliminare la dipendenza della potenza idraulica dalla densità. Per fare questo ci si avvale dei numeri adimensionali  $\phi$ ,  $\psi$  e  $\Pi$ . Poiché tali numeri adimensionali dipendono da alcune grandezze geometriche e cinematiche, queste ultime vengono riportate in Tabella 6.1.

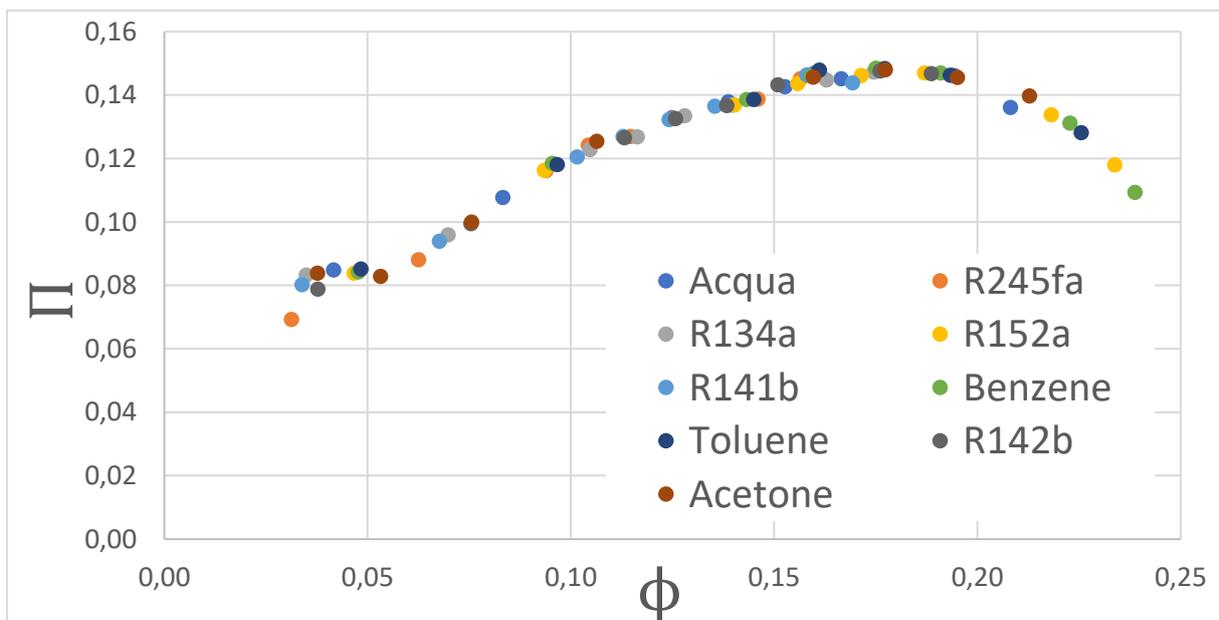
**Tabella 6.1.** Grandezze geometriche e cinematiche associate al regime di rotazione 2900 [giri/min]

$\omega$	$d_1$	$b_1$	$u_1$
rad/s	m	m	m/s
303,69	0,13	0,0092	19,01

I risultati in termini adimensionali vengono riportati nelle Figure 6.4, 6.5 e 6.6



**Figure 6.4.** Andamento del coefficiente di pressione in funzione del numero di flusso.



**Figure 6.5.** Andamento del numero adimensionale di potenza in funzione del numero di flusso.

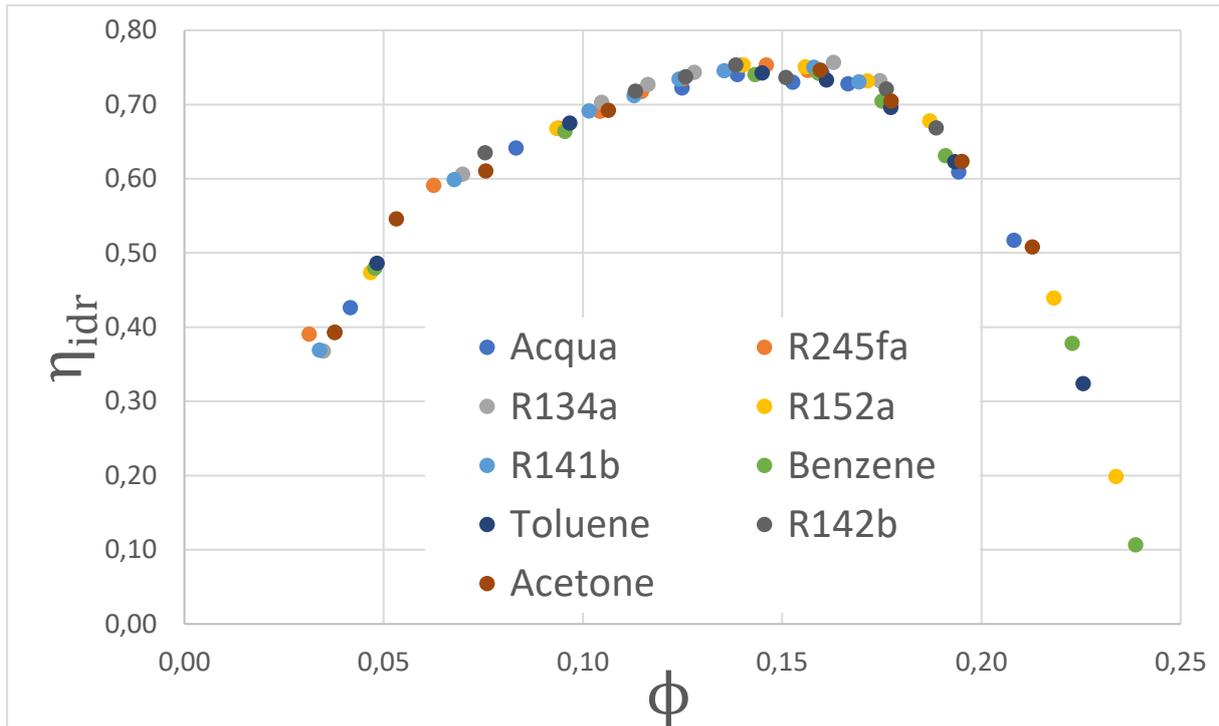


Figure 6.6. Andamento del rendimento in funzione del numero di flusso.

La teoria della similitudine afferma che macchine che soddisfano la similitudine fluidodinamica hanno uguale rendimento

Nell'analisi eseguita per i diversi fluidi si hanno:

- Similitudine geometrica poiché la pompa è simile a sé stessa ( $Nf = costante$ , in particolare  $b_1, d_1, d_2 = costante$ )
- Similitudine cinematica a parità di portata volumetrica ( $Q_v = costante$ ) e numero di giri ( $n = costante, u_1 = costante$ ) dunque  $\phi = costante$

Ma non è verificata nessuna delle due seguenti condizioni:

- Il moto della corrente fluida non è in condizioni di moto turbolento pienamente sviluppato, infatti il numero di Reynolds calcolato sulla sezione di ingresso  $Re_{in}$  è compreso tra  $1,00E+05$  e  $1,00E+06$  (il numero di Reynolds massimo in ingresso è  $1,96E+06$  nel caso del R152a con portata volumetrica pari a  $16,07 [l/s]$ ) e all'interno della macchina considerando globalmente un incremento di pressione, le velocità diminuiscono e quindi anche  $Re$  diminuirà. Questo comporta che  $Re$  influenza il coefficiente di perdita.
- A parità di portata volumetrica non si ha il medesimo valore di numero di Reynolds  $Re_{in}$ , dunque non si ha similitudine dinamica

Quanto detto comporta che la macchina in esame non verifica la similitudine fluidodinamica e in particolare:

$$\eta_{idr} = f(Re_{in}) \quad (6.1)$$

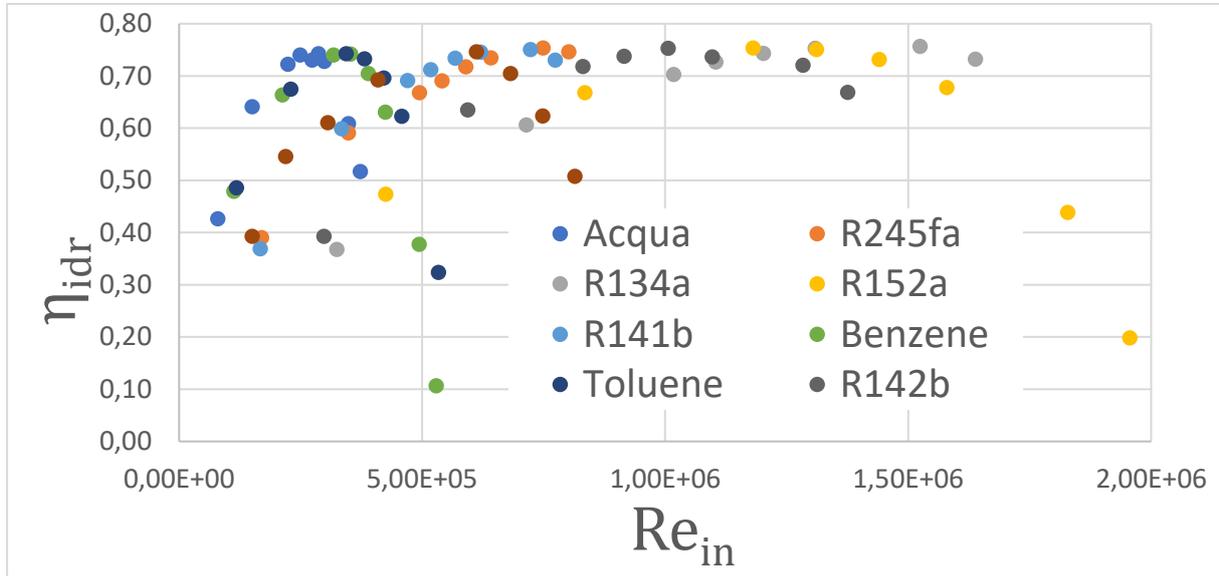


Figure 6.7. Andamento del rendimento in funzione del numero Reynolds.

Per approfondire questo punto cruciale, si eseguono ulteriori simulazioni fissando la portata volumetrica e, dunque, il numero di flusso  $\phi$ :

- $\phi = 0,14$  ( $Q_v = 9,54$  l/s)
- $\phi = 0,15$  ( $Q_v = 10,5$  l/s)
- $\phi = 0,21$  ( $Q_v = 14,3$  l/s)

Per ciascun valore di  $\phi$  si diagrammano sono riportati i rendimenti in funzione del numero di Reynolds  $Re_{in}$  (Figura 6.8, Figura 6.9, Figura 6.10). Nei tre casi, la tendenza generale è che all'aumentare di  $Re_{in}$  aumentano i rendimenti; in particolare, i rendimenti minori sono quelli associati ad acqua, benzene e toluene mentre i rendimenti massimi si osservano quando il fluido adottato è R152a o R134a.

Per quanto riguarda la variazione massima di rendimento questa è circa:

- Due punti (da 0,74 a 0,76) quando  $Q_v = 9,54$  l/s
- Due punti (da 0,73 a 0,75) quando  $Q_v = 10,5$  l/s
- Quattro punti (da 0,52 a 0,56) quando  $Q_v = 14,3$  l/s

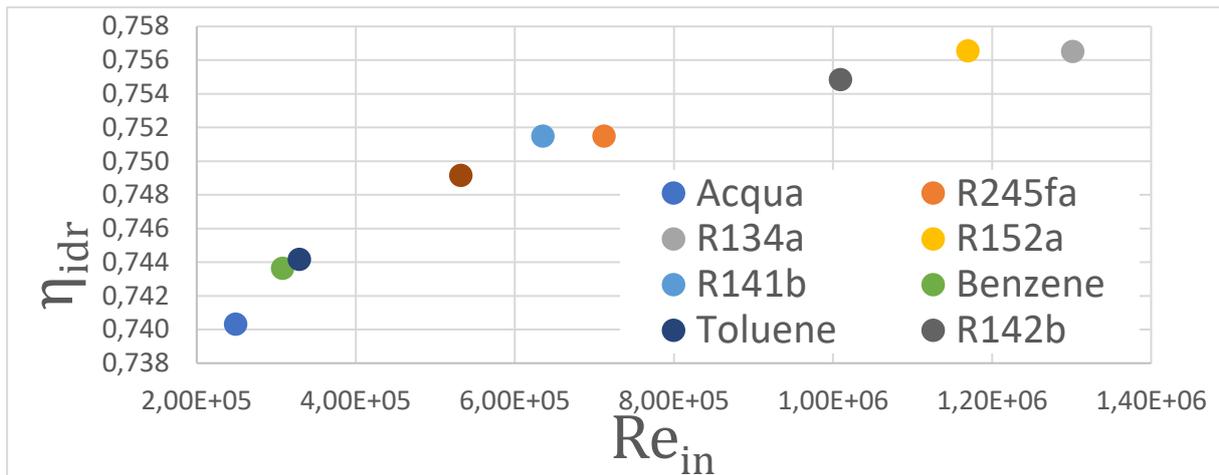


Figure 6.8. Andamento del rendimento in funzione del numero Reynolds nel caso di  $\phi = 0,14$ .

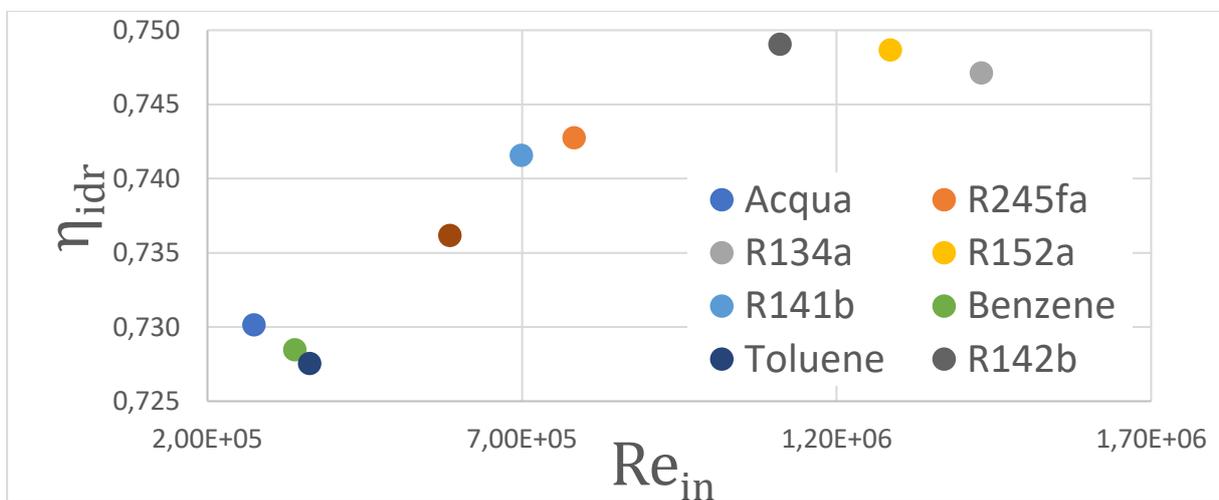


Figure 6.9. Andamento del rendimento in funzione del numero Reynolds nel caso di  $\phi = 0,15$ .

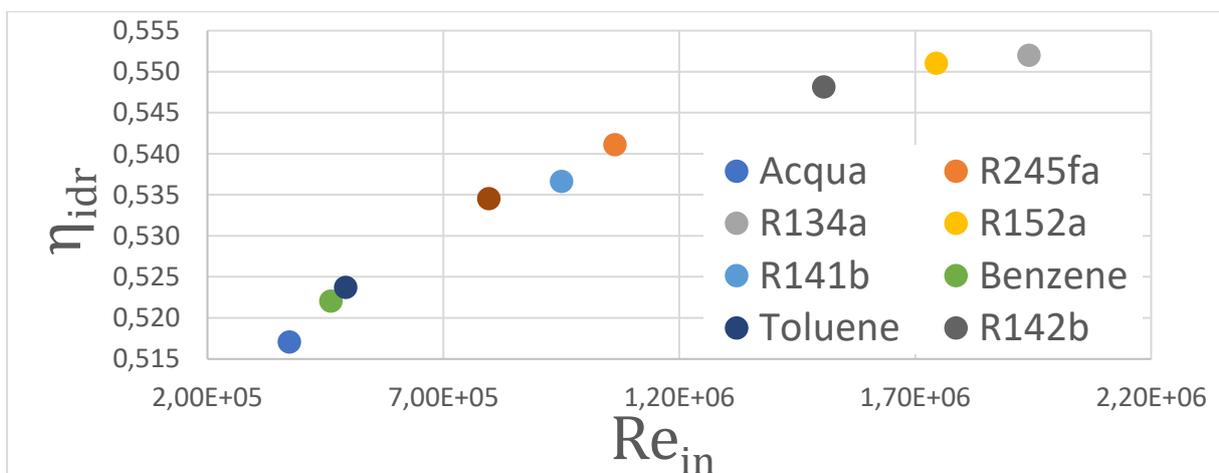


Figure 6.10. Andamento del rendimento in funzione del numero Reynolds nel caso di  $\phi = 0,21$ .

### 6.3. Campi di moto e carichi palari al variare del fluido operativo

La pompa presa in esame veniva ottimizzata per il funzionamento con acqua. Si vogliono valutare le prestazioni di tale pompa nel caso in cui questa funzioni con un fluido organico.

Per effettuare tale confronto si prendono in esame i seguenti fluidi:

- acqua
- R141b
- R152a

e le seguenti portate volumetriche:

- $Q_{v\ min} = 4,77\ l/s$  ( $\phi_{min} = 0,069$ )
- $Q_{v\ bep} = 11,0\ l/s$  ( $\phi_{bep} = 0,16$ )
- $Q_{v\ max} = 14,3\ l/s$  ( $\phi_{max} = 0,21$ )

Dove  $Q_{v\ bep}$  è la portata per la quale è massimo il rendimento della pompa nel caso di funzionamento con acqua.

Le grandezze che caratterizzano maggiormente una pompa sono: la prevalenza, la potenza idraulica e il rendimento idraulico (riportati in termini adimensionali per ciascun valore  $\phi$  di in Tabella 6.1)

**Tabella 6.1.** Valori adimensionali delle caratteristiche dei vari fluidi al variare di  $\phi$

$\phi_{min}$			
	<i>Acqua</i>	<i>R141b</i>	<i>R152a</i>
$\psi$	0,83	0,83	0,84
$\Pi$	0,093	0,093	0,094
$\eta_{idr}$	0,615	0,618	0,620
$Re_{in}$	1,24E+05	3,15E+05	5,79E+05
$\phi_{bep}$			
	<i>Acqua</i>	<i>R141b</i>	<i>R152a</i>
$\psi$	0,68	0,69	0,70
$\Pi$	0,15	0,15	0,15
$\eta_{idr}$	0,742	0,750	0,753
$Re_{in}$	2,87E+05	7,30E+05	1,35E+06
$\phi_{max}$			
	<i>Acqua</i>	<i>R141b</i>	<i>R152a</i>
$\psi$	0,34	0,35	0,37
$\Pi$	0,14	0,14	0,14
$\eta_{idr}$	0,517	0,537	0,551
$Re_{in}$	3,73E+05	9,50E+05	1,74E+06

Per ciascun valore di  $\phi$  si riportano i rendimenti in funzione di  $Re_{in}$  (Figura 6.11, Figura 6.12, Figura 6.13). Nei tre casi la tendenza è che all'aumentare di  $Re_{in}$  aumentano i rendimenti, in particolare il rendimento è minimo nel caso dell'acqua, aumenta con R141b ed è massimo con R152a.

Per quanto riguarda la variazione massima di rendimento questa è circa:

- mezzo punto (da 0,615 a 0,620) quando si è alla portata minima,
- un punto (da 0,74 a 0,75) quando si è alla portata del bep,
- quattro punti (da 0,51 a 0,55) quando si è alla portata massima.

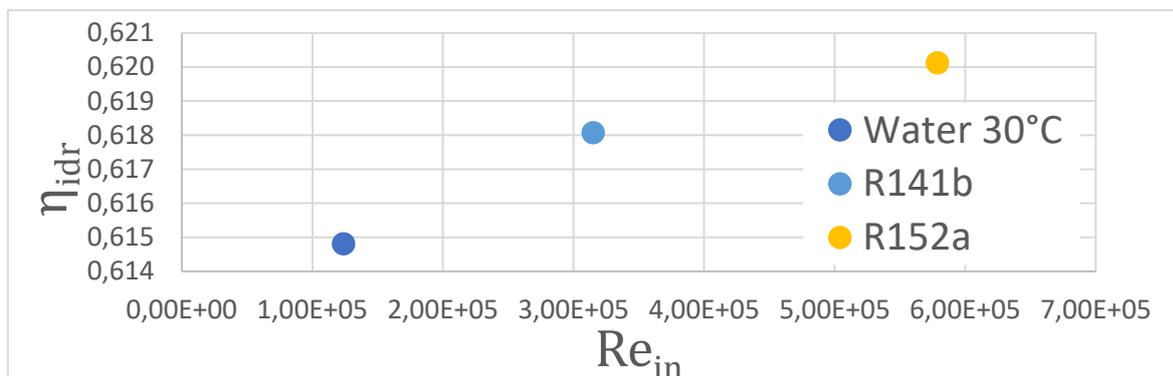


Figure 6.11. Andamento del rendimento in funzione del numero di Reynolds per il caso con  $\phi_{min}$

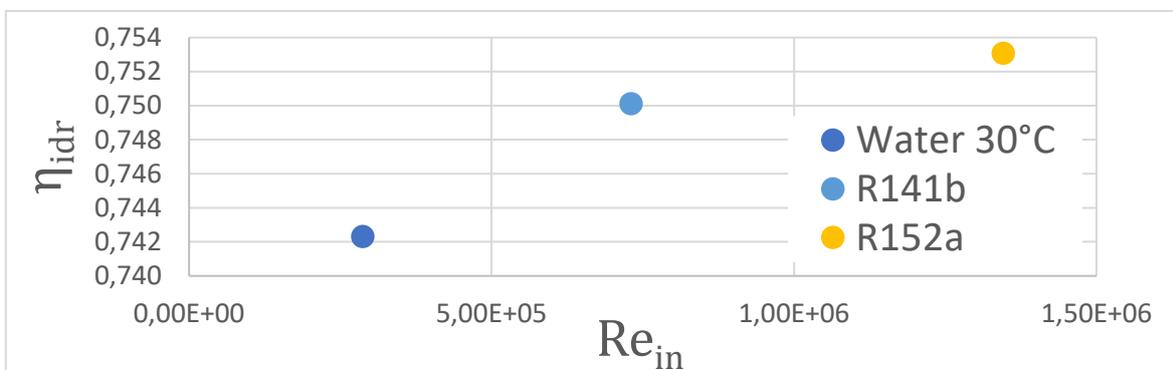


Figure 6.12. Andamento del rendimento in funzione del numero di Reynolds per il caso con  $\phi_{bep}$

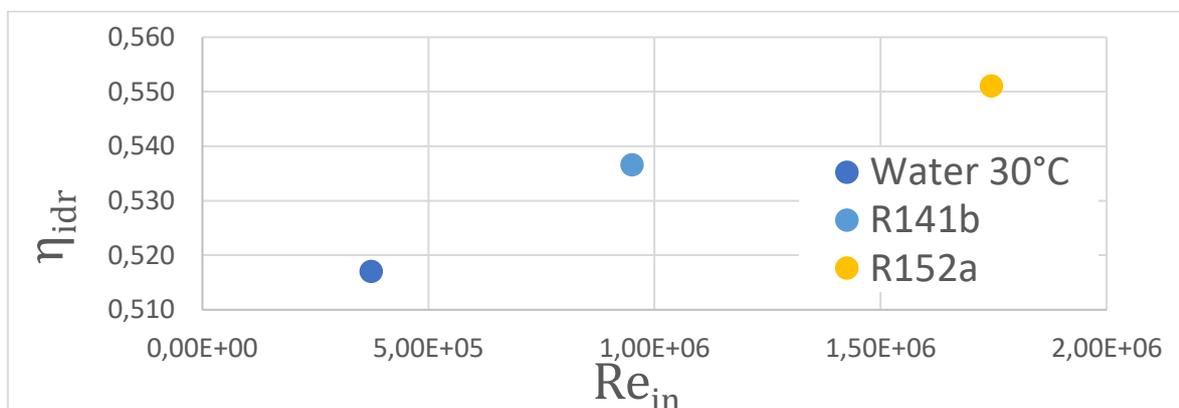


Figure 6.13. Andamento del rendimento in funzione del numero di Reynolds per il caso con  $\phi_{max}$

### 6.3.1. Funzionamento a $\phi_{min} = 0,069$ .

Nel caso di funzionamento a  $\phi_{min}$  la pompa funziona con una portata volumetrica differente da quella di progetto, dunque il campo di moto del fluido si discosterà sensibilmente da quello ottimale. Quanto detto si riscontra, ad esempio, nella prima girante con il fluido R141b come mostrato in Figura 6.14 nella quale il campo di moto associato alle velocità relative viene valutato considerando una *Turbo Surface* posizionata a metà della girante; si nota infatti come già nella zona di ingresso la direzione non sia quella ideale; perciò:

- il fluido subirà una significativa deviazione e decelerazione nella zona prossima all'uscita della girante (area in blu, azzurro dove le velocità sono comprese tra 0,088 e 0,43 m/s);
- si risconterà una perdita per incidenza nel punto iniziale della pala. Infatti, le linee di corrente non riescono a seguire il contorno della superficie palare così che nella parte inferiore della pala queste girino intorno ad un vortice di flusso, a bassa velocità.

Per quanto concerne gli altri fluidi valgono considerazioni analoghe a quelle appena fatte per l'R141b.

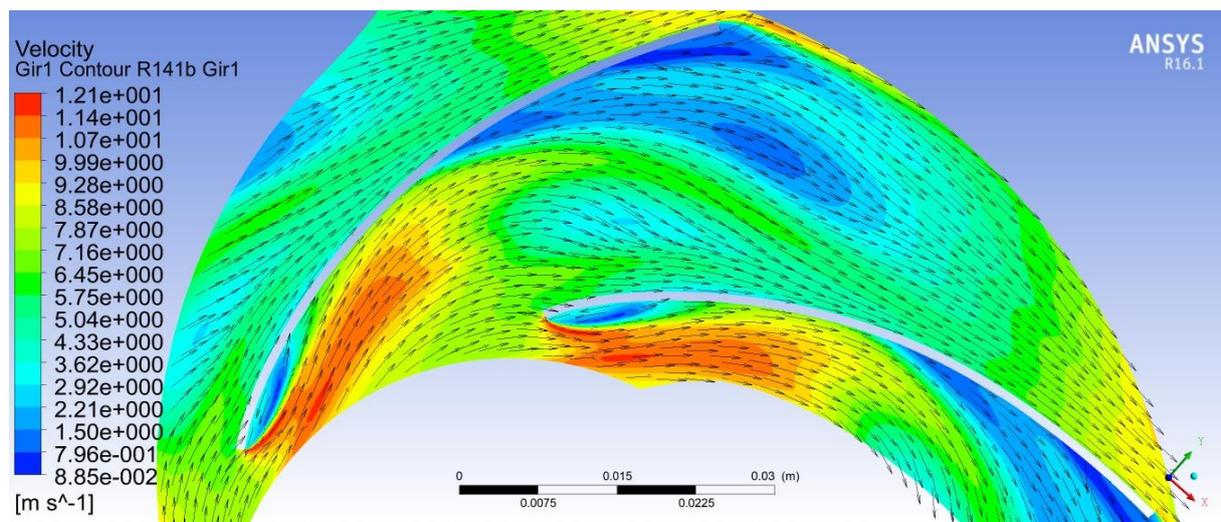


Figure 6.14. Campo di moto del R141b nella prima girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{min}$ .

Per quanto concerne i valori di  $h_t$ ,  $h$  e  $\eta_{idr}$  della prima girante, questi sono riportati in Tabella 6.2.

Tabella 6.2.  $h_t$ ,  $h$  e  $\eta_{idr}$  relativi alla prima girante nel caso di  $\phi_{min}$ .

		<b>Acqua</b>	<b>R141b</b>	<b>R152a</b>
$h_t$ gir1	m	25,74	25,70	25,38
$h$ gir1	m	21,26	21,61	21,47
$\eta_{idr}$ gir1	-	0,83	0,84	0,85

Risulta inoltre interessante valutare le componenti della velocità assoluta in uscita dal condotto di adduzione (ossia sulla superficie di ingresso della prima girante); come mostrato in Tabella 6.3 la componente circonferenziale è nulla per ciascuno dei fluidi, mentre la variazione della componente radiale tra i diversi fluidi è minima (compresa tra 0,01 e 0,02  $m/s$ ).

**Tabella 6.3.** Componenti della velocità assoluta in ingresso della prima girante nel caso di  $\phi_{min}$ .

		<b>Acqua</b>	<b>R141b</b>	<b>R152a</b>
$C_{u2\ gir1}$	$m/s$	0,00	0,00	0,00
$C_{r2\ gir1}$	$m/s$	2,23	2,24	2,25
$C_{a2\ gir1}$	$m/s$	2,79	2,85	2,80

Il fluido in uscita dalla prima girante entra nel primo riconvogliatore, l'aspetto interessante riguarda l'effetto che questo ha sulle componenti della velocità assoluta; infatti le componenti della velocità assoluta, calcolate come media pesata sulla portata, valutate sulla sezione di uscita del primo riconvogliatore (coincidente con l'ingresso della seconda girante) variano significativamente a seconda del fluido considerato.

In particolare, come mostrato in Tabella 6.4, si ha che:

- la componente circonferenziale  $C_{u2}$ , che risulta in tutti i casi diversa da zero (a differenza di quanto accade in ingresso della prima girante), ha una variazione massima di 0,4  $m/s$  tra R141b e acqua.
- la componente radiale  $C_{r2}$ , che risulta in tutti casi diversa da zero, ha una variazione massima di 0,28  $m/s$  tra R141b e acqua.

**Tabella 6.4.** Componenti della velocità assoluta in ingresso della seconda girante nel caso di  $\phi_{min}$ .

		<b>Acqua</b>	<b>R141b</b>	<b>R152a</b>
$C_{u2\ gir2}$	$m/s$	2,66	3,06	2,95
$C_{r2\ gir2}$	$m/s$	3,24	2,96	3,16
$C_{a2\ gir2}$	$m/s$	1,87	1,93	1,95

Per quanto concerne i campi di moto relativi alla seconda girante, anche in questo caso, vengono valutati considerando le velocità relative su una *Turbo Surface* posta a metà della girante (Figura 6.15, Figura 6.16 e Figura 6.17).

La direzione del flusso in ingresso e nel canale risulta migliore rispetto a quella che si osserva nella prima girante; in particolare, questo comporta una migliore incidenza del fluido sulla

pala (soprattutto nel punto di inizio) e una maggiore aderenza del fluido stesso sulla suddetta pala (si confrontino ad esempio la Figura 6.14 e 6.16). Nella zona in prossimità dell'uscita, dove terminano le pale, il flusso subisce una deviazione.

Si possono osservare lievi variazioni del campo di moto, in particolare nella zona prossima alla sezione di uscita della girante dove il fluido subisce un'accelerazione che porta le velocità a circa 10,7 m/s nel caso dell'acqua e dell'R141b e circa a 13,9 m/s.

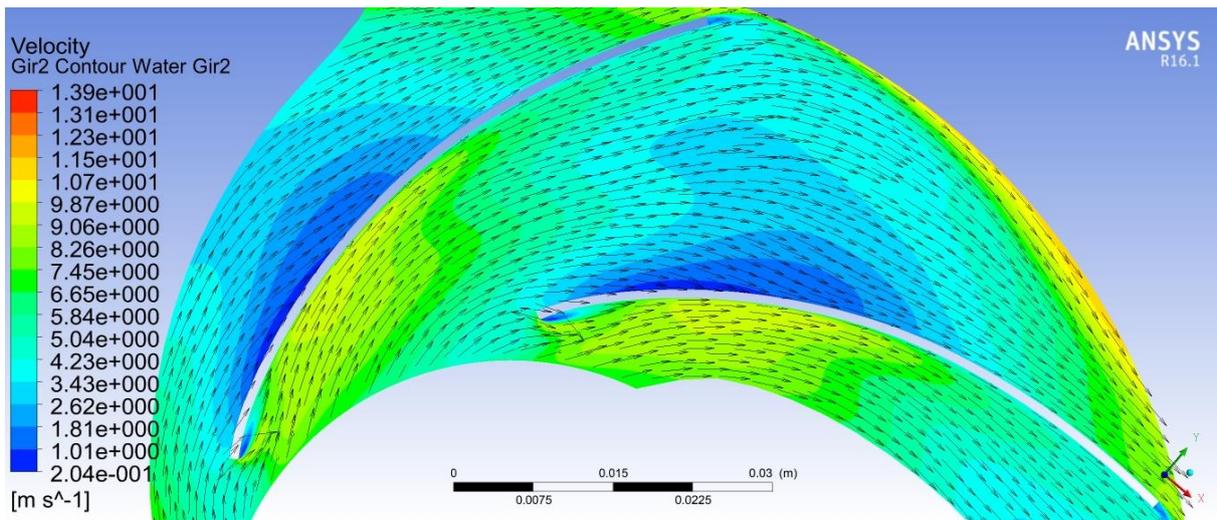


Figure 6.15. Campo di moto dell'acqua nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{min}$ .

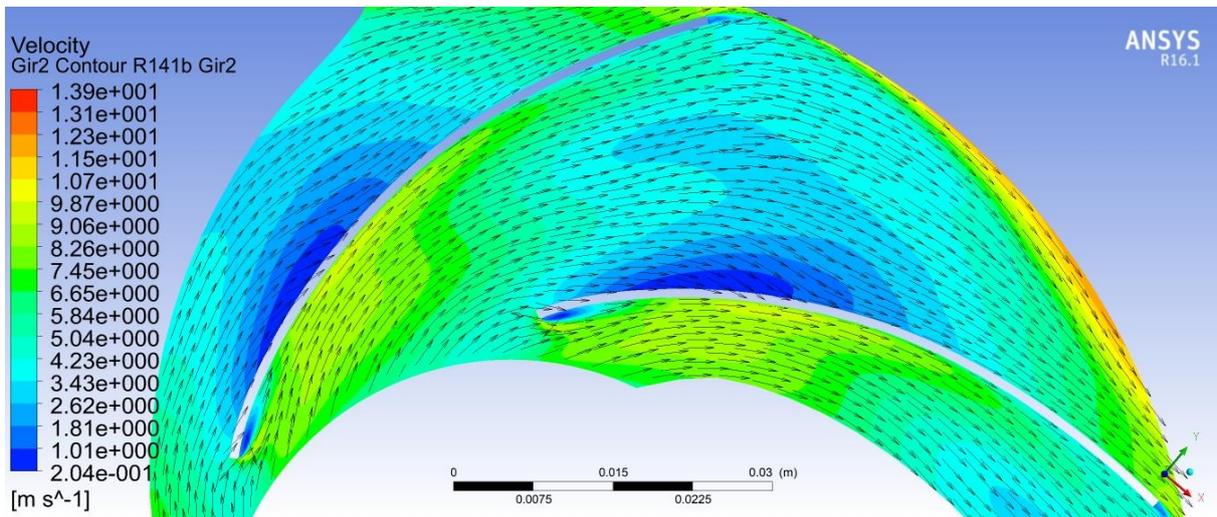


Figure 6.16. Campo di moto del'R141b nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{min}$ .

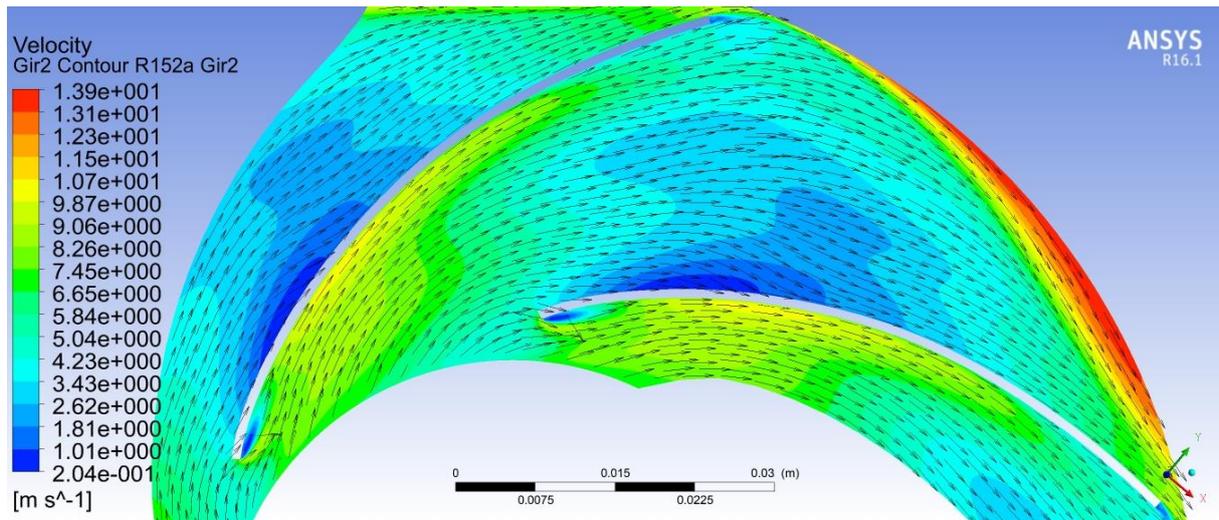


Figure 6.17 Campo di moto del'R141b nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{min}$

Per quanto concerne i valori di  $h_t$ ,  $h$ ,  $\Delta p_{tot}$  e  $\eta_{idr}$  della seconda girante, questi vengono riportati in Tabella 6.5. I valori  $h$  e  $\Delta p_{tot}$  sono legati dalla relazione  $\Delta p_{tot} = \rho gh$ , si noti come a causa delle differenti densità dei fluidi si ha che ad esempio l'R152a, che ha la massima prevalenza, ha l'incremento di pressione totale minimo, viceversa accade per l'R141b.

Tabella 6.5.  $h_t$ ,  $h$ ,  $\Delta p_{tot}$  e  $\eta_{idr}$  relativi alla seconda girante nel caso di  $\phi_{min}$ .

		<b>Acqua</b>	<b>R141b</b>	<b>R152a</b>
$h_t$ gir2	<i>m</i>	23,91	23,76	24,36
$h$ gir2	<i>m</i>	20,66	20,44	20,79
$\Delta p_{tot}$ gir2	<i>kPa</i>	201,82	245,46	180,80
$\eta_{idr}$ gir2	-	0,86	0,86	0,85

Per quanto riguarda i  $\Delta p_{tot}$  sono rappresentati nelle Figure 6.18, 6.19 e 6.20.

In ciascuna delle figure suddette si osserva:

- una riduzione di pressione totale in prossimità del punto di inizio della pala,
- un costante aumento della pressione totale che però termina poco prima della sezione di uscita nella zona dove terminano le pale.

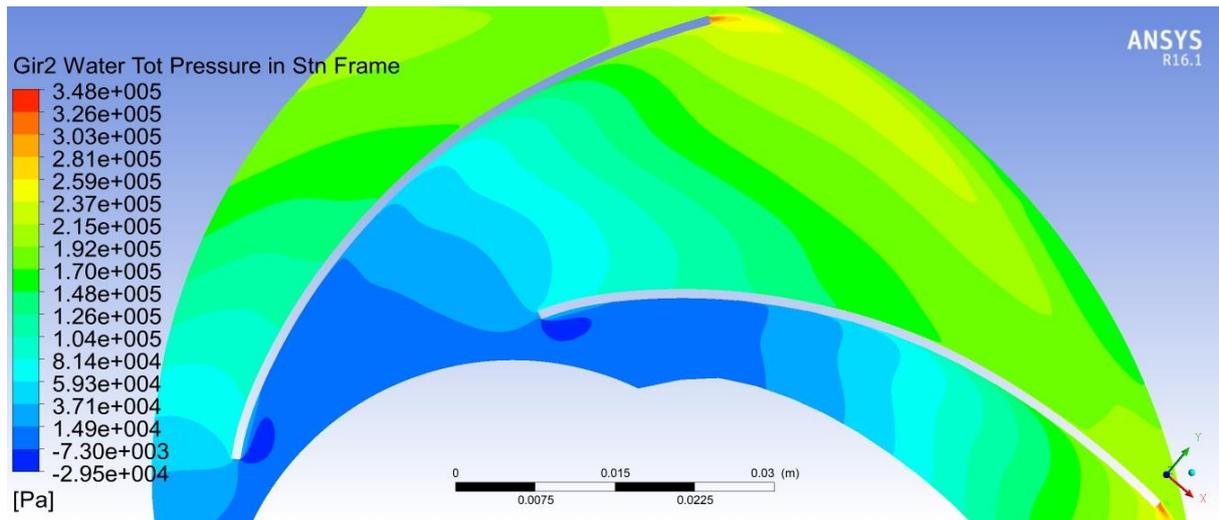


Figure 6.18.  $\Delta p_{tot}$  per l'acqua nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{min}$ .

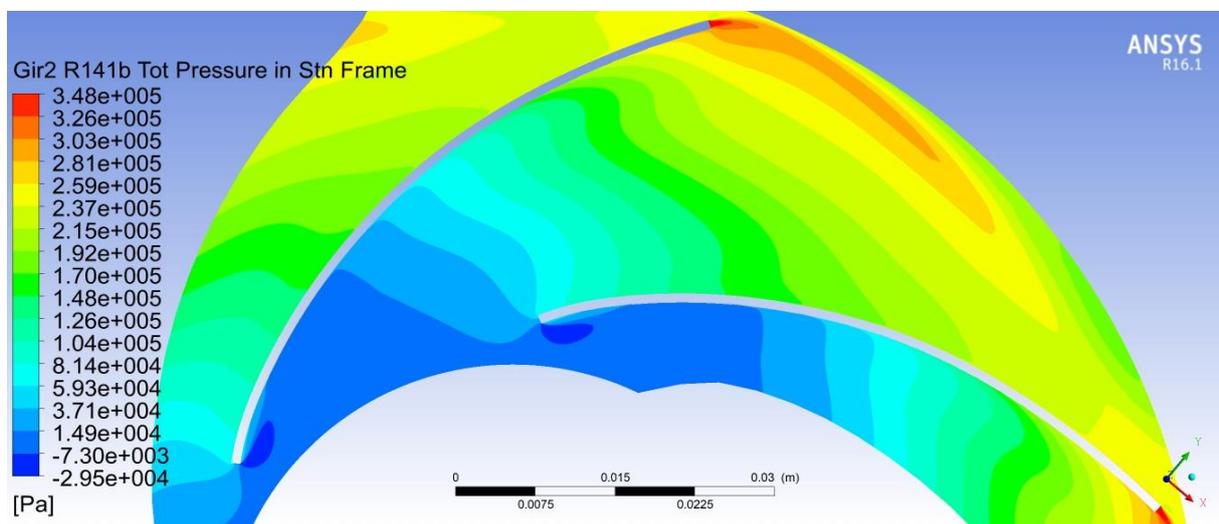


Figure 6.19.  $\Delta p_{tot}$  per l'R141b nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{min}$ .

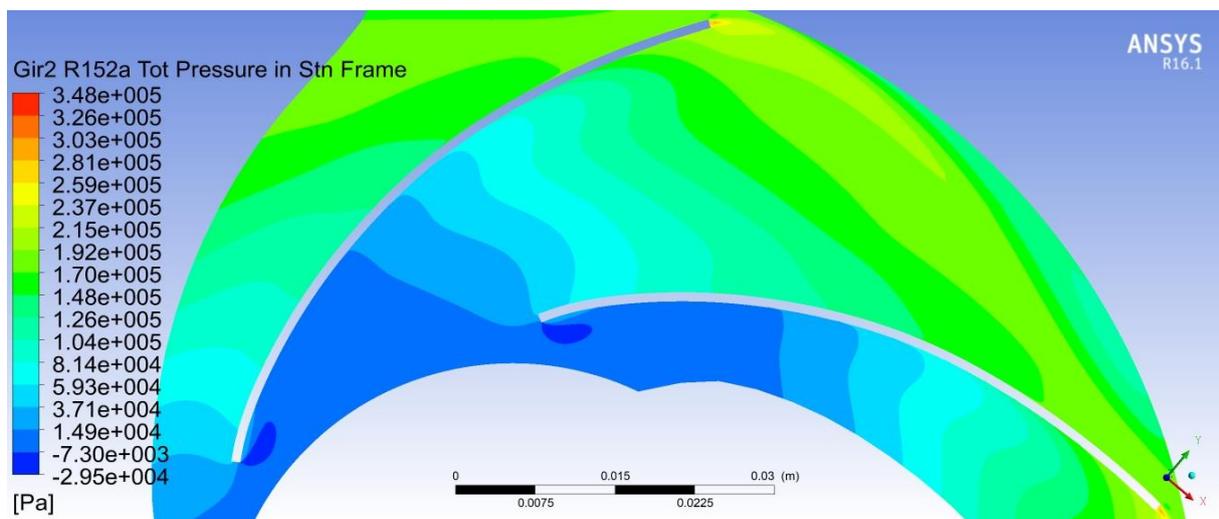


Figure 6.20.  $\Delta p_{tot}$  per l'R152a nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{min}$ .

Restano da valutare i carichi palari per ciascuna delle due giranti; per calcolare tali carichi e poter effettuare un confronto tra di loro, essendo differenti le pressioni in ciascun caso, risulta necessario considerare una variazione di pressione ad esempio  $p - p_{out}$  (dove  $p_{out}$  è il valore di pressione statico, mediato sulla portata massica, valutato sulla sezione di uscita della macchina) e poi rendere tale differenza adimensionale, dunque si ottiene la seguente relazione:

$$p_{adimensionale} = \frac{p - p_{out}}{\frac{\rho}{u_1^2}} \quad (6.2)$$

dove  $u_1$  è la velocità tangenziale valutata sulla sezione di uscita della girante.

Nella prima girante (Figura 6.21) si ha che:

- i carichi palari dei diversi fluidi tendono a collimare, in particolare il carico del fluido R152a presenta una lieve traslazione verso il basso,
- in tutti i casi il dorso è in sovrappressione mentre il ventre in depressione.

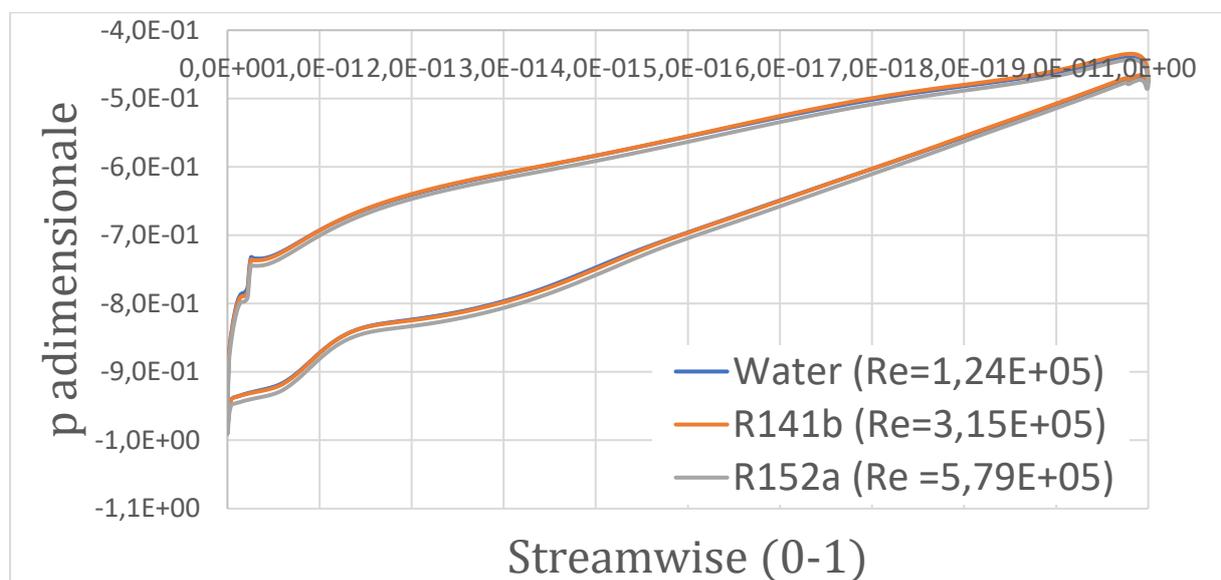


Figure 6.21. Carichi palari nella prima girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{min}$

Nella seconda girante (Figura 6.22) i carichi palari dei diversi fluidi tendono a collimare.

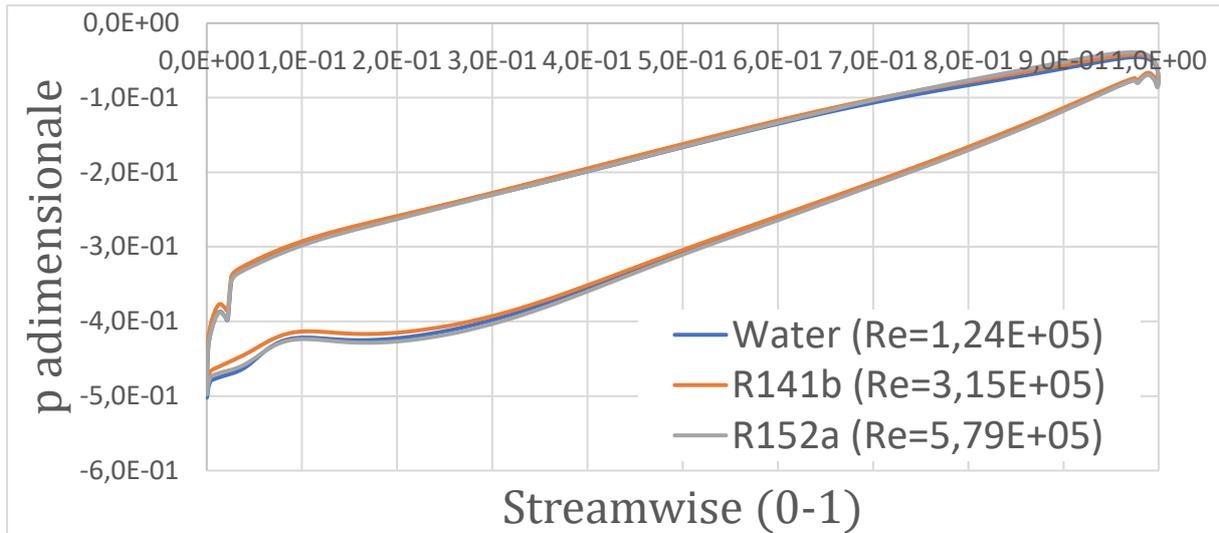


Figure 6.22. Carichiolari nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{min}$ .

### 6.3.2. Funzionamento a $\phi_{bep} = 0,16$ .

Nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ , la pompa funziona con una portata volumetrica pari a quella di progetto, infatti il campo di moto nella prima girante risulta essere ottimale come mostrato in Figura 6.23 dove questo viene valutato mediante i vettori velocità relativa considerando una *Turbo Surface* posta in una posizione intermedia della girante. Si possono osservare i seguenti aspetti nel caso dell'acqua:

- in direzione trasversale si ha una riduzione di velocità, la quale è massima sul ventre di una pala (circa  $14,8 \text{ m/s}$ ) ed è minima sul dorso dell'altra (circa  $3,48 \text{ m/s}$ ),
- anche se si è in condizioni di progetto, il flusso in ingresso è caratterizzato da una perdita per incidenza minima (Figura 6.24) con una conseguente lieve accelerazione (le velocità passano da circa  $7 \text{ m/s}$  a circa  $13 \text{ m/s}$ ) nella parte inferiore della pala. Tale perdita è dovuta alla forma della pala, la quale non è stata opportunamente sagomata per minimizzare le perdite di incidenza, (infatti presenta un "gradino" sia nel punto iniziale che nel punto finale).

Per quanto concerne gli altri fluidi valgono considerazioni analoghe a quelle appena fatte per l'acqua.

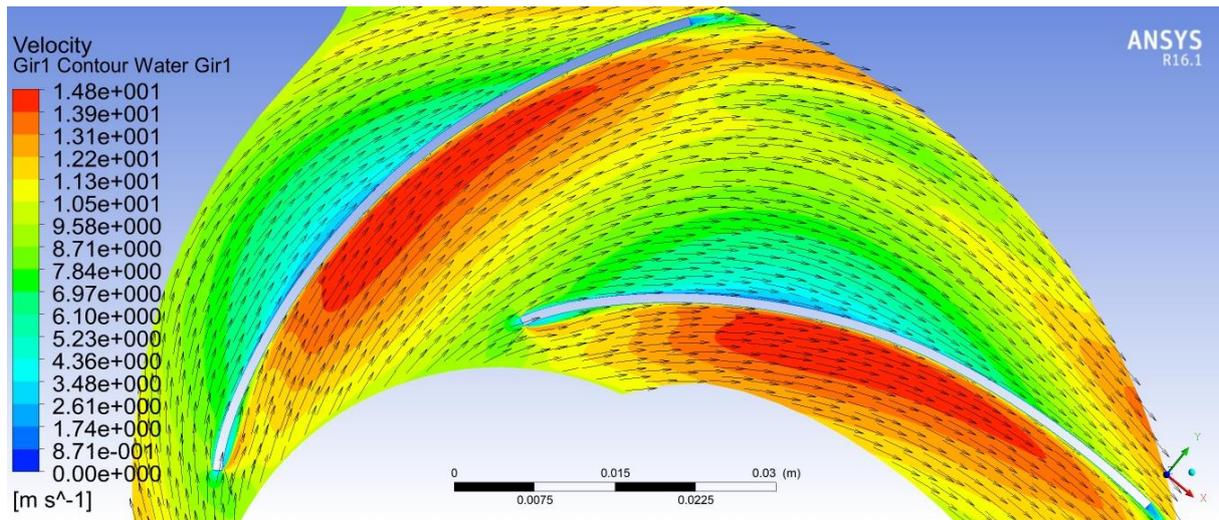


Figure 6.23. Campo di moto dell'acqua nella prima girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ .

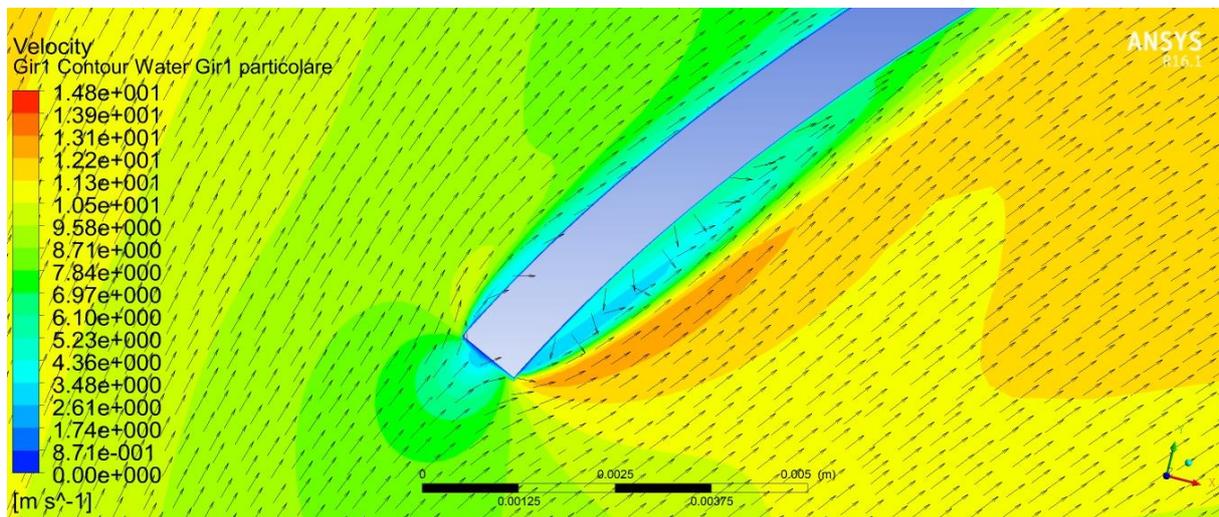


Figure 6.24. Minima perdita di incidenza nella prima girante che si ha con l'acqua nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ .

Per quanto concerne i valori di  $h_t$ ,  $h$  e  $\eta_{idr}$  della prima girante, questi sono riportati in Tabella 6.6.

Tabella 6.6.  $h_t$ ,  $h$  e  $\eta_{idr}$  relativi alla prima girante nel caso di  $\phi_{bep}$ .

		<b>Acqua</b>	<b>R141b</b>	<b>R152a</b>
$h_t$ gir1	<i>m</i>	17,89	17,90	17,88
$h$ gir1	<i>m</i>	15,79	16,06	16,15
$\eta_{idr}$ gir1	-	0,88	0,90	0,90

Per quanto concerne le componenti della velocità assoluta in uscita del condotto di adduzione (ossia nella zona di ingresso della prima girante); come mostrato in Tabella 6.7 la componente circonferenziale è nulla, mentre la variazione della componente radiale tra i diversi fluidi è minima (compresa tra 0,0 e 0,02 m/s.)

**Tabella 6.7.** Componenti della velocità assoluta in ingresso della prima girante nel caso di  $\phi_{bep}$ .

		<b>Acqua</b>	<b>R141b</b>	<b>R152a</b>
$C_{u2\ gir1}$	m/s	0,00	0,00	0,00
$C_{r2\ gir1}$	m/s	3,71	3,73	3,73
$C_{a2\ gir1}$	m/s	5,10	5,15	5,20

Il fluido in uscita dalla prima girante entra nel primo riconvogliatore, anche in questo caso l'aspetto interessante riguarda l'effetto che questo ha sulle componenti della velocità assoluta; infatti le componenti della velocità assoluta, calcolate come media pesata sulla portata, valutate sulla sezione di uscita del primo riconvogliatore (coincidente con l'ingresso della seconda girante), variano significativamente a seconda del fluido considerato.

In particolare, come mostrato in Tabella 6.8, si ha che:

- la componente circonferenziale  $C_{u2}$ , che risulta in tutti casi diversa da zero (a differenza di quanto accade in ingresso della prima girante), ha una variazione massima di 0,16 m/s tra R141b e acqua.
- la componente radiale  $C_{r2}$ , che risulta in tutti casi diversa da zero, ha una variazione massima di 0,08 m/s tra R141b e acqua.

**Tabella 6.8.** Componenti della velocità assoluta in ingresso della seconda girante nel caso di  $\phi_{bep}$ .

		<b>Acqua</b>	<b>R141b</b>	<b>R152a</b>
$C_{u2\ gir2}$	m/s	2,33	2,49	2,42
$C_{r2\ gir2}$	m/s	4,10	4,02	4,09
$C_{a2\ gir2}$	m/s	3,50	3,47	3,08

Per quanto concerne i campi di moto relativi alla seconda girante, anche in questo caso sono stati valutati considerando le velocità relative su una *Turbo Surface* posta a metà della girante (Figura 6.25, Figura 6.26 e Figura 6.27).

La direzione del flusso in ingresso e nel canale risulta peggiore rispetto a quella che si ha nella prima girante e in particolare questo comporta una peggiore incidenza del fluido sulla pala, soprattutto nel punto di inizio dove la direzione della velocità relativa risulta più verticale, questo fa sì che le linee di corrente non riescono a seguire il contorno della

superficie palare così che nella parte superiore della pala queste girino intorno ad un vortice di flusso, a bassa velocità (compresa tra circa  $0,0 \text{ m/s}$  e  $4,53 \text{ m/s}$ ).

Si possono osservare lievi variazioni del campo di moto, in particolare la zona di basse velocità (circa  $4,0 \text{ m/s}$  zona in azzurro nelle figure) risulta poco estesa nel caso dell'acqua, aumenta con l'R141b ed è massima con l'R152a.

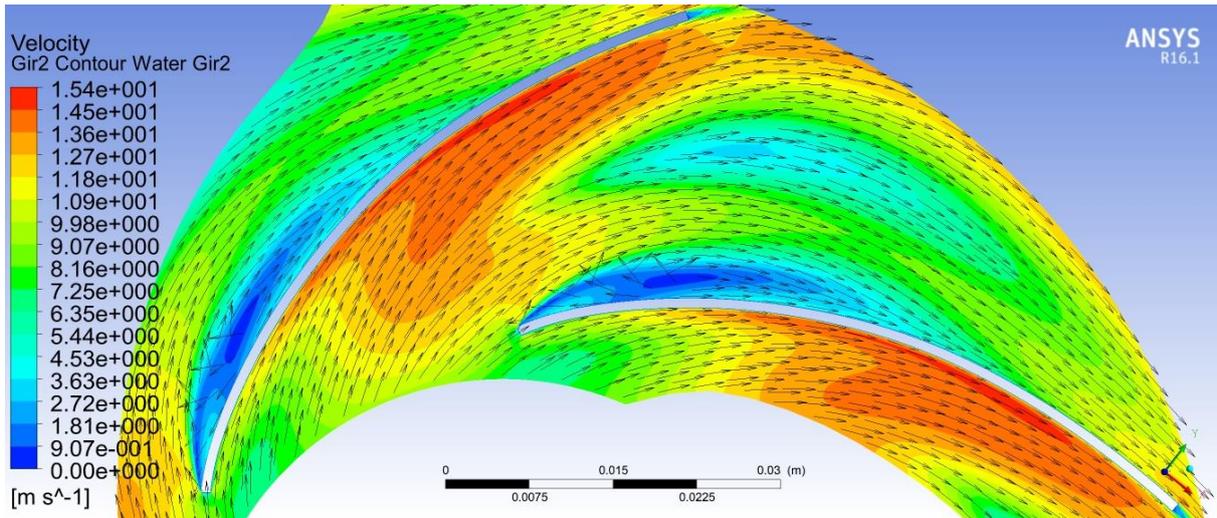


Figure 6.25. Campo di moto dell'acqua nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ .

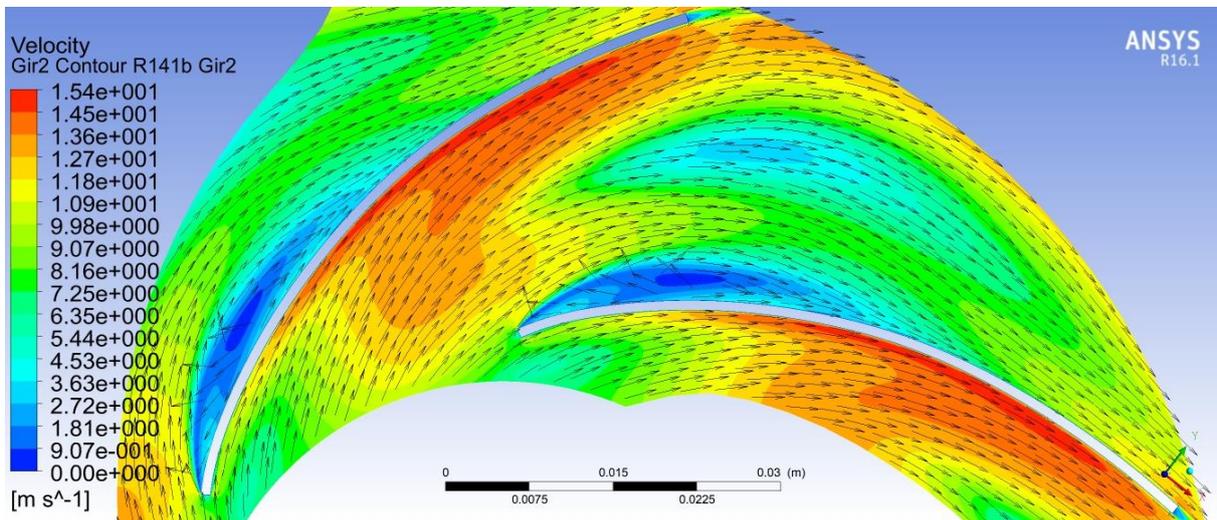


Figure 6.26. Campo di moto del'R141b nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ .

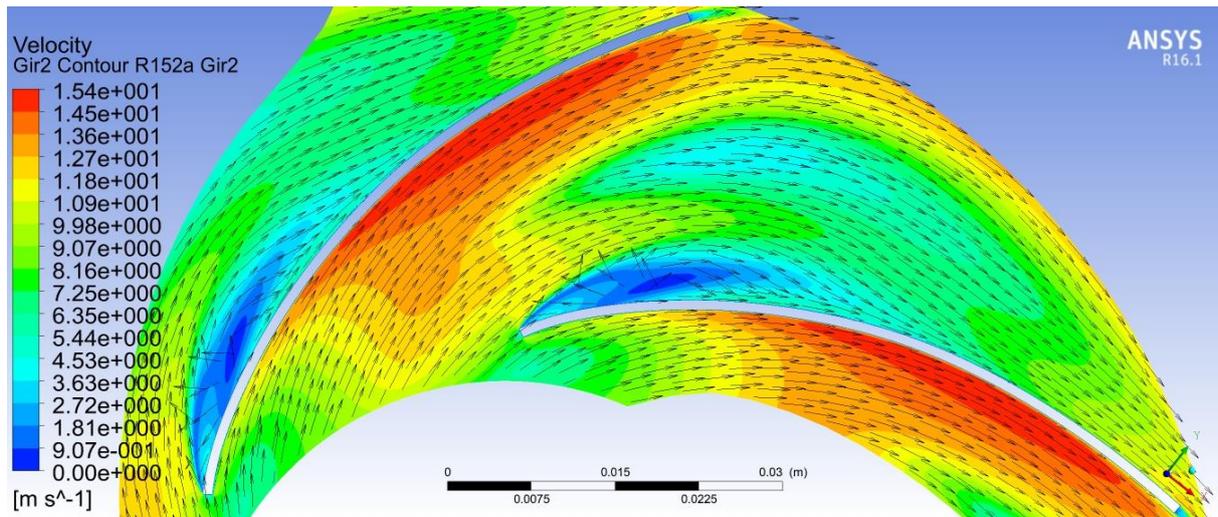


Figure 6.27. Campo di moto del'R152a nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ .

Per quanto concerne i valori di  $h_t$ ,  $h$ ,  $\Delta p_{tot}$  e  $\eta_{idr}$  della seconda girante, questi sono riportati in Tabella 6.9. I valori  $h$  e  $\Delta p_{tot}$  sono legati dalla relazione  $\Delta p_{tot} = \rho gh$ , anche in questo a causa delle differenti densità dei fluidi si ha che ad esempio l'R152a che ha la massima prevalenza, ha l'incremento di pressione totale minore.

Tabella 6.9.  $h_t$ ,  $h$ ,  $\Delta p_{tot}$  e  $\eta_{idr}$  relativi alla seconda girante nel caso di  $\phi_{bep}$ .

		<b>Acqua</b>	<b>R141b</b>	<b>R152a</b>
$h_t$ gir2	<i>m</i>	15,94	15,77	16,21
$h$ gir2	<i>m</i>	13,29	13,40	14,00
$\Delta p_{tot}$ gir2	<i>kPa</i>	129,82	160,94	121,80
$\eta_{idr}$ gir2	-	0,83	0,85	0,86

Per quanto riguarda le variazioni  $\Delta p_{tot}$  sono rappresentate nelle Figure 6.28, 6.29 e 6.30. In ciascuna delle figure suddette si osserva un costante aumento della pressione totale che però termina poco prima della sezione di uscita nella zona dove terminano le pale.

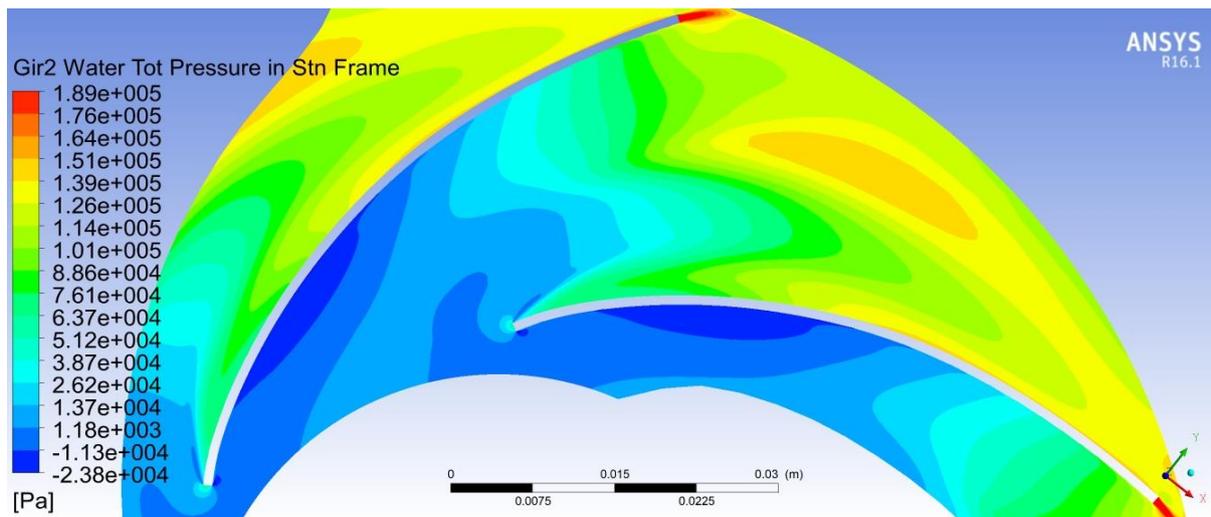


Figure 6.28.  $\Delta p_{tot}$  per l'acqua nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ .

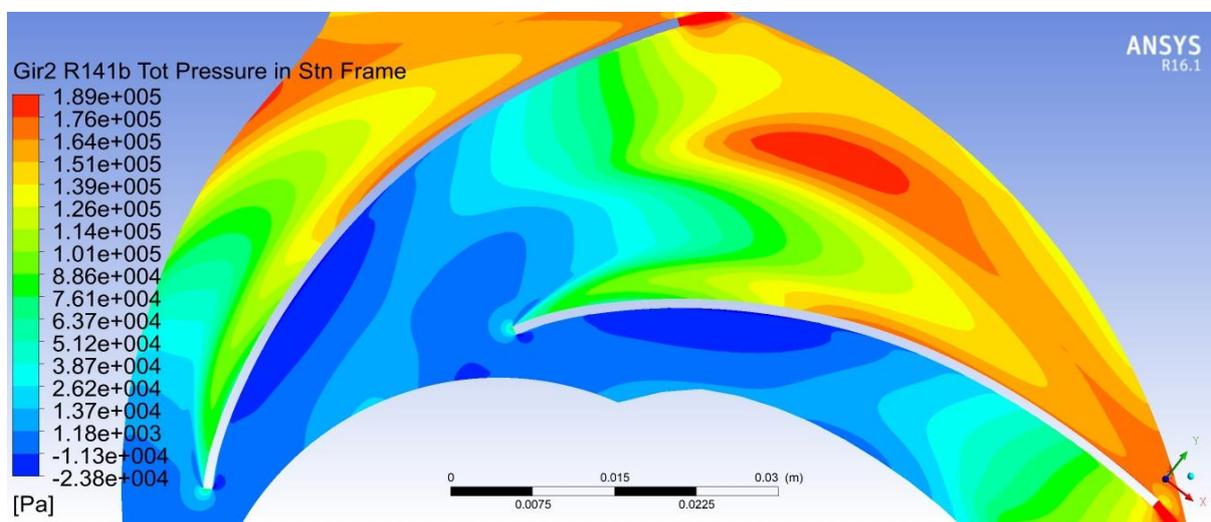


Figure 6.29.  $\Delta p_{tot}$  per l'R141b nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ .

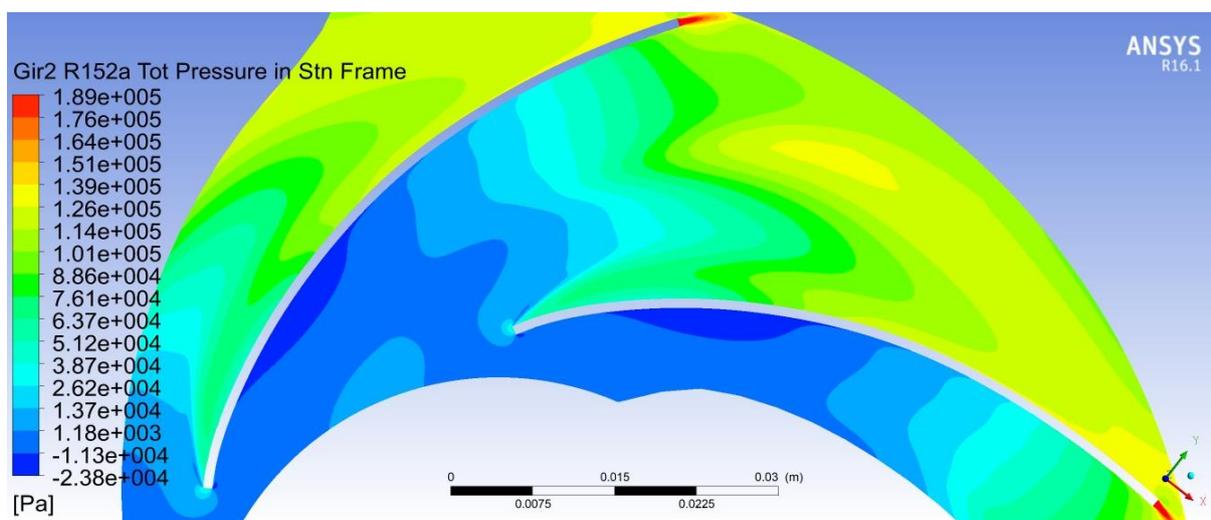


Figure 6.30.  $\Delta p_{tot}$  per l'R152a nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ .

Restano da valutare i carichi palari per ciascuna delle due giranti, per calcolare tali carichi ci si avvale della relazione 6.2.

Nella prima girante (Figura 6.31) si ha che:

- i carichi palari dei diversi fluidi tendono a collimare, in particolare il carico del fluido R152a presenta una lieve traslazione verso il basso,
- in tutti i casi il dorso è in sovrappressione mentre il ventre in depressione.

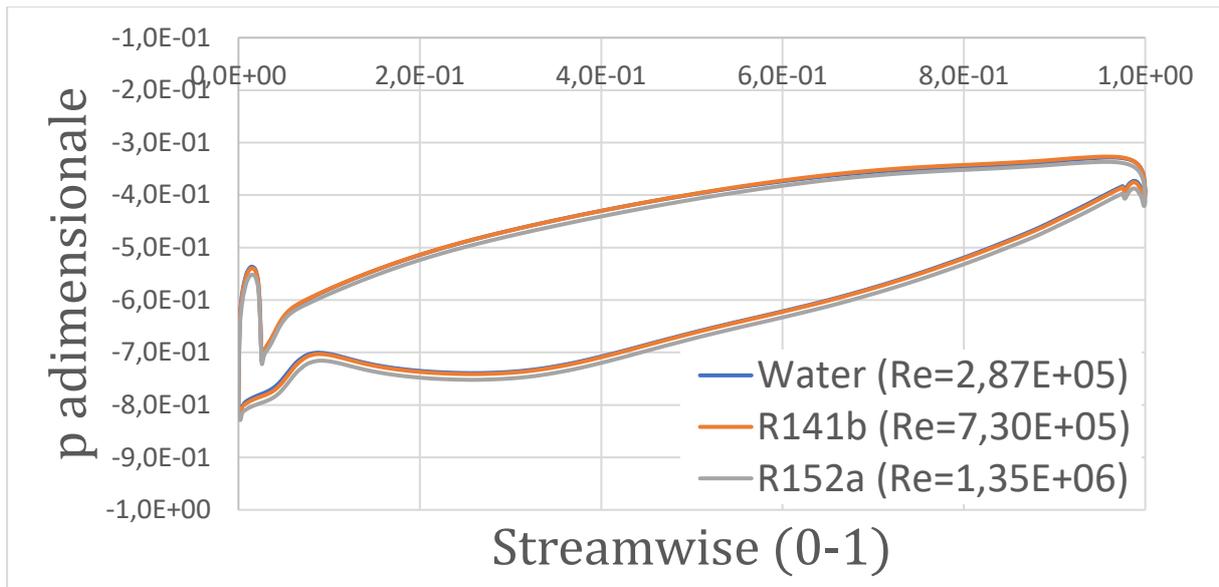


Figure 6.31. Carichi palari nella prima girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ .

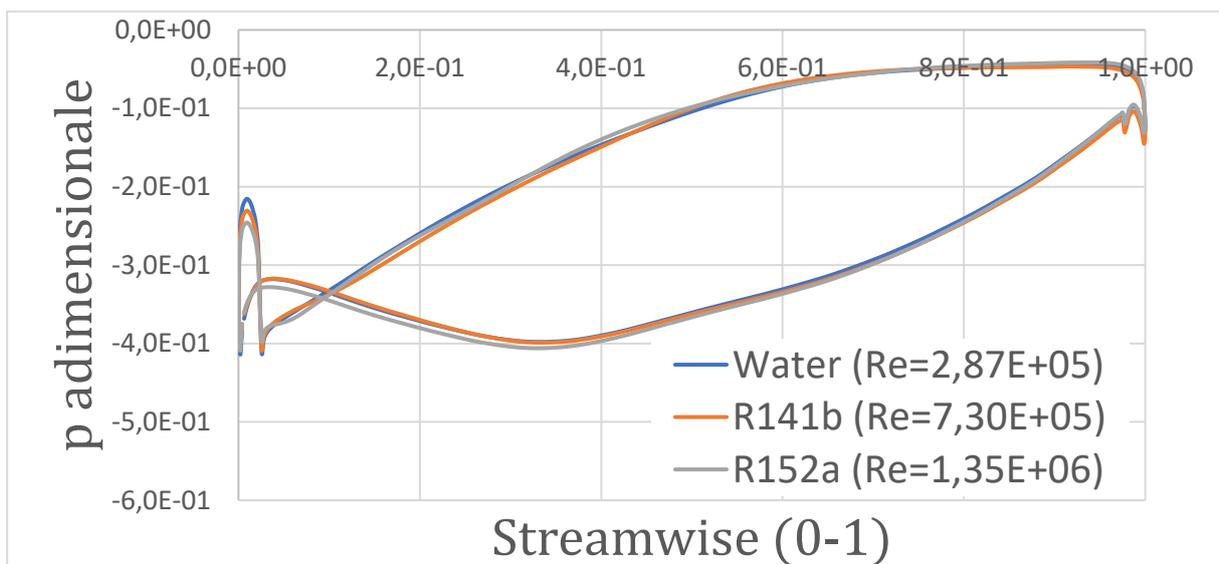


Figure 6.32. Carichi palari nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ .

Nella seconda girante (Figura 6.32) si ha che:

- i carichi palari dei diversi fluidi tendono a collimare, ad eccezione della zona prossima alla *Streamwise 0*, dove la pressione presenta un “disturbo”,
- in tutti i casi, il dorso dopo il “disturbo”, per un breve tratto iniziale è in depressione e successivamente intorno alla *Streamwise 0.1*, la pressione cambia così da diventare il lato sovrappressione.

In particolare, il “disturbo” di pressione prima citato è sempre presente ed è dovuto sia alla forma della pala la quale sia a valle che a monte non è opportunamente sagomata ma presenta un “gradino”, sia dal punto della pala nel quale vengono considerate la *Streamwise 0* (inizio pala) e la *Streamwise 1* (fine pala), quest’ ultimo aspetto è mostrato in Figura 6.33.

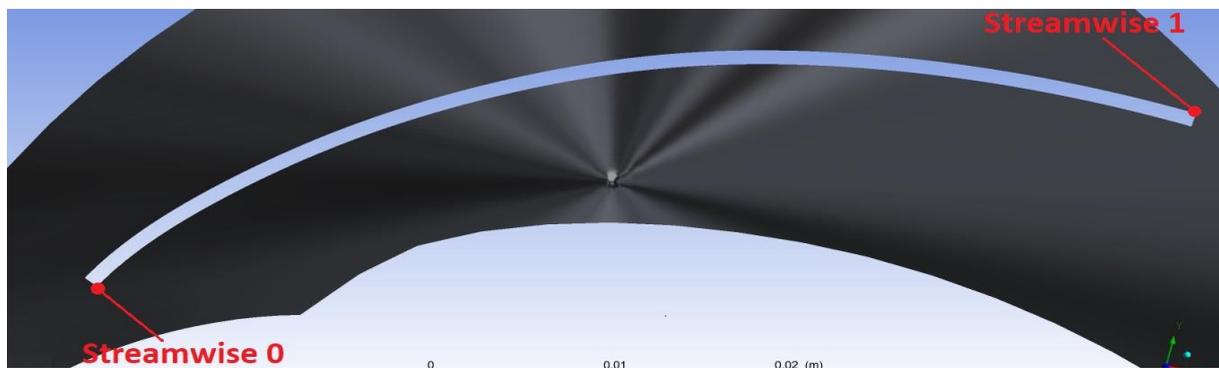


Figure 6.33. Posizione *Streamwise 0* e *Streamwise 1*.

Per apprezzare meglio questo “disturbo” si consideri ad esempio il “gradino” iniziale della pala della prima girante, con riferimento alle Figura 6.34 e Figura 6.35 (a sinistra): nella zona centrale si ha un massimo di pressione adimensionale (e quindi di pressione statica), tale pressione va poi diminuendo spostandosi verso il dorso e verso il ventre.

Risulta interessante osservare, come al diminuire della pressione statica corrisponde un aumento di velocità relativa (Figura 6.35).

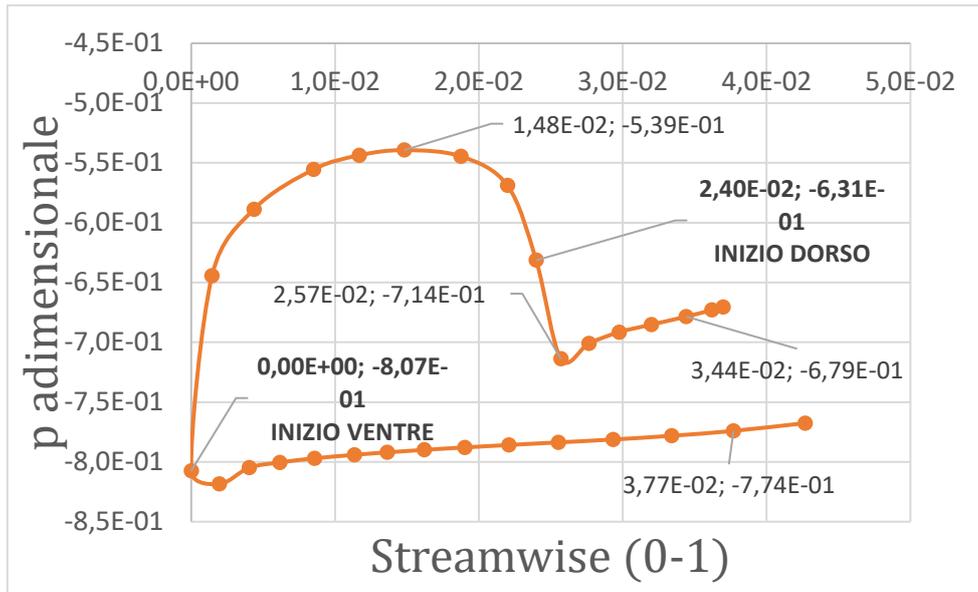


Figure 6.34. Andamento pressione adimensionale inizio pala.

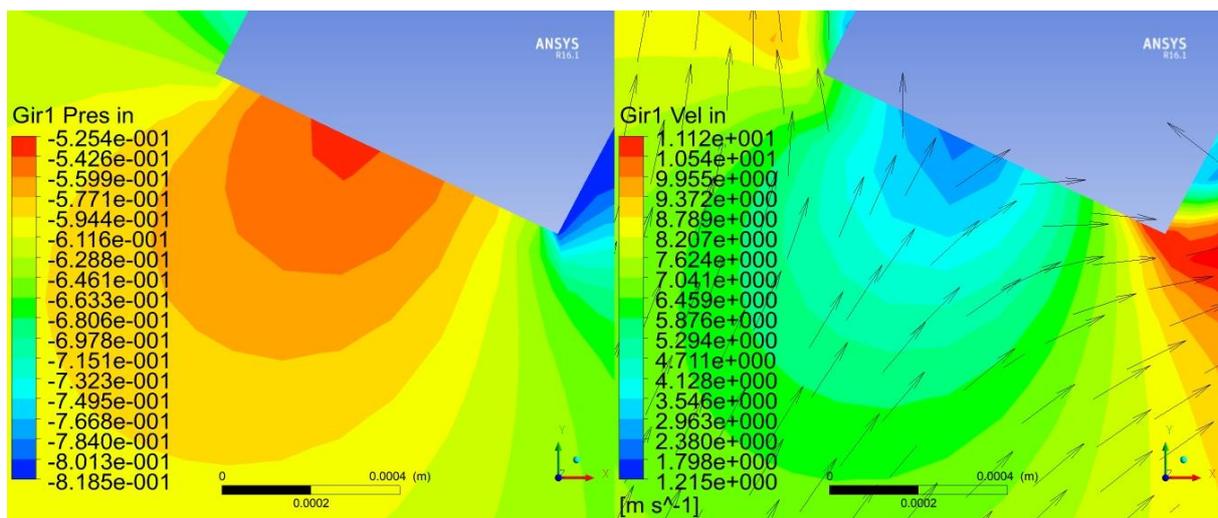


Figure 6.35. Andamento pressione adimensionale inizio pala (figura a sinistra), andamento velocità inizio pala (Figura a destra).

### 6.3.3. Funzionamento a $\phi_{max} = 0,21$ .

Nel caso di funzionamento a  $\phi_{max}$  la pompa funziona con una portata volumetrica differente da quella di progetto, quindi la direzione del flusso si discosterà da quella ottimale che si aveva nel caso precedente.

Per valutare il campo di moto nella prima girante, ad esempio con R152a (Figura 3.36), ci si avvale di una *Turbo Surface* posizionata a metà della girante; è dunque possibile fare le seguenti osservazioni:

- la direzione delle velocità relative risulta prossima a quella ottimale nella zona delle velocità più elevate (tra 14,4 e 17,4 m/s),
- nell'area delle basse velocità (tra 1,48 e 6,46 m/s) il flusso subisce una deviazione significativa,
- una perdita per incidenza nel punto iniziale della pala, infatti le linee di corrente non riescono a seguire il contorno della superficie palare.

Considerazioni analoghe valgono per i fluidi acqua e R141b.

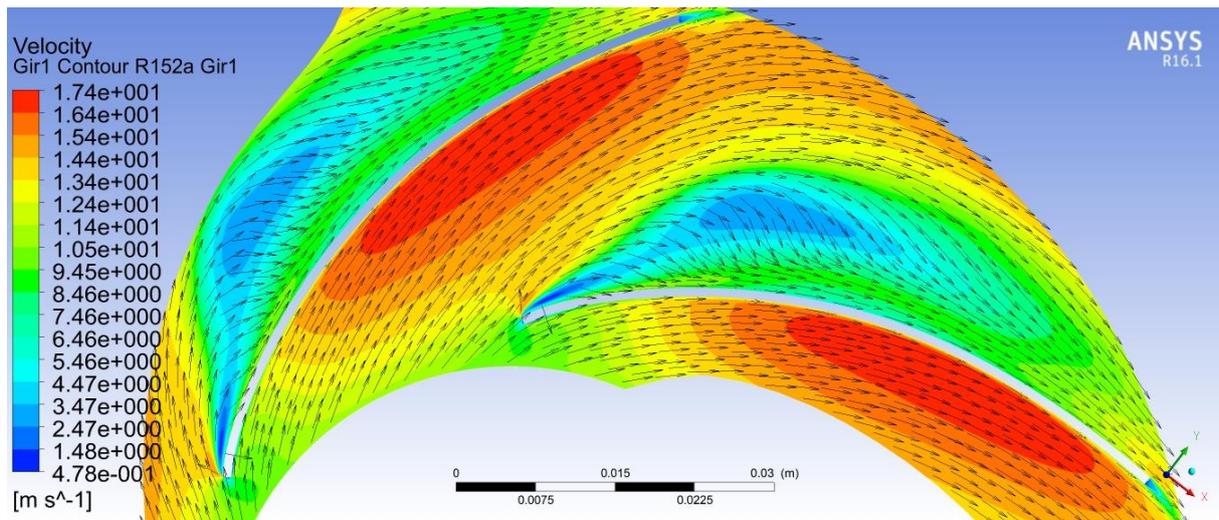


Figure 6.36. Campo di moto del'R152a nella prima girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{max}$ .

Per quanto concerne i valori di  $h_t$ ,  $h$  e  $\eta_{idr}$  della prima girante, questi sono riportati in Tabella 6.9.

Tabella 6.9.  $h_t$ ,  $h$  e  $\eta_{idr}$  relativi alla prima girante nel caso di  $\phi_{max}$ .

		<b>Acqua</b>	<b>R141b</b>	<b>R152a</b>
$h_t$ gir1	m	14,37	14,42	14,45
$h$ gir1	m	11,69	11,99	12,15
$\eta_{idr}$ gir1	-	0,81	0,83	0,84

Per quanto concerne le componenti della velocità assoluta in uscita del condotto di adduzione (ossia nella zona di ingresso della prima girante), come mostrato in Tabella 6.10, la componente circonferenziale è nulla, mentre la variazione della componente radiale tra i diversi fluidi è minima (compresa tra 0,0 e 0,01 m/s).

**Tabella 6.10.** Componenti della velocità assoluta in ingresso della prima girante nel caso di  $\phi_{max}$ .

		<b>Acqua</b>	<b>R141b</b>	<b>R152a</b>
$C_{u2\ gir1}$	<i>m/s</i>	0,00	0,00	0,00
$C_{r2\ gir1}$	<i>m/s</i>	5,02	5,02	5,01
$C_{a2\ gir1}$	<i>m/s</i>	6,82	6,85	6,85

Il fluido in uscita dalla prima girante entra nel primo riconvogliatore, anche in questo caso l'aspetto interessante riguarda l'effetto che questo ha sulle componenti della velocità assoluta; infatti tali componenti, calcolate come media ponderata sulla portata, valutate sulla sezione di uscita (coincidente con l'ingresso della seconda girante), variano significativamente a seconda del fluido considerato.

In particolare, come mostrato in Tabella 6.11, si ha che:

- la componente circonferenziale  $C_{u2}$ , che risulta in ogni caso non nulla (a differenza di quanto accade in ingresso della prima girante), ha una variazione massima di 0,08 *m/s* tra R141b e R152a,
- la componente radiale  $C_{r2}$ , che risulta in tutti casi diversa da zero, ha una variazione massima di 0,04 *m/s* tra R141b (o R152a) e acqua.

**Tabella 6.11.** Componenti della velocità assoluta in ingresso della seconda girante nel caso di  $\phi_{max}$ .

		<b>Acqua</b>	<b>R141b</b>	<b>R152a</b>
$C_{u2\ gir2}$	<i>m/s</i>	3,57	3,61	3,53
$C_{r2\ gir2}$	<i>m/s</i>	5,30	5,34	5,34
$C_{a2\ gir2}$	<i>m/s</i>	4,61	4,48	4,37

Per quanto concerne i campi di moto relativi alla seconda girante, anche in questo caso, sono stati valutati considerando le velocità relative su una *Turbo Surface* posta a metà della girante (Figura 6.37, Figura 6.38 e Figura 6.39).

La direzione del flusso in ingresso e nel canale risulta peggiore rispetto a quella che si ha nella prima girante, in particolare questo comporta una peggiore incidenza del fluido sulla pala soprattutto nel punto di inizio rispetto al quale la direzione della velocità relativa risulta più verticale, a questo consegue una vasta area di basse velocità (tra 5,0 e 6,0 *m/s*) dove il fluido inverte la sua direzione formando un vortice.

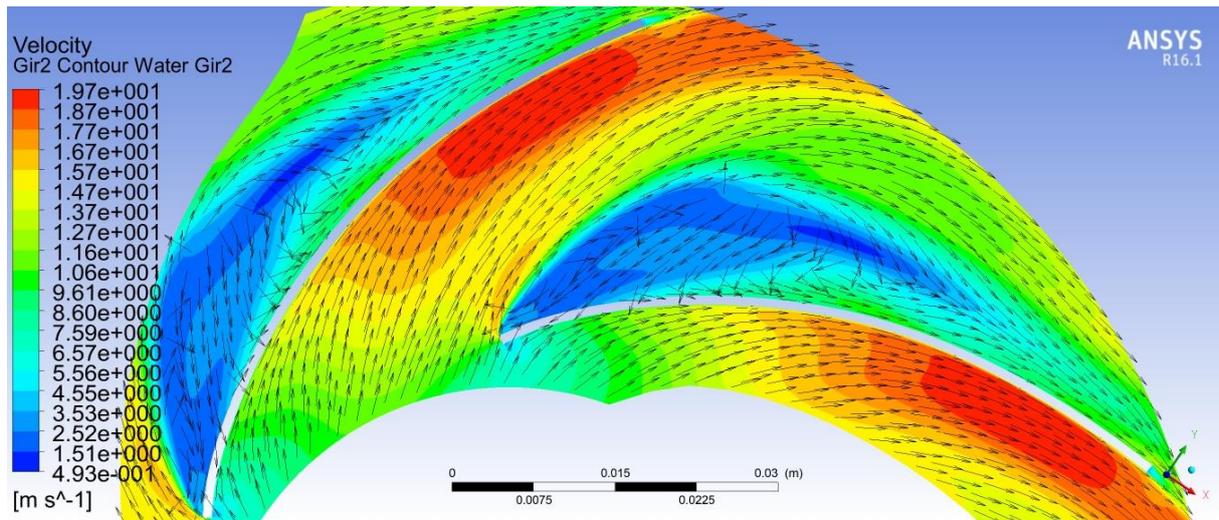


Figura 6.37. Campo di moto dell'acqua nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{max}$ .

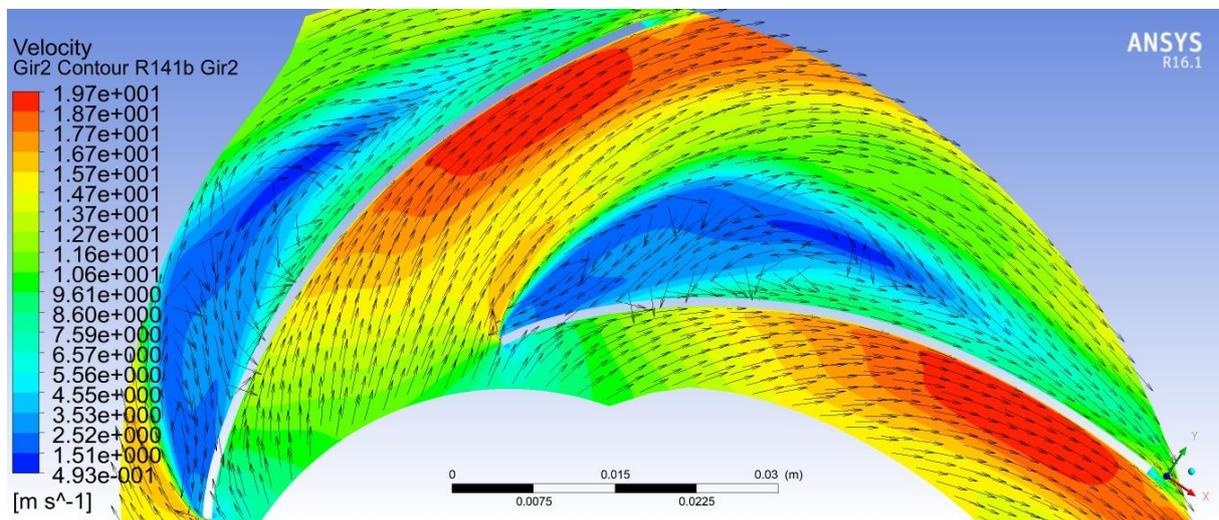


Figura 6.38. Campo di moto del R141b nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{max}$ .

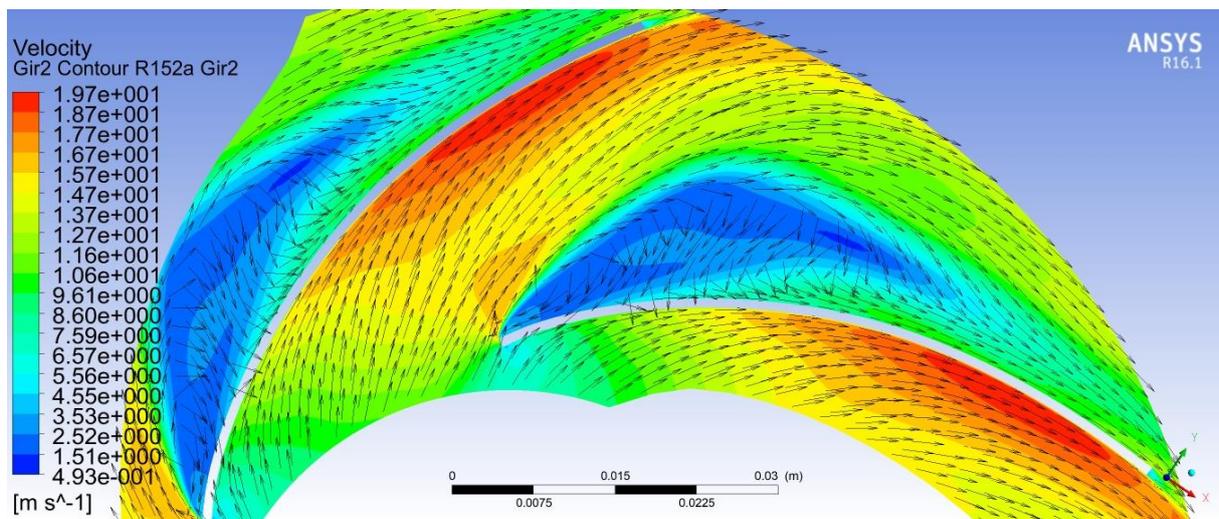


Figura 6.39. Campo di moto del R152a nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{max}$ .

Per quanto concerne i valori di  $h_t$ ,  $h$ ,  $\Delta p_{tot}$  e  $\eta_{idr}$  della seconda girante, questi sono riportati in Tabella 6.12. I valori  $h$  e  $\Delta p_{tot}$  sono legati dalla relazione  $\Delta p_{tot} = \rho gh$ , anche in questo a causa delle differenti densità dei fluidi si ha che ad esempio l'R152a che ha la massima prevalenza, ha l'incremento di pressione totale minore, viceversa per l'R141b.

Tabella 6.12.  $h_t$ ,  $h$ ,  $\Delta p_{tot}$  e  $\eta_{idr}$  relativi alla seconda girante nel caso di  $\phi_{max}$ .

		<b>Acqua</b>	<b>R141b</b>	<b>R152a</b>
$h_t$ gir2	m	9,71	9,43	10,00
$h$ gir2	m	5,37	5,35	5,97
$\Delta p_{tot}$ gir2	kPa	52,45	64,25	51,94
$\eta_{idr}$ gir2	-	0,55	0,57	0,60

Per quanto riguarda le variazioni  $\Delta p_{tot}$  sono rappresentate nelle Figure 6.40, 6.41 e 6.42. In ciascuna delle figure suddette si osserva, come nei casi precedenti, un costante aumento della pressione totale, che termina poco prima della sezione di uscita (nella zona dove terminano le pale); infatti in tale zona si ha una lieve riduzione di pressione. Differentemente dai casi precedenti, l'incremento di pressione è molto meno intenso e meno stratificato.

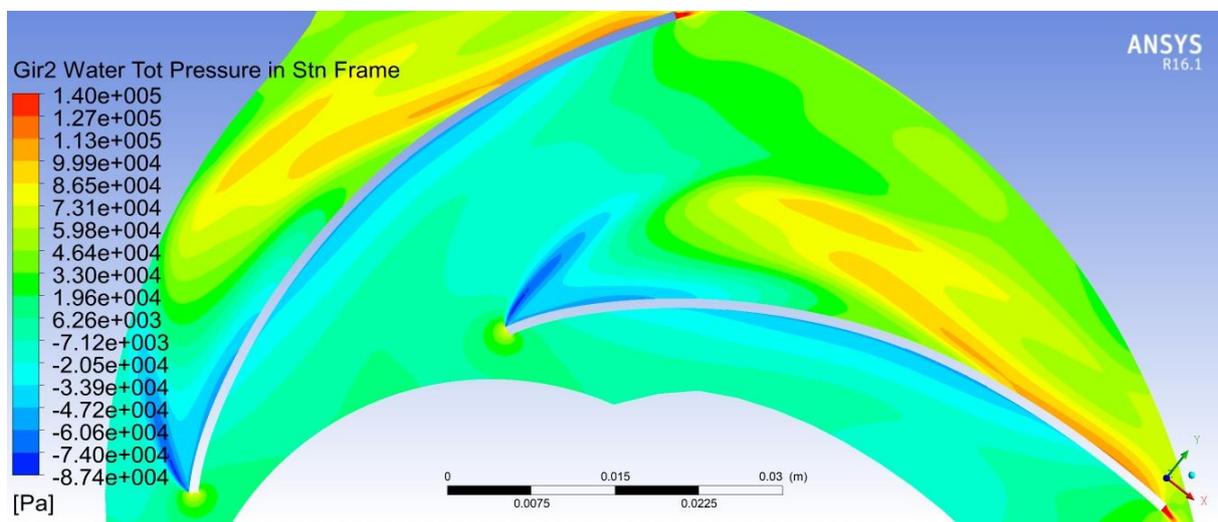


Figure 6.40.  $\Delta p_{tot}$  per l'acqua nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{max}$

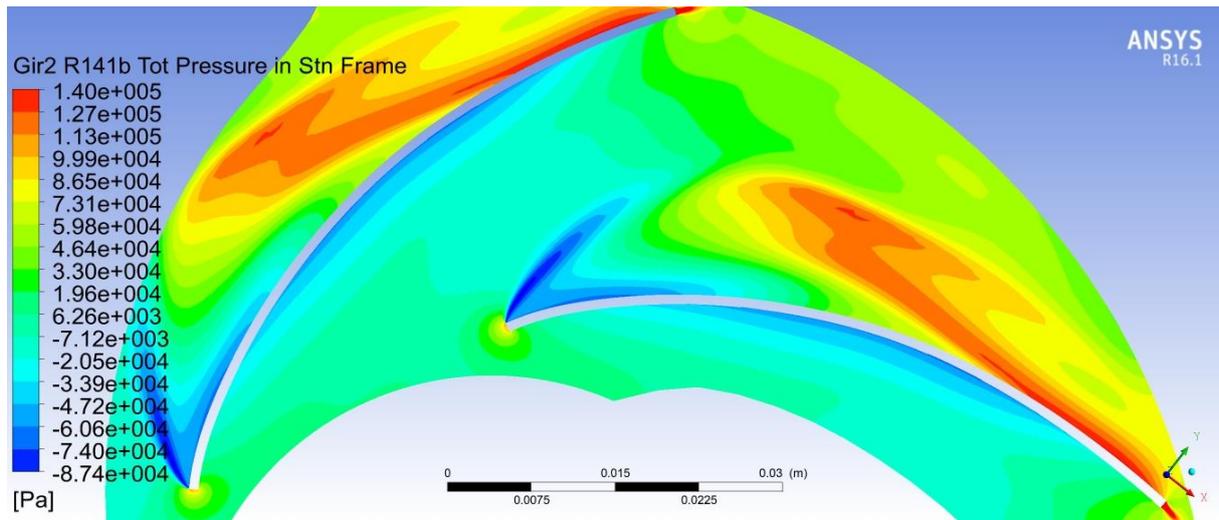


Figure 6.41.  $\Delta p_{tot}$  per l'R141b nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{max}$

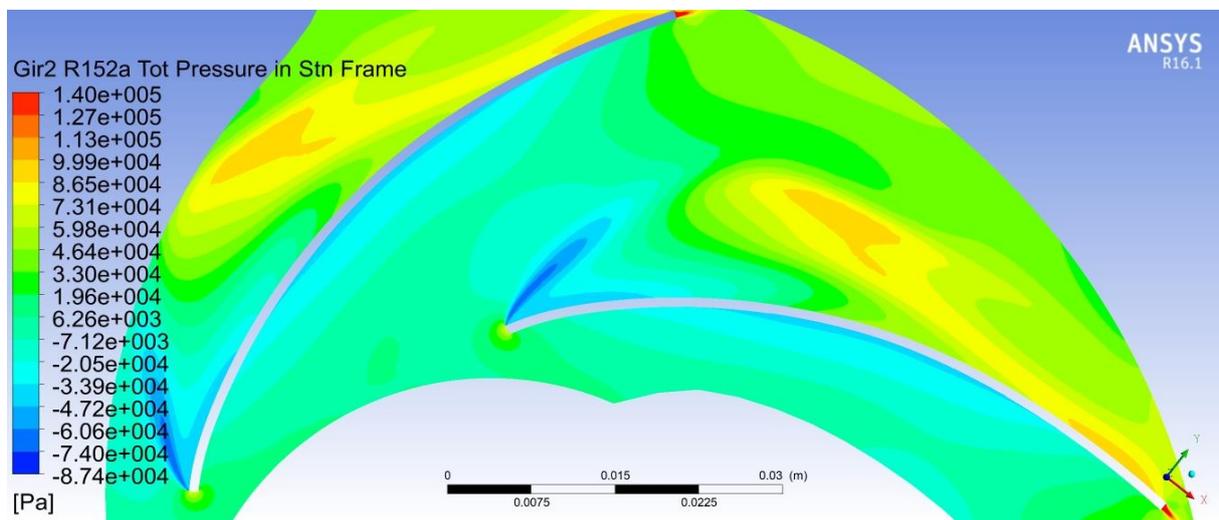


Figure 6.42.  $\Delta p_{tot}$  per l'R152a nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{max}$

Restano da valutare i carichi palari per ciascuna delle due giranti, per calcolare tali carichi ci si avvale della relazione 6.2.

Nella prima girante (Figura 6.43) si ha che:

- i carichi palari dei diversi fluidi risultano lievemente traslati gli uni con gli altri,
- in tutti i casi, dopo il “disturbo”, il dorso è per un breve tratto iniziale in depressione e successivamente intorno alla *Streamwise* 0.15, la pressione cambia così da diventare il lato sovrappressione.

Nella seconda girante (Figura 6.44) si ha che in tutti i casi, il dorso ha il tratto iniziale in depressione e successivamente intorno alla *Streamwise* 0.3, la pressione cambia così da diventare il lato sovrappressione.

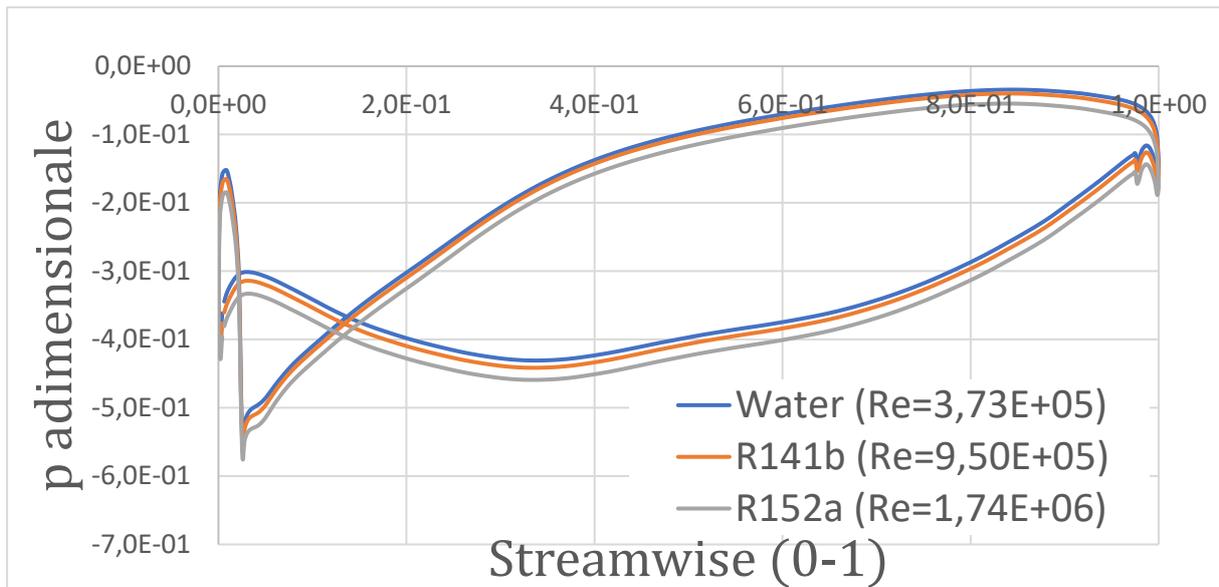


Figure 6.43. Carichi palari nella prima girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{max}$

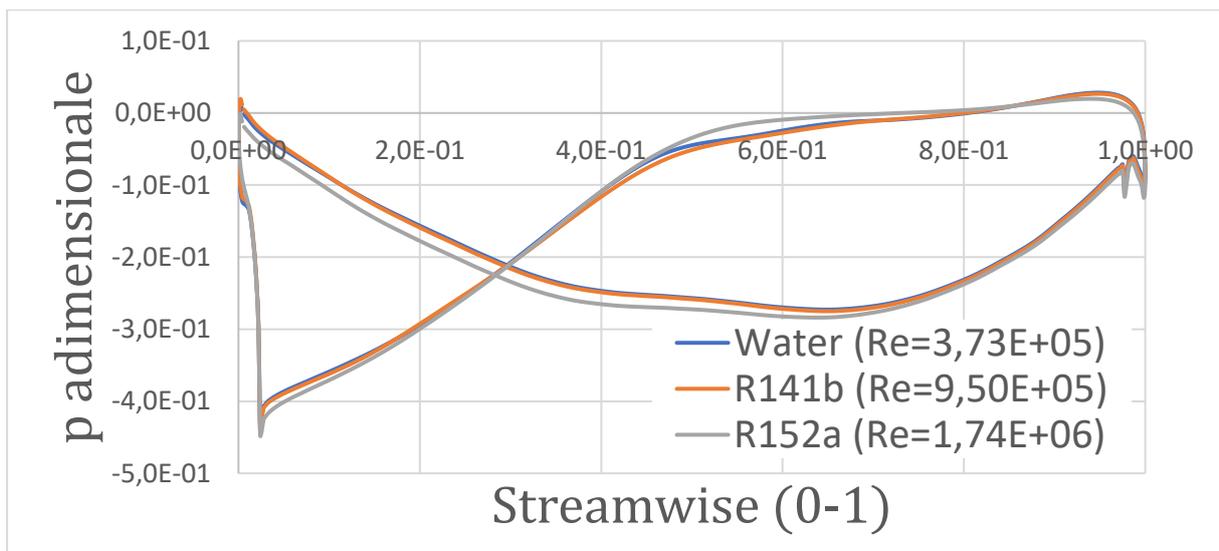


Figure 6.44. Carichi palari nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{max}$

## 6.4. Moto turbolento pienamente sviluppato e rendimento

Ricordando quanto scritto in § 6.3, si ha che nell'analisi eseguita per i diversi fluidi si verificano:

- Similitudine geometrica poiché la pompa è simile a sé stessa, dunque  $Nf = costante$
- Similitudine cinematica dunque  $\phi = costante$

Dunque, se il moto della corrente fluida fosse in condizioni di moto turbolento pienamente sviluppato con valori di  $Re$  elevati quest'ultimo non influenzerebbe più le perdite di carico e la similitudine dinamica non sarebbe più necessaria per avere similitudine fluidodinamica.

In questo caso allora si avrebbe:

$$\eta_{idr} = costante \quad (6.3)$$

Per aumentare  $Re$  una possibilità è quella di aumentare le velocità del fluido, per fare questo si può ad esempio aumentare il regime di rotazione del fluido.

### 6.4.1. Incremento del numero di giri per l'R134a

Considerando la macchina in esame, la quale funziona a 2900 *giri/minuto*, ne è stato variato il regime di rotazione considerando 600, 5200 e 9000 *giri/minuto*. Per ciascun regime di rotazione i valori di velocità angolare  $\omega$  e di velocità periferica  $u_1$  sono riportati in Tabella 6.13

Tabella 6.13. Valori di  $\omega$  e  $u_1$  al variare del numero di giri.

$n$	$\omega$	$u_1$
<i>giri/min</i>	<i>rad/s</i>	<i>m/s</i>
600	62,8	3,93
2900	303,7	19,0
5200	544,5	34,1
9000	942,5	59,0

Come fluido si è considerato l'R134a e per determinare una sua portata volumetrica  $Q_1$  associata al regime di rotazione  $n_1$ , equivalente alla portata  $Q_2$  associata al regime di rotazione  $n_2$ , ci si avvale della seguente relazione:

$$Q_1 = \frac{n_1}{n_2} Q_2 \quad (6.4)$$

Gli andamenti di  $\psi$ ,  $\Pi$  e  $\eta_{idr}$  sono riportati rispettivamente in Figura 6.45, 6.46 e 6.47

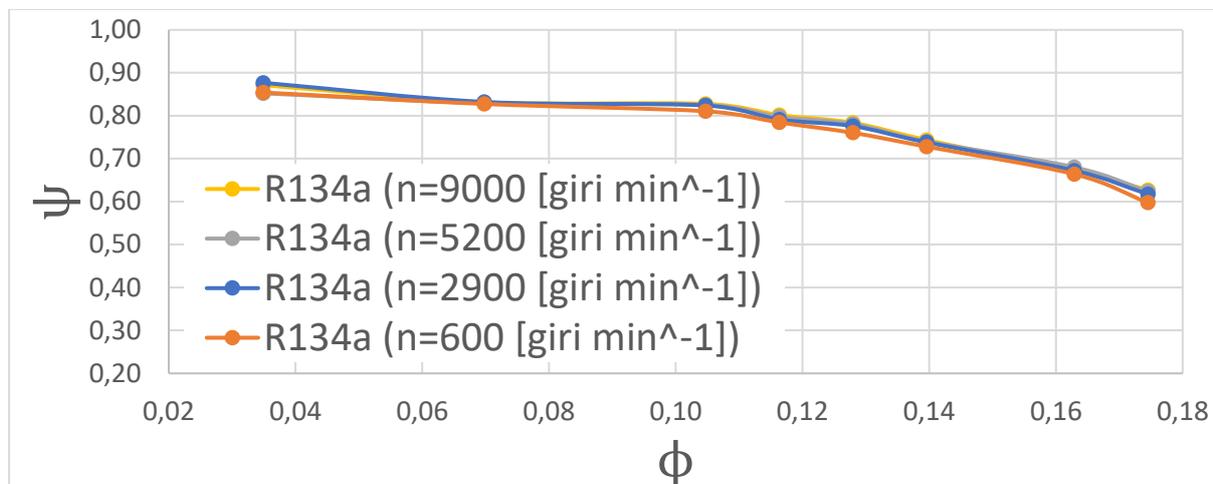


Figura 6.45. Curva  $\psi$  per diversi regimi di rotazione.

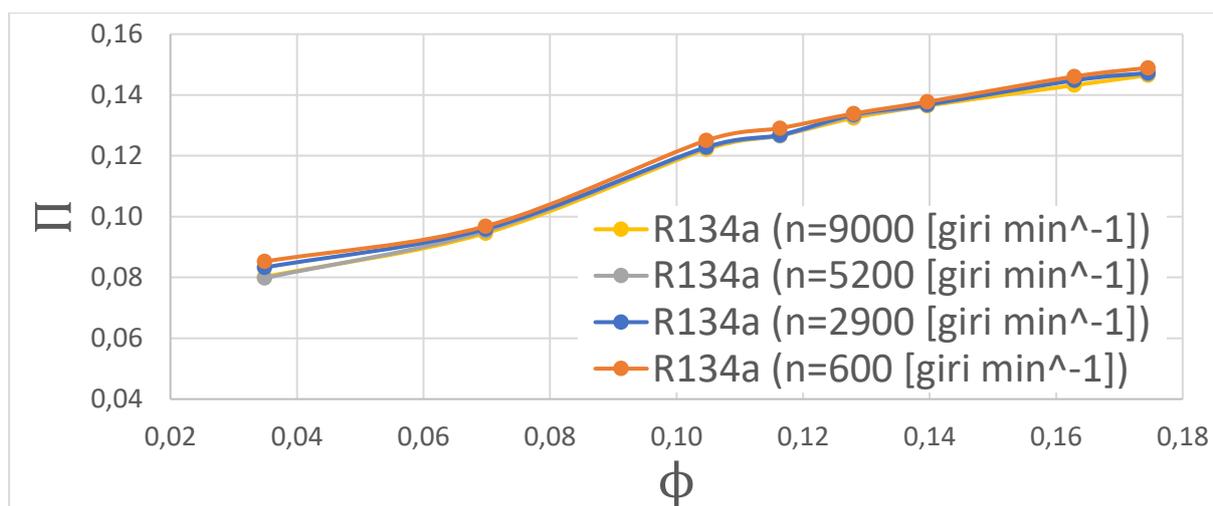


Figura 6.46. Curva  $\Pi$  per diversi regimi di rotazione.

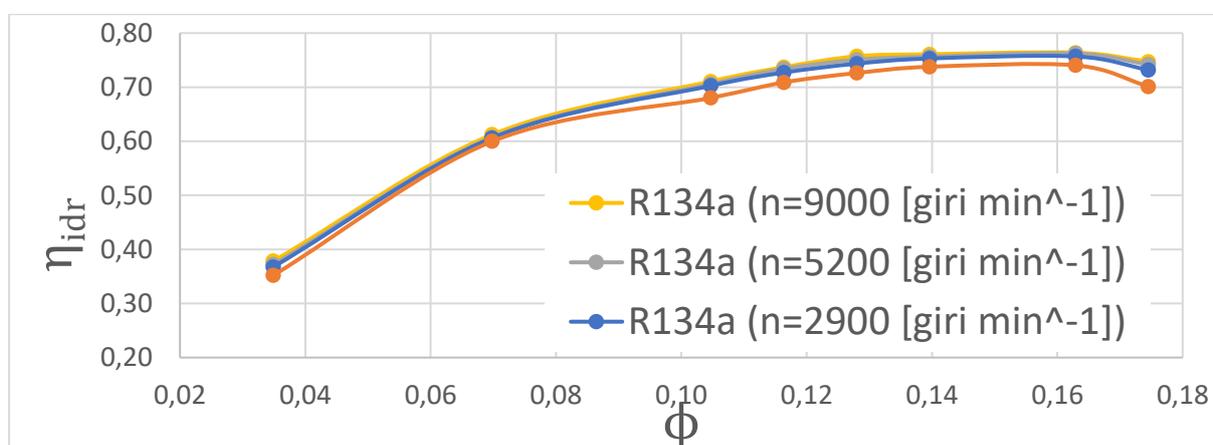


Figura 6.47. Curva  $\eta_{idr}$  per diversi regimi di rotazione.

Come si può osservare dalla Figura 6.48, la curva dei rendimenti più instabile è quella associata al regime di rotazione più basso e dunque con i minori  $Re_{in}$ .

#### 6.4.2. Andamento del rendimento massimo al variare del numero di giri

Il numero di Reynolds calcolato sulla sezione di ingresso della macchina è dato dalla relazione:

$$Re_{in} = \frac{\text{Forze di inerzia}}{\text{Forze viscosive}} = \frac{\rho u_{in} d_{in}}{\mu} = \frac{u_{in} d_{in}}{\nu} \quad (6.5)$$

dove  $\rho$  è la densità,  $u_{in}$  è il valore della velocità mediato sulla portata,  $d_{in}$  è il diametro della sezione di ingresso,  $\mu$  è la viscosità dinamica e  $\nu$  è la viscosità cinematica.

Il valore massimo del rendimento idraulico per ogni regime di rotazione si ha in corrispondenza di  $\phi_{bep} = 0.16$ ; al fine dell'analisi finora condotta risulta interessante valutare l'andamento di tale rendimento al variare del  $Re_{in}$ , riportato in Figura 6.48

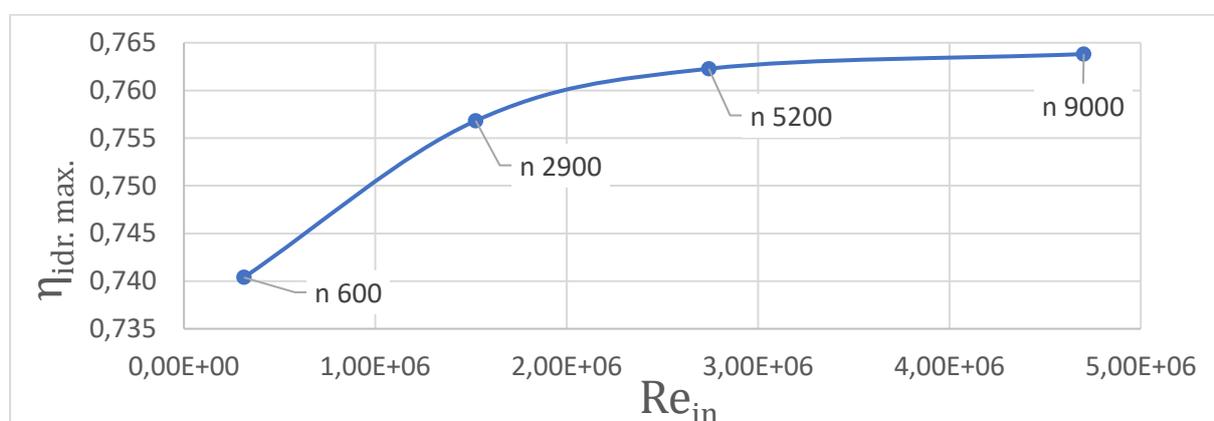


Figura 6.48. Andamento di  $\eta_{max}$  al variare di  $Re_{in}$ .

Si può osservare in Figura 6.48 come, per i bassi valori del numero di Reynolds (bassi regimi di rotazione) il moto turbolento non è pienamente sviluppato e il rendimento aumenta rapidamente con  $Re_{in}$ .

Quando le forze di inerzia tendono a predominare su quelle viscosive il numero di Reynolds aumenta (elevati regimi di rotazione), il moto turbolento tende a diventare pienamente sviluppato e il rendimento aumenta meno rapidamente con l'aumentare di  $Re_{in}$  finché diventa asintotico al valore 0,765.

### 6.4.3. Campi di moto e Carichi palari per i regimi 600, 2900 e 9000 giri

Con riferimento alla Figura 6.48, le variazioni più significative tra i massimi rendimenti idraulici si hanno per i regimi di rotazione 600, 2900 e 9000 *giri/minuto*, dunque risulta interessante andare a studiare i campi di moto e i carichi palari nel caso di  $\phi_{bep} = 0.16$  per ciascuno dei regimi suddetti.

Prima di valutare l'andamento dei campi di moto associati alle velocità relative, risulta necessario rendere tali velocità confrontabili tra di loro; per fare questo si introduce il valore di velocità relativa adimensionale:

$$W_{adimensionale} = \frac{w}{u_1} \quad (6.6)$$

Nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ , la pompa opera in condizioni ottimali per ciascun regime di rotazione: infatti il campo di moto nella prima girante risulta essere ottimale come mostrato in Figura 6.49, dove questo è stato valutato mediante i vettori velocità relativa considerando una *Turbo Surface* posta in una posizione intermedia della girante. Si possono osservare i seguenti aspetti nel caso di funzionamento a 600 *giri/minuto*:

- in direzione trasversale si ha una riduzione di velocità adimensionale, la quale è massima sul ventre di una pala (circa 0,78) ed è minima sul dorso dell'altra (circa 0,25 *m/s*),
- in ingresso vi è una perdita per incidenza minima (Figura 6.50) con una conseguente lieve accelerazione nella parte inferiore della pala (le velocità adimensionali passano da circa 0,25 a circa 0,70)

Per quanto concerne gli altri regimi di rotazione valgono considerazioni analoghe.

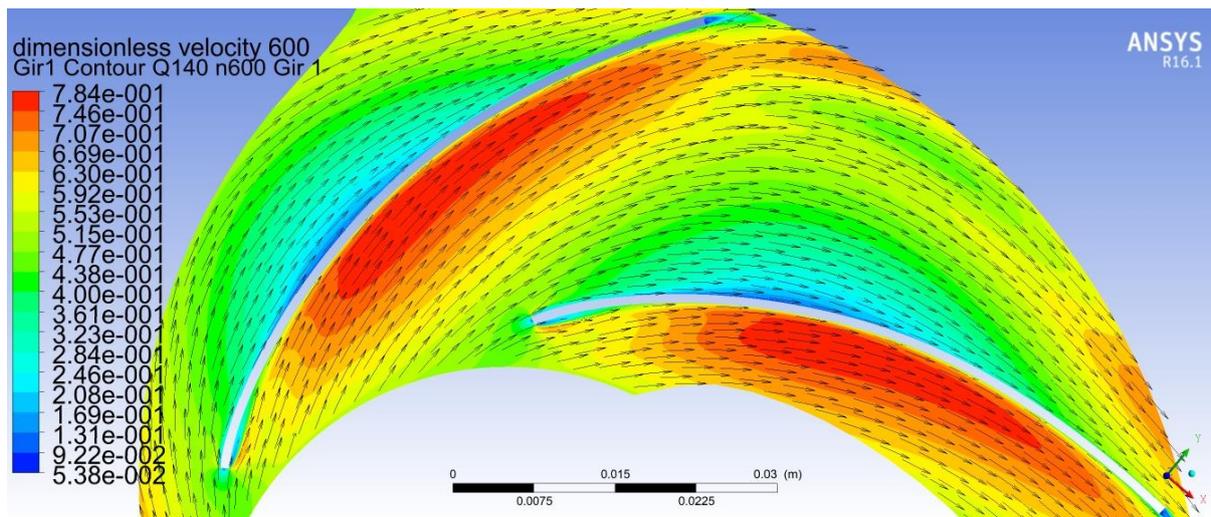


Figura 6.49. Campo di moto del R134a nella prima girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ , per il regime di rotazione di 600 giri/minuto.

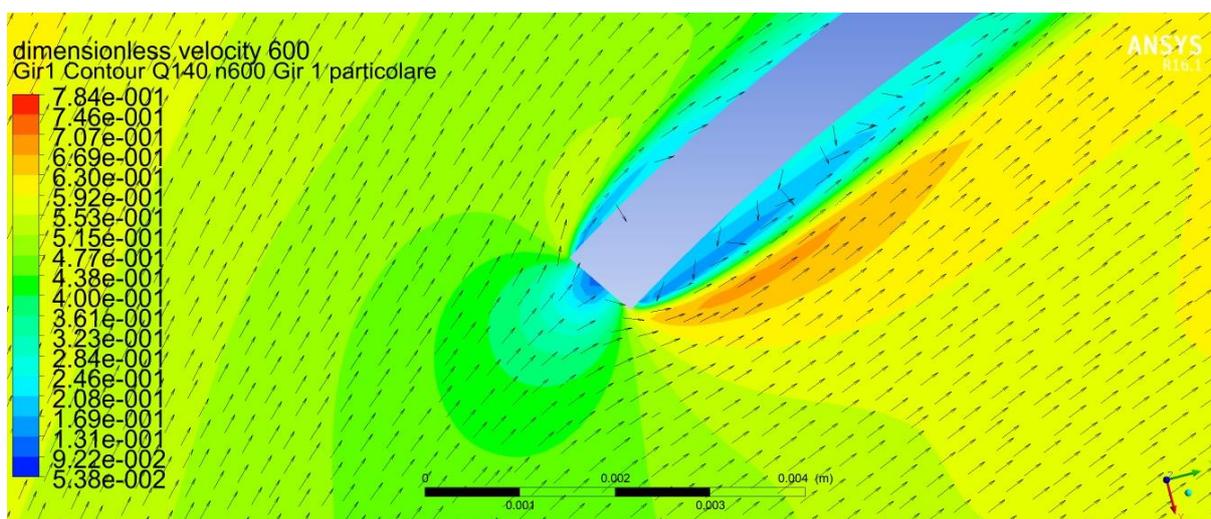


Figura 6.50. Perdita per incidenza minima in ingresso girante per l'R134a nella prima girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ , per il regime di rotazione di 600 giri/minuto.

Per poter effettuare un confronto tra le componenti della velocità assoluta in uscita del condotto di adduzione (ossia nella zona di ingresso della prima girante) è necessario introdurre una velocità assoluta adimensionale:

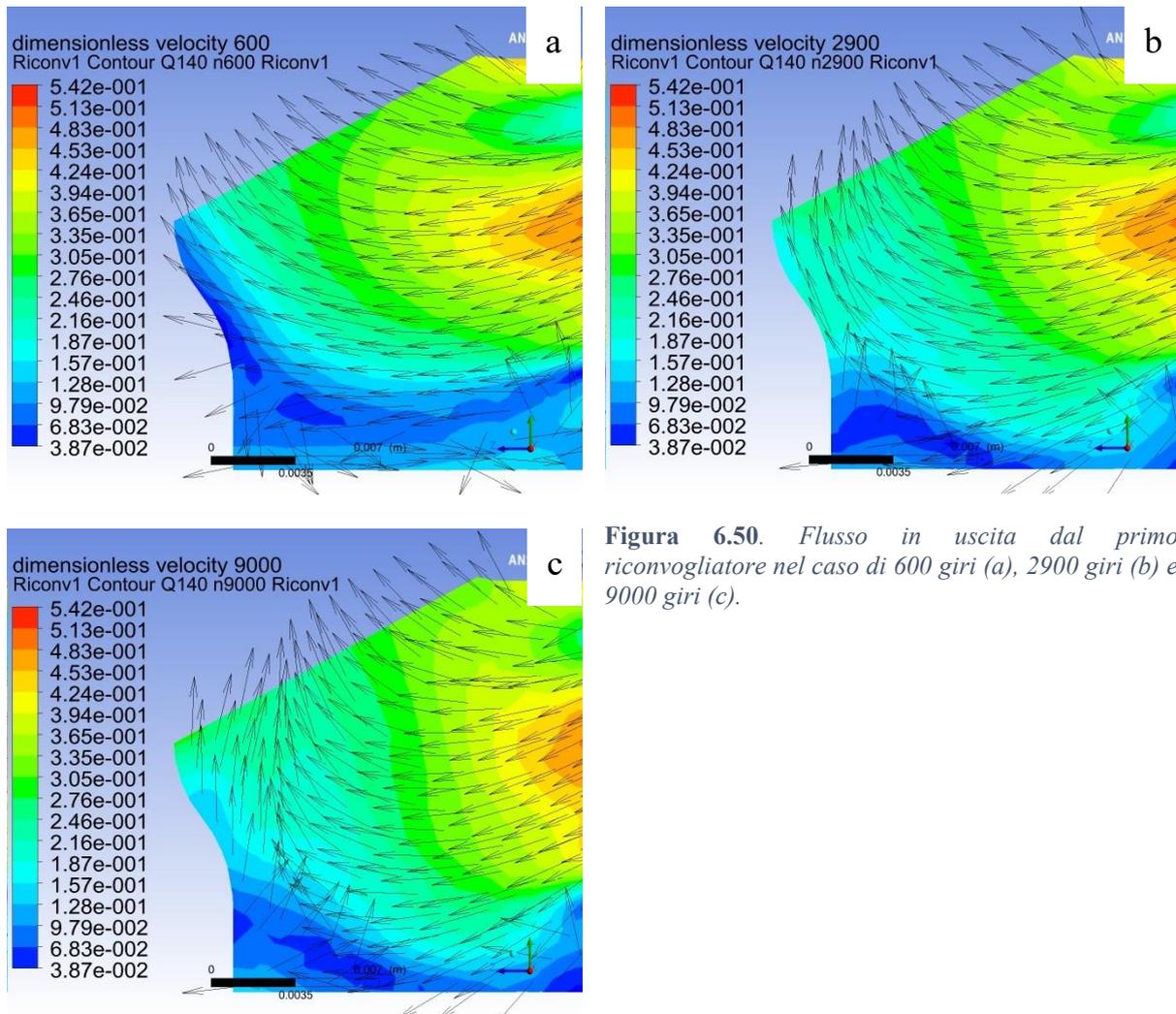
$$C_{adimensionale} = \frac{c}{u_1} \quad (6.7)$$

come mostrato in Tabella 6.14 ogni componente risulta costante per i differenti regimi di rotazione.

**Tabella 6.14.** Componenti della velocità assoluta adimensionale in ingresso della prima girante per i diversi regimi di rotazione.

	<b>600 giri/min</b>	<b>2900 giri/min</b>	<b>9000 giri/min</b>
$C_{u2}$ adimen gir1	0,00	0,00	0,00
$C_{r2}$ adimen gir1	0,20	0,20	0,20
$C_{a2}$ adimen gir1	0,28	0,28	0,28

Il fluido dalla prima girante viene inviato nel primo convogliatore, quando raggiunge l'uscita di tale riconvogliatore tende ad assumere una direzione meno assiale con l'aumentare del regime di rotazione. Quanto appena affermato lo si può apprezzare qualitativamente considerando un piano intermedio posto nel primo riconvogliatore come mostrato nelle Figure 6.50 a, 6.50 b, 6.50 c., dove la direzione assiale è quella dell'asse z,



**Figura 6.50.** Flusso in uscita dal primo riconvogliatore nel caso di 600 giri (a), 2900 giri (b) e 9000 giri (c).

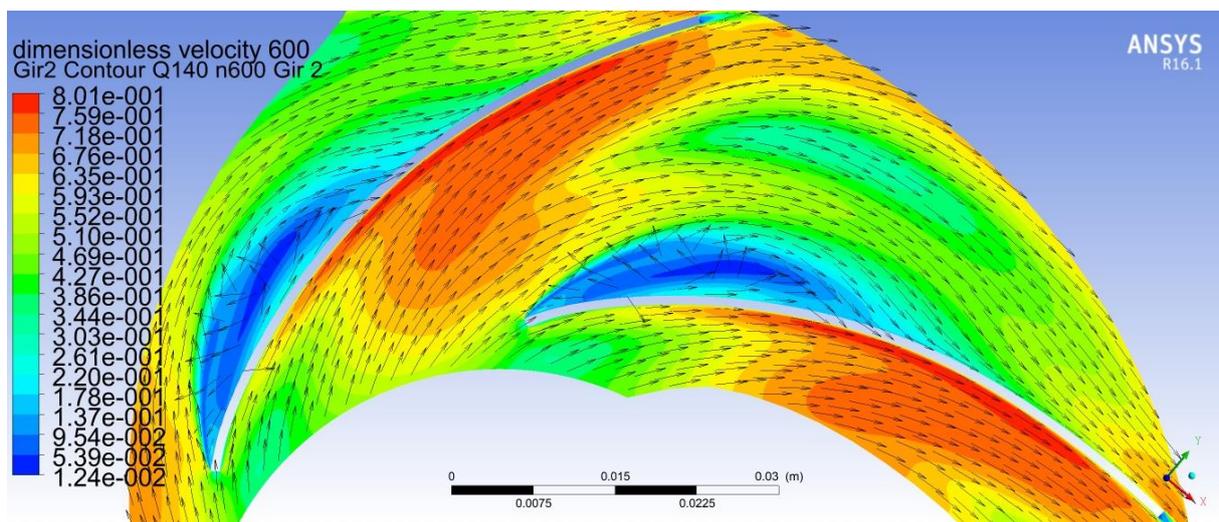
mentre quantitativamente si possono calcolare le componenti adimensionali della velocità assoluta in uscita del primo riconvogliatore mostrate in Tabella 6.15, nella quale si nota che l'unica componente che varia è quella assiale.

**Tabella 6.15.** Componenti adimensionale della velocità assoluta in ingresso della seconda girante per i diversi regimi di rotazione.

	<b>600 giri/min</b>	<b>2900 giri/min</b>	<b>9000 giri/min</b>
$C_{u2}$ adimen gir2	0,13	0,13	0,13
$C_{r2}$ adimen gir2	0,22	0,22	0,22
$C_{a2}$ adimen gir2	0,19	0,17	0,16

I campi di moto relativi alla seconda girante, anche in questo caso, sono stati valutati considerando le velocità relative adimensionali su una *Turbo Surface* posta a metà della girante (Figura 6.51, Figura 6.52 e Figura 6.53).

La direzione del flusso in ingresso e nel canale è peggiorata in confronto a quanto avviene nella prima girante, si può notare come l'incidenza nel punto di inizio si discosti sensibilmente da quella ottimale; questo determina una zona di bassa velocità sul dorso della pala nella quale il fluido forma un vortice (velocità adimensionali comprese tra 0,012 e 0,26): questo risulterà tanto più esteso quanto maggiore è il regime di rotazione.



**Figura 6.51.** Campo di moto del R134a nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ , per il regime di rotazione di 600 giri/minuto.

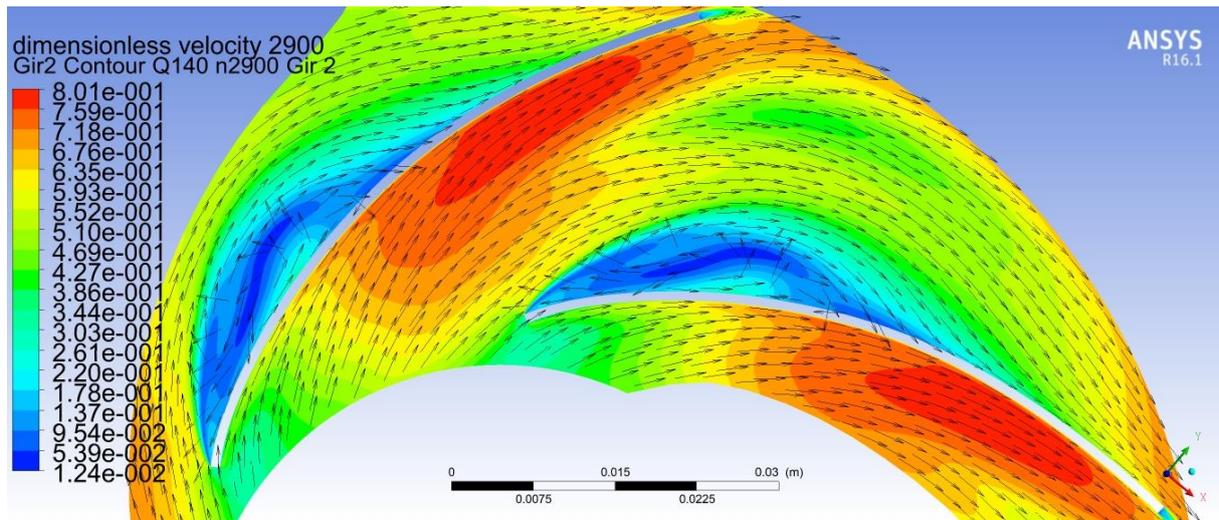


Figura 6.52. Campo di moto del R134a nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ , per il regime di rotazione di 2900 giri/minuto.

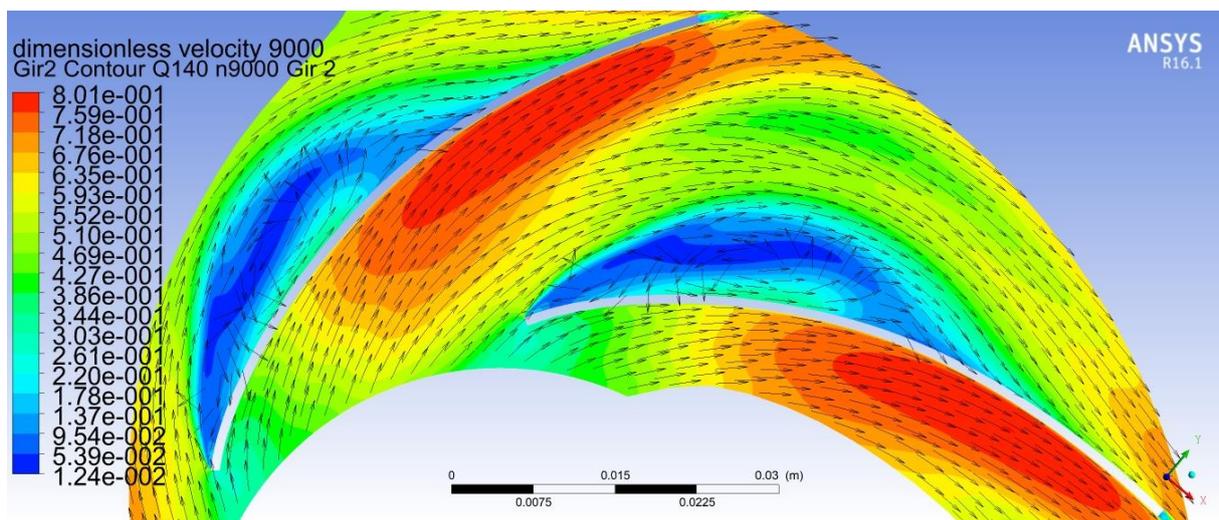


Figura 6.53. Campo di moto del R134a nella seconda girante nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ , per il regime di rotazione di 9000 giri/minuto.

Per la valutazione dei carichi palari ci si avvale, anche in questo caso, della pressione adimensionale data dall'equazione 6.2.

Nella prima girante si ha che i carichi palari collimano, in particolare il dorso risulta essere in sovrappressione mentre il ventre in depressione su tutta la lunghezza della pala.

Nella seconda girante si ha che:

- in tutti i casi, il dorso dopo il “disturbo” è per un breve tratto iniziale in depressione e successivamente intorno alla *Streamwise* 0.1, la pressione cambia così da diventare il lato sovrappressione;

- per quanto concerne l'andamento dei carichi si ha che sul dorso l'andamento della pressione diventa instabile nella zona dove si formava il vortice e tale instabilità occupa una lunghezza tanto maggiore quanto più alto risulta il regime di rotazione.

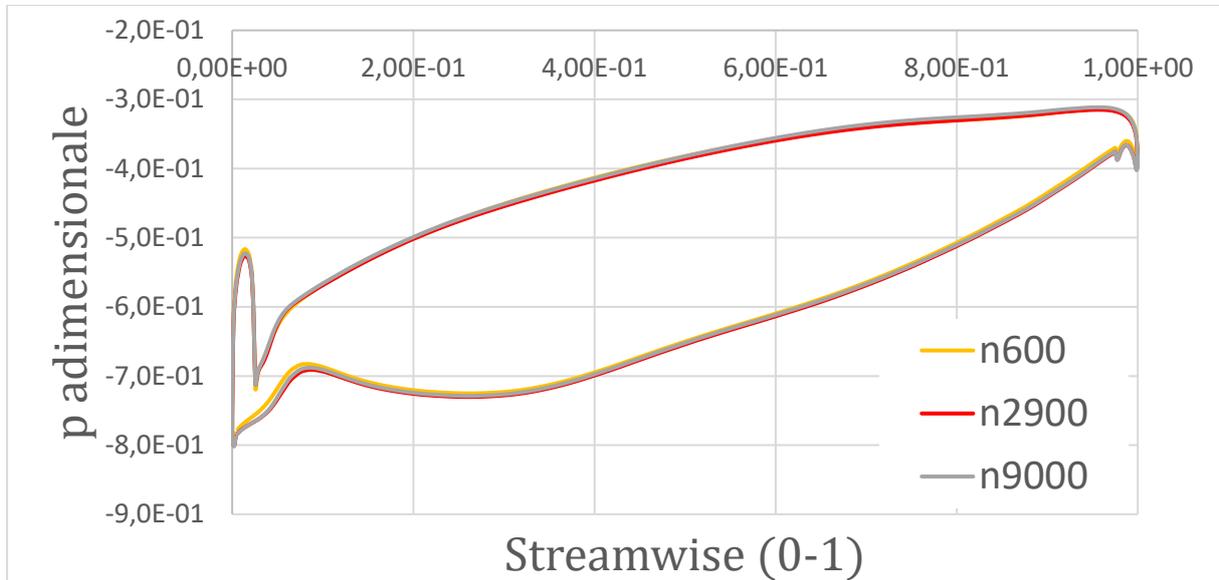


Figure 6.54. Carichi palari nella prima girante per i vari regimi di rotazione nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ .

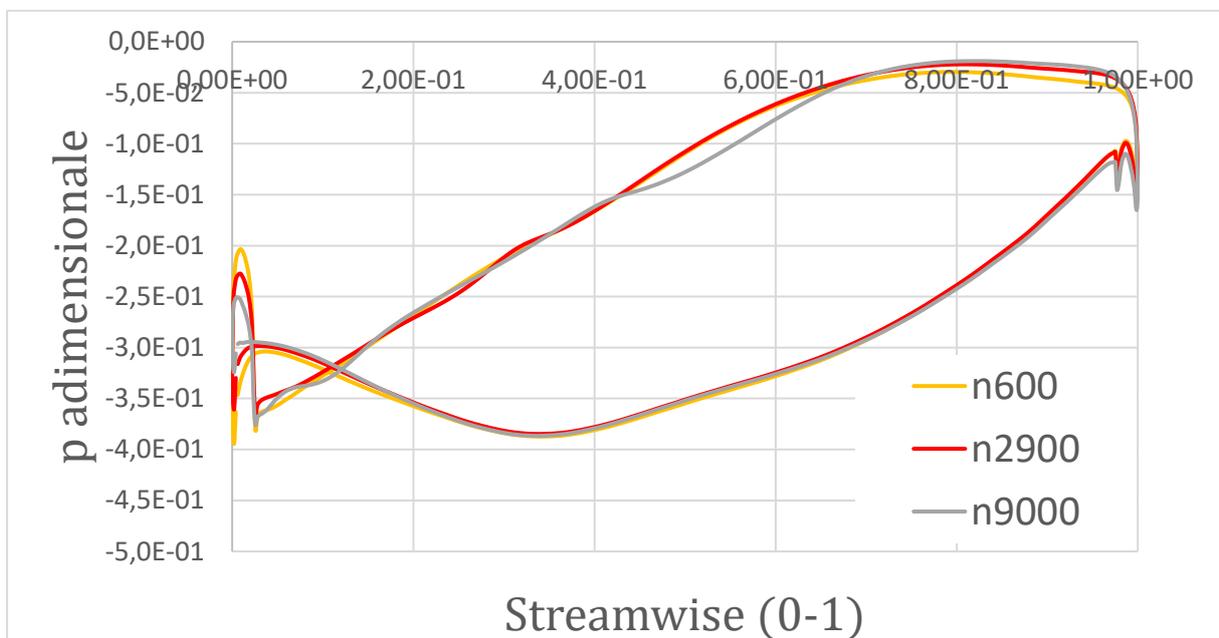


Figure 6.55. Carichi palari nella seconda girante per i vari regimi di rotazione nel caso di funzionamento a  $\phi_{bep}$ .

# Conclusioni

In questa tesi si è partiti con un modello numerico di una pompa, precedentemente testato per il fluido acqua, del quale è ben noto il rendimento; si è voluto valutare se tale rendimento subisca variazioni cambiando fluido operativo.

Dai risultati ottenuti si è visto che essendo, in condizioni di moto turbolento non pienamente sviluppato, l'efficienza della macchina varia con il numero di Reynolds e quindi con il fluido operativo. Questo aspetto è di particolare interesse poiché di norma viene trascurato in quanto si assume che nelle macchine idrauliche come le pompe, il moto sia turbolento pienamente sviluppato.

La tecnica CFD ha dimostrato ancora una volta tutte le sue potenzialità, riuscendo a risolvere modelli complessi come quello oggetto della tesi; in particolare il modello numerico mette a disposizione tutti i valori dei parametri (quali pressione, velocità, forze, etc....) e consente di analizzare il campo di moto nei dettagli e con un numero di informazioni estremamente superiore rispetto a quelle che si possono ricavare da una macchina reale.

Per quanto concerne gli eventuali sviluppi futuri, si potrebbe pensare di:

- utilizzare tale modello come base per effettuare uno studio inerente alla cavitazione che si può verificare con i diversi fluidi;
- ottimizzare il profilo palare, andando a sagomare opportunamente questo a valle e a monte e confrontare i rendimenti ottenuti a seguito di tale modifica.

# Bibliografia

YUNUS A. CENGEL, JOHN M. CIMBALA, Meccanica dei fluidi, MCGRAW-HILL 2007

GIUSEPPE VENTRONE, Macchine, LIBRERIA CORTINA PADOVA 2006

SANDRO SANDROLINI, GIOVANNI NALDI, Macchine 1, PITAGORA EDITRICE BOLOGNA 1997

SANDRO SANDROLINI, GIOVANNI NALDI, Macchine 2, PITAGORA EDITRICE BOLOGNA 1996

SANDRO SANDROLINI, GIOVANNI NALDI, Macchine 3, PITAGORA EDITRICE BOLOGNA 2003

GIORGIO MINELLI, Macchine idrauliche, PITAGORA EDITRICE BOLOGNA 1984

GIORGIO MANFRIDA, SERGIO STECCO, Le Turbomacchine, PITAGORA EDITRICE BOLOGNA 1993

ROBERTO BETTOCCHI, Turbomacchine, PITAGORA EDITRICE BOLOGNA 1997

ALBERO CAVALLINI, Termodinamica Applicata, CLEUP 2013

PANAYOTIS PSAROUDAKIS, Fondamenti di termofluidodinamica e macchine, PISA UNIVERSITY PRESS 2017

G. CORNETTI, F. MILLO, Macchine Idrauliche, EDIZIONI IL CAPITELLO Spa 2007

ANTONIO PERETTO, MICHELE BIANCHI, GIORGIO NEGRI DI MONTENEGRO, Sistemi energetici e macchine a fluido, PITAGORA EDITRICE BOLOGNA 2009

ROBERTO CAPATA, Complementi di macchine a fluido, EDIZIONI COMPOMAT 2017

# Indice

1.1. Confronto tra fluidi organici e acqua .....	4
1.2. Generalità sugli Organic Rankine Cycle .....	5
1.3. Componenti degli impianti ORC.....	7
1.3.1. Espansore .....	8
1.3.2. Scambiatore di calore.....	8
1.3.3. Pompa di alimento .....	8
1.4. Scelta del fluido operativo.....	9
1.4.1. Impatto ambientale.....	9
1.4.2. Sicurezza .....	9
1.4.3. Costo .....	9
1.4.4. Elevata complessità molecolare .....	10
1.4.5. Pressione critica .....	11
1.4.6. Pressione di condensazione.....	11
2.1. Tipologie di machine operatrici idrauliche .....	12
2.2. Lavoro specifico della girante .....	15
2.3. Triangoli di velocità .....	16
2.4. Teoria euleriana .....	17
2.5. Comportamento reale (modifiche alla teoria euleriana).....	18
2.6. Caratteristiche.....	20
2.6.1. Caratteristiche teoriche.....	20
2.6.2. Caratteristiche reali .....	21
2.7. Perdite.....	24
2.7.1. Perdite fluidodinamiche .....	25
2.7.1.1. Perdite per attrito (o distribuite).....	25
2.7.1.2 Perdite per urto (o localizzate) .....	26
2.7.2. Perdite: attriti meccanici e ventilazione .....	27
2.7.3. Perdite volumetriche .....	28

3.1. Teoria della similitudine per fluidi incomprimibili.....	29
3.2 Teorema Bukingham o teorema $\Pi$ .....	30
3.3. Applicazione del teorema di Bukingham a una pompa.....	31
3.4. Similitudine nel caso di moto turbolento .....	34
3.5. Leggi di affinità .....	37
4.1. Fluidodinamica computazionale e sue equazioni.....	38
4.1.1. Equazione di continuità.....	38
4.1.2. Conservazione della quantità di moto .....	38
4.1.3. Conservazione dell'energia .....	39
4.2. Modelli di turbolenza .....	39
4.2.1. Modelli statistici di turbolenza.....	40
4.2.1.1. Equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds (RANS).....	41
4.2.2. Modelli di turbolenza di viscosità turbolenta.....	42
4.2.3 Modelli di turbolenza a due equazioni .....	43
4.2.3.1. Modello di turbolenza $k-\epsilon$ .....	44
4.2.3.2. Modello di turbolenza $k-\omega$ .....	45
4.2.3.3. Modello di turbolenza $k-\omega$ di Wilcox .....	45
4.2.3.4. Modello di turbolenza $k-\omega$ formulazione Shear Stress Transport (SST) .....	46
5.1. Geometria della pompa .....	48
5.2. Modello originale .....	49
5.2.1. Stato stazionario (Steady state) .....	49
5.2.2. Equazioni utilizzate .....	50
5.2.3. Condizioni al contorno in ingresso ed in uscita .....	50
5.2.3.1 Condizioni in ingresso.....	50
5.2.3.2 Condizioni in uscita.....	50
5.2.4. Proprietà del fluido operativo.....	50
5.3. Modello modificato .....	51
5.3.1. Condizioni al contorno in ingresso ed in uscita .....	51
5.3.1.1. Condizioni in ingresso.....	51
5.3.1.2. Condizioni in uscita.....	51

5.3.2. Proprietà dei fluidi.....	51
5.4. Impostazione del solver.....	52
5.5. Confronto tra i risultati del fluido acqua ottenuti con le due diverse impostazioni .....	53
6.1. Caratteristiche in funzione della portata massica .....	55
6.2. Confronto tra numeri adimensionali .....	56
6.3. Campi di moto e carichi palari al variare del fluido operativo.....	61
6.3.1. Funzionamento a $\phi_{min} = 0,069$ .....	63
6.3.2. Funzionamento a $\phi_{bep} = 0,16$ .....	69
6.3.3. Funzionamento a $\phi_{max} = 0,21$ .....	77
6.4. Moto turbolento pienamente sviluppato e rendimento.....	84
6.4.1. Incremento del numero di giri per l'R134a.....	84
6.4.2. Andamento del rendimento massimo al variare del numero di giri .....	86
6.4.3. Campi di moto e Carichi palari per i regimi 600, 2900 e 9000 giri .....	87

# Ringraziamenti

Giunto al termine di questo lavoro, vorrei ringraziare con sincera gratitudine la Professoressa Giovanna Cavazzini e il Professor Alberto Benato per avermi dato la possibilità di sviluppare questa tesi, la quale mi ha dato grande soddisfazione.

Inoltre, vi ringrazio per la fiducia che mi è stata dimostrata lasciandomi libera nello svolgere gli argomenti, grazie della disponibilità e della pazienza con la quale sono stato seguito durante lo svolgimento del lavoro e grazie ancora della vostra competenza di cui ho potuto usufruire.