

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia "Galileo Galilei"

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Analisi di dati di test del calorimetro per l'esperimento MUonE

Relatore

Prof. Paolo Ronchese

Laureando

Leonardo Pieripolli

ANNO ACCADEMICO 2023/2024

Sommario

L'esperimento MUonE è stato proposto con l'obiettivo di studiare le collisioni muone su elettrone, al fine di determinare alcune correzioni radiative che influenzano sia il processo di scattering che il momento magnetico anomalo del muone. Lo stato finale dell'urto verrà analizzato mediante un sistema di tracciatori, per la ricostruzione delle traiettorie, ed un calorimetro elettromagnetico per la discriminazione dell'elettrone dal muone.

Per quest'ultimo è stato realizzato un prototipo costituito da 25 contatori composti da un cristallo di tungstenato di piombo letto da un fotodiodo a valanga (APD). Misure di test con il prototipo sono state eseguite sia illuminando i contatori con un laser che su fascio di elettroni o muoni.

L'analisi dei dati raccolti consente di stimare le prestazioni del calorimetro in efficienza, stabilità e risoluzione; una importante componente di quest'ultima deriva dal rumore.

Nel rumore, presente in uscita anche in assenza di segnale fisico, si osserva la presenza di una componente correlata tra i diversi canali, con un contributo significativo di alcune armoniche.

Tramite l'analisi in trasformate di Fourier, con la quale individuare i contributi principali, si può quindi tentare una correzione "offline" dei dati raccolti per migliorare la ricostruzione delle grandezze fisiche misurate.

Per l'analisi è stato implementato un codice scritto in C++ sfruttando le routine fornite dalle librerie ROOT e FFTW.

Indice

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Introduzione | 1 |
| 1.1 | Il momento magnetico del Muone | 1 |
| 1.2 | L'esperimento MUonE | 2 |
| 1.2.1 | Apparato sperimentale | 2 |
| 2 | Dati raccolti e Metodologia di analisi | 6 |
| 2.1 | Le misure | 6 |
| 2.2 | Analisi del Rumore | 6 |
| 2.3 | Le trasformate di Fourier | 7 |
| 2.3.1 | Richiami teorici | 7 |
| 2.3.2 | DFT e FFTW | 7 |
| 2.3.3 | Analisi delle frequenze | 8 |
| 2.4 | Metodologia di analisi | 10 |
| 2.4.1 | Determinazione delle frequenze principali | 10 |
| 2.4.2 | Correzioni ed effetti | 11 |
| 3 | Analisi Dati | 14 |
| 3.1 | Analisi dati Laboratorio | 14 |
| 3.1.1 | Variazione Parametro FW | 14 |
| 3.1.2 | Variazione Parametro VB | 18 |
| 3.2 | Analisi dati di puro rumore | 20 |
| 4 | Conclusioni | 24 |
| | Bibliografia | 25 |

Introduzione

1.1 Il momento magnetico del Muone

Utilizzando l'approccio della meccanica classica, ad una particella di massa m e carica q si associa un momento di dipolo magnetico $\vec{\mu}_L = \frac{q}{2m} \vec{L}$, con \vec{L} momento angolare orbitale.

La Meccanica Quantistica Relativistica prevede l'esistenza del momento angolare intrinseco di Spin \vec{S} associato ad ogni particella, e per l'ipotesi di quantizzazione, il momento di dipolo magnetico dovuto al momento angolare orbitale è dato da $\vec{\mu}_L = g_L \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L}$ e di spin è $\vec{\mu}_S = -g_S \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}$, dove \hbar rappresenta la costante di Planck ridotta, $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$ il magnetone di Bohr, mentre g_L e g_S rappresentano i momenti magnetici adimensionali orbitale e di spin rispettivamente.

L'equazione di Dirac prevede per i fermioni carichi puntiformi un momento di dipolo magnetico di spin di valore pari esattamente ad un magnetone di Bohr, corrispondente ad un momento magnetico adimensionale $g_S = 2$ [Dir28].

Il valore ricavato dalla teoria quantum electrodynamics (QED) per il momento magnetico adimensionale dell'elettrone differisce dal valore esatto previsto da Dirac, infatti la stima più recente è [Fan+23]:

$$g_e = 2 \cdot (1.00115965218059(13))$$

Una discrepanza si misura anche per i muoni, il valore sperimentale più recente per il momento magnetico anomalo per il muone (a_μ^{SP}) è [Agu+23]

$$a_\mu^{SP} = \frac{g_\mu^{SP} - 2}{2} = 116592055(24) \cdot 10^{-11} \quad (1.1)$$

mentre il valore teorico di riferimento può essere scomposto in tre maggiori contributi, in funzione della natura delle interazioni coinvolte [Aoy+20]

$$a_\mu^{TH} = a_\mu^{QED} + a_\mu^{EW} + a_\mu^{HAD} = 116591810(43) \cdot 10^{-11} \quad (1.2)$$

Di questi termini, i contributi di QED (a_μ^{QED}) e di interazione elettrodebole (a_μ^{EW} , con mediatore Z^0 o W^\pm) sono calcolabili tramite teoria perturbativa, mentre il contributo adronico (a_μ^{HAD})

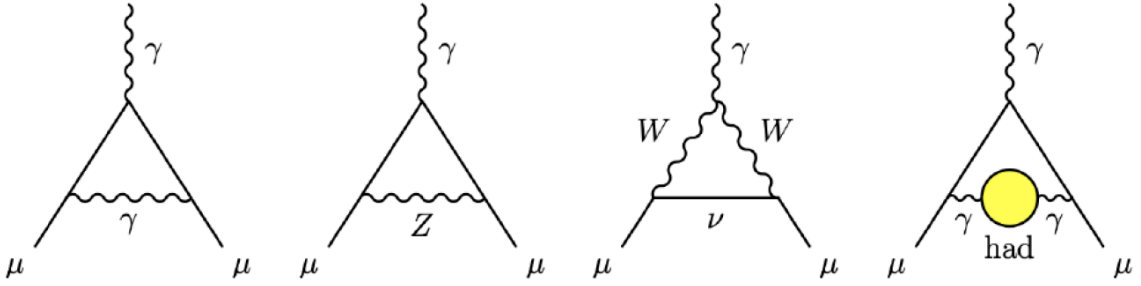


Figura 1.1: Diagrammi di Feynmann dei principali contributi al momento magnetico anomalo del muone

risulta più difficile da calcolare e fonte di maggiore incertezza poiché ricavato da misure sperimentali di urti leptonici. In figura 1.1 si mostrano i diagrammi di Feynmann per i contributi rispettivamente a_μ^{QED} , a_μ^{EW} mediato da γ , Z^0 , a_μ^{EW} mediato da W^\pm e a_μ^{HAD} [Ces21].

Tra valore teorico e sperimentale c'è al momento una discordanza di 5.0σ (possibile sovrastima, si veda [Aoy+20] per chiarimenti), per capirne l'origine è necessario ottenere misure più precise, in particolare del termine adronico.

1.2 L'esperimento MUonE

L'esperimento MUonE ha come obiettivo la determinazione della componente adronica del momento magnetico anomalo del muone (a_μ^{HAD}) con un errore statistico inferiore a 0.3% [ACM+17]. Per fare questo si vuole ottenere una precisione di 10^{-2} sulla misura di $\alpha(t)$, costante di struttura fine elettromagnetica in funzione dell'invariante di Mandelstam t , misurata durante lo scattering elastico $\mu e \rightarrow \mu e$ tramite la relativa sezione d'urto [Ces21].

Si ipotizza di realizzare l'urto indirizzando il fascio di muoni ad alta energia (150 GeV) provenienti dalla beam-line M2 del CERN, su un bersaglio fisso a basso numero atomico (Be).

1.2.1 Apparato sperimentale

L'esperimento prevede l'impatto di un fascio di muoni su 40 stazioni consecutive, composte da bersagli di Berillio (Be) di spessore 15mm e 3 coppie di sensori al silicio (Si), poste a 1 m di distanza tra loro. La presenza di bersagli separati permette di ridurre l'effetto di scattering multiplo mantenendo lo spessore totale richiesto per la precisione voluta (60 cm Be), mentre i sensori consentono di ricostruire gli angoli di scattering, senza distinguere tra muoni ed elettroni. Al termine della serie di bersagli è posto un calorimetro elettromagnetico (ECAL) composto da cristalli scintillanti di tungstenato di piombo ($PbWO_4$), letti da fotodiodi a valanga (APD), la

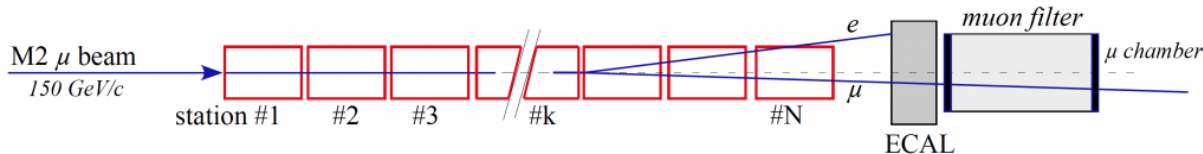


Figura 1.2: Schema dell'apparato sperimentale per MUonE

cui funzione è quella di identificare la natura della particella incidente, ricavare l'energia degli elettroni e misurare gli angoli di scattering in modo indipendente dai tracciatori.

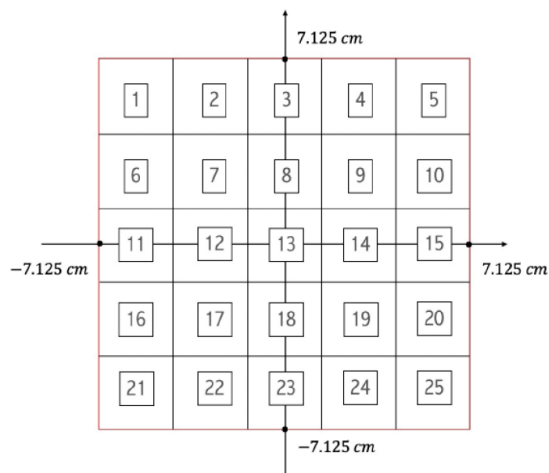
Calorimetro Elettromagnetico

All'interno del calorimetro, gli elettroni danno luogo ad uno sciame elettromagnetico, depositando gran quantità di energia, mentre i muoni interagiscono poco e ne rilasciano solo una piccola parte, permettendo in questo modo l'identificazione delle particelle incidenti.

Il calorimetro utilizzato (figura 1.3a) è composto da 25 cristalli di PbWO_4 di sezione trasversale $2.85 \times 2.85 \text{ cm}^2$ e profondità 23 cm, disposti in una struttura di fibra di carbonio; la numerazione dei cristalli e le coordinate sulla superficie seguono lo schema in figura 1.3b. Il calorimetro è



(a) struttura contenente i cristalli



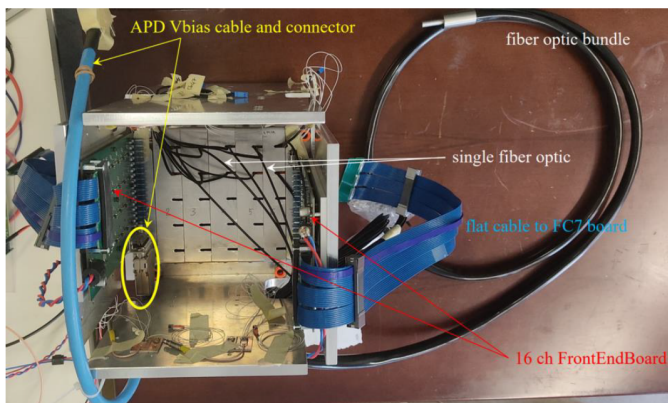
(b) numerazione e posizionamento

Figura 1.3: Immagine e dimensioni di ECAL usato nell'esperimento MUonE

accompagnato da un laser NPL45C con frequenza massima 50 kHz e potenza 2.9 mW in grado di trasmettere impulsi di energia 58 nJ/pulse attraverso ogni cristallo del calorimetro, a fini di calibrazione. Tra il laser ed i cristalli è presente una "Filter Wheel" che permette di attenuare l'impulso luminoso con un fattore a scelta.

Ogni cristallo è collegato ad un fotodiodo a valanga (HAMAMATSU APD) all'interno di un supporto in plastica. I fotodiodi a loro volta sono collegati ad una Front-End Board (FEB, figura 1.4a) per la lettura e digitalizzazione del segnale; ogni FEB dispone di 16 canali, rendendo

necessario l'uso di due distinte FEB a cui sono collegati i canali [0;12] e [20;31] rispettivamente, con una corrispondenza cristallo - canale che segue lo schema in figura 1.4b. Le FEB sono poi collegate tramite cavi dati ad una scheda FC7 per l'acquisizione.



(a) FEB di lettura collegate da fibra ottica

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 31 | 30 | 29 | 0 | 1 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 28 | 27 | 26 | 2 | 3 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 25 | 24 | 4 | 5 | 6 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 23 | 22 | 7 | 8 | 9 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| 21 | 20 | 10 | 11 | 12 |

(b) corrispondenza canale - cristallo

Figura 1.4: Front-End Boards utilizzate; nella figura (b) al numero di cristallo (sopra) è associato il canale relativo (sotto): i canali 0-15 corrispondono alla FEB 1 (in bianco), mentre i canali 16-31 alla FEB 2 (in ciano)

Il programma di acquisizione fornisce per ogni periodo di tempo (clock) l'ampiezza di segnale registrata in numero di conteggi (ADC); la frequenza di campionamento è pari a 1 clock ogni 25 ns, mentre il periodo di campionamento è di 128 clock. Il numero di conteggi (ADC) registrato è proporzionale all'energia rilasciata nel calorimetro con un fattore di conversione di circa 1 ADC ogni 5 MeV; la conversione avviene tramite costanti di calibrazione assolute (in MeV/ADC) che sono specifiche per ogni singolo cristallo in funzione della sua natura microscopica [Paj22].

In figura 1.5a è fornito un esempio di dati raccolti per un singolo evento laser, dove sono rappresentati i riquadri corrispondenti ai 25 cristalli, disposti seguendo la loro posizione nell'ECAL: in ascissa è rappresentato il tempo (in clock); in ordinata il numero di conteggi (ADC).

Nel grafico per ogni canale si osserva la presenza di un picco, con larghezza di pochi clock (interamente compreso in [35;50]), sovrapposto ad una costante chiamata piedistallo. Una stima di quest'ultimo è data dalla media dei conteggi nelle zone esterne al picco; le fluttuazioni dei conteggi tra un clock e l'altro sono dovute al rumore elettronico, la cui stima è data dallo scarto quadratico medio dei conteggi nelle stesse zone esterne al picco.

Nella figura 1.5b è presentato il grafico dato dalla somma dei segnali nei singoli canali per lo stesso evento, con uno zoom nella regione di rumore successiva al segnale: qui è possibile notare l'effetto del rumore elettronico.

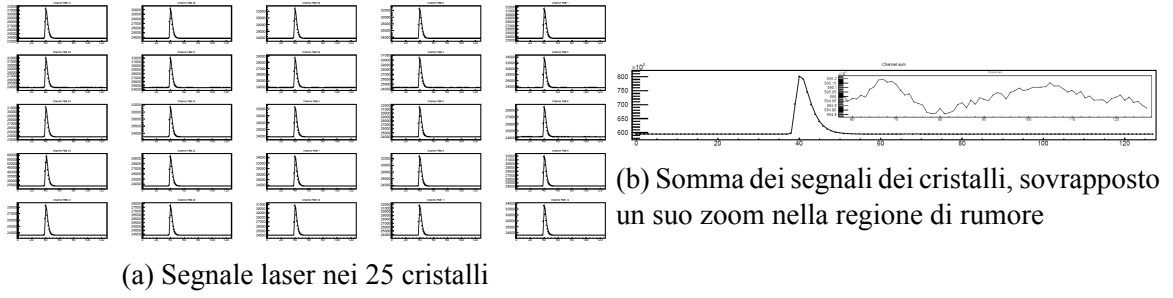


Figura 1.5: Un evento laser di presa dati in laboratorio, rappresentato a titolo d'esempio

Risoluzione Energetica

Per un calorimetro la risoluzione energetica σ_E può essere espressa in funzione dell'energia di segnale incidente come composta da tre componenti [FG03] (\oplus indica la somma in quadratura)

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{a}{\sqrt{E}} \oplus \frac{\sigma_N}{E} \oplus C, \quad \text{con } E \text{ in GeV} \quad (1.3)$$

Il primo termine (che da stime precedenti risulta $a \simeq 2.7\%$ [Ton22]) rappresenta il termine stocastico, dovuto alla natura dello sciame elettromagnetico, fenomeno con cui i leptoni carichi cedono energia nel calorimetro. La lunghezza dei cristalli utilizzati corrisponde a circa 26 lunghezze di radiazione ($X_{0,\text{PbWO}_4} = 7.39 \text{ g/cm}^{-2}$ [Paj22]), circa il doppio della lunghezza di assorbimento L per elettroni con $E_0 = 150 \text{ GeV}$, garantendo una perdita di energia degli elettroni incidenti inferiore al 1% [Bra23].

Il terzo termine C rappresenta il termine costante, dovuto a disomogeneità dei cristalli o errori strumentali; infine il termine σ_N quantifica il rumore dato dall'elettronica di acquisizione, elemento su cui si concentra questa analisi.

Analizzando l' i -esimo canale di lettura, il rumore elettronico può essere analizzato suddividendolo in due parti assunte indipendenti: un termine intrinseco proprio del singolo canale e un termine coerente condiviso tra i canali della stessa FEB.

Il termine coerente ha un impatto maggiore sulla misura complessiva, poiché nel calorimetro operativo il segnale incidente viene distribuito tra i cristalli, e il rumore coerente cresce linearmente col numero di canali coinvolti. A causa della statistica dei due termini, il termine di rumore coerente ha un impatto maggiore, specie su misure che coinvolgono più canali contemporaneamente [Ces21].

Studi precedenti hanno dimostrato una presenza significativa di rumore coerente, soprattutto tra i canali appartenenti alla FEB2 [Ces21] [Ton22].

Dati raccolti e Metodologia di analisi

2.1 Le misure

Le prestazioni del calorimetro possono essere studiate ponendolo su un fascio di elettroni o muoni, o raccogliendo dati ottenuti con il laser. Finora sono stati eseguiti presso il CERN i test:

- 19 - 28 luglio 2022 sul fascio T9 (PS, east area)
- 17 - 28 ottobre 2022 sul fascio M2 (SPS, nord area)
- 03 - 06 aprile 2023 in laboratorio (solo laser)
- 31 maggio - 11 giugno 2023 sul fascio H2 (SPS, nord area)
- 21 - 27 giugno 2023 sul fascio T9 (PS, east area)
- 25 - 30 agosto 2023 sul fascio M2 (SPS, nord area)

2.2 Analisi del Rumore

In questo lavoro sono stati studiati campioni di dati raccolti in alcuni dei test elencati, ponendo l'attenzione sul rumore e sulla correlazione dello stesso tra canali diversi, Nelle varie condizioni sono stati quindi determinati lo scarto quadratico medio σ_i per ciascun canale i ed il coefficiente di correlazione lineare $\rho_{i,j}$ per le varie coppie di canali i, j :

$$\bar{S}_i = \sum_{\alpha=0}^{N-1} \left[\frac{S_{i,\alpha}}{N} \right] \quad (2.1)$$

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{\alpha=0}^{N-1} (S_{i,\alpha} - \bar{S}_i)^2}{N}} \quad (2.2)$$

$$\rho_{i,j} = \frac{\sum_{\alpha=0}^{N-1} \left[\frac{S_{i,\alpha} S_{j,\alpha}}{N} \right] - \sum_{\alpha=0}^{N-1} \left[\frac{S_{i,\alpha}}{N} \right] \sum_{\alpha=0}^{N-1} \left[\frac{S_{j,\alpha}}{N} \right]}{\sigma_i \sigma_j} \quad (2.3)$$

dove $S_{i,\alpha}$ è la lettura del canale i al clock α , e \bar{S}_i il valore medio sul canale i .

2.3 Le trasformate di Fourier

Osservando il profilo del grafico in figura 1.5b si può notare un andamento di natura armonica nelle zone in cui non è presente il segnale; l'ipotesi che si va qui ad analizzare è che l'origine di una delle componenti del rumore coerente presentato nella sezione 2.2 possa seguire un andamento sinusoidale.

Per verificare l'esistenza di un disturbo armonico comune a tutti gli eventi e segnali si è proceduto ad un'analisi tramite trasformate di Fourier dei periodi di acquisizione $[0; 37)$ e $[58; 128)$ clock, ossia le zone che risultano precedente e successiva al picco del laser. Per fare ciò è stato implementato un codice che fa uso di routine di ROOT e FFTW.

2.3.1 Richiami teorici

La trasformata di Fourier \mathcal{F} e l'antitrasformata di Fourier \mathcal{F}^{-1} per una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ sono definite ($i = \sqrt{-1}$ rappresenta l'unità immaginaria) da:

$$\mathcal{F}[f](k) = \hat{f}(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} dx e^{-ixk} f(x) \quad (2.4)$$

$$\mathcal{F}^{-1}[f](x) = \check{f}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} dk e^{ixk} f(k) \quad (2.5)$$

Come conseguenza del Teorema di Fourier, sullo spazio di Schwartz delle funzioni di prova su campo \mathbb{R} , è possibile definire la decomposizione in base generalizzata di Fourier come:

$$\psi(x) = \int_{\mathbb{R}} dk \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{ixk} \hat{\psi}(k) \quad (2.6)$$

dove i valori $\hat{\psi}(k) \in \mathbb{C}$ per $k \in \mathbb{R}$ sono coefficienti di $\psi \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$ nella base generalizzata.

2.3.2 DFT e FFTW

L'applicazione delle trasformate di Fourier e della decomposizione in base di Fourier nel caso di funzioni a supporto discreto prende il nome di Discrete Fourier Transform (DFT). Per un insieme di dati ottenuto da un campionamento temporale omogeneo, come quelli trattati, una DFT permette di passare dal dominio dei tempi alle funzioni complesse nel dominio delle frequenze (DTFT Discrete-time Fourier Transform). Il processo di integrazione presente nella definizione delle trasformate in equazione 2.4 viene sostituito da una sommatoria discreta; per una funzione reale (o complessa) definita in un insieme di punti $\{x_\alpha\} := x_0, x_1, \dots, x_{N-1}$ la DFT permette di

ottenere la successione di coefficienti complessi $\{X_k\} := X_0, X_1 \dots X_{N-1}$ definiti da:

$$X_k = \sum_{\alpha=0}^{N-1} x_\alpha e^{-2\pi i \frac{k\alpha}{N}} \quad (2.7)$$

per cui vale l'analogia trasformazione inversa che permette di definire la decomposizione

$$x_\alpha = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{2\pi i \frac{k\alpha}{N}} \quad (2.8)$$

Per il calcolo delle trasformazioni si è utilizzato il programma del M.I.T. FFTW3 (Fastest Fourier Transform in the West, versione 3) che implementa delle routine in C per il calcolo delle DFT. In particolare vengono definite le trasformazioni FFTW_FORWARD, che applica l'equazione definita in 2.7 ad un array $\{x_\alpha\}$ di dimensione N per ottenere un array $\{X_k\}$ di pari dimensione, e FFTW_BACKWARD che utilizza una forma dell'equazione 2.8 per ricavare da un array $\{X_k\}$ un array $\{x_\alpha\}$ di pari dimensione [FJ05].

Sia $\{x_\alpha\}$ un array di valori che assume una funzione $f(x)$ su di una griglia equispaziata per la variabile x e $\{X_k\}$ l'array risultante dalla sua trasformazione tramite FFTW, allora

$$x_\alpha = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{X_k}{N} e^{2\pi i \frac{k\alpha}{N}} = \sum_{k=0}^{N-1} A_k \cos(2\pi\alpha f_{N,k} + \theta_k) + i \sum_{k=0}^{N-1} A_k \sin(2\pi\alpha f_{N,k} + \theta_k) \quad (2.9)$$

definendo $A_k = \frac{|X_k|}{N} \in \mathbb{R}$, $\theta_k = \arg(X_k)$ e $f_{N,k} = \frac{k}{N}$.

Partendo da una funzione a valori reali, anche la sua decomposizione deve essere descritta da valori reali; tramite trasformate di Fourier può essere decomposta in una base formata da funzioni armoniche di frequenza $f_{N,k}$:

$$x_\alpha = \sum_{k=0}^{N-1} A_k \cos(2\pi\alpha f_{N,k} + \theta_k) \quad 0 = \sum_{k=0}^{N-1} A_k \sin(2\pi\alpha f_{N,k} + \theta_k) \quad (2.10)$$

2.3.3 Analisi delle frequenze

L'analisi dei dati tramite le trasformate di Fourier con FFTW su di una successione di R campionamenti fornisce dunque le coppie $(A_O; \theta_O)$ corrispondenti ad ampiezza e fase relative alla funzione armonica di frequenza $f_{R,O}$ intesa come componente di una base composta dalle funzioni coseno di Periodo $P = R/O$, dove R è il periodo dell'armonica base e O l'ordine delle armoniche superiori, indicato con k nelle formule 2.7 - 2.10.

Lavorando in un range limitato di campionamento dell'asse x , il numero di frequenze che si

possono analizzare è perciò limitato; per un intervallo di R elementi analizzati si ottengono solamente $(R - 1)$ frequenze (la frequenza $f_{R,0}$ rappresenta sempre il termine costante): per osservare il contributo di frequenze intermedie si sono analizzati anche i possibili sotto range di campionamento. Partendo da un range R di clock analizzati, corrispondenti all'intervallo $[\alpha_0; \alpha_0 + R)$, si sono ricavate, come detto sopra, ampiezza e fase di ogni frequenza di competenza $f_{R,O}$, $O < R$; si è poi proceduto ad analizzare lo stesso campione di dati, utilizzando un range ridotto $(R - 1)$, ossia applicando le FFTW all'intervallo $[\alpha_0; \alpha_0 + R - 1)$, ricavando ampiezza e fase delle relative frequenze $f_{(R-1),O}$, $O < (R - 1)$. Il processo si itera riducendo ad ogni passo il range di una unità fino a raggiungere il range pari a $R_{min} \in \mathbb{N} | R_{min} \geq \frac{R}{2}$, perché valori più piccoli producono frequenze già analizzate. Durante la ricerca vengono scartate le frequenze già ottenute per range maggiori, ossia le frequenze $f_{R',O'} = f_{R,O} \Rightarrow \frac{O'}{R'} = \frac{O}{R}$, $R' < R$. Analizzando un range iniziale di 70 clock è infatti possibile incontrare la frequenza $f = 0.1 \text{ clock}^{-1}$ per tutte le combinazioni di Range e Ordine con rapporto $O/R = 1/10$ (p.e. $f_{70,7}$, $f_{60,6}$, $f_{50,5}$...), ma solo la prima ottenuta dal range più ampio viene considerata nell'analisi. Nel seguito le frequenze vengono espresse in unità clock^{-1} e valore frazionario R/O :

$$f_{R,O} = O/R \text{ clock}^{-1} \quad (2.11)$$

Questa analisi introduce un'arbitrarietà, poiché ridurre il range delle FFTW corrisponde a ridurre il campione di dati analizzati; la riduzione può essere effettuata nella parte di "coda" o nella parte di "testa" della zona di rumore: analizzando un sotto-range $R_i = R_0 - i$ con R_0 range massimo della zona di rumore e α_0 punto di inizio dell'analisi, è possibile analizzare le regioni

$$[\alpha_0; \alpha_0 + R_i), \quad [\alpha_0 + i; \alpha_0 + R_0) \quad (2.12)$$

o qualsiasi intervallo di dimensione R_i tra le due opzioni. In questa analisi si è deciso di concentrarsi sul primo tipo di intervallo per provare ad analizzare i fattori di rumore che potrebbero alterare la misurazione del picco di segnale.

Dall'analisi tramite FFTW si ottengono i parametri caratteristici di ogni componente armonica di periodo compreso tra 2 e il range massimo analizzato, identificata da $f_{R,O}$, ossia i valori:

$$f_{R,O} = \frac{O}{R}; \quad X_{R,O} = \sum_{\alpha=0}^{R-1} x_{\alpha} e^{-2\pi i \frac{O\alpha}{R}}; \quad A_{R,O} = \frac{|X_{R,O}|}{\frac{R}{2} + 1}; \quad \theta_{R,O} = \arg(X_{R,O}) \quad (2.13)$$

dove la normalizzazione del parametro $A_{R,O}$ è dovuta alla bassa densità di campionamento della funzione reale, per cui è possibile che due frequenze distinte rappresentino gli stessi punti fisici discreti; solo le frequenze inferiori a 0.5 clock^{-1} rappresentano oscillazioni fisicamente osservabili nei dati, quindi l'analisi si limita a ordini di armonica $O \leq R/2$.

2.4 Metodologia di analisi

2.4.1 Determinazione delle frequenze principali

L'analisi statistica è stata effettuata per i campioni di dati raccolti, concentrandosi sui range di clock [0; 37) e [58; 128) e utilizzando la progressione nella riduzione dei range rappresentata dal primo intervallo descritto in 2.12. Per ogni evento, i segnali di ogni canale sono stati sommati tra loro per ottenere un canale somma, di cui è stato ricavato lo spettro di frequenze come illustrato nel paragrafo 2.3.3. Le frequenze sono state inserite in un istogramma, in cui ad ogni frequenza $f_{R,O}$ è stata associata la relativa ampiezza $A_{R,O}$ (def in eq 2.13) come peso. Un esempio di questi istogrammi per un evento laser è riportato in basso alla figura 2.1, in cui in ascissa è riportata la frequenza in unità di clock inverso, corrispondenti a $1 \text{ clock}^{-1} = 40 \text{ MHz}$, e in ordinata l'ampiezza in conteggi (ADC). I due istogrammi superiori in figura rappresentano gli

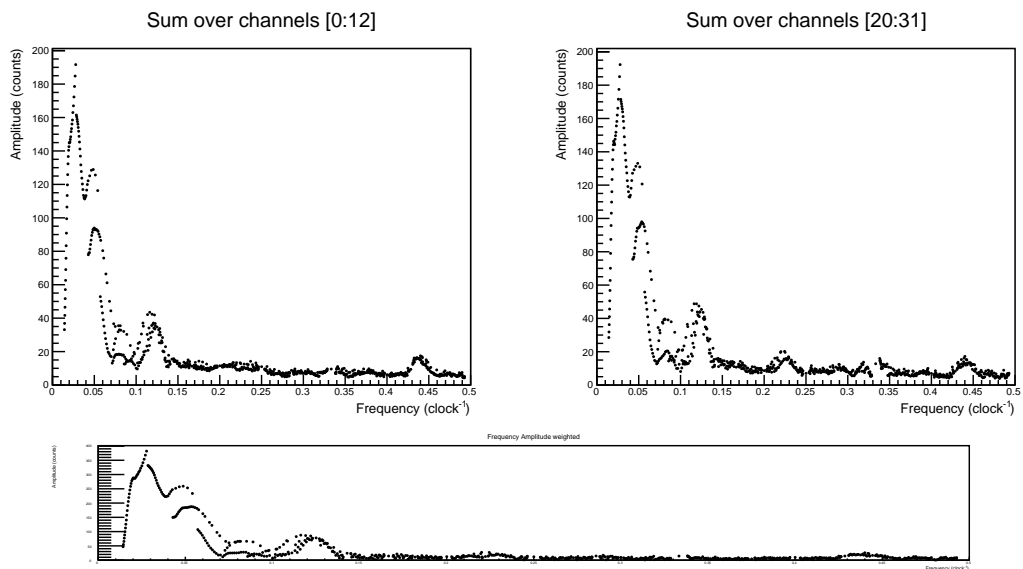


Figura 2.1: Istogrammi dello spettro di frequenze per un evento laser, range [58;128), con somma per FEB e complessiva

spettri di frequenza estrapolati dai singoli canali e sommati successivamente tra loro, divisi in base alla FEB di appartenenza. Confrontando gli istogrammi è possibile verificare come i profili degli spettri di frequenze principali siano analoghi nelle singole FEB e nel canale somma, permettendo di analizzare direttamente quest'ultimo che presenta picchi più definiti.

Per verificare la presenza di armoniche comuni a tutti gli eventi, il processo è stato iterato per 10000 eventi, ottenendo istogrammi cumulativi per il canale somma, in cui ad ogni frequenza corrisponde una quota pari alla somma delle ampiezze ottenute tramite trasformazione per quella specifica frequenza per ogni evento analizzato.

Un esempio di questi istogrammi è rappresentato nella figura 2.2, le cui forme sono consistenti con quelli di singolo evento, ma con definizione maggiore. Poiché si suppone che gli spettri abbiano la stessa forma in ogni canale, è stata eseguita la FFTW per ciascun evento e ciascun canale, concentrando l'attenzione sulle frequenze a cui corrispondono le ampiezze maggiori.

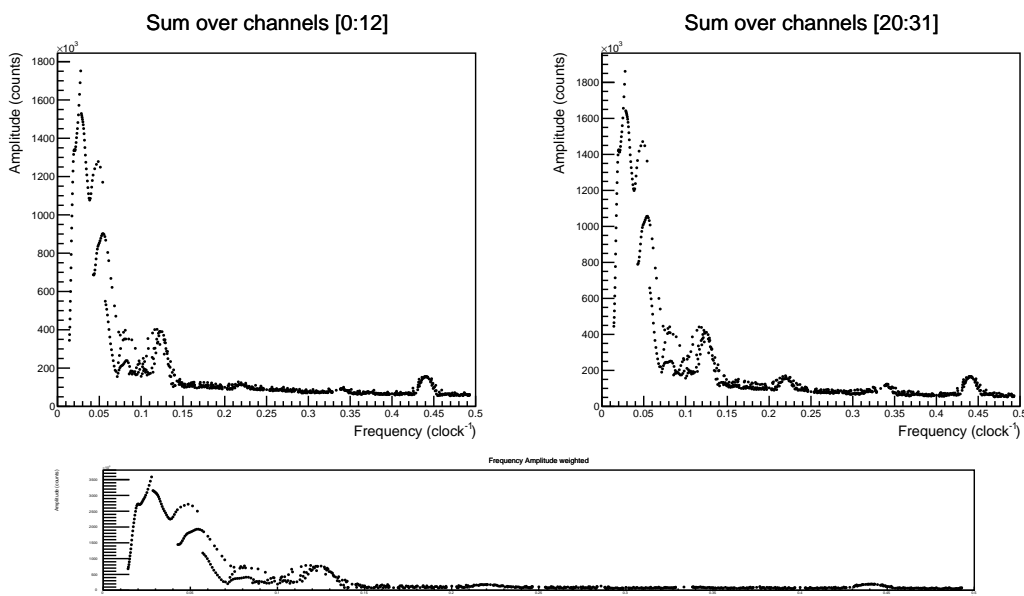


Figura 2.2: Istogrammi cumulativi dello spettro di frequenze per eventi laser, range [58;128), con somma per FEB e complessiva

Nel grafico cumulativo, più in dettaglio, sono state determinate le frequenze f_1 , f_2 corrispondenti ai picchi di massimo principale e di massimo relativo per il secondo picco ad ampiezza maggiore, entrambe espresse in frazione $f_1 = O_1/R_1$ e $f_2 = O_2/R_2$ come mostrato in 2.11.

Si sono poi calcolate le FFTW di ogni singolo canale relative al Range R_1 , R_2 e ricavati i corrispondenti parametri $(A_{O_{1,2}}; \theta_{O_{1,2}})$ come definiti nell'equazione 2.13.

2.4.2 Correzioni ed effetti

Una volta identificate le due armoniche principali, queste vengono utilizzate per effettuare una correzione del rumore. Per entrambe, il termine armonico corrispondente è definito dall'array

$$\{x_{\alpha,k}\} = A_{O_k} \cos(2\pi\alpha f_{R_k, O_k} + \theta_{O_k}), \quad 0 \leq \alpha < R, \quad k = 1, 2 \quad (2.14)$$

Come si può notare nella figura 2.3 infatti la composizione delle due armoniche principali ricostruisce adeguatamente la forma del rumore. Per ogni evento e per ogni canale si è proceduto infine a calcolare media, scarto quadratico medio σ_i e, separatamente nelle due FEB, coefficienti di correlazione lineare $\rho_{i,j}$ per le coppie di canali (2.1), prima sui dati originali (base) e poi dopo

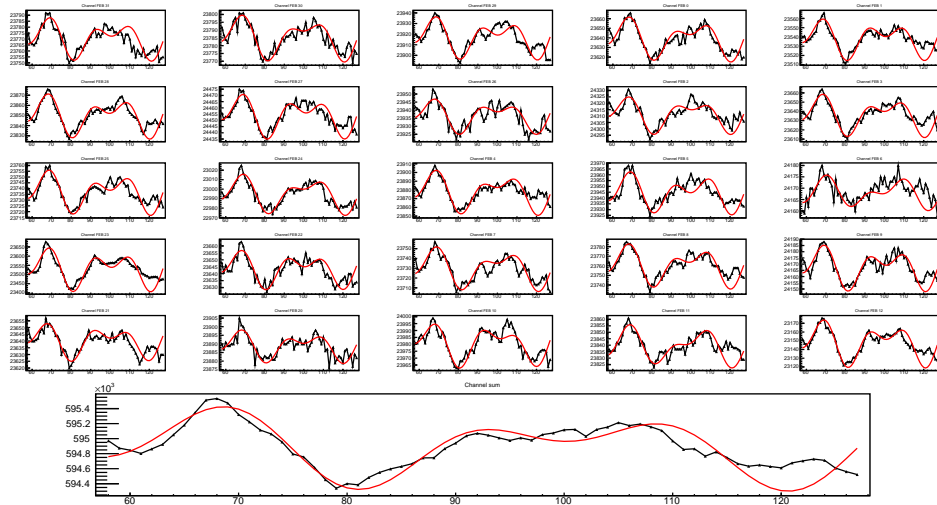


Figura 2.3: Grafici dei 25 cristalli e del canale somma per un evento laser, range [58;128) con sovrapposizione di armoniche $f_1=1/36 \text{ clock}^{-1}$ e $f_2=2/41 \text{ clock}^{-1}$

averne sottratto le due armoniche principali (sub) descritte in 2.3. I valori di σ_i e $\rho_{i,j}$ ottenuti ad ogni evento sono stati riportati in istogrammi distinti, per canale o per coppie rispettivamente, su cui è stato eseguito un fit con una funzione gaussiana nella regione di picco per estrarne il valore medio.

Nel grafico 2.4 vengono riportati a titolo d'esempio gli istogrammi per lo scarto quadratico medio ottenuti dall'analisi di dati di laboratorio per eventi laser, e nel grafico 2.5 quelli ottenuti, per lo stesso campione di dati, dalla correlazione di due canali d'esempio (ogni analisi di correlazione corrisponde a 144 grafici e non è quindi possibile riportarli tutti).

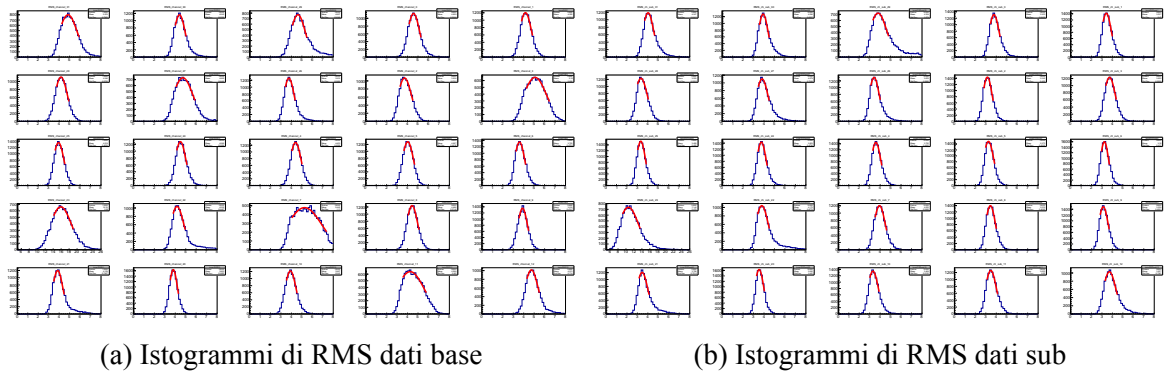
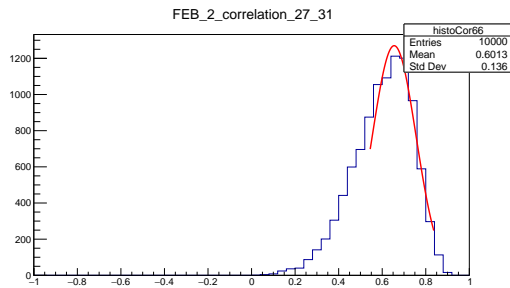
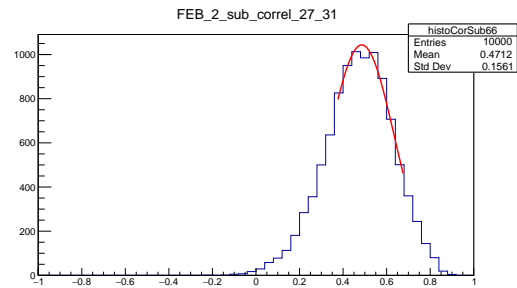


Figura 2.4: Istogrammi di RMS della zona di rumore [58;128) per dati base (a) e sub (b) (sottratte $f_1=1/36 \text{ clock}^{-1}$ e $f_2=2/41 \text{ clock}^{-1}$) relativi ad eventi laser; in ogni istogramma la zona di picco è stata fittata con una funzione gaussiana.



(a) Dati base



(b) Dati sub

Figura 2.5: Istogrammi di correlazione tra canali 27 e 31 della FEB2 per dati base (a) e sub (b) (sottratte $f_1=1/36 \text{ clock}^{-1}$ e $f_2=2/41 \text{ clock}^{-1}$) per stessi eventi laser di 2.4, range [58;128); la zona di picco è stata fittata con una funzione gaussiana.

Analisi Dati

3.1 Analisi dati Laboratorio

Sono stati analizzati i dati raccolti in laboratorio tra il 4 e il 6 aprile 2023 utilizzando il laser. Sono stati presi diversi campioni di dati cambiando i parametri del sistema, e per ogni campione sono stati analizzati 10000 eventi. In particolare in questa analisi ci si concentra sulla variazione di due parametri:

- il filtro, utilizzando diversi valori della Filter Wheel è possibile alterare la trasmittanza del segnale laser attraverso il filtro (inversamente proporzionale al valore FW), diminuendo di conseguenza l'energia di irraggiamento dei cristalli (FW02, FW05, FW08);
- la tensione di alimentazione dei fotodiodi, indicata con VBias, corrispondente alla tensione nominale fornita agli HAMAMATSU APD, che altera il guadagno in lettura (VB375, VB390, VB405, dove il numero in V rappresenta la tensione nominale data agli APD).

3.1.1 Variazione Parametro FW

In figura 3.1 sono riportati gli istogrammi cumulativi in frequenze rispettivamente per i campioni di dati ottenuti a FW02, FW05 e FW08, analizzando il range [58;128), ossia dopo il picco laser. I picchi che si osservano permettono di identificare le armoniche principali (2.4.1) riportate in tabella 3.1.

| | $f_1 = O/R$ | f_1 (clock ⁻¹) | f_1 (MHz) | $f_2 = O/R$ | f_2 (clock ⁻¹) | f_2 (MHz) |
|------|-------------|------------------------------|-------------|-------------|------------------------------|-------------|
| FW02 | 1/36 | 0.0278 | ≈ 1.11 | 2/41 | 0.488 | ≈ 1.95 |
| FW05 | 1/36 | 0.0278 | ≈ 1.11 | 2/41 | 0.488 | ≈ 1.95 |
| FW08 | 1/36 | 0.0278 | ≈ 1.11 | 2/41 | 0.488 | ≈ 1.95 |

Tabella 3.1: Parametri delle armoniche principali per i dati FW nel range [58;128)

I picchi principali a basse frequenze sembrano seguire un andamento proporzionale all'intensità di segnale incidente (decescente all'aumentare di FW), mentre i picchi a frequenze maggiori sono analoghi, anche se non sempre evidenti, nei tre spettri. Forme e posizioni dei picchi

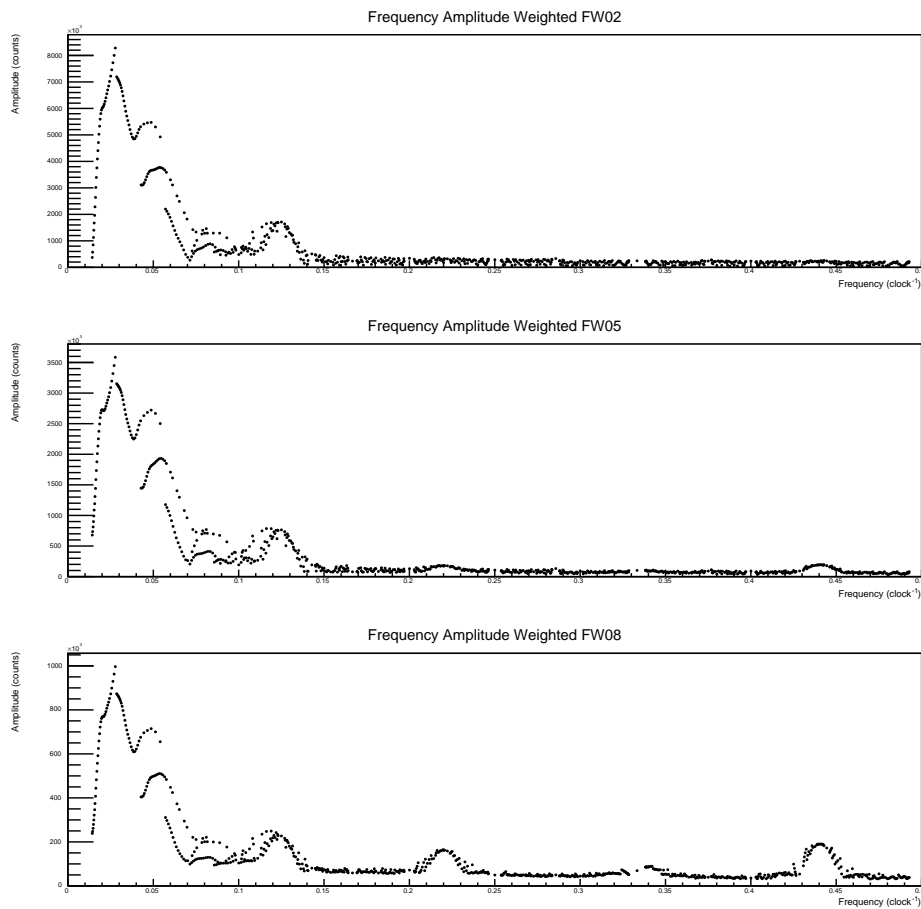


Figura 3.1: Istogramma cumulativo dello spettro di frequenze al variare di FW, range [58;128)

corrispondono nei diversi istogrammi, permettendo di ipotizzare la presenza di una componente di rumore elettronico di natura armonica.

Nella regione di frequenze tra 0.04 clock^{-1} e 0.14 clock^{-1} si osservano degli andamenti riconducibili a due profili analoghi ma di diversa ampiezza: questo fenomeno è probabilmente dovuto a stime di ampiezza effettuate per frequenze vicine ma non identiche, provenienti da range differenti, che possono dare risultati non nulli anche per frequenze non esatte.

Come descritto nel paragrafo 2.4.2, il rumore è stato corretto sottraendo le due armoniche principali, e sono stati confrontati gli scarti quadratici medi e i coefficienti di correlazione lineare prima e dopo la sottrazione.

In figura 3.2 è mostrato il grafico che rappresenta lo scarto quadratico medio di ciascun canale calcolato prima e dopo la sottrazione. In figura 3.3 sono rappresentati i coefficienti di correlazione lineare per le coppie di canali. Lo scarto si riduce in modo significativo applicando la sottrazione delle componenti armoniche principale e secondaria, mentre la correlazione tra coppie di canali segue lo stesso miglioramento anche se con risultati differenti in base alle specifiche coppie.

channels RMS FW05

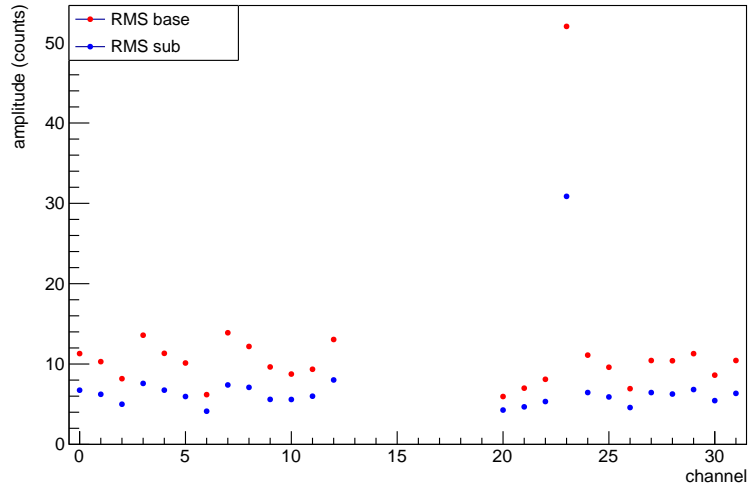


Figura 3.2: Grafico dei valori di scarto quadratico per i singoli canali prima e dopo la sottrazione delle armoniche $f_1=1/36 \text{ clock}^{-1}$ e $f_2=2/41 \text{ clock}^{-1}$, relativi ai dati FW05 range [58;128)

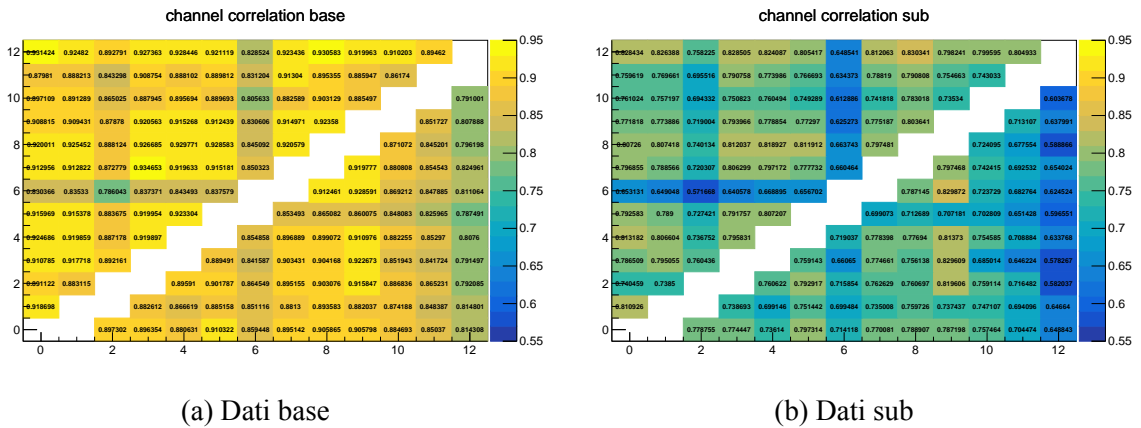


Figura 3.3: Istogrammi di correlazione per dati FW05 base (a) e sub (b) (sottratte $f_1=1/36 \text{ clock}^{-1}$ e $f_2=2/41 \text{ clock}^{-1}$) range [58;128); la numerazione del quadrante in alto a sinistra corrisponde al numero di canale, per il quadrante in basso i canali sono (31-n) in y e (32-n) in x

La componente armonica evidenziata dall'analisi sembra essere legata all'intensità del segnale, suggerendo quindi la presenza di un effetto risonante dato dal segnale stesso.

È stato quindi analizzato il range [0;37) (ancora più ridotto, quindi meno preciso) di clock precedenti all'impatto dell'impulso laser sui cristalli. In figura 3.4 sono riportati gli istogrammi cumulativi in frequenze per i campioni di dati ottenuti a FW02, FW05 e FW08, analizzando il range [0;37), ossia prima del picco di segnale. I picchi che si osservano permettono di identificare le armoniche principali (2.4.1) riportate in tabella 3.2

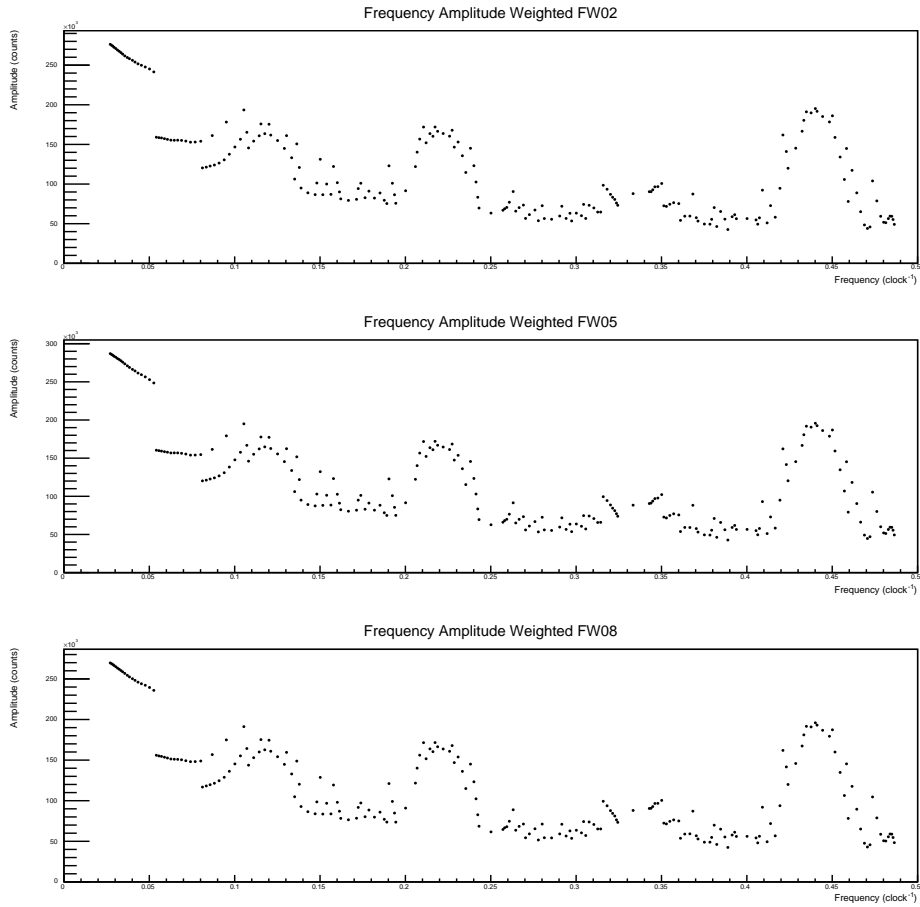


Figura 3.4: Istogramma cumulativo dello spettro di frequenze al variare di FW, range [0;37)

| | $f_1 = O/R$ | f_1 (clock $^{-1}$) | f_1 (MHz) | $f_2 = O/R$ | f_2 (clock $^{-1}$) | f_2 (MHz) |
|------|-------------|------------------------|----------------|-------------|------------------------|----------------|
| FW02 | 1/37 | 0.0270 | ≈ 1.08 | 11/25 | 0.440 | ≈ 17.6 |
| FW05 | 1/37 | 0.0270 | ≈ 1.08 | 11/25 | 0.440 | ≈ 17.6 |
| FW08 | 1/37 | 0.0270 | ≈ 1.08 | 11/25 | 0.440 | ≈ 17.6 |

Tabella 3.2: Parametri delle armoniche principali per i dati FW nel range [0;37)

Si nota come anche in questo caso le forme e posizioni dei picchi siano consistenti tra gli spettri di frequenze, e la frequenza dell'armonica principale corrisponda a quella ottenuta per il range dopo il segnale (tabella 3.1).

Nella zona a basse frequenze non si nota una dipendenza dalla potenza del filtro, rafforzando l'ipotesi che i termini a bassa frequenza subiscano effetti di risonanza nel range [58;128), anche se qui il range molto ridotto in cui si è svolta questa seconda analisi non permette di ottenere dei veri e propri picchi per frequenze inferiori a 0.1 clock^{-1} .

3.1.2 Variazione Parametro VB

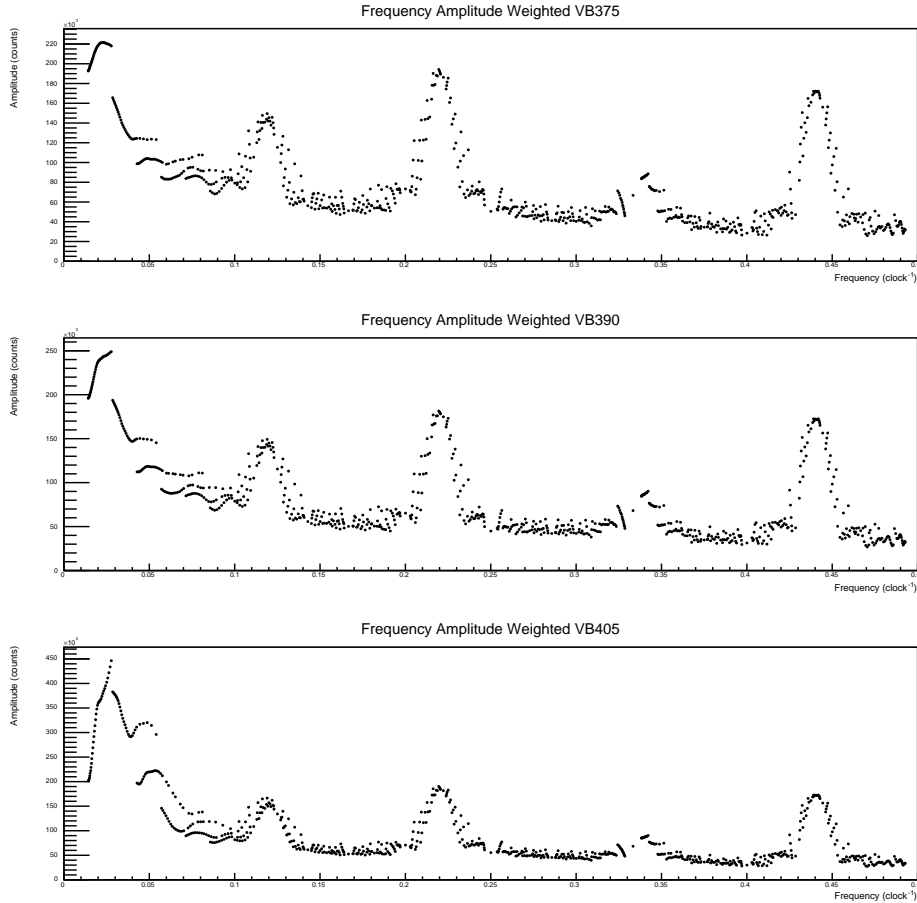


Figura 3.5: Istogramma cumulativo dello spettro di frequenze al variare di VB, range [58;128)

La stessa analisi descritta nel paragrafo precedente è stata eseguita al variare della tensione VBias, ottenendo i risultati mostrati in tabella 3.3 e in figura 3.5 per le tensioni VB375, VB390 e VB405.

| | $f_1 = O/R$ | f_1 (clock ⁻¹) | f_1 (MHz) | $f_2 = O/R$ | f_2 (clock ⁻¹) | f_2 (MHz) |
|-------|-------------|------------------------------|-------------|-------------|------------------------------|-------------|
| VB375 | 1/44 | 0.0227 | ≈ 0.91 | 9/41 | 0.220 | ≈ 8.78 |
| VB390 | 1/36 | 0.0278 | ≈ 1.11 | 9/41 | 0.220 | ≈ 8.78 |
| VB405 | 1/36 | 0.0278 | ≈ 1.11 | 2/41 | 0.0488 | ≈ 1.95 |

Tabella 3.3: Parametri delle armoniche principali per i dati VB nel range [58;128)

Si osserva un comportamento analogo a quello osservato nella analisi in 3.1.1, con corrispondenza tra gli spettri di frequenze e ampiezze per basse frequenze proporzionali all'intensità dell'impulso laser (in questo caso aumentando la tensione VBias aumenta il guadagno di segnale del fotodiode).

Anche per questi campioni di dati si è analizzato il range di clock precedenti al segnale [0;37). In figura 3.6 sono riportati gli istogrammi cumulativi in frequenze per i campioni di dati ottenuti a VB375, VB390 e VB405, e in tabella 3.4 le armoniche principali.

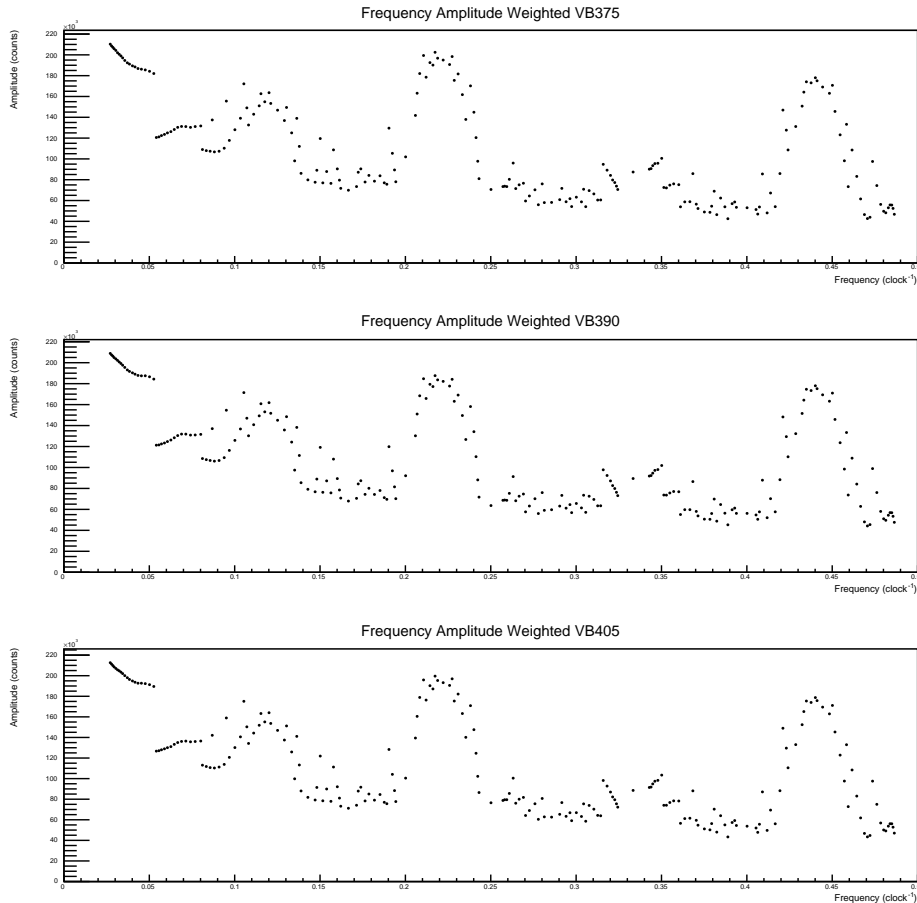


Figura 3.6: Istogramma cumulativo dello spettro di frequenze al variare di VB, range [0;37)

| | $f_1 = O/R$ | f_1 (clock ⁻¹) | f_1 (MHz) | $f_2 = O/R$ | f_2 (clock ⁻¹) | f_2 (MHz) |
|-------|-------------|------------------------------|-------------|-------------|------------------------------|-------------|
| VB375 | 1/37 | 0.0270 | ≈ 1.08 | 5/23 | 0.217 | ≈ 8.70 |
| VB390 | 1/37 | 0.0270 | ≈ 1.08 | 5/23 | 0.217 | ≈ 8.70 |
| VB405 | 1/37 | 0.0270 | ≈ 1.08 | 5/23 | 0.217 | ≈ 8.70 |

Tabella 3.4: Parametri delle armoniche dominanti per i dati VB nel range [0;37)

3.2 Analisi dati di puro rumore

Sono poi stati analizzati i dati raccolti il 26/06/2023 nella "east area" del CERN, in un periodo in cui il fascio era temporaneamente inattivo. Le variazioni di conteggi in assenza di segnale sono quindi dovute al puro rumore.

Queste misure sono state effettuate con i parametri ottimali e la rappresentazione dei dati delle misure è analoga a quella esposta nella sezione precedente. In figura 3.7 è fornito un esempio di dati raccolti in un singolo evento, con la rappresentazione dei 25 cristalli e del grafico dato dalla somma dei loro segnali. Per confrontare i risultati con quelli precedenti sono stati analizzati gli

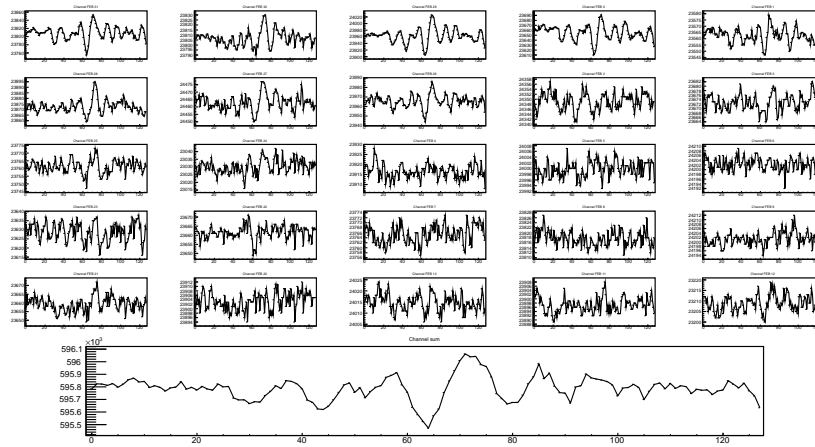


Figura 3.7: Grafici dei 25 cristalli e della loro somma nel range [0;128) per i dati corrispondenti ad un singolo evento della presa dati di rumore

stessi intervalli di clock per 10000 eventi, ma anche l'intero spettro di 128 clock. In figura 3.8 sono riportati gli istogrammi cumulativi in frequenze per i campioni di dati di rumore analizzati negli intervalli [0;128), [58;128) e [0;37), per verificare se la variazione di intervallo influenzasse i risultati. I picchi che si osservano permettono di identificare le armoniche principali (2.4.1) riportate in tabella 3.5.

| | $f_1 = O/R$ | f_1 (clock ⁻¹) | f_1 (MHz) | $f_2 = O/R$ | f_2 (clock ⁻¹) | f_2 (MHz) |
|----------|-------------|------------------------------|-------------|-------------|------------------------------|-------------|
| [0;128) | 24/71 | 0.338 | ≈ 13.5 | 1/66 | 0.0152 | ≈ 0.61 |
| [58;128) | 21/62 | 0.339 | ≈ 13.5 | 1/37 | 0.0270 | ≈ 1.08 |
| [0;37) | 12/35 | 0.343 | ≈ 13.7 | 2/41 | 0.0488 | ≈ 2.1 |

Tabella 3.5: Parametri delle armoniche principali per i dati di rumore al variare del range

Nelle analisi dei diversi range temporali le frequenze sembrano seguire un andamento consistente, anche se la definizione dei picchi risente molto della partizione temporale.

Si nota come nel campione di dati di puro rumore il picco principale sia dato da una frequenza

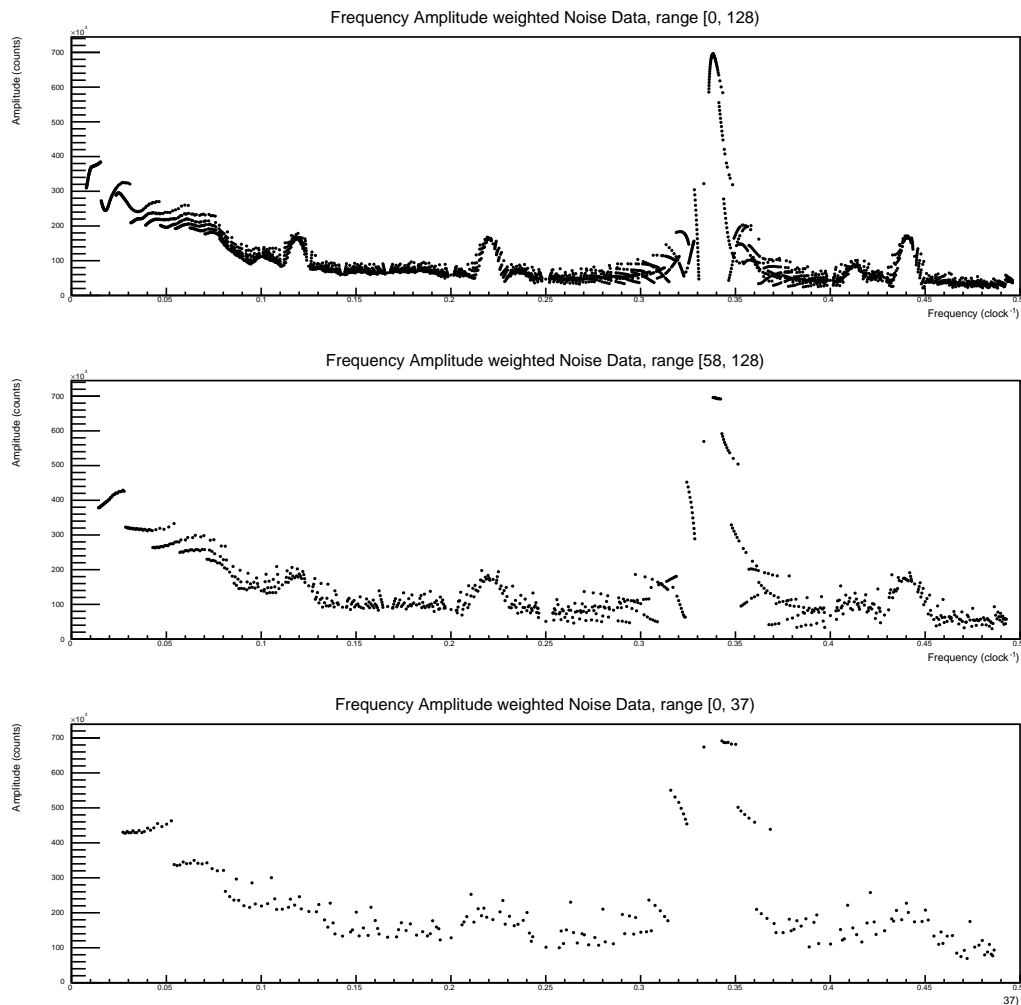


Figura 3.8: Istogramma cumulativo dello spettro di frequenze per dati di rumore, a vario range

molto poco rilevante nei campioni di dati analizzati in precedenza, mentre nella regione di basse frequenze, dove sono presenti i picchi principali per i dati di laboratorio, non siano presenti picchi definiti ma una curva crescente poco rilevante.

Anche in questo caso, utilizzando i parametri ottenuti per le armoniche principali, è possibile correggere il rumore e osservare l'effetto della sottrazione sullo scarto quadratico medio e sui coefficienti di correlazione lineare.

Il grafico 3.9 rappresenta lo scarto quadratico medio dei canali calcolato prima e dopo la sottrazione delle armoniche f_1 , f_2 nel range [58; 128]; la riduzione dello scarto in questo campione di dati non è elevata, ma si parte da scarti iniziali già contenuti. In figura 3.10 è riportata la correlazione tra coppie di canali, che subisce un miglioramento con risultati differenti in funzione del singolo caso, come si può osservare dal confronto tra 3.10a e 3.10b: per alcune coppie la correlazione rimane significativa, ma ridotta rispetto a valori importanti di partenza, come per la coppia (29,31) della FEB2, per altre la riduzione è molto importante.

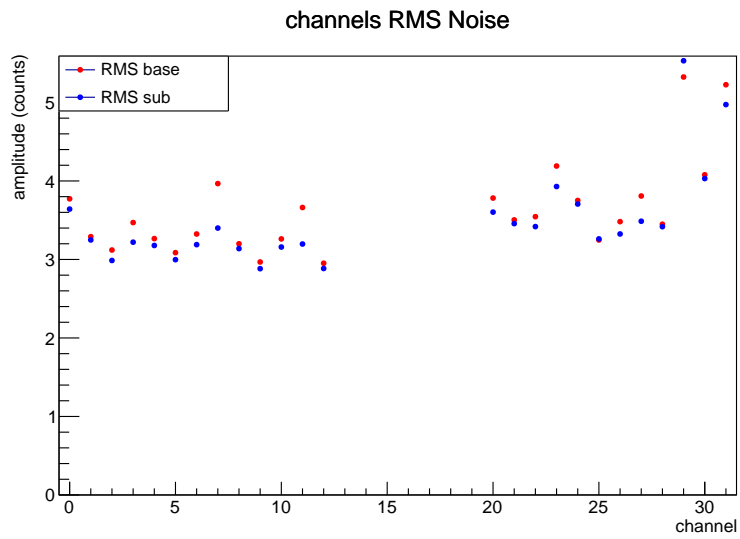


Figura 3.9: Grafico dei valori di scarto quadratico per i singoli canali prima e dopo la sottrazione delle armoniche $f_1=21/62 \text{ clock}^{-1}$ e $f_2=1/37 \text{ clock}^{-1}$, per i dati di rumore, range [58;128)

È da osservare infine che la differenza tra i risultati ottenuti dall'analisi di eventi di puro rumore e quelli descritti nel paragrafo 3.1 ottenuti da dati raccolti in laboratorio potrebbe dipendere dalle differenti condizioni in cui sono state effettuate le prese dati. La consistenza nella posizione dei picchi tra i diversi intervalli di rumore e le zone precedenti al segnale nei dati di laboratorio sembra supportare la presenza di un rumore armonico di origine fisica e non strettamente dipendente dal range utilizzato nell'analisi.

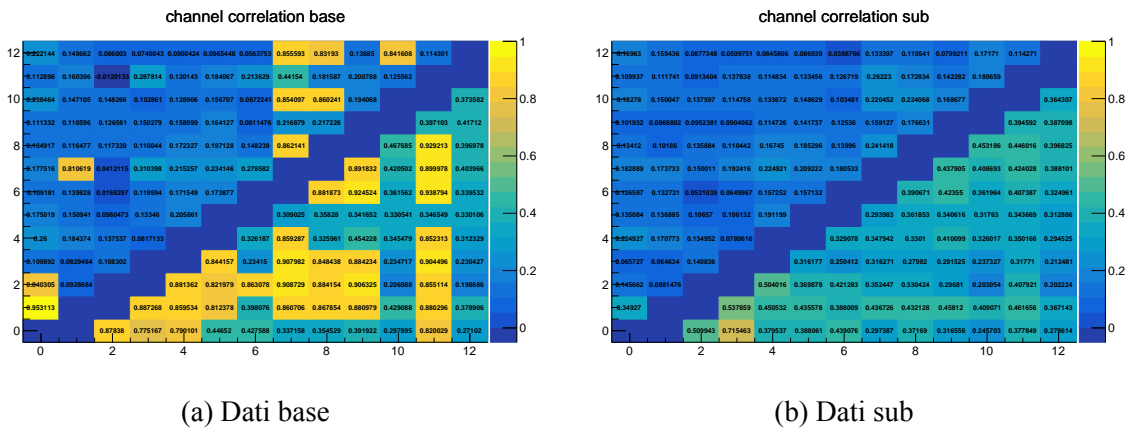


Figura 3.10: Istogrammi di correlazione per dati di Rumore base (a) e sub (b) (sottratte $f_1=21/62$ clock^{-1} e $f_2=1/37$ clock^{-1}) range [58;128); la numerazione del quadrante in alto a sinistra corrisponde all'effettivo numero di canale, per il quadrante in basso a destra i canali sono (31-n) in y e (32-n) in x

Conclusioni

L'analisi svolta mostra un evidente contributo armonico presente nel rumore elettronico, possibile origine del rumore coerente tra cristalli appartenenti alla stessa FEB. Il confronto tra i risultati ottenuti per i diversi parametri dell'apparato sperimentale potrà essere uno spunto per futuri test.

Dal confronto tra campioni di dati ottenuti in condizioni di amplificazioni e trasmittanza differenti, appare che l'ampiezza del picco a frequenze più basse sia legata all'intensità del segnale, ed è quindi possibile sia dovuto o amplificato da effetti di risonanza. Invece dal confronto tra range precedenti e successivi al picco di segnale e range differenti di rumore, sembra che i picchi a frequenze maggiori abbiano un andamento indipendente dalle misure (ma legato alle condizioni di presa dati) suggerendo la loro indipendenza da effetti di risonanza del segnale nel cristallo. L'analisi dei dati di puro rumore mostra delle componenti in frequenza simili a quelle osservate negli eventi laser, anche se effettuate in ambiente meno controllato rispetto al laboratorio e più soggette a rumore esterno: risultati più precisi si potrebbero ottenere effettuando analisi con numero maggiore di campionamenti temporali, per valutare la presenza di effetti risonanti anche in assenza di segnale.

Uno studio successivo potrebbe investigare la possibilità di estrapolare il contributo del rumore armonico sotto al picco di segnale e tenerne conto nella determinazione della forma temporale del segnale stesso.

Bibliografia

- [Dir28] Paul Adrienne Maurice Dirac. «The quantum theory of the electron». In: *Journal A* 117.778 (1928), pp. 610–624. doi: <https://doi.org/10.1098/rspa.1928.0023>. url: <https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rspa.1928.0023>.
- [FG03] Christian W. Fabjan e Fabiola Gianotti. «Calorimetry for particle physics». In: *Rev. Mod. Phys.* 75.4 (2003), pp. 1243–1284. doi: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.75.1243>. url: <https://journals.aps.org/rmp/abstract/10.1103/RevModPhys.75.1243>.
- [FJ05] Matteo Frigo e Steven G. Johnson. «The Design and Implementation of FFTW3». In: *Proceedings of the IEEE* 93.2 (2005). Special issue on “Program Generation, Optimization, and Platform Adaptation”, pp. 216–231.
- [ACM+17] G. Abbiendi, C.M.C Calame, U. Marconi et al. «Measuring the leading hadronic contribution to the muon $g-2$ via μe scattering». In: *Eur. Phys. J. C* 77.139 (2017). doi: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-017-4633-z>. url: <https://link.springer.com/article/10.1140/epjc/s10052-017-4633-z>.
- [Aoy+20] T. Aoyama et al. «The anomalous magnetic moment of the muon in the Standard Model». In: *Phys. Rept.* 887 (2020), pp. 1–166. doi: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2020.07.006>. url: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157320302556>.
- [Ces21] Sara Cesare. «Calorimetry for MUonE». Tesi Magistrale. Università degli Studi di Padova, 2021. url: <https://hdl.handle.net/20.500.12608/34647>.
- [Paj22] Arianna Pajola. «Analisi dei dati di test beam del calorimetro di MuonE». Tesi Triennale. Università degli Studi di Padova, 2022. url: <https://hdl.handle.net/20.500.12608/53074>.
- [Ton22] Giacomo Tonelli. «Analisi dei dati di test-beam del calorimetro di MuonE». Tesi Triennale. Università degli Studi di Padova, 2022. url: <https://hdl.handle.net/20.500.12608/41599>.

- [Agu+23] D.P. Aguillard et al. «Measurement of the Positive Muon Anomalous Magnetic Moment to 0.20 ppm». In: *Phys. Rev. Lett.* 131.16 (2023). doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.131.161802>. url: <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.131.161802>.
- [Bra23] Gaia Brambilla. «Analisi dei dati di test beam del calorimetro di MuOnE». Tesi Triennale. Università degli Studi di Padova, 2023. url: <https://hdl.handle.net/20.500.12608/60985>.
- [Fan+23] X. Fan et al. «Measurement of the Electron Magnetic Moment». In: *Phys. Rev.* 130.7 (2023). doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.130.071801>. url: <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.130.071801>.