



**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA**  
**Scuola di Ingegneria**  
**Dipartimento di Ingegneria Industriale**  
**Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica**

***Identificazione delle caratteristiche  
dinamiche di pneumatici per veicoli a due  
ruote in presenza di grandi variazioni  
della pressione di gonfiaggio***

**Relatore: Prof. Alberto Doria**  
**Correlatore: Dr. Luca Taraborrelli**  
**Laureando: Marco Urbani**

**Anno Accademico 2013-2014**



## ABSTRACT

Gli pneumatici giocano un ruolo fondamentale nella dinamica della motocicletta e possono pesantemente influenzarne la stabilità. È quindi necessario individuare quali siano le caratteristiche dinamiche delle coperture, in particolar modo, ci si affida alla lunghezza di rilassamento per definire la rapidità con cui lo pneumatico è in grado di reagire ad una variazione di assetto generando la forza richiesta.

Una serie di sei pneumatici è stata analizzata ponendo particolare attenzione a come variano le loro caratteristiche con la pressione di gonfiaggio andando a valutare pressioni notevolmente inferiore e superiori a quella nominale, per studiare il comportamento in condizioni simili allo sgonfiaggio.

Per rappresentare lo pneumatico è stato utilizzato il modello ad anello rigido che considera la carcassa dello pneumatico come un anello rigido vincolato al cerchione mediante una serie di molle e smorzatori. Mediante questo modello è quindi possibile rappresentare i modi diametrali e laterali, ci si avvale invece della così detta rigidità residua per includere nel modello gli effetti dei modi superiori.

Per identificare i parametri introdotti nel modello sono state eseguite una serie di misure sperimentali basate su test di tipo dinamico e sulla successiva analisi modale.

Per eseguire queste misurazioni ci si è serviti di una macchina a disco rotante sviluppata nel Dipartimento di Ingegneria Industriale dell'Università di Padova: la macchina è in grado di imporre determinati angoli alla ruota, durante il suo rotolamento, e misurare le forze da essa generate. Al fine di determinare la lunghezza di rilassamento è stato imposto allo pneumatico un ingresso di deriva sinusoidale ed è stato misurato lo sfasamento tra ingresso e forza generata.

Oltre a valutare la lunghezza di rilassamento è stata eseguita sui sei pneumatici l'analisi modale che ha permesso di determinare modi di vibrare e relative rigidità della carcassa. È stato poi valutato come tali rigidità influiscano sulla lunghezza di rilassamento: è stato riscontrato un rilevante contributo da parte della rigidità residua che influenza notevolmente le caratteristiche dello pneumatico in particolare alle basse pressioni di gonfiaggio. Anche il contributo della rigidità laterale risulta importante sebbene meno influenzato dalla pressione.

## ABSTRACT

Tire play a fundamental role in the motorcycle dynamics and can heavily influence its stability. Therefore, it is essential to identify the dynamic characteristics of the tires, and specifically to use the relaxation length to define the distance that the vehicle travels before tire forces reach the steady state value.

A series of six tire has been analyzed focusing on how their characteristics change varying the inflating pressure. A wide range of pressure was considered to investigate the tire behavior simulating a deflation or a wrong inflation.

The tires were studied using the rigid ring model that represents the tire carcass as a rigid ring connected to the rim through a series of springs and dampers. This model was useful to represent the diametrical and lateral modes; the effect of the higher modes, instead, were described thanks to the residual stiffness.

Some dynamic tests and the subsequent modal analysis were made in order to identify the parameters introduced in the model. Experimental tests were performed on a rotating disk machine developed in the Department of Industrial Engineering on the University of Padua; this machine can apply determined angle to the wheel and it can measure the forces generated in the contact patch.

Transient properties were studied by carrying out tests with harmonic variations of the side-slip angle, since in the frequency domain the relaxation length corresponds to a phase lag between the input and the tire force.

Apart from measuring the relaxation length, the modal analysis enabled us to determine the modes of vibration and the respective modal stiffnesses of the carcass.

The studies conducted show that the carcass stiffnesses affect the relaxation length: in particular the main contributions derive from the residual and the diametrical stiffnesses. Unlike the diametrical stiffness, the residual one is mostly influenced by the inflation pressure

## SOMMARIO

<b>Capitolo 1 Introduzione .....</b>	<b>7</b>
1.1 Tipologia e caratteristiche dei pneumatici testati .....	7
1.2 Lo pneumatico di tipo motociclistico in condizioni stazionarie .....	9
1.2.1 Forza longitudinale .....	11
1.2.2 Forza di deriva .....	14
1.2.3 La formula di Pacejka.....	15
1.2.4 Forza di camber .....	17
1.2.5 Momenti agenti sullo pneumatico .....	18
1.3 Il pneumatico in condizioni di transitorio.....	20
1.3.1 Un primo modello fisico.....	20
1.3.2 Rigid ring model.....	24
1.3.3 Modello semplificato.....	27
1.4 Caratteristiche dinamiche e stabilità della motocicletta.....	29
<b>Capitolo 2 Metodologie Sperimentali .....</b>	<b>31</b>
2.1 Prove in transitorio.....	31
2.1.1 Mototiremeter .....	31
2.1.2 Apparato di acquisizione .....	32
2.1.3 Path Frequency e parametri impostati .....	35
2.1.4 Prima analisi dati .....	38
2.2 Misure stazionarie.....	40
2.3 Misure statiche .....	40
2.3.1 Rigidezza laterale .....	41
2.3.2 Dimensioni impronta e raggio di rotolamento.....	41
2.4 Analisi modale .....	42
<b>Capitolo 3 Risultati.....</b>	<b>47</b>
3.1 Risultati prove in transitorio .....	47
3.2 Risultati analisi modale.....	51
<b>Capitolo 4 identificazione.....</b>	<b>55</b>
4.1 Identificazione della lunghezza di rilassamento .....	55
4.2 identificazioni dei modi di vibrare e delle rigidezze.....	64
4.2.1 modi di vibrare .....	64
4.2.2 Rigidezze .....	71
<b>Capitolo 5 Correlazione tra parametri modali e lunghezza di rilassamento .....</b>	<b>77</b>
<b>Capitolo 6 Predizione comportamento ad alta velocità con rigid ring model.....</b>	<b>83</b>

6.1	Stima degli effetti inerziali .....	83
6.2	Rilassamento dell'imbardata .....	88
<b>Capitolo 7 Conclusioni e possibili sviluppi .....</b>		<b>91</b>
7.1	Conclusioni.....	91
7.2	Sviluppi futuri.....	92
<b>Bibliografia .....</b>		<b>93</b>

# Capitolo 1

## INTRODUZIONE

L'obiettivo del lavoro svolto è misurare e caratterizzare il comportamento dinamico di alcuni pneumatici di tipo motociclistico.

Le misure sono state svolte su sei pneumatici, due destinati all'uso su motociclette e altri quattro destinati all'uso su scooter, la varietà di dimensioni e struttura hanno quindi permesso di ottenere risultati relativi a una discreta gamma di coperture.

In particolare sono state effettuate delle misurazioni al variare della pressione di gonfiaggio: l'intervallo di pressioni analizzato è molto ampio consentendo di analizzare condizioni di utilizzo anomale e non conformi alle condizioni di progetto.

Le prove sono state effettuate mediante l'utilizzo di una macchina a disco rotante sviluppata all'interno dei laboratori del Dipartimento di Ingegneria Industriale dell'Università di Padova, tale macchina consente di testare gli pneumatici impartendo angoli di imbardata e rollio sia in regime stazionario che tempo-variante.

Infine i sei pneumatici sono stati analizzati dal punto di vista modale consentendo di determinare i modi di vibrare e conseguentemente le varie rigidzze che vanno a costituire la carcassa dello pneumatico.

### ***1.1 Tipologia e caratteristiche dei pneumatici testati***

Lo studio effettuato riguarda sei pneumatici prodotti dalla *Michelin*. Possiamo distinguere tre ipotetici treni di coperture formati da una gomma anteriore e una posteriore. Il primo treno è dedicato all'uso su motociclette ed è costituito da due pneumatici della serie *Pilot Power*: le misure sono 120/70 R17 per l'anteriore e 180/55 R17 per il posteriore. Entrambi hanno struttura radiale.

Il secondo treno è composto da due coperture destinate all'uso su scooter, entrambi appartengono alla serie *City Grip*. Le misure del pneumatico anteriore sono 110/70 -16, quelle del posteriore invece 140/70 -14. Queste gomme hanno una struttura tradizionale di tipo diagonale.

Il terzo treno è costituito da altri due pneumatici destinati all'uso su scooter, anche questi, come i precedenti, hanno struttura di tipo diagonale. Le loro dimensioni sono: 120/70 -12 per il pneumatico anteriore e 130/70 -12 per quello posteriore.

Nella tabella sono riassunte le caratteristiche delle coperture e sono riportati il numero e la tipologia delle tele costituenti la carcassa.

*Tabella 1.1 :specifche degli pneumatici analizzati*

Modello	Misura	Tipo	Tele	Utilizzo
Michelin Pilot Power	120/70 R17	Radiale	Spalla: 2 rayon battistrada: 1 aramid, 2 rayon	Anteriore motocicletta
Michelin Pilot Power	180/55 R17	Radiale	Spalla: 2 polyamide Battistrada: 2 polyamide, 1 aramid	Posteriore motocicletta
Michelin City Grip	110/70 -16	Diagonale	2 polyester	Anteriore Scooter
Michelin City Grip	140/70 -14	Diagonale	Spalla: 2 polyester Battistrada: 3 polyester	Posteriore Scooter
Michelin City Grip	120/70 -12	Diagonale	2 polyester	Anteriore Scooter
Michelin City Grip	120/70 -12	Diagonale	2 polyester	Posteriore Scooter

Le misure effettuate sono state ripetute per vari valori della pressione di gonfiaggio, in particolare sono stati assunti valori di 0.5, 0.75, 1, 1.5, 1, 2, 3, e 4 bar.

Il valore di 2 bar rappresenta la pressione nominale di gonfiaggio. Infatti nella maggior parte dei casi questo è il tipico valore suggerito dalle case costruttrici, possono essere presenti piccole variazioni rispetto a questo valore che tuttavia non rappresentano uno scostamento eccessivo ai fini della nostra analisi.

I valori più bassi riproducono la condizione di pneumatico sgonfio o forato, il valore limite di 0.5 bar infatti equivale a una gomma quasi completamente sgonfia.

I valori più elevati di quello nominale, invece, riguardano condizioni di errato gonfiaggio imputabili, per esempio, a strumenti danneggiati o errori di lettura.

Nel corso delle prove il carico verticale è stato mantenuto costante: non sono state valutate quindi le caratteristiche al variare di questo parametro.



## 1.2 Lo pneumatico di tipo motociclistico in condizioni stazionarie

Lo pneumatico è un componente molto importante della motocicletta in quanto le sue funzioni sono molteplici: oltre a migliorare il confort di guida, deformandosi in presenza di ostacoli o deformazioni del manto stradale, ha il compito di mantenere l'aderenza con il suolo, garantendo quindi un opportuno scambio di forze tra il veicolo e il suolo stesso. [1]

Il controllo e l'equilibrio del veicolo è quindi affidato alle forze di contatto che si generano in corrispondenza dell'impronta a causa della deformazione del battistrada.

Tali forze possono essere scomposte in forze laterali e longitudinali: le prime sono strettamente legate alla capacità del veicolo di sterzare, ma anche di mantenere l'equilibrio durante la marcia sia in rettilineo che in curva; le seconde invece sono prettamente legate alla dinamica longitudinale e quindi all'accelerazione e alla frenatura del veicolo.

L'interazione tra pneumatico e strada può essere rappresentata mediante l'utilizzo di tre forze e tre momenti che possono essere applicati in corrispondenza del centro dell'impronta a terra (Figura 1.1).

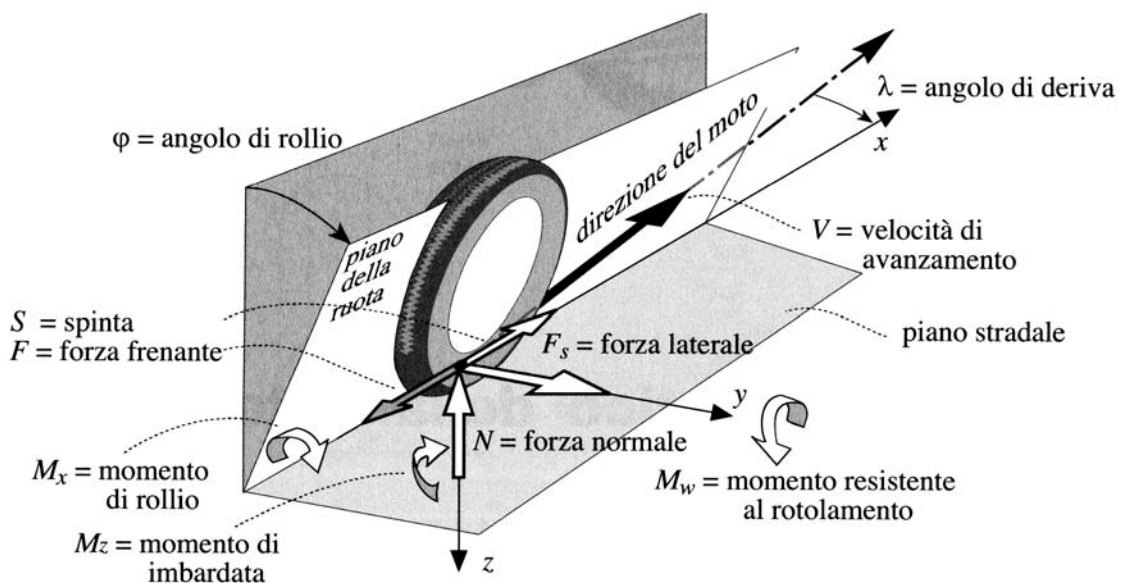


Figura 1.1: schema delle forze agenti sullo pneumatico[1]

- Una forza longitudinale, agente lungo la direzione  $x$ , assunta positiva in fase di accelerazione e negativa in fase di frenata.
- Una forza laterale, appartenente al piano stradale ma orientata ortogonalmente a quella longitudinale
- Una forza normale al piano della strada
- Un momento di rollio attorno all'asse  $x$

- Un momento di resistenza al rotolamento intorno all'asse  $y$
- Un momento di imbardata intorno all'asse  $z$

Per meglio comprendere e definire, da un punto di vista fisico, il comportamento del pneumatico è conveniente introdurre il modello a spazzola, che ben rappresenta il comportamento del pneumatico e in particolar modo del battistrada dello stesso.

Tale modello rappresenta lo strato di gomma, costituente il tassello, come una serie di setole disposte in direzione radiale, che possono subire deformazioni in senso laterale e longitudinale.

Introducendo un sistema di riferimento fisso rispetto al terreno e uno mobile e solidale all'impronta (Figura 1.2) è possibile analizzare, da un punto di vista cinematico, il comportamento di un generico punto  $G$  situato all'estremità di una setola.

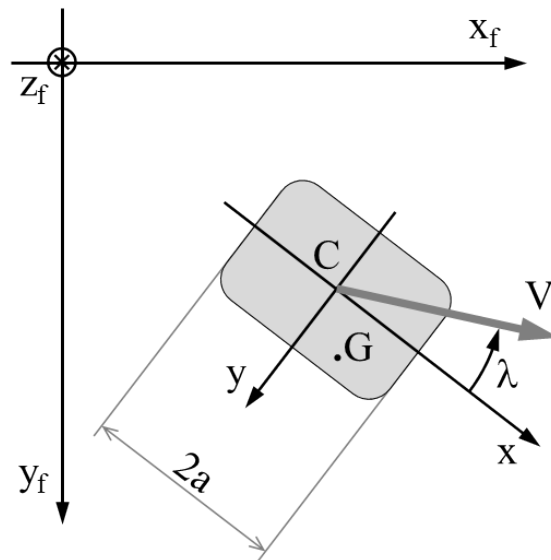


Figura 1.2: sistema di riferimento fisso e mobile

Con  $V$  si indica la velocità assoluta del mozzo della ruota, con  $\dot{x}$   $\dot{y}$  le velocità relative del punto  $G$  con riferimento al sistema mobile che trasla ma non ruota, con  $u$  e  $v$  si indicano le velocità di deformazione della setola rispettivamente in direzione  $x$  e  $y$  con riferimento al sistema mobile. L'angolo di deriva è indicato con la lettera  $\lambda$  e rappresenta l'angolo compreso tra l'asse  $x$  del sistema mobile (sistema del veicolo) e la velocità assoluta di avanzamento dello stesso.

Si assume la velocità relativa  $\dot{y}$  nulla in quanto la ruota è in gradi di ruotare solamente intorno al proprio asse e di conseguenza lo spostamento lungo l'asse  $y$  è impedito.

La velocità assoluta assunta dal punto  $G$  proiettata sul sistema mobile può essere espressa tramite le seguenti relazioni

$$\begin{cases} V_{gx} = V \cos(\lambda) + \dot{x} + \dot{u} \\ V_{gy} = -V \sin(\lambda) + \dot{y} + \dot{v} \end{cases}$$

1.1

Le velocità di deformazione possono essere espresse attraverso le equazioni 1.2:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \frac{du}{dx} \dot{x} + \frac{du}{dt} \\ \dot{v} &= \frac{dv}{dx} \dot{x} + \frac{dv}{dt} \end{aligned}$$

1.2

In condizioni stazionarie la derivata relativa al tempo può essere considerata nulla. Sostituendo queste relazioni nelle equazioni 1.1 e imponendo la condizione di non slittamento, corrispondente a una velocità assoluta nulla, si ottiene:

$$\begin{cases} V_{gx} = V \cos(\lambda) + \dot{x} + \frac{du}{dx} \dot{x} = 0 \\ V_{gy} = -V \sin(\lambda) + 0 + \frac{dv}{dx} \dot{x} = 0 \end{cases}$$

1.3

Nei paragrafi seguenti si analizza il comportamento in due distinte condizioni valutando prima la dinamica longitudinale e poi quella laterale.

### 1.2.1 Forza longitudinale

Si suppone che il veicolo stia percorrendo un percorso rettilineo, in accelerazione o in frenata: l'angolo di deriva risulta pertanto nullo e la prima delle equazioni 1.3 diventa:

$$0 = V + \dot{x} + \frac{du}{dx} \dot{x}$$

1.4

Si impone quindi la velocità relativa  $\dot{x}$  pari a quella periferica di rotazione della ruota

$$\dot{x} = -\omega R$$

1.5

E si introduce il parametro  $k$  di scorrimento longitudinale, che esprime la differenza di velocità tra il suolo e lo pneumatico:

$$k = -\frac{V - \omega R}{V} \tag{1.6}$$

l'equazione 1.4 opportunamente manipolata diventa

$$\frac{du}{dx} = -\frac{k}{k+1} \tag{1.7}$$

Integrando su tutta la lunghezza dell'impronta e imponendo la condizione al contorno che la deformazione  $u$  sia nulla in corrispondenza del punto d'ingresso della setola nell'area di contatto, si ottiene la distribuzione delle deformazioni delle setole

$$u = \frac{k}{k+1}(a-x) \tag{1.8}$$

Tale relazione rappresenta una distribuzione delle deformazioni di tipo lineare, in corrispondenza del bordo anteriore dell'impronta risulta nulla, mentre risulta massima in corrispondenza del bordo posteriore.

Dal punto di vista dinamico ogni setola si comporta come una piccola trave incastrata, la forza che ognuna di esse è in grado di esercitare è quindi proporzionale alla sua deformazione e a una costante elastica. Tale relazione può essere espressa mediante l'equazione:

$$F_{el} = K_e u \tag{1.9}$$

Per poter trasmettere questa forza al suolo è necessario valutare se la forza di attrito statico è sufficiente per garantire questa circostanza. La forza d'attrito vale:

$$F_a = \mu_a p A \tag{1.10}$$

Dove con il prodotto  $p A$  si indica la pressione per l'area e quindi la forza normale agente sulla porzione di impronta in esame.

La distribuzione della pressione può essere assunta come parabolica, massima al centro dell'impronta e minima in corrispondenza del bordo anteriore e posteriore dell'impronta

$$P = P_0 \left( 1 - \left( \frac{x}{a} \right)^2 \right)$$

### 1.11

Valutando quindi la distribuzione delle tensioni e della pressione è possibile suddividere l'impronta in due zone: una prima zona posta nella parte anteriore, dove l'attrito statico è in grado di sopportare la forza elastica, e una zona nella quale l'attrito statico non è in grado di sopperire alla forza elastica e vige un regime di attrito dinamico. In quest'ultima zona è quindi presente uno scivolamento tra pneumatico e suolo.

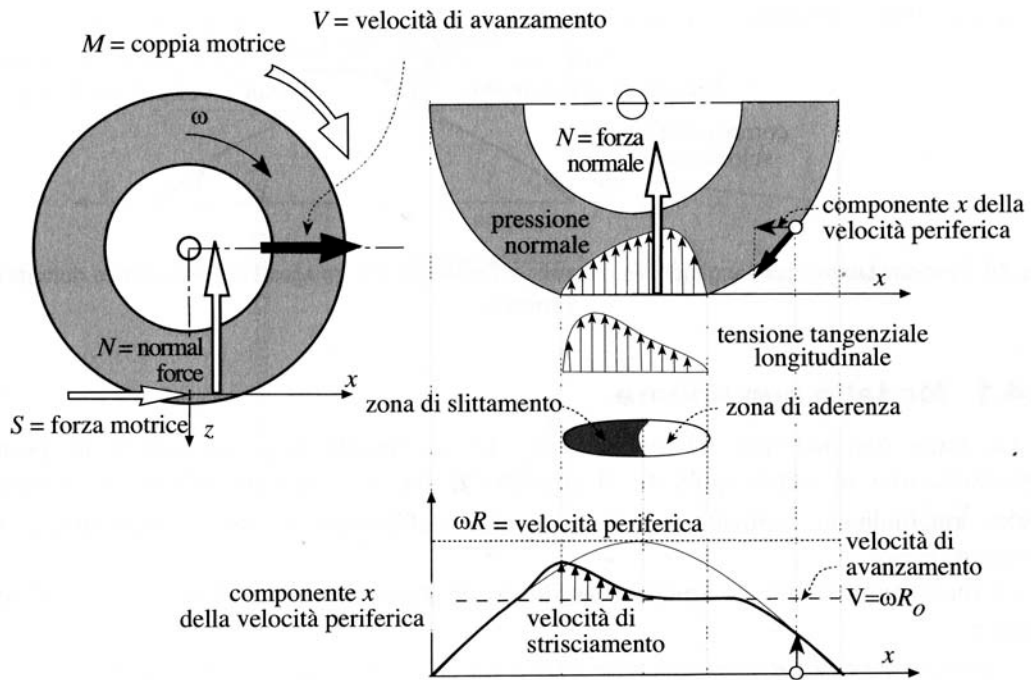


Figura 1.3: schema della dinamica longitudinale

La forza elastica è infatti molto piccola in corrispondenza del bordo d'ingresso dell'impronta e aumenta via via che ci si sposta verso il bordo d'uscita. In prossimità del bordo anteriore anche la pressione è molto bassa ma riesce a far fronte alla piccola deformazione della setola garantendo quindi l'aderenza. Spostandosi verso il centro dell'impronta sia la pressione che la forza longitudinale tendono a crescere e in condizioni normali l'aderenza è comunque garantita. Nella parte posteriore dell'impronta, invece, si verifica un fenomeno di scivolamento in quanto la deformazione del battistrada tenderebbe ad essere elevata, come

anche la forza longitudinale, ma la pressione esercitata contro il suolo va diminuendo: la forza di attrito non è quindi in grado di vincere la forza elastica.

In base alla coppia applicata alla ruota, e quindi alla forza longitudinale che si vuole generare, questa zona può essere più o meno estesa: in presenza di una coppia eccessiva la zona di scorrimento può espandersi fino ad occupare tutta la lunghezza dell'impronta con ripercussioni negative sull'aderenza dello pneumatico.

### 1.2.2 Forza di deriva

In condizioni di semplice curvatura il pneumatico scambia con il terreno solamente forze laterali, lo scorrimento longitudinale è quindi nullo e siamo in presenza di solo angolo di deriva. Supponendo che tale angolo sia piccolo è possibile linearizzare il sistema 1.3 approssimando  $\sin(\lambda) \approx \lambda$  e  $\cos(\lambda) \approx 1$ . Inoltre è ragionevole supporre che la deformazione longitudinale  $u$  come anche la sua derivata nel tempo risultino nulle. Il sistema diventa:

$$\begin{cases} 0 = V + \dot{x} \\ 0 = -V \lambda + 0 + \frac{dv}{dx} \dot{x} \end{cases} \quad 1.12$$

Una volta risolto si ottiene la soluzione

$$\frac{dv}{dx} = -\lambda \quad 1.13$$

Integrando sulla lunghezza dell'impronta, e imponendo come condizione a contorno che la deformazione del battistrada in corrispondenza del bordo d'ingresso sia nulla, si ottiene la distribuzione delle deformazioni laterali delle setole

$$v = \lambda(a - x) \quad 1.14$$

Anche in questo caso la distribuzione è lineare, nulla in corrispondenza del bordo d'ingresso e massima in corrispondenza del bordo d'uscita, come illustrato in Figura 1.4 sono valide le medesime considerazioni fatte nel paragrafo precedente: la parte posteriore dell'impronta a terra risulta in scivolamento in quanto l'attrito non è in grado di contrastare la forza elastica di deformazione del battistrada. In presenza di grandi angoli di deriva, e quindi di grandi

richieste di forza laterale, l'area in scivolamento tenderà a diventare sempre più grande raggiungendo anche in questo caso un limite massimo di aderenza.

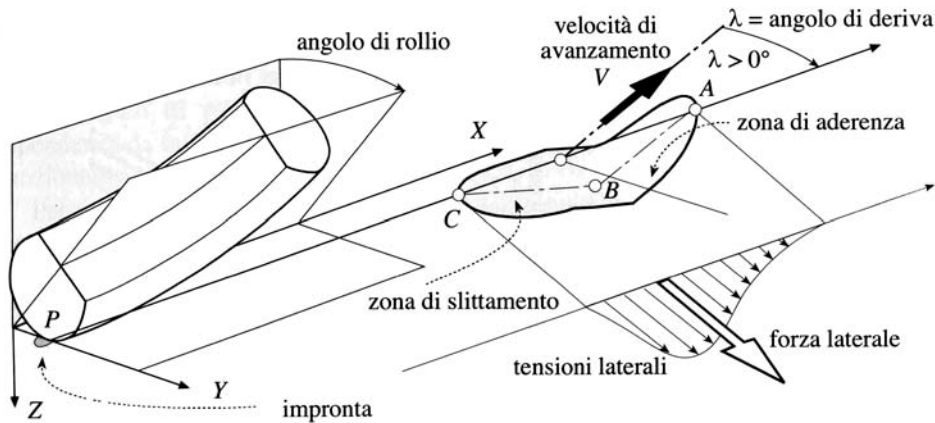


Figura 1.4: schema forza di deriva

### 1.2.3 La formula di Pacejka

Al fine di rappresentare, da un punto di vista analitico, i fenomeni appena descritti ci si avvale della così detta Magic Formula ideata da H.B. Pacejka nel 1993 [1] [2].

Tale formula è in grado di esprimere il valore della forza in funzione di un parametro di scorrimento: nel caso della forza longitudinale si utilizza il parametro  $k$ , nel caso della forza laterale il parametro  $\lambda$ .

La formulazione è di seguito riportata

$$Y(x) = y(x) + S_y$$

$$y(x) = D \sin\{C \arctan[Bx - E(Bx - \arctan Bx)]\}$$

$$X = x + S_h$$

1.15

La curva assume la forma rappresentata in Figura 1.5 e in base alla scelta dei coefficienti A B C D è possibile variarne la forma in modo da interpolare al meglio i dati sperimentali.

La formulazione qui proposta è una delle più semplici, in passato sono state sviluppate anche formulazioni più complesse la fine di considerare anche altri aspetti e parametri: un esempio è riportato in [3] dove si sviluppano nuove formulazioni al fine di valutare anche l'effetto della pressione di gonfiaggio.

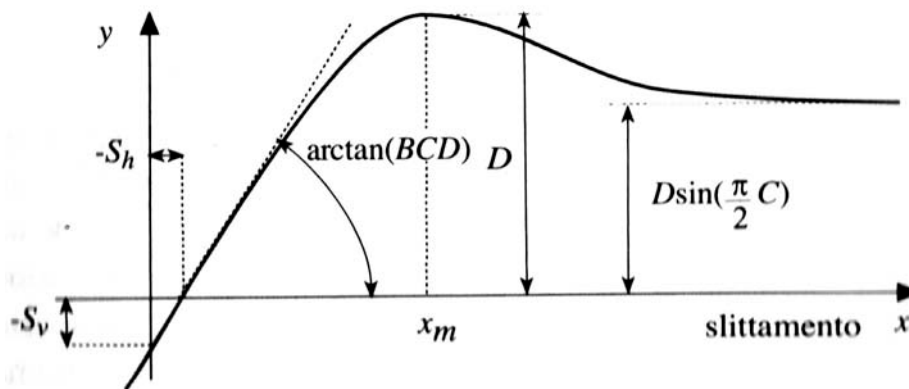


Figura 1.5: rappresentazione grafica Magic Formula

Osservando la curva in figura si nota la presenza di un tratto iniziale di pendenza positiva seguito da un massimo e da un tratto circa costante di valore leggermente inferiore al massimo: L'andamento della curva rappresenta e interpreta i fenomeni descritti nei paragrafi 1.2.1 e 1.2.2: la presenza di un massimo evidenzia la circostanza in cui il battistrada risulta molto sollecitato e quindi deformato ma allo stesso tempo la zona di scorrimento non è talmente estesa da pregiudicare l'aderenza. Qualora si richiede un'ulteriore sollecitazione al pneumatico la zona in slittamento tende ad ingrandirsi andando così a pregiudicare la forza che complessivamente l'impronta è in grado di scambiare con il suolo.

In presenza di piccoli scorrimenti la curva può essere linearizzata valutando la sua derivata in corrispondenza dell'origine: per la forza longitudinale si ottiene il coefficiente dello scorrimento longitudinale

$$K_k = \left. \frac{dF}{dk} \right|_{k=0} \quad 1.16$$

Per la forza laterale derivante da deriva si definisce la rigidità di deriva

$$K_\lambda = \left. \frac{dF}{d\lambda} \right|_{\lambda=0} \quad 1.17$$

Le due rigidità appena descritte possono essere analiticamente calcolate come il prodotto dei tre coefficienti BCD della formula di Pacejka



### 1.2.4 Forza di camber

Un ulteriore contributo alla forza laterale è conferito dall'effetto dell'angolo di rollio o camber. Questa forza si genera in seguito alla deformazione della carcassa dello pneumatico in corrispondenza della zona di contatto.

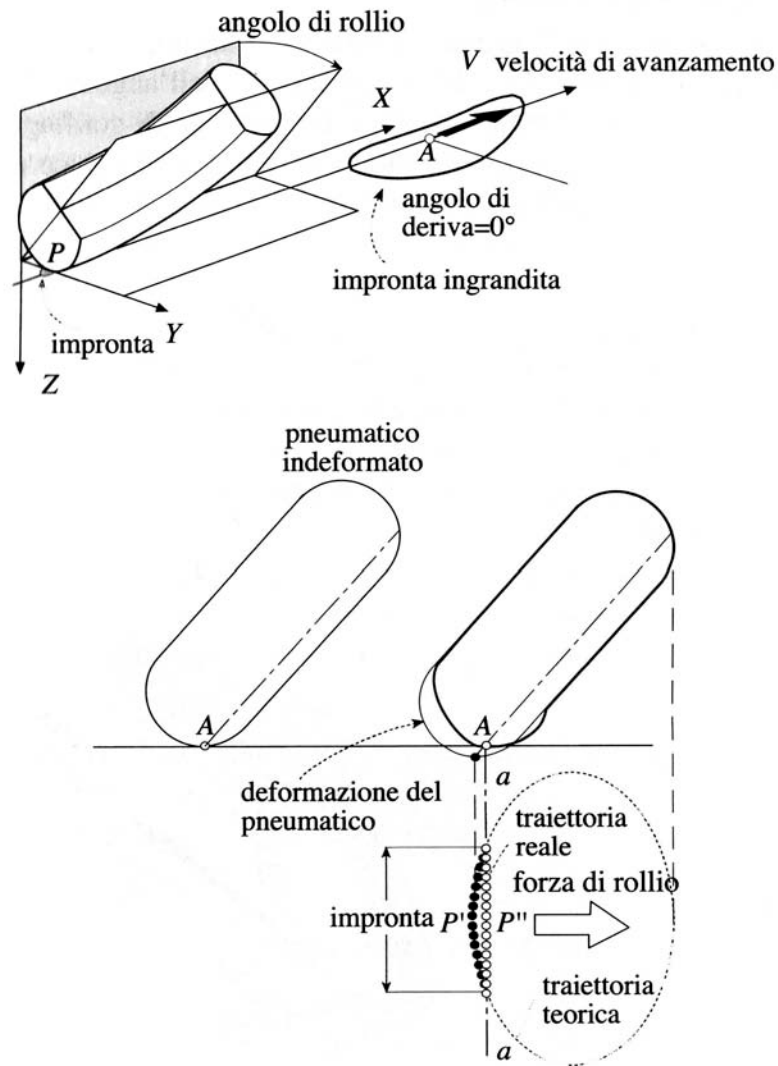


Figura 1.6: deformazione della carcassa in presenza di rollio

Con riferimento alla Figura 1.6 e supponendo idealmente una carcassa indeformabile, un punto appartenente al battistrada descrive una traiettoria perfettamente circolare sul piano della ruota. Tale traiettoria assume forma ellittica se proiettata sul piano stradale.

Nel caso reale la carcassa risulta deformabile e il punto appartenente al battistrada è costretto ad abbandonare la sua traiettoria ideale in corrispondenza dell'ingresso nell'impronta, per muoversi lungo una traiettoria rettilinea.

La forza necessaria a deformare la traiettoria è fornita dal contatto con il suolo ed è denominata forza di rollio. Tale forza risulta molto importante in particolare nei veicoli a due ruote dove gli angoli di rollio raggiunti sono considerevoli.

Anche in questo caso la relazione tra angolo di camber e forza generata può essere linearizzata per piccoli angoli di rollio. Si definisce quindi la rigidità di rollio

$$K_{\varphi} = \left. \frac{dF}{d\varphi} \right|_{\varphi=0}$$

1.18

### 1.2.5 *Momenti agenti sullo pneumatico*

I principali momenti che agiscono sullo pneumatico sono quelli di auto-allineamento, quello dovuto al camber e quello di resistenza al rotolamento.

Il momento di auto-allineamento si genera in seguito all'imposizione alla ruota di un angolo di deriva. Come illustrato nel paragrafo 1.2.2 la distribuzione della forza laterale non è uniforme ma triangolare: il centro di spinta risulterà quindi agente su un punto posto posteriormente al centro dell'impronta.

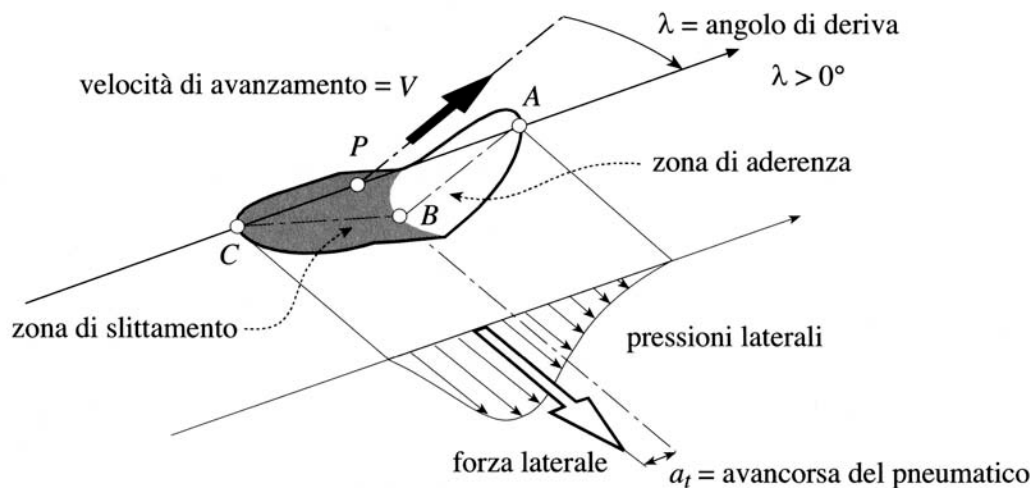


Figura 1.7: distribuzione delle forze laterali e avancorsa dello pneumatico

Nasce quindi un momento risultante dal prodotto della distanza tra la risultante della forza laterale e il centro dell'impronta, detta avancorsa dello pneumatico, e la forza stessa. Questo momento è definito di auto-allineamento in quanto spinge la ruota a ruotare nella direzione della velocità di avanzamento tendendo ad annullare l'angolo di deriva imposto.

Il momento dovuto al camber, anche detto twisting torque, è dovuto ad una non uniforme distribuzione della velocità nell'impronta.

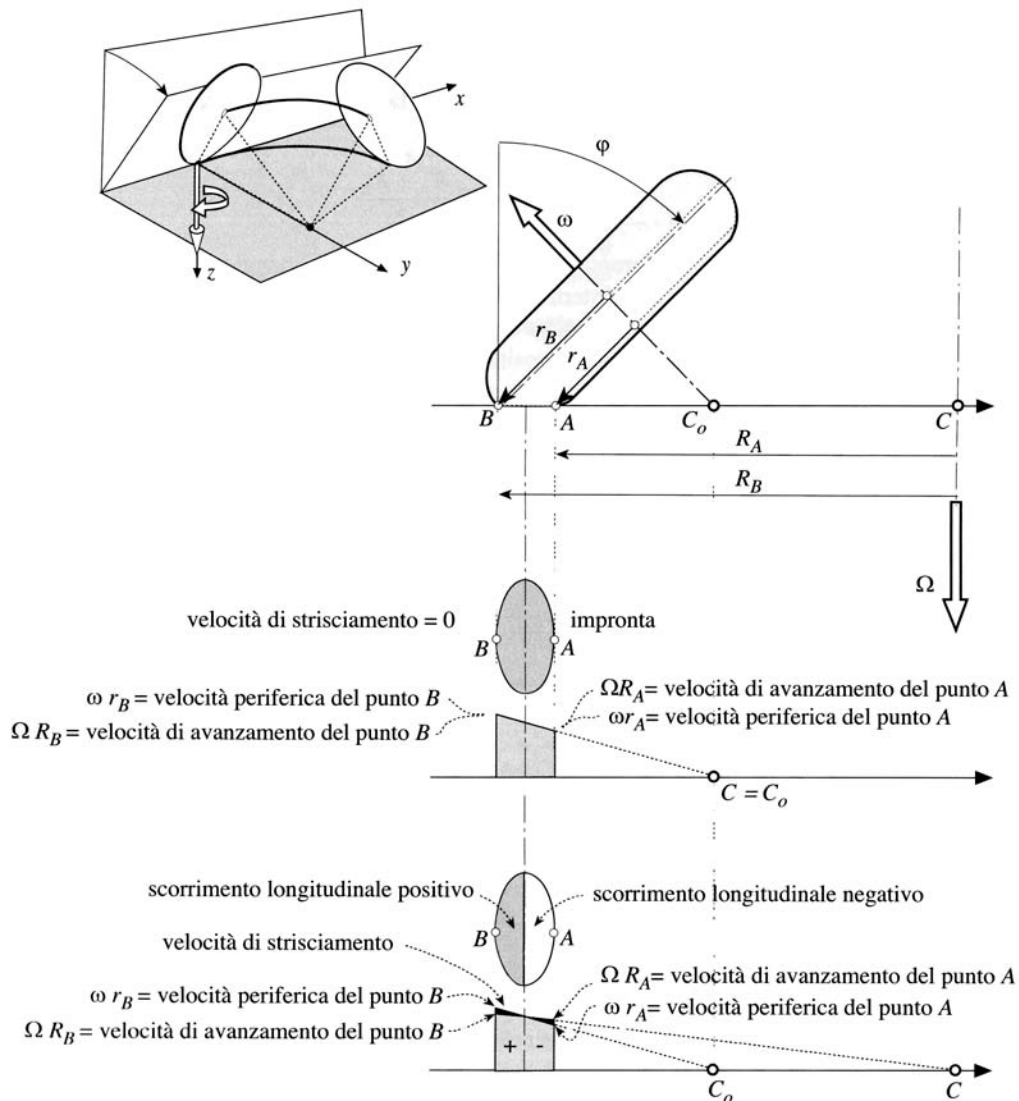


Figura 1.8: schema momento di torsione

Con riferimento alla Figura 1.8 è possibile valutare la velocità periferica della ruota in corrispondenza dei punti A e B. Si nota che i due punti sono situati a due diverse distanze dall'asse di rotolamento della ruota, la velocità periferica risulterà quindi maggiore nel punto B rispetto al punto A. Tuttavia anche la velocità di avanzamento risulta diversa nei due punti, il sistema è infatti in rotazione attorno al punto C.

Affinché le velocità periferiche nei due punti siano equivalenti a quelle di avanzamento, e quindi non si verifichi scorrimento, è necessario che il punto di intersezione dell'asse della

ruota con il terreno coincida con il centro di curvatura: ciò significa che il punto  $C$  e  $C_0$  devono coincidere. In questa circostanza si verifica che:

$$\omega r_A = \Omega R_A \qquad \omega r_B = \Omega R_B \qquad 1.19$$

Questa condizione è tuttavia molto remota, nella realtà il punto  $C_0$  è sempre compreso tra il centro di curvatura e il punto di contatto.

Di conseguenza solo il punto centrale dell'impronta non sarà sottoposto a strisciamento in quanto vale la condizione:

$$\omega \frac{r_A + r_B}{2} = \Omega \frac{R_A + R_B}{2} \qquad 1.20$$

In corrispondenza del punto B si verificherà uno scorrimento longitudinale positivo mentre in corrispondenza del punto A lo scorrimento risulta negativo. La risultante delle forze agenti è nulla ma si genera un momento che tende a disallineare la ruota.

Il momento di resistenza al rotolamento è dovuto ad una non simmetrica distribuzione del carico verticale: a causa del comportamento isteretico della gomma la deformazione della carcassa non segue una legge perfettamente lineare di conseguenza la distribuzione della pressione non sarà esattamente parabolica, come ipotizzato in precedenza, ma avrà un massimo spostato verso il bordo anteriore dell'impronta. La risultante della forza normale risulterà quindi sbilanciata e applicata in un punto anteriore al centro dell'impronta. Tale forza risulta quindi avere un braccio rispetto all'asse di rotazione della ruota e quindi genera un momento che si oppone al rotolamento.

In quanto generato da forze viscosse tale effetto è tanto più sensibile tanto più è elevata la velocità di deformazione e quindi quella di avanzamento del veicolo.

### **1.3 Il pneumatico in condizioni di transitorio**

Le forze appena descritte, il particolare la forza laterale dovuta a deriva, non nascono istantaneamente ma si verificano con un certo ritardo dovuto principalmente alla deformabilità della carcassa dello pneumatico.

#### **1.3.1 Un primo modello fisico**

Un primo e semplice modello che descrive il fenomeno è rappresentato in Figura 1.9.

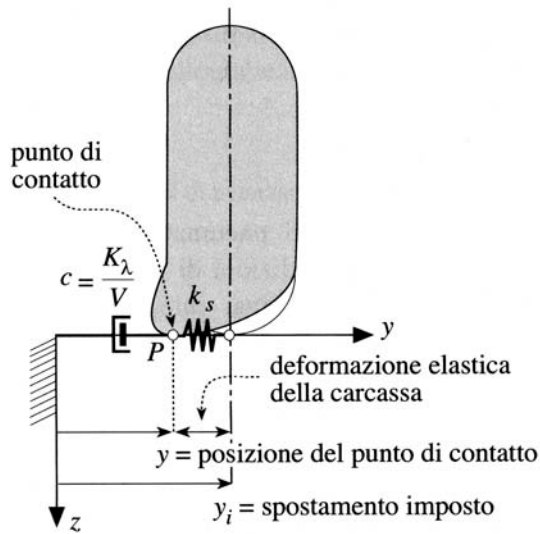
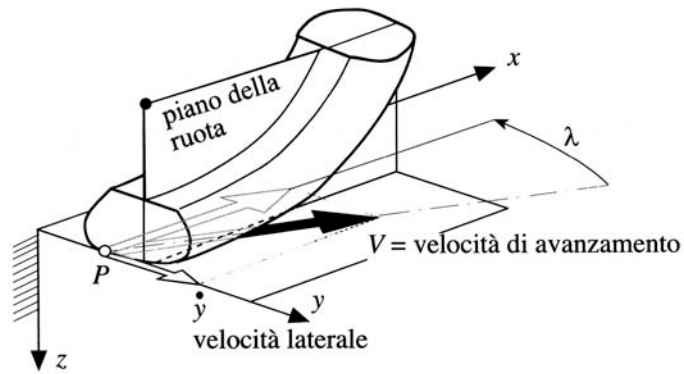


Figura 1.9: comportamento laterale dello pneumatico

Lo smorzatore ha il compito di rappresentare l'interazione tra il suolo e lo pneumatico: l'angolo di deriva è infatti espresso come il rapporto tra la velocità laterale e quella di avanzamento del veicolo

$$\lambda = \frac{\dot{y}}{V}$$

1.21

Di conseguenza la forza di deriva può essere espressa come proporzionale alla velocità laterale  $\dot{y}$  e il rapporto  $\frac{K_\lambda}{V}$  assume le caratteristiche di uno smorzamento viscoso

$$F_s = -\frac{K_\lambda}{V} \dot{y}$$

1.22

La molla rappresenta invece la rigidità laterale della carcassa.

In prima approssimazione è possibile trascurare gli effetti inerziali della carcassa ponendo quindi la massa pari a 0. L'equilibrio dinamico in corrispondenza del punto P di contatto risulta essere

$$0 = -\frac{K_\lambda}{V} \dot{y} - k(y - y_i) \quad 1.23$$

Dove con  $y$  e  $y_i$  si indicano rispettivamente lo spostamento laterale del punto di contatto e lo spostamento imposto al cerchione relativamente a un sistema di riferimento solidale al terreno.

Introducendo il parametro

$$\sigma = \frac{K_\lambda}{k} \quad 1.24$$

denominato lunghezza di rilassamento e riorganizzando i termini si ottiene l'equazione differenziale

$$-\frac{\sigma}{V} \dot{F}_s + F_s = K_\lambda \lambda_i \quad 1.25$$

Si suppone di realizzare un ingresso a gradino imponendo improvvisamente una velocità laterale  $\dot{y}_i$  al cerchione della ruota, che equivale a imporre un angolo di deriva alla ruota. Integrando opportunamente l'equazione si ottiene l'espressione della forza di deriva in funzione del tempo

$$F_s = K_\lambda \lambda_i \left( 1 - e^{-\frac{V k_s t}{K_\lambda}} \right) \quad 1.26$$

Tale forza può essere rappresentata in funzione del tempo (Figura 1.10): si nota che essa tende asintoticamente a un valore ideale rappresentato dal prodotto della rigidità di deriva per l'angolo di deriva imposto.

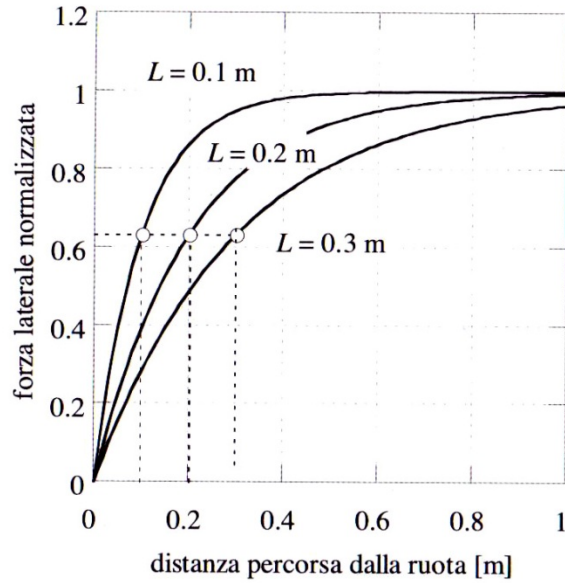


Figura 1.10: forza nel tempo

La forza raggiunge il 63% del suo valore di regime in seguito ad un tempo pari a  $\frac{K_\lambda}{k_s V}$  che rappresenta il tempo impiegato dalla ruota a percorrere la lunghezza di rilassamento definita in precedenza.

La lunghezza di rilassamento esprime quindi quanto rapidamente il pneumatico è in grado di reagire alle sollecitazioni esterne e sarà argomento di discussione e di indagine del lavoro qui presentato.

Da un punto di vista sperimentale è doveroso analizzare la risposta del sistema nel caso di diversa sollecitazione d'ingresso. In alternativa all'ingresso a gradino si ricorre spesso ad un ingresso di tipo sinusoidale: la lunghezza di rilassamento introduce un ritardo nella comparsa della forza che si traduce quindi in uno sfasamento tra la variabile in ingresso, la velocità laterale imposta, e la variabile d'uscita, la forza laterale. Tale procedura è ad esempio impiegata in [4] e sarà poi utilizzata per le misure sperimentali pubblicate in questa tesi.

Introducendo una soluzione armonica del tipo  $F = F_0 e^{i\omega t}$  e  $\lambda = \lambda_0 e^{i\omega t}$  nell'equazione 1.25 ed elidendo la dipendenza dal tempo si può ottenere l'impedenza meccanica rappresentata dallo pneumatico, o meglio, il rapporto tra la forza generata e la deriva imposta

$$\frac{F_0}{\lambda_0} = \frac{1}{k_s} - i \frac{\sigma \omega}{V k_s} = Z$$

1.27

Da tale relazione è possibile ottenere lo sfasamento generato dal sistema, esso risulta valere

$$\tan(\varphi) = -2\pi P_f \sigma$$

1.28

Dove con la variabile  $P_f$  si indica la path frequency, cioè il rapporto tra la frequenza del segnale d'ingresso e la velocità di avanzamento

$$P_f = \frac{f}{V} = \frac{\omega}{2\pi V}$$

1.29

### 1.3.2 Rigid ring model

Il modello descritto nel paragrafo precedente ha il solo scopo di rappresentare e rendere più comprensibile il sistema-pneumatico.

Tuttavia il fenomeno fisico è decisamente più complesso e ci si può avvalere di modelli più complessi e raffinati per meglio descrivere il comportamento dello pneumatico.

In [5] de Vries e Pacejka propongono il modello ad anello rigido (rigid ring model).

Il modello rappresenta la carcassa dello pneumatico come un anello rigido vincolato al cerchione mediante una serie di molle e smorzatori. L'anello, anche denominato belt (cintura), risulta avere tre gradi di libertà rispetto al sistema del cerchione: è in grado di ruotare intorno all'asse verticale (imbardata), a quello orizzontale (rollio) e inoltre può traslare lateralmente in direzione parallela all'asse di rotazione della ruota.

La figura rappresenta il sistema

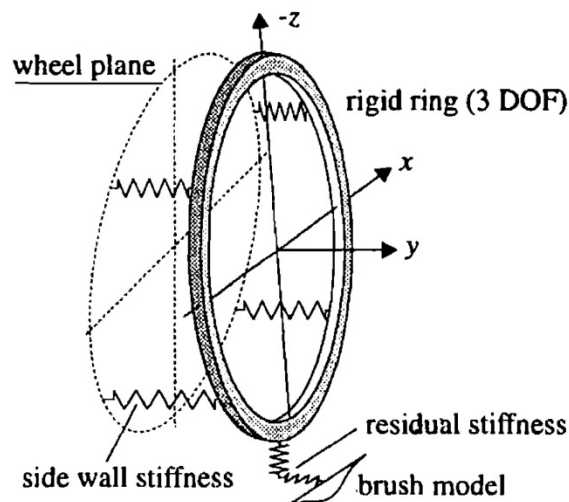


Figura 1.11: rigid ring model[6]



Da un punto di vista analitico il sistema può essere descritto mediante un sistema di 8 equazioni differenziali del primo ordine.

Le prime 6 equazioni (3 di secondo ordine) rappresentano la dinamica della belt nei suoi tre gradi di libertà. Con i parametri indicati con  $C$  si indicano le rigidità, con  $K$  si indicano gli smorzamenti. Il pedice  $a$  si riferisce agli spostamenti imposti al cerchione mentre con il pedice  $b$  si indicano gli spostamenti della belt. Tali spostamenti sono da intendersi assoluti, i moti relativi tra cerchione e anello rigido possono essere indicati tramite differenza delle due coordinate.

La traslazione laterale della ruota viene indicata con  $y$ , l'imbardata con  $\psi$  e il camber con  $\gamma$ .

Di seguito sono riportate le equazioni che interessano la dinamica della belt

$$I_{xx}\ddot{\gamma}_b = -K_{xx}(\dot{\gamma}_b - \dot{\gamma}_a) - C_{xx}(\gamma_b - \gamma_a) - I_{yy}\Omega\dot{\psi}_b - K_{zz}\Omega(\psi_b - \psi_a) - rF_y + (y_b - y_a - r\gamma_b)F_z \quad 1.30$$

$$I_{zz}\ddot{\psi}_b = I_{yy}\Omega\dot{\gamma}_b + K_{xx}\Omega(\gamma_b - \gamma_a) - K_{zz}(\dot{\psi}_b - \dot{\psi}_a) - C_{zz}(\psi_b - \psi_a) + M_z \quad 1.31$$

$$y_b\ddot{y}_b = -K_y(y_b - y_a) - C_y(y_b - y_a) + F_y \quad 1.32$$

Le altre due equazioni del sistema rappresentano due equazioni di rilassamento: la prima esprime il rilassamento rispetto all'angolo di deriva effettivamente percepito dallo pneumatico e quindi direttamente riconducibile alla forza laterale. Con la lunghezza  $\sigma_c$  si esprime la porzione di lunghezza di rilassamento introdotta nel sistema dalla dinamica della patch e da tutti le cedevolezza che non possono essere rappresentate dal modello ad anello rigido.

$$\sigma_c\dot{\alpha}_l + V\alpha_l = R\dot{\gamma}_b - a\dot{\psi}_b + V\psi_b - \dot{y}_b \quad 1.33$$

I termini che compaiono a destra dell'uguale rappresentano le componenti di deriva a cui è sottoposta l'impronta:  $V\psi_b$  rappresenta il vero e proprio angolo di deriva che assume la belt, i termini  $R\dot{\gamma}_b - \dot{y}_b$  derivano dalla traslazione laterale dell'impronta dovuti alla cedevolezza della carcassa mentre il termine  $-a\dot{\psi}_b$  rappresenta il contributo alla deriva dovuto alla velocità di imbardata che genera quindi una componente di velocità laterale in corrispondenza dell'estremità dell'impronta. Nello schema seguente sono rappresentate le componenti cinematiche riguardanti la patch

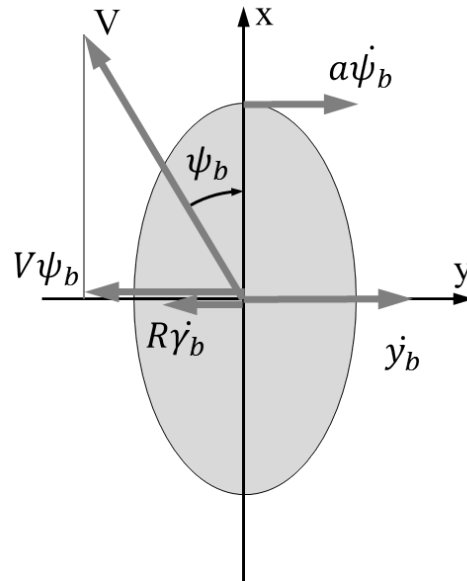


Figura 1.12: componenti cinematiche sull'impronta

La seconda equazione di rilassamento esprime il comportamento dell'imbardata, a tal fine si definisce il parametro  $\varphi_l$  dato dal rapporto tra la velocità di imbardata e la velocità angolare della ruota. Si ottiene così un camber equivalente a cui può essere imputato parte del momento agente lungo l'asse verticale. L'equazione è così definita:

$$\frac{\sigma_{spin}}{r_{eff}} \varphi_l = \gamma_b \Omega + \dot{\psi}_b - \Omega \varphi_l \quad 1.34$$

Il termine  $\gamma_b \Omega$  esprime la componente verticale del vettore velocità angolare della ruota, tale vettore risulta infatti inclinato a causa del camber. Il termine  $\dot{\psi}_b$  rappresenta invece la velocità di imbardata assunta dalla belt.

Il sistema può essere linearizzato se si assumono piccole variazioni degli angoli e piccoli spostamenti, pertanto la forza laterale e il momento agente sull'asse verticale possono essere espressi come

$$F_y = C_{bf\alpha} \alpha_l \quad 1.35$$

$$M_z = -t_\alpha F_y - C_{M_z\varphi} \varphi_l \quad 1.36$$

Dove con  $t_a$  si indica l'avancorsa dello pneumatico, con  $C_{bf\alpha}$  si indica la rigidità di deriva e con  $C_{Mz\phi}$  si indica la rigidità di rollio.

### 1.3.3 Modello semplificato

Il modello ad anello rigido risulta adatto anche alle alte frequenze in quanto considera gli effetti inerziali ma eccessivamente complesso per interpretare le misure svolte. Ci si avvale quindi di un modello semplificato che tuttavia interpreta in modo sufficientemente accurato la realtà sperimentale.

Si trascurano gli effetti inerziali e giroscopici della carcassa assumendola priva di massa. Anche lo smorzamento è considerato trascurabile.

La rigidità laterale della carcassa viene attribuita a tre diversi contributi: come nel modello ad anello rigido completo si considera la rigidità relativa alla traslazione e quella relativa alla rotazione diametrale, a queste va aggiunta una così detta rigidità residua che tiene conto delle cedevolezza che non sono imputabili al solo spostamento dell'anello.

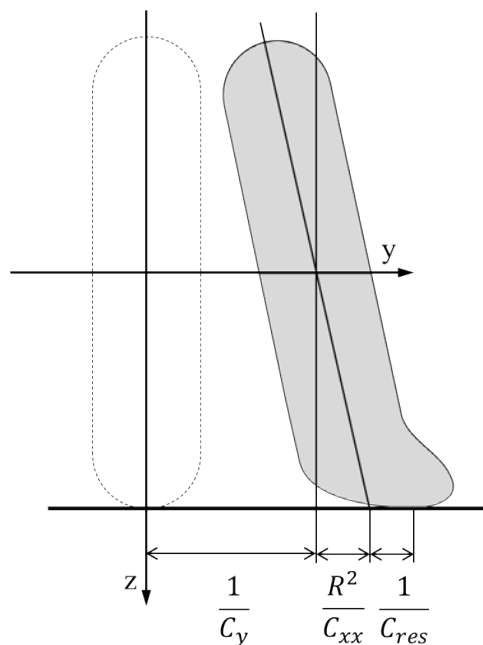


Figura 1.13 : schema delle cedevolezza

La rigidità complessiva in corrispondenza del punto di contatto può quindi essere espressa come:

$$\frac{1}{C_{yt}} = \frac{R^2}{C_{xx}} + \frac{1}{C_y} + \frac{1}{C_{res}}$$

Un altro fattore trascurabile rispetto al modello completo è il rilassamento dell'imbardata, infatti lo sfasamento tra l'imbardata imposta al cerchione e quella effettiva è molto ridotto e si può considerare la rotazione della belt solidale al cerchione.

L'equazione di rilassamento della deriva viene invece mantenuta: si riassume con il termine  $y_b$  gli spostamenti imputabili alle cedevolezza sopra descritte. Dato che la rigidità residua è già conteggiata nella rigidità complessiva della carcassa al termine  $\sigma_c$  si attribuisce il solo ritardo dovuto all'interazione tra impronta e suolo.

Il sistema si riduce a:

$$\begin{cases} \frac{\sigma_c}{V} \dot{\alpha}_l + \alpha_l = -\frac{a\dot{\psi}_a}{V} + \psi_b - \frac{\dot{y}_b}{V} \\ F_y = C_{bf\alpha} \alpha_l \\ 0 = C_{yt} y_b + F_y \end{cases} \quad 1.38$$

Se si considera un ingresso armonico è possibile risolvere il sistema e scrivere la funzione di trasferimento tra la forza di deriva e l'angolo imposto

$$F_{s0} = \frac{1 - a \frac{i\omega}{v}}{\left(\sigma_c + \frac{C_{bf\alpha}}{C_{yt}}\right) \frac{i\omega}{v} + 1} C_{bf\alpha} \psi_{b0} \quad 1.39$$

Una stima di  $\sigma_c$  può essere eseguita valutando la lunghezza dell'impronta a terra, in particolare si può attribuire alla lunghezza di rilassamento la dimensione della zona di aderenza dell'impronta. L'estensione di tale zona è calcolabile con la semplice relazione

$$\sigma_c = a\lambda \quad 1.40$$

dove con  $\lambda$  si indica il rapporto tra la lunghezza della zona impressa e quella totale dell'impronta. Il valore di tale coefficiente può essere stimato mediante le formulazioni suggerite in [7] e sotto riportate

$$\lambda = 1 - \theta(\tan \alpha) \quad 1.41$$

$$\theta = \frac{C_{bf\alpha}}{\mu F_z}$$

1.42

Dove con  $\alpha$  si indica l'ampiezza di oscillazione imposta alla ruota e con  $\mu$  il coefficiente di attrito statico della ruota che in prima approssimazione equivale all'unità.

La lunghezza di rilassamento complessiva risulta quindi essere la somma dei contributi dovuti alla patch e quelli imputabili alla rigidità della carcassa

$$\sigma = \sigma_c + \frac{C_{bf\alpha}}{C_{yt}} = a\lambda + \frac{C_{bf\alpha}R^2}{C_{xx}} + \frac{C_{bf\alpha}}{C_y} + \frac{C_{bf\alpha}}{C_{res}}$$

1.43

È chiaro che il modello è meno preciso e accurato di quello proposto nel paragrafo 1.3.2 tuttavia se si considerano basse velocità di rotolamento e basse frequenze di eccitazione garantisce comunque ottimi risultati.

#### **1.4 Caratteristiche dinamiche e stabilità della motocicletta**

Come già accennato in precedenza lo scopo delle sperimentazioni è quello di caratterizzare lo pneumatico in condizioni di non stazionarietà. Il ritardo introdotto dallo pneumatico tra la richiesta di una determinata forza e la sua reale comparsa è molto importante per la stabilità della motocicletta, o più in generale del veicolo a due ruote.

Il ritardo generato non è così accentuato da manifestare effetti apprezzabili nelle normali manovre, come per esempio curve, slalom o cambi di corsia, tuttavia il suo effetto è tangibile se si va ad analizzare i modi di vibrare e la stabilità del veicolo.

I due principali modi di vibrare di una motocicletta sono il weave e il wobble.

Ci si affida a [8] per dare una breve panoramica delle caratteristiche di questi modi e delle loro frequenze tipiche, utili poi per impostare correttamente le prove sperimentali.

Il weave è una vibrazione che coinvolge sia l'avantreno che il retrotreno del veicolo, generando un serpeggiamento della moto. Tale modo risulta instabile tipicamente alle basse velocità, il suo smorzamento cresce poi alle medie velocità per diminuire alle velocità più elevate. Il wobble invece è un modo di vibrare a più alta frequenza, rispetto al precedente, che coinvolge solamente l'avantreno della motocicletta o dello scooter. Questo modo si manifesta ad alta velocità dove tende ad essere instabile. Questo modo risulta tuttavia facilmente smorzabile, in molti casi l'impugnare il manubrio è sufficiente a stabilizzare il modo.

Le frequenze tipiche del weave crescono da 2 a 4 Hz al crescere della velocità del veicolo. Per il wobble invece si verificano frequenze naturali nell'ordine dei 6-8Hz con comportamento decrescente all'aumentare della velocità.

Si rimanda ai capitoli successivi il compito di fornire informazioni riguardo la relazione che intercorre tra le condizioni di prova e quelle appena descritte.

## Capitolo 2

### METODOLOGIE SPERIMENTALI

#### 2.1 Prove in transitorio

Lo scopo di queste prove è quello di identificare la lunghezza di rilassamento precedentemente introdotta nel paragrafo 1.3.

Nella pratica tale misura può essere effettuata imponendo all'angolo di deriva un moto sinusoidale: in presenza di moto armonico il ritardo con cui compare la forza laterale si traduce in uno sfasamento tra l'angolo di deriva e la forza laterale. Misurando tale sfasamento è quindi possibile risalire alla lunghezza di rilassamento.

Per realizzare tali misure ci si è serviti della macchina denominata Mototiremeter le cui caratteristiche e modalità di funzionamento sono illustrate nel paragrafo successivo.

##### 2.1.1 Mototiremeter [9][10]

Il sistema consiste in una macchina a disco rotante capace di misurare le forze e i momenti agenti sullo pneumatico in seguito all'assegnazione di determinati valori di angoli di deriva, di rollio e carico verticale.

La macchina è illustrata in Figura 2.1.



Figura 2.1: Mototiremeter

Tale macchina è costituita da un braccio il cui compito è quello di sostenere la ruota e impartire ad essa gli angoli di rollio e deriva richiesti. La ruota appoggia su di un disco di tre metri di diametro in grado di ruotare e simulare l'avanzamento della ruota. Per garantire l'aderenza, e imitare al meglio il contatto con il manto stradale, la fascia del disco a contatto con la ruota è ricoperta di un materiale antiscivolo.

Il disco è messo in rotazione da un motore da 11kW opportunamente collegato mediante un sistema di riduzione. La velocità massima realizzabile è di 100 rpm che corrispondono ad una velocità periferica di 50 km/h in corrispondenza della circonferenza dove rotola la ruota.

Tale motore è regolato da una scheda di comando: la velocità può essere settata attraverso un potenziometro posto su un apposito telecomando. La velocità del disco può essere letta su un apposito display.

Il braccio è capace di realizzare angoli di rollio massimi di  $54^\circ$  in entrambe le direzioni. L'angolo di deriva massimo ottenibile è invece di  $6^\circ$  anch'esso in entrambe le direzioni. La movimentazione del braccio è affidata a due motori brushless collegati alla macchina mediante opportuni riduttori.

Tali motori sono gestiti attraverso delle schede connesse a loro volta ad un calcolatore. L'apparato di controllo, come anche il software utilizzato, è fornito dalla *National Instrument*. Il comando della macchina avviene per mezzo di un codice appositamente realizzato in ambiente *Labview*: il programma consente di eseguire una taratura preliminare della macchina in modo da azzerare gli angoli di rollio e di deriva. Successivamente è possibile eseguire il vero e proprio ciclo di misura andando a impostare i parametri caratteristici di ampiezza dell'oscillazione, frequenza e numero di cicli da realizzare. Durante le prove l'angolo di rollio è mantenuto costante e pari a zero.

Il carico verticale è generato applicando dei pesi su un'apposita appendice montata al braccio principale mediante un ammortizzatore: questo consente di trasferire il carico alla ruota evitando l'insorgere di vibrazioni e moti anomali del braccio porta ruota.

### *2.1.2 Apparato di acquisizione*

La macchina è equipaggiata con tre celle di carico capaci di misurare la forza laterale, il momento di imbardata e la resistenza al rotolamento.

Ai fini del lavoro svolto il solo parametro interessante è la forza laterale e sono quindi stati analizzati solamente i dati relativi ad una cella.





Figura 2.2: celle presenti sulla macchina

La cella rappresenta un vincolo del braccio: esso risulta infatti infulcrato anteriormente mediante una coppia rotoidale, in assenza della cella il braccio risulterebbe libero di ruotare intorno a tale vincolo. La cella rende quindi la struttura isostatica. La forza esercitata dallo pneumatico, come anche la reazione vincolare della cella, risultano avere un braccio rispetto alla coppia rotoidale.

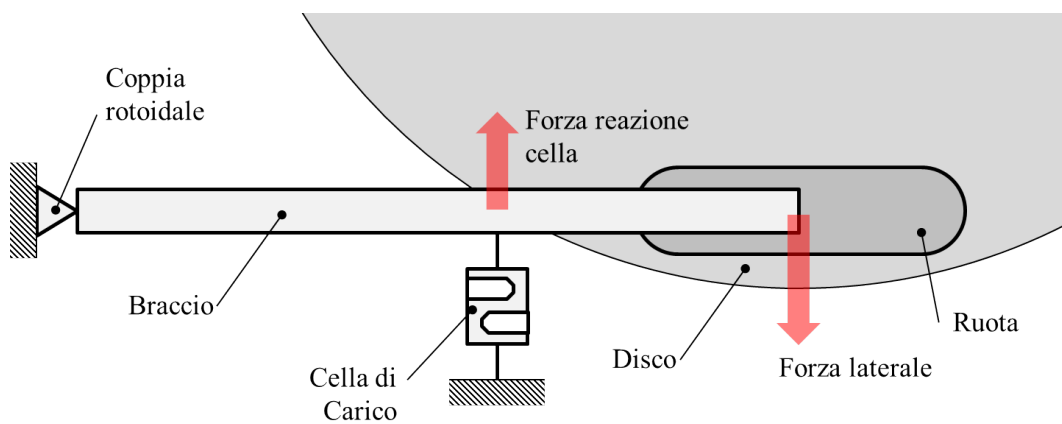


Figura 2.3: vista schematica superiore del braccio

È quindi possibile risalire al valore della forza generata nell'area di contatto rapportando opportunamente la forza acquisita dalla cella.

Al fine di misurare il movimento della forcella, e di conseguenza l'esatto valore dell'angolo di deriva imposto alla ruota, è stato montato un girometro in corrispondenza della piastra superiore della forcella.

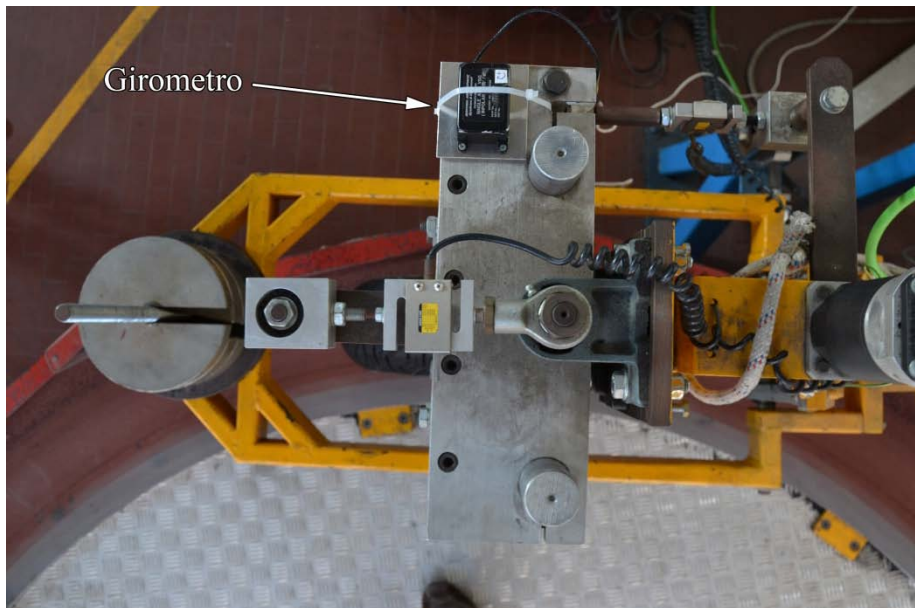


Figura 2.4: posizionamento del girometro

Tale sensore è in grado di registrare la velocità angolare dell'apparato: a partire da questo segnale è sufficiente eseguire un'integrazione per risalire allo spostamento. In questo caso, dato che il moto imposto alla ruota era di tipo sinusoidale, è stato sufficiente considerare che in un moto armonico la velocità risulta in anticipo di  $90^\circ$  rispetto allo spostamento: nota quindi la fase del segnale di velocità è immediatamente calcolabile anche la fase dello spostamento.

L'acquisizione dei segnali della cella di carico e del girometro venivano acquisiti mediante un secondo computer dotato di opportune schede di acquisizione USB. Anche in questo caso la strumentazione e il software impiegati sono prodotti dalla *National Instrument*. Il campionamento dei dati avveniva ad una frequenza di 50Hz e i dati ottenuti venivano salvati in un file di tipo .TXT contenente tre colonne: tempo, forza laterale e velocità di imbardata. Sono di seguito elencate le specifiche dei sensori e delle schede di acquisizione utilizzate.

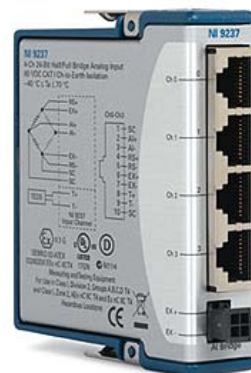
#### Cella di carico forza laterale [11]

- Modello: FUTEK L 2350
- Campo di misura:  $0 \div 2000$  lb (907.2 kg)
- Sensibilità:  $1.6708$  mV/V = 1715.1 lb
- Materiale: alluminio



#### Scheda di acquisizione cella di carico [12]

- Modello: National Instrument Ni 9237
- Risoluzione a 24-bit
- 4 input analogici da  $\pm 25$  mV
- frequenza di campionamento massima: 50kS/s
- half- e full-bridge, eccitazione interna massima di 10 V



#### Girometro [13]

- Modello: Watson Applications VSG single axis gyro
- fondoscala:  $\pm 100^\circ/\text{sec}$
- risoluzione:  $0.025^\circ/\text{sec}$
- sensibilità:  $20^\circ/\text{sec/V}$
- alimentazione: 8.5 to 16VDC
- output: analogico  $\pm 5$ VDC



#### Scheda acquisizione girometro [12]

- Modello: National Instrument Ni 9205
- 32 input analogici a terminazione singola o 16 differenziali
- Risoluzione a 16 bit; frequenza di campionamento totale di 250 kS/s



#### Intefaccia USB [12]

- Modello: National Instrumet NI Cdaq 9172
- Fino a 8 moduli C Series I/O
- Hi-Speed USB connection to PC



### 2.1.3 Path Frequency e parametri impostati

Come accennato in precedenza l'importanza di conoscere le caratteristiche dinamiche degli pneumatici riguarda, in modo particolare, i modi di vibrare del veicolo a due ruote. È quindi

necessario riprodurre, durante la misura, delle condizioni il più possibile coerenti con la realtà.

A partire dall'equazione 1.39 è possibile ricavare lo sfasamento e successivamente esprimere la lunghezza di rilassamento in funzione dello sfasamento stesso

$$\tan(\varphi) = \frac{Im(Z)}{Re(Z)} = \frac{-\frac{\sigma\omega}{v} - \frac{a\omega}{v}}{1 - \sigma a \left(\frac{\omega}{v}\right)^2} \quad 2.1$$

$$\sigma = \frac{-\tan(\varphi) - \frac{a\omega}{v}}{\frac{\omega}{v} \left(1 - \tan(\varphi) \frac{a\omega}{v}\right)} \quad 2.2$$

Si nota che la lunghezza di rilassamento dipende, oltre che dallo sfasamento, dal rapporto tra la frequenza imposta al moto e la velocità di avanzamento. Tale parametro è già stato definito nell'equazione 1.29 come path frequency. L'importanza di questo parametro è fondamentale: infatti consente di eseguire prove a bassa velocità che possono essere poi comparate a condizioni di più alta velocità.

Le caratteristiche costruttive della macchina non consentono di raggiungere grandi velocità di avanzamento, le prove sono infatti state eseguite a una velocità di 1.4 m/s corrispondenti a 5 km/h. le frequenze utilizzate andavano da 0.42 a 2.1 Hz coprendo il campo di path frequency da 0.3 a 1.5 m<sup>-1</sup>.

Il valore di path frequency appena calcolato deve essere confrontato con quello ottenuto nel caso reale. Supponiamo di simulare un moto di wobble ad una frequenza di 8 Hz e una velocità di avanzamento di 12 m/s, corrispondenti a 43 km/h: il valore assunto dalla path frequency è di circa 0.6 m<sup>-1</sup> e risulta quindi compreso nell'intervallo di valori analizzati.

Chiaramente ad alte velocità possono subentrare effetti dinamici considerevoli, tuttavia l'adozione della path frequency come parametro di confronto consente di ottenere dati sufficientemente accurati relativi a situazioni che non potrebbero essere riprodotte in laboratorio, a causa dei limiti tecnologici della strumentazione impiegata. Si rimanda alla Tabella 2.1 i dettagli riguardo le frequenze analizzate

L'ampiezza dell'oscillazione imposta alla deriva era pari a 1.5° per le prime 4 coperture, per l'ultimo set di pneumatici è stato impostato un angolo ridotto pari a 1°.

La misura vera e propria veniva eseguita come segue: il disco veniva messo in rotazione e veniva azzerata la posizione del braccio in modo da ottenere angoli di deriva e rollio nulli. La

ruota veniva lasciata in rotazione per qualche minuto applicando piccoli angoli di deriva e di rollio, questo procedimento ha lo scopo di portare in temperatura la gomma e rimuovere dalla superficie eventuali detriti e trucioli presenti dalle prove precedenti.

Terminato il ciclo di rodaggio il disco veniva momentaneamente fermato per consentire all'operatore di portare il pneumatico alla pressione corretta, veniva poi immediatamente riavviato.

Veniva quindi avviata la procedura di acquisizione dei dati e successivamente il programma di attuazione dei motori. La durata della prova era variabile in base alla frequenza di oscillazione impostata: venivano realizzati una dozzina di cicli in modo da acquisire una sinusoide sufficientemente lunga da poter essere poi interpolata. Per ogni valore di pressione e frequenza la prova veniva ripetuta tre volte in modo da ottenere un dato più accurato, ottenuto dalla media di più misure. Per i tre valori di pressione corrispondenti a 0.5, 2, e 4 bar, e per i primi quattro treni di gomme, le misure sono state ripetute otto volte in modo da poter valutare la ripetibilità delle misure svolte. Tali misure hanno fornito dati del tutto analoghi a quelli ripetuti tre volte e hanno avuto il solo scopo di validare le misure svolte.

Le prove sono state eseguite a carico verticale costante, in particolare i primi due treni sono stati testati ad un carico di 1500N, l'ultimo treno ad un carico pari a 1000N.

La pressione di gonfiaggio veniva realizzata mediante l'impiego di un manometro.

Nella tabella sono riassunti valori delle variabili adottate nelle varie misure

*Tabella 2.1: variabili adottate*

Pneumatico	Frequenze di oscillazione	Ampiezza deriva	Carico verticale	pressioni di gonfiaggio
Pilot Power 120/70 R17				
Pilot Power 180/55 R17	0.42, 0.84, 1.26, 1.68, 2.10 Hz	1.5°	1500N	0.5, 0.75, 1, 1.5, 2, 3, 4 bar
City Grip 110/70 -16				
City Grip 140/70 -14				
City Grip 120/70 -12	0.42, 0.84, 1.26, 1.68, 2.10, 2.52, 2.94 Hz	1°	1000N	
City Grip 120/70 -12				

### 2.1.4 Prima analisi dati

Un primo step nell'analisi dei dati riguarda l'interpretazione dei punti acquisiti. Per analizzare i dati ci si avvale di un breve codice scritto in linguaggio Matlab che aveva lo scopo di interpretare i dati registrati e fornire il valore dello sfasamento tra le due sinusoidi. Vediamo ora nel dettaglio le principali operazioni eseguite.

Prima di tutto il programma legge dal file di testo, precedentemente creato, i valori relativi a tempo, velocità di imbardata e forza laterale creando quindi tre array distinti. Successivamente visualizza i grafici relativi alle due grandezze acquisite in funzione del numero di campioni: questa operazione ha lo scopo di visualizzare i dati registrati e permettere all'utente di determinare l'intervallo utile ai fini dell'analisi. La prima parte infatti deve essere troncata in quanto la registrazione inizia quando il braccio è ancora fermo, è opportuno scartare anche i dati relativi ai primi 1 o 2 periodi in quanto possono essere presenti vibrazioni dovute al transitorio iniziale che alterano la qualità del segnale. Analoghe considerazioni possono essere fatte per la parte terminale dei dati acquisiti: è bene eliminare l'ultima sinusoida e la coda corrispondente all'arresto della macchina.

L'utente può quindi selezionare l'intervallo digitando il campione iniziale e finale, si ottiene così un vettore contenente i dati relativi a circa una decina di sinusoidi.

In Figura 2.5 sono rappresentati i grafici appena descritti

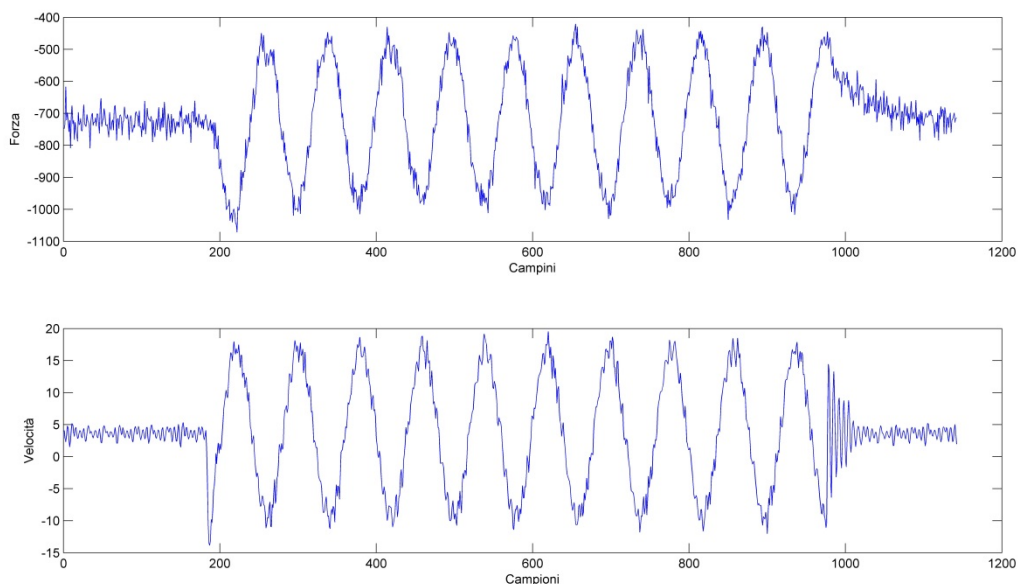


Figura 2.5: dati grezzi



A questo punto il software esegue il fitting dei dati sperimentali sfruttando la funzione `lsqcurvefit` integrata in Matlab: tale funzione è in grado di confrontare i dati sperimentali con una funzione obiettivo definita in modo parametrico. Una volta assegnati i valori di primo tentativo e i valori limite dei parametri il programma fornisce, in seguito a iterazione, i valori che meglio approssimano i dati acquisiti dai sensori.

Nel nostro caso la funzione è così definita:

$$F = \mathbf{0} + A \sin(2\pi Ft + P)$$

2.3

con 0 si indica il valor medio, con A l'ampiezza della sinusoide, con F la frequenza e con P la fase. La funzione di fitting fornisce quindi i valori ottimali di questi quattro parametri. Tale procedura viene eseguita sia sui dati di forza laterale che su quelli della velocità di imbardata. Nel grafico di Figura 2.6 sono rappresentate le due curve relative al fitting (linea rossa) sovrapposte ai dati sperimentali (linea blu).

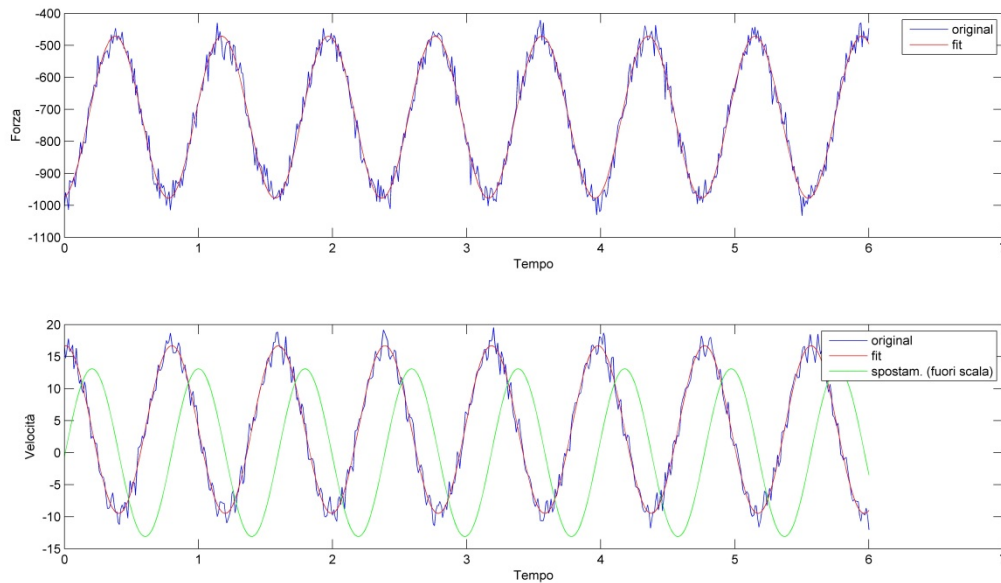


Figura 2.6: fitting dei dati

A partire dal fitting della velocità è possibile ricavare lo spostamento, o meglio, la funzione che descrive l'angolo di deriva in funzione del tempo. Dato che il fitting fornisce una funzione è possibile integrarla in modo analitico ottenendo così frequenza ampiezza e fase dell'angolo di deriva.

Nota infatti la funzione velocità

$$V = V_m + V_0 \sin(2\pi f + \varphi_V)$$

2.4

La funzione dello spostamento è definita a meno di una costante  $S_m$

$$S = S_m + \frac{V_0}{2\pi f} \sin\left(2\pi f + \varphi_V - \frac{\pi}{2}\right) = S_m + S_0 \sin(2\pi f + \varphi_S)$$

2.5

Lo spostamento risulta quindi essere sfasato di  $90^\circ$  rispetto alla velocità, in Figura 2.6 è rappresentato in verde lo spostamento, sebbene il grafico sia fuori scala si nota lo sfasamento tra le curve.

Lo sfasamento presente tra forza e spostamento può essere facilmente calcolato valutando la differenza tra la fase della forza e quella dello spostamento

$$\varphi = \varphi_F - \left(\varphi_V - \frac{\pi}{2}\right)$$

2.6

I valori di sfasamento e i coefficienti relativi al fitting vengono archiviati in un file di testo che potrà essere facilmente processato mediante foglio elettronico.

## 2.2 Misure stazionarie

Le misure stazionarie consistono in misure di tipo dinamico ma in regime stazionario. Consentono di determinare le caratteristiche, per esempio, di rigidità di deriva o di rollio.

Queste misure non sono state eseguite in quanto già effettuate in precedenza da Paul Damoc: i dati ottenuti sono pubblicati nella sua tesi di laurea [14]. Le prove sono state eseguite sulle medesime gomme avvalendosi della Mototiremeter.

Si fa quindi riferimento a tale pubblicazione per i dati relativi alla rigidità di deriva.

## 2.3 Misure statiche

Le misure statiche consistono nella determinazione della rigidità laterale della gomma e nella definizione delle dimensioni dell'impronta nonché del raggio di rotolamento.

Questi tre parametri non sono ovviamente identificabili con la ruota in movimento, si è quindi stimata la loro dimensione eseguendo misure di tipo statico con il disco fermo.



### 2.3.1 Rigidezza laterale

Per determinare la rigidezza laterale dello pneumatico è stato sufficiente riconfigurare la macchina di misura eliminando un vincolo alla struttura.

Svincolando infatti la cella dedicata alla misura della forza laterale il braccio risulta labile, in particolare è libero di ruotare intorno ad un asse verticale posto anteriormente alla ruota (si veda Figura 2.3). Il moto è tuttavia impedito dal pneumatico stesso che appoggiandosi alla superficie impedisce alla ruota di traslare.

Applicando una forza al mozzo del cerchione si ottiene quindi una deformazione in direzione laterale della carcassa della gomma. Il momento generato dalla forza esterna rispetto alla coppia rotoidale è bilanciato dalla forza elastica di deformazione della carcassa.

La forza veniva applicata mediante un cavo d'acciaio passante per una carrucola sul quale vengono applicati dei dichi di acciaio che fungono da peso, come illustrato in Figura 2.7.

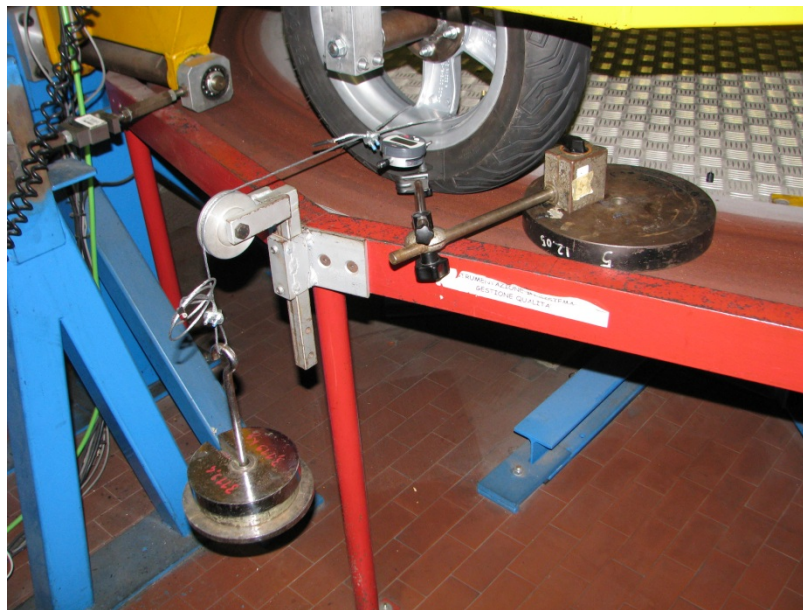


Figura 2.7: applicazione del carico laterale

Lo spostamento del cerchione veniva misurato per mezzo di un comparatore digitale munito di apposito supporto.

Per ogni valore della pressione di gonfiaggio sono state eseguite tre misure: ogni misura consisteva in un ciclo di carico con forza crescente, e un ciclo di scarico con forza decrescente. Il valore massimo di forza applicata è di circa 180N.

### 2.3.2 Dimensioni impronta e raggio di rotolamento

Per determinare la lunghezza della semipronta a è stato necessario riportare su un supporto fisico l'area di contatto tra disco rotante e battistrada. Per fare questo ci si è serviti di un

tampone inchiostro per timbri. Una volta sollevata la ruota dal piano di appoggio veniva inchiostrata la zona del battistrada destinata ad appoggiarsi al piano. Veniva quindi interposto un semplice foglio di carta e abbassata la ruota: dopo qualche secondo di attesa la gomma veniva sollevata lasciando stampata sul foglio l'impronta. Per mezzo di un righello era quindi possibile misurare la dimensione dell'impronta.

Non essendo la ruota in rotolamento non si tiene conto di eventuali effetti dinamici che potrebbero alterarne la forma. Tuttavia il metodo fornisce un'ottima stima.

Per valutare il raggio di rotolamento è sufficiente misurare con un metro flessibile la distanza tra asse della ruota e superficie di appoggio. Anche in questo caso gli effetti dinamici sono trascurati ma ciò comporta un'approssimazione accettabile.

## **2.4 Analisi modale**

L'analisi modale ha il principale scopo di individuare quali sono i modi di vibrare della carcassa dello pneumatico.

Il metodo impiegato è di tipo impulsivo: applicando un impulso al sistema si eccitano, da un punto di vista teorico, uno spettro infinito di frequenze. Nella realtà questa circostanza è difficile da realizzare, l'impulso generato infatti non può essere paragonato ad uno ideale, tuttavia è comunque possibile eccitare un intervallo di frequenze sufficientemente ampio ai nostri fini.[15]

per realizzare l'analisi è stato necessario bloccare il cerchione in modo rigido realizzando una condizione il più simile possibile ad un incastro. Per fare questo ci si è serviti di una colonna di acciaio già presente in laboratorio e impiegata per l'analisi statica e dinamica di telai motociclistici. Tale colonna risulta fissata al suolo mediante un basamento in ghisa. Il sistema risulta sufficientemente rigido, se confrontato con la rigidità dello pneumatico, e può quindi essere utilizzato. Il cerchione della ruota veniva ancorato mediante una barra filettata che veniva fatta passare attraverso il foro del mozzo e i fori presenti sulla colonna. Mediante l'uso di rondelle e dadi il cerchione veniva stretto contro la colonna così da impedirne qualsiasi movimento. Il fissaggio andava ad interessare direttamente il cerchione, è stata fatta particolare attenzione a non ancorarsi a gli anelli dei cuscinetti in quanto quest'ultimi avrebbero introdotto delle cedevolezze deleterie per l'analisi.

In relazione a quanto detto in precedenza anche il cerchione deve essere considerato infinitamente rigido, tale assunzione è realistica in quanto la sua rigidità è decisamente superiore a quella del pneumatico oggetto di analisi.

In Figura 2.8 è illustrata la ruota staffata.

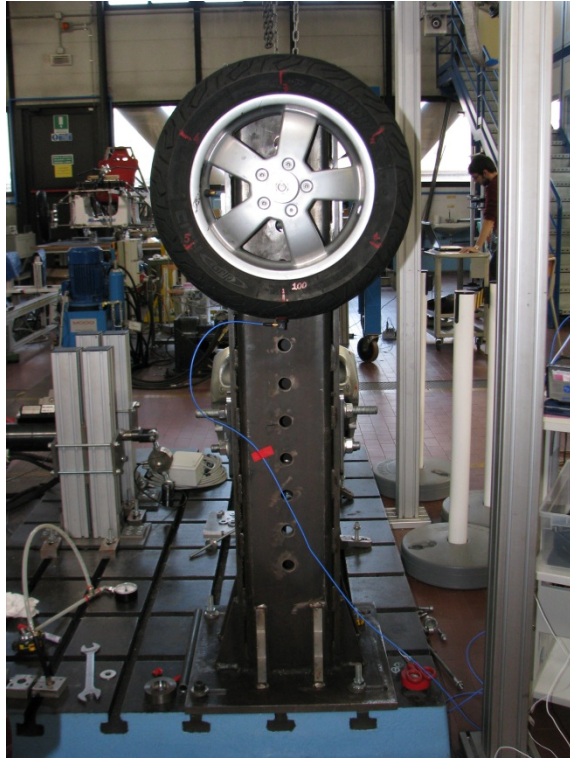


Figura 2.8: apparato strumentale per analisi modale

La strumentazione impiegata consiste in un accelerometro triassiale, un martello strumentato, scheda di acquisizione collega ad un pc. Di seguito sono riportate le caratteristiche delle componenti impiegate.

#### Accelerometro [16]

- Modello: PCB 356A17
- Tipo: piezoelettrico triassiale
- Sensibilità ( $\pm 10\%$ )  $51 \text{ mV}/(\text{m}/\text{s}^2)$
- Portata:  $\pm 98 \text{ m}/\text{s}^2 \text{ pk}$
- Portata in frequenza ( $\pm 5\%$ ):  $0.5 \text{ to } 3000 \text{ Hz}$
- Frequenza di risonanza:  $14 \text{ kHz}$



#### Martello strumentato [16]

- Model: PCB 086C04
- sensibilità ( $\pm 15\%$ ):  $1.1 \text{ mV}/\text{N}$
- Portata:  $\pm 4448 \text{ N pk}$
- Frequenza di risonanza:  $\geq 22 \text{ kHz}$



### Scheda di acquisizione

- Modello: National Instrument NI 9234
- campionamento massima per canale di 51.2 kS/s;
- Risoluzione a 24 bit,
- 4 input analogici con campionamento simultaneo
- intervallo dinamico 102 dB,
- filtri anti-alias



L'accelerometro veniva applicato al battistrada della gomma mediante della cera d'api e un pezzo di nastro adesivo in quanto la cera non garantiva un'adesione sufficiente alla siperficie in gomma. Particolare attenzione è stata posta nell' allineare gli assi dell'accelerometro con quelli della ruota: l'asse z dell'accelerometro era allineato in direzione radiale mentre l'asse y era posto in direzione parallela all'asse di rotazione della ruota come illustrato in Figura 2.9.



*Figura 2.9: particolare del posizionamento dell'accelerometro*

Date le difficoltà nell'applicazione dell'accelerometro è stato optato per mantenere fissa la posizione di quest'ultimo e spostare il punto di applicazione dell'impulso.

L'eccitazione veniva fornita, mediante il martello, in corrispondenza del bordo fra battistrada e spalla della gomma, in direzione laterale rispetto alla ruota (lungo asse y).

L'eccitazione è stata applicata in sei diversi punti equidistanti l'uno dall'altro lungo la circonferenza della gomma. Il punto denominato 100 corrisponde al punto di applicazione dell'accelerometro, i punti successivi sono stati denominati con numeri progressivi da 1 a 5.



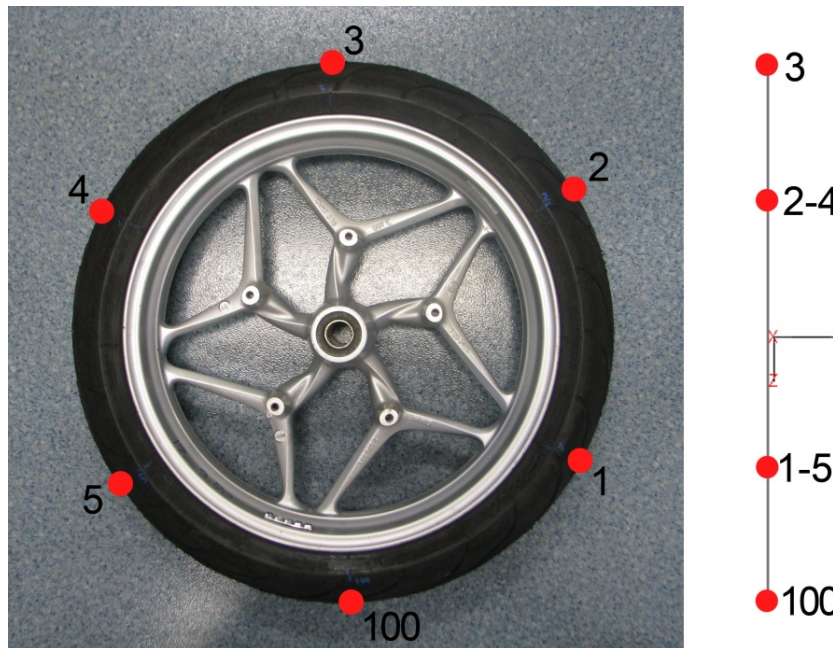


Figura 2.10: schema dei punti analizzati

I segnali generati dal martello e dall'accelerometro sono stati acquisiti mediante una scheda di acquisizione prodotta dalla *National Instrument* e collegata ad un computer mediante porta USB.

Tramite in software *LabView Signal Express* è stato possibile registrare i segnali e calcolare automaticamente la FRF, o meglio, la funzione di trasferimento che lega l'accelerazione letta dall'accelerometro e il segnale di eccitazione del martello.

Il campionamento è stato ripetuto tre volte per ogni punto, il software provvedeva a svolgere la media in modo automatico.

Le FRF possono poi essere esportate e processate mediante il software *ICATS* per l'identificazione dei modi.

per quanto riguarda l'identificazione delle caratteristiche inerziali dello pneumatico ci si è avvalsi di una bilancia elettronica, per determinare la massa, e di un pendolo rifilare per determinare il momento d'inerzia. In particolare è stato determinato il momento d'inerzia attorno all'asse di rotazione della ruota. Per ottenere poi il momento attorno all'asse diametrale è stato sufficiente dimezzare il valore appena trovato assimilando la geometria dello pneumatico ad una circonferenza priva di spessore: in tale circostanza vale

$$I_{xx} = \frac{I_{zz}}{2}$$

2.7

Come nel caso delle altre misure anche l'analisi modale è stata effettuata per i sette valori di pressione prima elencati.

## Capitolo 3

### RISULTATI

In questo capitolo vengono illustrati i risultati ottenuti dalle misure sopra descritte.

#### 3.1 Risultati prove in transitorio

Nei grafici che seguono sono illustrati i valori assunti dallo sfasamento in funzione della path frequency e della pressione di gonfiaggio. I dati sono riferiti alla media di tre misure.

Il valore dello sfasamento è espresso in gradi sessagesimali ed è assunto negativo in quanto rappresenta il ritardo della forza rispetto allo spostamento.

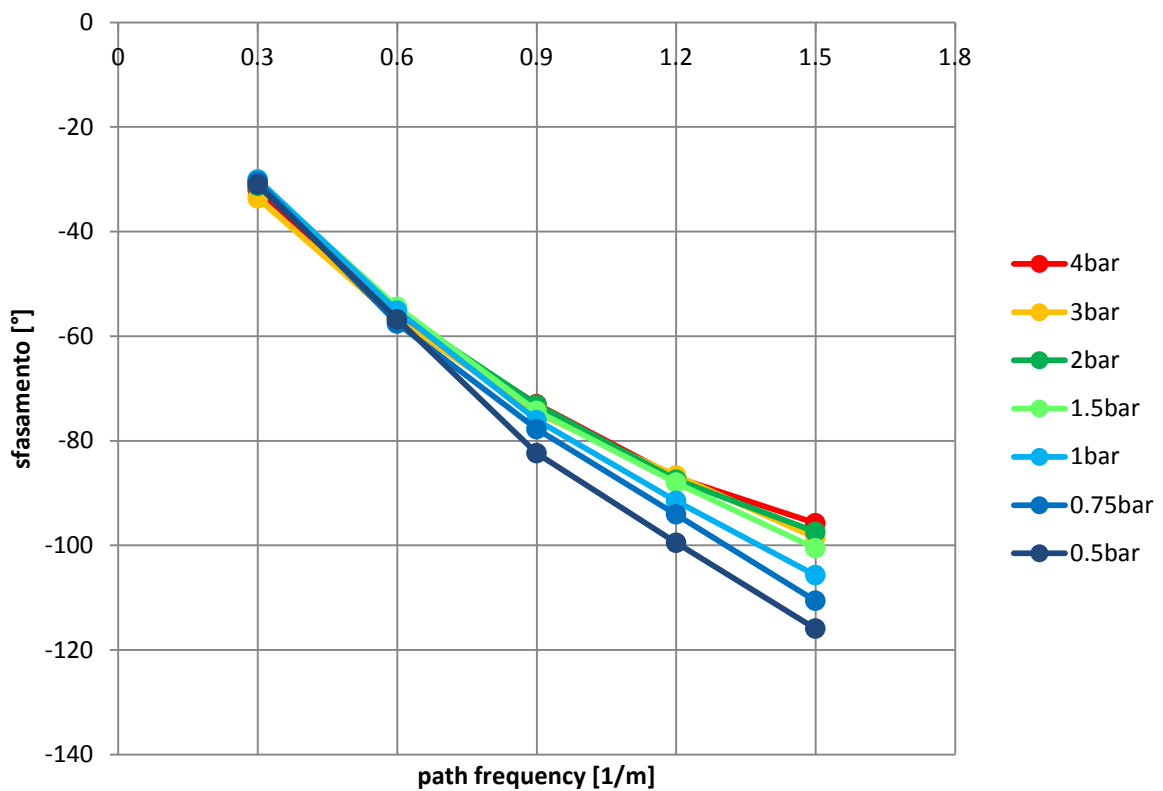


Figura 3.1: sfasamento Michelin Pilot Power 120/70 R17

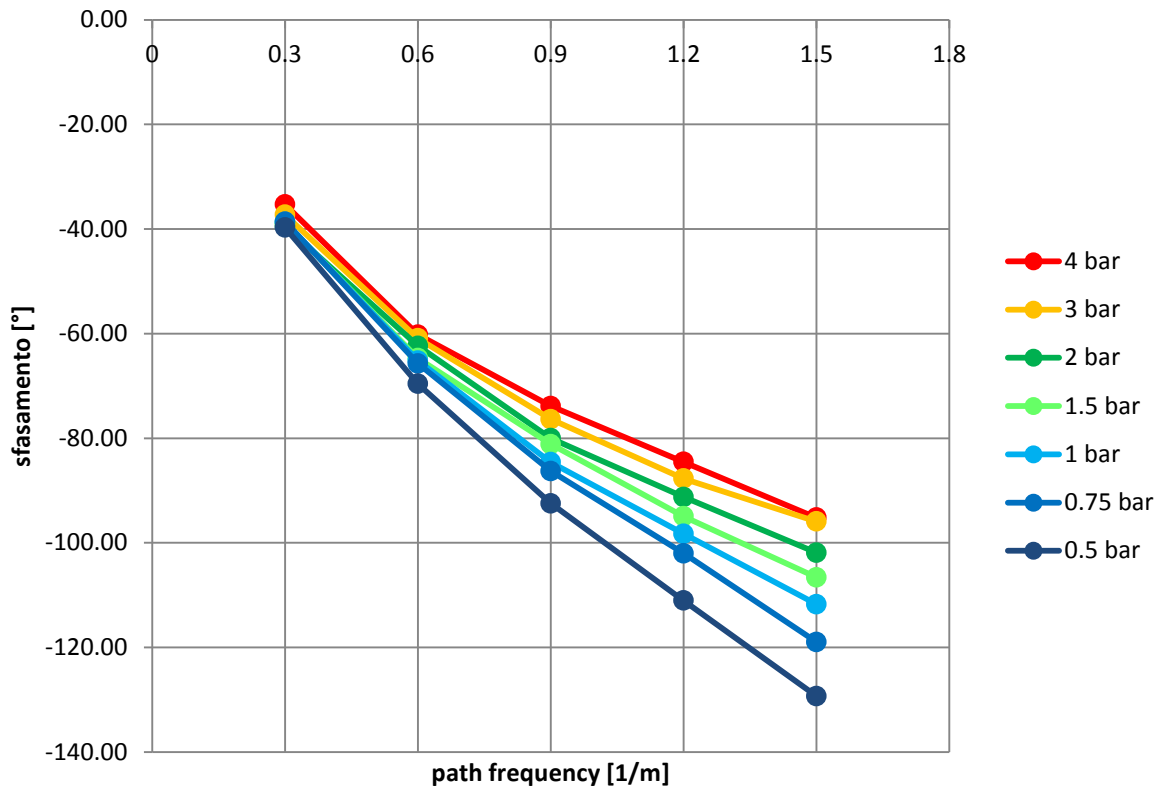


Figura 3.2: sfasamento Michelin Pilot Power 180/55 R17

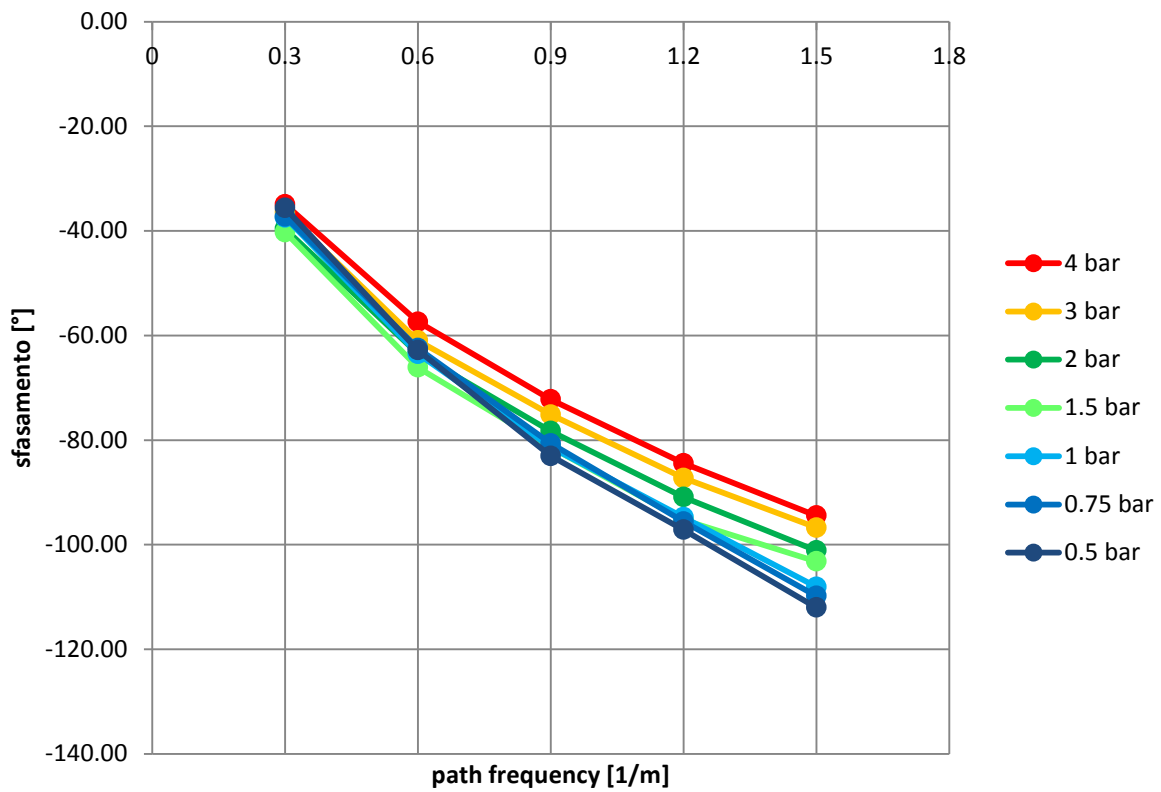


Figura 3.3: sfasamento Michelin City Grip 110/70 -16



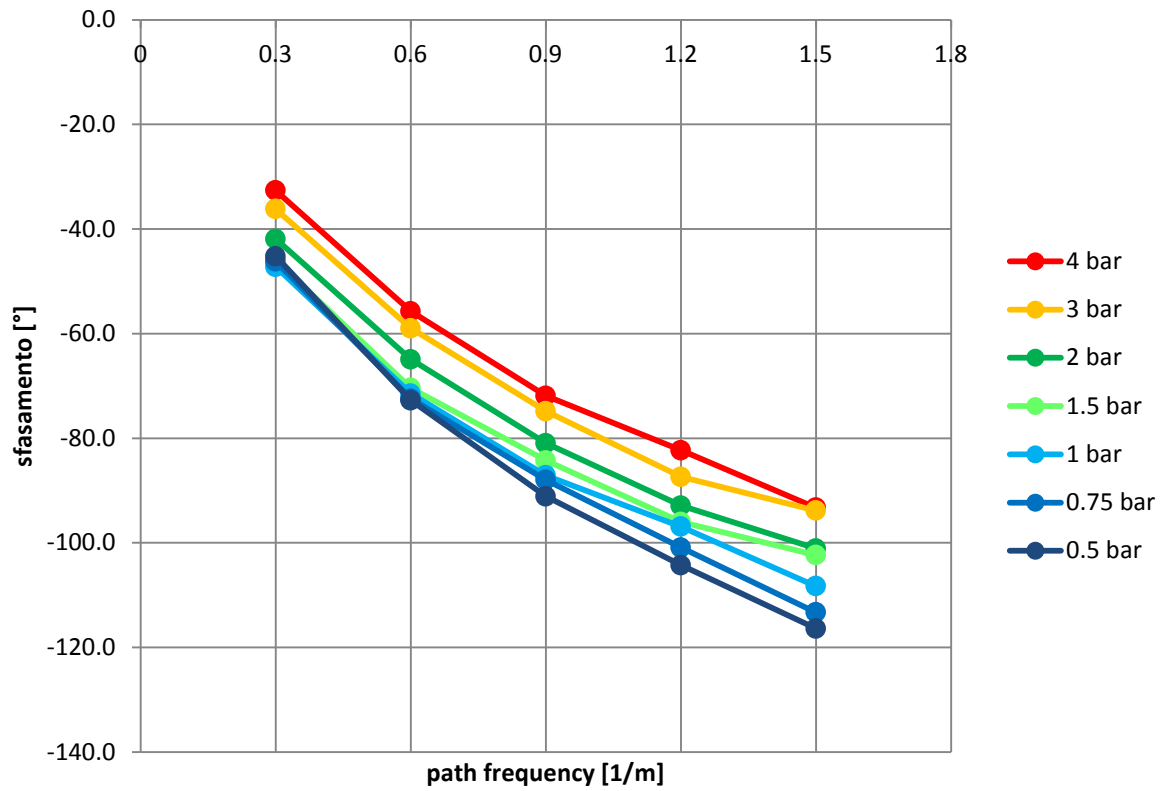


Figura 3.4: sfasamento Michelin City Grip 140/70 -14

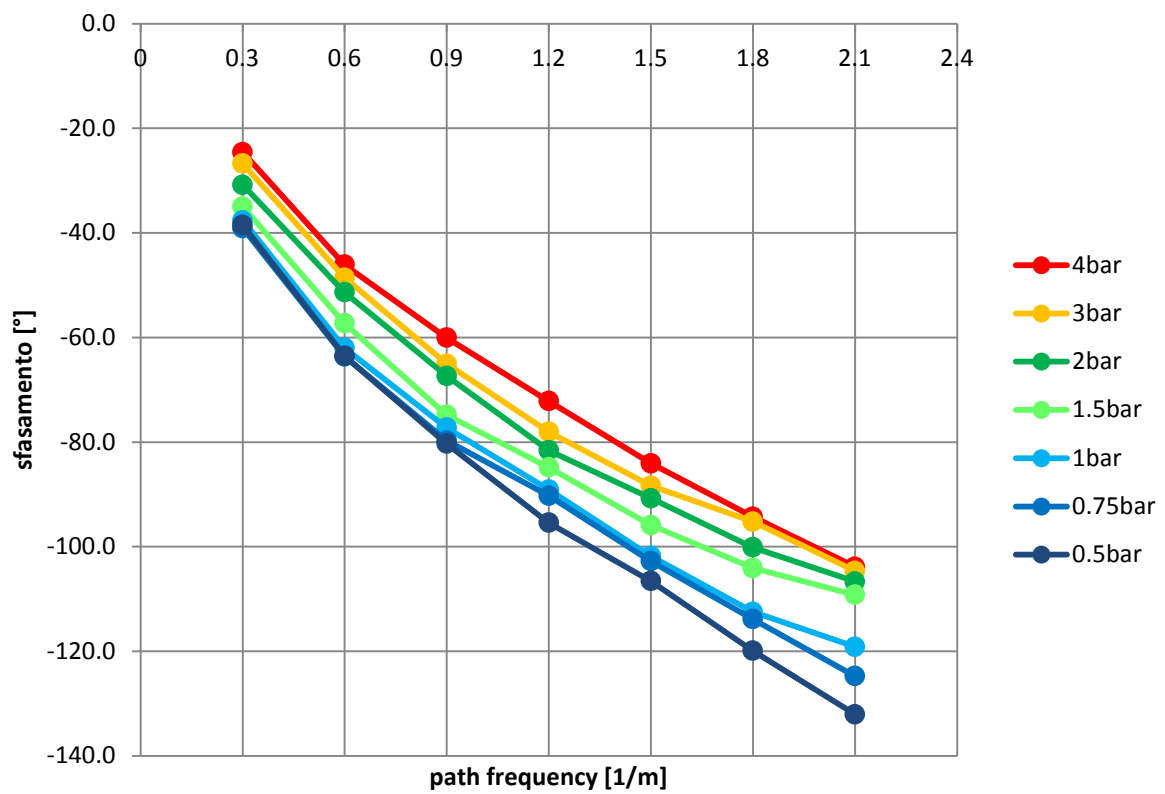


Figura 3.5: sfasamento Michelin City Grip 120/70 -12

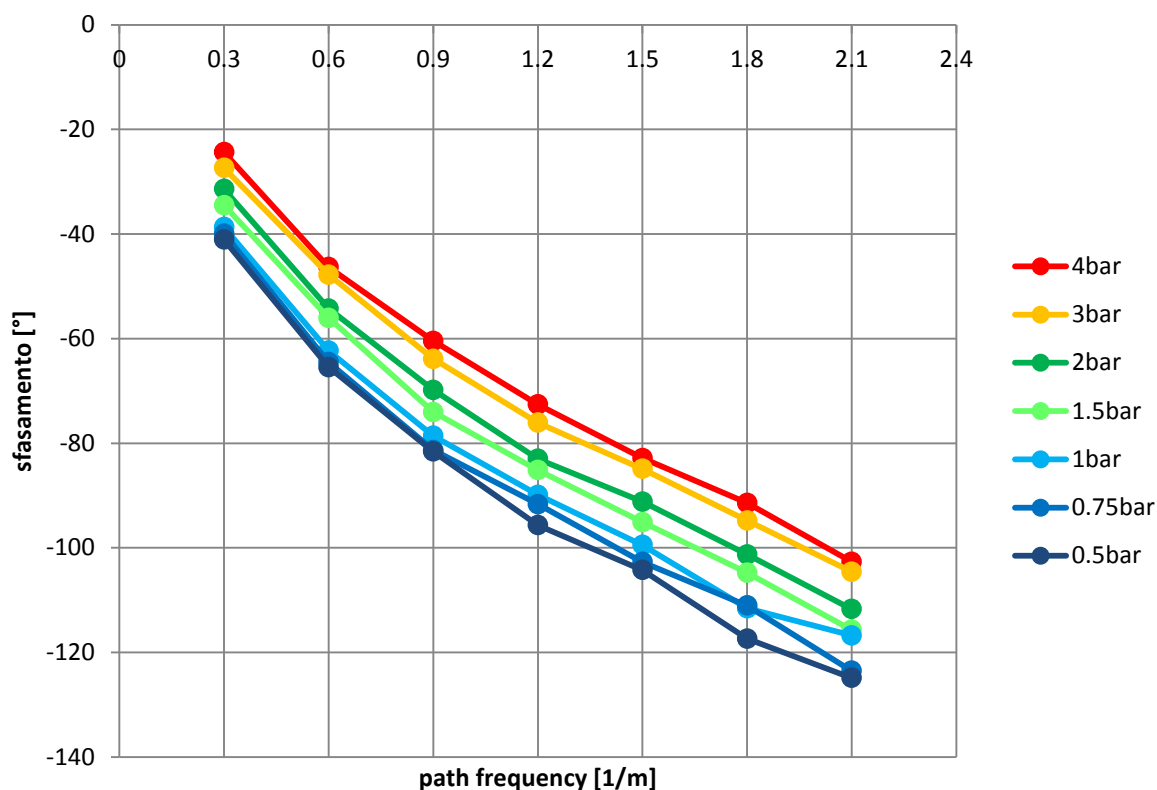


Figura 3.6: sfasamento Michelin City Grip 130/70 -12

I grafici mostrano un comportamento simile per tutte e sei le coperture: lo sfasamento tende a crescere al crescere della frequenza di prova. Al fine di essere più chiari si precisa che ci si riferisce al valore assoluto dello sfasamento, con il termine crescente si indica quindi un valore dello sfasamento in modulo più grande.

Le curve sono parametrizzate in funzione della pressione di gonfiaggio: si nota che al variare di questo parametro il comportamento è simile nei sei casi, al diminuire della pressione si ottengono sfasamenti tendenzialmente più elevati. Questo comportamento è facilmente osservabile soprattutto nelle ruote di più piccolo diametro destinate agli scooter. Il comportamento è meno evidente nelle gomme per motocicletta, in particolare in quella anteriore (120/70 R17): si nota che a basse frequenze le curve appartengono ad uno stesso fascio e non sono distinguibili apprezzabili differenze tra bassa e alta pressione. Tale differenza si accentua solo a frequenze di oscillazione più alte, in particolare per valori della path frequency superiori a  $0.9 \text{ m}^{-1}$ .

Questo comportamento è parzialmente presente anche nel pneumatico posteriore (180/55 R17) sebbene le curve mostrino una leggera tendenza a disporsi ordinatamente anche alle basse frequenze.

### 3.2 Risultati analisi modale

Di seguito sono riportati i risultati relativi all'analisi modale. In particolare vengono illustrati i grafici delle *Direct Point FRF* cioè le funzioni di trasferimento corrispondenti alla condizione in cui accelerometro e impulso sono applicati nello stesso punto.

I grafici sono parametrici rispetto alla pressione così da evidenziare la variazione della risposta al variare del livello di gonfiaggio.

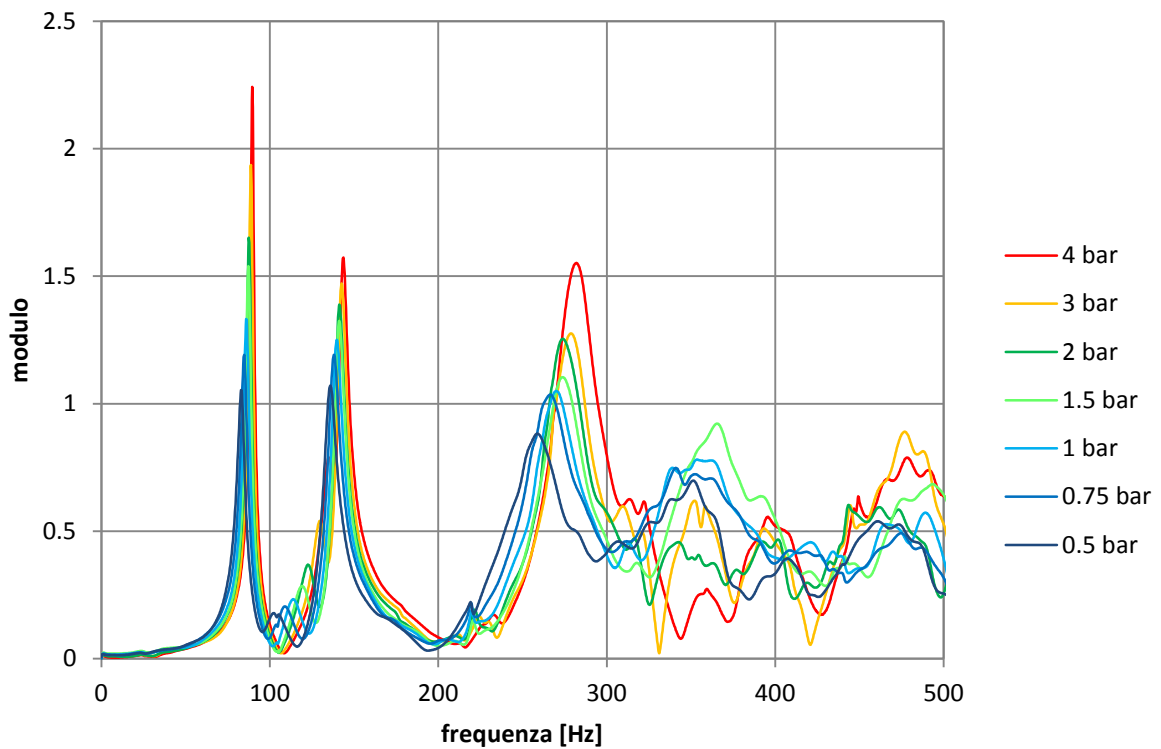


Figura 3.7: FRF Michelin Pilot Power 120/70 R17

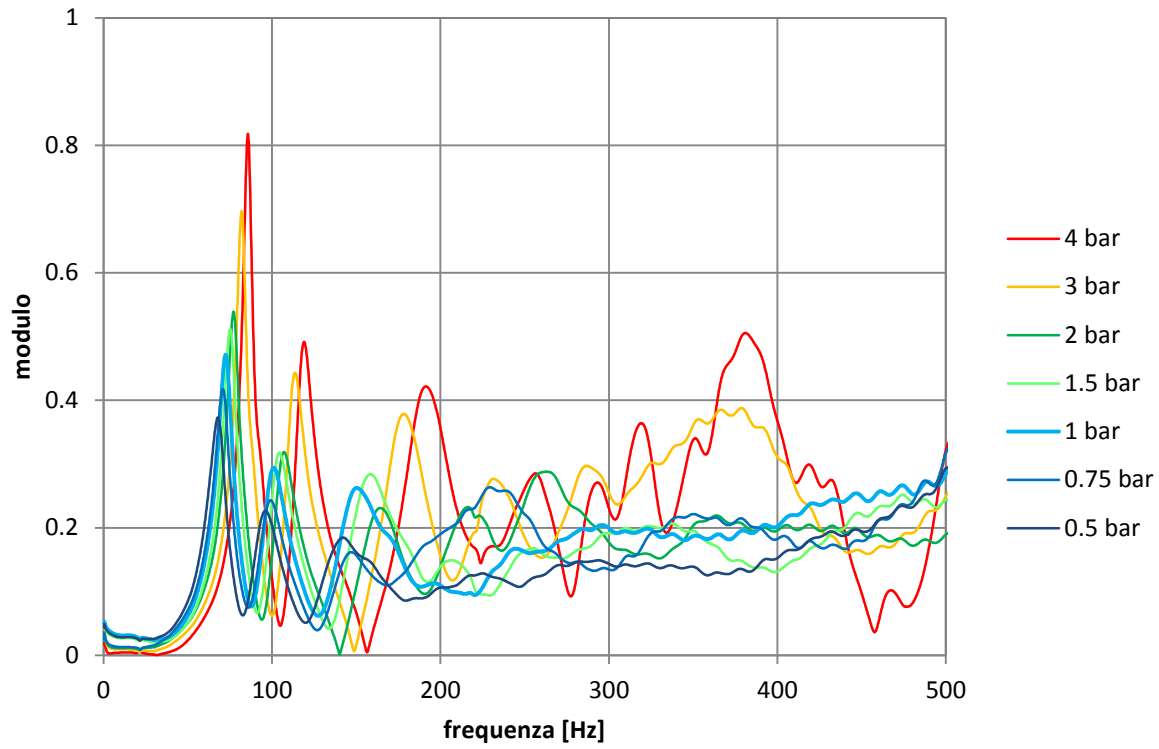


Figura 3.8: FRF Michelin Pilot Power 180/55 R17

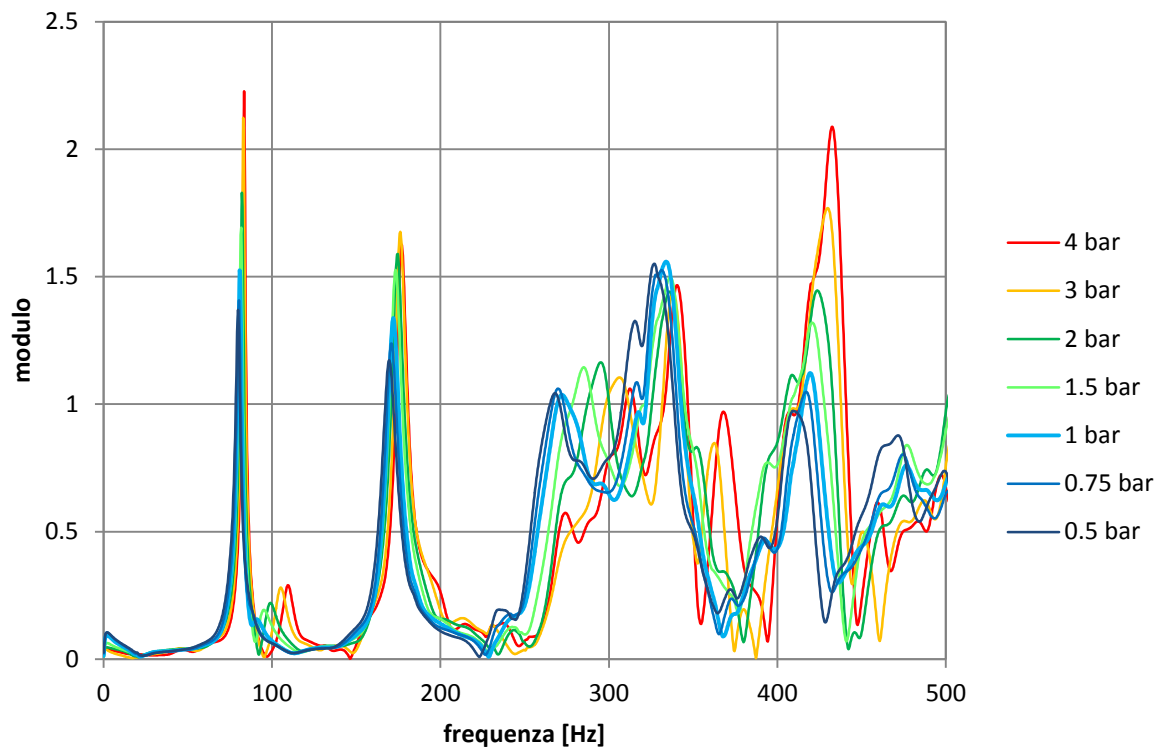


Figura 3.9: FRF Michelin City Grip 110/70 -16

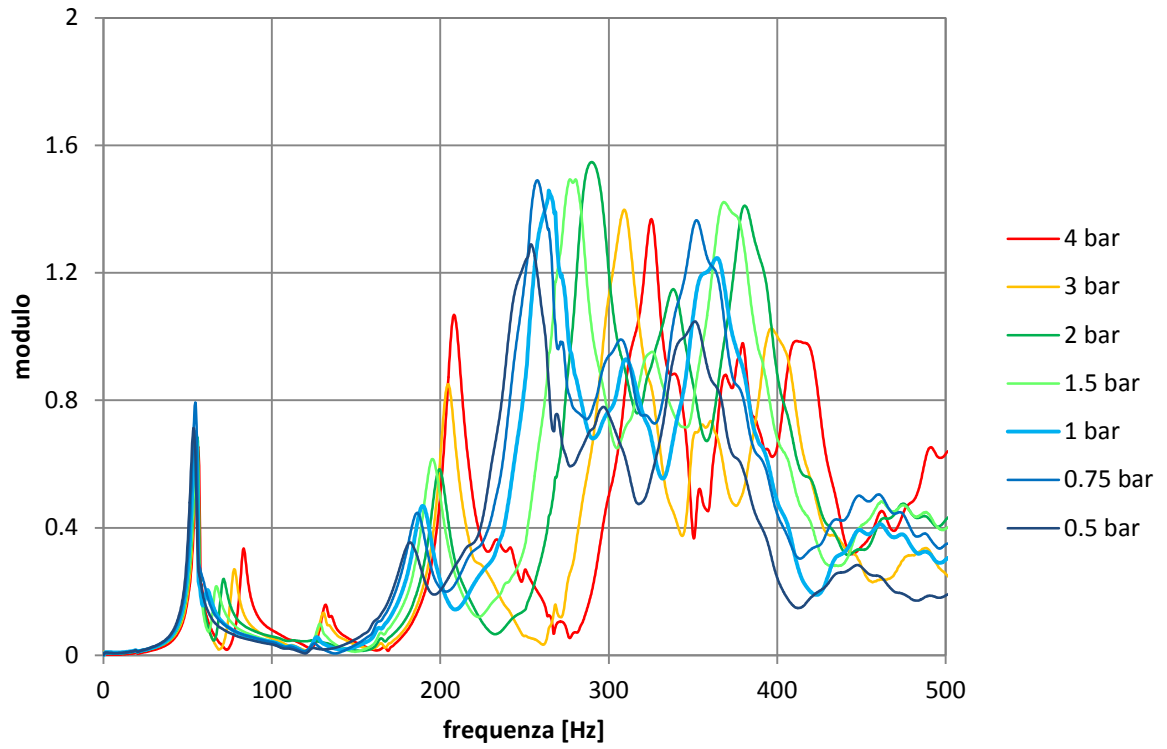


Figura 3.10: FRF Michelin City Grip 140/70 -14

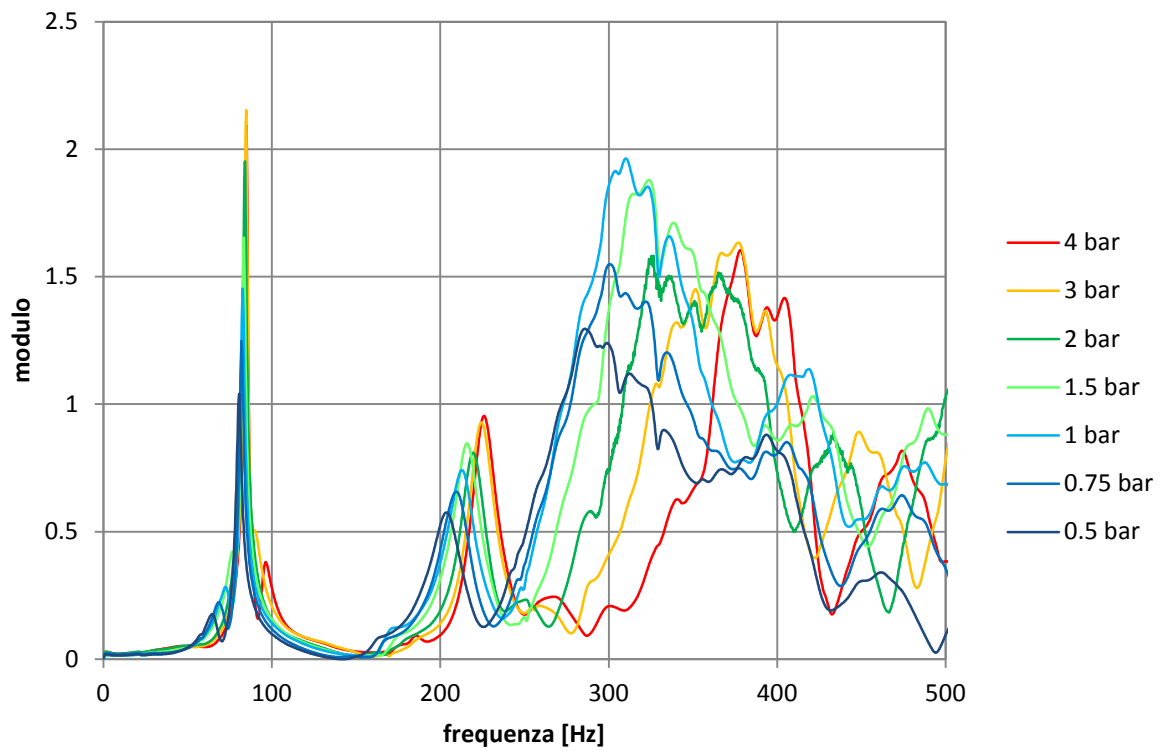
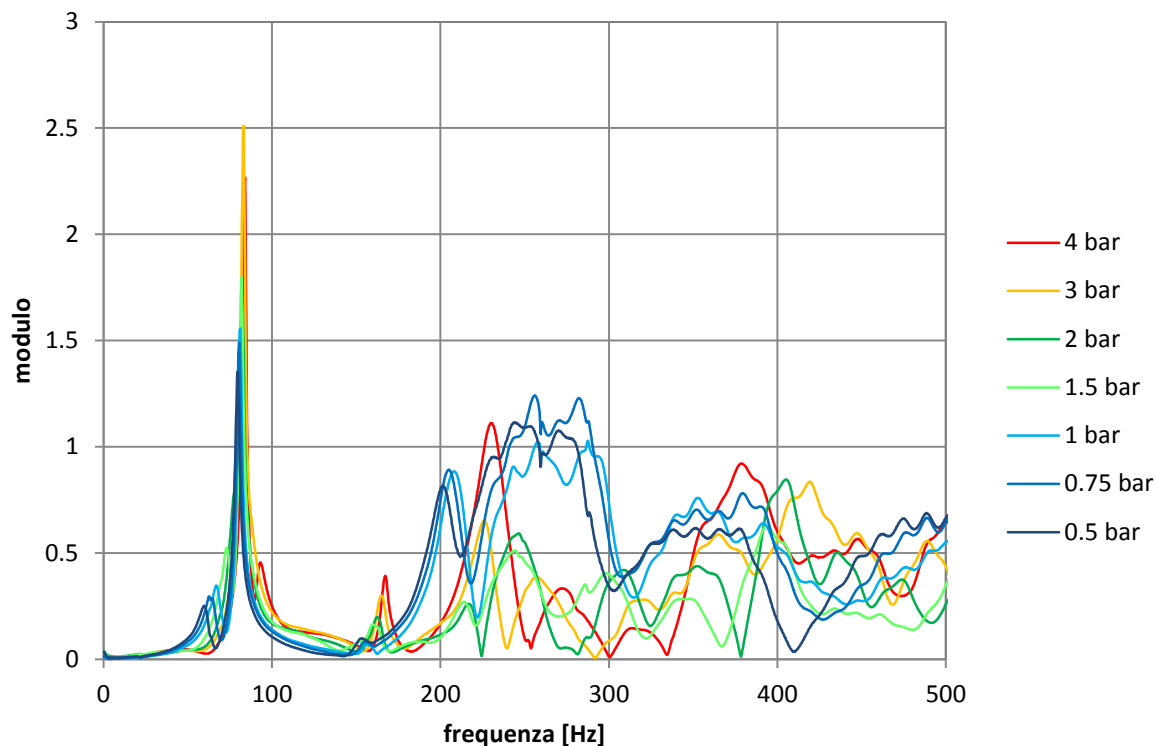


Figura 3.11: FRF Michelin City Grip 120/70 12



*Figura 3.12: FRF Michelin City Grip 130/70 -12*

Si nota la presenza di una serie di picchi che all'aumentare della pressione tendono a spostarsi a sinistra e quindi verso frequenze naturali più elevate, tale variazione risulta più accentuata per alcuni picchi e meno per altri.

I pneumatici di più piccole dimensioni mostrano dei picchi a frequenze più elevate.

Ad alte frequenze le FRF risultano più disturbate, questo fenomeno è dovuto ad una maggiore densità modale cioè alla presenza di molti modi di vibrare a frequenze molto simili. In questo intervallo di frequenze i picchi non sono facilmente distinguibili, sebbene l'analisi abbia comunque fornito buoni risultati.

Si rimanda al capitolo successivo l'identificazione dei modi di vibrare.

## Capitolo 4

### IDENTIFICAZIONE

#### 4.1 Identificazione della lunghezza di rilassamento

con l'equazione 1.43 è stata definita la lunghezza di rilassamento composta da un contributo imputabile alla path e altri tre contributi derivanti dalla cedevolezza laterale.

Il modello fino ad ora descritto non rappresenta tuttavia la pratica sperimentale e non tiene conto delle caratteristiche fisiche della macchina di misura. Si è infatti constatato che il braccio della Mototiremeter non è infinitamente rigido e la sua cedevolezza influisce sui valori di lunghezza di rilassamento. Al modello precedentemente esposto va aggiunta infatti una rigidezza destinata a rappresentare il braccio della macchina. Tale rigidezza risulta in serie a quella dello pneumatico e il suo contributo può facilmente essere computato.

La rigidezza laterale complessiva del sistema braccio-ruota può essere così espressa, con riferimento all'equazione 1.37

$$\frac{1}{C_{yt}} = \left( \frac{R^2}{C_{xx}} + \frac{1}{C_y} + \frac{1}{C_{res}} \right) + \frac{1}{C_{arm}}$$

4.1

La lunghezza di rilassamento misurata risulterà essere

$$\sigma_m = a\lambda + \left( \frac{C_{bf\alpha}R^2}{C_{xx}} + \frac{C_{bf\alpha}}{C_y} + \frac{C_{bf\alpha}}{C_{res}} \right) + \frac{C_{bf\alpha}}{C_{arm}}$$

4.2

Composta da una serie di termini imputabili allo pneumatico e da un termine imputabile al braccio denominato  $\sigma_{arm}$

$$\sigma_{arm} = \frac{C_{bf\alpha}}{C_{arm}}$$

4.3

Per ottenere il solo effetto dello pneumatico sarà sufficiente sottrarre alla lunghezza di rilassamento misurata  $\sigma_m$  il termine del braccio:

$$\sigma = \sigma_m - \sigma_{arm} \quad 4.4$$

È corretto evidenziare che tale modello rappresenta il braccio come una semplice molla trascurando eventuali inerzie e smorzamenti che di fatto sono presenti. Tuttavia valgono le medesime considerazioni fatte per il modello semplificato dello pneumatico: se si considerano basse frequenze di oscillazione e basse velocità di rotolamento tali effetti possono essere trascurati.

A partire dai dati sperimentali di sfasamento è quindi possibile identificare la lunghezza di rilassamento dello pneumatico applicando la formula

$$\sigma = \frac{-\tan(\varphi) - a2\pi P_f}{2\pi P_f(1 - \tan(\varphi) a2\pi P_f)} - \sigma_{arm} \quad 4.5$$

È chiaro che la funzione appena descritta non esiste per  $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$  in quanto la tangente presenta una discontinuità. Nel caso si ottengano sfasamenti pari a  $\frac{\pi}{2}$  è comunque possibile stimare la lunghezza di rilassamento calcolando il limite della funzione per  $\varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2}$ .

$$\lim_{\varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \sigma = \frac{1}{a(2\pi P_f)^2} - \sigma_{arm}$$

Nei grafici sono illustrati i dati ottenuti: la lunghezza di rilassamento è rappresentata in funzione della path frequency, la pressione è invece espressa parametricamente.



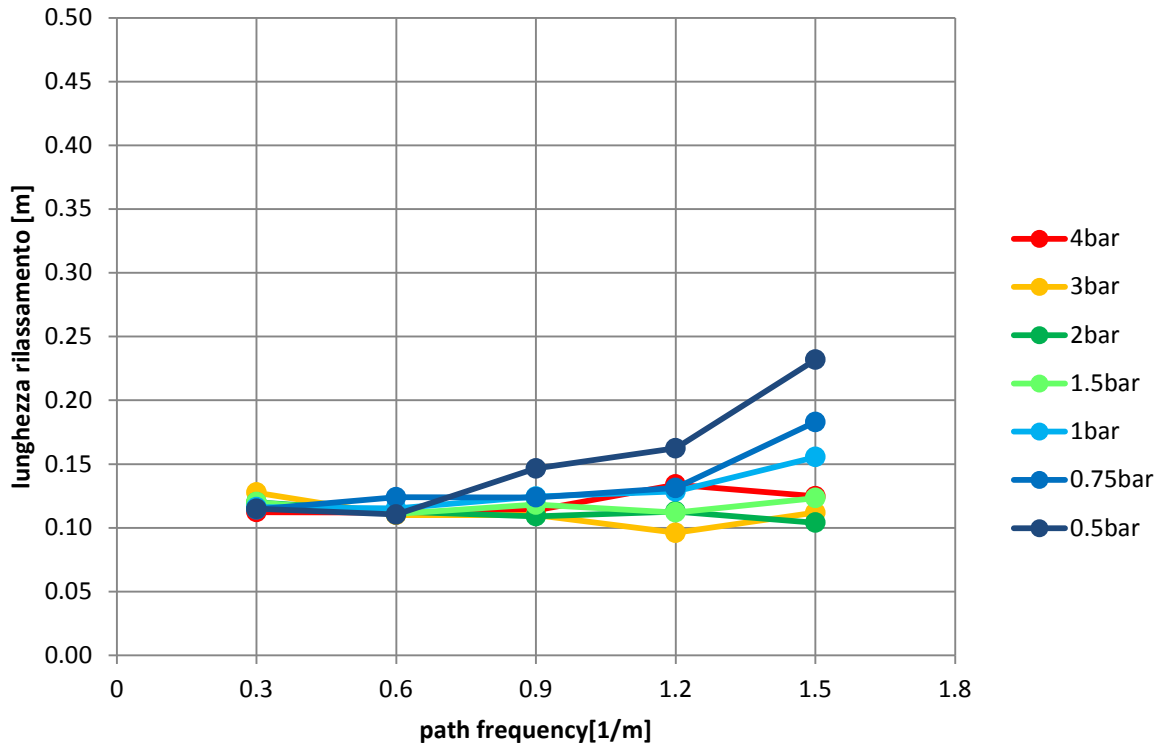


Figura 4.1: lunghezza di rilassamento Michelin Pilot Power 20/70 R17

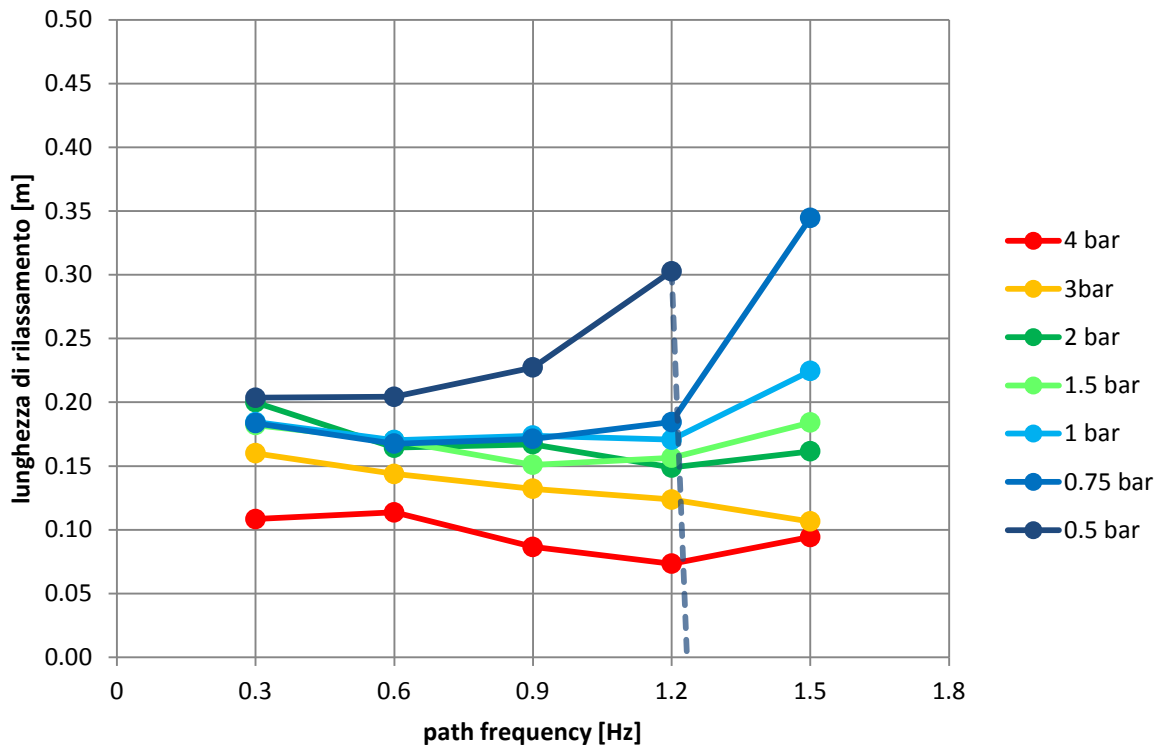


Figura 4.2: lunghezza di rilassamento Michelin Pilot Power 180/55 R17

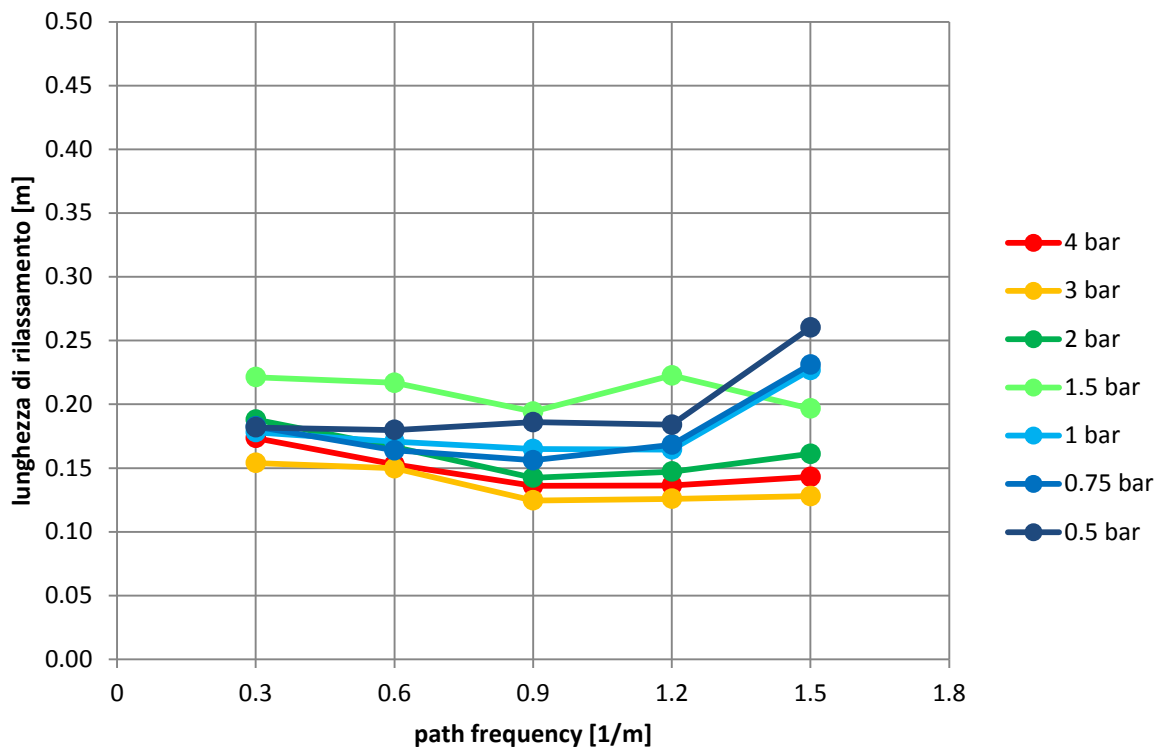


Figura 4.3: lunghezza di rilassamento Michelin City Grip 110/70 -16

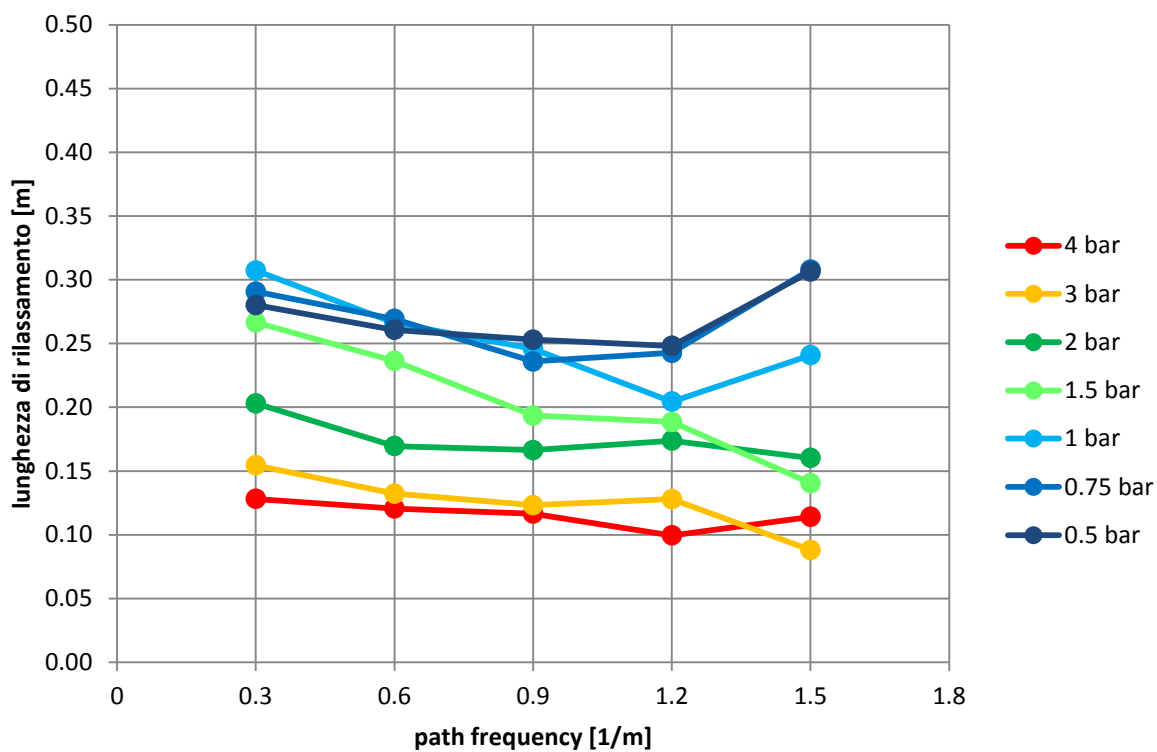


Figura 4.4: lunghezza di rilassamento Michelin City Grip 140/70 -14

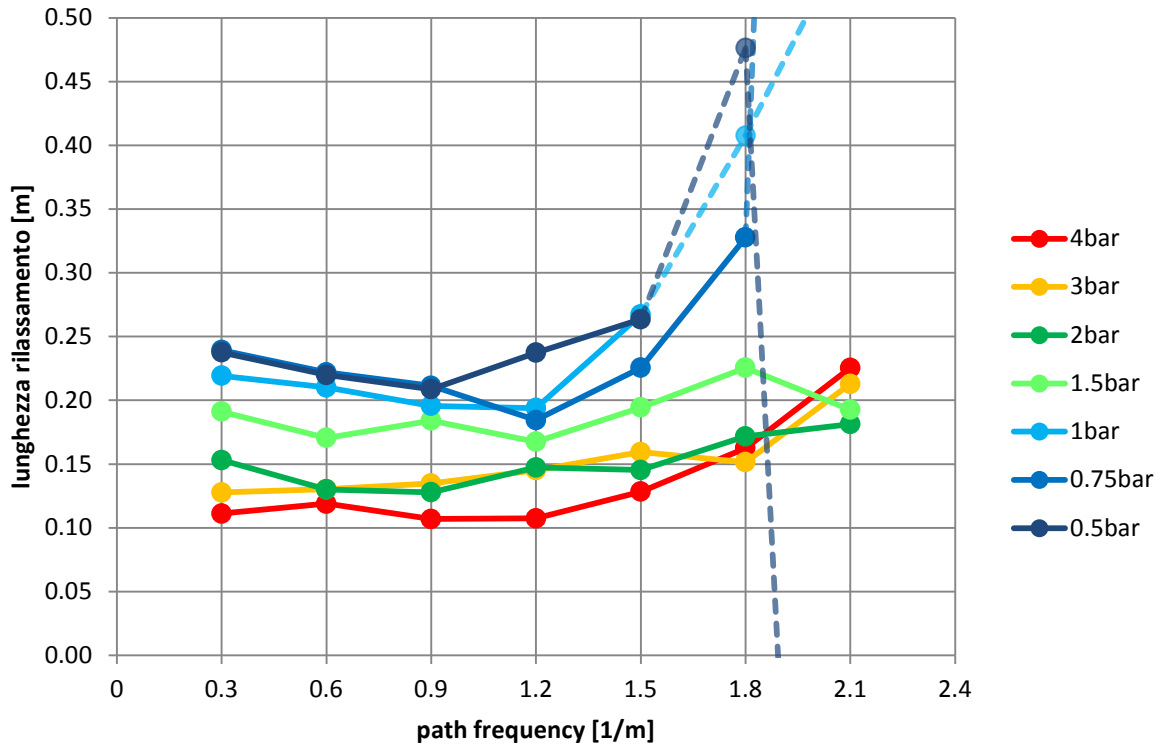


Figura 4.5: lunghezza di rilassamento Michelin City Grip 120/70 -12

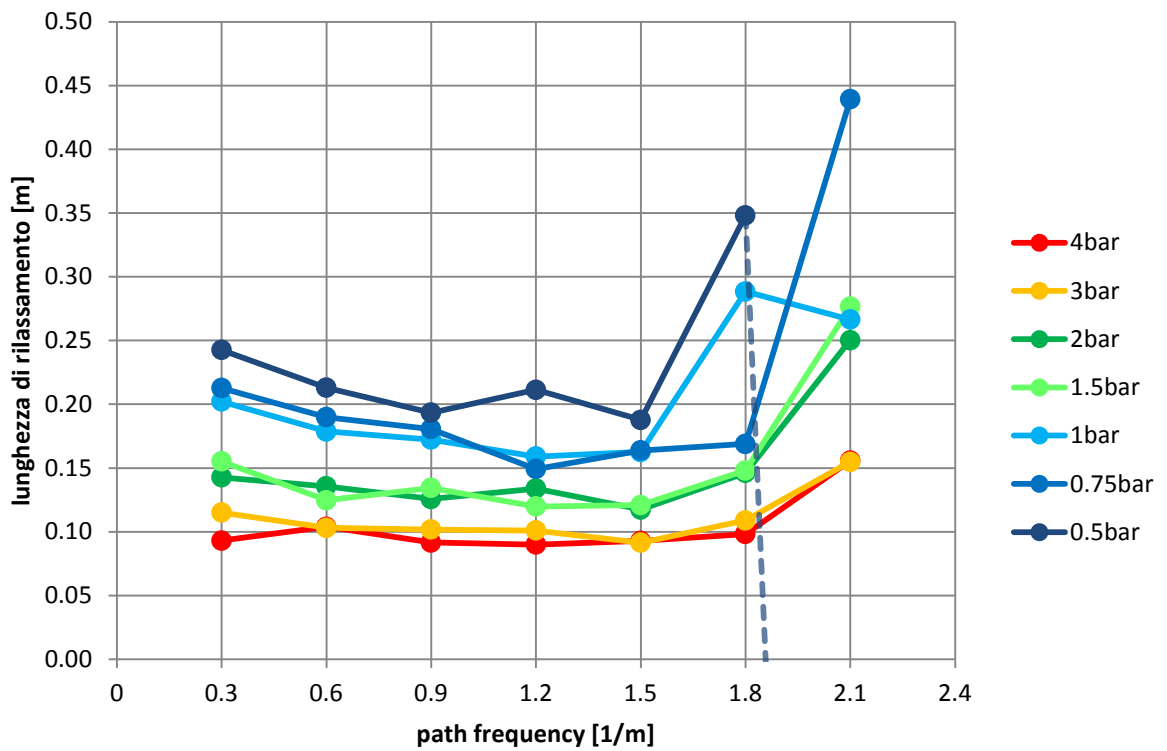


Figura 4.6: lunghezza di rilassamento Michelin City Grip 130/70 -12

Il valore della lunghezza di rilassamento può essere ricavato anche per mezzo di misure statiche: l'equazione 1.43 mostra che nota la lunghezza dell'impronta, la rigidità laterale e quella di deriva è possibile ottenere una stima di  $\sigma$ .

Nei grafici che seguono sono rappresentati i dati precedentemente illustrati ma espressi in funzione della pressione. Ai dati ottenuti dalle misure dinamiche è sovrapposta la curva dei dati ottenuti dalle misure statiche secondo la relazione

$$\sigma = \sigma_c + \frac{C_{bf}\alpha}{C_{yt}}$$

4.6

rappresentati dalla serie di dati di colore nero.

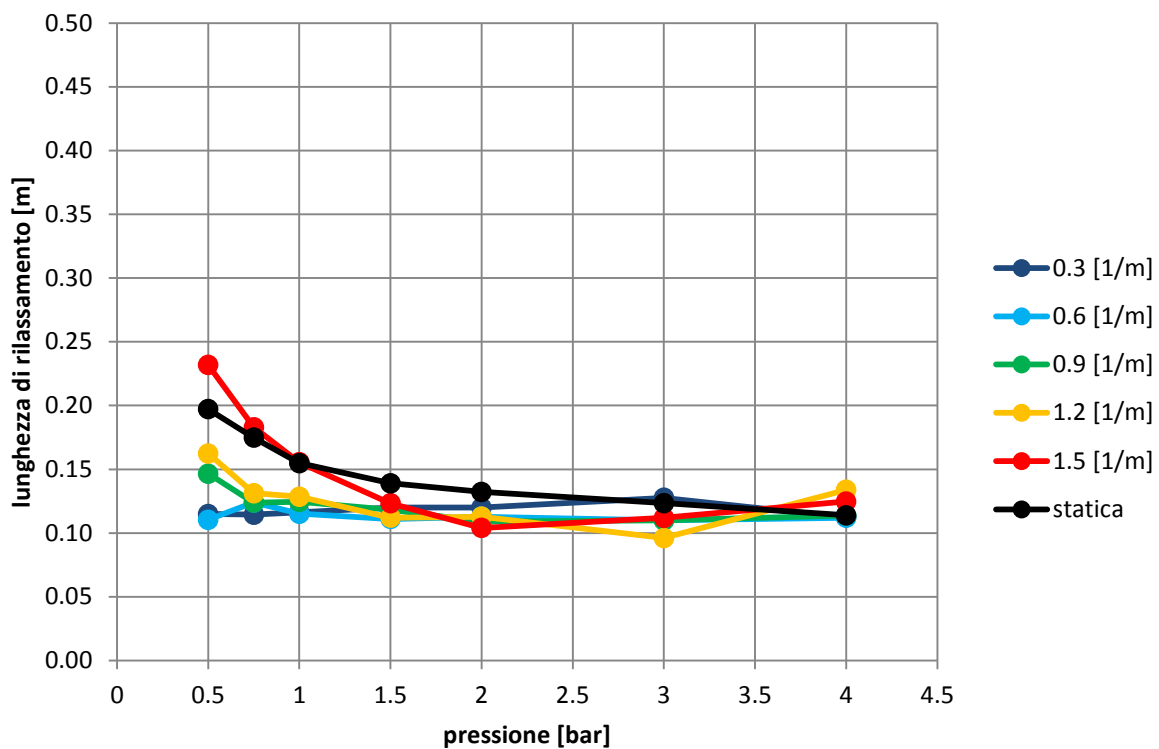


Figura 4.7: lunghezza di rilassamento Michelin Pilot Power 120/70 R17

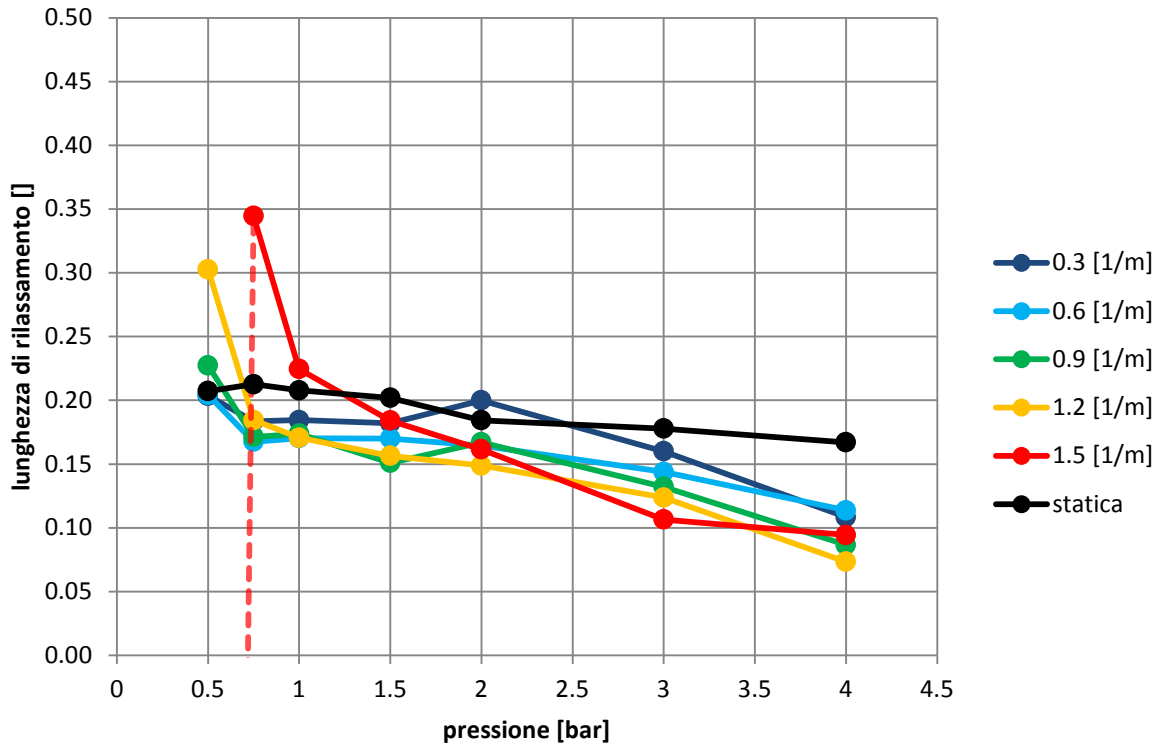


Figura 4.8: lunghezza di rilassamento Michelin Pilot Power 180/55 R17

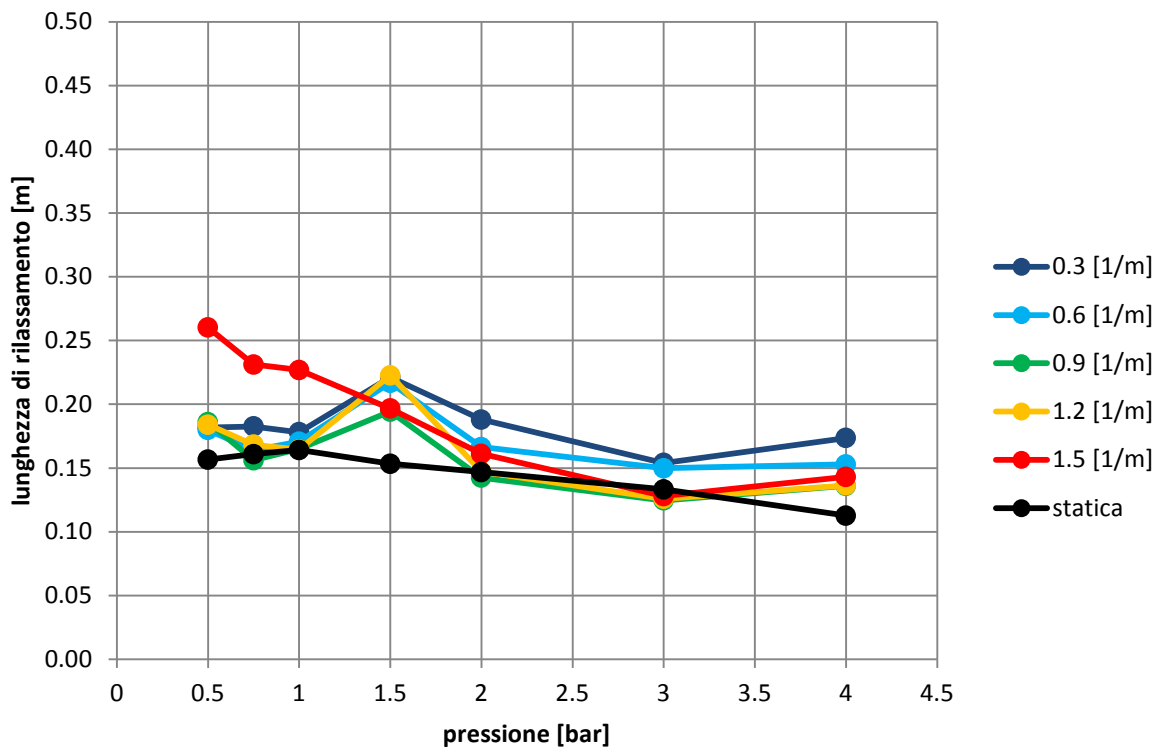


Figura 4.9: lunghezza di rilassamento Michelin City Grip 110/70 -16

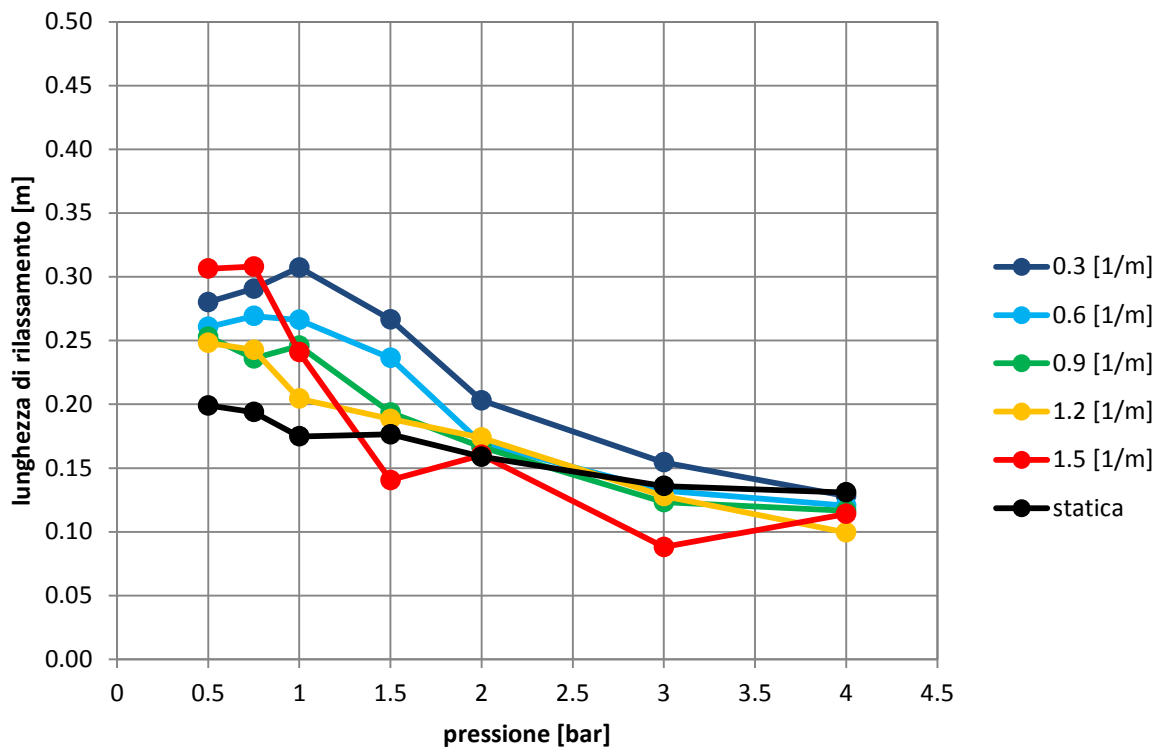


Figura 4.10: lunghezza di rilassamento Michelin City Grip 140/70 -14

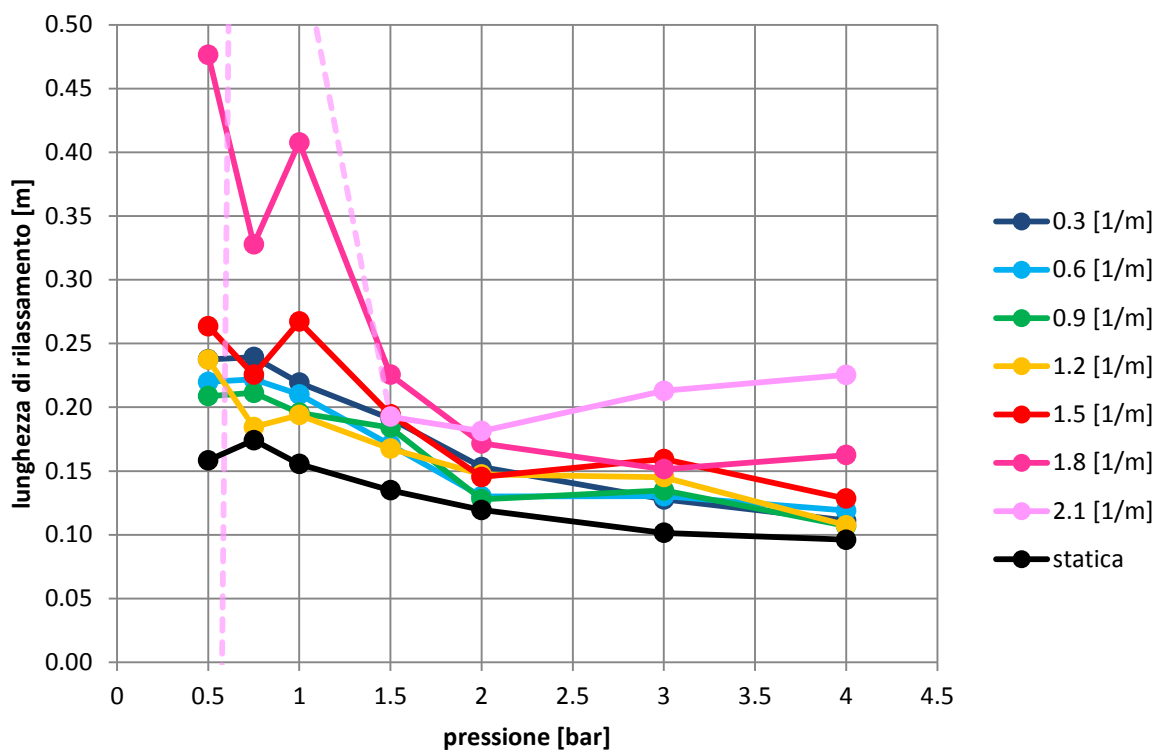


Figura 4.11: lunghezza di rilassamento Michelin City Grip 120/70 12

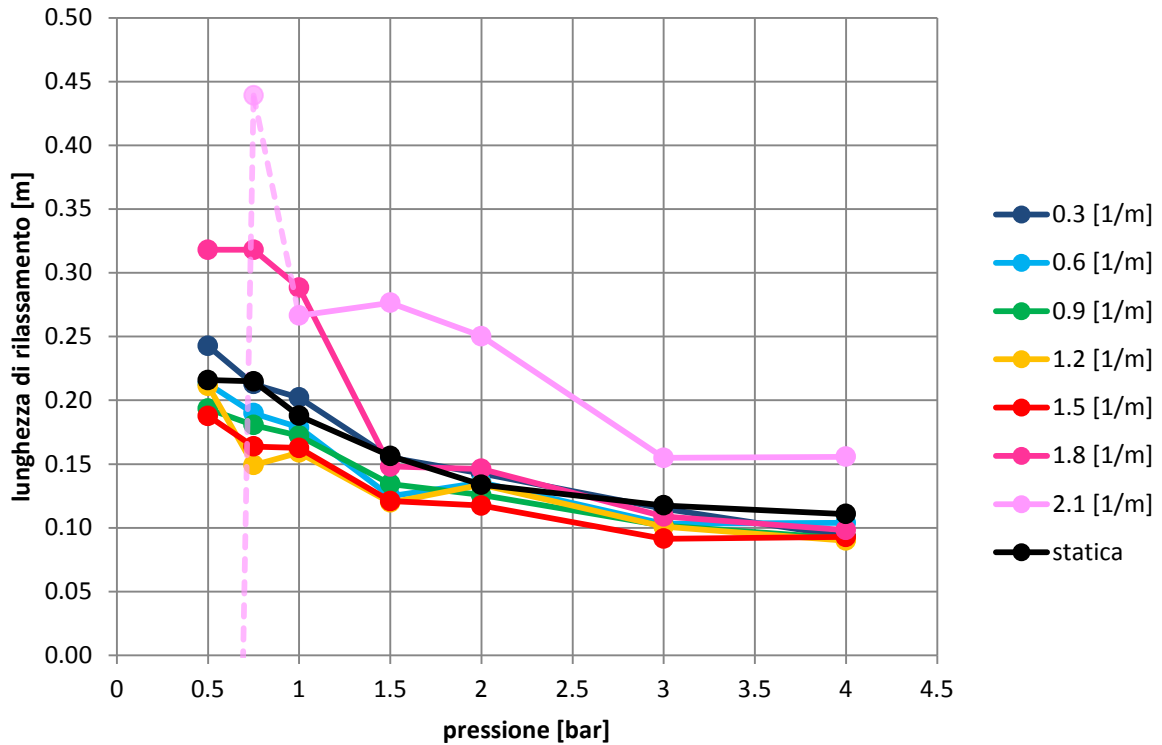


Figura 4.12: lunghezza di rilassamento Michelin City Grip 130/70 -12

I grafici mostrano delle lunghezze di rilassamento che crescono al decrescere della pressione di gonfiaggio. Anche la frequenza di oscillazione mostra il suo effetto, a frequenze più elevate corrispondono lunghezze di rilassamento maggiori.

In alcuni grafici si nota però un comportamento anomalo e di difficile interpretazione: la lunghezza di rilassamento assume valori molto elevati o addirittura negativi, rappresentati nei grafici con linea tratteggiata. Questo comportamento è attribuibile a ragioni di tipo numerico-matematico: se si analizza infatti l'equazione 4.5 si nota che per sfasamenti inferiori a  $\frac{\pi}{2}$  sia il numeratore che il denominatore assumono valore positivo con la conseguenza di generare una  $\sigma$  anch'essa positiva. Nel caso in cui lo sfasamento superi i  $\frac{\pi}{2}$  il rapporto resta sempre positivo: sia il numeratore che il denominatore assumono segno negativo. Infatti come già detto in precedenza il limite per  $\varphi$  tende a  $\frac{\pi}{2}$  esiste ed è finito.

I valori negativi di lunghezza di rilassamento si ottengono per valori dello sfasamento più elevati di  $\frac{\pi}{2}$  che comportano valori della tangente prossimi all'unità: in questa circostanza il numeratore assume valore negativo mentre il denominatore può risultare positivo. Infatti se

$$\tan(\varphi) a 2\pi P_f < 1$$

Si ottiene un denominatore di segno opposto rispetto al numeratore.

In questa condizione la funzione  $\sigma$  risulta molto sensibile, piccole variazioni dei parametri, dovute ad esempio a errori strumentali o incertezze di misura, possono comportare una grande variazione di sigma sia in segno che in modulo.

È chiaro che in queste circostanze il modello matematico non è valido in quanto non riesce a rappresentare in modo efficace la realtà sperimentale.

Il comportamento è particolarmente accentuato a basse pressioni, in queste circostanze la gomma risulta molto deformabile e quindi il suo comportamento potrebbe non essere più lineare, come ipotizzato in precedenza. Un'altra possibile causa potrebbero essere gli effetti dinamici che erano stati trascurati nel modello fisico proposto.

Il fenomeno è visibile anche nello pneumatico 180/55 R17 sebbene solamente il punto a 0.5 bar della serie corrispondente a path frequency  $1.5 \text{ m}^{-1}$  risulta incoerente rispetto agli altri. Il fenomeno risulta invece evidente nei due pneumatici da 12 pollici: i dati relativi alle path frequency  $1.8$  e  $2.1 \text{ m}^{-1}$  e pressioni di 0.5 e 0.75 bar sono discordi rispetto agli altri dati e chiaramente privi di significato.

Al fine di ottenere risultati validi questi dati non saranno considerati nella successiva analisi.

## **4.2 identificazioni dei modi di vibrare e delle rigidzze**

### **4.2.1 modi di vibrare**

l'identificazione dei modi di vibrare è stata eseguita mediante il software *ICATS*. Le FRF, dopo essere state esportate da *Signal Express*, sono state elaborate con un piccolo convertitore *Matlab* e rese compatibili con il software per l'analisi modale. Il programma è in gradi di identificare i modi mediante un analisi multi-FRF che consente di processare contemporaneamente le funzioni di trasferimento relative ai sei punti analizzati. È stato utilizzato un algoritmo di interpolazione delle FRF di tipo globale. [15][17]

In una prima fase si identificano i modi di vibrare: il programma è in gradi di riconoscere e identificare i modi in un assegnato intervallo di frequenze.

La seconda fase del processo consiste nel visualizzare i modi trovati così da poter valutare la deformata assunta dallo pneumatico.

Sono stati considerati solamente i modi fuori dal piano di simmetria della ruota. I modi nel piano sono stati trascurati in quanto non interessanti ai fini del lavoro, inoltre l'ingresso impulsivo in direzione trasversale non eccitava tali modi che risultavano quindi di difficile identificazione.

Sono stati individuati i primi quattro modi di vibrare, per ciascuno pneumatico, determinando l'evoluzione di ciascuna frequenza naturale al variare della pressione. È stato riscontrato che



la forma dei vari modi è molto simile su tutti e sei gli pneumatici analizzati, l'unica differenza è la frequenza a cui questi compaiono: in taluni casi l'ordine dei modi cambia al variare della pressione.

In Figura 4.13 sono illustrate le forme dei modi riscontrati: l'immagine fa riferimento al pneumatico anteriore da moto (120/70 R17) ad una pressione di 2 bar; tale rappresentazione può essere comunque valida anche per gli altri pneumatici esaminati.

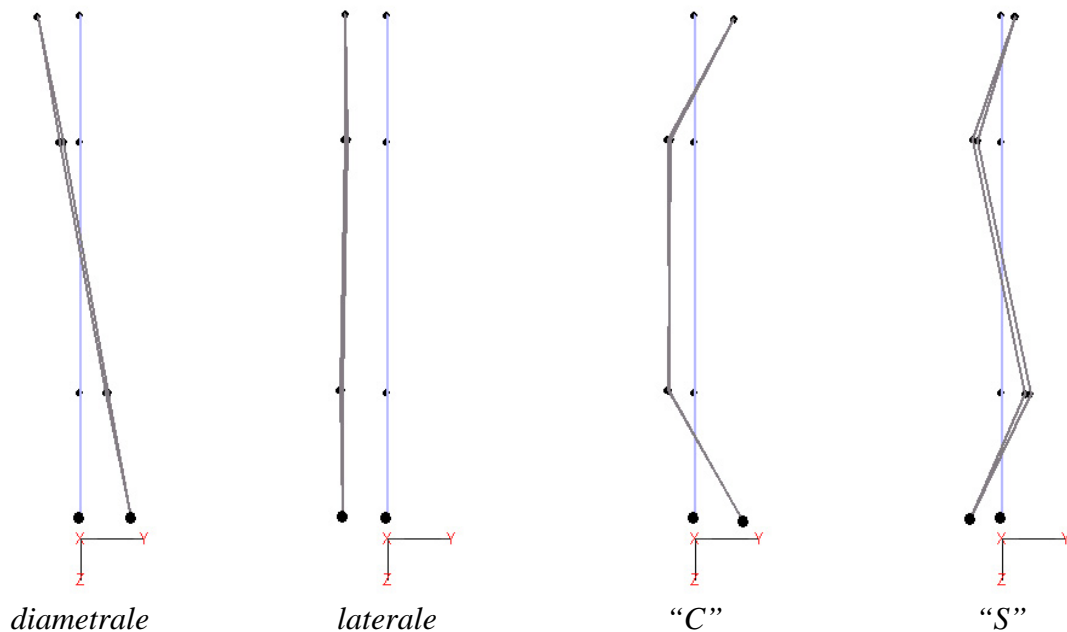


Figura 4.13: forma dei modi di vibrare

I primi due modi consistono in un moto rigido della carcassa rispetto al cerchione, sono quindi ben rappresentati dal modello ad anello rigido. Il primo modo è definito *diametrale* in quanto consiste in una rotazione della carcassa attorno ad un asse diametrale. Il secondo modo, *laterale*, consiste in una traslazione della belt lungo la direzione dell'asse della ruota.

I modi superiori interessano anche la carcassa stessa che non può più essere rappresentata come corpo rigido in quanto risulta deformata. Il terzo modo di Figura 4.13 presenta quattro nodi ed è possibile definirlo come modo *a C*: i punti 1,2,4,5 si muovono in fase, mentre i punti 100 e 3 risultano in opposizione. L'ultimo modo trovato, *a S*, consiste in una deformata con sei nodi, i punti adiacenti risultano in opposizione di fase l'uno rispetto all'altro.

Il programma, oltre a identificare la frequenza di risonanza, calcola anche il rapporto di smorzamento isteretico.

Sono di seguito riportati i grafici che mostrano l'andamento delle frequenze naturali e dei rapporti di smorzamento, dei diversi modi individuati, in funzione della pressione di gonfiaggio.

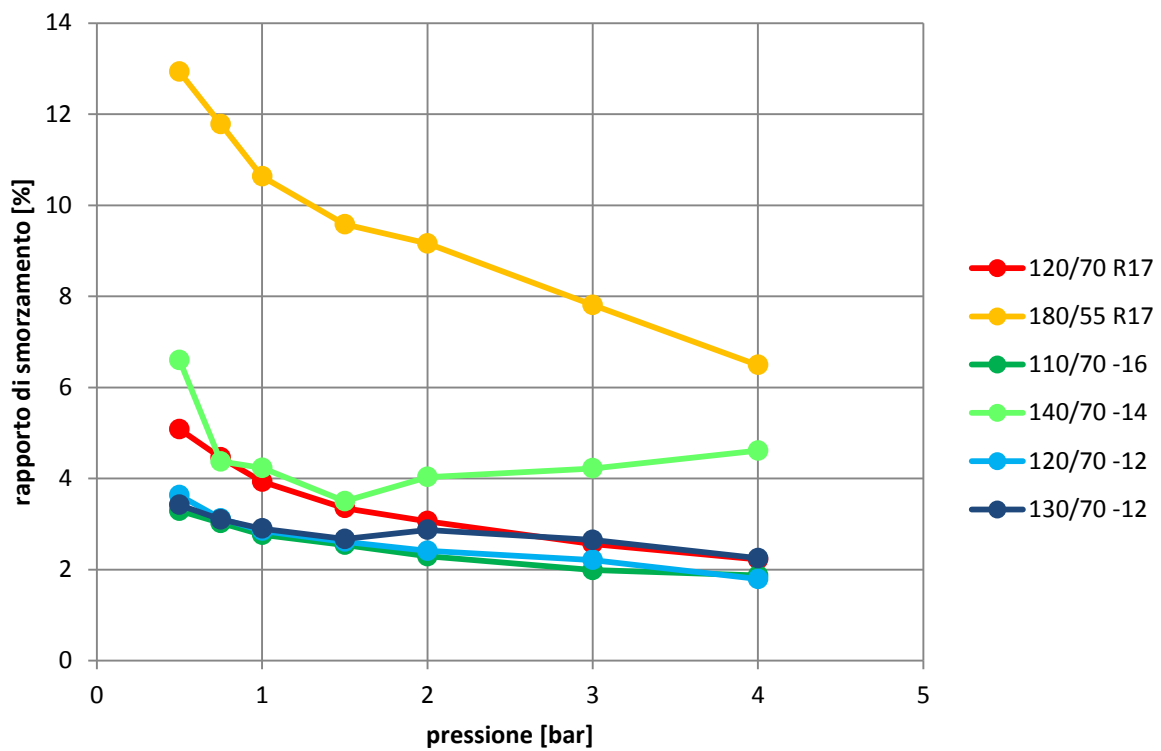
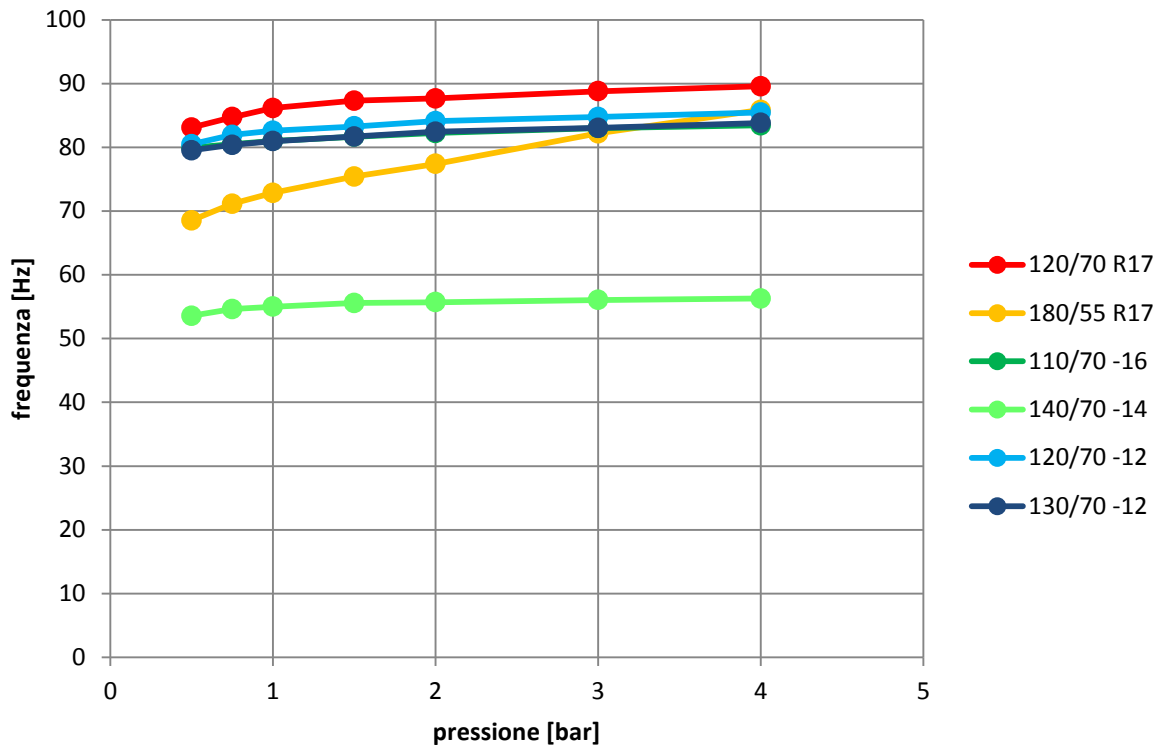


Figura 4.14: frequenza e smorzamento modo diametrale

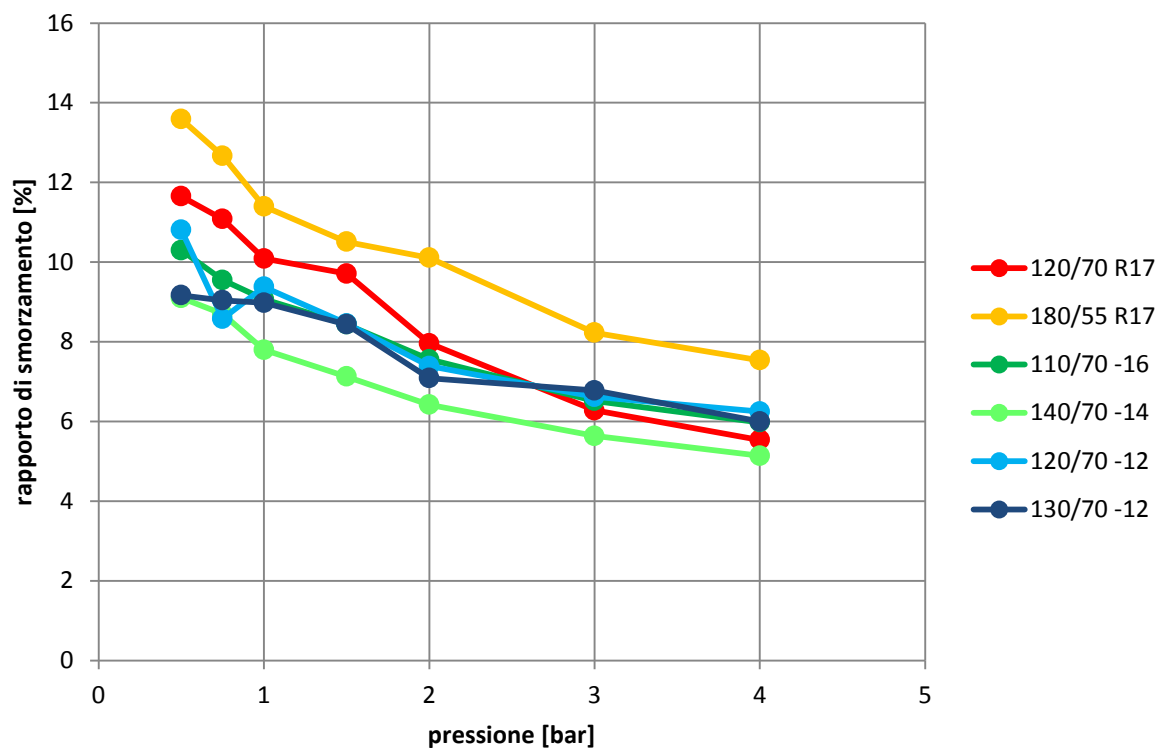
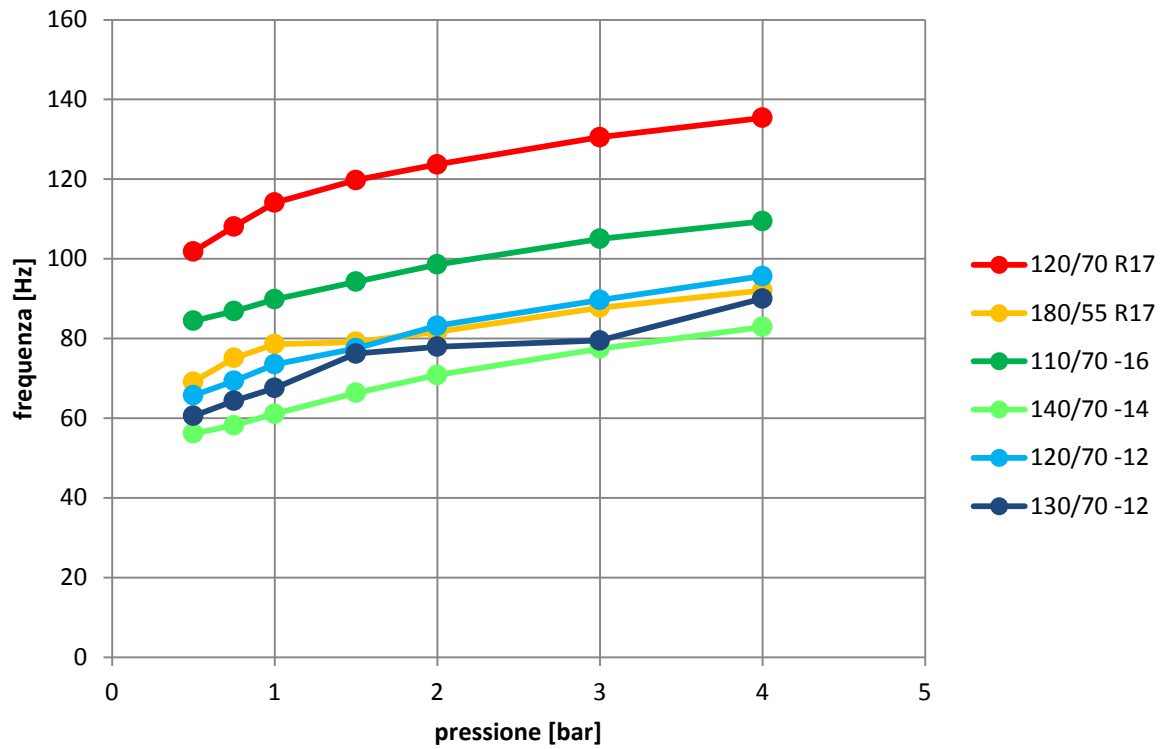


Figura 4.15: frequenza e smorzamento modo laterale

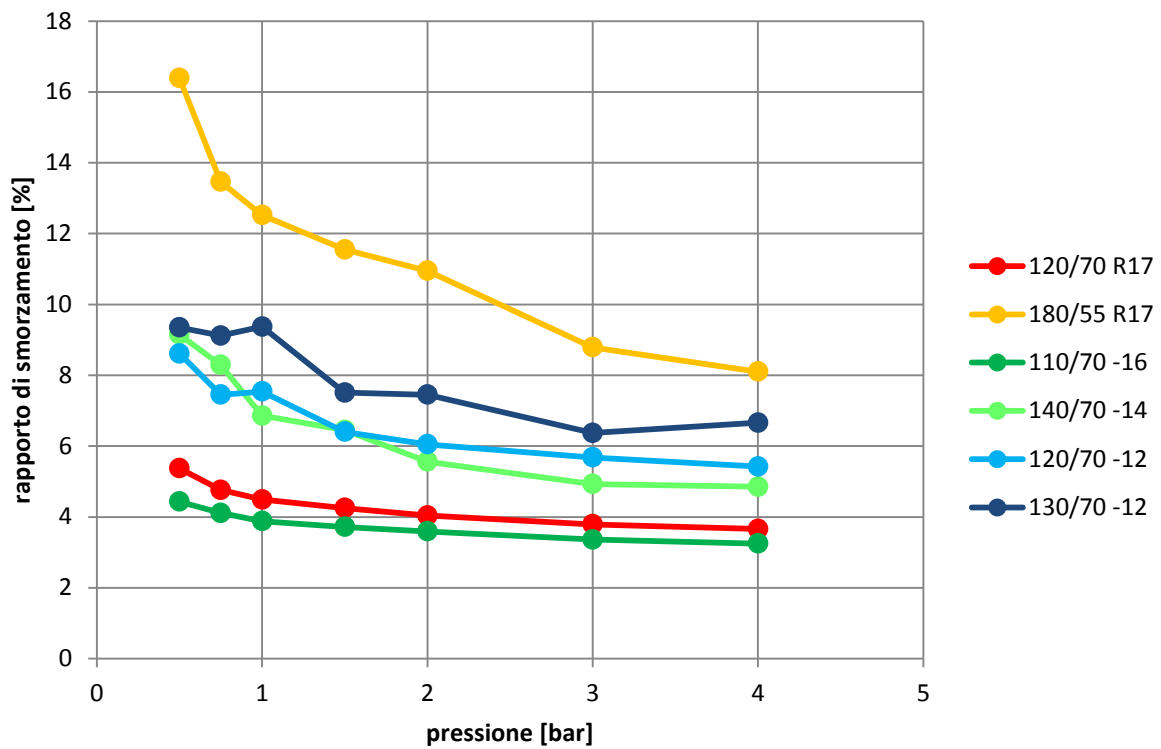
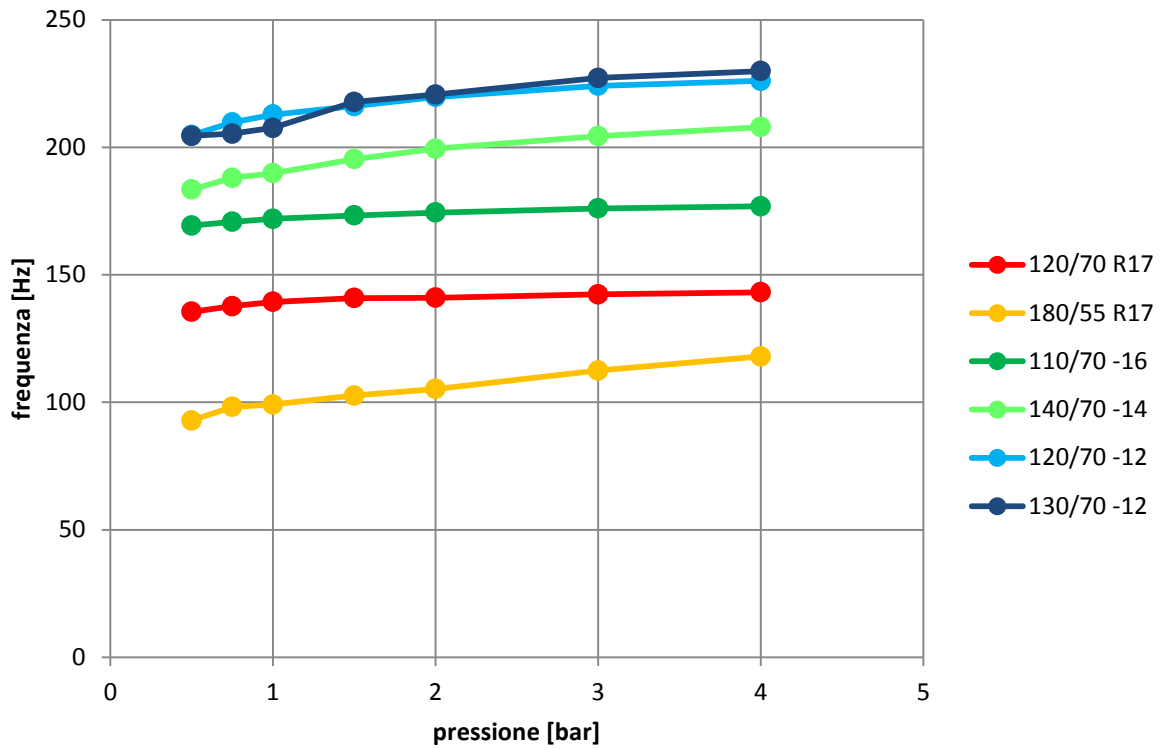


Figura 4.16: frequenza e smorzamento modo a C

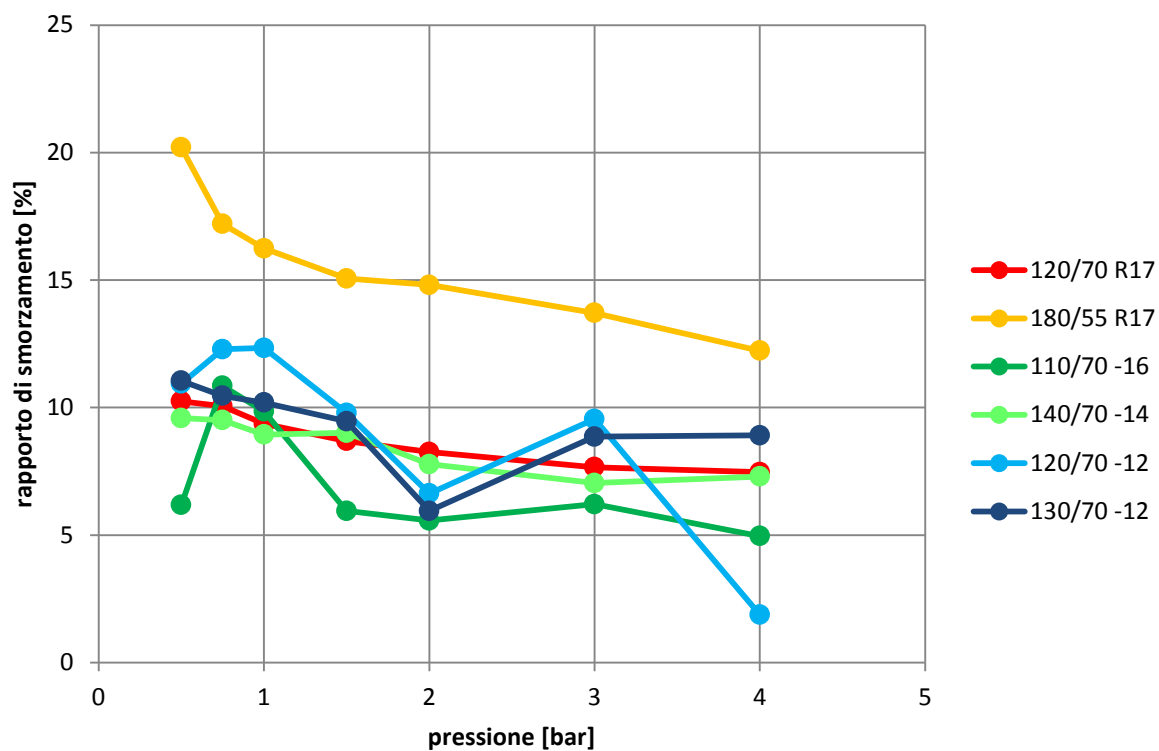
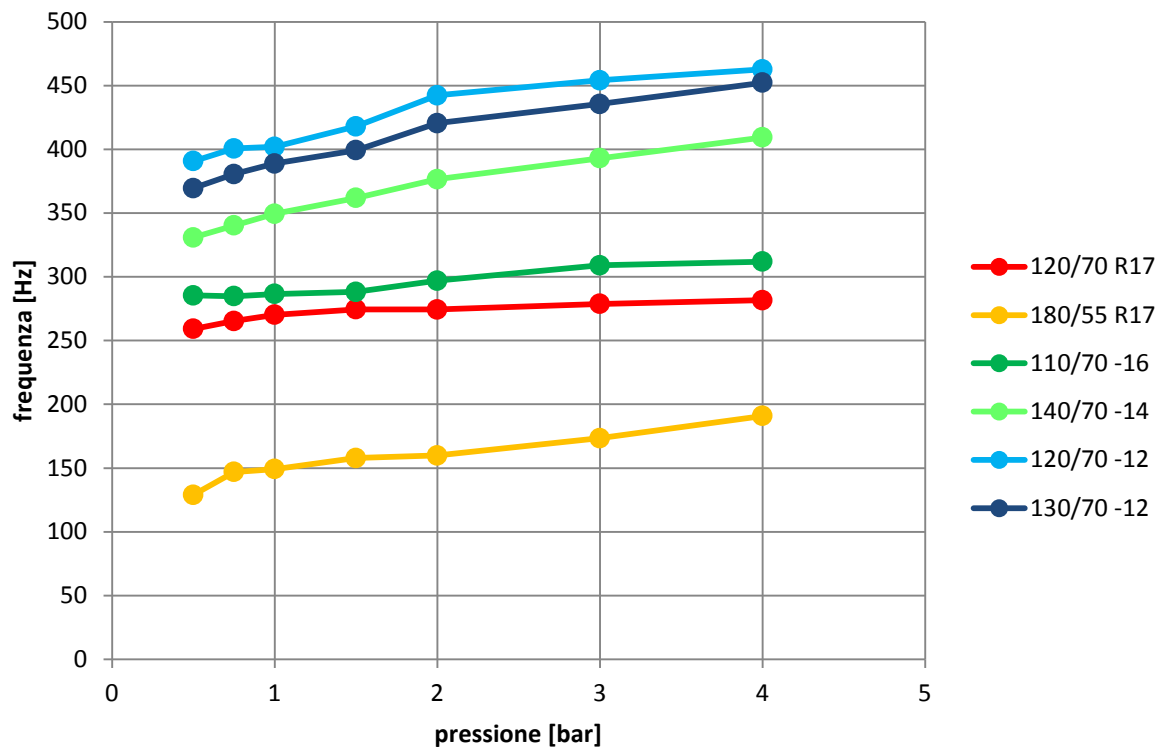


Figura 4.17 : frequenza e smorzamento modo a S

Le frequenze naturali tendono a crescere all'aumentare della pressione: come ci si può aspettare il sistema diventa via via più rigido trasportando i modi di vibrare a frequenze più elevate.

I rapporti di smorzamento hanno andamento decrescente con la pressione: il sistema risulta quindi meno smorzato alle alte pressioni di gonfiaggio.

L'ordine con cui compaiono i modi risulta sempre lo stesso, ad eccezione che nei due pneumatici da 12 pollici. Per evidenziare il comportamento si riportano, a titolo di esempio, i grafici relativi alla gomma 120/70 R17, rappresentativo delle prime quattro coperture, e quello relativo allo pneumatico 120/70 -12 rappresentativo delle ultime due coperture.

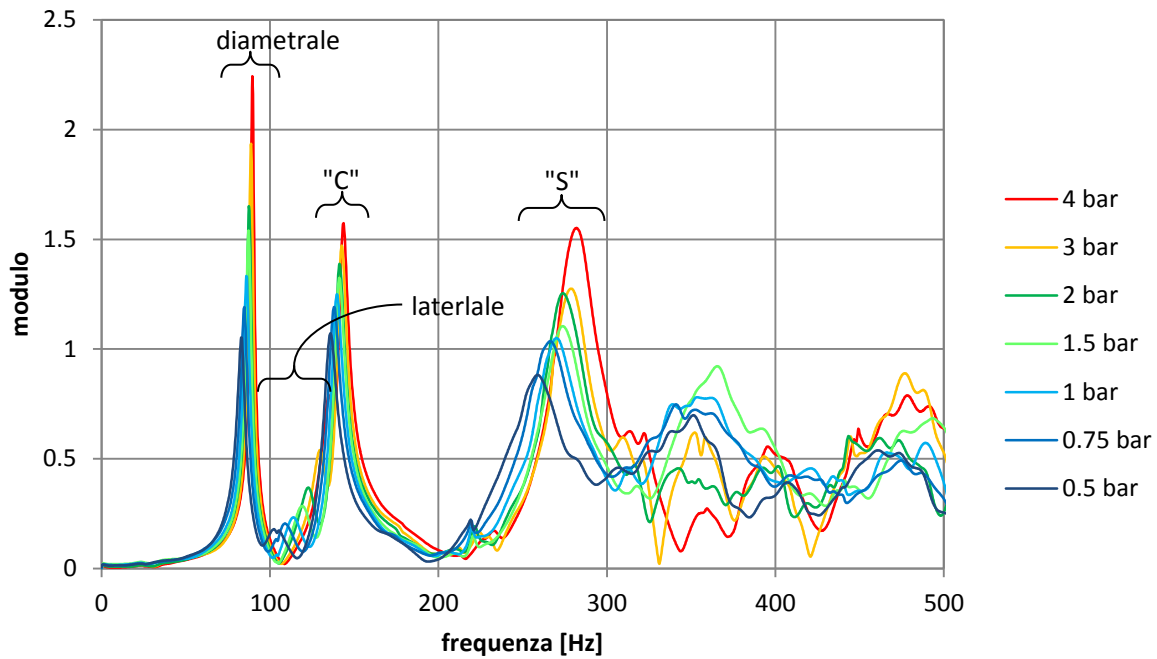


Figura 4.18: FRF 120/70 R17

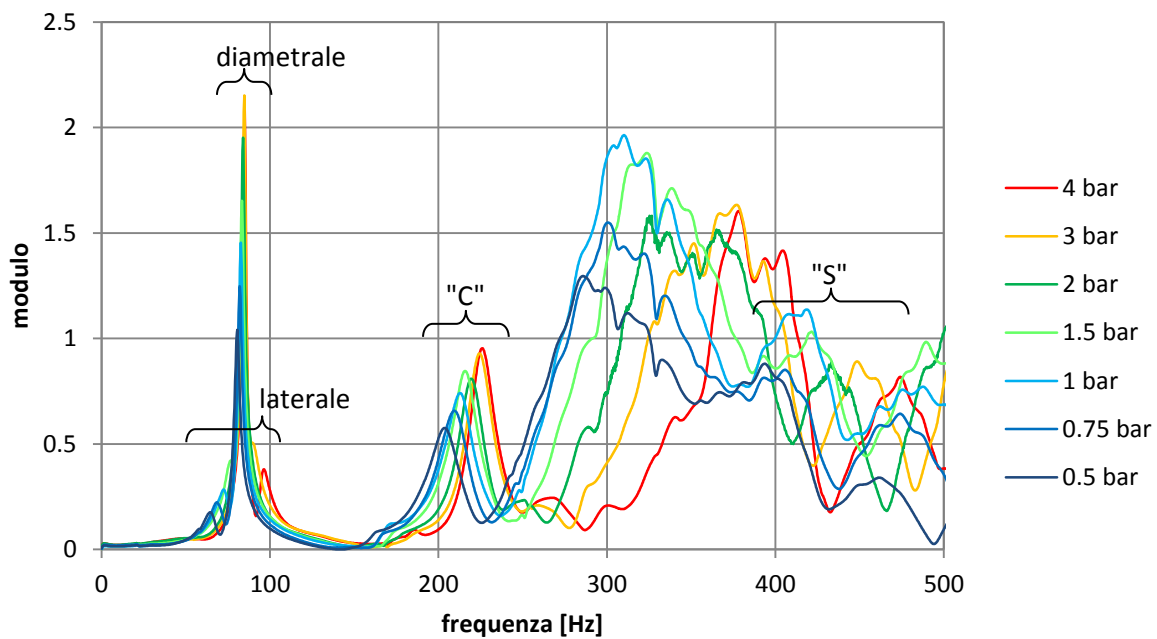


Figura 4.19: FRF 120/70 -12

Nei primi quattro pneumatici compare il modo diametrale a frequenza più bassa, poi il laterale e a seguire i modi a C e a S. Nonostante la pressione influisca sui modi spostando la loro frequenza naturale, l'ordine resta comunque inalterato (si veda Figura 4.18).

Il quinto e sesto pneumatico presentano invece un comportamento differente, in particolare i primi due modi di vibrare non compaiono nello stesso ordine. Osservando i grafici di Figura 4.14 e Figura 4.15 si nota che il modo diametrale e il modo laterale presentano frequenze molto simili: ad altre pressioni compare prima il modo diametrale e poi il laterale, mentre, a pressioni più basse, prima il laterale e poi il diametrale. Questo comportamento è visibile anche nelle FRF di Figura 4.19: il picco corrispondente al modo diametrale è poco influenzato dalla variazione di pressione mentre il picco relativo al modo laterale denota una maggiore dipendenza dalla pressione e, al crescere di quest'ultima, scavalca il picco precedente.

Un'ulteriore considerazione, che può essere fatta, riguarda la distribuzione dei modi rispetto alla loro frequenza. Si nota, infatti, che le gomme per motociclette presentano modi più ravvicinati rispetto alle altre gomme: in particolare negli pneumatici di più piccolo diametro i primi due modi compaiono a frequenze più basse mentre i secondi a frequenze più elevate se confrontati con le prime due coperture.

#### 4.2.2 Rigidezze

Come accennato in precedenza i primi due modi di vibrare sono ben rappresentati dal modello ad anelli rigido: a partire da questa considerazione è possibile sfruttare i dati ottenuti dall'analisi modale per ricavare alcune delle rigidezze che compongono la carcassa dello pneumatico.

In generale la frequenza naturale di un sistema oscillante può essere definita come

$$\omega_n = \sqrt{\frac{C}{m}}$$

4.7

Dove con C si indica una rigidezza modale e con m la relativa inerzia.

Nel caso analizzato il modo diametrale coinvolge solamente la rigidezza torsionale definita nel rigid ring model. Di conseguenza è possibile stimare la rigidezza note la frequenza naturale e l'inerzia dello pneumatico, in questo caso il momento d'inerzia rispetto ad un'asse diametrale.

Analogo ragionamento può essere compiuto per il secondo modo di vibrare: l'unica rigidità coinvolta nel moto è quella laterale che può essere definita nota la massa e la frequenza naturale.

Come descritto precedentemente la massa e il momento d'inerzia sono stati misurati mediante una bilancia e un pendolo trifilare. Tali dati non sono tuttavia utilizzabili direttamente nel calcolo: non tutta la massa dello pneumatico partecipa alla vibrazione, ma solo parte di essa.

A tal fine ci si avvale della trattazione espressa in [2]. Pacejka stima che la massa partecipante alla vibrazione sia il 75% di quella complessiva, mentre il momento d'inerzia sia 85% di quello totale. Questi valori riguardano però pneumatici di tipo automobilistico la cui struttura è diversa dagli pneumatici motociclistici che presentano una spalla di dimensioni molto ridotte e un battistrada che rappresenta gran parte dell'inerzia. Si è quindi deciso di aumentare del 5% i due coefficienti per renderli più adeguati a questo tipo di pneumatico.

Le inerzie ridotte risultano essere

$$m_{rid} = m \cdot 0,80 \tag{4.8}$$

$$I_{xx\ rid} = I_{xx} \cdot 0,90 \tag{4.9}$$

Le rigidità possono quindi essere definite dalle seguenti equazioni

$$C_y = \omega_{laterale}^2 m_{rid} \tag{4.10}$$

$$C_{zz} = \omega_{diametrale}^2 I_{xx\ rid} \tag{4.11}$$

A partire dai dati elaborati da ICATS è possibile calcolare anche lo smorzamento relativo ai due modi di vibrare appena descritti.

Il rapporto di smorzamento isteretico  $\eta$  calcolato dal programma risulta doppio rispetto al rapporto di smorzamento viscoso  $\zeta$ :

$$\eta = 2\zeta \tag{4.12}$$

Pertanto definito il rapporto di smorzamento viscoso come



$$\zeta = \frac{K}{2\sqrt{Cm}}$$

4.13

Il rapporto di smorzamento isteretico risulta essere

$$\eta = \frac{K}{\sqrt{Cm}}$$

4.14

Dove con C si indica la rigidezza e con K lo smorzamento. Note le rigidezze e le inerzie è facile calcolare lo smorzamento

$$K_y = \eta_{laterale} \sqrt{C_y m_{rid}}$$

4.15

$$K_{xx} = \eta_{diametrale} \sqrt{C_{xx} I_{xx} rid}$$

4.16

Nelle tabelle che seguono sono riportati, per ogni pneumatico, i valori relativi alle inerzie misurate e a seguire i valori di rigidezza e smorzamento espressi al variare della pressione.

Tabella 4.1: proprietà inerziali

<i>pneumatico</i>	$I_{xx}$ [Kgm <sup>2</sup> ]	$m$ [kg]
120/70 R17	0.140	3.95
180/55 R17	0.217	5.60
110/70 -16	0.116	3.85
140/70 -14	0.142	4.85
120/70 -12	0.070	3.40
130/70 -12	0.081	3.70

Tabella 4.2 : rigidzze e smorzamenti Michelin Pilot Power 120/70 R17

Pressione [bar]	$C_{xx}$ [Nm/rad]	$K_{xx}$ [Nms/rad]	$C_y$ [N/m]	$K_y$ [Ns/m]
4	39989	1.6	2286419	148.9
3	39287	1.8	2125206	162.7
2	38310	2.1	1908605	195.5
1.5	37996	2.3	1789845	230.9
1	37002	2.7	1624405	228.6
0.75	35784	3.0	1458610	237.9
0.5	34404	3.3	1293849	235.6

Tabella 4.3: rigidzze e smorzamenti Michelin Pilot Power 180/55 R17

Pressione [bar]	$C_{xx}$ [Nm/rad]	$K_{xx}$ [Nms/rad]	$C_y$ [N/m]	$K_y$ [Ns/m]
4	56949	6.9	1499576	195.4
3	52172	7.9	1362169	203.3
2	46267	8.7	1179965	232.4
1.5	43930	8.9	1108560	234.2
1	41009	9.5	1092654	252.2
0.75	39096	10.3	998574	268.0
0.5	36269	10.9	845956	264.6

Tabella 4.4: rigidzze e smorzamenti Michelin City Grip 110/70 -16

Pressione [bar]	$C_{xx}$ [Nm/rad]	$K_{xx}$ [Nms/rad]	$C_y$ [N/m]	$K_y$ [Ns/m]
4	28714	1.0	1456339	126.7
3	28425	1.1	1341590	132.5
2	27901	1.2	1182607	144.3
1.5	27495	1.4	1080123	153.9
1	27072	1.5	981846	157.7
0.75	26706	1.6	917382	160.5
0.5	26342	1.7	867181	168.3

Tabella 4.5: rigidzze e smorzamenti Michelin City Grip 140/70 -14

Pressione [bar]	$C_{xx}$ [Nm/rad]	$K_{xx}$ [Nms/rad]	$C_y$ [N/m]	$K_y$ [Ns/m]
4	15919	2.1	1053452	103.9
3	15800	1.9	919065	106.5
2	15592	1.8	768468	110.9
1.5	15525	1.6	675145	115.4
1	15208	1.9	572214	116.2
0.75	15004	1.9	519380	123.5
0.5	14433	2.8	483454	53.6

Tabella 4.6: rigidzze e smorzamenti Michelin City Grip 120/70 -12

Pressione [bar]	$C_{xx}$ [Nm/rad]	$K_{xx}$ [Nms/rad]	$C_y$ [N/m]	$K_y$ [Ns/m]
4	18271	0.6	982629	102.2
3	17968	0.7	864000	101.5
2	17694	0.8	743319	105.1
1.5	17346	0.9	645625	112.1
1	17064	0.9	580732	117.9
0.75	16800	1.0	516591	101.7
0.5	16207	1.2	464075	121.5

Tabella 4.7: rigidzze e smorzamenti Michelin City Grip 130/70 -12

Pressione [bar]	$C_{xx}$ [Nm/rad]	$K_{xx}$ [Nms/rad]	$C_y$ [N/m]	$K_y$ [Ns/m]
4	20290	0.9	947376	100.5
3	19904	1.0	738932	50.6
2	19618	1.1	709859	102.8
1.5	19262	1.0	679052	119.7
1	18924	1.1	533846	112.9
0.75	18659	1.1	484343	108.2
0.5	18266	1.3	429279	103.4



## Capitolo 5

### CORRELAZIONE TRA PARAMETRI MODALI E LUNGHEZZA DI RILASSAMENTO

Nel capitolo precedente è stato illustrato come sia possibile ottenere le caratteristiche di rigidezza a partire dai parametri modali.

Tuttavia le due rigidezze individuate non sono sufficienti a descrivere il sistema: i primi due modi di vibrare sono direttamente correlati alle due rigidezze calcolate, ma è giusto valutare anche il contributo degli infiniti modi superiori a questi.

In via del tutto generale si scrive la funzione di trasferimento di un sistema a N gradi di libertà:

$$H_{ij}(\omega) = \frac{y_{i0}}{F_{j0}} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{C_k} \frac{u_{ik}u_{jk}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2 + 2i\zeta_k \frac{\omega}{\omega_k}}$$

5.1

In particolare si suppone di voler ottenere la risposta del sistema nel punto i ( $y_i$ ) in seguito all'applicazione di una eccitazione ( $F_j$ ) nel punto j. Con k si indica il k-esimo modo di vibrare del sistema, con  $C_k$  la rigidezza relativa al k-esimo modo e con  $\omega_k$  la sua frequenza naturale.

Con  $u$  si indicano i parametri modali, se si considerano due punti sufficientemente vicini si ottiene la condizione  $u_{ik} \approx u_{jk}$ .

È inoltre possibile considerare  $\omega$  tendente a 0 in quanto stiamo valutando i contributi alla rigidezza statica.

La funzione di trasferimento assume quindi la caratteristica della cedevolezza dell'intero sistema

$$H_{ij}(0) = \frac{y_{i0}}{F_{j0}} = \sum_{k=1}^N \frac{u_{ik}^2}{C_k} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{C_{yk}}$$

5.2

Si nota che la rigidezza complessiva è ottenuta dalla somma di vari termini relativi alle rigidezze modali degli N modi di vibrare.

Ipotizzando un sistema continuo i modi di vibrare risultano infiniti come, di conseguenza, anche i contributi alla rigidità complessiva.

Si introduce quindi il termine relativo alla rigidità residua che non è altro che la somma delle rigidità dovute a tutti i modi superiori al secondo.

Nella trattazione seguente si cercherà di individuare tale rigidità e comprendere quanto i modi superiori influiscano sulla rigidità totale. Per stimare il valore della rigidità residua ci si avvale dei dati ottenuti dalle prove in regime transitorio e dall'analisi modale. Come espresso precedentemente la lunghezza di rilassamento complessiva è data dall'equazione 1.43. qui riportata

$$\sigma = a\lambda + \frac{C_{bf\alpha}R^2}{C_{xx}} + \frac{C_{bf\alpha}}{C_y} + \frac{C_{bf\alpha}}{C_{res}}$$

5.3

Il valore di  $\sigma$  è ottenuto dalle prove dinamiche, il termine relativo alla patch può facilmente essere stimato mediante le equazioni 1.41, 1.42 e dalle misure di lunghezza dell'impronta.

Anche i termini relativi a rigidità laterale e diametrale sono noti dall'analisi modale effettuata: la rigidità residua può quindi essere calcolata per differenza a partire dal valore complessivo della lunghezza di rilassamento

$$C_{res} = \frac{C_{bf\alpha}}{\sigma - a\lambda - \frac{C_{bf\alpha}R^2}{C_{xx}} - \frac{C_{bf\alpha}}{C_y}}$$

5.4

Il valore di  $\sigma$  deriva da misure dinamiche: per ogni valore della pressione si ottengono almeno 5 informazioni riguardo tale parametro, una corrispondente ad ogni path frequency analizzata. Per ottenere un unico dato da confrontare poi con le rigidità modali è stata eseguita la media, tra i 5 o più valori a diversa frequenza. Come precedentemente chiarito sono stati scartati i dati poco significativi che avrebbero comportato valori di rigidità residue poco veritieri.

Per meglio comprendere l'effetto e l'importanza di ciascuna cedevolezza nel computo totale della lunghezza di rilassamento ci si avvale dei grafici a barre riportati di seguito: la lunghezza di rilassamento è rappresentata dall'intera barra e con vari colori si evidenziano i termini che la compongono. È possibile anche osservare l'evoluzione dei vari contributi al variare della pressione di gonfiaggio.

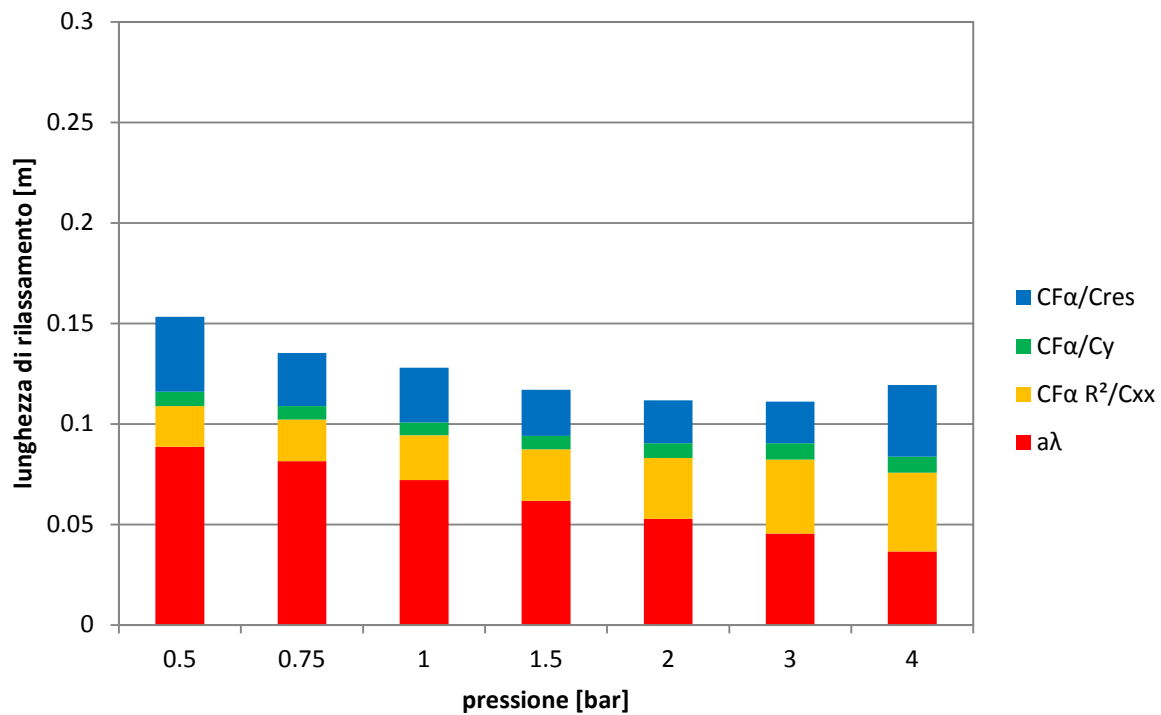


Figura 5.1: contributi della lunghezza di rilassamento per Michelin Pilot Power 120/70 R17

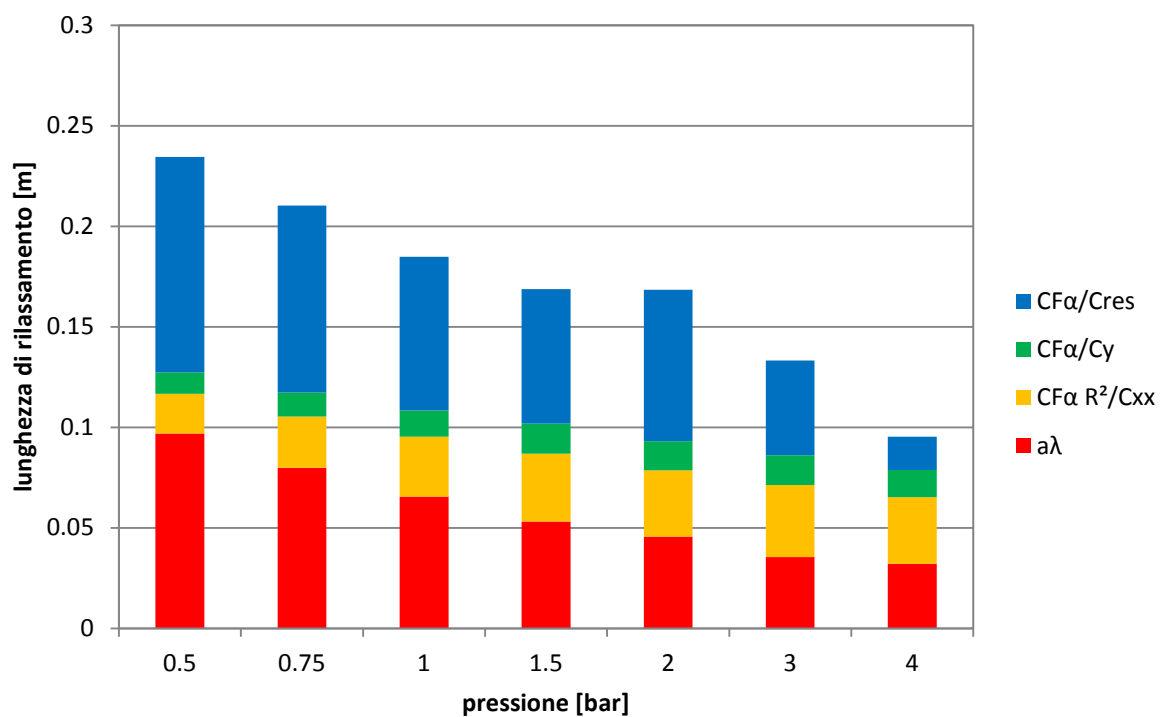


Figura 5.2: contributi della lunghezza di rilassamento per Michelin Pilot Power 180/55 R17

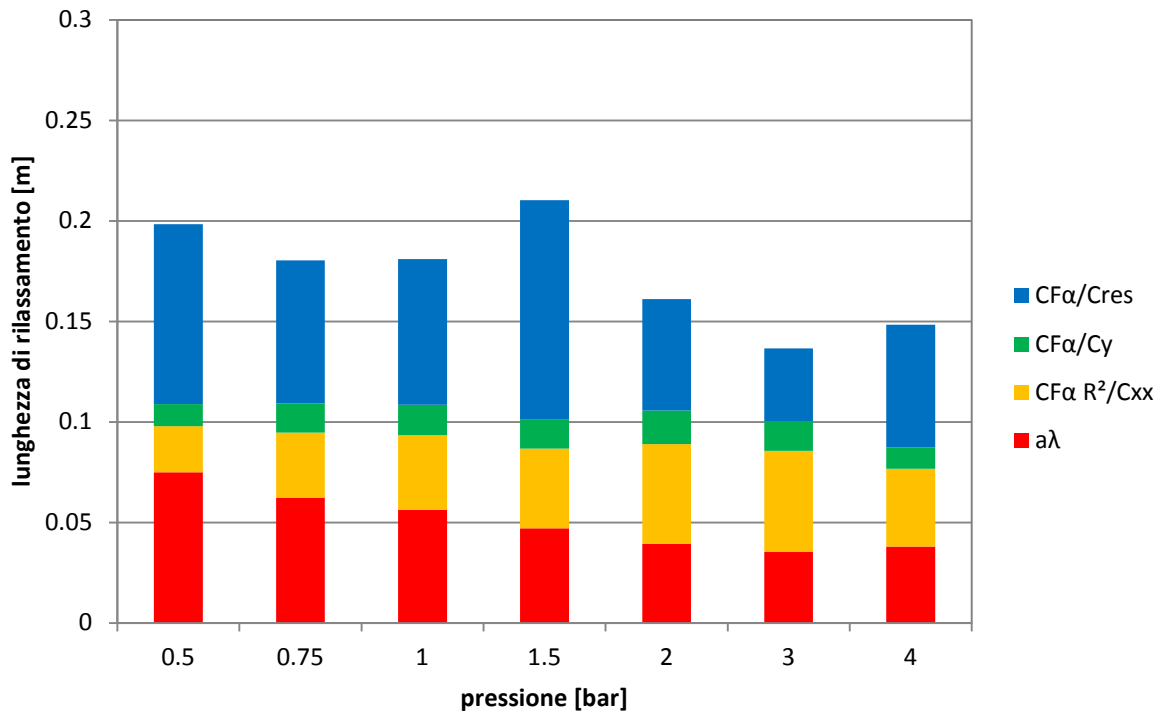


Figura 5.3: contributi della lunghezza di rilassamento per Michelin City Grip 110/70 -16

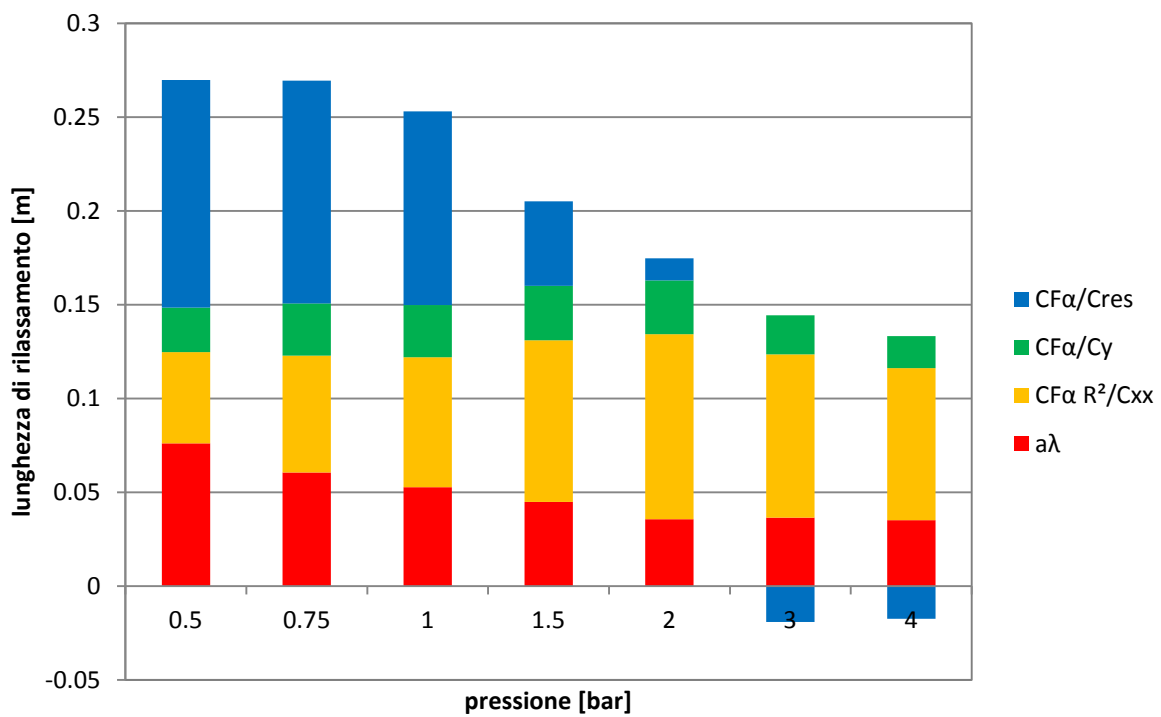


Figura 5.4: contributi della lunghezza di rilassamento per Michelin City Grip 140/70 -14



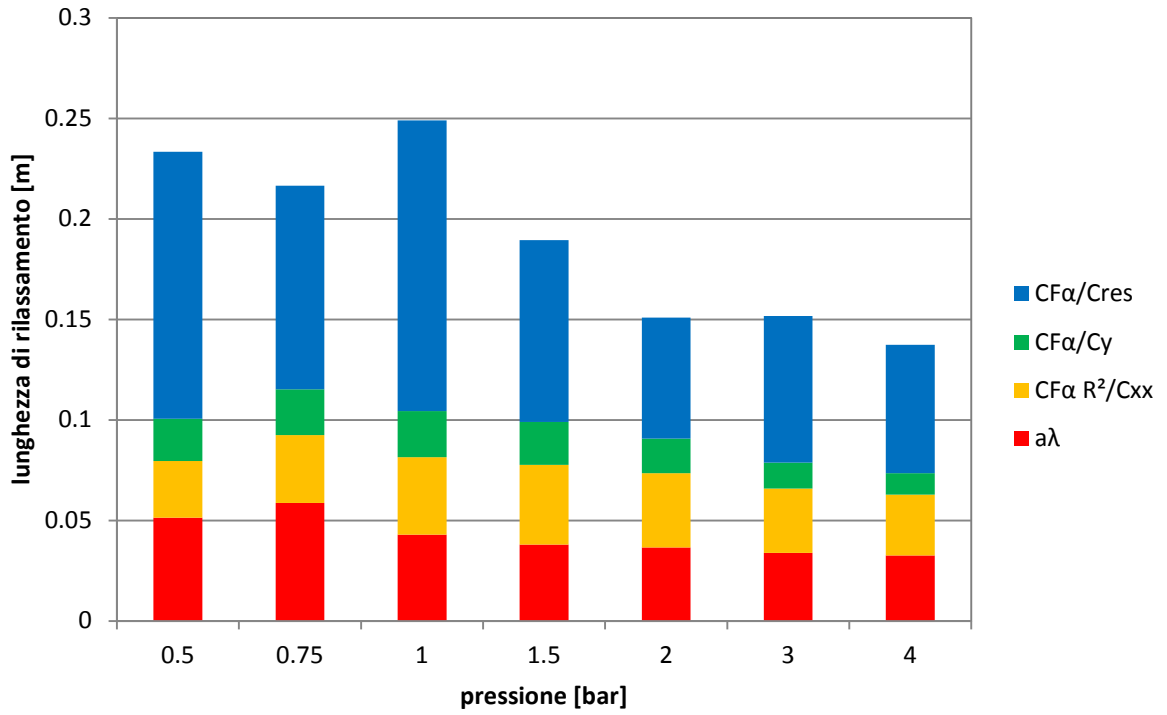


Figura 5.5: contributi della lunghezza di rilassamento per Michelin City Grip 120/70 -12

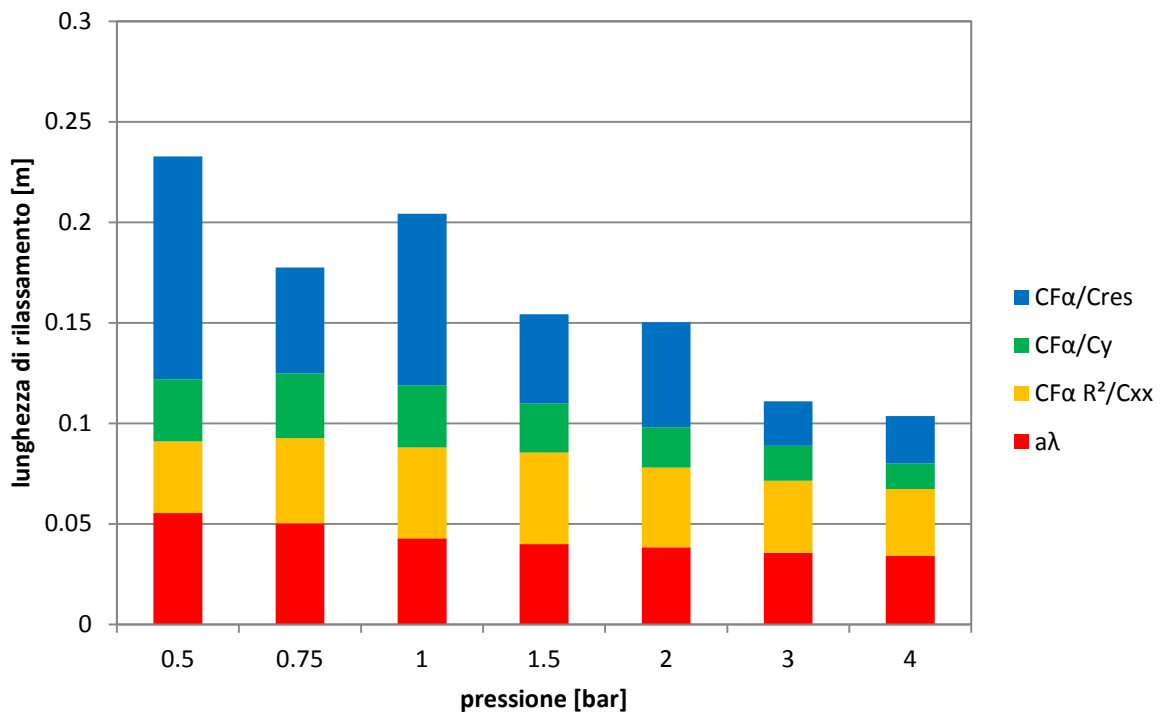


Figura 5.6: contributi della lunghezza di rilassamento per Michelin City Grip 130/70 -12

Dalle figure è evidente che il contributo della rigidità residua non è trascurabile e, in molti casi, rappresenta il più grande contributo alla lunghezza di rilassamento. La rigidità residua risulta fortemente influenzata dalla pressione di gonfiaggio: ad alte pressioni il suo contributo è modesto e diventa sempre più importante a basse pressioni.

la Figura 5.4 relativa allo pneumatico 140/70 -14 mostra delle rigidità residue negative.

Questo significa che i termini relativi alla patch e alle rigidità laterali e diametrali della carcassa generano una lunghezza di rilassamento che eccede quella ottenuta dai dati sperimentali. La differenza è tuttavia minima: confrontando il contributo relativo alla rigidità residua con i restanti si nota che risulta molto piccolo. In conclusione si può affermare che tale dato numerico non rappresenta una rigidità negativa bensì una rigidità residua molto elevata il cui contributo sulla lunghezza complessiva è praticamente nullo.

Lo pneumatico anteriore da motocicletta mostra un contributo della rigidità residua molto ridotto e quasi costante al variare della pressione. Questo comportamento non è invece evidenziato negli altri pneumatici nei quali tale contributo risulta decisamente dipendente dalla pressione e rappresenta un'azione molto importante, almeno alle basse pressioni.

Questo comportamento evidenzia come la rigidità correlata ai modi di vibrare superiori al secondo possa essere trascurata ad alta pressione ma non a bassa.

In tutti i grafici si nota che il contributo dovuto alla rigidità laterale  $C_y$  (in verde) è molto modesto e poco influenzato dalla pressione: si può affermare che il suo contributo è praticamente costante a tutti i livelli di gonfiaggio.

Decisamente più importante è il contributo dovuto alla rigidità diametrale: non sono presenti grandi variazioni dovute alla pressione, sembra tuttavia che tale cedevolezza raggiunga un massimo intorno alla pressione nominale (1.5-2bar) per poi diminuire leggermente a pressioni più alte e più basse.

Anche la lunghezza dell'impronta risulta essere molto influente. Negli pneumatici radiali per motocicletta la quota di lunghezza imputabile alla patch risulta, in proporzione, molto elevata, mentre nei pneumatici diagonali il contributo è decisamente più limitato. Questo fenomeno è anche dovuto al diametro della ruota: una gomma con una circonferenza più grande genera al suolo un'impronta più lunga. La forma dell'impronta è fortemente influenzata dal livello di gonfiaggio, si nota che tra il livello più alto e quello più basso la lunghezza della patch arriva anche a raddoppiare (Figura 5.1 e Figura 5.2)

## Capitolo 6

### PREDIZIONE COMPORTAMENTO AD ALTA VELOCITÀ CON RIGID RING MODEL

#### 6.1 Stima degli effetti inerziali

L'analisi dei dati sperimentali presentata nei precedenti paragrafi è stata eseguita avvalendosi di un modello semplificato rispetto al rigid ring model proposto in [5].

Al fine di verificare le assunzioni fatte per semplificare il modello si è deciso di implementare il modello completo così da poter valutare, in modo oggettivo, le differenze tra i due modelli e stabilire i campi di validità degli stessi. Sotto è riportata la Figura 1.11 che illustra lo schema del modello completo.

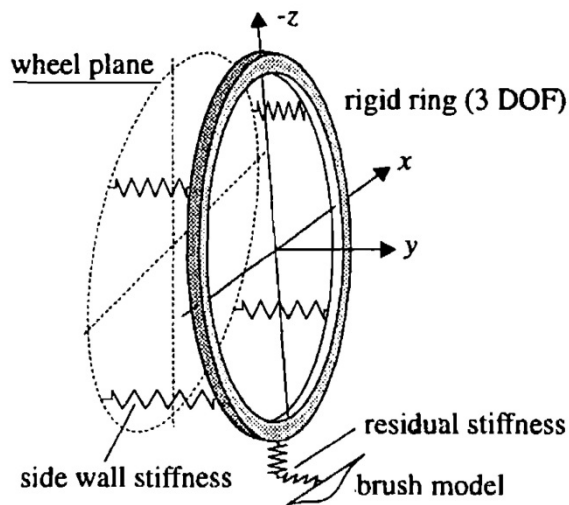


Figura 6.1: schema rigid ring model

Il sistema di equazioni descritto nel paragrafo 1.3.2 è stato implementato in ambiente *Matlab* al fine di essere risolto per via numerica. Il codice si avvale della funzione `ode45` per la risoluzione. Il programma è quindi in grado di eseguire simulazioni relative allo pneumatico a partire dalla cinematica imposta al cerchione e dai parametri caratteristici dello pneumatico.

I valori dei parametri dello pneumatico sono stati definiti in un file secondario che viene poi caricato dal programma principale.

Gli ingressi del sistema sono fondamentalmente 3: è infatti possibile agire sull'angolo di deriva, su quello di camber, e sulla traslazione laterale del cerchione. Tali ingressi possono essere espressi mediante una funzione del tempo: l'obiettivo è quello di riprodurre condizioni simili a quelle delle prove sperimentali pertanto è stato imposto un angolo di deriva che segue un andamento sinusoidale mentre gli altri ingressi sono stati mantenuti a zero.

Note quindi le caratteristiche dello pneumatico è possibile prevedere il suo comportamento osservando nel particolare quale sia il contributo dei vari termini che compongono le equazioni.

È stato scelto di utilizzare le caratteristiche relative allo pneumatico 120/70 R17 rilevate ad una pressione di 2 bar. I dati sotto elencati sono ottenuti dalle misure precedentemente effettuate: le rigidezze e gli smorzamenti sono derivati dall'analisi modale mentre le rigidezze di deriva e rollio dalle prove stazionarie.

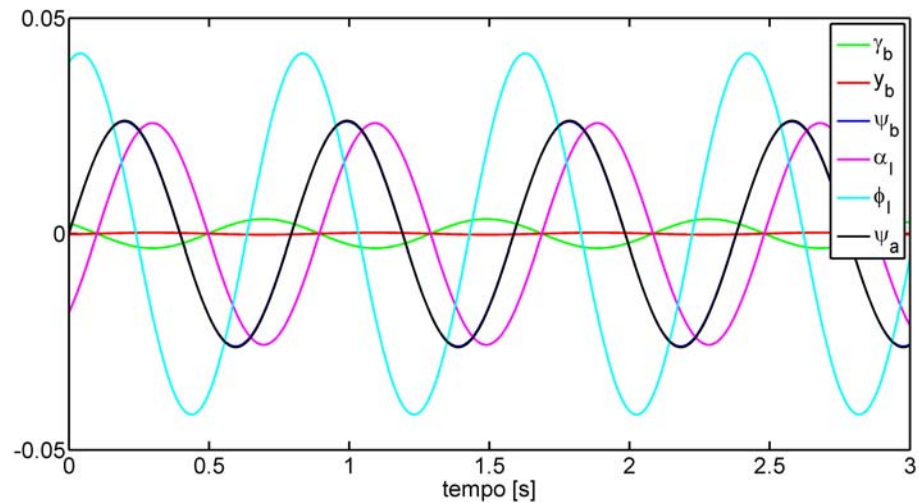
```

Kxx=2.1;           %smorzamento diametrale
Cxx=38310;        %rigidezza diametrale
Ixx=0.126;       %momento inerzia diametrale
Iyy=Ixx*2;       %momento inerzia polare
Izz=0.126;       %momento inerzia diametrale
Kzz=2.1;         %smorzamento diametrale
Czz=383100;      %rigidezza diametrale
r=0.287;         %raggio rotolamento
Fz=-1500;        %carico verticale
Cbfa=17419;      %rigidezza di deriva
Cmzfi=51;        %rigidezza camber
mb=3.16;         %massa belt
Ky=195.5;        %smorzamento laterale
Cy=1908605;      %rigidezza laterale
sigma_c=0.03;    %lunghezza rilassamento residua
a=0.07;          %semilunghezza impronta
ta=a/3;          %trail
sigma_s=a;       %lunghezza rilassamento spin
omega=V/r;       %velocità rotolamento ruota

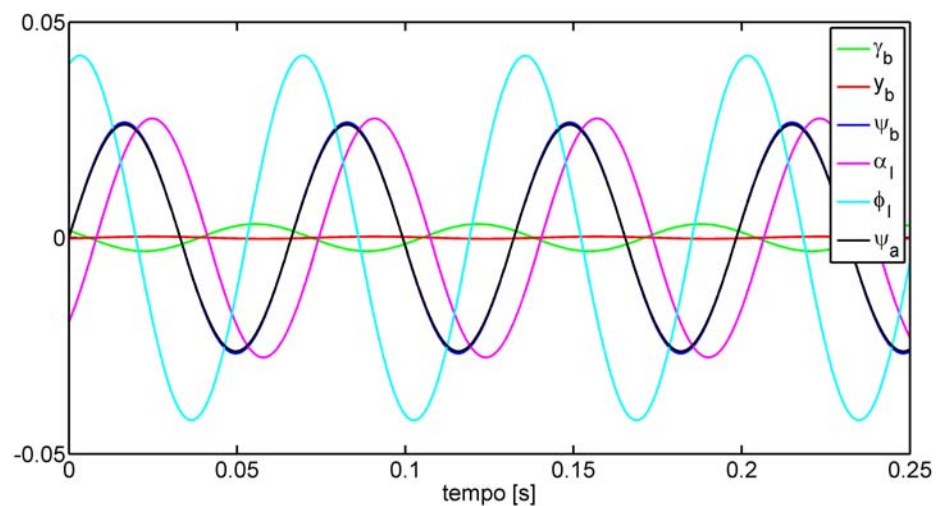
```

un primo confronto riguarda gli effetti inerziali e come questi siano influenzati dalla velocità di rotolamento della ruota.

Sono state eseguite tre diverse simulazioni: la path frequency è la medesima in tutti tre i casi, e pari a  $0.9 \text{ m}^{-1}$  mentre varia la combinazione tra velocità e frequenza di oscillazione della ruota. La prima simulazione è eseguita a velocità di  $1.4 \text{ m/s}$  e frequenza di  $1.26 \text{ Hz}$  in condizioni analoghe a quelle delle prove sperimentali. La seconda simulazione è eseguita a velocità superiore  $16.8 \text{ m/s}$  e  $15.12 \text{ Hz}$  mentre la terza prova a  $42 \text{ m/s}$  e  $37.8 \text{ Hz}$ . Sono riportati graficamente i risultati delle simulazioni eseguite.



*Figura 6.2 variabili cinematiche 1.4 m/s 1.26 Hz*



*Figura 6.3: variabili cinematiche 16.8 m/s 15.12 Hz*

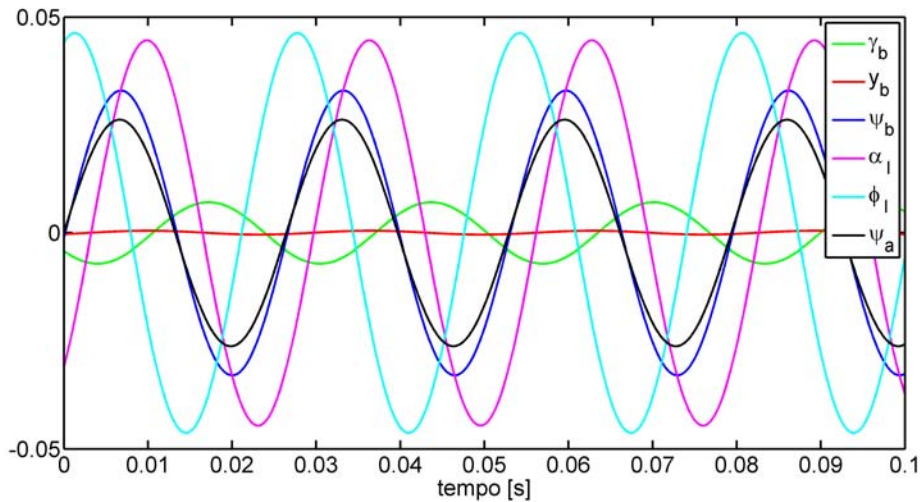


Figura 6.4: variabili cinematiche 42 m/s 37.8 Hz

I grafici mostrano l'andamento delle variabili cinematiche in funzione del tempo. La scala del tempo è diversa nei vari grafici ma impostata in modo da visualizzare il medesimo numero di periodi di oscillazione nei tre casi analizzati.

Le prime due figure differiscono molto poco, si nota che sia l'ampiezza che lo sfasamento delle grandezze è del tutto simile. Nel dettaglio è possibile confrontare la posizione reciproca delle curve relative a  $\psi_a$  e  $\alpha_l$  che rappresentano rispettivamente l'imbardata imposta alla ruota e la deriva effettiva che, a meno di un coefficiente moltiplicativo, rappresenta la forza laterale. Lo sfasamento angolare tra queste due grandezze è il medesimo nelle prime due simulazioni, le curve assumono caratteristiche diverse solamente nella simulazione ad alta velocità sebbene lo sfasamento resti comunque simile. In Figura 6.4 si osserva il comportamento tipico di una risonanza: l'angolo di imbardata assunto dalla belt  $\psi_b$  come anche l'angolo di deriva effettivo  $\alpha_l$  presentano un'ampiezza decisamente superiore rispetto all'imbardata del cerchione  $\psi_a$ , che rappresenta la variabile d'ingresso. È possibile riscontrare un comportamento analogo anche nei dati pubblicati in [5].

Per comprendere meglio il contributo degli effetti inerziali è possibile plottare i termini di una delle equazioni relativa alla dinamica della belt: si è scelto di rappresentare quella relativa al camber (eq. 1.30).

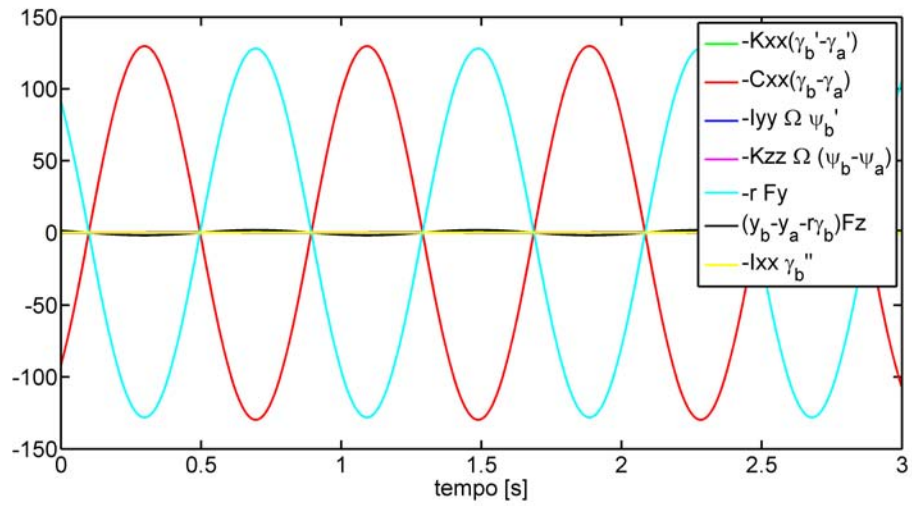


Figura 6.5: termini equazione di camber a 1.4 m/s 1.26 Hz

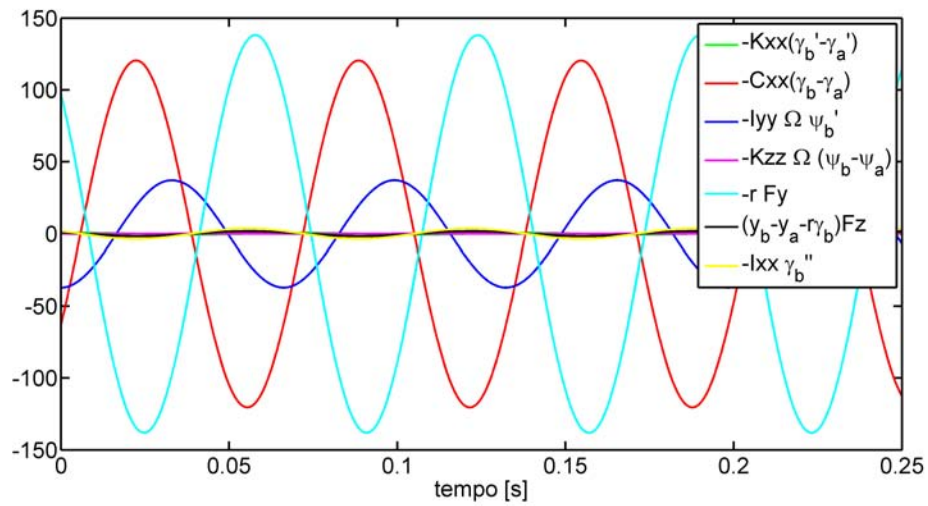


Figura 6.6: termini equazione di camber a 16.8 m/s 15.12 Hz

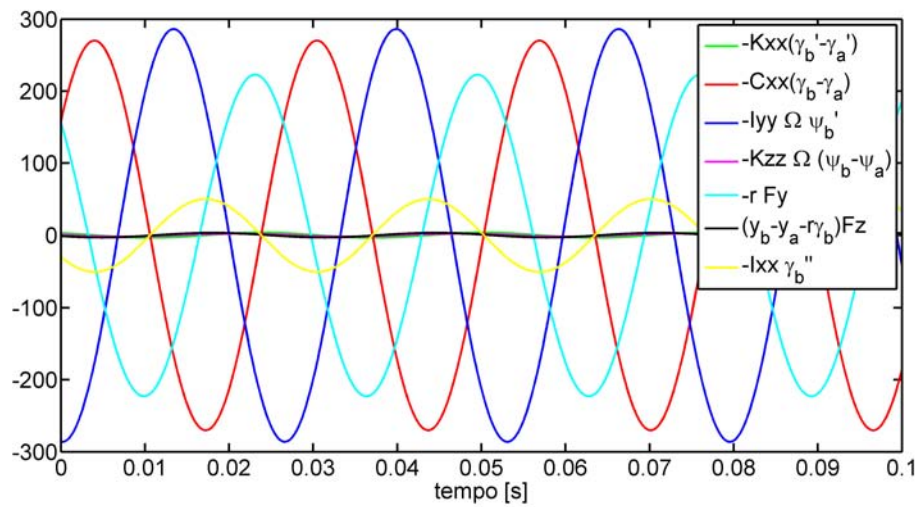


Figura 6.7: termini equazione di camber a 42 m/s 37.8 Hz



A bassa velocità l'effetto della forza di contatto  $F_y$  è completamente bilanciato dalla sola rigidità della carcassa, gli altri termini che compongono l'equazione risultano inferiori di almeno due ordini di grandezza. Gli effetti inerziali compaiono solo a velocità più sostenuta: a 16.8 m/s (60 km/h) compare il termine giroscopico  $I_{yy} \Omega \dot{\psi}_b$  il cui contributo è tuttavia limitato se confrontato alle altre grandezze. Solo a 42 m/s (150 km/h) il termine giroscopico diventa significativo insieme al termine inerziale  $I_{xx} \ddot{\gamma}_b$ . Analoghe considerazioni possono essere fatte per le altre equazioni che descrivono il moto della belt.

Questi aspetti confermano la validità del modello semplificato, i termini omissi dalle equazioni sono infatti trascurabili, soprattutto alle basse velocità.

## 6.2 Rilassamento dell'imbardata

Il modello semplificato trascura l'equazione di imbardata come anche l'equazione di rilassamento della stessa assumendo  $\psi_a = \psi_b$ . Per verificare la correttezza di questa assunzione, da un punto di vista numerico, è sufficiente alterare le caratteristiche dello pneumatico nel modello Matlab e osservare quale sia la risposta del sistema. Per simulare un comportamento rigido tra carcassa e cerchione lungo l'asse verticale è sufficiente imporre una lunghezza di rilassamento all'imbardata  $\sigma_{spin}$  molto piccola e aumentare la rigidità  $C_{zz}$  nonché lo smorzamento  $K_{zz}$ . Nei due grafici che seguono sono illustrate le variabili cinematiche: il primo caso riguarda il pneumatico in condizioni normali, nel secondo caso  $\sigma_{spin}$  è stata diminuita di un fattore 10 e la rigidità è stata incrementata anche essa di un fattore 10.

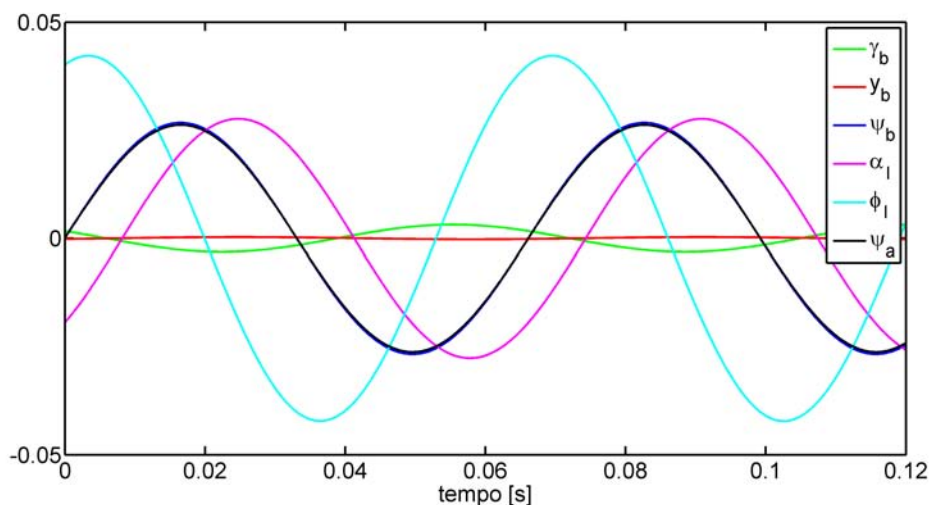


Figura 6.8: variabili cinematiche 16.8 m/s 15.12 Hz pneumatico normale



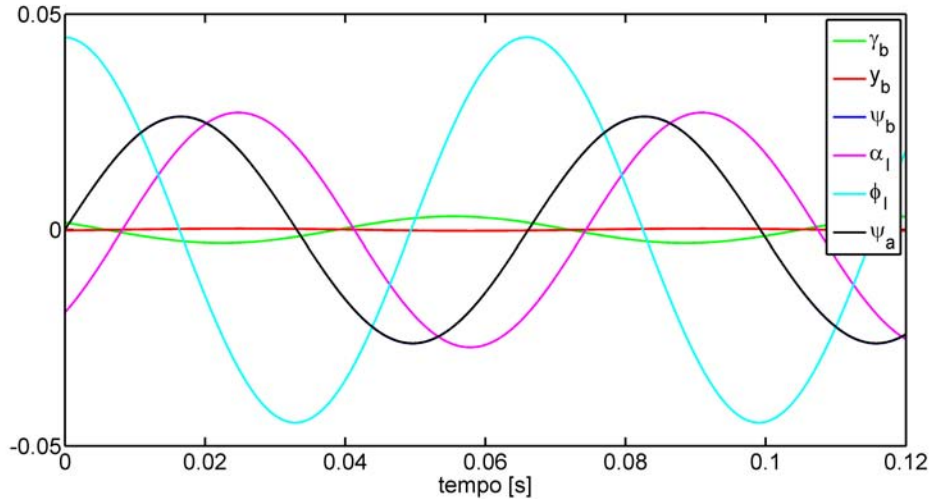


Figura 6.9 variabili cinematiche 16.8 m/s 15.12 Hz pneumatico rigido

I grafici mostrano un comportamento molto simile, il parametro  $\phi_l$  mostra una fase leggermente diversa rispetto alla deriva imposta  $\psi_a$ : tale effetto non mostra tuttavia ripercussioni sulla variabile  $\alpha_l$  e quindi sulla forza laterale.

La differenza tra imbardata imposta al cerchione e assunta dalla belt è praticamente nulla in entrambi i casi a sottolineare che lo pneumatico si comporta in modo rigido rispetto alla rotazione verticale.

Tale comportamento può essere verificato anche da un punto di vista analitico, confrontando il modello semplificato con uno analogo a cui viene aggiunto il grado di libertà relativo all'imbardata della belt. Così facendo l'anello è in grado di traslare lateralmente e ruotare intorno a due assi diametrali, uno orizzontale e uno verticale.

A partire da queste assunzioni è possibile scrivere il nuovo sistema di equazioni che descrive il sistema

$$\begin{cases} \frac{\sigma_c}{V} \dot{\alpha}_l + \alpha_l = -\frac{a\psi_b}{V} + \psi_b - \frac{\dot{y}_b}{V} \\ F_y = C_{bf}\alpha_l \\ M_z = -t_0 F_y \\ 0 = -C_{zz}(\psi_b - \psi_a) + M_z \\ 0 = C_{yt}y_b + F_y \end{cases}$$

6.1

Introducendo una soluzione armonica e risolvendo il sistema si ottiene la seguente funzione di trasferimento tra forza laterale e angolo di imbardata imposto

$$F_{s0} = \frac{1 - a \frac{i\omega}{V}}{\left(\sigma_c + \frac{C_{bf\alpha}}{C_{yt}} - \frac{a t_0 C_{bF\alpha}}{C_{zz}}\right) \frac{i\omega}{V} + \left(1 + \frac{t_0 C_{bF\alpha}}{C_{zz}}\right)} C_{bf\alpha} \psi_{a0}$$

6.2

La funzione è molto simile a quella precedentemente individuata per il modello semplificato (eq 1.39) ad eccezione dei termini  $\frac{a t_0 C_{bF\alpha}}{C_{zz}}$  e  $\frac{t_0 C_{bF\alpha}}{C_{zz}}$ . Tuttavia è facile valutare il peso di questi due termini: il primo risulta molto inferiore a  $\sigma_c$  mentre il secondo inferiore all'unità. Ammesse quindi le condizioni

$$\frac{a t_0 C_{bF\alpha}}{C_{zz}} \ll \sigma_c$$

$$\frac{t_0 C_{bF\alpha}}{C_{zz}} \ll 1$$

6.3

La funzione può essere ricondotta alla precedente sottolineando come il nuovo grado di libertà introdotto influenzi in modo limitato la funzione di trasferimento.

Le considerazioni numeriche e analitiche sopra esposte mostrano come il modello impiegato risulta valido per le condizioni a cui sono state eseguite le prove.

## Capitolo 7

### CONCLUSIONI E POSSIBILI SVILUPPI

#### 7.1 Conclusioni

La sperimentazione eseguita ha permesso di identificare le caratteristiche dinamiche di sei pneumatici per veicoli a due ruote.

Il dato più significativo, che è stato identificato, riguarda la stima della lunghezza di rilassamento: il valore assunto da questo parametro varia sensibilmente al variare della pressione di gonfiaggio della gomma. In particolare sono state rilevate lunghezze di rilassamento che crescono al decrescere della pressione di gonfiaggio.

Mediante l'analisi modale è stato possibile definire i vari contributi alla rigidità laterale dello pneumatico: sono stati identificati due modi di vibrare rigidi della carcassa rispetto al cerchione, rappresentabili come una rotazione attorno ad un asse diametrico e una traslazione laterale. Sono poi stati individuati altri due modi, a C e a S, che includono anche la flessibilità della carcassa stessa. La frequenza naturale dei modi identificati risulta variare con la pressione: in tutti i quattro i modi si osserva un decrescere della frequenza naturale al decrescere del livello di gonfiaggio. Tale comportamento risulta più visibile per il modo diametrico che presenta una maggiore variazione della sua frequenza rispetto a quello laterale. Nei pneumatici di più piccola dimensione si è osservata una variazione nell'ordine con cui compaiono i primi due modi di vibrare: a basse pressioni compare prima il laterale e poi il diametrico, viceversa alle alte pressioni.

Dai primi due modi di vibrare è stato possibile ricavare le rigidità modali, dopo aver misurato le caratteristiche inerziali della carcassa. Tale analisi ha quindi permesso di valutare quanto ogni rigidità influisca sulla lunghezza di rilassamento: si è riscontrato un fondamentale contributo da parte della rigidità diametrica come anche da parte della rigidità residua, rappresentativa di tutti i modi superiori al secondo. Quest'ultima rigidità risulta essere la più influenzata dalla pressione di gonfiaggio e la sua ingente variazione si ripercuote sulla lunghezza di rilassamento complessiva.

Sono state poi eseguite considerazioni di tipo numerico e analitico sul modello fisico utilizzato: il modello ad anello rigido proposto in [5] è stato modificato e semplificato in modo da rendere più immediata l'interpretazione dei dati sperimentali. Al fine di validare tali

assunzioni sono state eseguite delle simulazioni numeriche mediante un codice Matlab che hanno evidenziato come il modello elaborato rispecchi, in buona approssimazione, quello ad anello rigido, almeno nelle condizioni sperimentali adottate in questo studio. Il modello semplificato risulta infatti funzionale per basse velocità di rotolamento e basse velocità di oscillazione.

## **7.2 *Sviluppi futuri***

Un primo limite riscontrato nella sperimentazione riguarda le caratteristiche della macchina che non hanno consentito di testare gli pneumatici in condizioni analoghe a quelle riscontrate nel reale utilizzo.

Una prima problematica riguarda la velocità del disco: sebbene non rappresenti un problema per le prove stazionarie, nel caso di prove tempo varianti non è possibile testare le gomme ad alta velocità, impedendo quindi di apprezzare i fenomeni inerziali e giroscopici tipici degli alti regimi.

Un altro possibile sviluppo può riguardare le caratteristiche del braccio della macchina: è già stato esposto come la sua rigidità influisca sulla misura della lunghezza di rilassamento, imponendo una necessaria correzione dei dati. L'adozione quindi di un braccio più rigido, o un irrobustimento di quello già esistente, rappresenterebbero una sicura miglioria all'apparato sperimentale.

Dal punto di vista dell'analisi modale potrebbero essere svolte misure più accurate andando a valutare una quantità di punti maggiore. Potrebbero anche essere individuati modi superiori a quelli presentati in questo lavoro e potrebbero essere ricercati i modi nel piano che sono stati trascurati.

Un'ulteriore studio potrebbe riguardare il rilassamento di altre forze come quella di rollio o i momenti di camber e di auto-allineamento.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] V.Cossalter, “*Motorcycle dynamics*”, Edizioni Progetto, 1997
- [2] Hans B. Pacejka, “*Tyre and vehicle dynamics*”, Ed. Buitenwerth Einemann
- [3] I. J.M. Besselink, A. J.C. Schmeitz & H. B. Pacejka (2010): *An improved Magic Formula/Swift tyre model that can handle inflation pressure changes*, Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, 48:S1, 337-352
- [4] R. Berritta, V. Cossalter, A. Doria, N. Ruffo, “*Identification of motorcycle tire properties by means of a testing machine*”, Department of Mechanical Engineering, University of Padova, 2002
- [5] E.J.H. de Vries, H.B. Pacejka, “*Motorcycle tyre measurements and models*”, Delft University of Technology, The Netherlands, 1988
- [6] J.P. Maurice & H.B. Pacejka “*Relaxation Length Behaviour of Tyres*, Vehicle System Dynamics”, International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, 27:S1, 339-342, 1997
- [7] Maurice, J., Berzeri, M., Pacejka, H., B., “*Pragmatic tyre model for short wavelength side slip variations*”, Vehicle System Dynamics, Vol. 31, pp. 65–94. 1999
- [8] V. Cossalter, R. Lot, M. Massaro, “*The influence of frame compliance and rider mobility on the scooter stability*”, Department of Mechanical Engineering, University of Padova, Via Venezia, 1-35131 Padova, Italy
- [9] V. Cossalter, L. Trombetta, “*Istruzioni generali di utilizzo e sicurezza della macchina ‘MOTOTYREMETER’*”
- [10] N. Ruffo, “*La macchina Mototiremeter per la misura delle caratteristiche dei pneumatici di tipo motociclistico*”, Università di Padova, 2002
- [11] <http://www.futek.com>

- [12] <http://www.ni.com>
- [13] <http://www.watson-gyro.com>
- [14] Tesi di laurea, Paul Damoc, “*Caratteristiche degli pneumatici motociclistici per grandi variazioni della pressione di gonfiaggio*”, Dipartimenti di Ingegneria Industriale, Università di Padova, 2013
- [15] Ewins, D. J., 2000, “*Modal Testing*”, 2nd ed, Research Studies Press, Baldock, UK
- [16] <http://www.pcb.com>
- [17] Manuale ICATS