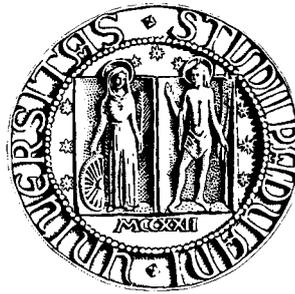


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

TESI DI LAUREA MAGISTRALE IN
INGEGNERIA ENERGETICA



MODELLO MONODIMENSIONALE
PER L'OTTIMIZZAZIONE DEL PROGETTO
DI ESPANSORI ASSIALI
PER CICLI RANKINE A FLUIDO ORGANICO

Relatore: Prof. Andrea Lazzaretto

Correlatore: Dott. Giovanni Manente

Candidato: Luca Da Lio
1034718 - IE

11 APRILE 2014

ANNO ACCADEMICO 2013 - 2014

Ai miei genitori

Indice

Elenco delle figure	iii
Elenco delle tabelle	vii
Introduzione	ix
1 Cicli Rankine a fluido organico	1
1.1 Impiego dei cicli Rankine a fluido organico	1
1.2 Potenzialità e caratteristiche dei fluidi organici	4
1.3 Interazione fluido-turbina	7
2 Teoria della similitudine	9
2.1 Analisi dimensionale e prestazioni	9
2.2 Similitudine funzionale ed effetti scala	12
2.3 Influenza di Reynolds, del fluido e della comprimibilità	14
2.4 Velocità specifica e diametro specifico	16
2.5 Trasferimento dei risultati dell'ottimizzazione	21
2.6 Size parameter e similitudine geometrica	23
3 Correlazioni di perdita	25
3.1 Classificazione delle perdite	25
3.2 Geometria della pala	28
3.3 Angolo di deviazione all'uscita	30
3.4 Struttura generale del modello di perdita	32
3.5 Perdite di profilo	33

3.6	Perdite di flusso secondario	39
3.7	Perdite al bordo di uscita	40
3.8	Perdite per onde d'urto	41
3.9	Perdite di postespansione	41
3.10	Perdite di trafilamento	42
4	Modello ed ottimizzazione dello stadio	45
4.1	Analisi dello stadio ripetuto	45
4.2	Variabili di input	48
4.3	Variabili di ottimizzazione	50
4.4	Vincoli	50
4.5	Struttura dell'algoritmo di ottimizzazione	54
4.6	Limiti del modello e possibili sviluppi	60
5	Risultati e mappe di funzionamento	63
5.1	Diagrammi di Smith	63
5.2	Diagrammi di Balje	81
5.3	Influenza di VR per casi a n_s ottima	86
5.4	Influenza di SP per casi a n_s ottima	91
	Conclusioni	101
	Bibliografia	103

Elenco delle figure

1.1	Campi di impiego degli espansori a ciclo Rankine: cicli a vapore e cicli a fluido organico	3
1.2	Evoluzione del mercato (sinistra) ed incidenza per tipologia di fonte in termini di impianti installati (destra), Enertime SA (2009)	3
1.3	Costo per unità (indicatore vuoto) e totale (indicatore pieno) di sistemi ORC in funzione della sorgente termica e della potenza termica netta	3
2.1	Turbomacchina considerata come un volume di controllo: le prestazioni possono essere controllate agendo sulla velocità di rotazione del motore elettrico e sulla valvola di laminazione	10
2.2	Prestazioni di un compressore monostadio in termini di φ , ψ , con numero di Mach come parametro. Concettualmente si può pensare di sostituire η a ψ	15
2.3	Diagramma collinare di Balje per turbine assiali. L'efficienza riportata è del tipo total-to-total	19
2.4	Diagramma di Cordier che mostra la relazione tra velocità specifica $n_s = \Omega_s$ e $d_s = D_s$. A lato è indicata la tipologia di macchina più appropriata: nel presente lavoro si considererà esclusivamente il campo delle turbine assiali	20
2.5	Smith chart per stadi di turbina assiali	20
3.1	Rappresentazione schematica delle perdite aerodinamiche in un condotto interpolare di turbina assiale	26

3.2	Geometria palare ed angoli di flusso valutati a partire dalla direzione assiale	29
3.3	Elementi della geometria palare ed angoli di flusso valutati a partire dalla direzione assiale	30
3.4	Rapporto spessore massimo-corda per palettamenti convenzionali di turbina	34
3.5	Coefficiente di perdita di pressione per palettamenti con angolo di ingresso $\alpha_1 = 90^\circ$	35
3.6	Coefficiente di perdita di pressione per palettamenti con angolo di ingresso $\alpha_1 = \alpha_2$	36
3.7	Correzione relativa al numero di Reynolds	39
4.1	Stadio di turbina assiale	46
4.2	Triangoli delle velocità per stadio di turbina assiale	46
4.3	Stati termodinamici dell'espansione attraverso uno stadio di turbina assiale nel piano entalpia-entropia. La linea continua spessa che connette i punti 1 – 3 e 01 – 02 – 03 non è da intendersi come una “traccia” della trasformazione termodinamica	55
5.1	Smith chart rispetto al rendimento η_{ib} per $T_{evap} = 100^\circ C \rightarrow VR \approx 7$ e $\dot{m} = 50kg/s \rightarrow SP \approx 0.16$	64
5.2	Triangolo delle velocità per $\dot{m} = 50kg/s$ e $T_{evap} = 100^\circ C \rightarrow VR \approx 7$ nel caso di rendimento massimo: in blu lo statore, in rosso il rotore	71
5.3	Andamenti nel piano della Smith chart della velocità di attraversamento V_x , della velocità di rotazione ω e della velocità tangenziale u per $VR \approx 7$	72
5.4	Smith chart rispetto al rendimento η_{ib} per $T_{evap} = 50 \rightarrow VR \approx 1.7$ e $\dot{m} = 50kg/s \rightarrow SP \approx 0.16$	73
5.5	Triangolo delle velocità per $\dot{m} = 50kg/s$ e $T_{evap} = 50^\circ C \rightarrow VR \approx 1.7$ nel caso di rendimento massimo: in blu lo statore, in rosso il rotore	73

5.6	Andamenti nel piano della Smith chart della velocità di attraversamento V_x , della velocità di rotazione ω e della velocità tangenziale u per $VR \approx 1.7$	80
5.7	Analogo del collinare di Balje rispetto al rendimento η_{ib} per $T_{evap} = 100 \rightarrow VR \approx 7$ e $\dot{m} = 50kg/s \rightarrow SP \approx 0.16$	82
5.8	Analogo del collinare di Balje rispetto al rendimento η_{ib} per $T_{evap} = 50 \rightarrow VR \approx 1.7$ e $\dot{m} = 50kg/s \rightarrow SP \approx 0.16$	83
5.9	Andamento del rendimento η_{ib} per $T_{evap} = 100 \rightarrow VR \approx 7$ e $\dot{m} = 50kg/s \rightarrow SP \approx 0.16$; le curve sono parametrizzate rispetto a ϕ , sulla singola curva Ψ cresce verso gli n_s minori	84
5.10	Andamento del rendimento η_{ib} per $T_{evap} = 50 \rightarrow VR \approx 1.7$ e $\dot{m} = 50kg/s \rightarrow SP \approx 0.16$; le curve sono parametrizzate rispetto a ϕ , sulla singola curva Ψ cresce verso gli n_s minori	85
5.11	Andamento del rendimento η_{ib} nel caso di d_s ottimizzato per due diversi valori del rapporto di espansione volumetrico	86
5.12	Distribuzione del grado di reazione R per due valori del rapporto volumetrico: per la curva superiore $VR \approx 1.7$, inferiore $VR \approx 7$	90
5.13	Distribuzione del coefficiente Ψ per due valori del rapporto volumetrico: per la curva superiore $VR \approx 1.7$, inferiore $VR \approx 7$	90
5.14	Distribuzione del rendimento η_{ib} al variare del size parameter SP e del rapporto di espansione volumetrica VR	91
5.15	Distribuzione della velocità angolare ω al variare del size parameter SP e del rapporto di espansione volumetrica VR	94
5.16	Distribuzione del diametro medio quadratico d al variare del size parameter SP e del rapporto di espansione volumetrica VR	95
5.17	Triangoli delle velocità per i casi presentati nella tabella 5.6: in alto il caso a basso SP, in basso quello ad alto SP	95
5.18	Distribuzione della velocità specifica n_s al variare del size parameter SP e del rapporto di espansione volumetrica VR	96

5.19	Distribuzione del grado di reazione R al variare del size parameter SP e del rapporto di espansione volumetrica VR	98
5.20	Distribuzione della cifra di pressione ψ al variare del size parameter SP e del rapporto di espansione volumetrica VR	98
5.21	Distribuzione del rapporto altezza-corda di statore al variare del size parameter SP e del rapporto di espansione volumetrica VR	99

Elenco delle tabelle

1.1	Fluidi di lavoro comuni nelle installazioni ORC commerciali	6
1.2	Vantaggi di ciascuna tecnologia	7
4.1	Vincoli adottati nell’algoritmo di ottimizzazione	53
4.2	Grandezze responsabili dell’effetto scala ed attribuzione dei rispettivi valori (m)	53
5.1	Principali parametri di funzionamento e scomposizione delle perdite per $\dot{m} = 50kg/s$ e $T_{evap} = 100^{\circ}C \rightarrow VR \approx 7$	65
5.2	Principali parametri di funzionamento e scomposizione delle perdite per $\dot{m} = 50kg/s$ e $T_{evap} = 100^{\circ}C \rightarrow VR \approx 7$ nel caso di rendimento massimo	69
5.3	Principali parametri di funzionamento e scomposizione delle perdite per $\dot{m} = 50kg/s$ e $T_{evap} = 50^{\circ}C \rightarrow VR \approx 1.7$	74
5.4	Principali parametri di funzionamento e scomposizione delle perdite per $\dot{m} = 50kg/s$ e $T_{evap} = 50^{\circ}C \rightarrow VR \approx 1.7$ nel caso di rendimento massimo	78
5.5	Principali parametri di funzionamento e scomposizione delle perdite per due casi a d_s ottimizzato e pari n_s , con $SP \approx 0.12$	87
5.6	Principali parametri di funzionamento e scomposizione delle perdite per due soluzioni a pari VR e diverso SP	92

Introduzione

La presente tesi si propone di mettere a punto un modello monodimensionale di analisi di espansori assiali monostadio a fluido organico, che consenta di predire in maniera diretta e semplice il rendimento della macchina, evitando una analisi aerodinamica di dettaglio. La motivazione di tale indagine risiede nel fatto che le peculiari caratteristiche termodinamiche dei fluidi di lavoro organici rispetto al vapor d'acqua, si riflettono nella progettazione della turbina, introducendo elementi di diversità che devono essere tenuti in debita considerazione anche nelle fasi di design preliminare o quantomeno in tutti i casi nei quali debba essere fatta una ipotesi sul rendimento. Per tali ragioni quelli che tradizionalmente sono considerati gli strumenti di progettazione preliminare, come la Smith chart o il diagramma collinare di Balje, sviluppati per turbine operanti con vapor d'acqua di taglia medio-alta, cadono in difetto di affidabilità, fornendo previsioni del rendimento nonché delle principali grandezze geometriche, sensibilmente lontane dalla realtà e incoerenti con le caratteristiche specifiche dei fluidi organici. à comprimibilità

I risultati di questo lavoro, specialmente la stima del rendimento, ma non solo, in virtù delle grandezze a cui sono correlati, possono essere impiegati in una più ampia procedura di ottimizzazione termodinamica dell'intero ciclo di potenza, in modo da evitare assunzioni arbitrarie a priori sull'efficienza della turbina. Infatti, ricercare una configurazione ottima di ciclo con a monte una ipotesi sul rendimento, è una impostazione del problema discutibile, in quanto, all'atto pratico, non si può essere certi della effettiva esistenza di una turbina in grado di condurre dallo stato termodinamico di

inizio espansione a quello di fine, con quello stesso rendimento, il quale, peraltro, ha influenzato la scelta medesima della configurazione del ciclo. In altri termini questo studio rende possibile, attraverso una serie di correlazioni grafiche, che l'efficienza della macchina non sia più considerata variabile indipendente elevata al ruolo di parametro, come viene fatto nella maggioranza delle procedure di ottimizzazione termodinamica, bensì possa essere vantaggiosamente declassata a semplice variabile dipendente funzione a sua volta di grandezze termodinamiche oggetto di ottimizzazione.

Il primo capitolo offre una presentazione di carattere generale sulle caratteristiche e potenzialità dei cicli Rankine a fluido organico, enfatizzando le diversità di questi ultimi rispetto a quelli tradizionali a vapor d'acqua, distinguendone le possibili situazioni di impiego e specificando le caratteristiche termofisiche dei fluidi di lavoro impiegati. Vengono poi esplicitate in termini di causa-effetto le modalità attraverso le quali le caratteristiche del fluido, ovvero le variabili termodinamiche riassunte nel diagramma di stato della sostanza, influenzano il progetto dell'espansore, motivandone gli aspetti progettuali peculiari.

Il secondo capitolo è interamente dedicato all'analisi dimensionale applicata alle turbomacchine. Particolare attenzione è riservata alla derivazione analitica attraverso il teorema di Buckingham delle variabili adimensionali indipendenti dalle quali dipende il rendimento di una classe di turbomacchine geometricamente simili, soffermandosi sulle limitazioni operative del mantenimento di una rigorosa similitudine geometrica. Si dimostra, entro certe ipotesi, che il rendimento è correlabile al rapporto di espansione volumetrico, alla velocità specifica e ad una terza grandezza dimensionale, il size parameter, che costituisce il tentativo di formalizzare il suddetto rispetto della similitudine geometrica, condizione necessaria per rendere lecito il trasferimento dei risultati di un processo di ottimizzazione condotto su una macchina verso altre. Grande importanza è riservata agli effetti esercitati dalla comprimibilità.

Il terzo capitolo, dopo una veloce presentazione, talvolta intuitiva, dei principali meccanismi alla base della generazione delle perdite, espone le correlazioni di perdita adottate nel modello, evidenziandone i limiti di validità specialmente nella trattazione dei fenomeni dissipativi legati ai flussi supersonici.

Nel quarto capitolo si illustra l'architettura del modello di calcolo della turbina, realizzato in ambiente Matlab integrato con il database delle proprietà dei fluidi Re-fprop, che consente di non adottare l'ipotesi di gas reale, spesso volte improponibile per i fluidi organici. Vengono chiarite nel dettaglio le equazioni che governano l'evoluzione del flusso nella turbina, le variabili di input e quelle soggette ad ottimizzazione, nonché i vincoli di natura termodinamica e meccanica a cui devono sottostare; si esplicita inoltre il modo attraverso il quale le dimensioni assolute della macchina, ossia il size parameter, influenzano i meccanismi di generazione delle perdite e quindi, in ultima analisi, il rendimento.

Il quinto capitolo ha come oggetto la raccolta e l'organizzazione fruibile dei risultati prodotti dal codice di calcolo. In particolare si mostra come il rendimento dipenda in maniera sensibile dall'effetto della comprimibilità, convenientemente rappresentato dal rapporto di espansione volumetrico, tant'è che vengono presentate sia Smith chart, sia diagrammi collinari di Balje diversi tra loro a seconda del valore assunto dal rapporto volumetrico di espansione. Nella seconda parte del capitolo viene preso in esame l'effetto del size parameter attraverso una serie di diagrammi, utili nella progettazione preliminare e rispondenti alle esigenze sopra citate, che mostrano l'andamento di alcune grandezze dipendenti significative, tra cui il rendimento e la velocità specifica, in funzione, per l'appunto, del size parameter e del rapporto di espansione volumetrico.

Un capitolo di conclusioni chiude il lavoro.

Capitolo 1

Cicli Rankine a fluido organico

1.1 Impiego dei cicli Rankine a fluido organico

Gli impianti di conversione energetica basati su cicli Rankine a vapor d'acqua garantiscono alti livelli di rendimento (40 – 50%) e sono caratterizzati da ottime prestazioni termodinamiche laddove la taglia è elevata (generalmente dell'ordine di centinaia di MWe , anche se questo non esclude di poter avere sistemi buoni con taglie più piccole), tali da giustificare i costi d'impianto relativamente elevati, dovuti alle alte pressioni di ciclo (150 – 300 bar), alle alte temperature (500 – 700 $^{\circ}C$), alla complessità del layout e alla adozione di turbine ad elevato numero di stadi.

L'attuale interesse del settore industriale per il risparmio e l'uso efficiente dell'energia si concretizza nell'impiego di fonti rinnovabili e nel recupero di calore di scarto, ricercando delle modalità che consentano una forte flessibilità sia per la temperatura della sorgente, sia per la potenza installata dell'impianto. Numerosi infatti, sono i processi industriali che producono elevati quantitativi di calore di scarto, anche a temperature relativamente alte, disponibile come calore sensibile (fumi da combustione o flussi in fase liquida) o come calore latente di condensazione. In questi casi l'adozione della tecnologia del vapor d'acqua per una potenziale produzione elettrica, risulta

inadeguata sia dal punto di vista termodinamico, vapore di bassa qualità ovvero basse efficienze, sia dal punto di vista economico per gli eccessivi costi di impianto, in termini di euro per unità di potenza installata, in relazione all'assenza di diseconomie di scala.

Una possibile soluzione alle difficoltà elencate è rappresentata dai cicli Rankine a fluido organico (*ORC*), che sono concettualmente simili ai tradizionali cicli a vapore, perché anche in essi si ha la vaporizzazione di un liquido ad alta pressione e la successiva espansione ad un livello di pressione inferiore con estrazione di lavoro meccanico; il ciclo è chiuso dalla condensazione del vapore a bassa pressione e dal successivo pompaggio della fase liquida. Pertanto il ciclo Rankine a fluido organico necessita grossomodo dei medesimi componenti di un ciclo a vapore convenzionale.

La figura 1.1 rappresenta i campi di impiego, in termini di potenza e temperatura, di applicazioni a vapor d'acqua e a fluido organico (Gaia, 2012). Il primo domina la regione delle potenze elevate (superiori ai 500 – 1000 kW) e delle temperature medio-basse (superiori a 200 – 250 °C); per livelli di potenza inferiori la turbina a vapore è eccessivamente costosa. I fluidi organici hanno un limite di stabilità termica che confina il loro utilizzo a temperature massime di 300 – 400 °C; temperature eccessivamente basse rendono il costo dell'impianto del tutto non competitivo sotto il profilo economico. Ad ogni modo, il campo di applicazione per gli ORC, a temperature basse e medio-alte, è vasto e dalle potenzialità considerevoli. Il tasso di impiego è particolarmente elevato in tutti i settori della generazione primaria e della cogenerazione, in sistemi alimentati a biomassa (dove la combustione è più difficile da gestire), nel campo del solare termodinamico, del geotermico e nei numerosi casi di recupero di calore di scarto da processi industriali tra i più diversi.

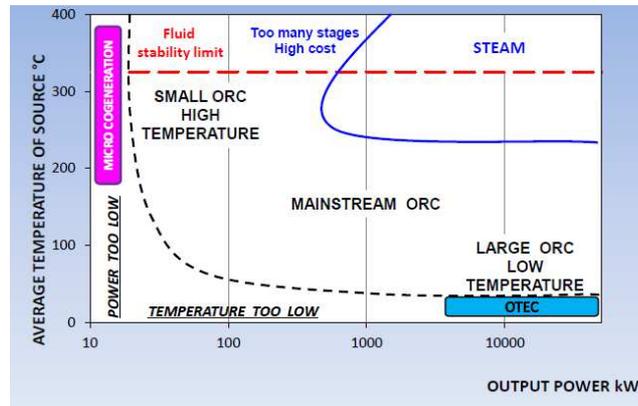


Figura 1.1: Campi di impiego degli espansori a ciclo Rankine: cicli a vapore e cicli a fluido organico

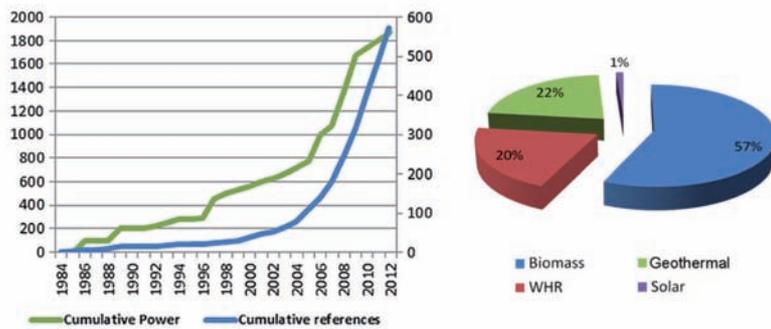


Figura 1.2: Evoluzione del mercato (sinistra) ed incidenza per tipologia di fonte in termini di impianti installati (destra), Enertime SA (2009)

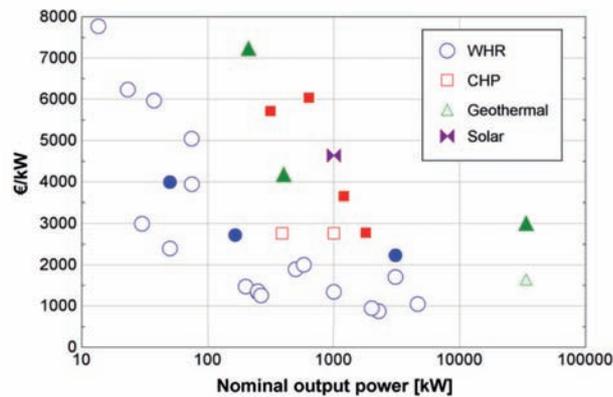


Figura 1.3: Costo per unità (indicatore vuoto) e totale (indicatore pieno) di sistemi ORC in funzione della sorgente termica e della potenza termica netta

1.2 Potenzialità e caratteristiche dei fluidi organici

I fluidi organici, generalmente con elevata massa molecolare, presentano caratteristiche che li rendono estremamente interessanti per applicazioni a temperatura medio-bassa e di modesta potenza installata (al più la massima potenza di una singola unità è dell'ordine di qualche MW). Le ragioni che motivano l'uso di fluidi diversi dal vapore d'acqua all'interno di cicli Rankine, sono primariamente dovute a ragioni termodinamiche e ad aspetti inerenti il design dell'espansore, che rappresenta il componente più importante dell'intero impianto. I fluidi organici permettono di conseguire uno o più dei seguenti obiettivi (Angelino *et al.*, 1984):

- configurazioni di ciclo che sono precluse nel diagramma di stato dell'acqua, possono essere realizzate con fluidi aventi parametri critici diversi (ad esempio cicli supercritici possono essere realizzati anche a temperature relativamente basse);
- anche quando il rapporto tra la temperatura della sorgente e quella del pozzo termico è elevato, si possono ottenere cicli termodinamici efficienti con una configurazione di impianto non complessa e con un espansore monostadio, non essendovi l'esigenza di spillamenti rigenerativi giacché il fluido rimane surriscaldato fino al termine dell'espansione;
- i punti di ebollizione relativamente bassi consentono di recuperare calore a bassa temperatura;
- in generale il regime di rotazione della turbina è modesto e la pendenza positive della curva del vapore saturo (diretta conseguenza del fatto che i fluidi organici sono a molecola complessa, ovvero con un alto numero di atomi), assicurano di evitare problemi di condensazione durante l'espansione; per contro si hanno spesso flussi supersonici con alti rapporti di espansione;
- la possibilità di scegliere il fluido consente l'ottenimento di portate volumetriche appropriate per l'espansore, per qualunque livello di potenza, specialmente per quelli inferiori;

- i livelli di pressione a cui lavorano i vari componenti dell'impianto possono essere scelti, con una certa libertà, indipendentemente dalle temperature della sorgente e del pozzo termico (ad esempio è possibile associare a basse temperature alte pressioni e viceversa).

La scelta del fluido di lavoro è oggetto di numerose pubblicazioni scientifiche, (Quoilin *et al.*, 2013), nelle quali viene presentata una comparazione tra una serie di fluidi di lavoro in termini di prestazioni termodinamiche all'interno di una assegnata configurazione di ciclo. Si devono considerare i seguenti aspetti:

- prestazioni termodinamiche: l'efficienza e/o la potenza devono essere le più alte possibili per assegnate temperature della sorgente e del pozzo termico. Le prestazioni dipendono dalle proprietà termodinamiche del fluido di lavoro: punto critico, calore specifico, densità ecc. Non essendo possibile stabilire in maniera indipendente un ottimo per ciascuna proprietà, l'approccio più comune consiste nel simulare il ciclo adottando, di volta in volta, un fluido diverso;
- curva di saturazione del vapore a pendenza positiva o isoentropica: come già affermato, nel caso dell'acqua una curva di saturazione del vapore a pendenza negativa (fluido umido), conduce a formazione di fase liquida a fine espansione, da cui l'esigenza di surriscaldare il vapore prima dell'ingresso in turbina. Nel caso di una curva del vapor saturo a pendenza positiva (fluido secco), tale inconveniente è assente e si può impiegare un recuperatore per aumentare l'efficienza del ciclo;
- alta densità del vapore a fine espansione: questo parametro è di importanza capitale specialmente per i fluidi che condensano a basse pressioni. Una bassa densità non è desiderabile in quanto le dimensioni degli scambiatori di calore devono essere aumentate per limitare le perdite di carico, inoltre la turbina avrebbe ingombri maggiori;
- bassa viscosità: consente coefficienti di scambio termico maggiori e minori perdite per attrito;

Tabella 1.1: Fluidi di lavoro comuni nelle installazioni ORC commerciali

<i>HFC-134a</i>	usato in impianti geotermici o nel recupero di calore a bassa temperatura
<i>HFC-245fa</i>	fluido di lavoro per basse temperature, impiegato nel recupero di calore di scarto
<i>n-pentano</i>	usato nel settore della geotermia a bassa temperatura
<i>OMTS</i>	impianti a biomassa cogenerativi
<i>Toluene</i>	recupero calore di scarto

- alta conduttività: è collegata ad un alto coefficiente di scambio termico negli scambiatori;
- pressioni di evaporazione accettabili: pressioni elevate determinano costi maggiori ed accrescono la complessità dell'impianto;
- pressioni di condensazione superiori all'atmosferica: si evitano infiltrazioni d'aria nel ciclo;
- elevato limite di stabilità termica: differentemente dall'acqua i fluidi organici temono la decomposizione alle alte temperature. Pertanto la temperatura della sorgente termica è limitata dalla stabilità chimica del fluido di lavoro;
- alto livello di sicurezza: si fa riferimento essenzialmente alla tossicità e alla infiammabilità (vedi normativa *ASHRAE*)
- compatibilità ambientale: basso *ODP* (vedi prescrizioni del *protocollo di Montreal*) e *GWP*;
- buona disponibilità e basso costo: fluidi già impiegati nel settore della refrigerazione e nell'industria chimica sono più semplici da ottenere e meno costosi.

Appare chiaro che, a fronte della disponibilità di fluidi diversi, nessuno è stato univocamente individuato come ottimo in senso assoluto: lo studio del fluido di lavoro deve essere integrato nel processo di design di un sistema ORC, considerando la scelta del fluido come un grado di libertà aggiuntivo.

Tabella 1.2: Vantaggi di ciascuna tecnologia

vantaggi degli ORC	vantaggi dei cicli a vapore
assenza surriscaldamento	alta efficienza
temperatura di ingresso in turbina inferiore	fluido di lavoro a basso costo
pressione di evaporazione inferiore	fluidi di lavoro non infiammabile e non tossico
pressione di condensazione maggiore	bassa potenza di pompaggio
assenza del degasatore	alta stabilità termochimica
turbina monostadio	
recupero di calore a bassa temperatura	

1.3 Interazione fluido-turbina

Le peculiarità termodinamiche del fluido di lavoro, specialmente se paragonate a quelle del vapore d'acqua, si riflettono pesantemente nella progettazione della turbina. In particolare, l'entità del salto entalpico, la portata massica, il rapporto volumetrico di espansione e i numeri di Mach influenzano in maniera significativa la geometria dell'espansore.

I fluidi organici, larga parte dei quali ha elevate masse molecolari, sono caratterizzati da valori modesti del salto entalpico (tipicamente, 10 – 100 kJ/kg, paragonati ai 500 – 1500 kJ/kg dei cicli tradizionali a vapore d'acqua), il che rende possibile l'uso di macchine monostadio, o comunque con pochi stadi, con una velocità periferica modesta e, conseguentemente, bassi sforzi meccanici.

A seconda delle caratteristiche del ciclo termodinamico, il rapporto di espansione volumetrico può essere fortemente variabile: molto basso per cicli a bassa temperatura o posti nelle vicinanze del punto critico (comprese le soluzioni supercritiche, purché la pressione di condensazione sia elevata), di poco inferiore al migliaio per cicli ad alta temperatura in cui c'è maggiore differenza tra temperatura di evaporazione e di condensazione o con fluidi dotati di elevata complessità molecolare.

La contemporanea presenza nelle applicazioni ORC di salti entalpici modesti ed elevati rapporti di espansione volumetrici, fa sì che il rapporto di espansione volumetrico per stadio sia sensibilmente superiore a quelli che si realizzano nella ordinaria

pratica progettuale delle turbine a vapor d'acqua o a gas.

La conseguenza, negativa dal punto di vista della progettazione della turbina, di quest'ultima evidenza è duale:

- si realizzano numeri di Mach relativi all'ingresso del rotore particolarmente elevati; questo aspetto è ulteriormente accentuato dalle basse velocità del suono tipiche dei fluidi organici;
- si hanno variazioni importanti dell'altezza di pala tra l'ingresso e l'uscita del rotore.

Ne deriva che talvolta, specialmente alle basse velocità specifiche, è preferibile progettare la macchina a gradi di reazione inferiori a 0.5, valore tipico delle applicazioni convenzionali, e, specialmente nei casi a VR più elevato, si hanno variazioni significative dei triangoli delle velocità passando dal mozzo alla periferia della pala.

Al pari dell'elevato rapporto di espansione volumetrico per stadio, un secondo aspetto condiziona la progettazione dell'espansore: si tratta degli effetti di gas reale, che possono condurre, se l'espansione inizia vicino al punto critico, a geometrie dei canali interpalari, specialmente dello statore, non convenzionali. Ad esempio Invernizzi (2013) dimostra che, per il toluene, il fattore di comprimibilità Z , varia considerevolmente nel corso dell'espansione. Se l'espansione inizia da un punto vicino a quello critico, ad esempio a $T = 250\text{ }^\circ\text{C}$, il fattore di comprimibilità Z si attesta nell'intorno di 0.4, per salire a valori prossimi a 0.9 solo per rapporti di espansione ≈ 10 . Tale aspetto ha un importante riflesso sul dimensionamento della sezione di gola dello statore: se, laddove Z è distante dall'unità, si usasse comunque il modello di gas ideale, si tenderebbe a sovrastimare significativamente l'area di passaggio. In generale quindi, stabilito che il fattore di comprimibilità ha una diretta influenza sulle aree di passaggio, l'ipotesi di gas ideale ($Z = 1$) e a maggior ragione quella di gas perfetto (in cui il calore specifico c_P è costante con la temperatura) può condurre ad un dimensionamento errato o, quanto meno, non ottimo, rendendo ineludibile il ricorso ad un modello di gas reale.

Capitolo 2

Teoria della similitudine

2.1 Analisi dimensionale e prestazioni

Il modo più semplice e generale di descrivere una turbomacchina consiste nel correlare le principali grandezze in ingresso ed in uscita tra loro, confondendo la macchina con la sua funzione (Csanady, 1964). Tale descrizione è in generale sufficiente all'utilizzatore della macchina ed al progettista per consentire la scelta e l'interfacciamento con l'impianto nel quale la macchina deve essere collocata. Naturalmente la scelta delle variabili di input ed output più significative può variare da macchina a macchina, ma anche per la stessa macchina in relazione alla funzione specifica che ad essa si richiede; ad esempio una macchina motrice in generale dovrà fornire lavoro o potenza all'albero a partire dall'energia disponibile del fluido, idraulica o termica, mentre per una macchina operatrice la potenza meccanica sarà fornita all'albero da un motore e la funzione della macchina stessa sarà espressa in termini di energia fornita al fluido in varie forme.

Si supponga di avere a disposizione una turbomacchina della quale si vogliano conoscere le prestazioni e si immagini di racchiudere la macchina entro una superficie di controllo. Attraverso questa superficie di controllo si avrà una entrata del fluido 1 ed

una sua uscita 2, nonché un flusso di lavoro trasmesso alla turbomacchina o assorbito: la macchina viene dunque considerata come una *black box*, ignorando quanto avviene all'interno, limitandosi ad osservare dall'esterno alcuni parametri, quali la velocità di rotazione all'albero, la portata di fluido, le variazioni che subisce il fluido nel passaggio attraverso di essa.

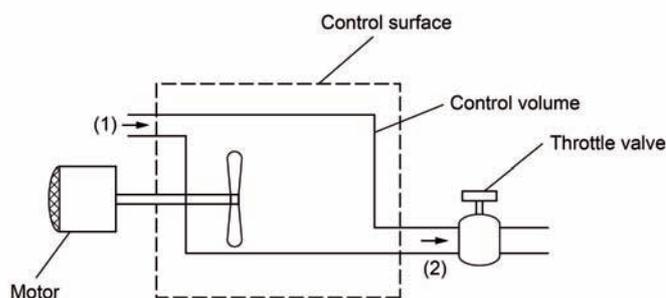


Figura 2.1: Turbomacchina considerata come un volume di controllo: le prestazioni possono essere controllate agendo sulla velocità di rotazione del motore elettrico e sulla valvola di laminazione

In definitiva il concetto stesso di turbomacchina è riassumibile attraverso la seguente affermazione: una turbomacchina è un dispositivo in grado di stabilire un legame funzionale tra una serie di variabili indipendenti e dipendenti. Le prime comprendono tre tipologie: *variabili indipendenti di controllo*, *variabili indipendenti descrittive delle proprietà termofluidodinamiche del fluido operativo*, *variabili indipendenti di tipo geometrico*. La scelta delle variabili indipendenti di controllo è arbitraria, ma non il loro numero.

Per una turbomacchina operante con fluido comprimibile è possibile scrivere (Dixon, 1964):

$$\eta = f(\dot{m}; \omega; \mu; \rho_{01}; \gamma; a_{01}; d; l_1; l_2; \dots; l_n) \quad (2.1)$$

in cui in rendimento è inteso come variabile dipendente di output, la portata massica \dot{m} e la velocità di rotazione ω sono variabili indipendenti di controllo, la viscosità dinamica μ , la densità ρ , il rapporto tra i calori specifici γ , la velocità del

suono a sono le proprietà del fluido, d è il diametro della macchina e le l_i sono le dimensioni lineari che ne definiscono la geometria.

Secondo il teorema di Buckingham data una funzione che lega tra di loro n variabili (delle quali una è dipendente ed $(n - 1)$ sono indipendenti) coinvolgendo m unità di misura fondamentali (nel nostro caso lunghezza $[L]$, massa $[M]$ e tempo $[T]$), questa può essere espressa come funzione di $(n - m)$ variabili adimensionali (delle quali una è dipendente ed $(n - m - 1)$ sono indipendenti). I gruppi adimensionali si possono derivare a partire dalla eq. (2.1) fissando a partire dalla tre variabili indipendenti che non formino tra loro un gruppo adimensionale: scegliendo come variabili ripetute ρ , ω e d si perviene a:

$$\eta = f \left(\frac{\dot{m}}{\rho_{01}\omega d^3}, \frac{\rho_{01}\omega d^2}{\mu}, \frac{\omega d}{a}, \gamma, \frac{l_1}{d}, \frac{l_2}{d}, \dots, \frac{l_n}{d} \right) \quad (2.2)$$

Molta importanza deve essere assegnata a chiarire senza ambiguità cosa si intenda con la locuzione *macchine geometricamente simili* (Balje, 1962). Questa definizione è adottata per indicare che alcuni parametri geometrici, come il rapporto tra l'altezza di pala h ed il diametro del rotore, gli angoli solidi di statore α_{1b} , α_{2b} e di rotore β_{2b} e β_{3b} , il rapporto tra il gioco rotore-cassa δ e l'altezza della pala, il rapporto tra il passo palare s e il diametro di rotore, il rapporto tra la lunghezza della corda c e l'altezza della pala, il rapporto tra lo spessore del bordo di uscita t_2 e il diametro del rotore e le rugosità relative, sono uguali tra macchine che possono dirsi tra loro geometricamente simili; chiaramente la similitudine geometrica non impone eguaglianza delle dimensioni assolute e, per definizione, una singola macchina è sempre geometricamente simile a sé stessa. L'elenco appena descritto è dunque la traduzione dei termini $\frac{l_i}{d}$ presenti nella eq. (2.2) e sta ad indicare che le due, o più, macchine devono operare in rapporto costante tra le dimensioni analoghe. Solo se si considera un insieme di macchine geometricamente simili, ovvero macchine appartenenti alla stessa famiglia, i rapporti $\frac{l_i}{d}$ sono costanti tra una macchina e l'altra e si possono eliminare dalla eq. (2.2):

$$\eta = f \left(\frac{\dot{m}}{\rho_{01}\omega d^3}, \frac{\rho_{01}\omega d^2}{\mu}, \frac{\omega d}{a}, \gamma \right) \quad (2.3)$$

Riassumendo, per i fluidi comprimibili si avrà:

- cifra caratteristica di flusso: $\varphi = \frac{\dot{m}}{\rho_{01}\omega d^3} \propto \frac{\dot{m}}{\rho_{01}a_{01}d^2}$;
- numero di Reynolds di macchina: $Re_{01} = \frac{\rho_{01}\omega d^2}{\mu}$;
- numero di Mach di macchina o di Laval: $Ma_{01} = \frac{\omega d}{a_{01}}$;

Da notare che i gruppi adimensionali dipendenti che si generano, contengono ciascuno al più una sola variabile dimensionale dipendente. La relazione (2.3) consente quindi di descrivere l'intero campo di funzionamento di una serie di macchine tra loro geometricamente simili (quindi, si ribadisce, con diversi d) operanti secondo una combinazione arbitraria di μ , ω , \dot{m} , ρ_{01} , a_{01} , γ .

2.2 Similitudine funzionale ed effetti scala

Uno degli obiettivi dell'analisi dimensionale applicata alle turbomacchine è di predire le prestazioni di una macchina prototipo sulla base di prove condotte su un modello in scala ed in particolare trasferire i risultati di un processo di ottimizzazione condotto su una macchina ad un'altra macchina. Tale processo è rigorosamente lecito qualora tra le due macchine vi sia similitudine funzionale. Questa tiene conto di tre aspetti:

1. *similitudine geometrica*: tale concetto è già stato introdotto nel paragrafo precedente ed ha consentito le semplificazioni dalla eq. (2.2) alla eq. (2.3). Le silhouettes sono identiche, ma non le dimensioni assolute;
2. *similitudine cinematica*: i rapporti tra le velocità sono gli stessi, ovvero i triangoli delle velocità che rappresentano le condizioni del fluido sono simili;
3. *similitudine dinamica*: i rapporti tra le diverse forze sono gli stessi ovunque.

Punti di lavoro che sono tra di loro in similitudine funzionale, si definiscono *corrispondenti*. In conclusione la similitudine può essere sintetizzata nel concetto che per macchine geometricamente simili punti di funzionamento corrispondenti sono caratterizzati dagli stessi valori numerici di tutte le possibili variabili adimensionali,

indipendenti e dipendenti, ed in particolare della variabile adimensionale rendimento (Osnaghi, 2012). Vedendo la questione in maniera simmetrica, si può dire che, presi due punti di lavoro relativi a due macchine geometricamente simili caratterizzati dai medesimi valori numerici assunti dalle variabili adimensionali indipendenti elencati nella eq. (2.3), anche le variabili adimensionali indipendenti assumeranno gli stessi valori e quindi i due punti di funzionamento sono corrispondenti.

Si è affermato che macchine tra loro molto diverse in termini di dimensioni assolute avranno lo stesso rendimento purché accomunate dagli stessi valori delle variabili adimensionali indipendenti e tra loro geometricamente simili. All'atto pratico però è impossibile riuscire a garantire uguale numero di Reynolds, che in ultima analisi rappresenta un indicatore del rapporto tra lo spessore dello strato limite ed il diametro della girante (Ventrone, 1999), ed il rispetto rigoroso della similitudine geometrica. Con riferimento al primo punto, si può affermare che la generazione delle perdite è legata agli sforzi viscosi esercitati dal fluido sulle pareti della macchina: in una macchina più piccola, in dimensioni assolute, le forze viscosi, saranno perciò più importanti rispetto a quelle di inerzia, essendo questa caratterizzata da superfici di contatto più estese rispetto al volume di fluido trattato, ovvero la macchina di taglia inferiore sperimenterà un numero di Reynolds minore di quello che si riscontrerebbe in macchine di dimensioni maggiori funzionanti con lo stesso fluido e di converso il rapporto tra lo spessore dello strato limite ed il diametro della girante risulterà maggiore.

Relativamente al secondo punto la similitudine geometrica non può essere mantenuta nel passaggio da macchine di taglia elevata a quelle di taglia molto inferiore, giacché molti parametri dimensionali, quali la rugosità superficiale, i giochi radiali e gli spessori delle pale al bordo di uscita non possono essere mantenuti costanti in termini relativi, per problemi tecnologici i primi e per difficoltà di allineamento, dilatazioni e vibrazioni i secondi. L'insieme di questi due effetti che, da un lato, determinano il non rispetto della similitudine geometrica, dall'altro la non costanza del numero di Reynolds, viene identificato come *effetto scala*. (Pur non essendo stato citato esplicitamente nella eq. (2.2) anche il parametro adimensionale $\frac{\epsilon}{d}$, con ϵ scabrezza assoluta,

rappresenta una variabile indipendente, che, in quanto tale, dovrebbe essere mantenuta costante perché si possa parlare di similitudine funzionale piena: da qui trova giustificazione l'aver considerato la rugosità, la quale tende ad incrementare il fattore d'attrito e a diminuire l'efficienza).

2.3 Influenza di Reynolds, del fluido e della comprimibilità

Tornando a ragionare ad effetti di scala assenti, le evidenze sperimentali indicano chiaramente che non tutte le variabili adimensionali da cui dipende il rendimento lo influenzano in egual misura. E' questo il caso del numero di Reynolds, perché generalmente in una turbomacchina si raggiunge sempre un moto turbolento completamente sviluppato ($Re > 10^5$). In altre parole, a meno di situazioni particolari in cui gli effetti della viscosità sono rilevanti (come nel caso di macchine operanti con olii, dove è concreta la possibilità di non realizzare un regime di moto turbolento, essendo la viscosità del fluido maggiore), la dipendenza da Re può essere trascurata.

Il rapporto dei calori specifici γ tiene conto del comportamento termodinamico del fluido e, solo qualora si ragioni per una famiglia di macchine destinata ad operare con lo stesso fluido, anch'esso può essere trascurato. Spesso in letteratura tale aspetto è, a torto, sottovalutato: Roberts and Sjolander (2005) hanno invece dimostrato l'importanza di γ come parametro di similitudine: il rapporto dei calori specifici influenza il rapporto di pressione, la portata di choking e, appunto, l'efficienza. Pur tuttavia Csanady (1964) mostra che se si ha a che fare con regimi di moto subsonici questa dipendenza è debole, quindi trascurabile. In altre parole sotto queste ipotesi una mappa di funzionamento di una macchina pensata per lavorare, ad esempio, con aria, vale anche quando quella stessa macchina lavora con un fluido diverso. La condizione necessaria per trascurare la dipendenza da γ è tanto meno verificata quanto maggiore è il rapporto di espansione, essendo quest'ultimo un indicatore del tipo di regime di moto che si andrà ad instaurare (macchine ad alto rapporto di espansione andranno incontro più facilmente a regimi di moto supersonici). Anche Ackert *et al.* (1934),

2.3. INFLUENZA DI REYNOLDS, DEL FLUIDO E DELLA COMPRIMIBILITÀ 15

ripreso da Vavra (1970), dà prova che gli effetti di valori differenti di γ sono piccoli solo se $Ma \leq 0.6$.

Il numero di Mach, invece, considera l'effetto della comprimibilità. Secondo Csánady (1964) le curve $\Psi = f(\varphi, Ma)$ (ovviamente tali considerazioni valgono anche quando la variabile dipendente è il rendimento anziché la cifra di pressione ψ) perdono la dipendenza da Ma quando il regime di funzionamento sia caratterizzato da un $Ma < Ma^*$ (o equivalentemente $La < La^*$), mimando quanto accade per i fluidi incomprimibili (l'asterisco qui indica il valore della grandezza a partire dal quale le disequazioni sono verificate). Ne consegue che, anche quando si ragiona con fluidi comprimibili, è lecito trascurare l'influenza della comprimibilità del fluido, purché si stia lavorando ad un numero di Mach sufficientemente basso. A riprova di questo fatto se si considera una mappa di funzionamento di un compressore (operante con fluido aria) si osserva che al di sotto di un numero di Mach critico il rendimento non è più funzione del numero di Mach, ovvero $\eta = f(\phi)$.

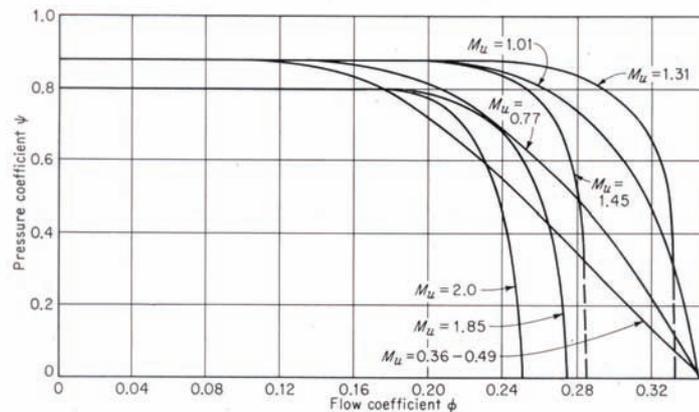


Figura 2.2: Prestazioni di un compressore monostadio in termini di φ , ψ , con numero di Mach come parametro. Concettualmente si può pensare di sostituire η a ψ

E' importante precisare attraverso quali variabili indipendenti si realizza la dipendenza del rendimento dalle proprietà del fluido. Le variabili indipendenti legate alla natura del fluido considerato sono la densità ρ , il rapporto T/MM , con MM massa molecolare del gas considerato, e il rapporto dei calori specifici γ ; la viscosità μ non è presente in questo elenco in quanto concorre solo nel numero di Reynolds, i cui effetti,

come già più volte ribadito, sono trascurabili. L'elenco sopra riportato vale anche qualora si adotti l'ipotesi semplificativa di gas perfetto; la variabile temperatura T non compare come grandezza a sé stante in quanto sarebbe da considerare solo in presenza di scambio termico attraverso le pareti della macchina, condizione che non ha luogo nella realtà essendo ragionevolmente verificata la condizione di adiabaticità del flusso. La variabile T/MM , che non compare esplicitamente nelle forme funzionali precedenti essendo convenientemente contenuta nel numero di Mach:

$$Ma = \frac{\omega d}{a_{01}} = \frac{\omega d}{\sqrt{\gamma RT}} = \omega d \frac{1}{\sqrt{\gamma \frac{R_u}{MM} T}} = \omega d \frac{1}{\sqrt{\gamma R_u}} \frac{1}{\sqrt{\frac{T}{MM}}} \quad (2.4)$$

In definitiva le proprietà del fluido sono presenti nei gruppi adimensionali:

- $\phi \rightarrow \rho_{01}$
- $Ma \rightarrow a_{01}$
- $\gamma \rightarrow \gamma$

2.4 Velocità specifica e diametro specifico

Si è visto, eq. (2.3), come sia possibile esprimere il rendimento di una famiglia di macchine tra loro geometricamente simili in funzione di una serie di variabili adimensionali. Nulla vieta però di applicare il teorema di Buckingham ad un set di variabili diverse dal precedente, (Balje and Binsley, 1966) e (Kenneth and Nichols, 1961) con l'idea di originare altri gruppi adimensionali che, rispetto ai precedenti, siano più convenienti da utilizzare in un problema di progettazione preliminare della macchina, che consiste nel dimensionare in maniera efficiente la macchina, assegnate alcune specifiche di progetto, ovvero assegnati i valori di alcune variabili dimensionali. Il problema assume un respiro più generale: prima lo scopo era descrivere le prestazioni di una famiglia di turbomacchine tramite legami funzionali tra uno stesso set di variabili indipendenti e una variabile dipendente; adesso si desidera costruire uno strumento in grado di rendere possibile il passaggio tra specifiche di progetto e definizione del-

la macchina in grado di assolvere a quelle date specifiche di progetto con il miglior rendimento possibile. Con questo obiettivo si sceglie di considerare (Shepherd, 1956):

$$P = f(\omega, d, \dot{V}_{01}, \rho_{01}, \Delta h_{0s}, \mu, e_s, \gamma) \quad (2.5)$$

in cui \dot{V}_{01} è la portata volumetrica (in alternativa si sarebbe potuta scegliere equivalentemente quella massica, essendo $\dot{m} = \rho_{01}\dot{V}_{01}$) ed e_s è il modulo di comprimibilità isoentropico (in alternativa si sarebbe potuta scegliere equivalentemente la velocità del suono essendo, anche al di fuori della ipotesi di gas perfetto, $a_{01} = \sqrt{\left(\frac{\partial p_{01}}{\partial \rho_{01}}\right)_s} = \sqrt{\frac{e_s}{\rho_{01}}}$). Si badi bene che ora le variabili al membro destro dell'eq. (2.5) non sono tra di loro tutte indipendenti, poiché $\Delta h_{0s} = f(\dot{V}, \omega, \mu, \rho_{01}, \gamma, e_s, d)$ e parimenti $P = f(\dot{V}, \omega, \mu, \rho_{01}, \gamma, e_s, d)$.

Scelte le variabili ripetute Δh_{0s} , \dot{V}_{01} , e ρ_{01} applicando il teorema di Buckingham alla eq. (2.5), si perviene alla funzione adimensionale:

$$\frac{P}{\Delta h_{0s} \dot{V}_{01} \rho_{01}} = f\left(\omega \frac{\dot{V}_{01}^{0.5}}{\Delta h_{0s}^{0.75}}, d \frac{\Delta h_{0s}^{0.25}}{\dot{V}_{01}^{0.5}}, \frac{\mu}{\Delta h_{0s}^{0.25} \dot{V}_{01}^{0.5} \rho_{01}}, \frac{e_s}{\Delta h_{0s} \rho_{01}}, \gamma\right) \quad (2.6)$$

ovvero:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \omega \frac{\dot{V}_{01}^{0.5}}{\Delta h_{0s}^{0.75}} = n_s, \text{ velocità specifica} \\ \Pi_2 &= d \frac{\Delta h_{0s}^{0.25}}{\dot{V}_{01}^{0.5}} = d_s, \text{ diametro specifico} \\ \Pi_3 &= \frac{\mu}{\Delta h_{0s}^{0.25} \dot{V}_{01}^{0.5} \rho_{01}} \\ \Pi_4 &= \frac{e_s}{\Delta h_{0s} \rho_{01}} \\ \Pi_5 &= \gamma \\ \Pi_6 &= \frac{P}{\Delta h_{0s} \dot{V}_{01} \rho_{01}} \end{aligned}$$

Secondo l'analisi dimensionale è sempre possibile sostituire ad un gruppo una combinazione degli esistenti.

Π_3 viene sostituito da $\frac{\Pi_3}{\Pi_1 \Pi_2^2} = \frac{\mu}{\rho_{01} \omega d^2} = Re^{-1} \propto Re$, mentre Π_4 viene manipolato in:

$$\Pi_4 = \frac{e_s}{\Delta h_{0s} \rho_{01}} = \frac{1}{\Delta h_{0s} \rho_{01}^2 a_{01}^2} \propto \frac{a_{01}}{\omega^2 d^2} = Ma^{-1} \propto Ma.$$

Si noti inoltre che: Π_1 può essere sostituito da $\frac{1}{\Pi_1 \Pi_2^3} = \frac{\dot{V}_{01}}{\omega d^3} = \varphi$ e Π_2 può essere sostituito da $\frac{1}{\Pi_1^2 \Pi_2^2} = \frac{\Delta h_{0s}}{\omega^2 d^2} = \psi$

Le prestazioni di una classe di turbomacchine della stessa famiglia può essere espressa dalla funzione:

$$\eta = f(n_s, d_s, Re, Ma, \gamma) \quad (2.7)$$

Se si confrontano la eq. (2.3) con la eq. (2.7) appare evidente come sia presente una variabile in più, risultato peraltro prevedibile, visto il diverso numero di variabili dimensionali a cui è stato applicato il teorema di Buckingham nell'uno e nell'altro caso (8 nella eq. (2.3), 9 nella eq. (2.5)). Fissati Re , Ma e γ , la eq. (2.3), la quale, si ribadisce, coinvolge una e una sola variabile dimensionale dipendente, suggerisce che è sufficiente scegliere φ per vincolare il rendimento di un insieme di macchine geometricamente simili. Nel caso della eq. (2.5), il fissare il valore del gruppo φ , e quindi del rendimento, si ottiene attraverso la scelta di una coppia di valori per entrambe le variabili n_s e d_s , giacché, dalle rispettive definizioni, discende il legame $\varphi = n_s^{-1}d_s^{-3}$; per vincolare φ , e dunque η , non è perciò sufficiente assegnare un valore alla sola velocità specifica o al solo diametro specifico (Horlock, 1966). Ecco quindi sciolta l'apparente non univocità del numero di dipendenze del rendimento.

Osservando che le perdite in una turbomacchina sono funzione anche dell'elenco dei parametri geometrici riportato nelle pagine precedenti, diventa evidente che due turbine con uguali n_s e d_s possono avere pari rendimento (ancora per una fissata terna di Re , Ma e γ), solo quando i succitati parametri geometrici hanno il medesimo valore, che equivale a dire quando la similitudine geometrica è verificata. Inoltre, analisi ed evidenze sperimentali indicano che certe geometrie sono ottime, nel senso che conducono alla massima efficienza per assegnati valori di n_s e d_s . Questo significa che la geometria ottima, dunque l'ottimo rapporto tra altezza palare e diametro, l'ottimo α_2 , l'ottimo rapporto tra passo palare e diametro e così via, può essere diagrammata in funzione di n_s e d_s in tutti i casi in cui la relazione tra perdite e geometria, in particolare la geometria della pala, sia nota. Per tali ragioni possono essere realizzati dei diagrammi in cui si riporta l'efficienza massima ottenibile e la geometria ottima in funzione di n_s e d_s per fissati valori di Re , Ma e γ : si tratta dei ben noti diagrammi di Balje (Balje, 1981) (fig. 2.3). Essi sono di fatto l'estensione dell'idea originaria di

Cordier (1953): il crinale del collinare di Balje è la linea di Cordier (fig. 2.4). Secondo il diagramma di Balje riferito alle turbine assiali, se la scelta di n_s e d_s non è vincolata, è sempre possibile progettare stadi di turbina aventi efficienze maggiori del 90%: tali stadi ottimi saranno tra loro geometricamente simili e avranno n_s compreso tra 0.6 e 1.3, d_s tra 2.5 e 5.

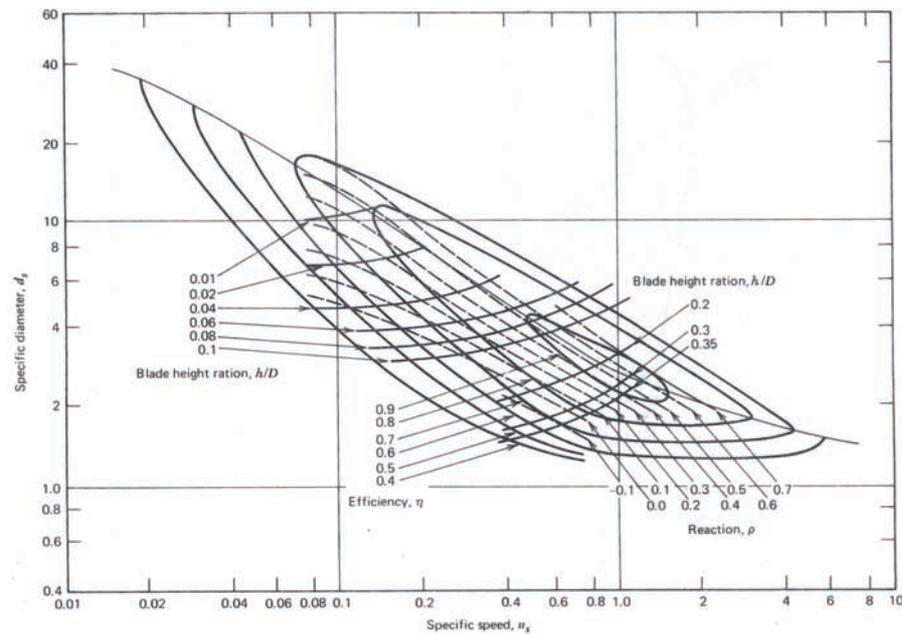


Figura 2.3: Diagramma collinare di Balje per turbine assiali. L'efficienza riportata è del tipo total-to-total

Con riferimento al problema della progettazione di una macchina chiamata ad assolvere ad assegnate specifiche di progetto, la convenienza dell'impiego della velocità e del diametro specifico come parametri di similitudine è presto detta. Se la velocità angolare della macchina da progettare è nota sin dall'inizio (ad esempio perché si desidera calettarla direttamente ad un alternatore con numero di coppie polari date per produrre energia elettrica alla frequenza di rete) è possibile, per mezzo della definizione, valutare n_s , poiché sia il salto entalpico, sia la portata volumetrica allo scarico sono derivabili, con modalità più o meno immediate, direttamente dalle specifiche di progetto. Per quel dato valore di n_s dalla lettura del grafico è possibile non solo individuare il rendimento ottimo e, dal d_s , il diametro della macchina, ma anche, qualora ragioni di ingombro od economiche suggeriscano l'adozione di diametri, e quindi anche

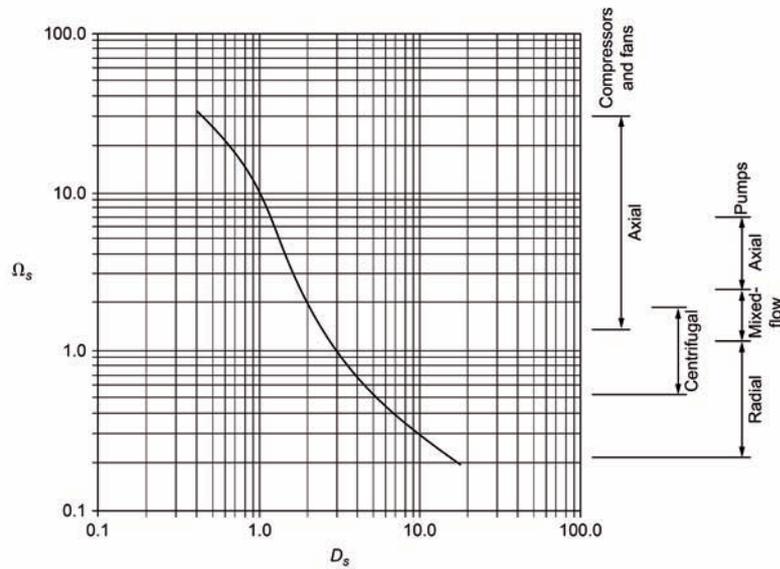


Figura 2.4: Diagramma di Cordier che mostra la relazione tra velocità specifica $n_s = \Omega_s$ e $d_s = D_s$. A lato è indicata la tipologia di macchina più appropriata: nel presente lavoro si considererà esclusivamente il campo delle turbine assiali

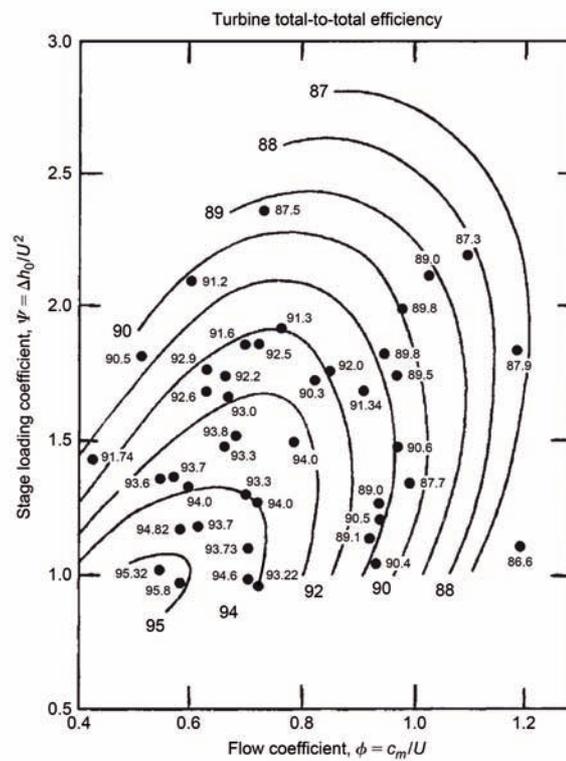


Figura 2.5: Smith chart per stadi di turbina assiali

d_s diversi, avere un immediato riscontro del calo del rendimento cui si va incontro. Ecco allora il punto di forza dell' n_s rispetto al φ : il primo è di immediata valutazione già in sede di design preliminare, diversamente dal primo che dipende dal diametro D , grandezza incognita in questa fase (Sjolander, 2010). Se la velocità angolare a cui ruoterà la macchina, invece, non è vincolata (ad esempio in applicazioni nelle quali la potenza elettrica sia prodotta a frequenza diversa da quella di rete e successivamente condizionata attraverso l'elettronica di potenza), anche la prima scelta dell' n_s è libera; valgono ancora le considerazioni relative al rapporto tra rendimento e dimensione del diametro testé svolte.

Storicamente un altro diagramma ampiamente adottato per la previsione del rendimento di turbine assiali è quello di Smith (1965). Sugli assi coordinati vengono riportate le grandezze Ψ e ϕ , il cui significato verrà esposto nel capitolo 4: il rendimento η riportato e del tipo *total-to-total* e non considera le perdite per trafilemento, cosicché i valori ivi riportati sono sensibilmente maggiori rispetto alla realtà.

2.5 Trasferimento dei risultati dell'ottimizzazione

L'idea chiave di trasferire i risultati dell'ottimizzazione di una particolare macchina ad altre macchine è rigorosamente lecita quando sussiste similitudine di funzionamento, ovvero quando tra le due macchine siano realizzate le seguenti condizioni (Macchi and Perdichizzi, 1981):

1. uguale comportamento termodinamico del fluido di lavoro, ovvero fluidi e condizioni di funzionamento che consentano di realizzare lo stesso numero di Mach Ma e lo stesso rapporto dei calori specifici;
2. sia rispettata rigorosamente la similitudine geometrica, includendo i giochi radiali, la rugosità superficiale e gli spessori delle pale al bordo di uscita (ovvero non vi siano effetti scala);
3. medesimi valori della velocità specifica n_s e del diametro specifico d_s ;
4. effetti del numero di Reynolds Re trascurabili.

Il non rispetto dei primi due requisiti è spesso volte sottovalutato. Tale situazione si concreta in un impiego doppiamente erroneo dei diagrammi di Balje: da un lato, per assegnata coppia di n_s e d_s , pensare di trasferire tout-court la previsione sul rendimento (ma anche su altre grandezze dipendenti) ricavata per assegnato numero di Mach, a condizioni operative caratterizzate da numeri di Mach sensibilmente diversi, dall'altro ignorare l'esistenza degli effetti di scala, credendo di poter sempre mantenere strettamente la similitudine geometrica. Il primo dei due potenziali errori elencati ha ragion d'essere in quanto le proprietà termodinamiche del fluido di lavoro influenzano il progetto della macchina e le sue prestazioni attraverso due modalità:

- i coefficienti di perdita sono funzione di Ma ;
- la variazione della portata volumetrica durante l'espansione influenza la geometria della macchina, in particolar modo l'ampiezza del canale meridiano.

Poiché la variazione di volume rispetto al numero di Mach è essa stessa funzione della natura del fluido, questo giustifica anche da un punto di vista intuitivo, al di là del formalismo matematico dell'analisi dimensionale, la necessità di considerare, rispetto al corrispondente caso incomprimibile, due parametri aggiuntivi: γ che considera la natura del fluido ed un altro gruppo adimensionale legato al rapporto di espansione che può essere o il rapporto tra le pressioni, o il rapporto tra i volumi VR , o il rapporto tra le temperature oppure, per l'appunto, il numero di Mach. Come riporta Macchi (1985), gli effetti penalizzanti sul rendimento dovuti alla comprimibilità sono più marcati agli alti rapporti di espansione (a prescindere dal valore di γ , ovvero dalla natura del fluido, il rendimento decresce al crescere del rapporto di espansione) e, a parità di rapporto di espansione, per i fluidi aventi molecole pesanti e dunque γ inferiori, perché questi ultimi subiscono variazioni volumetriche maggiori. Con il solo fine di comprendere la seconda affermazione, si può approssimare la trasformazione di espansione con una adiabatica reversibile: $p_1 v_1^\gamma = p_2 v_2^\gamma \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{(1/\gamma)}$.

Se però le due macchine sono confrontate a parità di rapporto volumetrico di espansione VR , anziché di pressione, le differenze tra i fluidi a diverso γ in termini

di efficienza diventano minori, perché ora sono imputabili ai soli diversi numeri di Mach (prima, oltre a questo effetto c'era anche quello dovuto alla maggiore variazione di portata volumetrica sperimentata dal fluido pesante a parità di rapporto di espansione). Per tale ragione si adotterà il rapporto di espansione volumetrica come parametro che tiene in conto gli effetti della comprimibilità: in questo modo i risultati avranno validità generale, entro certi limiti, per fluidi diversi. Si ribadisce altresì che il rapporto volumetrico di espansione sostituisce l'azione svolta da Ma nell'eq. (2.7): è indubbia la maggiore praticità operativa del primo nella risoluzione di un problema di design.

2.6 Size parameter e similitudine geometrica

Per quanto riguarda la similitudine geometrica si può affermare che la generazione delle perdite è legata agli sforzi viscosi esercitati dal fluido sulle pareti della macchina: in una macchina più piccola, in dimensioni assolute, le forze viscosi, saranno perciò più importanti rispetto a quelle di inerzia, essendo questa caratterizzata da superfici di contatto più estese rispetto al volume di fluido trattato. Ciò comporta un minor rendimento delle macchine di piccole dimensioni assolute, risultato a cui concorre la mancata similitudine geometrica di molti parametri dimensionali, quali la rugosità superficiale, i giochi radiali, ecc, che non possono, per motivi tecnologici evidenti, diminuire proporzionalmente a dimensioni assolute quali il diametro: in altre parole passando dalle macchine grandi a quelle piccole è impossibile mantenere lo stesso rapporto tra le dimensioni di tutti i componenti, incorrendo quindi nei già citati effetti di scala, che fanno venire meno la similitudine geometrica. Per porre il problema in termini generali e correlabili alla teoria della similitudine si usa un *size parameter* dimensionale:

$$SP = \frac{V_{01}^{0.5}}{\Delta h_{0s}^{0.25}} \quad (2.8)$$

che rappresenta la quantità che rende adimensionale il diametro medio all'interno della definizione del diametro specifico: poiché per ciascuna classe di turbomacchine

d_s ricade in un intervallo ristretto, SP è proporzionale alle dimensioni effettive della macchina e può essere interpretato come un indicatore degli effetti di scala. La conclusione è che i risultati ottenuti dall'ottimizzazione di una particolare turbina possono essere lecitamente trasferiti ad un'altra turbina avente la stessa velocità specifica e lo stesso diametro specifico solo se hanno anche lo stesso valore del rapporto volumetrico di espansione (uguali effetti dovuti alla comprimibilità) e stesso valore del size parameter, che è un modo per garantire la possibilità di realizzare la similitudine geometrica.

Riassumendo si può affermare che l'efficienza di una turbina è funzione solo di n_s e d_s quando le macchine possono essere realizzate in perfetta similitudine geometrica (in tal caso la taglia influenzerà le prestazioni solo indirettamente attraverso variazioni del numero di Reynolds) e quando si è lontano dagli effetti di comprimibilità (con questa accezione si intende l'insieme degli effetti che promuovono un allontanamento dalla condizione di perfetta similitudine dovuti alle variazioni della portata volumetrica attraverso lo stadio). E' lecito impiegare i diagrammi collinari di Balje solo quando si ha a che fare con flussi quasi incomprimibili e per macchine di taglia elevata, dove con taglia elevata si intende che la minima dimensione è ben superiore a quella minima consentita dalle capacità tecniche di realizzazione. In tutti gli altri casi gli errori sulla previsione del rendimento derivanti dall'azione di questi due effetti possono essere maggiori di quelli risultanti dall'adozione di diverse correlazioni di perdita (Macchi, 1977).

L'analisi prestazionale di espansori operanti con fluidi organici non può prescindere dal considerare gli effetti della comprimibilità sul rendimento, perché i valori relativamente bassi di γ e relativamente alti della massa molecolare MM hanno due effetti: da un lato determinano rapporti di espansione volumetrici maggiori, dall'altro la conseguente maggiore facilità di raggiungimento di condizioni supersoniche determina meccanismi di perdita aggiuntivi (postespansione).

Capitolo 3

Correlazioni di perdita

3.1 Classificazione delle perdite

Qualunque studio di design ed ottimizzazione di una turbina deve includere il computo delle perdite nel flusso. E' certamente corretto sostenere che le perdite possono essere stimate per mezzo di analisi numeriche tridimensionali (campo di indagine della CFD, *Computational Fluid Dynamics*), ma un approccio di questo tipo presenta alcuni inconvenienti, tra i quali il preminente è rappresentato dalla posizione dell'analisi CFD all'interno della procedura di design complessiva (Moustapha *et al.*, 2003). I principali parametri geometrici, come i raggi e le altezze di pala, devono essere determinati prima di una eventuale analisi CFD, attraverso una analisi monodimensionale di linea media; infatti, a questo punto della procedura di design la forma di dettaglio delle pale non è ancora nota e ciò impedisce l'adozione di un approccio CFD fin da subito. Per tale ragione c'è la necessità di una analisi di linea media che comprenda un sistema di valutazione delle perdite fluidodinamiche espresse come funzione dei triangoli delle velocità di ingresso e di uscita di statore e rotore e della geometria globale, escludendo quella di dettaglio.

L'idea alla radice di un sistema di correlazioni di perdita basato sulla linea media

consiste nell'identificare all'interno del campo di moto fluido, i vari processi che generano perdite. Nonostante questo imponga una semplificazione notevole della realtà fisica alla base di tale fenomeni, non esiste una modalità univoca con la quale separare gli effetti dei vari meccanismi di perdita: essi sono correlati ed interagenti tra loro, cosicché una qualunque suddivisione è inevitabilmente artificiosa. Cionondimeno, basandosi sulla comprensione dei processi fisici che controllano il passaggio del flusso attraverso le pale, è possibile individuare una suddivisione delle perdite utile e ragionevole. La figura 3.1 riporta una rappresentazione pittorica dei tre maggiori addendi di perdita.

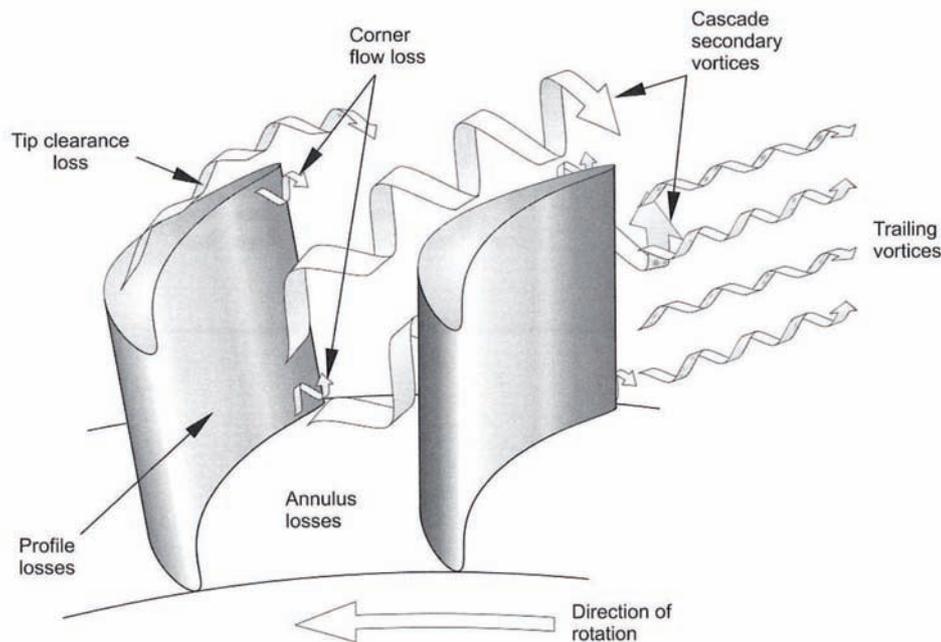


Figura 3.1: Rappresentazione schematica delle perdite aerodinamiche in un condotto interpale di turbina assiale

Le *perdite di profilo* sono quelle dovute all'attrito sulla superficie palare e, vista la loro natura, dipendono dall'area della pala in contatto con il fluido, dalla finitura superficiale, dal numero di Reynolds, e dal numero di Mach del flusso attraverso il passaggio. Tutti questi effetti sono governati dalla geometria del profilo palare.

Una seconda fonte di perdita è rappresentata dalle *perdite secondarie*, le quali, a

dispetto del nome, possono talvolta contribuire per circa due terzi al totale. I flussi secondari alla base di questo meccanismo di perdita, possono essere immaginati come dei vortici che hanno luogo a causa del distacco dello strato limite e della curvatura del condotto interpalaire: detti vortici promuovono spostamenti di fluido in direzioni diverse rispetto a quella principale. Al bordo di uscita della pala il flusso si separa, originando un “foglio” di vortici che nel complesso forma una scia. La sottrazione di momento della quantità di moto da parte della scia e l’energia cinetica legata ai vortici al bordo di uscita sono la fonte di perdita.

Da ultimo, nel rotore, hanno luogo le *perdite per trafileamento*: del fluido trafile attraverso il gioco tra l’estremità della pala rotorica e la cassa, sottraendo della portata che, non andando incontro ad espansione, non contribuisce a produrre lavoro. Il fluido trafileato, subendo uno sforzo differenziale tra la pala rotante e la cassa fissa, forma anch’esso un vortice di estremità, che è guidato nel passaggio dalla differenza di pressione tra l’intradosso e l’estradosso della pala, dove va ad interagire con i vortici generati dai meccanismi di perdita precedenti, dando origine a campi fluidi molto complessi. Nel caso in cui si stia analizzando un espansore operante secondo un regime di moto supersonico, interverranno, oltre a quelli già citati, altri fenomeni di perdita, quali la *postespansione* e la formazione di *onde d’urto*. Si ritiene più opportuno presentarli nei paragrafi successivi, unitamente alle equazioni che li descrivono.

Nel corso degli ultimi cinquant’anni sono stati sviluppati una serie di modelli di perdita per prevedere le prestazioni in condizioni di design ed off-design di turbine assiali. Probabilmente quello più conosciuto e documentato è quello di Ainley and Mathieson (1957). Successivamente il loro schema originale è stato modificato ed aggiornato nelle correlazioni di perdita più volte a seguito dei miglioramenti delle capacità di calcolo e alla accresciuta mole di dati sperimentali che si è resa progressivamente disponibile. La prima importante revisione fu pubblicata da Dunham and Came (1970) originando quello che è comunemente conosciuto come *sistema AMDC*; Kacker and Okapuu (1982) proposero ulteriori miglioramenti all’impianto del modello AMDC.

In questo lavoro si è deciso di impiegare un quarto modello di perdita, che è stato

proposto da Aungier (2006). Quest'ultimo, rispetto ai precedenti, presenta una serie di punti di forza, quali: capacità di gestire condizioni di off-design spinte, possibilità di trattare turbine ad alto salto di pressione, vengono considerati gli effetti della rugosità superficiale sul numero di Reynolds, tutte le correlazioni di perdita vengono fornite per via analitica, oltre che grafica, rendendone agevole l'implementazione in un programma di calcolo.

Oltre ai già citati modelli di perdita, se ne possono ricordare almeno altri tre: Craig and Cox (1971), Traupel (1966) e Stewart. Il metodo di Craig e Cox è particolarmente significativo ed unico in relazione alla approfondita considerazione che attribuisce agli effetti del numero di Reynolds, includendo l'influenza della finitura superficiale. In questo senso esso ha influenzato lo sviluppo del modello di Aungier qui adottato, se non altro per fornire una conferma indipendente della validità dell'approccio adottato.

3.2 Geometria della pala

La figura 3.2 mostra la nomenclatura adottata per definire la geometria di una pala, in una forma adatta per implementare il sistema di correlazioni di perdita. Questi parametri vengono forniti al raggio medio quadratico, definito da

$$r_{rms} = \sqrt{\frac{r_t^2 + r_h^2}{2}} \quad (3.1)$$

che viene determinato in modo che l'area compresa tra r_h , raggio al mozzo, e r_{rms} , sia pari a quella compresa tra r_{rms} e r_t , raggio all'apice. Nella progettazione dell'espansore assiale la velocità meridiana di attraversamento viene mantenuta costante, perciò, poiché il gas espande, l'area del canale meridiano deve aumentare lungo la coordinata longitudinale. Questo viene ottenuto con un contemporaneo aumento di r_t ed una diminuzione di r_h , tale da garantire, per ogni posizione, la costanza di r_{rms} , che rappresenta la posizione radiale più rappresentativa dell'intera pala.

Detto N il numero delle pale, il passo s sarà dato da:

$$s = \frac{2\pi r_{rms}}{N} \quad (3.2)$$

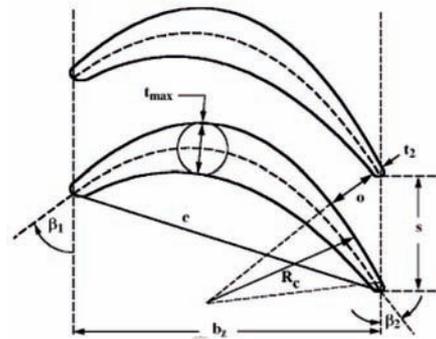


Figura 3.2: Geometria palare ed angoli di flusso valutati a partire dalla direzione assiale

L'apertura della gola, o , ed il passo definiscono l'angolo di gauging, β_g

$$\sin \beta_g = \frac{o}{s} \quad (3.3)$$

Molta attenzione va prestata alla convenzione con cui vengono contati gli angoli. In questo lavoro verranno adottate due convenzioni diverse. La prima, come già ribadito, è quella impiegata all'interno delle correlazioni di perdita, che valuta gli angoli, sempre positivi, a partire dalla direzione tangenziale. La seconda, invece, di derivazione europea, conta gli angoli a partire dalla direzione perpendicolare a quella tangenziale, positivi se concordi alla velocità di trascinamento u (fig. 3.3).

Per evitare ambiguità, quando un angolo è valutato rispetto alla prima convenzione si adotterà una lettera greca in grassetto, semplice in caso contrario. La lettera *alfa* identifica un angolo fluido assoluto, *beta* un angolo fluido relativo. Il pedice b denota l'angolo metallico: esso, per non appesantire la nomenclatura, non verrà adottato laddove è evidente che l'angolo cui ci si riferisce non può essere fluido (come nell'eq. (3.3)). Le equazioni che legano tra loro i due sistemi di riferimento sono:

$$\alpha = 90 - |\alpha| \quad (3.4)$$

$$\beta = 90 - |\beta| \quad (3.5)$$

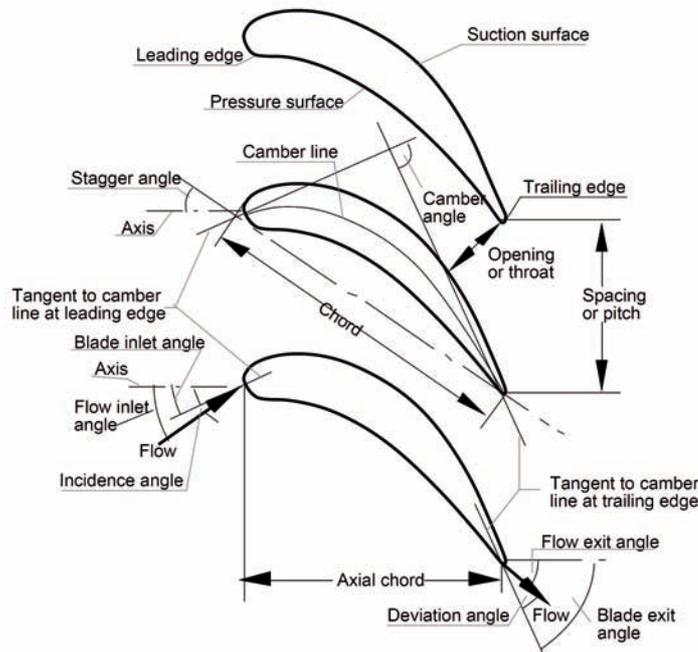


Figura 3.3: Elementi della geometria palare ed angoli di flusso valutati a partire dalla direzione assiale

L'identificazione della posizione alla quale una grandezza è valutata (ingresso/uscita statore o rotore), avviene a mezzo del pedice. In seguito le correlazioni di perdita, ove non diversamente indicato, sono scritte con riferimento allo statore (fa eccezione per ovvie ragioni la eq. (3.51)); le corrispondenti per il rotore si ottengono dalle precedenti sostituendo alle grandezze assolute quelle relative.

3.3 Angolo di deviazione all'uscita

La funzione primaria di un palettamento di turbina è di impartire al fluido una variazione della direzione di avanzamento per imporre una variazione del momento della quantità di moto della portata che lo attraversa. Lo statore accelera il fluido per incrementare il momento della quantità di moto, il rotore lo diminuisce per estrarre lavoro dal fluido. Pertanto la previsione dell'angolo fluido di scarico rappresenta un passaggio essenziale nell'analisi prestazionale di una turbina. Un utile valore di riferimento deriva dal caso in cui il numero di Mach allo scarico sia unitario: in questo

caso il palettamento è in condizioni di blocco sonico, *choked*, cosicché anche il numero di Mach nella sezione di gola è unitario. E' ragionevole assumere che le perdite tra la gola e lo scarico hanno effetti trascurabili sulla densità del gas. Designando il valore di un parametro in condizioni soniche con il pedice *, l'equazione di continuità consente di scrivere:

$$\rho_* w_* o = \rho_* V_x s \rightarrow \sin \alpha_2 = \frac{V_x}{w_*} = \frac{o}{s} \quad (3.6)$$

Combinando la eq. (3.6) con la eq. (3.3) si ottiene che $\alpha_2 = \beta_g$ quando $M_2 = 1$. Pertanto l'angolo di gauging è un particolare angolo di scarico che rappresenta un riferimento. E' pratica comune legare l'angolo di scarico fluido all'angolo di gauging definendo l'angolo di deviazione, δ , come:

$$\delta = \alpha_2 - \beta_g \quad (3.7)$$

pertanto $\delta = 0$ quando $M_2 = 1$. Le correlazioni per l'angolo di deviazione in campo subsonico indicano in genere valori costanti per $M_2 \leq 0.5$ (Ainley and Mathieson, 1957). Nel modello di perdita proposto da Aungier, si è sviluppata la correlazione individuata dalle eq. (3.9), che ha andamenti simili a quelli presenti in letteratura e che è stata validata attraverso dati sperimentali. L'autore stesso precisa che, limitatamente all'intervallo di M_2 compreso tra 0.5 e 1.0 gli andamenti proposti sono frutto non tanto di evidenze sperimentali, quanto più della necessità di avere una famiglia di curve che si avvicinino progressivamente a zero a $M_2 = 1$. Definendo l'angolo di deviazione a $M_2 = 0$ come

$$\delta_0 = \arcsin \left(\frac{o}{s} \left(1 + \left(1 - \frac{o}{s} \right) \left(\frac{\beta_g}{90} \right)^2 \right) \right) - \beta_g \quad (3.8)$$

La deviazione subsonica, definito $X = 2M_2 - 1$, è data da:

$$\begin{cases} \delta = \delta_0 & \text{se } M_2 \leq 0.5 \\ \delta = \delta_0(1 - 10X^3 + 15X^4 - 6X^5) & \text{se } M_2 \geq 0.5 \end{cases} \quad (3.9)$$

Quando $M_2 \geq 1$, gli angoli di deviazione supersonica devono essere calcolati direttamente dall'equazione di continuità basata sulle condizioni soniche alla gola, le

quali vanno valutate basandosi sulla pressione totale di scarico e sull'entalpia totale, ma rimuovendo il contributo alle perdite della postespansione. Pur tuttavia l'introduzione di questa procedura stabilisce una forte non linearità nel modello complessivo di calcolo, rendendo necessarie iterazioni interne e riciccoli per andare a convergenza, con il risultato di allungare considerevolmente i tempi di esecuzione. Per tale ragione chi scrive ha deciso di adottare deviazione nulla anche quando $M_2 \geq 1$, nella consapevolezza di introdurre un elemento di approssimazione arbitrario.

3.4 Struttura generale del modello di perdita

Le correlazioni di perdita per prevedere il rendimento di una turbina devono considerare le perdite di pressione totale, le perdite parassite e le perdite per trafileamento di fluido. Le perdite di pressione totale tengono in conto le perdite dirette in termini di pressione totale dovute all'irreversibilità delle trasformazioni termodinamiche e dei fenomeni di natura meccanica, quando il fluido attraversa il palettamento. Le perdite parassite considerano il lavoro perso dovuto all'attrito del disco, agli sforzi di taglio e al funzionamento in ammissione parziale. Tali meccanismi si riflettono in un incremento della entalpia totale allo scarico, comportando quindi una riduzione del rendimento pur senza influenzare la pressione totale. Nel modello sviluppato questa seconda categoria di fattori di perdita non viene considerata. Infine sebbene i trafileamenti di portata non siano delle vere e proprie forme di perdita analoghe a quelle del primo gruppo, vengono comunque computate nella forma di coefficiente di perdita espresso in termini di pressione totale.

Il coefficiente di perdita di pressione totale, Y , viene definito nella forma:

$$Y = \frac{p_{01} - p_{02}}{p_{02} - p_2} \quad (3.10)$$

Il coefficiente di perdita di pressione totale, che quindi esaurisce la valutazione delle perdite è:

$$Y = Y_p + Y_s + Y_{cl} + Y_{te} + Y_{ex} + Y_{sh} \quad (3.11)$$

Gli addendi di perdita sono:

Y_p = coefficiente di perdita di profilo

Y_s = coefficiente di perdita dei flussi secondari

Y_{cl} = coefficiente di perdita per trafilamento (solo rotore)

Y_{te} = coefficiente di perdita al bordo di uscita

Y_{ex} = coefficiente di perdita per postespansione

Y_{sh} = coefficiente di perdita per onde d'urto

3.5 Perdite di profilo

Il coefficiente di perdita di profilo è una forma modificata del modello di Ainley e Mathieson. Viene valutato con:

$$Y_p = k_{mod} k_{inc} k_p k_{Re} \left((Y_{p1} + \xi^2 (Y_{p2} - Y_{p1})) \left(\frac{5t_{max}}{c} \right)^{|\xi|} - \Delta Y_{te} \right) \quad (3.12)$$

k_{mod} è un fattore sperimentale suggerito da Kacker e Okapuu che modifica il modello originario di Ainley e Mathieson per tenere in considerazione le prestazioni migliori delle macchine recenti, dovute al progresso della tecnologia. Come da essi stessi suggerito, nel modello presentato si assume un $k_{mod} = 0.67$. Il modello di Ainley e Mathieson include le perdite del bordo di uscita in maniera specifica, assumendo che $t_2 = 0.02s$. Poiché le perdite associate al bordo di uscita sono considerate separatamente nel modello di Aungier, ΔY_{te} detrae tali perdite valutandole per $t_2 = 0.02s$. Il termine che coinvolge t_{max} serve per considerare valori del rapporto spessore massimo/corda diversi rispetto a quello sperimentato da Ainley e Mathieson (fig.3.4). Gli altri termini dell'eq. (3.12) sono:

k_{inc} = correzione per gli effetti di incidenza in off-design

k_p = correzione per gli effetti di compressibilità

k_{Re} = correzione per gli effetti del numero di Reynolds

Y_{p1} = coefficiente di perdita di profilo per palettamento ad ingresso assiale ($\beta_1 = 90$)

Y_{p2} = coefficiente di perdita di profilo per palettamento a reazione ($\alpha_{1b} = \alpha_2$)

$$\xi = \frac{90 - \alpha_{1b}}{90 - \alpha_2}$$

Dato che il presente lavoro intende indagare il comportamento della macchina in condizioni di design, $k_{inc} = 0$ e $\alpha_{1b} = \alpha_1$.

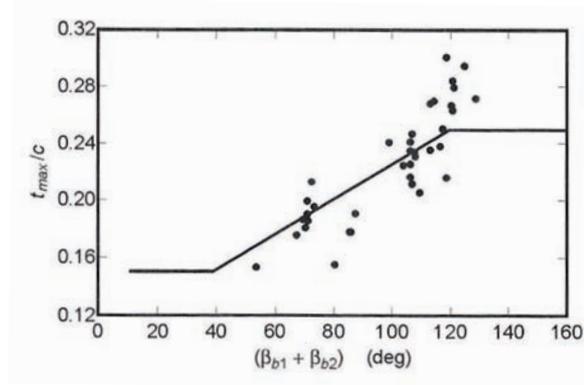


Figura 3.4: Rapporto spessore massimo-corda per palettamenti convenzionali di turbina

La figura 3.5 mostra il coefficiente di perdita di profilo, Y_{p1} , come funzione del rapporto pitch-to-chord, includendo la correlazione grafica di Ainley e Mathieson ed un modello empirico che la approssima in forma analitica.

La localizzazione del minimo delle curve è approssimata da:

$$\begin{cases} \left(\frac{s}{c}\right)_{min} = 0.46 + \frac{\alpha_2}{77} & \text{se } \alpha_2 \leq 30 \\ \left(\frac{s}{c}\right)_{min} = 0.614 + \frac{\alpha_2}{130} & \text{se } \alpha_2 > 30 \end{cases} \quad (3.13)$$

Il coefficiente di perdita è approssimato da:

$$\begin{cases} Y_{p1} = A + BX^2 + CX^3 & \text{se } \alpha_2 \leq 30 \\ Y_{p1} = A + B|X|^n & \text{se } \alpha_2 > 30 \end{cases} \quad (3.14)$$

I parametri utilizzati nel modello sono:

$$X = \frac{s}{c} - \left(\frac{s}{c}\right)_{min} \quad (3.15)$$

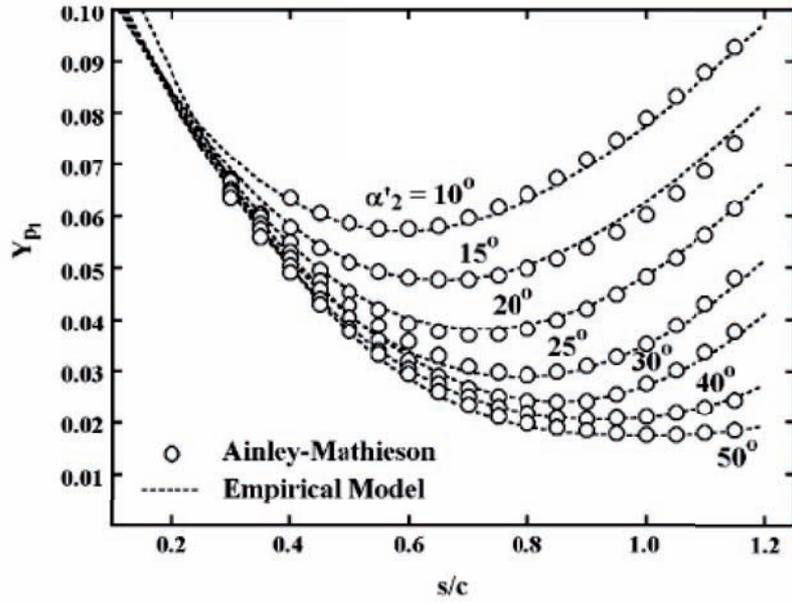


Figura 3.5: Coefficiente di perdita di pressione per palettamenti con angolo di ingresso $\alpha_1 = 90^\circ$

$$n = 1 + \frac{\alpha_2}{30} \quad (3.16)$$

$$\begin{cases} A = 0.025 + \frac{(27-\alpha_2)}{530} & \text{se } \alpha_2 \leq 27 \\ A = 0.025 + \frac{(27-\alpha_2)}{3085} & \text{se } \alpha_2 > 27 \end{cases} \quad (3.17)$$

$$B = 0.1583 - \frac{\alpha_2}{1640} \quad (3.18)$$

$$C = 0.08 \left(\left(\frac{\alpha_2}{30} \right)^2 - 1 \right) \quad (3.19)$$

La figura 3.6 mostra il coefficiente di perdita di profilo, Y_{p2} , in funzione del rapporto passo-corda, includendo la correlazione grafica di Ainley e Mathieson ed un modello empirico che la approssima accuratamente in forma analitica.

La posizione del minimo delle curve è individuata da:

$$\left(\frac{s}{c} \right)_{min} = 0.224 + 1.575 \left(\frac{\alpha_2}{90} \right) - \left(\frac{\alpha_2}{90} \right)^2 \quad (3.20)$$

Il coefficiente di perdita è dato da:

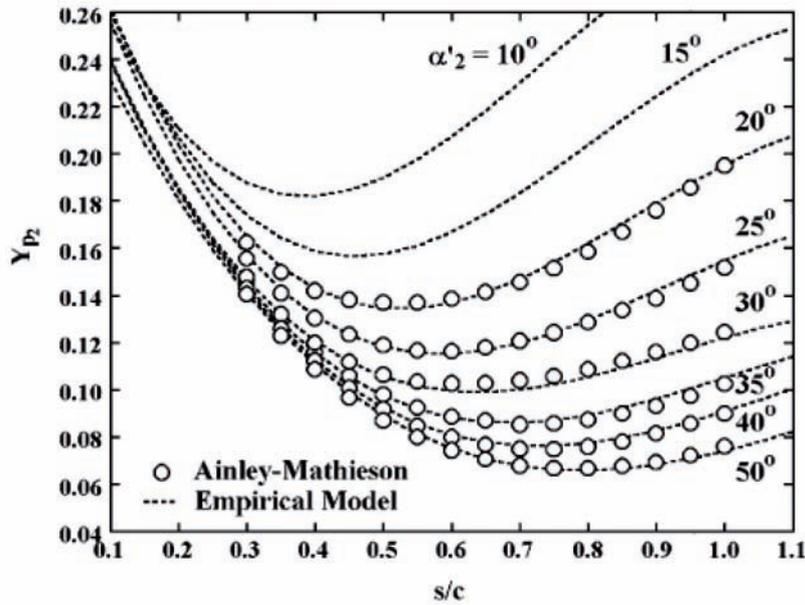


Figura 3.6: Coefficiente di perdita di pressione per palettamenti con angolo di ingresso $\alpha_1 = \alpha_2$

$$Y_{p2} = A + BX^2 - CX^3 \quad (3.21)$$

I parametri impiegati in questo modello empirico sono:

$$X = \frac{s}{c} - \left(\frac{s}{c}\right)_{min} \quad (3.22)$$

$$A = 0.242 - \frac{\alpha_2}{151} + \left(\frac{\alpha_2}{127}\right)^2 \quad (3.23)$$

$$\begin{cases} B = 0.3 + \frac{30-\alpha_2}{50} & se \quad \alpha_2 \leq 30 \\ B = 0.3 + \frac{30-\alpha_2}{275} & se \quad \alpha_2 > 30 \end{cases} \quad (3.24)$$

$$C = 0.88 - \frac{\alpha_2}{42.4} + \left(\frac{\alpha_2}{72.8}\right)^2 \quad (3.25)$$

Kacker e Okapuu suggeriscono di includere il termine di correzione per gli effetti legati alla comprimibilità, k_p , nell'eq. (3.12) per considerare gli effetti benefici degli alti numeri di Mach, rispetto ai casi in cui in regime di moto è pienamente subsonico. L'effetto positivo della compressibilità in un flusso accelerato è di assottigliare lo

strato limite e contenere i distacchi della vena fluida. Poiché le correlazioni di Ainley e Mathieson sono basate su prove sperimentali su schiere a bassa velocità, ci si può aspettare che sia pessimista quando applicato a turbine che lavorano con flussi particolarmente accelerati. Kacker e Okapuu danno la seguente forma:

$$k_1 = 1 - 0.625(M_2 - 0.2) + |M_2 - 0.2| \quad (3.26)$$

$$k_p = 1 - (1 - K_1) \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2 \quad (3.27)$$

Si noti che $k_p = 1$ quando $M_2 \leq 0.2$. Per condizioni di funzionamento usuali, questo modello è sufficientemente affidabile, ma, talvolta, specialmente all'interno di un codice di ottimizzazione, può condurre a risultati inattendibili, ovvero coefficienti k_p prossimi allo zero o addirittura negativi. Questo deficit del modello di perdita è peraltro già stato messo in evidenza da Lozza (1982). Per tale ragione Aungier modifica questa parte del modello come segue:

$$\widetilde{M}_1 = \frac{M_1 + 0.566 - |0.566 - M_1|}{2} \quad (3.28)$$

$$\widetilde{M}_2 = \frac{M_2 + 1 - |M_2 - 1|}{2} \quad (3.29)$$

$$X = \frac{2\widetilde{M}_1}{\widetilde{M}_1 + \widetilde{M}_2 + |\widetilde{M}_2 - \widetilde{M}_1|} \quad (3.30)$$

$$k_1 = 1 - 0.625(\widetilde{M}_2 - 0.2 + |\widetilde{M}_2 - 0.2|) \quad (3.31)$$

$$k_p = 1 - (1 - K_1)X^2 \quad (3.32)$$

Fondamentalmente la modifica suggerita da Aungier limita $M_2 < 1$, $M_1 < 0.566$ e $X \leq 1$. In questo modo k_p è limitato a valori maggiori di circa 0.5. Per le usuali condizioni operative tale modifica conduce a risultati abbastanza aderenti a quelli di Kacker e Okapuu, ma ha il vantaggio di evitare le previsioni assurde evidenziate sopra.

Il termine di correzione k_{Re} , nell'eq. (3.12) corregge i coefficienti di perdita per numeri di Reynolds diversi rispetto alle prove sperimentali sulla base delle quali il modello di perdita è tarato. Viene definito un numero di Reynolds relativo alla corda, Re_c , valutato nelle condizioni di uscita:

$$Re_c = \frac{\rho_2 V_2 c}{\mu_2} \quad (3.33)$$

In generale viene assunto che i modelli empirici di previsione delle perdite si applicano a numeri di Reynolds di circa 200000. Si ricade quindi in una regione di transizione dove gli usuali modelli di attrito sono troppo approssimati per fornire una buona base per una correzione del numero di Reynolds. Analogamente a Kacker e Okapuu viene assunto $k_{Re} = 1$ nella regione di transizione, definita da $1 \times 10^5 < Re_c < 5 \times 10^5$. Quando $Re_c < 1 \times 10^5$, k_{Re} è dato da:

$$k_{Re} = \sqrt{\frac{1 \times 10^5}{Re_c}} \quad (3.34)$$

Il modello di Aungier include anche gli effetti della rugosità superficiale, non presenti nel regime di moto laminare. Si definisce un numero di Reynolds di corda critico, Re_r , al di sopra del quale gli effetti della rugosità divengono significativi:

$$Re_r = 100 \frac{c}{e} \quad (3.35)$$

Nella regione di moto turbolento si avrà:

$$k_{Re} = 1 + \left(\left(\frac{\log(5 \times 10^5)}{\log(Re_r)} \right)^{2.58} - 1 \right) \left(1 - \frac{5 \times 10^5}{Re_c} \right) \quad (3.36)$$

La figura 3.7 riassume i risultati della correzione del numero di Reynolds. Il modello di Aungier è quindi simile a quello proposto da Kacker e Okapuu, con la differenza che quest'ultimo non considera gli effetti della rugosità superficiale; anche il modello AMDC non li considera. Uno dei pochi modelli che implementa gli effetti della finitura superficiale è quello proposto da Craix e Cox: essi notarono che pale di turbina sottoposte a trattamenti standard hanno valori di $\frac{c}{e}$ compresi tra 10000 e 20000.

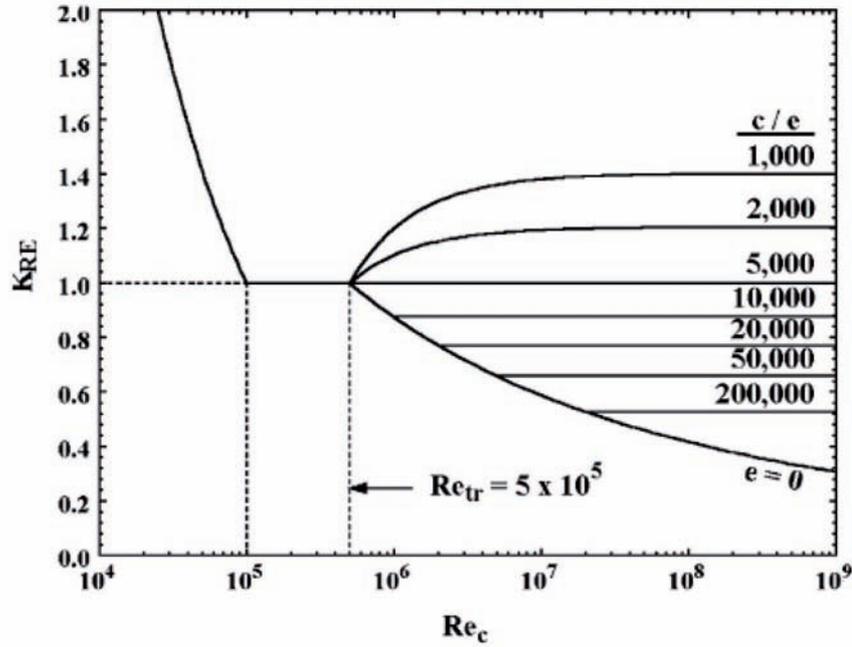


Figura 3.7: Correzione relativa al numero di Reynolds

3.6 Perdite di flusso secondario

Il coefficiente di perdita per flussi secondari è abbastanza simile al modello AMDC riportato da Dunham e Came e rivisto da Kacker e Okapuu. Il coefficiente di lift, C_L , è definito come:

$$C_L = 2 |(\tan(\alpha_2) - \tan(\alpha_1))| \frac{s}{c} \sin(\alpha_m) \quad (3.37)$$

Il coefficiente di carico di Ainley, Z , è definito come:

$$Z = \left(C_L \frac{c}{s}\right)^2 \frac{\sin^2 \alpha_2}{\sin^3 \alpha_m} \quad (3.38)$$

La direzione angolare media è data da:

$$\alpha_m = 90 - \left| \arctan \left(\frac{\tan(\alpha_1) + \tan(\alpha_2)}{2} \right) \right| \quad (3.39)$$

Una prima stima del coefficiente delle perdite secondarie è calcolata come:

$$\tilde{Y}_s = 0.0334 F_{AR} Z \frac{\sin(\alpha_2)}{\sin(\alpha_{1b})} \quad (3.40)$$

F_{AR} è una correzione del rapporto altezza-corda:

$$\begin{cases} F_{AR} = \frac{c}{h} & \text{se } \frac{h}{c} \geq 2 \\ F_{AR} = 0.5 \left(2\frac{c}{h}\right)^{0.7} & \text{se } \frac{h}{c} < 2 \end{cases} \quad (3.41)$$

Rispetto alla forma originale di Dunham e Came, Kacker e Okapuu introducono delle modifiche per migliorare la stima delle perdite ai bassi rapporti altezza-corda. Nonostante ciò risultando essa ancora troppo pessimista ai bassi rapporti altezza-pala, Aungier propone la correzione riportata nella eq. (3.41).

Per evitare che in condizioni spinte di off-design si verifichi una sovrastima delle perdite, si impone un limite asintotico superiore pari a 0.365. Il coefficiente per le perdite legate ai flussi secondari diviene allora:

$$Y_s = k_{Re} k_s \sqrt{\frac{\tilde{Y}_s^2}{1 + 7.5\tilde{Y}_s^2}} \quad (3.42)$$

k_{Re} è la medesima correzione del numero di Reynolds adottata per Y_p , mentre k_s è una forma modificata rispetto a Kacker e Okapuu della correzione per l'effetto di comprimibilità:

$$k_s = 1 - \frac{(1 - k_p) \left(\frac{b}{h}\right)^2}{1 + \left(\frac{b}{h}\right)^2} \quad (3.43)$$

detta b la proiezione assiale della lunghezza della corda c . k_s si differenzia rispetto alla formulazione originale in due aspetti. Da un lato k_p è stato modificato secondo la eq. (3.32), dall'altro Aungier aggiunge il termine a denominatore della eq. (3.43) per evitare valori eccessivamente grandi di k_s nei casi in cui b/h assume valori elevati.

3.7 Perdite al bordo di uscita

Il coefficiente di perdita dovuto al bordo di uscita viene valutato come una classica perdita di espansione per brusco allargamento. Se V_2 è la velocità dopo il miscelamento e l'angolo di flusso è approssimativamente uguale all'angolo di gauging, la larghezza effettiva del passaggio dopo il miscelamento è pari a $s \sin(\beta_g)$. La larghezza effettiva di passaggio prima del miscelamento è ridotta dallo spessore del bordo di uscita a

$s \sin(\beta_g) - t_2$. considerando la densità all'incirca costante, la perdita di pressione totale è:

$$\Delta p_0 = \frac{1}{2} \rho V_2^2 \left(\frac{s \sin(\beta_g)}{s \sin(\beta_g) - t_2} - 1 \right)^2 \quad (3.44)$$

Pertanto il coefficiente di perdita legato al bordo di uscita è:

$$Y_{te} = \frac{\Delta p_0}{2 \rho V_2^2} = \left(\frac{t_2}{s \sin(\beta_g) - t_2} \right)^2 \quad (3.45)$$

3.8 Perdite per onde d'urto

Le perdite associate alla formazione di onde d'urto vicino al mozzo e la possibilità che localmente si verifichi diffusione del flusso, vengono modellate da Aungier basandosi sul parametro X_1 , definito da:

$$\begin{cases} X_1 = 0 & \text{se } M_2 \leq 0.4 \\ X_1 = M_1 - 0.4 & \text{se } M_2 > 0.4 \end{cases} \quad (3.46)$$

Il contributo di perdita legato alla diffusione è legato al parametro X_2 :

$$\begin{cases} X_2 = 0 & \text{se } M_1 \leq M_2 \\ X_1 = \frac{M_1}{M_2} - 1 & \text{se } M_1 > M_2 \end{cases} \quad (3.47)$$

Una stima delle perdite è ottenuta da:

$$\widetilde{Y}_{sh} = 0.8X_1^2 + X_2^2 \quad (3.48)$$

ed imponendo un limite asintotico unitario:

$$Y_{sh} = \sqrt{\frac{\widetilde{Y}_{sh}^2}{1 + \widetilde{Y}_{sh}^2}} \quad (3.49)$$

3.9 Perdite di postespansione

Quando un flusso allo scarico di un palettamento è accelerato sino a raggiungere numeri di Mach superiori all'unità, si generano onde d'urto che determinano ulterio-

ri perdite, comunemente identificate come perdite di postespansione. Dunham and Came (1970) suggeriscono di tenerne conto attraverso un fattore moltiplicativo del coefficiente di perdita di profilo, pari a $1 + 60(M_2 - 1)^2$. Viene precisato dagli stessi autori che il loro modello è alquanto arbitrario e non supportato da sufficienti dati sperimentali. D'altro canto è immediato comprendere come una previsione siffatta conduca a valori di perdita palesemente sovrastimati agli alti numeri di Mach. Anche Kacker e Okapuu confermano l'inaffidabilità di tale modello, ma non offrono una alternativa. Un secondo approccio è quello presentato da Li *et al.* (2004). I due autori infatti sostengono che i fenomeni dissipativi legati al fenomeno della postespansione hanno inizio a numeri di Mach inferiori all'unità e terminano la loro azione da un certo numero di Mach in poi. Secondo questa impostazione vengono identificate relazioni di tipo empirico che consentono di stabilire l'intervallo di azione delle perdite, in funzione dell'angolo di gauging. Tuttavia, pur riconoscendo l'indubbio miglioramento rispetto alle correlazioni precedentemente citate, questo modello di perdita, per ammissione dei suoi stessi autori, cade in difetto quando si devono trattare flussi fortemente supersonici ($M_2 > 1.2$), essenzialmente a causa delle ipotesi fortemente semplificative con cui viene stabilito l'estremo superiore dell'intervallo di esistenza delle perdite.

Secondo Aungier, non essendoci motivo per affermare che le perdite di postespansione debbano essere legate a quelle di profilo, propone un contributo di perdita a se stante, secondo la:

$$Y_{ex} = \left(\frac{M_2 - 1}{M_2} \right)^2 \quad (3.50)$$

3.10 Perdite di trafilamento

Il coefficiente per le perdite di trafilamento per pale non ricoperte è mutuato direttamente dal metodo di Dunham e Came. Detto δ il gioco radiale tra l'apice della pala e la cassa e Z il coefficiente di carico secondo Ainley, già definito nella eq. (3.38), le perdite per trafilamento sono date dalla:

$$Y_{cl} = 0.47Z \frac{c}{h} \left(\frac{\delta}{c} \right)^{0.78} \quad (3.51)$$

Capitolo 4

Modello ed ottimizzazione dello stadio

4.1 Analisi dello stadio ripetuto

Il modello sviluppato si riferisce ad un singolo stadio di una turbina assiale di tipo a *stadi ripetuti* (Korpela, 2011), con diametro medio quadratico costante. Con questa espressione si intende:

$$\begin{cases} V_{x1} = V_{x2} = V_{x3} \\ V_1 = V_3 \end{cases} \quad (4.1)$$

Il lavoro specifico prodotto dallo stadio è dato da:

$$l = h_{01} - h_{03} = u(V_{u2} - V_{u3}) = u(w_{u2} - w_{u3}) \quad (4.2)$$

La eq. (4.2), considerato che $V_x = w_x$ e costante lungo lo stadio, può essere riscritta come:

$$l = uV_x(\tan(\alpha_2) - \tan(\alpha_3)) = uV_x(\tan(\beta_2) - \tan(\beta_3)) \quad (4.3)$$

Si considerano i parametri di similitudine ϕ , *coefficiente di flusso*, e Ψ *coefficiente di carico*, definiti dalle:

$$\phi = \frac{V_x}{u} \quad (4.4)$$

$$\Psi = \frac{\Delta h_0}{u^2} = \frac{h_{01} - h_{03}}{u^2} \quad (4.5)$$

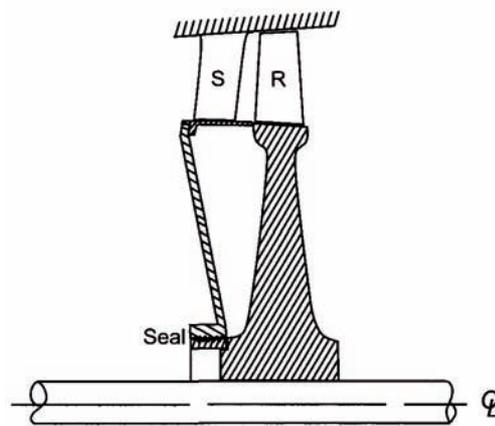


Figura 4.1: Stadio di turbina assiale

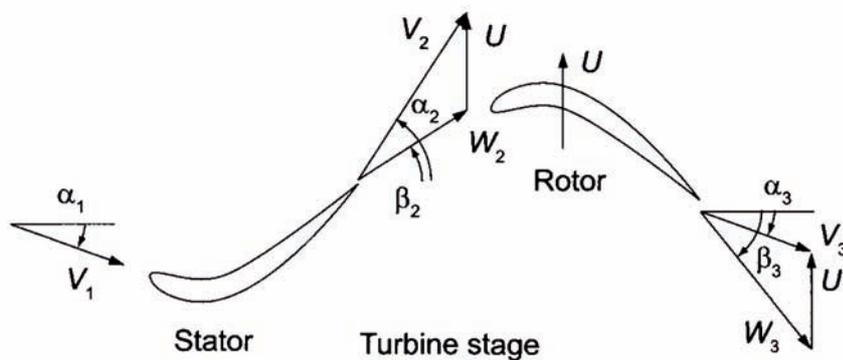


Figura 4.2: Triangoli delle velocità per stadio di turbina assiale

E' qui opportuno chiarire esplicitamente *dove* una generica grandezza viene valutata. Se la variabile in questione è funzione della coordinata radiale (come u), la si

deve considerare riferita alla posizione individuata da r_{rms} , mentre se si tratta di una grandezza di sezione (come la portata volumetrica \dot{V}), la si deve considerare riferita alla sezione di scarico β . Nel capitolo 2 si sono definite la cifra caratteristica di flusso φ e quella di pressione ψ , le cui definizioni, adattate a quanto detto sopra, sono:

$$\varphi = \frac{\dot{m}}{\rho_{03}\omega d_{rms}^3} \quad (4.6)$$

$$\psi = \frac{\Delta h_{0s}}{u^2} = \frac{h_{01} - h_{03ss}}{u^2} \quad (4.7)$$

Esse sono univocamente legate al coefficiente di flusso ϕ e a quello di carico Ψ attraverso le seguenti equazioni:

$$\phi = \frac{2}{\pi} \frac{1 + \lambda_3^2}{1 - \lambda_3^2} \varphi \quad (4.8)$$

$$\Psi = \eta_{tt} \psi \quad (4.9)$$

in cui $\lambda_3 = \frac{d_{h3}}{d_{t3}}$ e $\eta_{tt} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{03ss}}$ è il rendimento *total-to-total*. La eq. (4.8) è facilmente ricavabile dalla medesima definizione di ϕ , tenuto conto che valgono le:

$$\begin{cases} A_3 = \frac{\pi}{4} d_{t3}^2 (1 - \lambda_3^2) \\ \frac{d_m}{d_{t3}} = \sqrt{\frac{1 + \lambda_3^2}{2}} \end{cases} \quad (4.10)$$

Dividendo ambo i membri della eq. (4.3) per u^2 , si ottiene l'equazione di Eulero in forma adimensionale:

$$\Psi = \phi(\tan(\alpha_2) - \tan(\alpha_3)) \quad (4.11)$$

Oltre a ϕ e Ψ si introduce il grado di reazione R , rapporto tra il salto entalpico statico nel rotore e quello statico attraverso l'intero stadio:

$$R = \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_3} = \frac{h_1 - h_3 - (h_1 - h_2)}{h_1 - h_3} = 1 - \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_3} \quad (4.12)$$

Il grado di reazione può essere correlato agli angoli di flusso osservando che $V_1^2 = V_{x1}^2 + V_{u1}^2$ e $V_2^2 = V_{x2}^2 + V_{u2}^2$; inoltre, valendo $V_{x1} = V_{x2}$, il salto entalpico attraverso il rotore può essere scritto come:

$$h_1 - h_2 = \frac{1}{2}(V_{u2}^2 - V_{u1}^2) = \frac{1}{2}V_x^2(\tan^2(\alpha_2) - \tan^2(\alpha_1))$$

Per uno stadio normale $V_1 = V_3$, perciò $h_1 - h_3 = h_{01} - h_{03}$. Con $l = h_{01} - h_{03}$, la eq. (4.24) può essere riscritta come:

$$R = 1 - \frac{V_x^2 \tan^2(\alpha_2) - \tan^2(\alpha_3)}{2\Psi u^2} = 1 - \frac{\phi^2}{2\Psi}(\tan^2(\alpha_2) - \tan^2(\alpha_3)) \quad (4.13)$$

Sostituendo Ψ dalla eq. (4.11), si ottiene:

$$R = 1 - \frac{1}{2}\phi(\tan \alpha_2 + \tan(\alpha_3)) \quad (4.14)$$

Le eq. (4.11) e (4.14) scritte come:

$$\begin{cases} \tan(\alpha_2) - \tan(\alpha_3) = \frac{\Psi}{\phi} \\ \tan(\alpha_2) + \tan(\alpha_3) = \frac{2-2R}{\phi} \end{cases} \quad (4.15)$$

le quali, risolte per gli angoli, danno:

$$\begin{cases} \tan(\alpha_3) = \frac{1-R-\Psi/2}{\phi} \\ \tan(\alpha_2) = \frac{1-R+\Psi/2}{\phi} \end{cases} \quad (4.16)$$

Simili espressioni possono essere sviluppate per gli angoli di flusso associati alle velocità relative dei triangoli delle velocità di rotore. Analogamente alla eq. (4.15):

$$\begin{cases} \tan(\beta_2) - \tan(\beta_3) = \frac{\Psi}{\phi} \\ \tan(\beta_2) + \tan(\beta_3) = -\frac{2R}{\phi} \end{cases} \quad (4.17)$$

che risolte per gli angoli di flusso delle velocità relative, danno:

$$\begin{cases} \tan(\beta_3) = -\frac{R+\Psi/2}{\phi} \\ \tan(\beta_2) = -\frac{R-\Psi/2}{\phi} \end{cases} \quad (4.18)$$

4.2 Variabili di input

Costituiscono le variabili di input del problema di ottimizzazione ed appartengono a quattro tipologie:

- *proprietà termodinamiche del fluido*. I calcoli termodinamici sono effettuati senza ricorrere all'ipotesi di gas perfetto, ma valutando direttamente le coordinate termodinamiche attraverso il diagramma di stato della sostanza considerata. Le proprietà impiegate sono l'entalpia, l'entropia, la temperatura, la pressione e la velocità del suono. Avendo a che fare con una sostanza pura la generica coordinata termodinamica è da intendersi come funzione di altre due;
- *stato termodinamico all'ingresso ed all'uscita*. Consiste nel definire gli estremi dell'espansione sul piano entalpia-entropia. Il punto di ingresso 1 viene individuato completamente fissando l'isobara di evaporazione p_1 ed un ΔT di surriscaldamento; per il punto di uscita viene invece vincolata la sola pressione di condensazione p_3 ;
- *portata massica \dot{m} fluente nella macchina*: rispetto alle variabili precedenti è l'unica grandezza estensiva;
- *assetto dei triangoli delle velocità*. Viene individuato fornendo la terna di valori (Ψ, ϕ, R) .

Riassumendo, il set delle variabili di input é:

$$\underbrace{\{fluido, T_{evap.}, \Delta T_{surr.}, T_{cond.}, \dot{m}, \Psi, \phi, R\}}_{n=8} \quad (4.19)$$

Il surriscaldamento $\Delta T_{surr.}$ e la $T_{cond.}$ sono mantenuti sempre fissi rispettivamente a $2^\circ C$ e $33^\circ C$; ciascuna delle altre variabili varia in maniera discreta all'interno dei seguenti intervalli, dei quali viene indicato l'estremo inferiore, il passo e l'estremo superiore:

$$fluido \in (R245fa)$$

$$T_{evap.} \in (50 : 10 : 110)$$

$$\dot{m} \in (10 : 20 : 100)$$

$$\Psi \in (0.8 : 0.05 : 2.80)$$

$$\phi \in (0.40 : 0.05 : 0.90)$$

$$R \in (0.10 : 0.05 : 0.60)$$

Se in grassetto si identifica l'insieme dei valori assunti dalla variabile medesima, i valori assunti dal vettore delle variabili indipendenti sarà, di volta in volta, una delle n-uple ordinate derivanti dal seguente prodotto cartesiano:

$$\mathbf{fluido} \times \mathbf{T}_{evap.} \times \mathbf{\Delta T}_{surr.} \times \mathbf{T}_{cond.} \times \mathbf{\dot{m}} \times \mathbf{\Psi} \times \mathbf{\phi} \times \mathbf{R} \quad (4.20)$$

4.3 Variabili di ottimizzazione

Per ciascuna delle n-uple costituenti il vettore delle variabili indipendenti, ovvero per ciascun elemento dell'insieme riportato nella eq. (4.20), si sceglie una combinazione di variabili di ottimizzazione tale da minimizzare le perdite di pressione totale e quindi di massimizzare il rendimento. Nel modello di turbina assiale monostadio sviluppato il set di variabili, sufficienti a definire completamente la geometria, sottoposte ad ottimizzazione è:

$$\underbrace{\left\{ \lambda_1, b_N, \left(\frac{S}{C} \right)_N, b_R, \left(\frac{S}{C} \right)_R \right\}}_{m=5} \quad (4.21)$$

Si puntualizza che le variabili di input e di ottimizzazione sono state definite come tali in relazione al problema dell'ottimizzazione dello stadio di turbina: in seguito sarà necessario andare a ricercare le condizioni ottime tra quelle ottime, secondo modalità che saranno chiarite.

4.4 Vincoli

Nella ricerca del set di valori delle variabili oggetto di ottimizzazione si devono tenere presente una serie di vincoli, ovvero una serie di equazioni e disequazioni che devono essere verificate dai valori scelti per le variabili eq. (4.21). Tali vincoli agiscono nel codice di calcolo secondo due diverse modalità: limitando *ex ante* l'intervallo di variabilità entro cui può essere scelta la variabile da ottimizzare; scartando *ex post* una configurazione di stadio. Tale distinzione è affatto artificiosa, ma è diretta conseguenza di quali variabili il vincolo coinvolge: se è relativo ad una sola variabile di

ottimizzazione agirà secondo la prima modalità, se è relativo a più variabili di ottimizzazione o a variabili di ottimizzazione e di output o alle sole variabili di output, agirà in base alla seconda. Ad esempio il vincolo che limita inferiormente e superiormente la scelta sulla corda assiale b è del tipo *ex ante*, mentre la limitazione al semiangolo di apertura del condotto conico (il cosiddetto *angolo di flaring*) è del tipo *ex post*, non essendo il legame tra le variabili di ottimizzazione e l'angolo di flaring di tipo esplicito nell'accezione matematica del termine.

L'esistenza dei vincoli deriva dal fatto che alcune variabili non possono superare i limiti imposti da considerazioni economiche o tecnologiche, tra cui: velocità periferica, regime di rotazione, numero di pale ecc. Oppure, come nel caso del già citato angolo di flaring, bisogna tenere conto dei limiti di validità intrinseci delle correlazioni di perdita e di un approccio di design a linea media (infatti se l'angolo di flaring assume valori eccessivamente alti, le grandezze meccaniche e termodinamiche valutate sulla linea media di una sezione non sono più, da sole, sufficienti a descrivere in maniera accettabile quello che accade nell'intera sezione: una analisi bidimensionale diviene ineludibile).

Da ultimo si sottolinea che alcune variabili geometriche (gioco radiale δ , rugosità superficiale assoluta della pala e , spessore del bordo di uscita t) non devono essere sottoposte a procedura di ottimizzazione, poiché l'ovvio risultato sarebbe quello di portarne i valori al limite tecnologico consentito.

Rispetto a quest'ultimo punto è di capitale importanza esplicitare la modalità attraverso cui interagiscono tra loro due aspetti: la taglia della macchina ed i valori delle variabili δ , gioco radiale, e , rugosità superficiale, t , spessore della pala al bordo di uscita.

Già nel capitolo 2 si è ricordato che una delle condizioni necessarie per rendere lecito il trasferimento dei risultati di uno studio di ottimizzazione condotto su una macchina ad un'altra, è il rispetto rigoroso della similitudine geometrica. Questa esigenza però si scontra con l'impossibilità operativa, raggiunto un limite tecnologico minimo, di riscalarlo δ , e , t (da cui discende la necessità di ricorrere a *SP*) per mantenere costante il rapporto tra esse ed il diametro di riferimento d . Nel modello l'attribuzione dei valori

numerici alle variabili δ , e , t deve quindi riflettere tale situazione.

La sintassi logica impiegata nel modello per ottemperare a tale obiettivo è:

```

se  $d \cdot cost < g_{tl}$ 
 $g = g_{tl}$ 
altrimenti
 $g = d \cdot cost$ 

```

in cui g è il valore calcolato che deve assumere la variabile corrente (al esempio δ), g_{tl} rappresenta il suo valore al limite tecnologico, ovvero il valore minimo, la costante $cost$, che deve essere opportunamente tarata in base alla grandezza g considerata, rappresenta il rapporto fisso tra la grandezza g ed il diametro d della macchina, che normalmente si incontra nella buona pratica progettuale al di sopra del limite tecnologico, ove la similitudine geometrica è preservabile. In altre parole, procedendo verso le taglie inferiori, e quindi verso diametri di macchina d via via minori, la grandezza g si riduce progressivamente per mantenere fisso a $cost$ il rapporto $\frac{g}{d}$, fintantoché, raggiunto il suo limite tecnologico, g_{tl} , essa assume, da lì in poi, valore fisso pari a g_{tl} . Consonni (1992) evidenzia che la scelta di g e g_{tl} è delicata e concorre a determinare la dipendenza dei risultati dell'ottimizzazione dal size parameter SP .

La tabella (4.1) riporta i vincoli impiegati; la tabella (4.2) evidenzia le grandezze responsabili del mancato conseguimento della similitudine geometrica alle piccole taglie.

Tabella 4.1: Vincoli adottati nell'algoritmo di ottimizzazione

	estremo inferiore	estremo superiore	unità di misura
λ_1	0.30	0.95	-
λ_3	0.30	1	-
FL_N	-20	20	°
FL_R	-25	25	°
$(\frac{h}{d})_3$	0	0.25	-
$\arcsin(\frac{\rho}{s})_N$	13	60	°
$\arcsin(\frac{\rho}{s})_R$	13	60	°
$(\frac{b}{d})_N$	0	0.25	-
$(\frac{b}{d})_R$	0	0.25	-
b_N	3	100	mm
b_R	3	100	mm
o_N	1.5	100	mm
o_R	1.5	100	mm
z_N	10	100	-
z_R	10	100	-

Tabella 4.2: Grandezze responsabili dell'effetto scala ed attribuzione dei rispettivi valori (m)

e	2×10^{-6}
δ	$\max(0.0010 \vee 5 \times 10^{-4}d)$
t	$\max(0.001 \vee 0.05 o)$

4.5 Struttura dell'algoritmo di ottimizzazione

Il modello di ottimizzazione è stato implementato in ambiente *MATLAB*, interfacciando quest'ultimo con il database di proprietà termodinamiche *NIST REFPROP*.

Come in ogni problema di ricerca dell'ottimo, il metodo di risoluzione seguito per il singolo set di variabili indipendenti non è lineare, ma richiede iterazioni interne per andare a convergenza e per aggiornare i valori di primo tentativo assunti arbitrariamente per avviare il calcolo. Appare qui opportuno, per chiarire nello specifico le scelte effettuate e l'architettura complessiva del codice di calcolo, mettere in evidenza la struttura del programma, dando spiegazione più estesa solamente dei passaggi meno immediati. Per individuare gli stati termodinamici del fluido di lavoro nel corso dell'espansione si fa riferimento alla fig.4.3.

Assegnate le variabili indipendenti riportate in (4.19), sono immediatamente calcolabili le coordinate termodinamiche del punto 1 e del punto 3_{SS} , nonché, rispetto ad entrambe le convenzioni presentate nel capitolo 3, attraverso le eq. (4.16) e le eq. (4.18), le variabili dipendenti:

$$\alpha_1, \alpha_2, \beta_2, \alpha_3, \beta_3, \alpha_m, \beta_m \quad (4.22)$$

Assumendo un rendimento total-to-total η_{tt} di primo tentativo si valuta h_3 direttamente dalla definizione di η_{tt} :

$$\eta_{tt} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{03ss}} = \frac{h_1 - h_3}{h_1 - h_{3ss}} \rightarrow h_3 = h_1 - \eta_{tt}(h_1 - h_{3ss}) \quad (4.23)$$

Nella eq. (4.23) è stata adottata la semplificazione $V_{3ss} = V_3$, destinata però ad essere superata subito dopo attraverso una iterazione interna. Infatti, valutate, rispettivamente da R , Ψ e ϕ :

$$R = \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_3} \rightarrow h_2 = R(h_1 - h_3) + h_3 \quad (4.24)$$

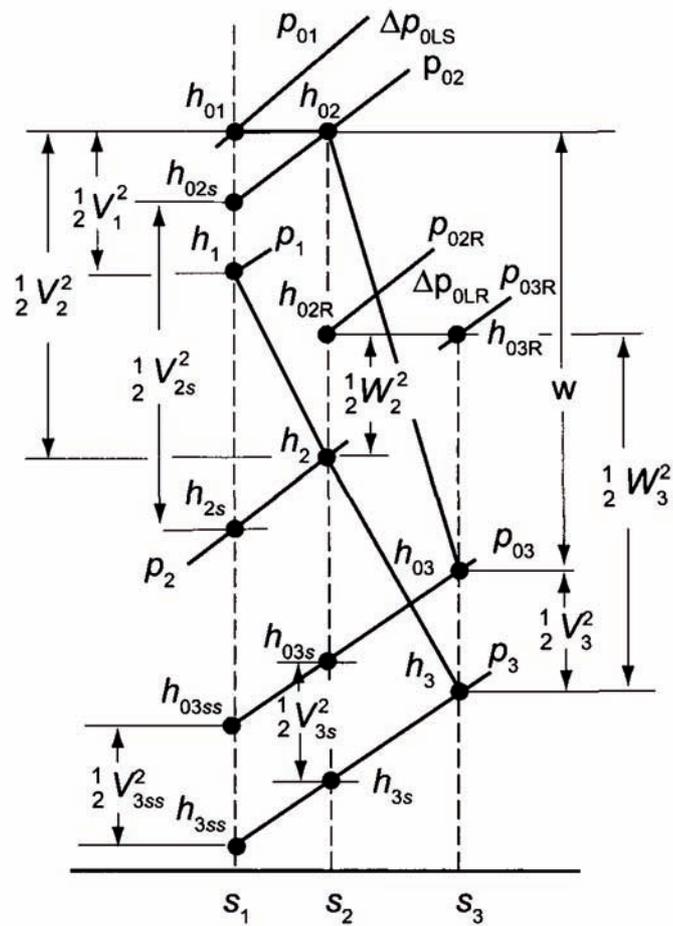


Figura 4.3: Stati termodinamici dell'espansione attraverso uno stadio di turbina assiale nel piano entalpia-entropia. La linea continua spessa che connette i punti 1–3 e 01–02–03 non è da intendersi come una “traccia” della trasformazione termodinamica

$$\Psi = \frac{h_1 - h_3}{u^2} \rightarrow u = \sqrt{\frac{h_1 - h_3}{\Psi}} \quad (4.25)$$

$$\phi = \frac{V_x}{u} \rightarrow V_x = \phi u \quad (4.26)$$

è possibile calcolare, tramite considerazioni trigonometriche fondamentali, V_1 , V_2 , w_2 , V_3 , w_3 e u , definendo appieno tutti i triangoli delle velocità. Dai moduli delle velocità si quantificano le grandezze totali h_{01} , h_{03} e p_{03} , si valuta h_{03ss} e quindi si ricalcola, stavolta senza assumere $V_{3ss} = V_3$, h_3 . Questo nuovo valore di h_3 rientrerà nella eq. (4.24), aggiornando tutti i valori delle grandezze seguenti (poche iterazioni sul valore di h_3 sono sufficienti ad arrivare a convergenza).

Tutte le grandezze totali, assolute e relative, sono ora facilmente calcolabili ed in particolare si può quantificare il rapporto di espansione volumetrico VR e l'area di passaggio A_1 direttamente dall'equazione di continuità. Come per le altre coordinate termodinamiche, si valutano le velocità del suono nei punti 1 e 3 ed i rispettivi numeri di Mach, assoluti o relativi.

E' importante precisare che a questo punto della procedura il punto 2 non è completamente individuato nel diagramma di stato, perché l'unica coordinata nota è l'entalpia. Per questo motivo è necessario fare una assunzione, ragionevole, su un'altra variabile termodinamica, ad esempio la pressione, in modo da definire appieno lo stato 2: così facendo anche il numero di Mach nello stato 2 è ora calcolabile; l'assunzione su p_2 si rifletterà direttamente, come evidenziato più oltre, anche sulla determinazione delle aree di efflusso.

Per quanto riguarda la determinazione della geometria meridiana, intesa come rapporto tra il diametro all'apice della pala e al mozzo, di seguito λ , alle varie posizioni longitudinali lungo l'asse della macchina, si può dimostrare che la scelta di λ in una data sezione determina univocamente la geometria della macchina in tutte le sezioni a valle. La correttezza dell'asseverazione precedente è diretta conseguenza delle ipotesi di velocità di attraversamento V_x e diametro medio quadratico d (che d'ora in poi sostituirà, con pari significato il simbolo d_{rms}) costanti lungo l'intero sviluppo assiale della turbina.

Indicata con i una generica sezione di monte e con j una generica sezione di valle, tenendo conto della costanza di d :

$$\begin{cases} d = \sqrt{\frac{d_{it}^2 + d_{ih}^2}{2}} \\ d = \sqrt{\frac{d_{jt}^2 + d_{jh}^2}{2}} \end{cases} \rightarrow d_{it}^2 + d_{ih}^2 = d_{jt}^2 + d_{jh}^2 \quad (4.27)$$

e per l'equazione di continuità:

$$\rho_i A_i V_x = \rho_j A_j V_x \rightarrow \rho_i (d_{it}^2 - d_{ih}^2) = \rho_j (d_{jt}^2 - d_{jh}^2) \quad (4.28)$$

Inoltre, per definizione:

$$\begin{cases} \lambda_i = \frac{d_{ih}}{d_{it}} \rightarrow d_{ih} = \lambda_i d_{it} \\ \lambda_j = \frac{d_{jh}}{d_{jt}} \rightarrow d_{jh} = \lambda_j d_{jt} \end{cases} \quad (4.29)$$

Sostituendo le eq. (4.29) nella eq. (4.27) e nella eq. (4.28) e dividendo membro a membro le equazioni risultanti, si ottiene:

$$\frac{1 + \lambda_i^2}{\rho_i (1 - \lambda_i^2)} = \frac{1 + \lambda_j^2}{\rho_j (1 - \lambda_j^2)} \quad (4.30)$$

dalla quale, posto $VR = \frac{\rho_i}{\rho_j}$, si dimostra quanto affermato precedentemente:

$$\lambda_j = \sqrt{\frac{1 + \lambda_i^2 - VR(1 - \lambda_i^2)}{1 + \lambda_i^2 + VR(1 - \lambda_i^2)}} \quad (4.31)$$

Dalla eq. (4.31) si deduce che, affinché $\lambda_j \geq \lambda_{j \min}$, deve essere:

$$\lambda_1 \geq \sqrt{\frac{VR - 1 + \lambda_{j \min}^2 (VR + 1)}{VR + 1 + \lambda_{j \min}^2 (VR - 1)}} \quad (4.32)$$

La eq. (4.32) consente quindi, data la stima sul VR , di limitare notevolmente l'intervallo entro il quale poter scegliere la variabile λ_1 . La scelta del rapporto passocorda viene effettuata, come suggerito da Aungier, in modo da ottenere un minimo delle perdite di profilo; l'angolo di gauging per statore e rotore é calcolabile con la eq. 3.9, mentre l'angolo di calettamento è valutato, su base statistica, dalla:

$$\gamma_N = \frac{180 - \alpha_1 + 1.5\beta_{gN}}{2.5} \quad (4.33)$$

per lo statore e dalla:

$$\gamma_R = \frac{180 - \beta_2 + 1.5\beta_{gR}}{2.5} \quad (4.34)$$

per il rotore.

Quanto riportato da questo punto in poi dovrà essere ripetuto per tutte le possibili coppie $\lambda_1 - b_N$.

Scelta una coppia $\lambda_1 - b_N$ è possibile calcolare le seguenti grandezze:

$$c_N = \frac{b_N}{\sin(\gamma_N)} \quad (4.35)$$

$$d = A_1 \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{1 + \lambda_1^2}{1 - \lambda_1^2}} \quad (4.36)$$

$$\begin{cases} alt_1 = \sqrt{\frac{A_1}{\pi} \frac{1 - \lambda_1}{1 + \lambda_1}} \\ alt_2 = \frac{d}{2} (1 - \lambda_2) \sqrt{1 + \lambda_2^2} \end{cases} \quad (4.37)$$

in cui le eq. (4.37) discendono da semplici considerazioni geometriche e consentono di valutare l'altezza media di statore $alt_N = (alt_1 + alt_2)/2$ con cui costruire l'aspect ratio alt/c da cui si derivano le perdite secondarie. Si precisa che la λ_2 presente nella eq. (4.37) è stata calcolata attraverso la eq. (4.31) valutata per $VR = VR_N = \frac{\rho_1}{\rho_2}$, in cui $\rho_2 = f(h_2, p_2)$, dove p_2 è quella assunta precedentemente. Il passo s , la larghezza della sezione di gola o ed il numero di pale z_N sono immediatamente ricavabili:

$$s = \frac{s}{c} c_N \quad (4.38)$$

$$o = \sin(\beta_g) s \quad (4.39)$$

$$z_N = \pi \frac{d}{s} \quad (4.40)$$

Seguendo il modello del calcolo delle perdite indicato nel capitolo 3 è possibile calcolare completamente le perdite dello statore Y_N . Prodotte tutte le possibili combinazioni di statore $\lambda_1 - b_N$, viene effettuato un filtraggio delle soluzioni, scartando

quelle configurazioni di statore che non rispettano i vincoli imposti (ad esempio quello sull'angolo di flaring). Tra le restanti, viene scelta quella a cui è associato il minimo valore di Y_N .

A questo punto lo statore è ottimizzato ed è definita la sua geometria, è possibile posizionare completamente nel piano il punto 2.

Ancora una volta si deve procedere iterativamente. Dalla definizione di Y_N :

$$Y_N = \frac{p_{01} - p_{02}}{p_{02} - p_2} = \frac{p_{01} - f(h_{02}, s_2)}{f(h_{02}, s_2) - p_2} = \frac{p_{01} - f(h_{02}, g(h_2, p_2))}{f(h_{02}, g(h_2, p_2)) - p_2} \quad (4.41)$$

si è ricavata una equazione termodinamica nella sola incognita p_2 ; essa viene risolta semplicemente sostituendovi dei valori di p_2 di tentativo, fino a verificarla entro una certa tolleranza.

Posizionato completamente il punto 2, si valuta, tra le altre, il rapporto di espansione volumetrica dello statore $VR_N = \frac{\rho_1}{\rho_2}$ e del rotore $VR_R = \frac{VR}{VR_N}$ e si ricalcola con VR_N , attraverso la eq. (4.31), la λ_2 . Con la nuova λ_2 e VR , si rivaluta alt_2 con la seconda delle eq. (4.37), si ricavano λ_3 con la eq. (4.31) e alt_3 e, da alt_2 e alt_3 , l'altezza media di rotore alt_R . Anche i vari diametri sono facilmente calcolabili.

La parte del modello relativa al rotore ricalca per gran parte quella dello statore, dunque se ne metteranno in risalto solo le differenze. Essendo la geometria meridiana già determinata, l'unica variabile da ottimizzare è la corda assiale b_R , scelta la quale diventa possibile valutare tutti i contributi di perdita e quindi Y_R . Filtrando i dati attraverso i vincoli, si individua la corda assiale b_R e quindi l'assetto del rotore che minimizza le perdite Y_R e per esso viene valutata, questa volta direttamente, p_{03R} :

$$Y_R = \frac{p_{02R} - p_{03R}}{p_{03R} - p_3} \rightarrow p_{03R} = \frac{p_{02R} + Y_R p_3}{1 + Y_R} \quad (4.42)$$

Nota p_{03R} si ricava un valore di h_3 , ovviamente diverso da quello ottenuto all'inizio della procedura:

$$h_3 = f(p_3, s_3) = f(p_3, g(h_{03R}, p_{03R})) \quad (4.43)$$

e con esso si aggiorna il valore del rendimento η_{tt} , concludendo una prima iterazione.

A questo punto è necessario reiterare per intero quanto fin qui fatto in modo che ci sia eguaglianza, entro una certa tolleranza, tra le grandezze assunte (η_{tt} e p_2) ed il valore per esse calcolato all'interno del modello. In altre parole si porta a convergenza il metodo.

Per fare questo i valori calcolati di η_{tt} e p_2 a valle della prima iterazione costituiscono i valori di assunzione nella seconda iterazione. Ripetendo la sequenza di operazioni un numero sufficiente di volte il design dell'espansore per un dato set di variabili indipendenti è completato.

4.6 Limiti del modello e possibili sviluppi

Una caratteristica saliente del modello di ottimizzazione elaborato risiede nella modalità con cui vengono individuati i valori delle variabili dipendenti, ovvero di come viene implementato nel codice di calcolo il problema matematico di ottimizzazione. In assoluta generalità, in ogni problema di ottimizzazione è sempre possibile individuare una funzione obiettivo che si desidera minimizzare o massimizzare, agendo sui valori assunti dalle variabili dipendenti. Nel caso della progettazione dell'espansore la naturale funzione obiettivo da massimizzare è il rendimento, ma nel modello qui presentato si è deciso di determinare in sequenza e non congiuntamente prima la geometria dello statore e poi quella del rotore, basandosi sulla minimizzazione dei coefficienti di perdita di pressione totale. In altri termini è come se la definizione della geometria ottima dello statore venisse stabilita a prescindere da quanto accade nel rotore, con il rischio che una geometria che garantisce un funzionamento efficiente dello statore (ovvero che minimizza Y_N), vincoli in partenza il rotore ad assumere una geometria tale da determinare un rendimento complessivo della macchina inferiore al massimo possibile.

In maniera ancora più esplicita la questione che si vuole porre può essere condensa-

ta nel modo seguente: stabilito che le scelte sulla geometria dello statore influenzano anche le prestazioni del rotore, la decisione di definire la geometria dello statore sulla base del minimo coefficiente di perdita statorico, non garantisce che la macchina nel suo complesso consegua il massimo rendimento.

Inoltre una seconda obiezione che può essere mossa nei confronti del modello è che, per come è strutturato, il design ottimo risultante è il medesimo sia se si richiede la massimizzazione del rendimento total-to-total, sia total-to-static, proprio come conseguenza del fatto che non si ottimizza rispetto al rendimento. In realtà chi scrive ha avuto modo di verificare che anche qualora l'ottimizzazione dello statore e del rotore venisse effettuata in maniera congiunta (ovvero, per un dato set di variabili indipendenti, si considerano tutte le possibili combinazioni di variabili dipendenti) rispetto alla funzione obiettivo rendimento, total-to-total o total-to-static, i risultati sarebbero circa gli stessi. Questa secondo approccio però, formalmente più corretto sul piano analitico, risulta estremamente più oneroso dal punto di vista computazionale, giacché le combinazioni delle variabili dipendenti da vagliare aumentano esponenzialmente (si ribadisce che la ricerca dell'ottimo viene effettuata secondo un metodo di forza bruta e non con l'impiego di tecniche numeriche).

Il motivo per il quale, nonostante si ottimizzi rispetto al rendimento, non si hanno output differenti a seconda che il rendimento sia total-to-total o total-to-static, deve essere ricercato nella natura stessa del sottoinsieme di macchine assiali oggetto dell'analisi. Per macchine a stadi ripetuti la velocità di attraversamento assiale si mantiene costante ed è determinata, scelti gli estremi dell'espansione, dalla coppia Ψ - ϕ , dunque ne deriva che, per una data portata massica, non è l'area di passaggio all'uscita a vincolare la velocità assiale, ma viceversa. Ciò dimostra che un aumento della variabile dipendente λ_1 , che di fatto determina un aumento del diametro medio della macchina, non è in grado di aumentare l'area allo scarico, ovvero di diminuire l'energia cinetica allo scarico, ovvero di incrementare il rendimento total-to-static.

Un ulteriore limite del modello riguarda l'aver trascurato la deviazione all'uscita della pala nel caso supersonico, nonché la mancata definizione, ove necessario, dell'ampiezza della sezione di gola ed il suo coinvolgimento nella definizione della geometria

della schiera.

Le estensioni/miglioramenti futuri dello studio presentato possono essere:

- abbandonare l'ipotesi di stadio ripetuto e di diametro medio di macchina costante, analizzando anche soluzioni a più stadi;
- adottare una tecnica di ottimizzazione di tipo numerico o genetico, specificando come funzione obiettivo il rendimento e rendere variabile di decisione sia il rapporto passo-corda, sia l'angolo di calettamento;
- abbandonare l'approccio di analisi di linea media in favore di una analisi quasi-bidimensionale, nel senso che le grandezze cinematiche vengono valutate esplicitamente in più posizioni lungo la direzione radiale e poi mediate nella sezione;
- considerare con maggiore dettaglio la geometria degli ugelli convergenti-divergenti;
- verificare, con dati forniti dai costruttori, la validità delle relazioni con cui si sono determinati gli spessori di pala al bordo di uscita e i giochi radiali;
- indagare la relazione tra prestazioni-geometria della macchina e fluido di lavoro.

Capitolo 5

Risultati e mappe di funzionamento

5.1 Diagrammi di Smith

Come ampiamente delineato nel capitolo 2 il rendimento di una turbomacchina dipende da quattro parametri di similitudine: n_s , d_s , VR e SP . Di fatto il size parameter SP è funzione principalmente dalla portata massica \dot{m} (le altre dipendenze sono infatti smorzate dai relativi esponenti minori dell'unità), mentre il rapporto di espansione volumetrico VR è determinato, fissata la pressione di condensazione p_3 , dalla temperatura di evaporazione T_{evap} . Per questo motivo se si vincolano le variabili indipendenti \dot{m} e T_{evap} , le configurazioni di macchina derivanti da una arbitraria terna di valori (Ψ, ϕ, R) sono, entro ragionevole approssimazione, tutte accomunate dai medesimi valori di SP e VR .

Conseguentemente è possibile ottenere una serie di diagrammi analoghi alla *Smith chart*, in cui il rendimento è funzione dei parametri adimensionali ϕ e Ψ (R viene ottimizzato) per una data coppia SP - VR . Nei diagrammi presentati di seguito, ove

non diversamente indicato, si fa riferimento ad una forma di rendimento che, per praticità, si definisce ibrida, η_{ib} , tra quella *total-to-total* e *total-to-static*.

Per essa si immagina di poter recuperare attraverso un diffusore metà del contenuto cinetico assiale allo scarico:

$$\eta_{ib} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{3ss} - 0.5 \frac{V_x^2}{2}} \quad (5.1)$$

Si esamina dapprima l'andamento del rendimento nella Smith chart per il caso con $T_{evap} = 100^\circ C$ e $\dot{m} = 50 kg/s$: per essa $VR \approx 7$ e $SP \approx 0.16$.

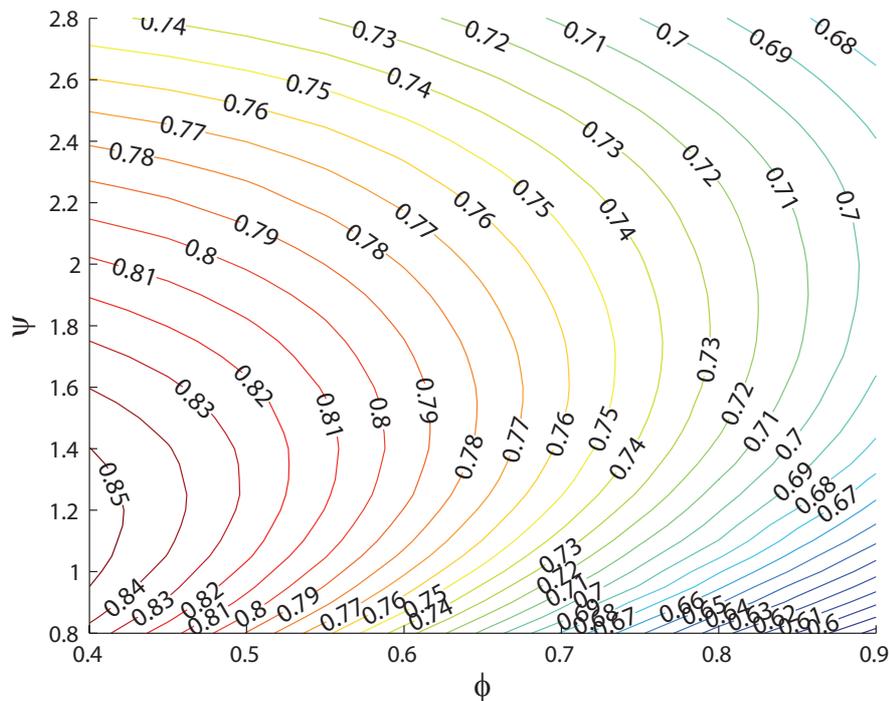


Figura 5.1: Smith chart rispetto al rendimento η_{ib} per $T_{evap} = 100^\circ C \rightarrow$
 $VR \approx 7$ e $\dot{m} = 50 kg/s \rightarrow SP \approx 0.16$

I rendimenti più alti si ottengono nell'intorno di $\phi \approx 0.4$ e $\Psi \approx 1.2$, mentre quelli più bassi nella regione a $\phi \approx 0.9$ e $\Psi \approx 0.8$. La ragione di tale distribuzione deve essere ricercata nella entità e nella composizione interna delle perdite: si riporta quindi, per i quattro punti estremi della Smith chart la scomposizione delle perdite, nonché altre grandezze significative.

Tabella 5.1: Principali parametri di funzionamento e scomposizione delle perdite per $\dot{m} = 50\text{kg/s}$ e $T_{evap} = 100^\circ\text{C} \rightarrow VR \approx 7$

	ϕ	0.4	
	Ψ	0.8	
	n_s	1.11	
	R	0.55	
	η	0.836	
	V_x	77.8	
	d	0.29	
	ω	1363	
	u	194	
	statore	rotore	
<i>Mach ingresso</i>	0.63	0.61	
<i>Mach uscita</i>	1.34	1.40	
<i>deflessione</i>	58	47	
<i>h/c</i>	0.47	0.69	
<i>t/o</i>	7.69%	5.05%	
<i>δ/h</i>		2.08%	
	statore	rotore	totale
<i>profilo</i>	0.010 (5.4%)	0.013 (4.6%)	0.022 (4.9%)
<i>secondarie</i>	0.051 (29.1%)	0.034 (12.1%)	0.085 (18.7%)
<i>bordo di uscita</i>	0.007 (3.9%)	0.003 (1.01%)	0.010 (2.14%)
<i>onde d'urto</i>	0.044 (24.8%)	0.035 (12.8%)	0.079 (17.5%)
<i>postespansione</i>	0.065 (36.7%)	0.090 (32.7%)	0.155 (34.3%)
<i>trafilamenti</i>		0.1019 (36.8%)	0.102 (22.5%)
<i>totale</i>	0.176 (100%)	0.277 (100%)	0.453 (100%)

	ϕ	0.4	
	Ψ	2.8	
	n_s	0.40	
	R	0.10	
	η	0.742	
	V_x	39.15	
	d	0.40	
	ω	484	
	u	98	
	statore	rotore	
<i>Mach ingresso</i>	0.51	0.95	
<i>Mach uscita</i>	1.63	1.08	
<i>deflessione</i>	131	148	
<i>h/c</i>	0.36	1.26	
<i>t/o</i>	10.20%	12.50%	
<i>δ/h</i>		1.19%	
	statore	rotore	totale
<i>profilo</i>	0.035 (11.7%)	0.056 (8.7%)	0.092 (9.7%)
<i>secondarie</i>	0.094 (31.1%)	0.138 (21.3%)	0.232 (24.4%)
<i>bordo di uscita</i>	0.0131 (4.3%)	0.020 (3.12%)	0.033 (3.47%)
<i>onde d'urto</i>	0.009 (3.0%)	0.239 (36.9%)	0.250 (26.3%)
<i>postespansione</i>	0.159 (52.4%)	0.005 (0.76%)	0.164 (17.2%)
<i>trafilamenti</i>		0.189 (29.2%)	0.189 (19.9%)
<i>totale</i>	0.304 (100%)	0.647 (100%)	0.950 (100%)

	ϕ	0.9	
	Ψ	0.8	
	n_s	1.17	
	R	0.55	
	η	0.576	
	V_x	153.9	
	d	0.21	
	ω	1666	
	u	171	
	statore	rotore	
<i>Mach ingresso</i>	1.25	1.13	
<i>Mach uscita</i>	1.54	1.57	
<i>deflessione</i>	40	37	
<i>h/c</i>	0.38	0.76	
<i>t/o</i>	5.15%	5.03%	
<i>δ/h</i>		2.87%	
	statore	rotore	totale
<i>profilo</i>	0.007 (1%)	0.056 (8.7%)	0.014 (1.1%)
<i>secondarie</i>	0.042 (6.2%)	0.007 (21.3%)	0.066 (5.2%)
<i>bordo di uscita</i>	0.003 (0.4%)	0.025 (3.12%)	0.006 (0.44%)
<i>onde d'urto</i>	0.497 (74.2%)	0.003 (36.9%)	0.891 (69.6%)
<i>postespansione</i>	0.122 (18.2%)	0.395 (0.76%)	0.254 (19.8%)
<i>trafilamenti</i>		0.133 (29.2%)	0.055 (4.3%)
<i>totale</i>	0.670 (100%)	0.550 (100%)	1.28 (100%)

	ϕ	0.9	
	Ψ	2.8	
	n_s	0.54	
	R	0.10	
	η	0.672	
	V_x	85.44	
	d	0.27	
	ω	690	
	u	95	
	statore	rotore	
<i>Mach ingresso</i>	0.79	1.07	
<i>Mach uscita</i>	1.68	1.17	
<i>deflessione</i>	97	114	
<i>h/c</i>	0.45	0.44	
<i>t/o</i>	6.57%	8.55%	
<i>δ/h</i>		1.78%	
	statore	rotore	totale
<i>profilo</i>	0.017 (4.6%)	0.037 (5.1%)	0.054 (4.9%)
<i>secondarie</i>	0.073 (19.2%)	0.119 (16.5%)	0.192 (17.5%)
<i>bordo di uscita</i>	0.005 (1.3%)	0.009 (1.2%)	0.014 (1.3%)
<i>onde d'urto</i>	0.121 (31.8%)	0.342 (47.5%)	0.463 (42.1%)
<i>postespansione</i>	0.164 (43.06%)	0.021 (3.0%)	0.185 (16.8%)
<i>trafilamenti</i>		0.192 (26.8%)	0.192 (17.45%)
<i>totale</i>	0.380 (100%)	0.720 (100%)	1.28 (100%)

Tabella 5.2: Principali parametri di funzionamento e scomposizione delle perdite per $\dot{m} = 50\text{kg/s}$ e $T_{\text{evap}} = 100^\circ\text{C} \rightarrow VR \approx 7$ nel caso di rendimento massimo

	ϕ	0.4	
	Ψ	1.15	
	n_s	0.86	
	R	0.40	
	η	0.855	
	V_x	65.2	
	d	0.31	
	ω	1047	
	u	163	
		statore	rotore
<i>Mach ingresso</i>	0.53	0.52	
<i>Mach uscita</i>	1.47	1.23	
<i>deflessione</i>	68	91	
<i>h/c</i>	0.43	0.90	
<i>t/o</i>	8.06%	5.75%	
<i>δ/h</i>		1.77%	
		statore	rotore
<i>profilo</i>	0.013 (6.8%)	0.016 (6.3%)	0.029 (6.5%)
<i>secondarie</i>	0.055 (28.8%)	0.050 (19.8%)	0.105 (23.7%)
<i>bordo di uscita</i>	0.008 (4.2%)	0.004 (1.6%)	0.012 (2.70%)
<i>onde d'urto</i>	0.013 (6.8%)	0.011 (4.4%)	0.024 (5.41%)
<i>postespansione</i>	0.101 (52.8%)	0.034 (13.4%)	0.135 (30.4%)
<i>trafilamenti</i>		0.139 (54.9%)	0.139 (31.3%)
<i>totale</i>	0.191 (100%)	0.253 (100%)	0.444 (100%)

Esaminando nell'insieme i dati riportati relativi a $\dot{m} = 50\text{kg/s}$ e $T_{evap} = 100^\circ\text{C}$ si possono fare le seguenti considerazioni:

- le forme di perdite più importanti dal punto di vista percentuale, ma anche assoluto, sono quelle legate alla formazione delle onde d'urto e alla postespansione: d'altro canto il VR che accomuna i casi fin qui presentati è sufficiente ad assicurare condizioni di flusso supersonico nella quasi totalità della Smith chart; il caso a $\phi = 0.9$ e $\Psi = 0.8$ assume una valenza più teorica che pratica, essendo i numeri di Mach all'ingresso dello statore e del rotore maggiori dell'unità, determinando perdite per onde d'urto e postespansione nettamente dominanti, privando questa regione di qualunque interesse operativo;
- la velocità di attraversamento meridiano V_x aumenta per ϕ crescenti e per Ψ calanti, conseguendo quindi il suo massimo, come ci si poteva aspettare, nella regione in cui i fenomeni di perdita legati al flusso supersonico sono più marcati; l'andamento del diametro di macchina segue direzioni di crescita opposte, ovvero, laddove la velocità V_x è elevata, l'area di passaggio è bassa, quindi d è basso e viceversa;
- il regime di rotazione ω aumenta per ϕ crescenti e per Ψ calanti: infatti, poiché la coppia ϕ , ψ assieme al salto entalpico (ovvero VR) determina di fatto la velocità di trascinamento u , e l'andamento dei diametri d è quello descritto sopra, essendo $u = \omega r$ ne deriva che ω segue andamenti opposti a d ;
- le deflessioni, sia dello statore sia del rotore, sono maggiori, fissato ϕ , agli alti Ψ essendo quest'ultimo un indice del livello di carico dello stadio; fissato Ψ le deflessioni sono maggiori presso i ϕ inferiori;
- il grado di reazione R ottimo non presenta apprezzabili variazioni rispetto a ϕ ; per contro muovendosi a $\phi = \text{cost}$ per Ψ crescenti si ravvisa una importante riduzione del grado di reazione, in accordo con Macchi and Perdichizzi (1981). Tale andamento lato statore consente di contenere sensibilmente le perdite secondarie, ma soprattutto di abbassare M_1 in virtù della diminuita V_1 , riducendo

così le perdite per onde d'urto di quasi un ordine di grandezza (ad esempio per $\phi = 0.4$ e $\Psi = 2.8$, quando $R = 0.4$ $V_1 = 87m/s$ e $Y_{sh} = 0.074$, mentre se $R = 0.10$ $V_1 = 62m/s$ e $Y_{sh} = 0.009$). Tale effetto benefico è in minima parte compensato da un aumento delle perdite di postespansione a causa del maggiore M_2 . Lato rotore si ha una marcata riduzione delle perdite di postespansione (da 0.046 a 0.0049) dovute ad un calo di M_{3R} , conseguenza della diminuita w_3 . Si precisa inoltre che quando si confrontano tra loro casi con gli stessi ϕ e Ψ , le velocità u e V_x sono all'incirca le medesime, purché il grado di reazione R non sia troppo diverso.

- le perdite di profilo sono sempre percentualmente poco rilevanti: questo è conseguenza del fatto che l'algoritmo di ottimizzazione sceglie il rapporto s/c , e quindi determina, per assegnati triangoli delle velocità, Y_P in modo da realizzare un minimo delle perdite di profilo, ricalcando l'idea alla base del *criterio di Zweifel*;
- per i parametri $\frac{h}{c}$, $\frac{t}{o}$ e $\frac{\delta}{h}$ non è possibile identificare andamenti monotoni nella Smith chart e tantomeno motivare in termini di causa-effetto i valori numerici da essi assunti, frutto di mutue interazioni difficilmente distinguibili e separabili le une dalle altre.

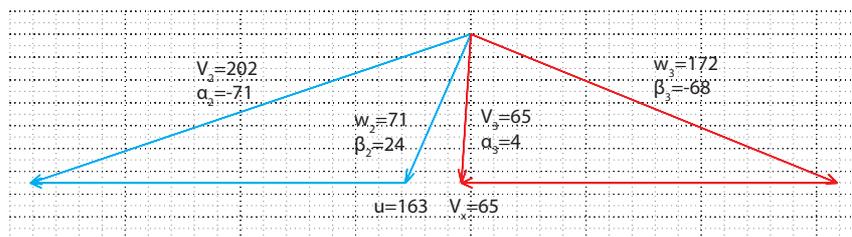


Figura 5.2: Triangolo delle velocità per $\dot{m} = 50kg/s$ e $T_{evap} = 100^\circ C \rightarrow VR \approx 7$ nel caso di rendimento massimo: in blu lo statore, in rosso il rotore

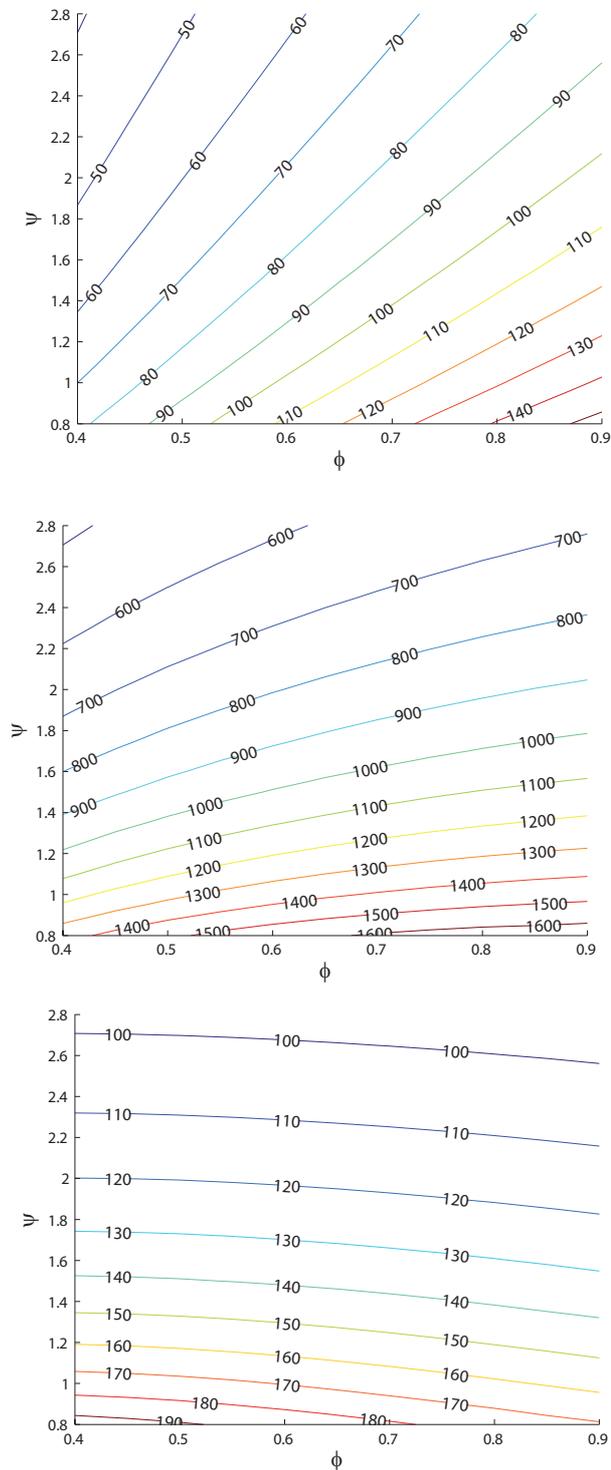


Figura 5.3: Andamenti nel piano della Smith chart della velocità di attraversamento V_x , della velocità di rotazione ω e della velocità tangenziale u per $VR \approx 7$

Fin qui si è analizzata la situazione fotografata dalla Smith chart per un rapporto di espansione volumetrica fissato, $VR \approx 7$. Di seguito si riporta quanto accade all'estremo opposto a $T_{evap} = 50^\circ C$ che corrisponde a $VR \approx 1.7$ (la portata massica, collegata all'effetto del size parameter si mantiene a $\dot{m} = 50 kg/s$).

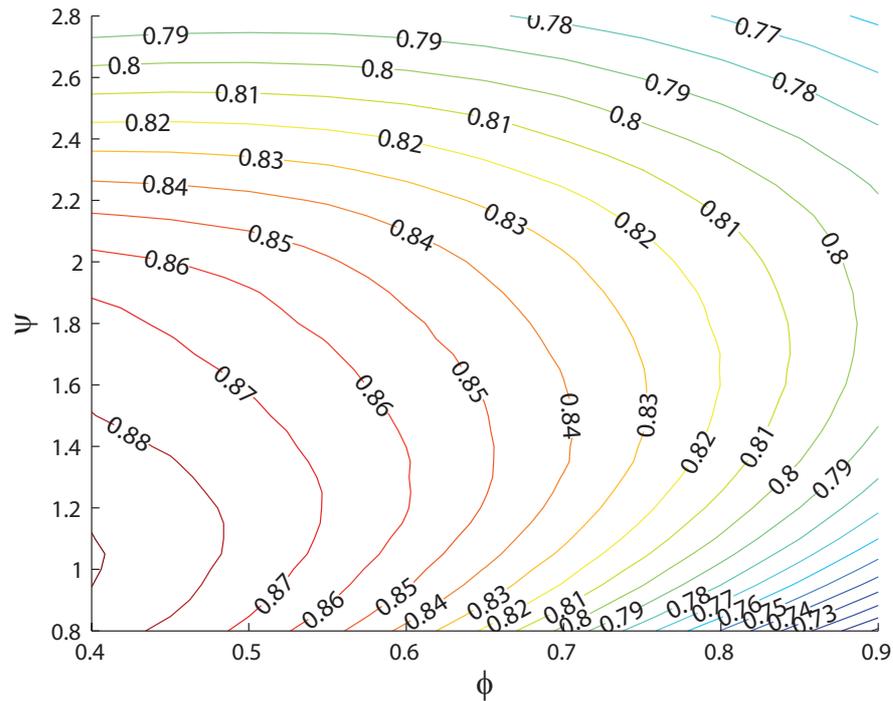


Figura 5.4: Smith chart rispetto al rendimento η_{ib} per $T_{evap} = 50 \rightarrow VR \approx 1.7$ e $\dot{m} = 50 kg/s \rightarrow SP \approx 0.16$

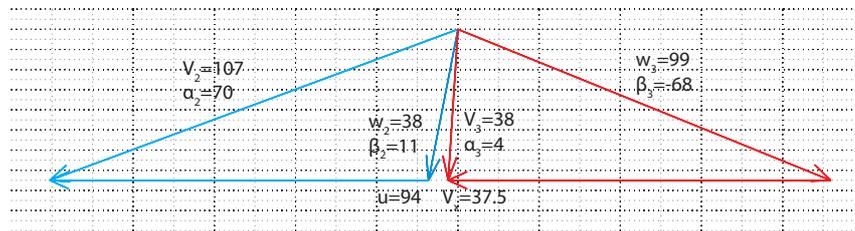


Figura 5.5: Triangolo delle velocità per $\dot{m} = 50 kg/s$ e $T_{evap} = 50^\circ C \rightarrow VR \approx 1.7$ nel caso di rendimento massimo: in blu lo statore, in rosso il rotore

Tabella 5.3: Principali parametri di funzionamento e scomposizione delle perdite per $\dot{m} = 50\text{kg/s}$ e $T_{evap} = 50^\circ\text{C} \rightarrow VR \approx 1.7$

	ϕ	0.4		
	Ψ	0.8		
	n_s	1.15		
	R	0.55		
	η	0.885		
	V_x	43.09		
	d	0.37		
	ω	578		
	u	108		
		statore	rotore	
<i>Mach ingresso</i>	0.32	0.32	0.34	
<i>Mach uscita</i>	0.75	0.75	0.82	
<i>deflessione</i>	58	58	47	
<i>h/c</i>	1.36	1.36	1.94	
<i>t/o</i>	6.94%	6.94%	8.55%	
<i>δ/h</i>			1.24%	
		statore	rotore	totale
<i>profilo</i>	0.012 (25%)	0.012 (25%)	0.018 (17.4%)	0.030 (19.9%)
<i>secondarie</i>	0.003 (63.4%)	0.003 (63.4%)	0.022 (21.5%)	0.053 (34.8%)
<i>bordo di uscita</i>	0.006 (11.6%)	0.006 (11.6%)	0.009 (8.4%)	0.014 (9.4%)
<i>onde d'urto</i>	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
<i>postespansione</i>	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
<i>trafilamenti</i>			0.054 (52.7%)	0.054 (35.9%)
<i>totale</i>	0.048 (100%)	0.048 (100%)	0.103 (100%)	0.152 (100%)

	ϕ	0.4	
	Ψ	2.8	
	n_s	0.42	
	R	0.10	
	η	0.782	
	V_x	21.65	
	d	0.53	
	ω	205	
	u	54	
	statore	rotore	
<i>Mach ingresso</i>	0.25	0.54	
<i>Mach uscita</i>	0.93	0.62	
<i>deflessione</i>	131	148	
<i>h/c</i>	0.85	2.24	
<i>t/o</i>	10.3%	15.5%	
<i>δ/h</i>		0.8%	
	statore	rotore	totale
<i>profilo</i>	0.044 (34.7%)	0.052 (15.6%)	0.097 (20.9%)
<i>secondarie</i>	0.071 (55.2%)	0.112 (33.4%)	0.183 (39.5%)
<i>bordo di uscita</i>	0.013 (10.2%)	0.032 (9.5%)	0.045 (9.7%)
<i>onde d'urto</i>	0 (0%)	0.016 (4.8%)	0.016 (3.5%)
<i>postespansione</i>	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
<i>trafilamenti</i>		0.122 (36.7%)	0.122 (26.4%)
<i>totale</i>	0.129 (100%)	0.333 (100%)	0.463 (100%)

	ϕ	0.9	
	Ψ	0.8	
	n_s	1.32	
	R	0.55	
	η	0.698	
	V_x	92.70	
	d	0.25	
	ω	809	
	u	103	
	statore	rotore	
<i>Mach ingresso</i>	0.69	0.69	
<i>Mach uscita</i>	0.94	0.99	
<i>deflessione</i>	40	37	
<i>h/c</i>	1.24	1.67	
<i>t/o</i>	4.3%	4.7%	
<i>δ/h</i>		1.8%	
	statore	rotore	totale
<i>profilo</i>	0.006 (6.4%)	0.008 (5.8%)	0.014 (6.1%)
<i>secondarie</i>	0.023 (22.8%)	0.018 (13.5%)	0.040 (17.6%)
<i>bordo di uscita</i>	0.003 (2.8%)	0.003 (2.2%)	0.006 (2.4%)
<i>onde d'urto</i>	0.068 (67.9%)	0.069 (53.5%)	0.137 (59.8%)
<i>postespansione</i>	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
<i>trafilamenti</i>		0.032 (25.0%)	0.032 (14.1%)
<i>totale</i>	0.100 (100%)	0.130 (100%)	0.229 (100%)

	ϕ	0.9	
	Ψ	2.8	
	n_s	0.59	
	R	0.10	
	η	0.758	
	V_x	49	
	d	0.35	
	ω	310	
	u	55	
	statore	rotore	
<i>Mach ingresso</i>	0.42	0.63	
<i>Mach uscita</i>	0.99	0.70	
<i>deflessione</i>	97	114	
<i>h/c</i>	1.19	2.67	
<i>t/o</i>	7.3%	9.7%	
<i>δ/h</i>		1.2%	
	statore	rotore	totale
<i>profilo</i>	0.022 (27.6%)	0.033 (11.0%)	0.055 (14.4%)
<i>secondarie</i>	0.050 (64.2%)	0.089 (29.3%)	0.14 (36.5%)
<i>bordo di uscita</i>	0.006 (7.9%)	0.012 (3.8%)	0.018 (4.7%)
<i>onde d'urto</i>	0 (0%)	0.044 (14.5%)	0.044 (11.6%)
<i>postespansione</i>	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
<i>trafilamenti</i>		0.125 (41.4%)	0.125 (32.8%)
<i>totale</i>	0.079 (100%)	0.302 (100%)	0.381 (100%)

Tabella 5.4: Principali parametri di funzionamento e scomposizione delle perdite per $\dot{m} = 50\text{kg/s}$ e $T_{evap} = 50^\circ\text{C} \rightarrow VR \approx 1.7$ nel caso di rendimento massimo

	ϕ	0.4	
	Ψ	1.05	
	n_s	0.95	
	R	0.45	
	η	0.891	
	V_x	37.5	
	d	0.40	
	ω	469	
	u	94	
	statore	rotore	
<i>Mach ingresso</i>	0.28	0.28	
<i>Mach uscita</i>	0.79	0.73	
<i>deflessione</i>	66	78	
<i>h/c</i>	1.20	2.28	
<i>t/o</i>	7.25%	9.35%	
<i>δ/h</i>		1.14%	
	statore	rotore	totale
<i>profilo</i>	0.015 (27%)	0.016 (12.9%)	0.031 (17.2%)
<i>secondarie</i>	0.034 (61.2%)	0.027 (21.8%)	0.061 (33.9%)
<i>bordo di uscita</i>	0.006 (10.8%)	0.011 (8.9%)	0.017 (9.4%)
<i>onde d'urto</i>	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
<i>postespansione</i>	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
<i>trafilamenti</i>		0.071 (52.3%)	0.071 (39.4%)
<i>totale</i>	0.056 (100%)	0.124 (100%)	0.180 (100%)

I rendimenti più alti si ottengono nell'intorno di $\phi \approx 0.4$ e $\Psi \approx 1.0$, mentre quelli più bassi nella regione a $\phi \approx 0.9$ e $\Psi \approx 0.8$.

Rispetto al caso precedente si nota che il collinare del rendimento conserva, a grandi linee, la sua forma generale, ma i rendimenti risultano notevolmente migliorati. La ragione di tale diversità è evidente: rapporti di espansione volumetrici inferiori determinano velocità (di qualunque tipo) più basse, numeri di Mach più bassi e quindi l'assenza, o quantomeno una marcata riduzione, dei fenomeni dissipativi legati ai regimi di efflusso supersonici (perdite per onde d'urto e per postespansione). Ora, con VR basso, le fonti di perdita più rilevanti sono per lo statore le perdite secondarie e di profilo, per il rotore quelle di trafilamento e secondarie; fa eccezione la regione del piano degli alti ϕ e dei bassi Ψ , in cui si raggiungono numeri di Mach unitari, con conseguente aumento di importanza delle relative perdite. Inoltre, comparando le situazioni a VR estremi, si osserva:

- gli andamenti di V_x , d , R , ω e delle deflessioni ricalcano quelli già visti per il caso a VR inferiore;
- i diametri medi di macchina d sono maggiori, specialmente nella regione a bassi ϕ ed alti Ψ , a causa degli accresciuti volumi specifici ai quali ha inizio l'espansione;
- le velocità angolari ω sono sensibilmente minori, frutto di due effetti contrastanti: da un lato sono rafforzate dai minori diametri, dall'altro, ed è questo l'effetto maggioritario, sono attenuate come conseguenza delle diminuite velocità di trascinamento;
- i rapporti $\frac{h}{c}$, siano essi riferiti allo statore o al rotore, sono maggiori in forza del fatto che le rispettive sezioni di ingresso, 1 per lo statore e 2 per il rotore, operano con portate volumetriche maggiori; per la stessa ragione i rapporti percentuali $\frac{\delta}{h}$ sono minori.

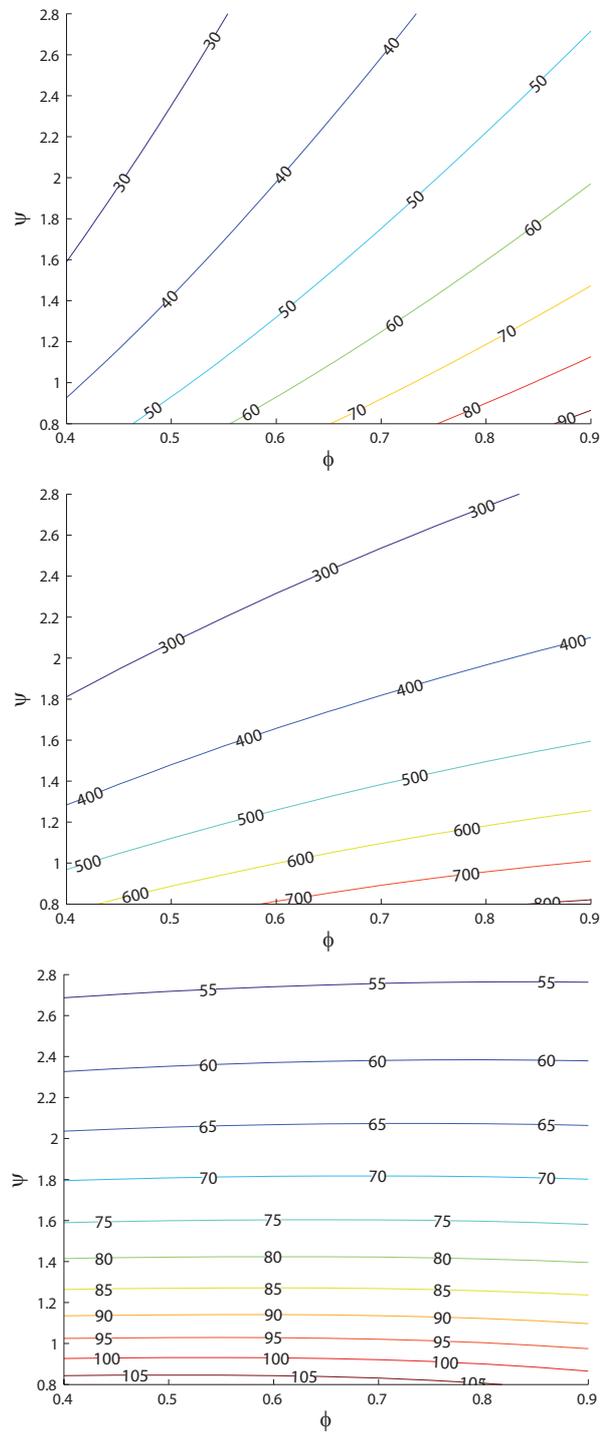


Figura 5.6: Andamenti nel piano della Smith chart della velocità di attraversamento V_x , della velocità di rotazione ω e della velocità tangenziale u per $VR \approx 1.7$

Una prima importante conclusione è che l'impiego della Smith chart quale strumento di progettazione preliminare o quantomeno di stima delle prestazioni della macchina non può assolutamente prescindere dagli effetti del rapporto volumetrico, ovvero dal tenere in debito conto la comprimibilità.

5.2 Diagrammi di Balje

Si intende ora passare dalla rappresentazione delle prestazioni dal piano $\phi - \Psi$ al piano $n_s - d_s$, ovvero dalla Smith chart ricavare l'analogo del collinare di Balje. L'operazione è da intendersi come un cambio di scala, in cui però sono coinvolti anche i parametri λ_3 e η_{tt} :

$$n_s = \frac{\phi^{0.5}}{(\Psi/\eta_{tt})^{0.75}} (2\pi)^{0.5} \left(\frac{1 - \lambda_3^2}{1 + \lambda_3^2} \right)^2 \quad (5.2)$$

$$d_s = \frac{(\Psi/\eta_{tt})^{0.25}}{\phi^{0.5}} \left(\frac{2}{\pi} \right)^{0.5} \left(\frac{1 + \lambda_3^2}{1 - \lambda_3^2} \right)^2 \quad (5.3)$$

Come si può apprezzare dalle figure 5.7 e 5.8, si ottiene un andamento analogo a quello di Balje, ma, esattamente come avviene per la Smith chart, la distribuzione del rendimento, nonché l'entità del rendimento medesimo dipende, anche in maniera più che sensibile, dal valore del rapporto volumetrico di espansione, dimostrando apertamente come il trasferimento dei risultati dell'ottimizzazione condotta da Balje per casi quasi incomprimibili, a situazioni a VR elevato sia del tutto illecita.

D'altro canto, anche senza fare ricorso alle formule precedenti, si può pensare, per ogni coppia $(\phi - \Psi)$, di calcolare dalle rispettive definizioni la velocità ed il diametro specifico, passando dalle terne (ϕ, Ψ, η) a (n_s, d_s, η) .

Stabilito che la rappresentazione sopra dipende dal rapporto volumetrico di espansione, si può vedere chiaramente l'esistenza, per fissato diametro specifico, di una velocità specifica ottima, ma non vale il viceversa, ovvero, per fissata velocità specifica il massimo del rendimento ha luogo laddove il diametro specifico è massimo. La ragione alla base di quest'ultima risultanza che introduce un elemento di novità rispetto alle mappe di Balje, risiede nel fatto che alti diametri medi di macchina d , ovvero

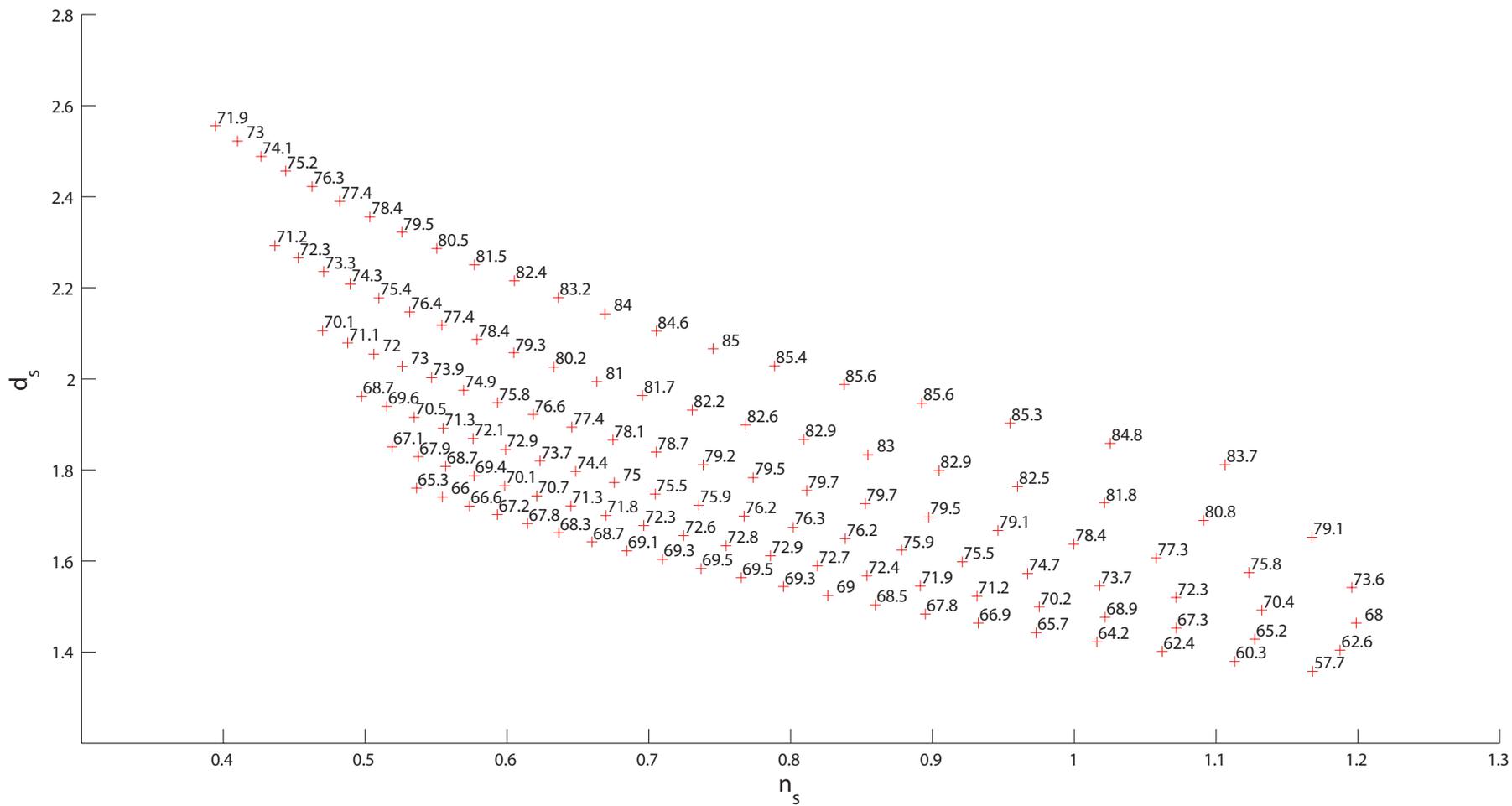


Figura 5.7: Analogo del collinare di Balje rispetto al rendimento η_{ib} per $T_{evap} = 100 \rightarrow VR \approx 7$ e $\dot{m} = 50kg/s \rightarrow SP \approx 0.16$

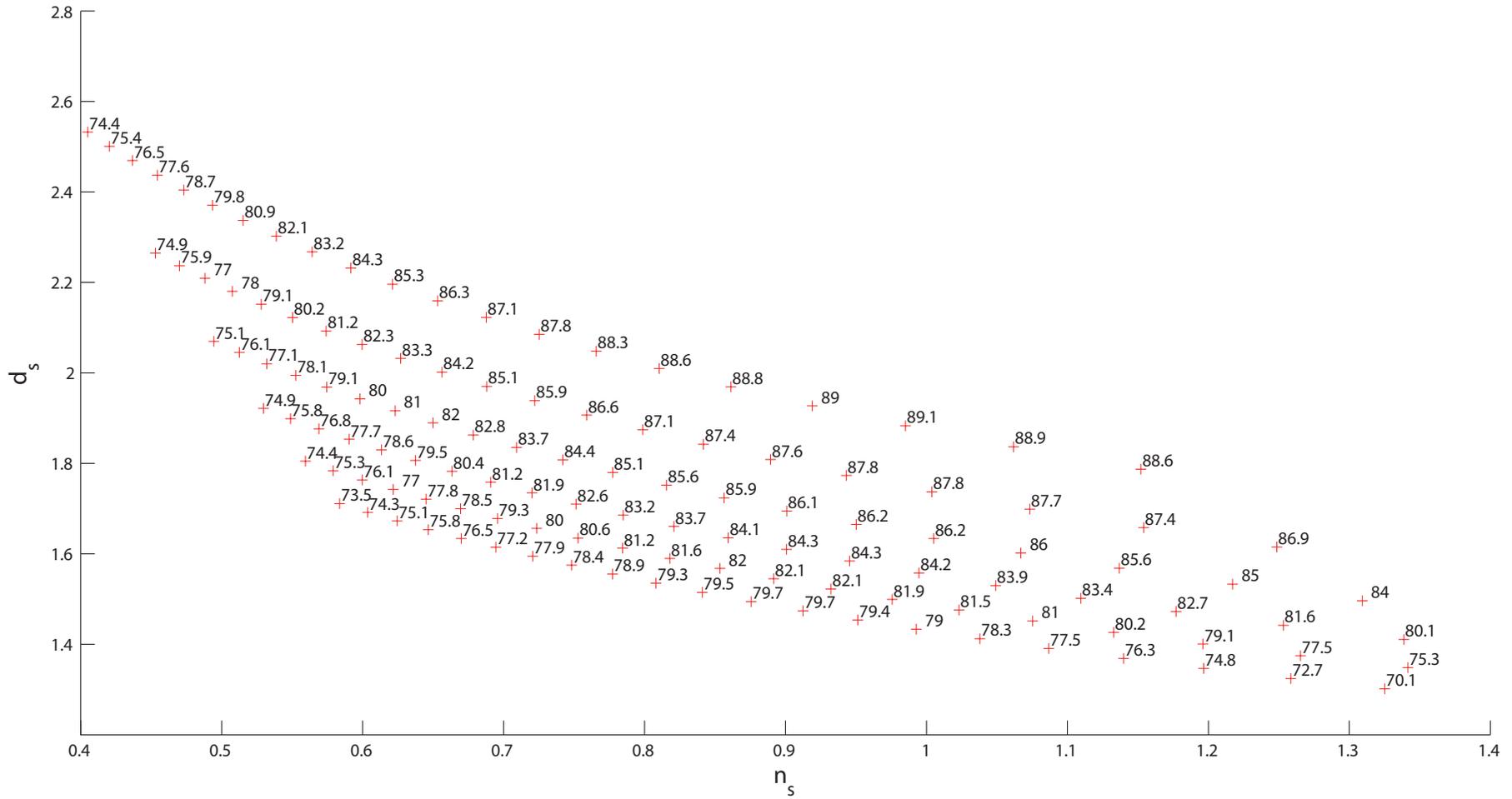


Figura 5.8: Analogo del collinare di Balje rispetto al rendimento η_{ib} per $T_{evap} = 50 \rightarrow VR \approx 1.7$ e $\dot{m} = 50kg/s \rightarrow SP \approx 0.16$

alti diametri specifici d_s , assicurano per le perdite secondarie valori del rapporto $\frac{h}{c}$ favorevoli (alti) e per le perdite al bordo di uscita valori del passo s favorevoli (alti); i fenomeni di dissipazione per onde d'urto e postespansione non subiscono l'influenza della variazione di d , perché due configurazioni per le quali la scelta del diametro venga forzata, ma aventi i medesimi valori di ϕ e Ψ , hanno triangoli delle velocità all'incirca uguali, essendo lo stadio ripetuto. Si osserva altresì che l'ottimizzazione del parametro λ_1 , da cui dipende il diametro, conduce nella assoluta totalità dei casi al soddisfacimento al limite della condizione di vincolo sul rapporto altezza-diametro alla sezione di uscita, vale a dire $\frac{h_3}{d} = 0.25$, ossia l'ottimizzazione conduce sempre alla scelta del diametro minimo, compatibilmente con il vincolo citato. Questo aspetto non trova conferma in Macchi and Perdichizzi (1981) in cui il rapporto altezza-diametro aumenta all'aumentare della cifra di pressione.

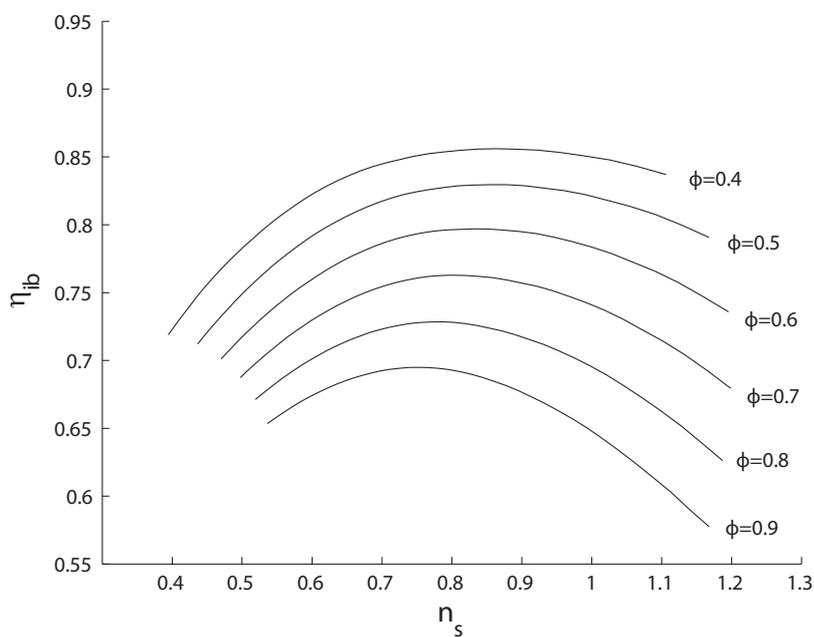


Figura 5.9: Andamento del rendimento η_{ib} per $T_{evap} = 100 \rightarrow VR \approx 7$ e $\dot{m} = 50 \text{ kg/s} \rightarrow SP \approx 0.16$; le curve sono parametrize rispetto a ϕ , sulla singola curva Ψ cresce verso gli n_s minori

Se si confrontano i diagrammi $n_s - d_s$ ottenuti con quelli derivati da Balje, si nota una importante differenza: a prescindere dal rapporto volumetrico i primi hanno un

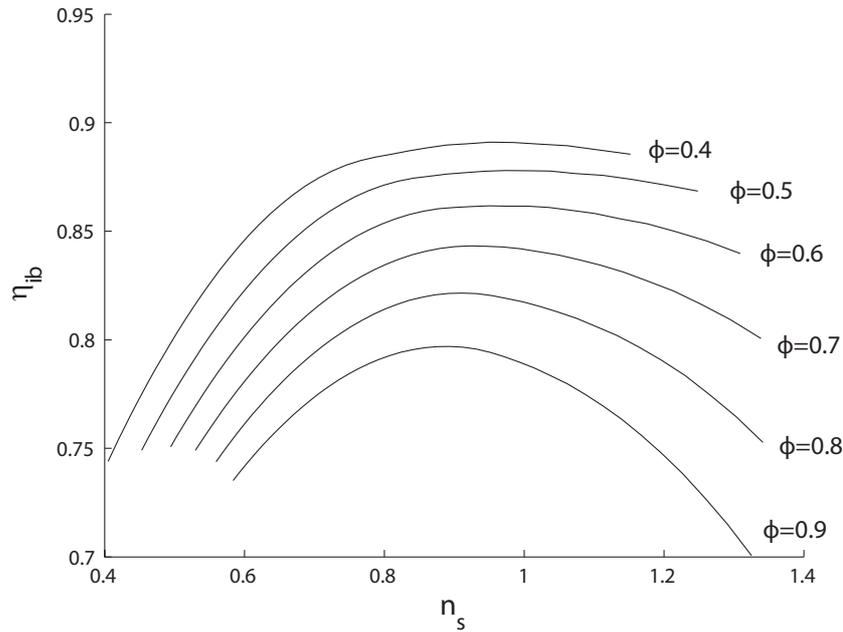


Figura 5.10: Andamento del rendimento η_{ib} per $T_{evap} = 50 \rightarrow VR \approx 1.7$ e $\dot{m} = 50 \text{ kg/s} \rightarrow SP \approx 0.16$; le curve sono parametriche rispetto a ϕ , sulla singola curva Ψ cresce verso gli n_s minori

intorno del massimo rendimento piuttosto limitato, indicativamente compreso tra 0.80 e 1 per la velocità specifica e circa 2 per il diametro specifico; il secondo, invece, prevede l'esistenza di configurazioni di macchina in grado di conseguire alti rendimenti in un intervallo molto più ampio sia in termini di n_s , compresi tra 0.5 e 1.3, sia in termini di d_s , compresi tra 2 e 4. In altre parole il presente lavoro evidenzia una maggiore sensibilità del rendimento rispetto alle variazioni della velocità e del diametro specifico. Per quanto riguarda l'entità del rendimento si segnala che quello ottimo nel caso di basso rapporto di espansione è in buon accordo con la previsione di Balje, discostandosi da quest'ultimo in senso negativo di circa mezzo punto percentuale (si presti attenzione al fatto che quello diagrammato nel diagramma di Balje è un rendimento total-to-total). Di contro per alti rapporti di espansione lo scostamento tra i massimi rendimenti conseguibili aumenta notevolmente, fino a cinque punti percentuali. Quanto detto è parzialmente giustificabile attraverso due motivazioni: Balje non ha considerato i fenomeni dissipativi legati ai moti supersonici, che invece si è visto essere estremamente rilevanti e ha adottato modelli di previsione delle perdite

piuttosto semplificati, senza mai abbandonare l'ipotesi di gas ideale.

5.3 Influenza di VR per casi a n_s ottima

Per presentare i risultati successivi in maniera compatta e fruibile, si è deciso di riferirsi solo a casi con d_s ottimizzato, nel senso che, per dato VR e dato n_s , si prende in considerazione la macchina che realizza il massimo rendimento: così facendo si riduce di uno il numero delle variabili indipendenti. Operativamente tale proposito è facilitato da quanto esposto al paragrafo precedente: si vede da figura 5.10 che ottimizzare secondo d_s equivale a considerare design a $\phi = 0.4$, giacché ϕ basso comporta velocità di trascinamento u alte, ossia diametri elevati.

Nel grafico 5.11 vengono poste a confronto le prestazioni di macchine a d_s ottimizzato ($\phi = 0.4$) per valori del rapporto volumetrico di espansione VR diversi: tutti i punti del grafico si riferiscono al medesimo size parameter SP , conseguito attraverso opportuna scelta di \dot{m} . Si confrontano due configurazioni di macchina caratterizzate dal medesimo n_s e da diversi VR , con lo scopo di evidenziare la connessione tra rapporto volumetrico e rendimento nel caso di diametro specifico ottimizzato.

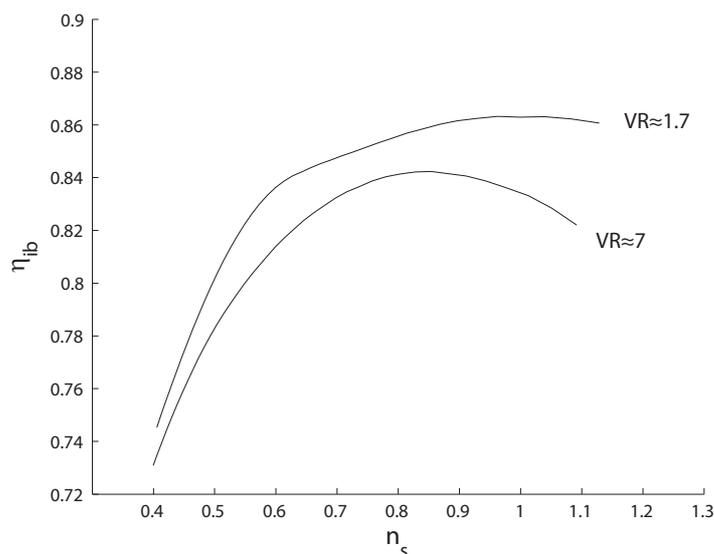


Figura 5.11: Andamento del rendimento η_{ib} nel caso di d_s ottimizzato per due diversi valori del rapporto di espansione volumetrico

Tabella 5.5: Principali parametri di funzionamento e scomposizione delle perdite per due casi a d_s ottimizzato e pari n_s , con $SP \approx 0.12$

	ϕ	0.4		
	Ψ	1.1		
	n_s	0.88		
	VR	8.9		
	R	0.40		
	η	0.76		
	V_x	70		
	d	0.23		
	ω	1492		
	u	175		
		statore	rotore	
<i>Mach ingresso</i>	0.59	0.54		
<i>Mach uscita</i>	1.54	1.28		
<i>deflessione</i>	64	88		
<i>h/c</i>	0.31	0.81		
<i>t/o</i>	8.6%	6.8%		
<i>δ/h</i>		2.42%		
<i>flearing tip</i>	12	18		
<i>flearing hub</i>	14	25		
<i>b</i>	0.04	0.03		
		statore	rotore	totale
<i>profilo</i>	0.012 (5.3%)	0.014 (4.5%)	0.026 (4.9%)	
<i>secondarie</i>	0.062 (26.4%)	0.052 (16.8%)	0.114 (20.9%)	
<i>bordo di uscita</i>	0.009 (3.8%)	0.005 (1.7%)	0.014 (2.6%)	
<i>onde d'urto</i>	0.029 (12.4%)	0.016 (5.1%)	0.045 (8.3%)	
<i>postespansione</i>	0.123 (52.25%)	0.047 (15.3%)	0.170 (31.3%)	
<i>trafilamenti</i>		0.174 (56.5%)	0.174 (32%)	
<i>totale</i>	0.236 (100%)	0.308 (100%)	0.544 (100%)	

	ϕ	0.4	
	Ψ	1.13	
	n_s	0.88	
	VR	1.7	
	R	0.40	
	η	0.86	
	V_x	35	
	d	0.23	
	ω	763	
	u	89	
	statore	rotore	
<i>Mach ingresso</i>	0.26	0.28	
<i>Mach uscita</i>	0.81	0.68	
<i>deflessione</i>	66	90	
<i>h/c</i>	0.74	1.46	
<i>t/o</i>	8.3%	10.4%	
<i>δ/h</i>		1.93%	
<i>flearing tip</i>	7	9	
<i>flearing hub</i>	10	15	
<i>b</i>	0.04	0.03	
	statore	rotore	totale
<i>profilo</i>	0.017 (23.2%)	0.021 (9.7%)	0.037 (13.2%)
<i>secondarie</i>	0.047 (65.3%)	0.045 (21.2%)	0.086 (30.6%)
<i>bordo di uscita</i>	0.008 (11.5%)	0.0135 (6.4%)	0.022 (7.7%)
<i>onde d'urto</i>	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
<i>postespansione</i>	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
<i>trafilamenti</i>		0.132 (62.7%)	0.132 (47%)
<i>totale</i>	0.072 (100%)	0.211 (100%)	0.283 (100%)

Dall'esame dei dati riportati nelle tabelle 5.5 si ricava che l'influenza del rapporto di espansione volumetrica sul rendimento si manifesta essenzialmente attraverso le perdite legate all'influenza del numero di Mach; nel caso a VR maggiore le sole perdite per onde d'urto e per postespansione, del tutto assenti quando $VR = 1.73$, contribuiscono per oltre il 60% all'intero coefficiente di perdita complessivo. Questa è la prova di come l'aspetto gasdinamico della progettazione e della modellizzazione sia di fondamentale importanza nel conseguimento di un buon rendimento.

Dal punto di vista dei triangoli delle velocità, sempre confrontando i due casi oggetto di tabella 5.5, il diverso valore del rapporto di espansione volumetrica influenza, anche marcatamente, i moduli delle velocità, ma non i relativi angoli, assoluti e relativi, che rimangono quasi invariati, cosicché i triangoli delle velocità risultano simili nell'accezione geometrica del termine. Questa situazione si spiega alla luce del fatto che l'intera indagine presentata in questo lavoro ha come oggetto stadi di turbina di tipo ripetuto, vedi capitolo 4. Dato che soluzioni a diametro specifico ottimizzato presentano, per uno stesso n_s , valori dei parametri Ψ e ϕ molto prossimi tra loro, ne deriva, in base alle eq. (4.16) e (4.18), che gli angoli e le relative deflessioni sono le medesime.

L'aumento del rapporto di espansione VR induce sulla geometria del condotto meridiano due effetti: una diminuzione del rapporto $\frac{h}{c}$ sia per lo statore, sia per il rotore ed in particolare una diminuzione dell'altezza all'ingresso del rotore; un aumento degli angoli di flaring per poter accompagnare la progressiva diminuzione della densità nel corso dell'espansione; questa tendenza è in parte compensata da un contemporaneo aumento della corda assiale, volto a rispettare al limite superiore sull'angolo di flaring.

Se si va a considerare che cosa accade al variare di n_s per VR fissato, l'elemento di maggiore importanza è rappresentato, al diminuire di n_s , dal progressivo calo del grado di reazione R che passa da 0.55 a 0.10, valore minimo simulato, ancora una volta in accordo con Macchi and Perdichizzi (1981). In questa maniera, infatti, le perdite secondarie e di trafilemento, che diventano percentualmente più importanti alle basse velocità specifiche, possono essere sensibilmente ridotte elaborando una frazione maggiore del salto entalpico nello statore.

Secondariamente, per n_s decrescenti, si ha un progressivo aumento di Ψ che determina una diminuzione della velocità di trascinamento e un aumento del diametro.

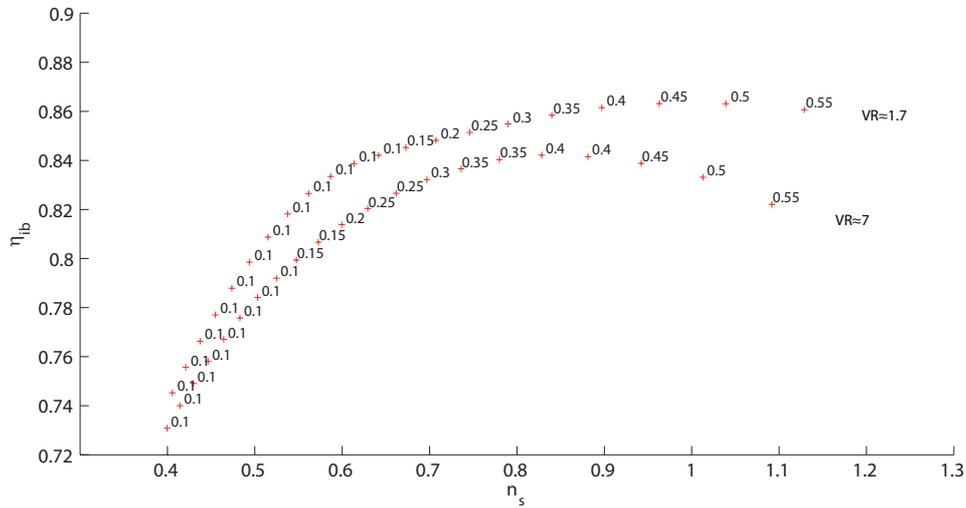


Figura 5.12: Distribuzione del grado di reazione R per due valori del rapporto volumetrico: per la curva superiore $VR \approx 1.7$, inferiore $VR \approx 7$

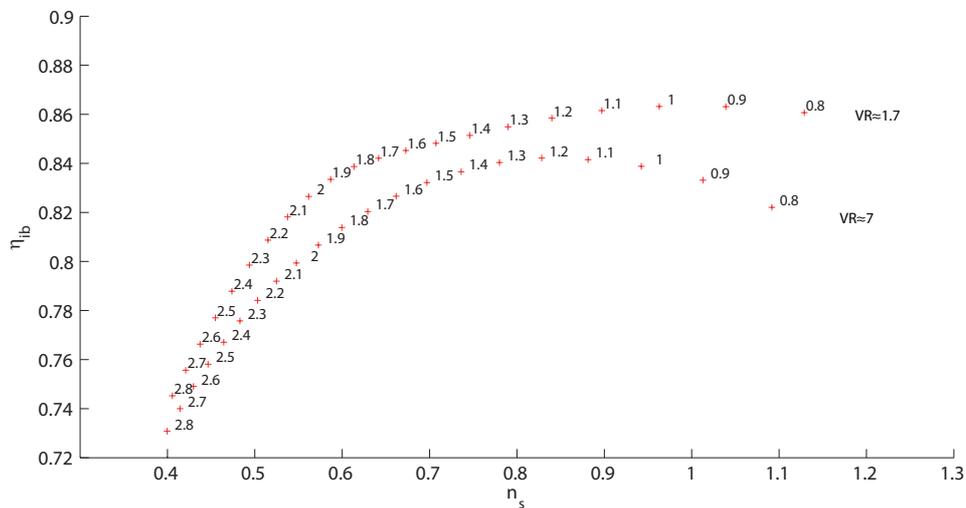


Figura 5.13: Distribuzione del coefficiente Ψ per due valori del rapporto volumetrico: per la curva superiore $VR \approx 1.7$, inferiore $VR \approx 7$

5.4 Influenza di SP per casi a n_s ottima

Per evidenziare l'influenza del size parameter SP sulle prestazioni e sulle caratteristiche della macchina, come già fatto per il diametro specifico, si presentano solo le configurazioni a velocità specifica ottimizzata. In altre parole per ciascuna coppia SP VR si considera esclusivamente l'assetto di macchina che massimizza il rendimento: ciascuna Smith chart, che, come visto, si riferisce ad uno stesso SP e VR , contribuisce nella trattazione successiva fornendo solamente un punto di lavoro.

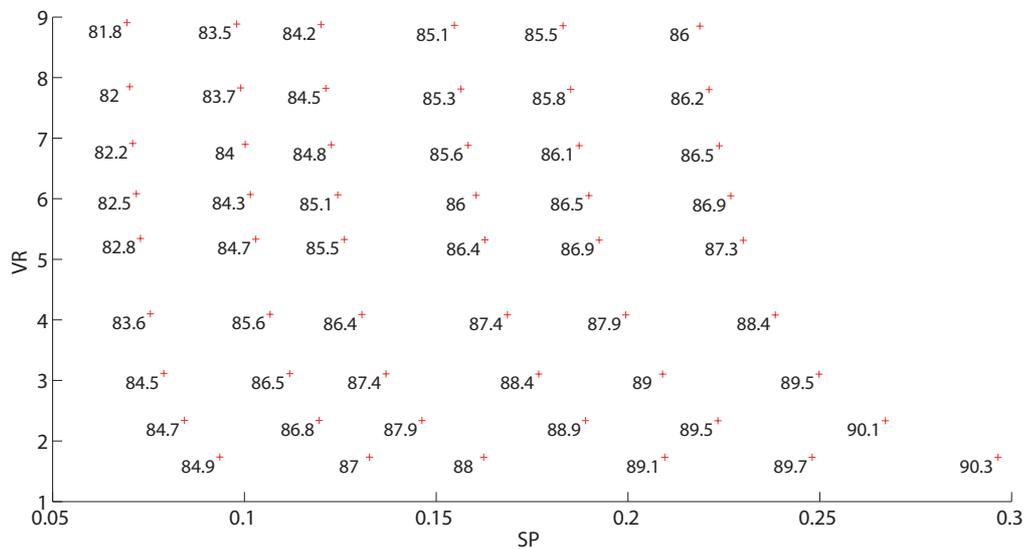


Figura 5.14: Distribuzione del rendimento η_{ib} al variare del size parameter SP e del rapporto di espansione volumetrica VR

Dall'esame di figura 5.14 si vede come i rendimenti più alti siano posti nella regione degli alti size parameter (macchine grandi in dimensioni assolute) e dei bassi rapporti volumetrici di espansione. La ragione di quest'ultima evidenza ricalca quanto già affermato nei paragrafi precedenti: man mano che VR aumenta le perdite associate ai numeri di Mach, crescenti, vanno aumentando progressivamente sino a diventare quelle più importanti sia in senso percentuale, sia in senso assoluto. Dall'altra parte, fissato il rapporto volumetrico, il rendimento diminuisce al calare del size parameter per l'impossibilità di mantenere la similitudine geometrica rispetto allo spessore dei bordi di uscita e del gioco radiale del rotore, con il risultato che le relative perdite diventano in proporzione più rilevanti.

Tabella 5.6: Principali parametri di funzionamento e scomposizione delle perdite per due soluzioni a pari VR e diverso SP

	ϕ	0.4	
	Ψ	0.87	
	n_s	1.05	
	VR	1.7	
	SP	0.09	
	R	0.50	
	η	0.849	
	V_x	40	
	d	0.17	
	ω	1171	
	u	101	
	statore	rotore	
<i>Mach ingresso</i>	0.30	0.30	
<i>Mach uscita</i>	0.76	0.75	
<i>deflessione</i>	58	58	
<i>h/c</i>	0.68	1.00	
<i>t/o</i>	8.3%	9.2%	
<i>δ/h</i>		2.7%	
<i>flearing tip</i>	5	8	
<i>flearing hub</i>	7	13	
<i>b</i>	0.03	0.03	
	statore	rotore	totale
<i>profilo</i>	0.015 (20.5%)	0.015 (7.6%)	0.029 (11.0%)
<i>secondarie</i>	0.048 (67.9%)	0.039 (19.9%)	0.087 (32.7%)
<i>bordo di uscita</i>	0.008 (11.6%)	0.010 (5.2%)	0.018 (6.9%)
<i>onde d'urto</i>	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
<i>postespansione</i>	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
<i>trafilamenti</i>		0.131 (67.3%)	0.131 (49%)
<i>totale</i>	0.071 (100%)	0.194 (100%)	0.265 (100%)

	ϕ	0.4	
	Ψ	1.06	
	n_s	0.95	
	VR	1.7	
	SP	0.30	
	R	0.45	
	η	0.903	
	V_x	38	
	d	0.56	
	ω	333	
	u	93	
	statore	rotore	
<i>Mach ingresso</i>	0.28	0.28	
<i>Mach uscita</i>	0.80	0.73	
<i>deflessione</i>	67	56	
<i>h/c</i>	1.55	2.30	
<i>t/o</i>	6.6%	6.7%	
<i>δ/h</i>		0.80%	
<i>flearing tip</i>	14	16	
<i>flearing hub</i>	20	25	
<i>b</i>	0.05	0.04	
	statore	rotore	totale
<i>profilo</i>	0.015 (30.7%)	0.015 (15.1%)	0.030 (20.2%)
<i>secondarie</i>	0.028 (58.8%)	0.025 (25.0%)	0.054 (36.1%)
<i>bordo di uscita</i>	0.005 (10.3%)	0.005 (5.2%)	0.010 (6.9%)
<i>onde d'urto</i>	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
<i>postespansione</i>	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
<i>trafilamenti</i>		0.055 (54.7%)	0.055 (36.8%)
<i>totale</i>	0.048 (100%)	0.100 (100%)	0.149 (100%)

I trend del rendimento nel piano SP - VR sono in sostanziale accordo con quelli proposti da Macchi and Perdichizzi (1981); i valori numerici assunti dal rendimento, invece, sono più pessimisti nella regione dei bassi size parameter e degli alti rapporti volumetrici di espansione. Ancora una volta una possibile spiegazione di questa evidenza è in primo luogo rappresentata dal fatto che il presente lavoro considera solo stadi di tipo ripetuto (con le conseguenze già esposte nel commento delle Smith chart) ed impiega per la previsione delle perdite delle correlazioni diverse abbinata alle proprietà reali del fluido. Inoltre, sempre rispetto all'opera di Macchi and Perdichizzi (1981), si sono impiegati valori del gioco radiale δ e dello spessore di pala al bordo di uscita t , sensibilmente più elevati e maggiormente realistici sotto il profilo meccanico.

Dal punto di vista dei triangoli delle velocità, per VR fissato, la diminuzione del size parameter determina un generale aumento, seppur contenuto, dei moduli delle velocità; i regimi di rotazione invece subiscono un forte aumento, figura 5.15, dovuto in larga misura al calo del diametro di macchina e secondariamente all'incremento della velocità tangenziale.

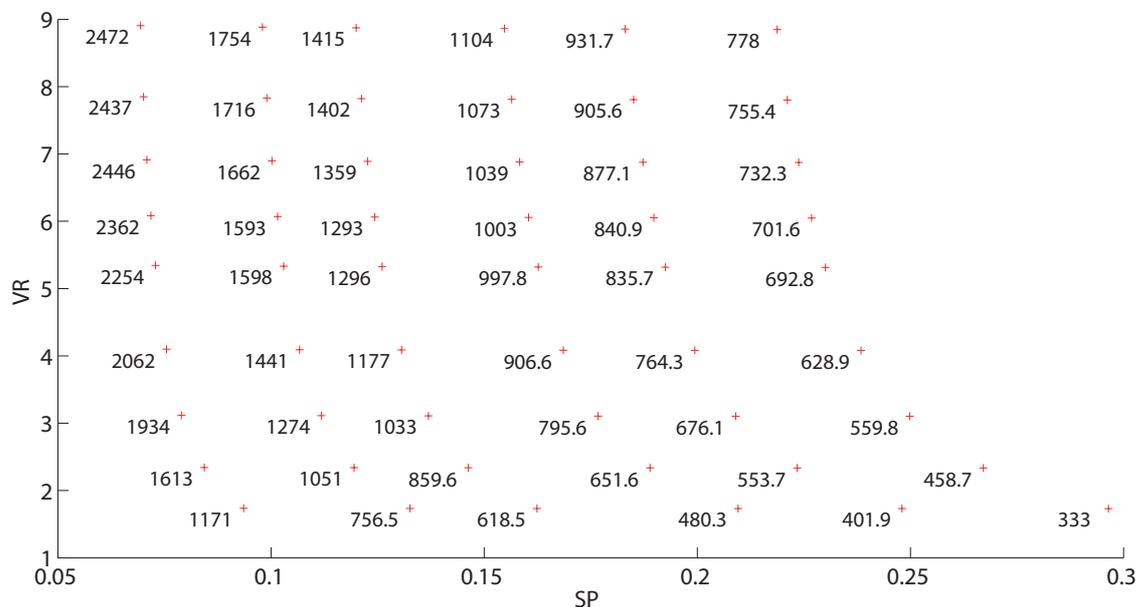


Figura 5.15: Distribuzione della velocità angolare ω al variare del size parameter SP e del rapporto di espansione volumetrica VR

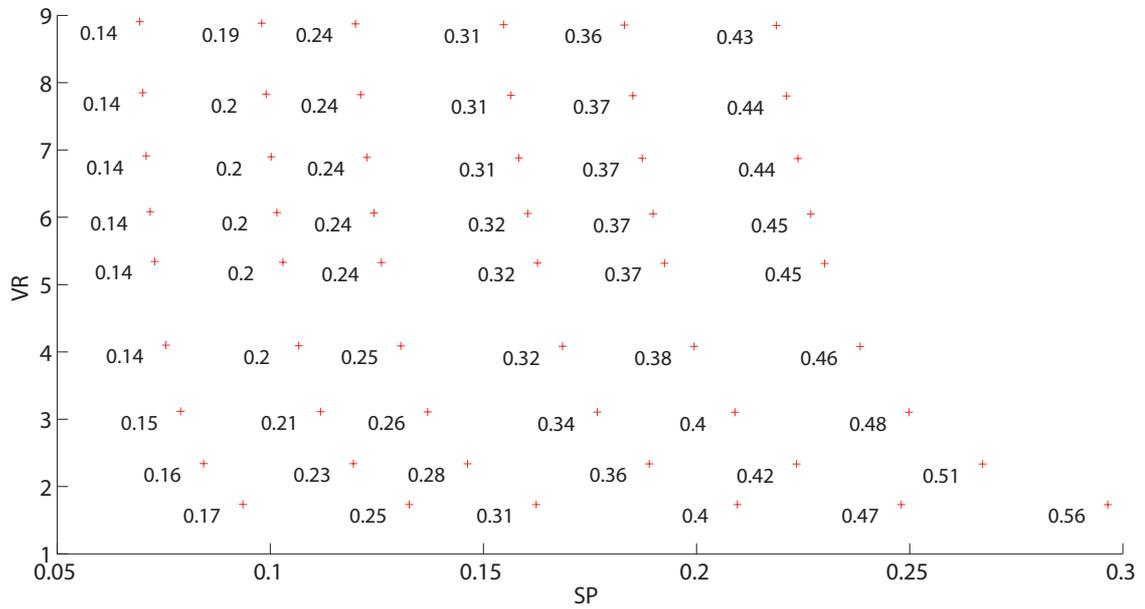


Figura 5.16: Distribuzione del diametro medio quadratico d al variare del size parameter SP e del rapporto di espansione volumetrica VR

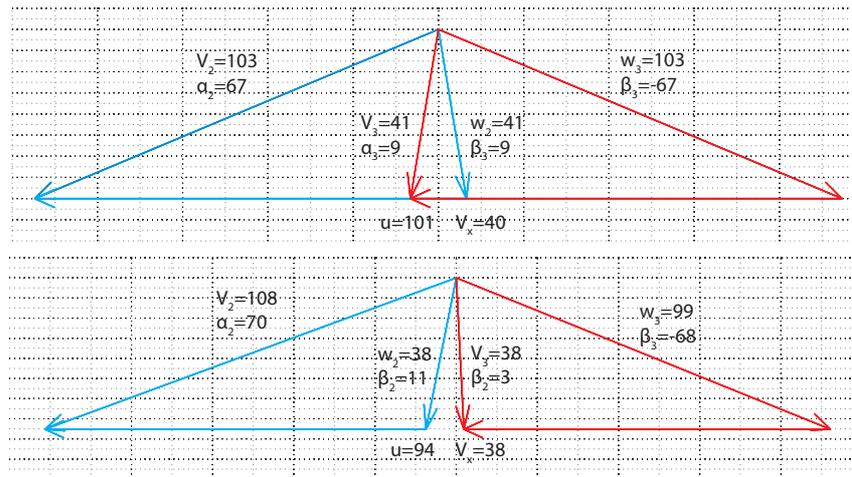


Figura 5.17: Triangoli delle velocità per i casi presentati nella tabella 5.6: in alto il caso a basso SP, in basso quello ad alto SP

L'esame dell'andamento della velocità specifica, parametro chiave nella progettazione della turbina, in funzione del size parameter e del rapporto volumetrico mostra come essa aumenti al diminuire delle dimensioni assolute e del VR , analogamente a quanto riportato nella letteratura. Tuttavia i valori della velocità specifica trovati sono, nell'intero piano, maggiori rispetto a quelli di Macchi and Perdichizzi (1981) e conseguono il massimo scostamento, in positivo, nella zona degli alti SP e degli alti VR . Infatti la motivazione addotta da Macchi and Perdichizzi (1981) per giustificare la locale diminuzione, ovvero la necessità di dare luogo a diametri più grandi per facilitare lo smaltimento della portata volumetrica, non trova riscontro nel presente lavoro.

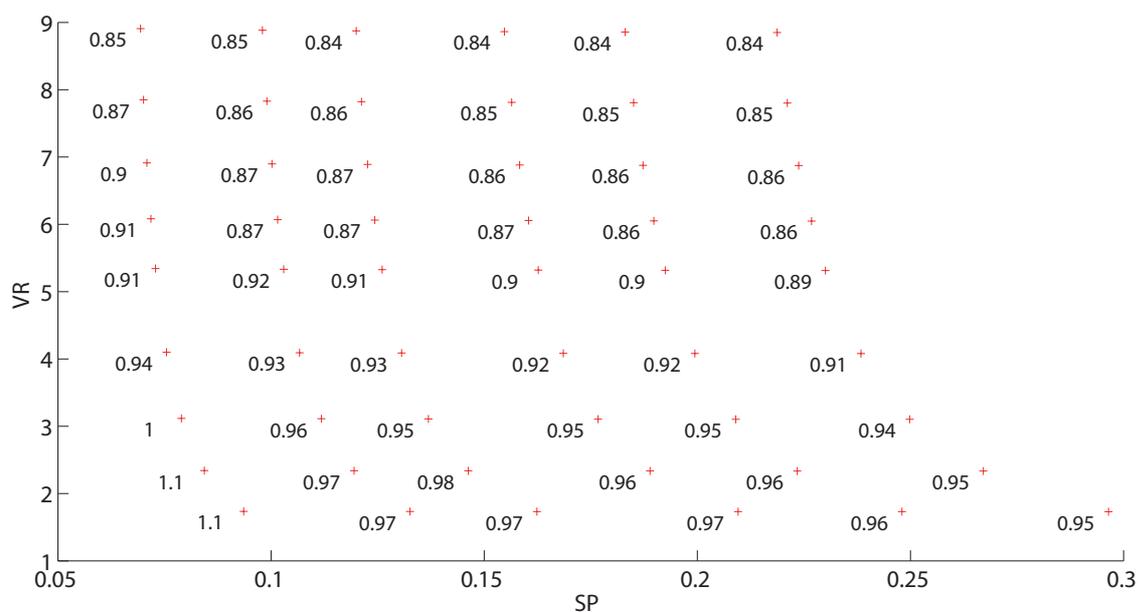


Figura 5.18: Distribuzione della velocità specifica n_s al variare del size parameter SP e del rapporto di espansione volumetrica VR

L'aumento di n_s al diminuire di VR è causato dal calo del salto entalpico isentropico, il quale più che compensa il contemporaneo calo di ω , che, per contro, promuoverebbe una diminuzione di n_s ; la velocità angolare diminuisce perché aumenta quella tangenziale, mentre il diametro medio di macchina non varia in maniera apprezzabile (d'altro canto si stanno confrontando macchine con uguale SP). Rispetto a quest'ultima osservazione è opportuno chiarire che sebbene il diametro medio vari

poco, gli angoli di flaring risentono fortemente della variazione di VR , tant'è che sono maggiori laddove il rapporto volumetrico è maggiore: aree di passaggio più grandi, necessarie a garantire l'efflusso di portate volumetriche che variano sensibilmente da inizio a fine espansione, sono conseguite agendo primariamente sul grado di divergenza del condotto meridiano.

Ciò non toglie che all'aumentare di VR le accresciute portate volumetriche in gioco si riflettono in un incremento degli ingombri radiali della macchina, e specialmente nella sezione di uscita, pur restando il diametro medio all'incirca costante.

L'aumento di n_s al diminuire del size parameter discende da due effetti che, similmente a prima, agiscono in direzioni opposte: la diminuzione della portata volumetrica allo scarico \dot{V}_3 , derivante dalla diminuzione della portata massica \dot{m} , e l'aumento della velocità angolare ω , derivante dalla diminuzione del diametro medio d . La dipendenza di n_s da SP si indebolisce all'aumentare di VR in quanto l'effetto promosso da \dot{V}_3 , accresciuto per via dell'aumento di \dot{m} , tende a soverchiare quello di ω ; tale caratteristica non si ritrova nel più volte citato Macchi and Perdichizzi (1981).

Il grado di reazione R dominante tra le configurazioni analizzate è compreso tra 0.40 e 0.50, con prevalenza dei valori inferiori agli alti rapporti di espansione volumetrica per contenere il rapporto \dot{V}_2/\dot{V}_3 e soddisfare al vincolo sull'angolo di flaring. Questa tendenza si ritrova pure in Macchi and Perdichizzi (1981), anche se in quel caso i gradi di reazione ottimi limitatamente all'intervallo degli alti rapporti volumetrici di espansione sono leggermente inferiori (0.3 anziché 0.4).

La cifra di pressione ψ aumenta, fissato il SP , al crescere di VR perché l'incremento del salto entalpico isoentropico più che compensa quello della velocità tangenziale, nonostante quest'ultima sia elevata al quadrato eq. (4.5); di converso essa diminuisce, in misura minore, muovendosi verso i size parameter inferiori a causa dell'aumento della velocità u . Tali andamenti sono in accordo con quanto riportato in letteratura.

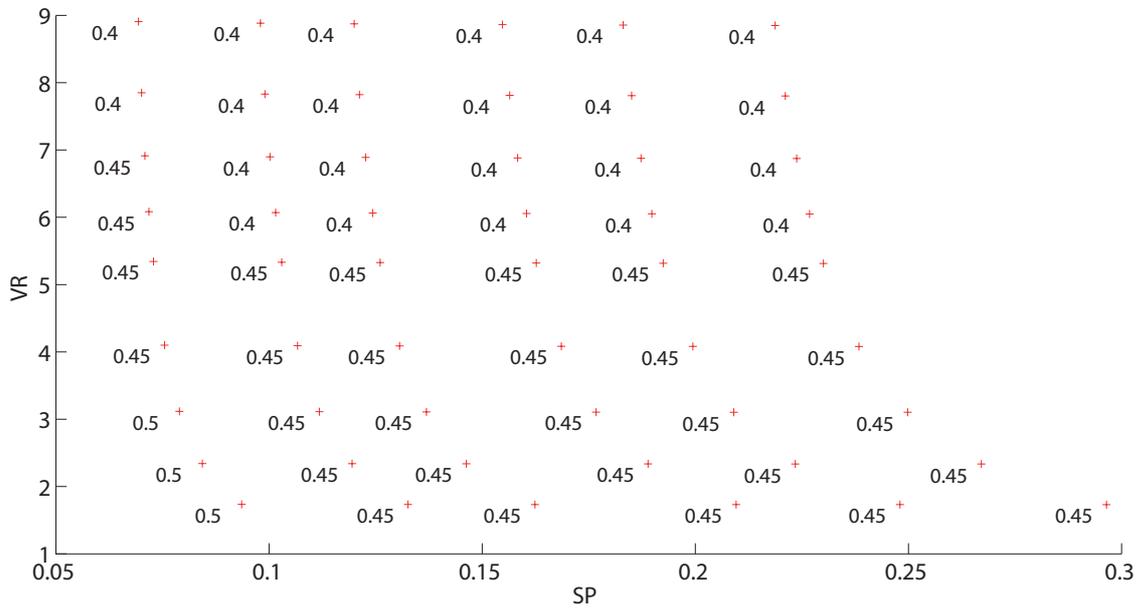


Figura 5.19: Distribuzione del grado di reazione R al variare del size parameter SP e del rapporto di espansione volumetrica VR

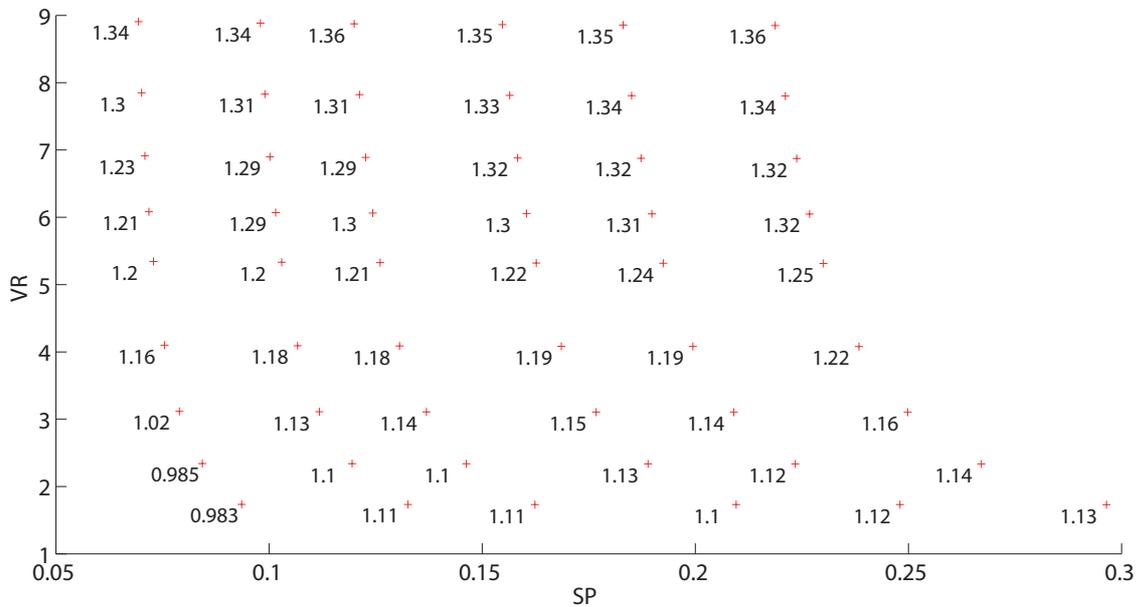


Figura 5.20: Distribuzione della cifra di pressione ψ al variare del size parameter SP e del rapporto di espansione volumetrica VR

Le corde assiali di rotore raggiungono, per evidenti ragioni, i loro valori massimi presso gli alti rapporti di espansione e size parameter.

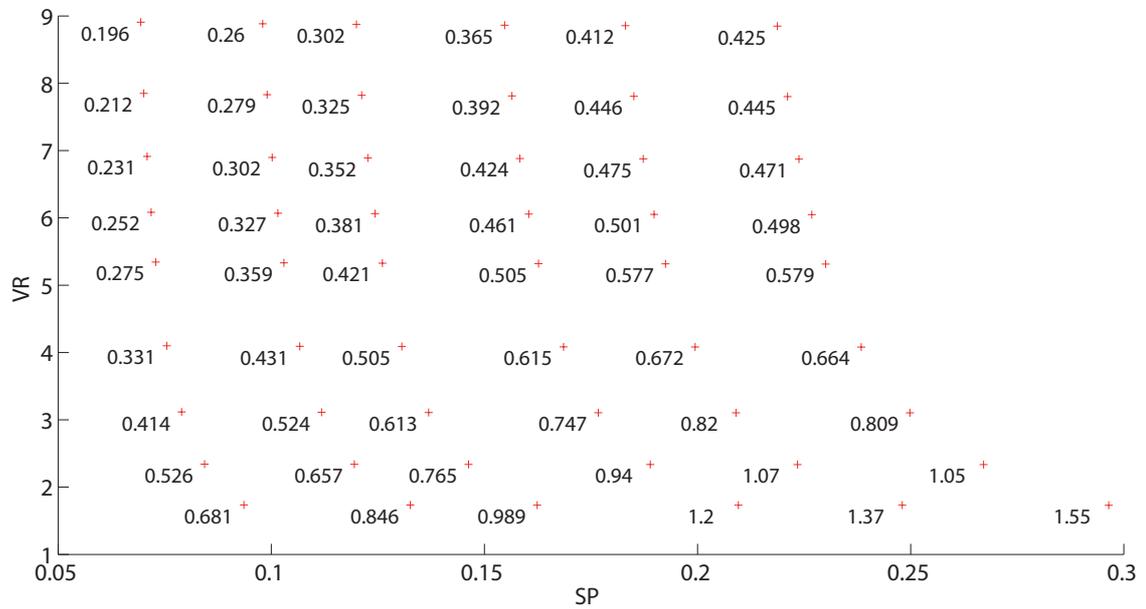


Figura 5.21: Distribuzione del rapporto altezza-corda di statore al variare del size parameter SP e del rapporto di espansione volumetrica VR

Conclusioni

Il presente lavoro di tesi ha evidenziato che nella progettazione di un espansore assiale per fluido organico gli effetti sul rendimento del rapporto di espansione volumetrico, ossia della comprimibilità, non possono essere trascurati, pena una sovrastima delle prestazioni della macchina. Per tale ragione, preso atto dell'impossibilità di utilizzare le indicazioni del rendimento offerte da diagrammi tradizionali, Smith chart e collinare di Balje, si è implementato in ambiente Matlab interfacciato con il database di proprietà dei fluidi Refprop, un modello di turbina assiale secondo un approccio progettuale del tipo a linea media, in grado di ottimizzare, per date variabili indipendenti di input, lo stadio della macchina. Si è altresì considerata attraverso l'introduzione di un coefficiente dimensionale, size parameter, la connessione tra taglia della macchina e rendimento massimo conseguibile, per contemplare l'evidenza che macchine piccole in dimensioni assolute hanno prestazioni inferiori rispetto a quelle di taglia maggiore.

Le conclusioni ed i risultati trovati si possono riassumere nei seguenti punti:

- dalle nuove Smith chart, calcolate per un VR fissato, il massimo del rendimento, sensibilmente inferiore rispetto a quanto riportato nell'opera originale dell'autore, si posiziona sempre a $\phi = 0.4$, mentre lo ψ ottimo cresce al crescere del rapporto di espansione volumetrica, passando da circa 1 a 1.20 rispettivamente da $VR \approx 1.7$ a $VR \approx 9$;
- i nuovi diagrammi di Balje, ciascuno di essi riferito ad un VR fissato, oltre ad evidenziare una dipendenza del rendimento dal rapporto di espansione, mostrano

che mentre è sempre chiaramente identificabile una velocità specifica n_s ottima, altrettanto non può dirsi per il diametro specifico d_s , in quanto il massimo rendimento si associa sempre al diametro specifico più elevato. Chi scrive crede che questo fatto sia conseguenza dell'aver limitato l'analisi ai soli stadi assiali ripetuti e che siano in ogni caso necessari ulteriori approfondimenti;

- per rendere fruibili i risultati del lavoro, si è deciso di considerare per ogni coppia $SP-VR$, solo il singolo caso a velocità specifica ottima, rendendo possibile l'ottenimento, per l'appunto, di una serie di mappe nelle variabili $SP-VR$ che mostrano l'andamento della velocità specifica ottima, del rendimento, del grado di reazione ecc. Dal loro esame sono emersi i seguenti risultati: n_s aumenta verso i bassi VR e i bassi SP ; il rendimento è maggiore dove i size parameter sono alti (perdite per trafileamento percentualmente rilevanti) ed i rapporti di espansione volumetrica bassi (contenimento delle perdite per onde d'urto e postespansione); il grado di reazione R cala al crescere di VR , mentre il coefficiente di carico va diminuendo;
- l'influenza del size parameter, ma specialmente del rapporto volumetrico, si riflettono oltre che sui parametri esposti in precedenza, anche sulle grandezze strettamente geometriche della macchina. In particolare l'aumento di VR impone, stante i vincoli dell'algoritmo di ottimizzazione, una crescita dell'altezza palare, per accogliere l'accresciuta portata volumetrica di ingresso, e della corda assiale, per poter mantenere l'angolo di semiapertura del condotto meridiano entro valori accettabili.

In definitiva l'idea alla base dei risultati di questo lavoro può essere condensata nella seguente affermazione: la progettazione di un espansore assiale per fluidi ORC e quindi la previsione del suo rendimento e della sua geometria, non può prescindere dal considerare gli effetti della comprimibilità, tenuti in conto dal rapporto di espansione volumetrico, e della taglia, tenuti in conto dal size parameter.

Bibliografia

- Ackert, J., Keller, C., and Salzmann, F. (1934). Die verwendung von luft als untersuchungsmittel fur probleme des dampfturbinenbaues. *Schweizer Bauzeitung* 23: 259-263.
- Ainley, D. G. and Mathieson, G. C. R. (1957). A method for performance estimation for axial-flow turbines. *ARC Technical Report , R. and M. No.2974, Great Britain.*
- Angelino, G., Gaia, M., and Macchi, E. (1984). A review of italian activity in the field of Organic Rankine Cycles. *Proceeding of International VDI-Seminar, Zurich.*
- Aungier, R. H. (2006). *Turbine Aerodynamics: Axial-Flow and Radial-Flow turbines Design and Analysis.* ASME, New York.
- Balje, O. E. (1962). A study of design criteria and matching of turbomachines. Part A: Similarity relations and design criteria of turbomachines. *Trans. ASME Journal of Engeneering for Power* 84: 83-102.
- Balje, O. E. (1981). *Turbomachines: A Giude to Design, Selection and Theory.* Wiley, New York.
- Balje, O. E. and Binsley, R. L. (1966). Final report, turbine performance prediction: Optimization using fluid dinamic criteria. *Internal Report of Rocketdyne: A Division of North American Aviation.*
- Consonni, S. (1992). *Performance Prediction of Gas/Steam Cycles for Power Generation.* A Dissertation for the Degree of Doctor of Philosophy.

- Cordier, O. (1953). Ähnlichkeitsbedingungen für strömungsmaschinen. *Brennstoff-Wärme-Kraft*.
- Craig, H. R. M. and Cox, H. J. A. (1971). Performance estimation of axial flow turbines. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 185, No.32: 407-423*.
- Csanady, G. T. (1964). *Theory of Turbomachinery*. McGraw-Hill, Waterloo.
- Dixon, S. L. (1964). *Fluid mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery*. Butterworth-Heinemann, London.
- Dunham, J. and Came, P. (1970). Improvements to the Ainley-Mathieson method of turbine performance prediction. *Trans. ASME Journal of Engineering for Power 92: 252-256*.
- Enertime SA (2009). Enertime SA Cycles Organiques de Rankine: market and actors. <http://www.cycle-organique-rankine.com/market-markers>.
- Gaia, M. (2012). Thirty years of organic rankine cycle development. *First International Seminar on ORC Power Systems, DELFT TU-Technical University, The Netherlands*.
- Horlock, J. H. (1966). *Axial flow Turbines*. Butterworths, London.
- Invernizzi, C. M. (2013). *Closed Power Cycles: Thermodynamic Fundamentals and Application*. Springer-Verlag, London.
- Kacker, S. C. and Okapuu, U. (1982). A mean line prediction method for axial flow turbine efficiency. *Trans. ASME Journal of Engineering for Power 104: 111-119*.
- Kenneth, E. and Nichols, P. (1961). How to select turbomachinery for your application. <http://www.barber-nichols.com/resources>.
- Korpela, S. A. (2011). *Principles of Turbomachinery*. John Wiley & Sons, New York.

- Li, S. M., Chu, T. L., Yoo, Y. S., and Ng, W. F. (2004). Transonic and low supersonic flow losses of two steam turbine blades at large incidences. *Trans. ASME Journal of Fluids Engineering* 126: 966-975.
- Lozza, G. (1982). A comparison between the Craig-Cox and the Kacker-Okapuu methods of turbine performance prediction. *Meccanica* 17:211-221.
- Macchi, E. (1977). Design criteria for turbines operating with fluids having a low speed of sound. *Lecture Series n.100, Closed Gas Turbines, Von Karman Institute*.
- Macchi, E. (1985). Design limit: Basic parameter selection and optimization methods in turbomachinery design. *Martinus Nijhoff* 97: 805-828.
- Macchi, E. and Perdichizzi, A. (1981). Efficiency prediction for axial flow turbines operating with nonconventional fluids. *Trans. ASME Journal of Engineering for Power* 103: 718-724.
- Moustapha, H., Zalesky, M. F., Baines, N. C., and Japikse, D. (2003). *Axial and Radial Turbines*. Concepts ETI.
- Osnaghi, C. (2012). *Teoria delle Turbomacchine*. Esculapio, Milano.
- Quoilin, S., Broek, M. V. D., Declaye, S., Dewallef, P., and Lemort, V. (2013). Tecno-economic survey of Organic Rankine Cycle (ORC) systems. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 22: 168-186.
- Roberts, S. K. and Sjolander, S. A. (2005). Effect of the specific heat ratio on the aerodynamic performance of turbomachinery. *Trans. ASME Journal of Engineering for Gas Turbine and Power* 127: 773-780.
- Shepherd, D. (1956). *Principles of Turbomachinery*. The Macmillan Company, New York.
- Sjolander, S. A. (2010). Supplementary course notes. *Department of Mechanical and Aerospace Engineering - Carleton University*.

- Smith, S. F. (1965). A simple correlation of turbine efficiency. *Journal of Aeronautical Society* 69: 467-470.
- Traupel, W. (1966). *Thermische Turbomaschinen 1*. Springer Verlag, Berlin.
- Vavra, M. H. (1970). Basic elements for advanced design of radial-flow compressors. *AGARD Lecture series n.39 on Advanced Compressors: 6.1-6.41*.
- Ventrone, G. (1999). *Corso di turbomacchine. Macchine ed impianti per conversione di energia*. Cortina, Padova.

