

# Progetto di un servoposizionatore elettrico

**Tesi di Laurea Triennale - Progetto 2, Gruppo 1**

**Relatori: Prof. Roberto Oboe, Prof. Riccardo Antonello**

**Lorenzo Villanova**

Matr. n° 1217248

**Davide Zuin**

Matr. n° 1220779

**Giuseppe Salvatore Baisi**

Matr. n° 1226953

**Mirko Fassina**

Matr n° 1140587

Novembre 2022

# INTRODUZIONE

- Il progetto proposto ha l'obiettivo di sviluppare un sistema di controllo di posizione di un motore elettrico in corrente continua.
- Un controllo con questa specifica è richiesto in numerose applicazioni industriali, che richiedono il posizionamento accurato del carico collegato al motore.
- Per sviluppare un comando che agisce sull'attuatore controllando una coordinata angolare è necessaria la conoscenza di alcuni parametri fondamentali che determinano il comportamento del sistema.
- L'accuratezza e la precisione del controllo sopra citato richiede, oltre ai tradizionali schemi in “feed-back”, anche azioni dirette, o “feed-forward”.

# INTRODUZIONE

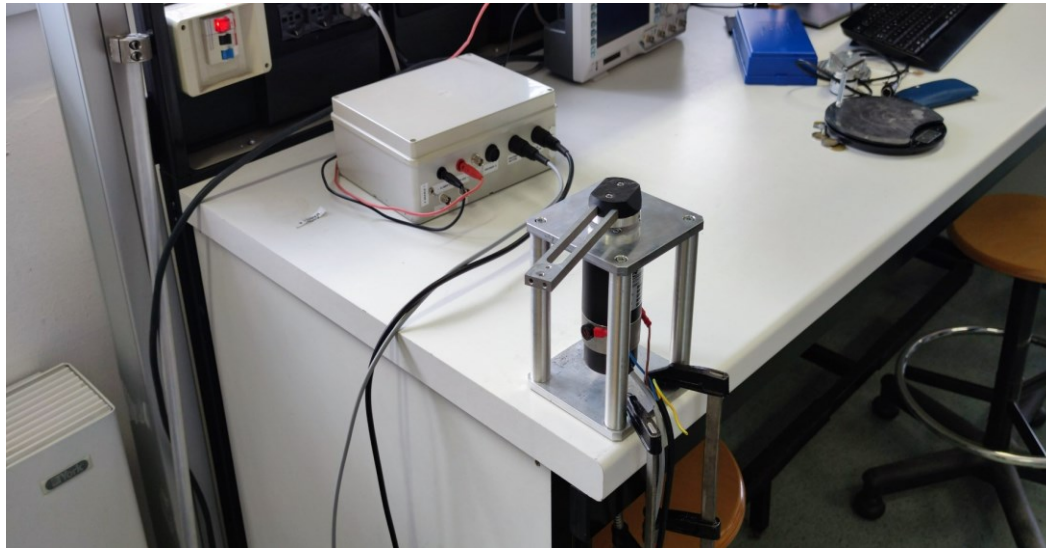
## Fasi di sviluppo del progetto:

- Calcolo della funzione di trasferimento del motore, rapportata alla posizione;
- Individuazione dello schema a blocchi dell'attuatore con relativi sistemi di controllo in retroazione e in catena diretta;
- Analisi dei dati iniziali forniti e calcolo dei parametri mancanti tramite prove dirette sul motore;
- Progetto del controllo in feed-back mediante PID e AWU;
- Progetto del controllo in feed-forward;
- Applicazione di un tipico comando in ambito industriale (accelerazione iniziale, velocità costante, decelerazione);
- Valutazione dell'efficacia dei sistemi di controllo progettati analizzando l'errore di inseguimento;
- Stima di pesi aggiuntivi sul carico tramite misure di coppia.

# SETUP INIZIALE

## Motore in c.c. con carico eccentrico e driver di pilotaggio

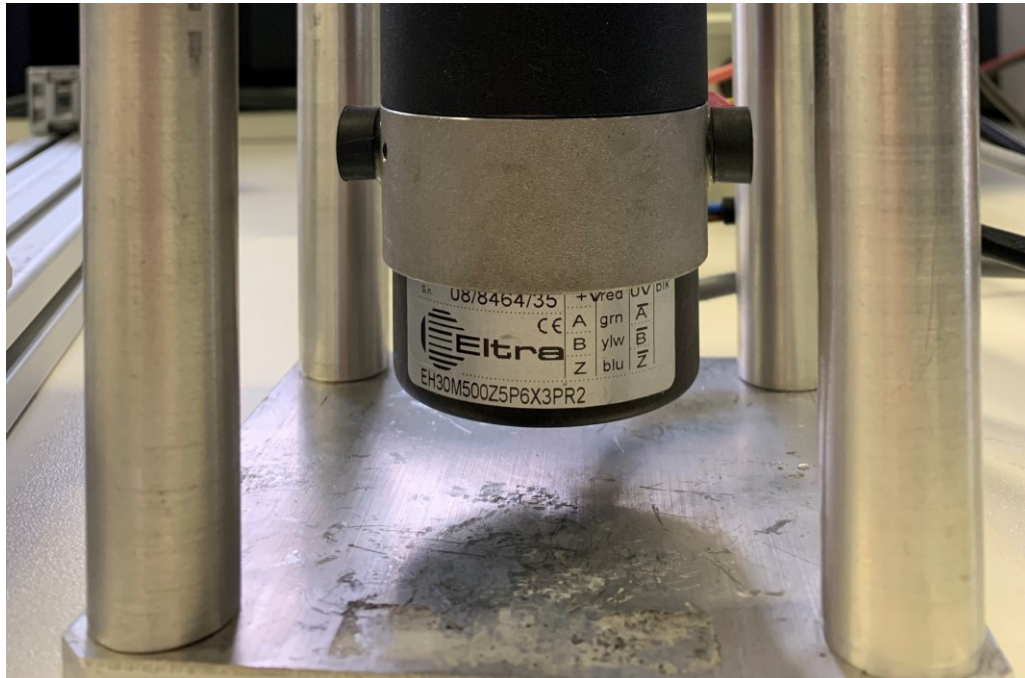
## Dati iniziali forniti



|                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|
| Costante di coppia        | 0,071 Nm/A                |
| Inerzia rotorica          | 0,000027 Kgm <sup>2</sup> |
| Resistenza avvolgimenti   | 3,85 Ω                    |
| Coppia di attrito statico | 0,02 Nm                   |
| Tensione nominale         | 60 V                      |
| Corrente nominale         | 3 A                       |
| Coeff. di attrito viscoso | $3 \times 10^{-4}$ Nm/s   |

# SETUP INIZIALE

## Encoder incrementale



## Specifiche encoder

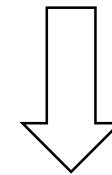
- 500 impulsi/giro;
- Conteggio moltiplicato per 4;
- Presente la tacca dello zero (non utilizzata);
- La conversione da impulsi a gradi è implementabile tramite una semplice formula;

# SETUP INIZIALE



## Alimentatore e driver:

- Massima tensione e corrente con l'alimentatore a disposizione di, rispettivamente, 30 V e 6 A;
- Costante di conversione dell'amplificatore di corrente comandato in tensione pari a 2 A/V ( $k_{I/V}$ );



Necessaria limitazione alle specifiche di alimentazione per la compatibilità con i dati di targa presenti sul motore.

# SETUP INIZIALE



- Computer con scheda di acquisizione dati PCIe-6321 della National Instruments™;
- MATLAB®;
- Simulink® e Simulink Real-Time™;

# SCHEMA DI CONTROLLO DEL MOTORE

**Individuazione della funzione di trasferimento dell'attuatore:**

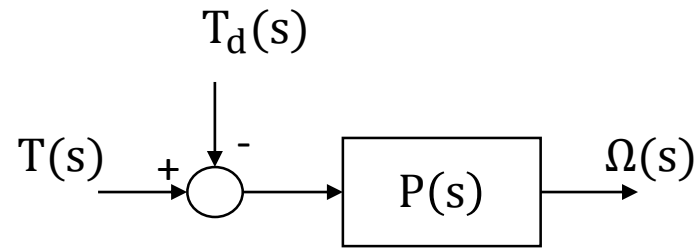
$$J \frac{d\omega}{dt} + B\omega = \tau - \tau_d.$$

Dove:

- $J$  è il momento d'inerzia all'albero motore;
- $B$  è il coefficiente di attrito viscoso;
- $\tau_d$  rappresenta la coppia di disturbo.



# SCHEMA DI CONTROLLO DEL MOTORE



La funzione di trasferimento risulta essere:

$$P(s) = \frac{1}{B+sJ} = \frac{\Omega(s)}{T(s)} .$$

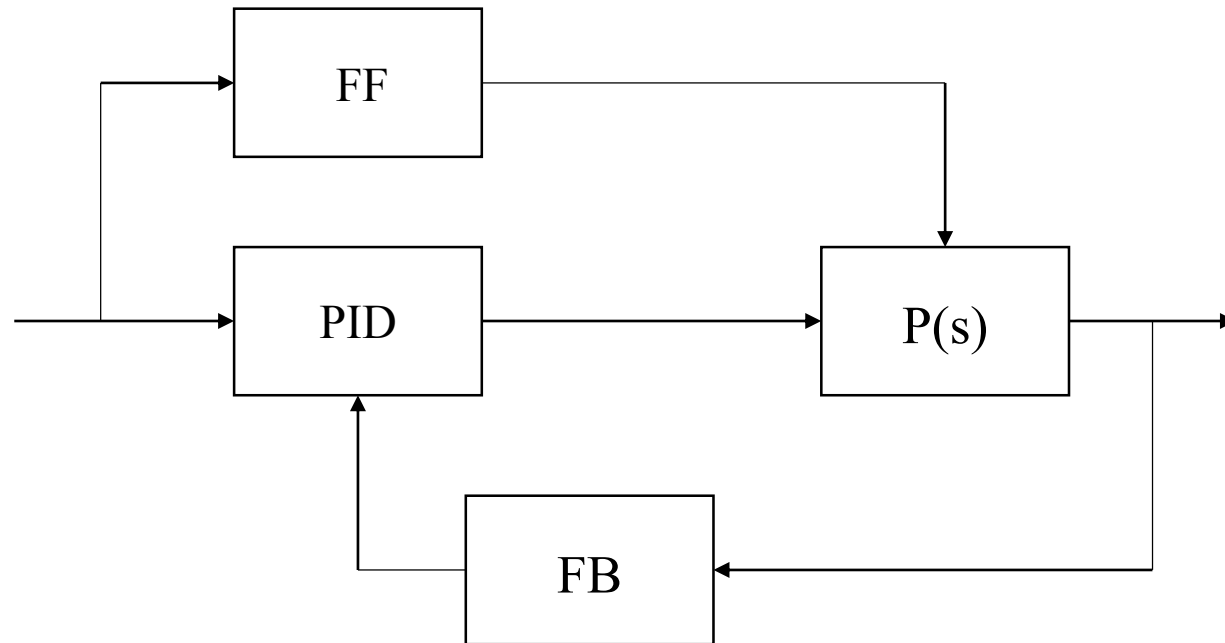
Per riportare la coppia alla posizione si applica l'integrazione  $\frac{1}{s}$  .

Ricordando la formula della coppia per i motori in corrente continua e tenendo conto della costante di conversione del driver, il processo da controllare è del tipo:

$$P(s) = k_{\tau} k_{I/V} \frac{1}{s} \frac{1}{B+sJ} = \frac{k_{\tau} k_{I/V}}{Bs + s^2 J} = \frac{\theta(s)}{T(s)} .$$

# SCHEMA DI CONTROLLO DEL MOTORE

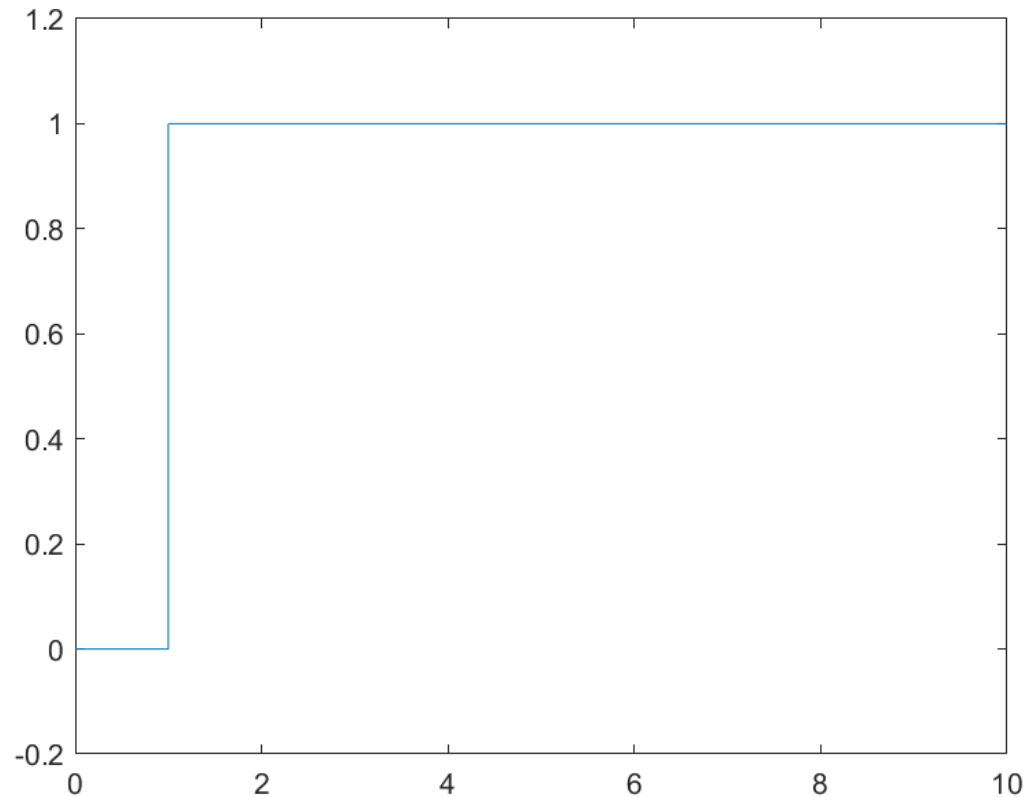
## Schema di controllo del processo



- Controllore PID;
- Azione in feed-back;
- Controllo in feed-forward.

# RACCOLTA DATI INIZIALI

Per ricavare  $B$  e  $J$  è necessario imprimere al motore una velocità costante per un certo periodo di tempo e ricavare la corrispondente coppia erogata.



Per avere una velocità costante si può imprimere all'attuatore un comando di tensione a gradino, come quello mostrato in figura, a titolo di esempio.

# RACCOLTA DATI INIZIALI

Di seguito vengono riportate le tensioni applicate e le corrispondenti correnti erogate dal driver.  
Il gradino è stato applicato per un tempo di 10 secondi.

| Tensione [V] | Corrente [A] |
|--------------|--------------|
| 0,15         | 0,30         |
| 0,18         | 0,36         |
| 0,20         | 0,40         |
| 0,23         | 0,46         |
| 0,25         | 0,50         |
| 0,28         | 0,56         |

# RACCOLTA DATI INIZIALI

Sono state applicate anche tensioni negative per invertire il senso di rotazione dell'albero motore.

| Tensione [V] | Corrente [A] |
|--------------|--------------|
| -0,18        | -0,36        |
| -0,20        | -0,40        |
| -0,22        | -0,44        |
| -0,24        | -0,48        |
| -0,26        | -0,52        |
| -0,28        | -0,56        |

# RACCOLTA DATI INIZIALI

## Considerazioni sui dati raccolti:

- La corrente erogata è proporzionale alla costante del driver;
- La coppia erogata è data dalla formula:  $\tau = k_{\tau}i$ ;
- La costante dell'amplificatore di corrente è intrinsecamente contenuta in  $i$ ;
- Si può quindi calcolare la coppia e misurare la velocità per ogni corrente in ingresso al motore.

# RACCOLTA DATI INIZIALI

**Calcolo delle coppie e misura delle corrispondenti velocità:**

| Tensione [V] | Corrente [A] | Coppia [Nm] | Velocità [rad/s] |
|--------------|--------------|-------------|------------------|
| 0,15         | 0,30         | 0,02130     | 13,540           |
| 0,18         | 0,36         | 0,02556     | 29,975           |
| 0,20         | 0,40         | 0,02840     | 35,125           |
| 0,23         | 0,46         | 0,03266     | 46,865           |
| 0,25         | 0,50         | 0,03550     | 54,240           |
| 0,28         | 0,56         | 0,03976     | 64,840           |

# RACCOLTA DATI INIZIALI

**Per le correnti negative:**

| Tensione [V] | Corrente [A] | Coppia [Nm] | Velocità [rad/s] |
|--------------|--------------|-------------|------------------|
| -0,18        | -0,36        | -0,02666    | -17,460          |
| -0,20        | -0,40        | -0,02840    | -25,855          |
| -0,22        | -0,44        | -0,03124    | -33,945          |
| -0,24        | -0,48        | -0,03408    | -42,240          |
| -0,26        | -0,52        | -0,03692    | -49,645          |
| -0,28        | -0,56        | -0,03976    | -56,850          |



# RACCOLTA DATI INIZIALI

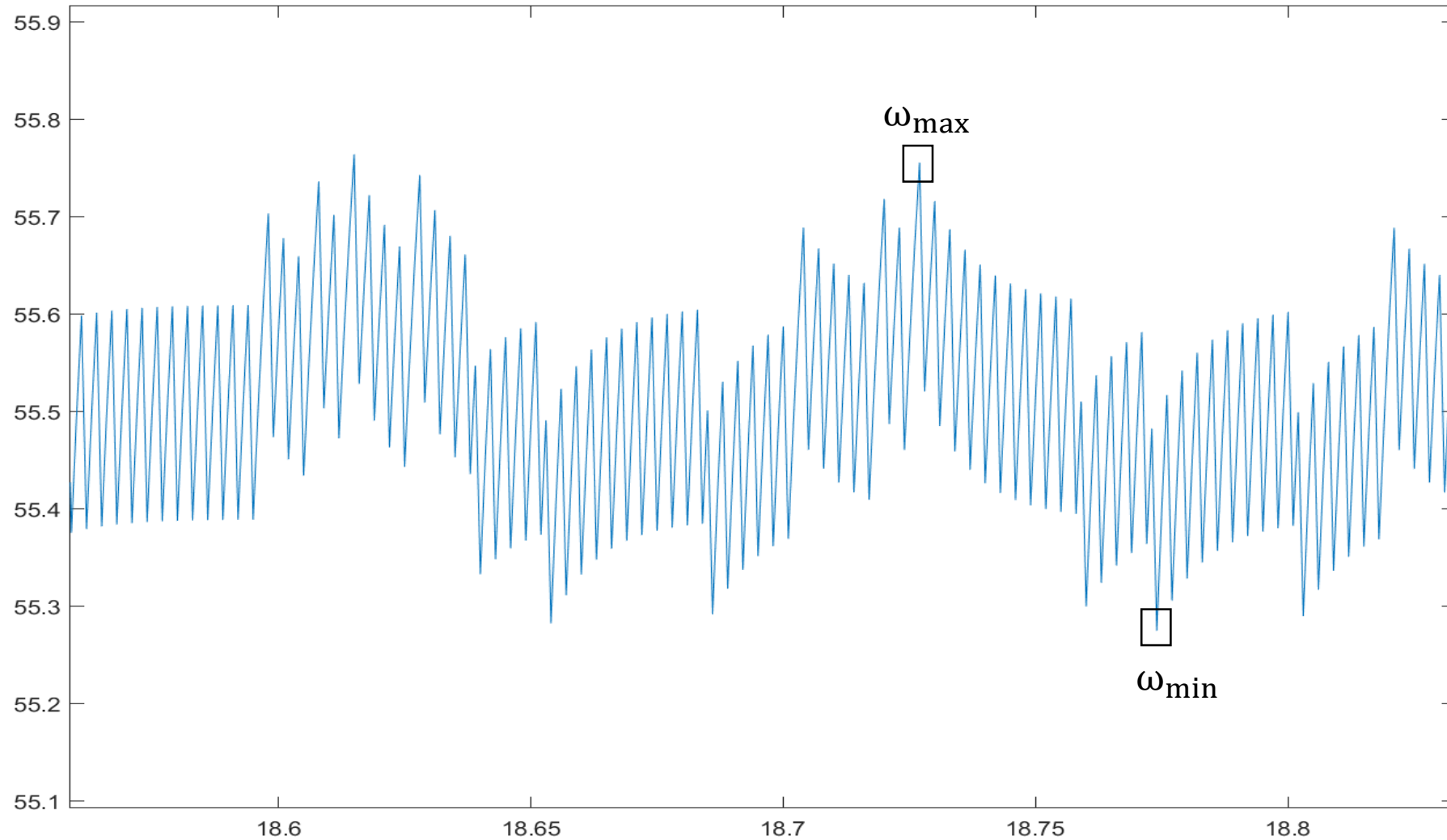
## Approfondimento sul calcolo della velocità:

- Il motore in corrente continua è un sistema del primo ordine. Quindi, la risposta al gradino presenta un transitorio iniziale ed una successiva stabilizzazione dell'uscita.
- Nel funzionamento a regime è inevitabilmente presente un ripple di velocità.
- Per avere un certo livello di accuratezza, la velocità è stata calcolata tramite la media aritmetica fra i picchi di massimo e di minimo di tale ondulazione:

$$\omega = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} .$$

# RACCOLTA DATI INIZIALI

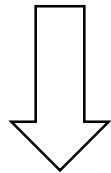
## Valutazione della velocità



# LINEARIZZAZIONE DEI DATI

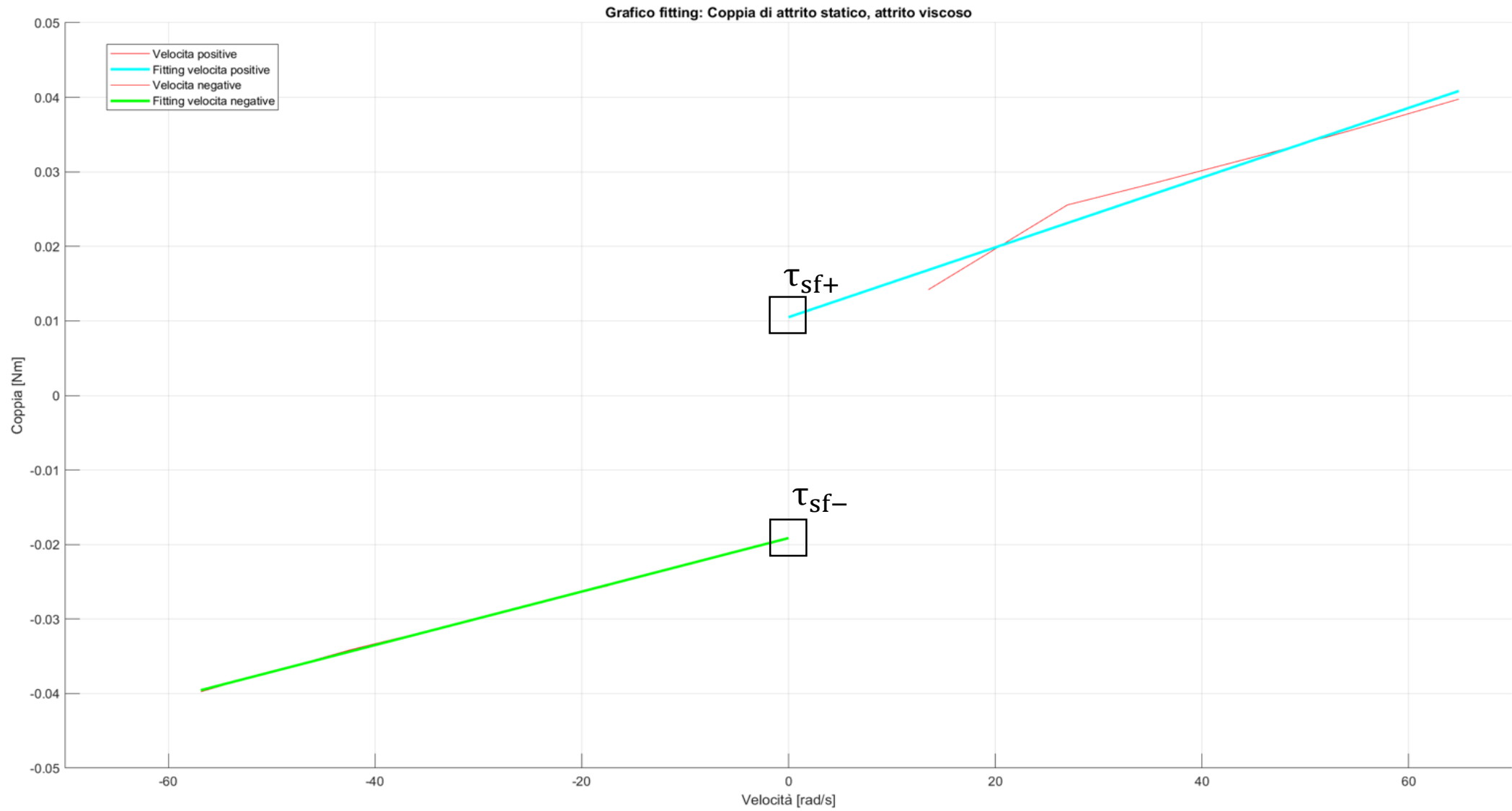
Linearizzando la coppia rispetto alla velocità si ottiene l'equazione della retta nel piano:  $y = mx + q$  :

- Il coefficiente angolare rappresenta l'attrito viscoso  $B$ ;
- Il termine noto invece indica la coppia di attrito statico  $\tau_{sf}$ .



Utilizzo della funzione 'polyfit()' di MATLAB<sup>®</sup>.

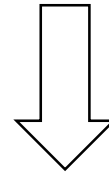
# LINEARIZZAZIONE DEI DATI



# LINEARIZZAZIONE DEI DATI

**Risultati della funzione 'polyfit()' per velocità positive e negative:**

- $\tau = 4,6803 \cdot 10^{-4} \omega + 0,0105.$
- $\tau = 3,5902 \cdot 10^{-4} \omega - 0,0191.$



Effettuando una media aritmetica dei due valori di  $\mathbf{B}$  e  $\tau_{sf}$  si ottengono i dati cercati:

$$\tau = 4,1352 \cdot 10^{-4} \omega + 0,0148 \text{ per } \omega > 0;$$

$$\tau = 4,1352 \cdot 10^{-4} \omega - 0,0148 \text{ per } \omega < 0.$$

# COSTANTE DI TEMPO MECCANICA

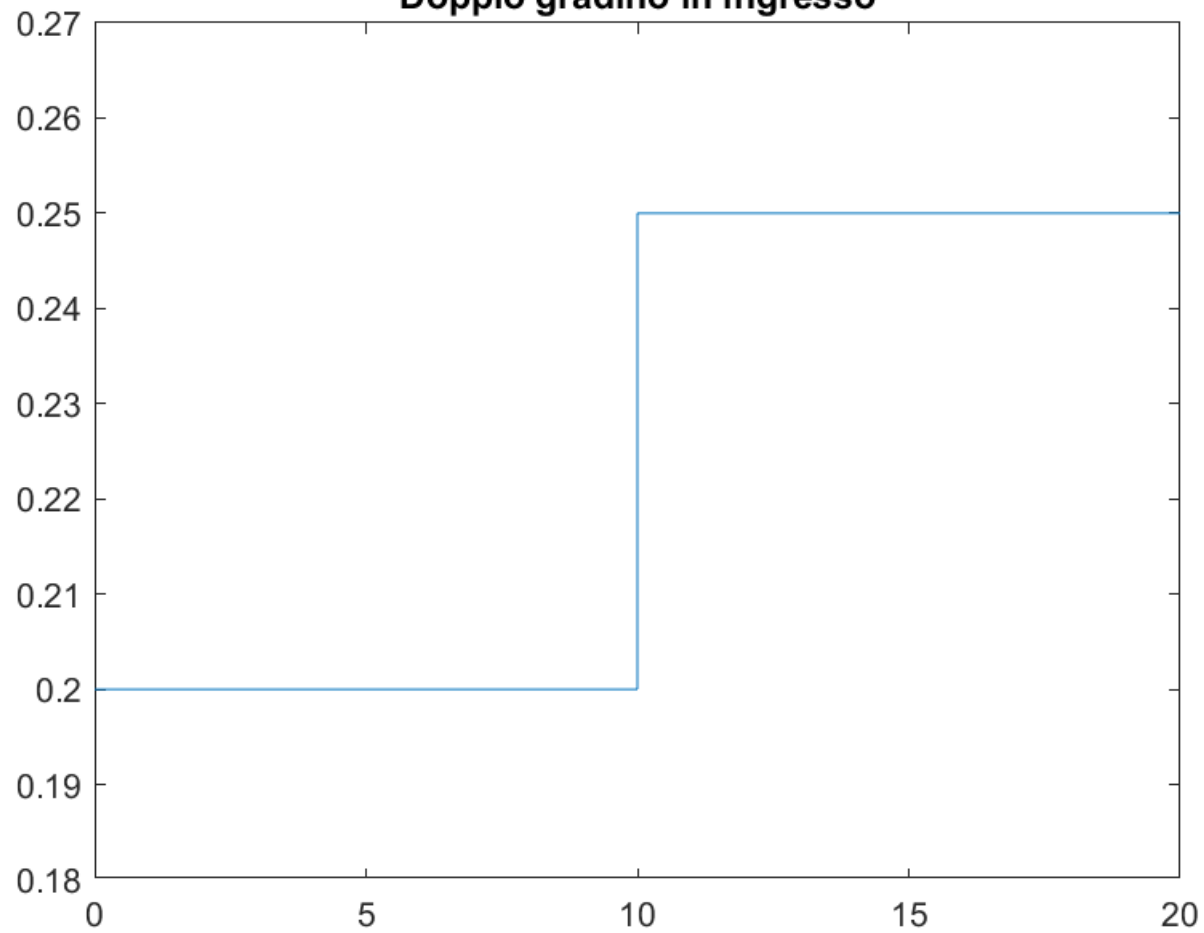
## Metodo di calcolo:

- La costante di tempo meccanica è il valore dell'intervallo temporale entro il quale l'uscita del motore raggiunge il 63,2% del valore finale.
- Come ingresso all'attuatore è stato applicato un gradino di tensione per un tempo di 20 secondi con i seguenti valori:

$$u(t) = \begin{cases} 0,2 \text{ V per } 0 \leq t < 10 \\ 0,25 \text{ V per } 10 \leq t \leq 20 \end{cases} \cdot$$

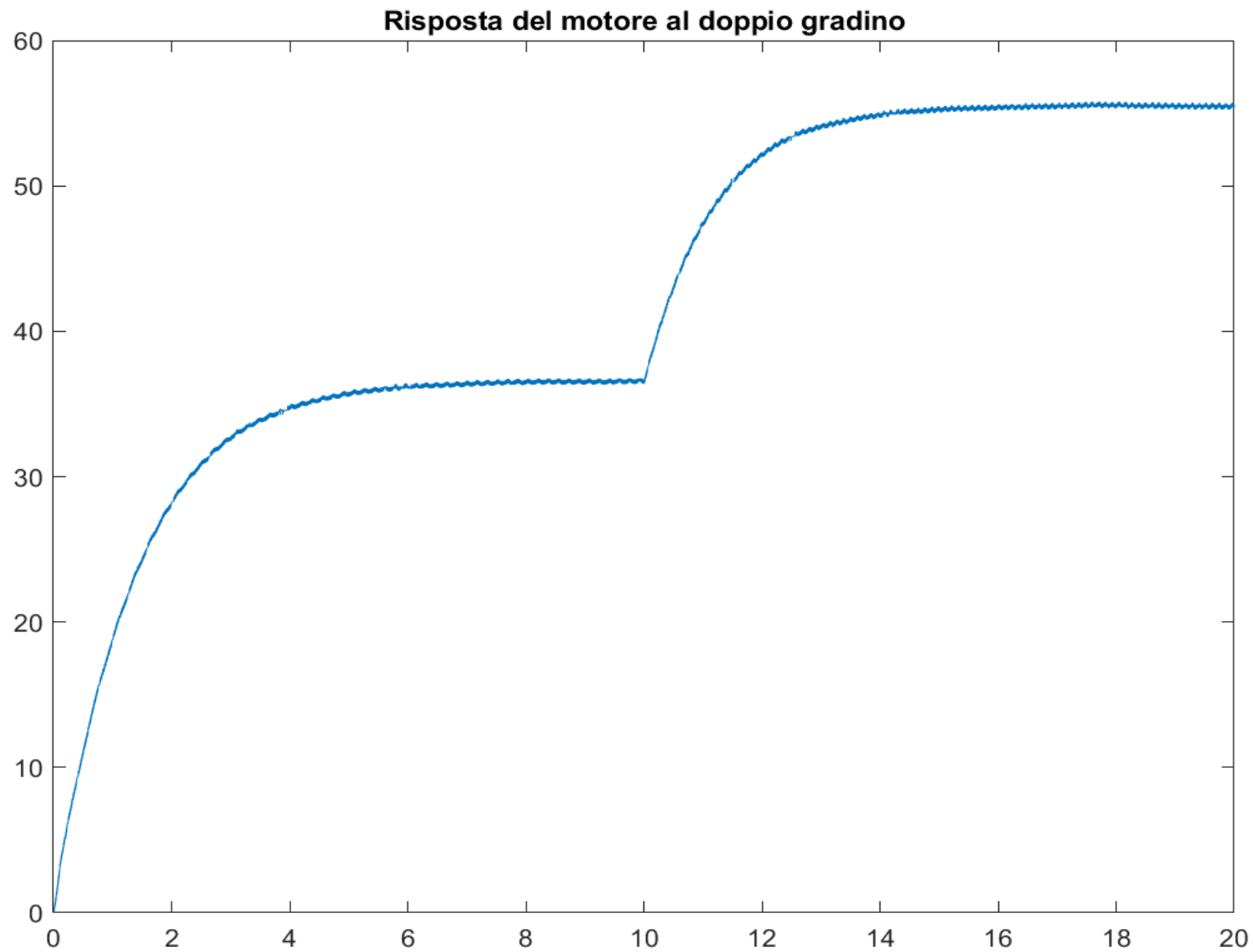
# COSTANTE DI TEMPO MECCANICA

Doppio gradino in ingresso



| Intervallo di tempo<br>[s] | Velocità del motore a<br>regime<br>[rad/s] |
|----------------------------|--|
| 0-10                       | $\omega_1 = 34,090$                        |
| 10-20                      | $\omega_2 = 53,125$                        |

# COSTANTE DI TEMPO MECCANICA

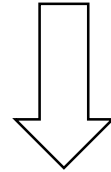




# COSTANTE DI TEMPO MECCANICA

A regime, la velocità del motore è di 53,125 rad/s ;

Il 63,2% del valore  $\omega_2 - \omega_1$  è pari a 11,992 rad/s. Tale valore è da sommare però a quello di  $\omega_1$  .

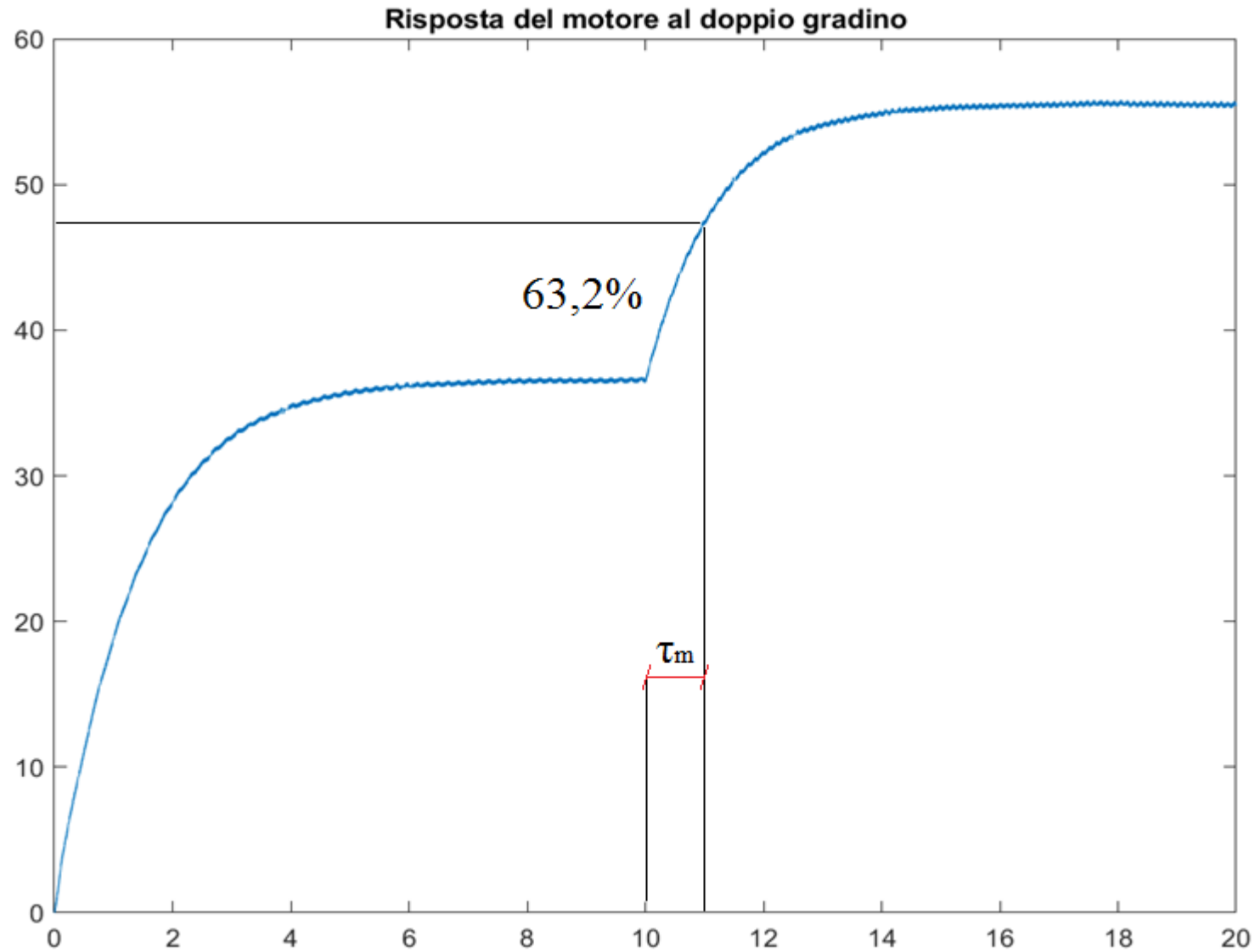


La velocità da considerare è quindi 46,082 rad/s, raggiunta in un tempo di 11,1952s.

Il valore della costante di tempo meccanica del motore, pertanto, risulta:

$$\tau_m = 11,1952 - 10 = 1,1952 \text{ s .}$$

# COSTANTE DI TEMPO MECCANICA



# MOMENTO D'INERZIA ALL'ALBERO MOTORE

Ricordando l'espressione della funzione di trasferimento rapportata alla velocità:

$$P(s) = \frac{1}{B+sJ} = \frac{\Omega(s)}{T(s)}$$

Si può riscrivere in forma di Bode evidenziando il guadagno :

$$P(s) = \frac{1}{B} \frac{1}{\frac{J}{B}s+1} .$$

Il rapporto  $\frac{J}{B}$  rappresenta proprio la costante di tempo meccanica del motore  $\tau_m$ .

Risulta immediato ricavare il momento d'inerzia:  $J = \tau_m B = 4,9424 \cdot 10^{-4} \text{ Kgm}^2$  .

Sono stati perciò ricavati sperimentalmente tutti i dati mancanti.

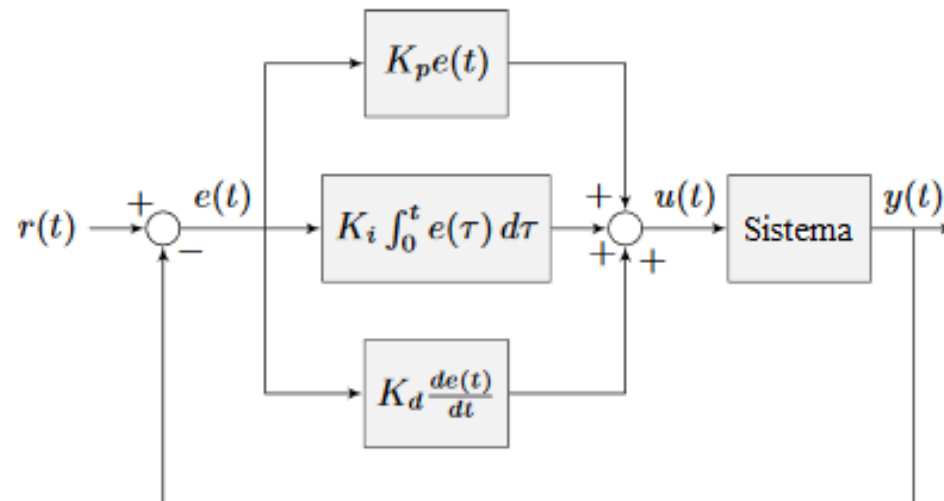
# PID

Il controllore proporzionale-integrativo-derivativo (in breve, controllore PID), è un sistema in retroazione negativa ampiamente impiegato nei sistemi di controllo automatico.

Come tutti i controllori in retroazione, agisce in base all'errore tra il riferimento in ingresso e il segnale effettivo in uscita, cercando di annullarlo.

Fornisce quindi un segnale  $u(t)$  in ingresso al sistema che è la somma dei 3 contributi:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt}$$



# PID

Il PID implementato è del tipo ‘parallelo’; esprimendolo nel dominio di Laplace, la sua funzione di trasferimento vale:

$$C(s) = \frac{E(s)}{U(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (\text{dove: } T_I = \frac{K_P}{K_I}; T_D = \frac{K_D}{K_P})$$

E’ però necessario sostituire la derivata ideale con una di tipo reale (diversamente, il sistema sarebbe improprio e di conseguenza non fisicamente realizzabile); per fare questo, modifichiamo il termine ‘ $T_D s$ ’:

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{1 + \frac{T_D}{N} s} \right) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{1 + T_L s} \right)$$

Per far sì che il polo  $-\frac{T_D}{N}$  non interferisca sulla risposta del controllore, si sceglie un  $N$  compreso tra 5 e 20; nel nostro caso, abbiamo scelto  $N = 10$ .

# PID

Inoltre, il PID è stato progettato tramite metodo analitico, secondo le seguenti specifiche:

- Pulsazione di attraversamento:  $\omega_{gc} = 100$  [rad/s];
- Margine di fase:  $M_{\varphi} = 60^{\circ} \cdot \frac{\pi}{180^{\circ}} = \frac{\pi}{3}$  [rad].

La funzione di trasferimento da controllare vale:

$$P(s) = \frac{k_{I/V} \cdot k_{\tau}}{Js^2 + Bs} = \frac{1,42 \cdot 10^{-2}}{(4,9424 \cdot 10^{-4})s^2 + (4,1352 \cdot 10^{-4})s}$$

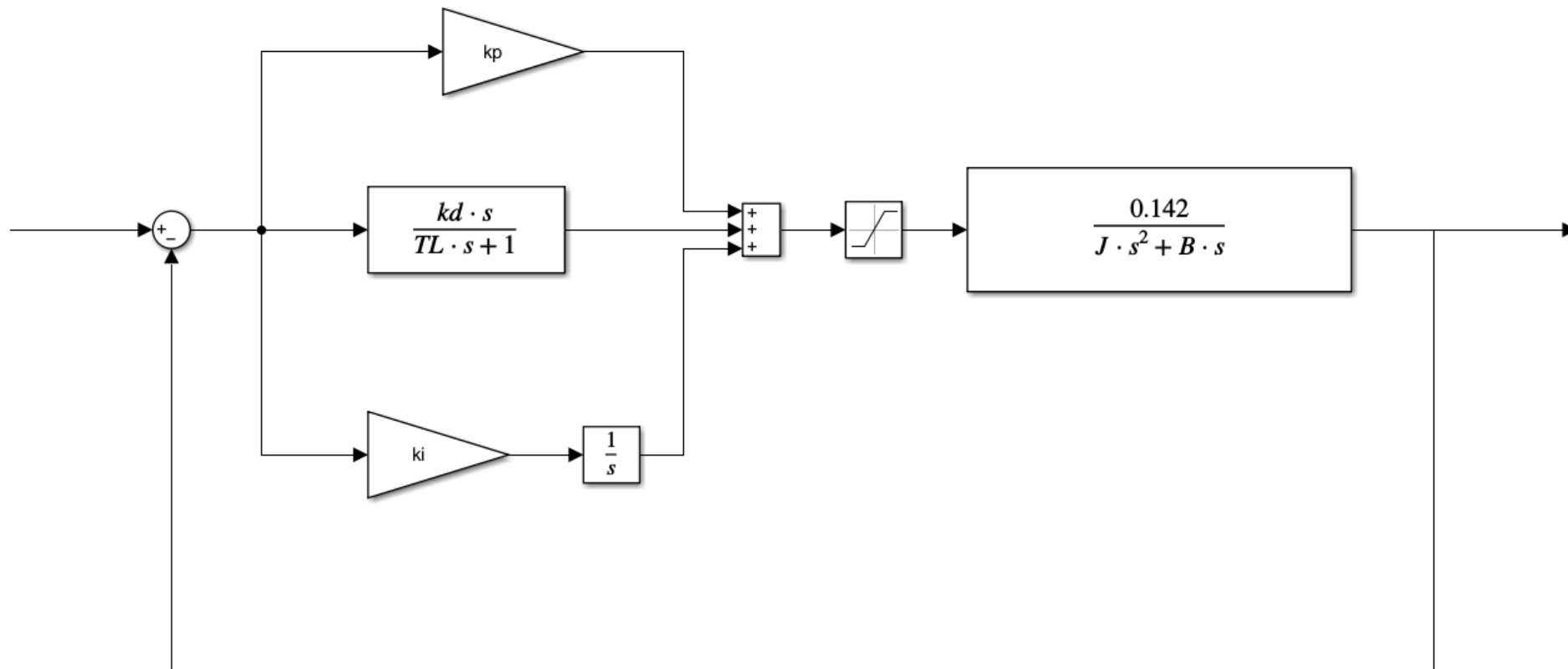
# PID

Si procede a calcolare i coefficienti del PID, tenuto conto che la funzione 'bode()' di MATLAB<sup>®</sup> fornisce in uscita modulo  $G_p$  e fase  $\varphi_p$ , una volta inseriti funzione di trasferimento  $P(s)$  e pulsazione di attraversamento  $\omega_{gc}$ :

- $G = \frac{1}{G_p}$ ;  $\varphi = M_\varphi - \pi - \varphi_p \frac{\pi}{180^\circ}$
- $K_p = G \cdot \cos(\varphi) = 17,655$
- $T_d = \left[ \tan(\varphi) + \sqrt{\tan^2(\varphi) + \frac{4}{\alpha}} \right] \cdot \frac{1}{2 \cdot \omega_{gc}}$  ( $\alpha = 8$ , ricavato sperimentalmente)
- $T_i = \alpha \cdot T_d$
- $K_d = T_d \cdot K_p = 0,3124$
- $K_i = \frac{K_p}{T_i} = 124,7038$
- $T_L = \frac{T_d}{N} = 0,0018$  ( $N = 10$ , ricavato sperimentalmente)

# PID

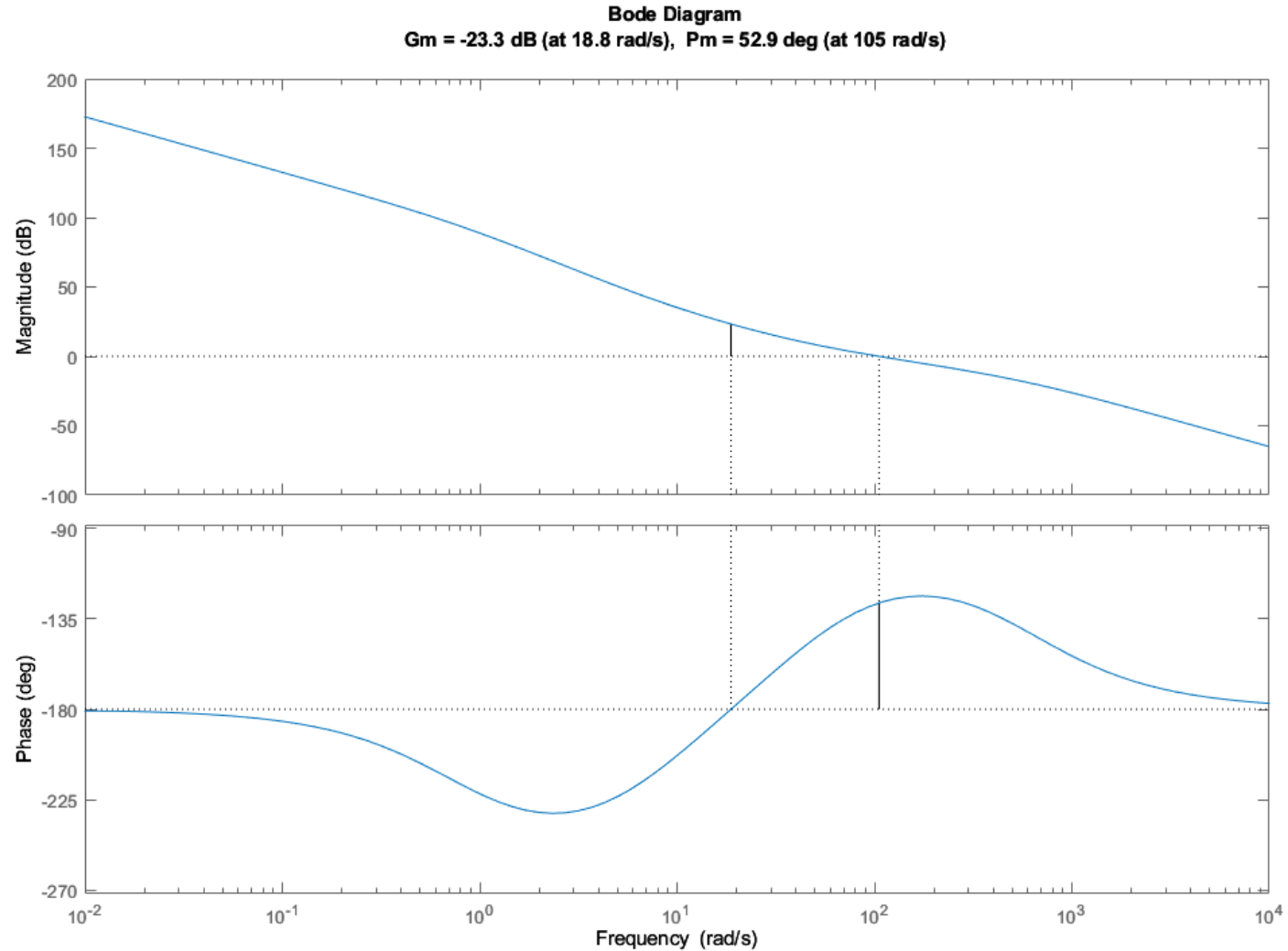
In prima approssimazione, quindi, lo schema a blocchi del sistema motore-encoder-driver, controllato con un PID, sarà:





# PID

Il diagramma di Bode del sistema  $P(s)$  con PID che si ottiene è:



# ANTI WIND-UP

Il wind-up può verificarsi quando l'attuatore satura, e il comando in ingresso al processo è un segnale costante. Indipendentemente dall'errore di controllo, in queste condizioni, il sistema è in catena aperta.

Nel nostro caso, la saturazione effettiva si verifica per tensioni superiori a  $\pm 3\text{V}$ .

Un modo per calcolare il guadagno minimo dell'azione anti wind-up è il seguente:

$$K_{\text{awu,min}} = \frac{1}{T_{\text{awu}}}, \text{ con: } T_{\text{awu}} = \frac{t_{s,5\%}}{5}.$$

Il  $t_{s,5\%}$  è il tempo di assestamento del sistema in catena chiusa.

# ANTI WIND-UP

Il valore del tempo di assestamento  $t_{s,5\%}$  può essere calcolato nel seguente modo:

$$t_{sB\%} = -\ln \frac{B}{100} \tau_m$$

Quindi, nel nostro caso:

$$t_{s,5\%} = -\ln \frac{5}{100} 1,1952 = 3,5805 \text{ [s]}$$

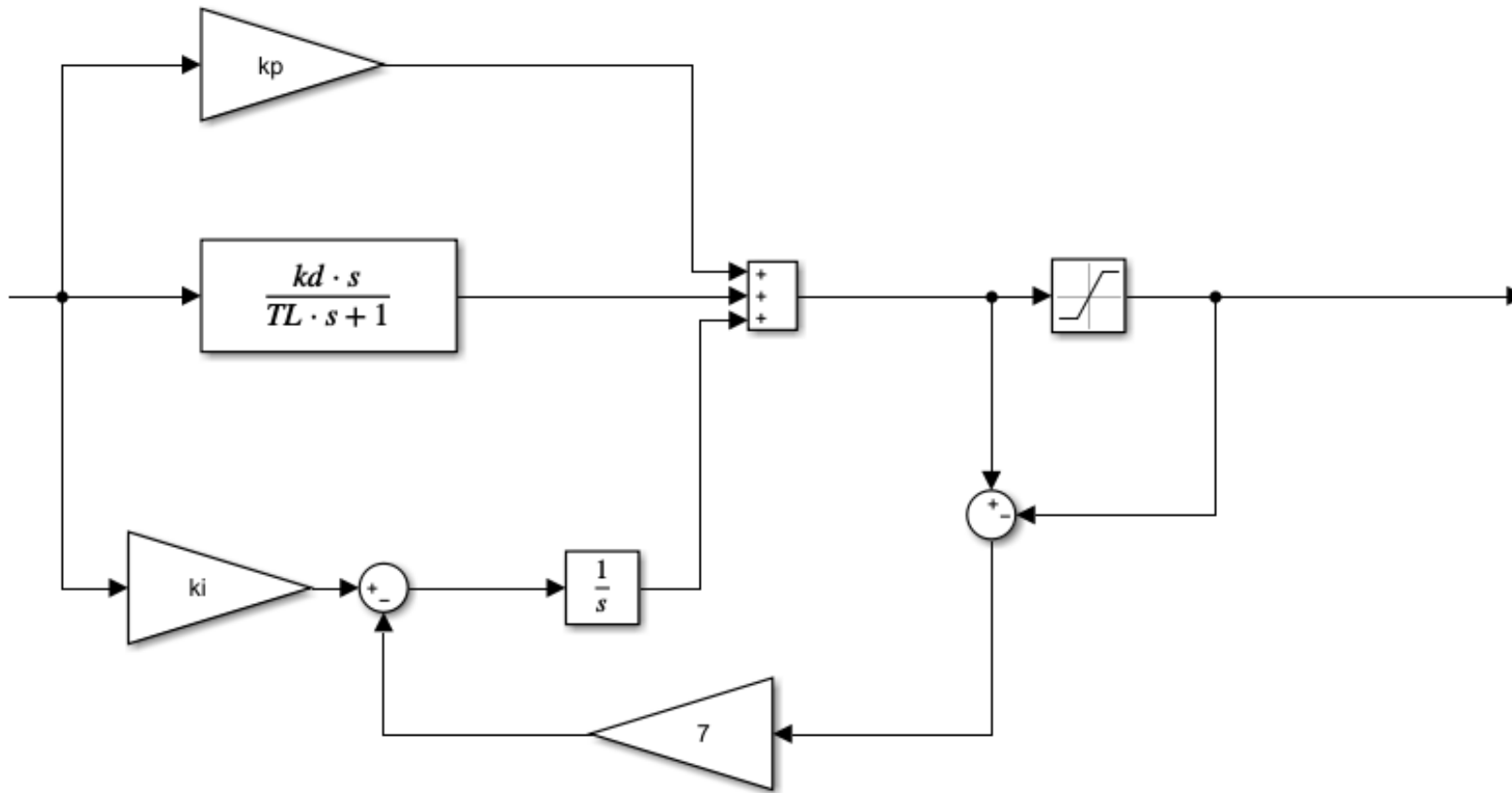
Conseguentemente, il guadagno  $K_{awu}$  risulta:

$$K_{awu,\min} = \frac{5}{t_{s,5\%}} = 1,396$$

Attraverso diversi tentativi, con posizionamenti di  $90^\circ$ , un valore ritenuto ottimale è  $K_{awu} = 7$ .

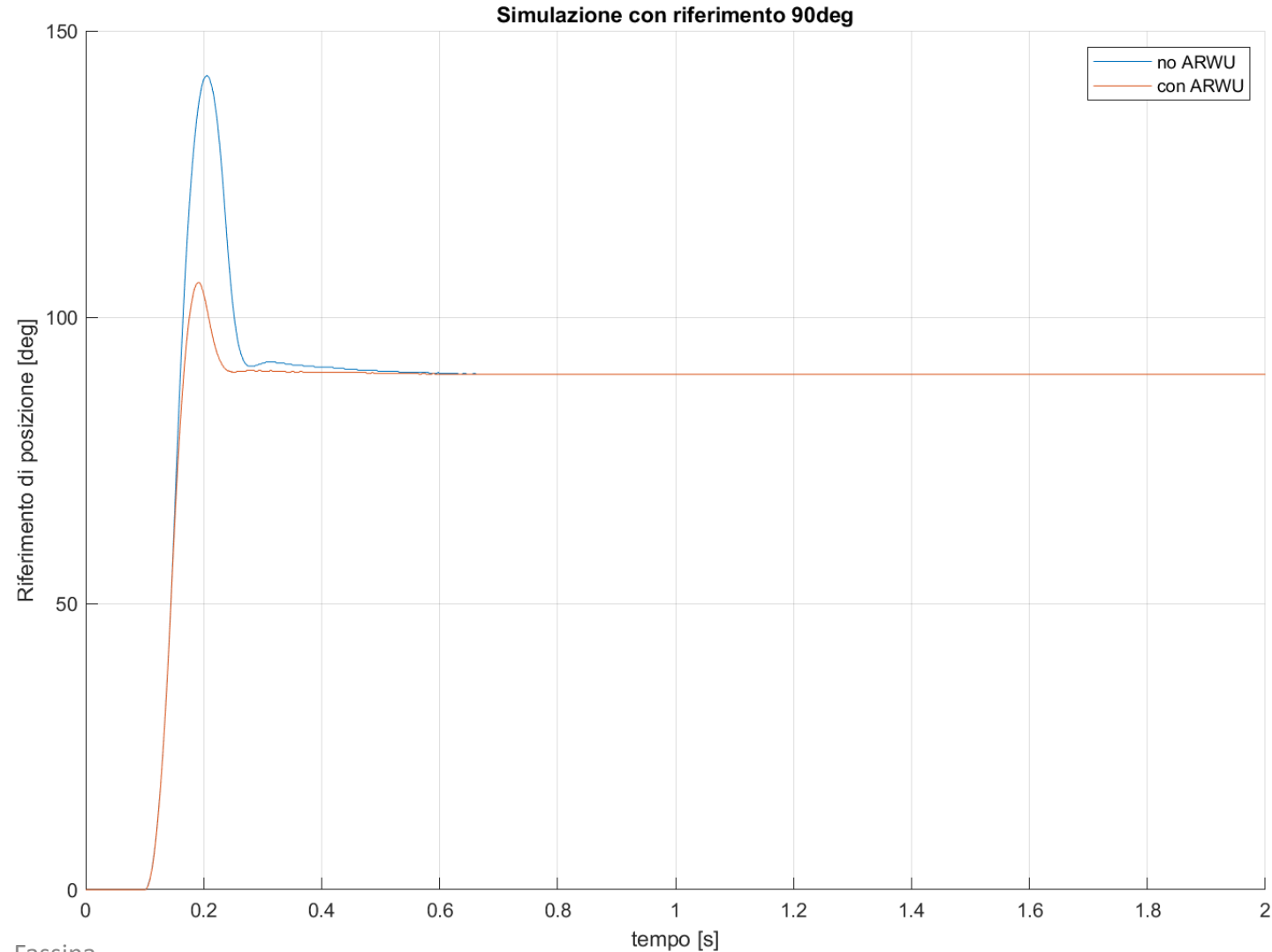
# ANTI WIND-UP

Schema con implementazione anti wind-up:

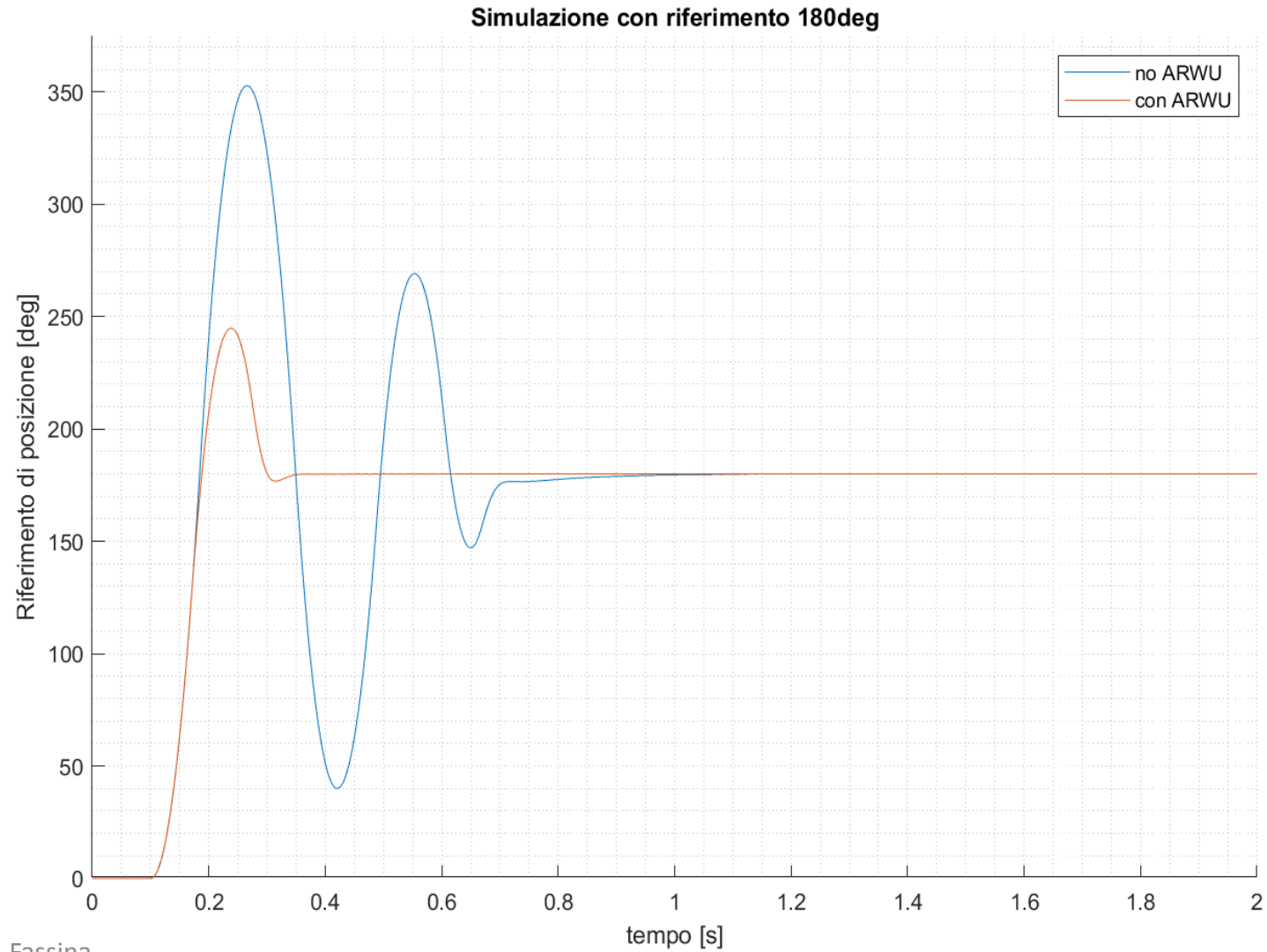


# ANTI WIND-UP

Si riportano i grafici della risposta con riferimenti di, rispettivamente,  $90^\circ$  e  $180^\circ$ :



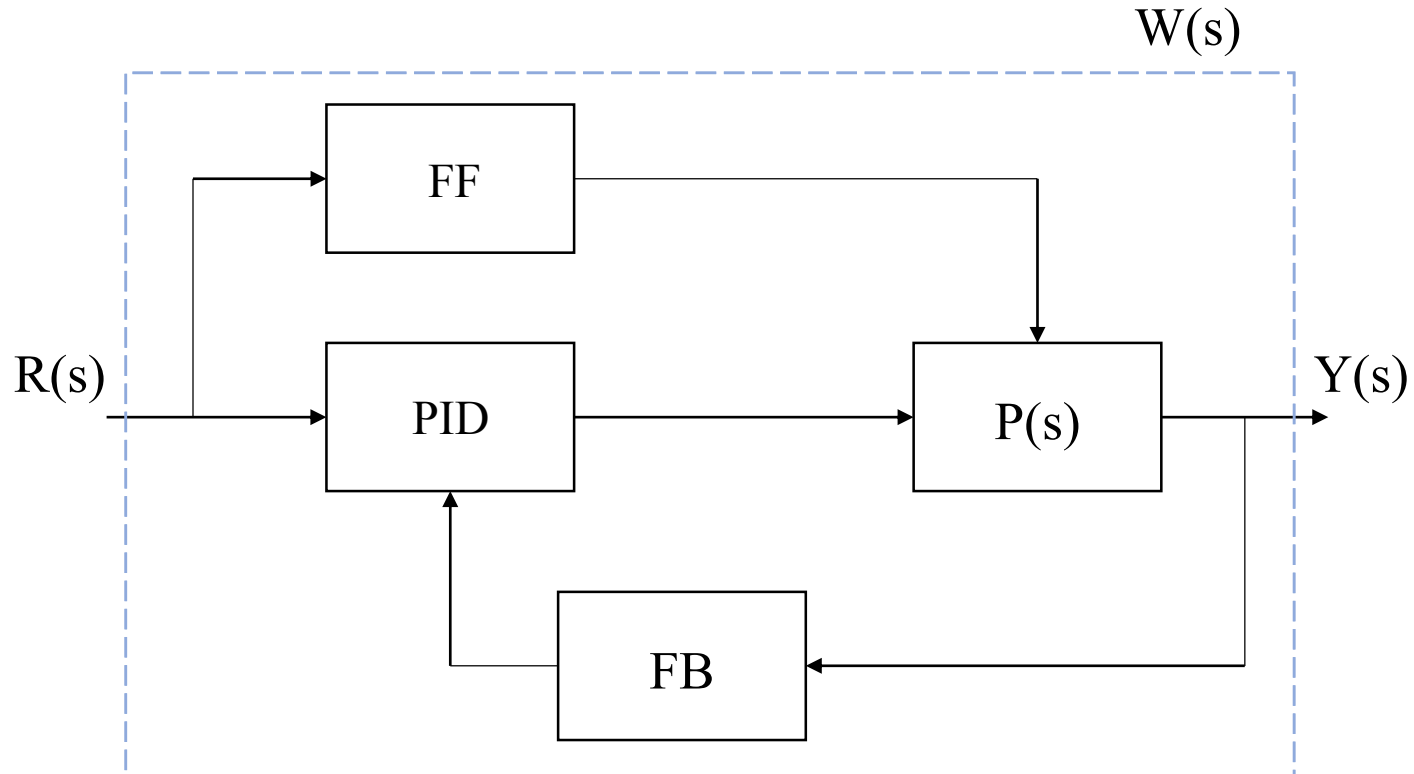
# ANTI WIND-UP



# FEED-FORWARD

Il feed-forward è un controllo che migliora l'inseguimento del riferimento andando a compensare disturbi ed attriti del sistema tramite l'iniezione di una componente di compensazione predittiva.

Schema con feed-forward:



# FEED-FORWARD

Idealmente, si vorrebbe  $W(s) = 1$ , in modo tale che l'uscita segua perfettamente il riferimento:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)} + \frac{F(s)P(s)}{1+C(s)P(s)} = 1$$

$$\frac{[C(s)+F(s)]P(s)}{1+C(s)P(s)} = 1 \quad \longrightarrow \quad [C(s) + F(s)]P(s) = 1 + C(s)P(s) \quad \longrightarrow \quad F(s)P(s) = 1$$

$$\text{Da cui: } F(s) = \frac{1}{P(s)};$$

$$P(s) = \frac{K}{(Js+B)s}$$

$$F(s) = \frac{(Js+B)s}{K} = \frac{J}{K}s^2 + \frac{B}{K}s$$

$$U'_{ff}(s) = F(s) R(s)$$

$$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}}$$

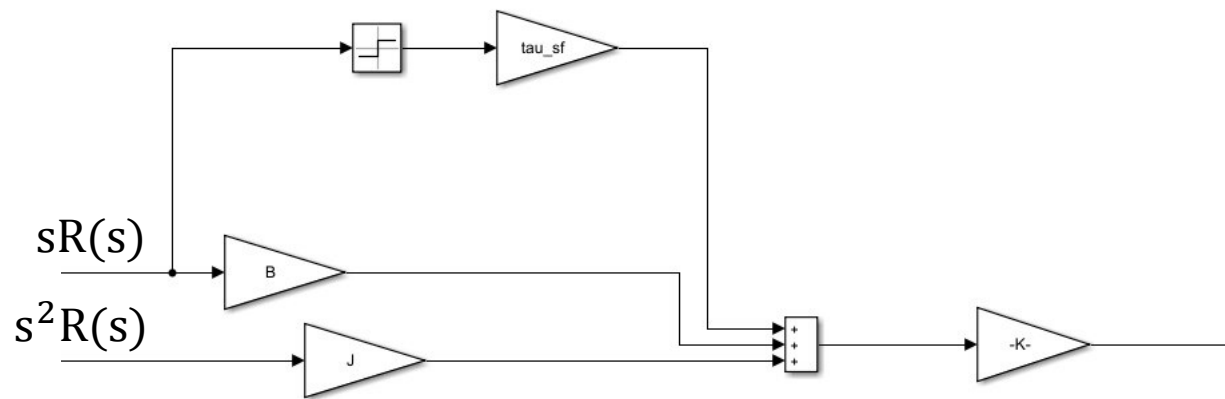
$$u'_{ff}(t) = \frac{J}{K} \frac{d^2r}{dt^2} + \frac{B}{K} \frac{dr}{dt}$$

$u'_{ff}(t)$  è la componente che compensa i disturbi relativi a B e J del sistema.



# FEED-FORWARD

Dato che si vuole compensare anche il disturbo che deriva dalla coppia di attrito statico del sistema, si aggiunge ad  $u'_{ff}(t)$  un'ulteriore componente:



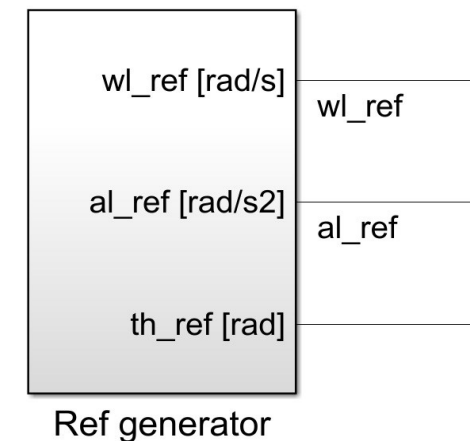
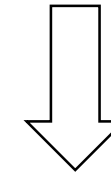
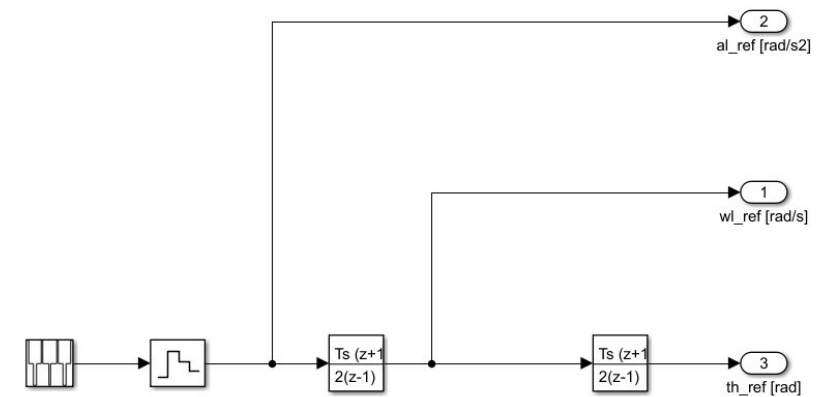
$$u_{ff}(t) = \frac{J}{K} \frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{B}{K} \frac{dr}{dt} + \frac{\tau_d}{K}$$

Dove si ha:  $\tau_d = \tau_{sf} \text{sign}(\omega)$

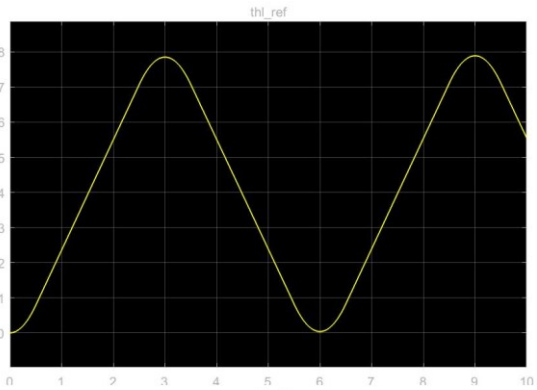
# FEED-FORWARD

Si è scelto di valutare il funzionamento del compensatore feed-forward tramite un segnale trapezoidale. Nella pratica, integrando il riferimento di accelerazione, si possono generare anche i segnali di riferimento di velocità e posizione che servono.

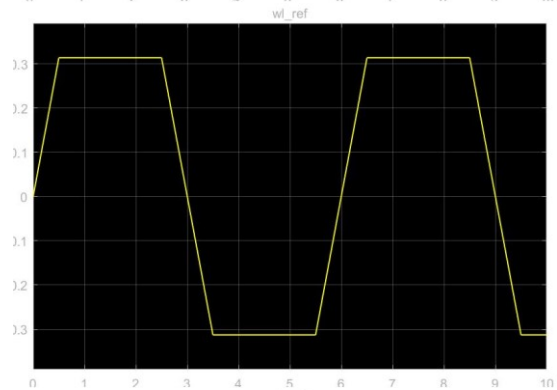
Tramite un ‘subsystem’, è possibile semplificare e quindi rappresentare i tre segnali di riferimento.



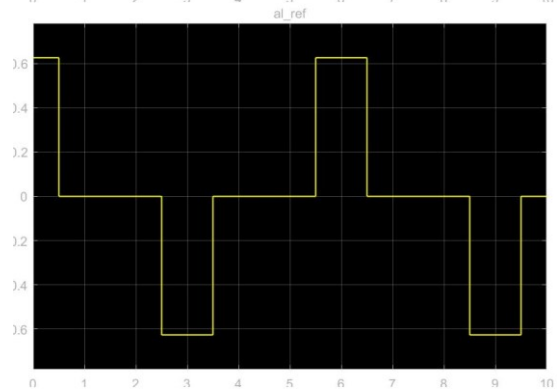
# FEED-FORWARD



Riferimento di posizione

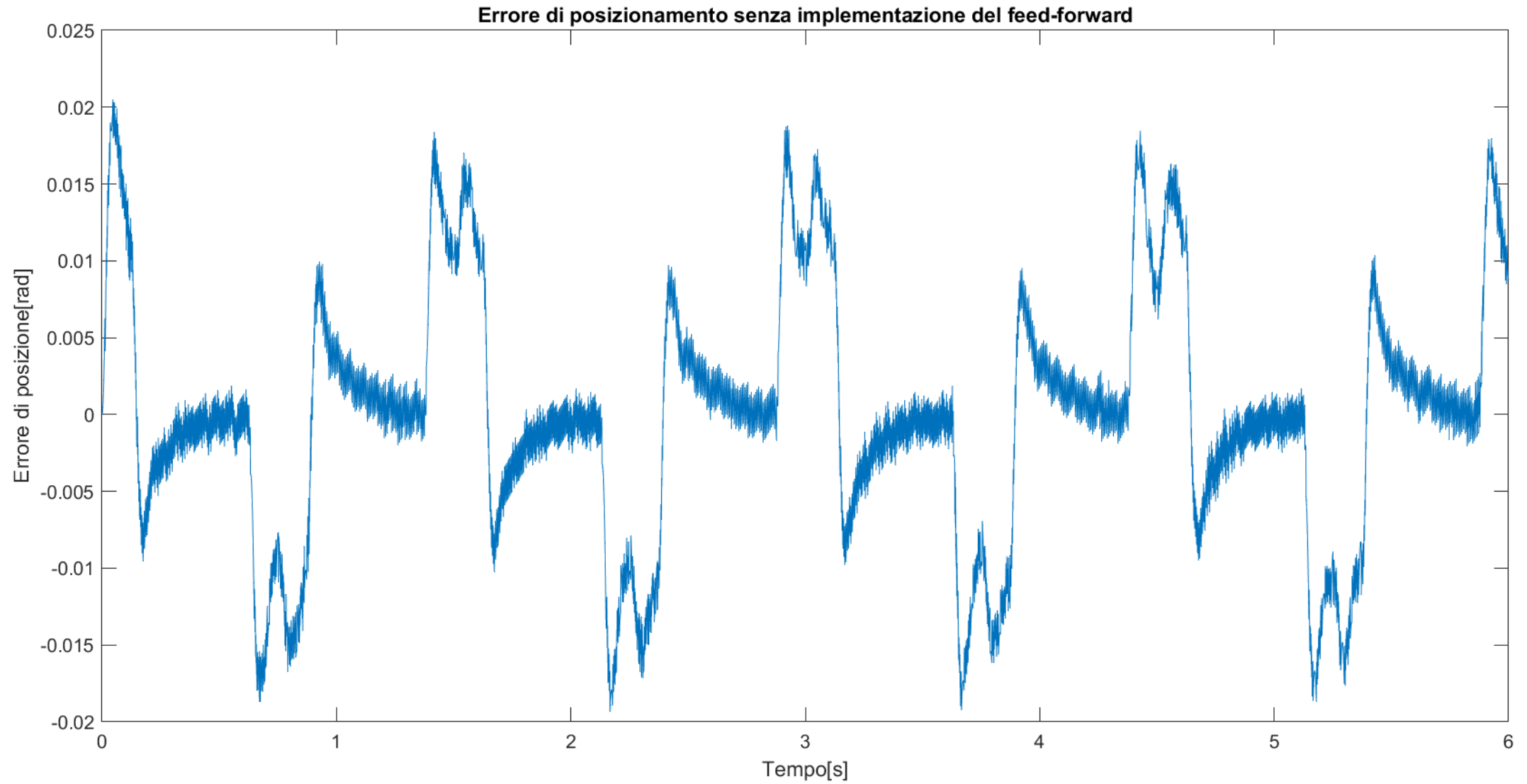


Riferimento di velocità

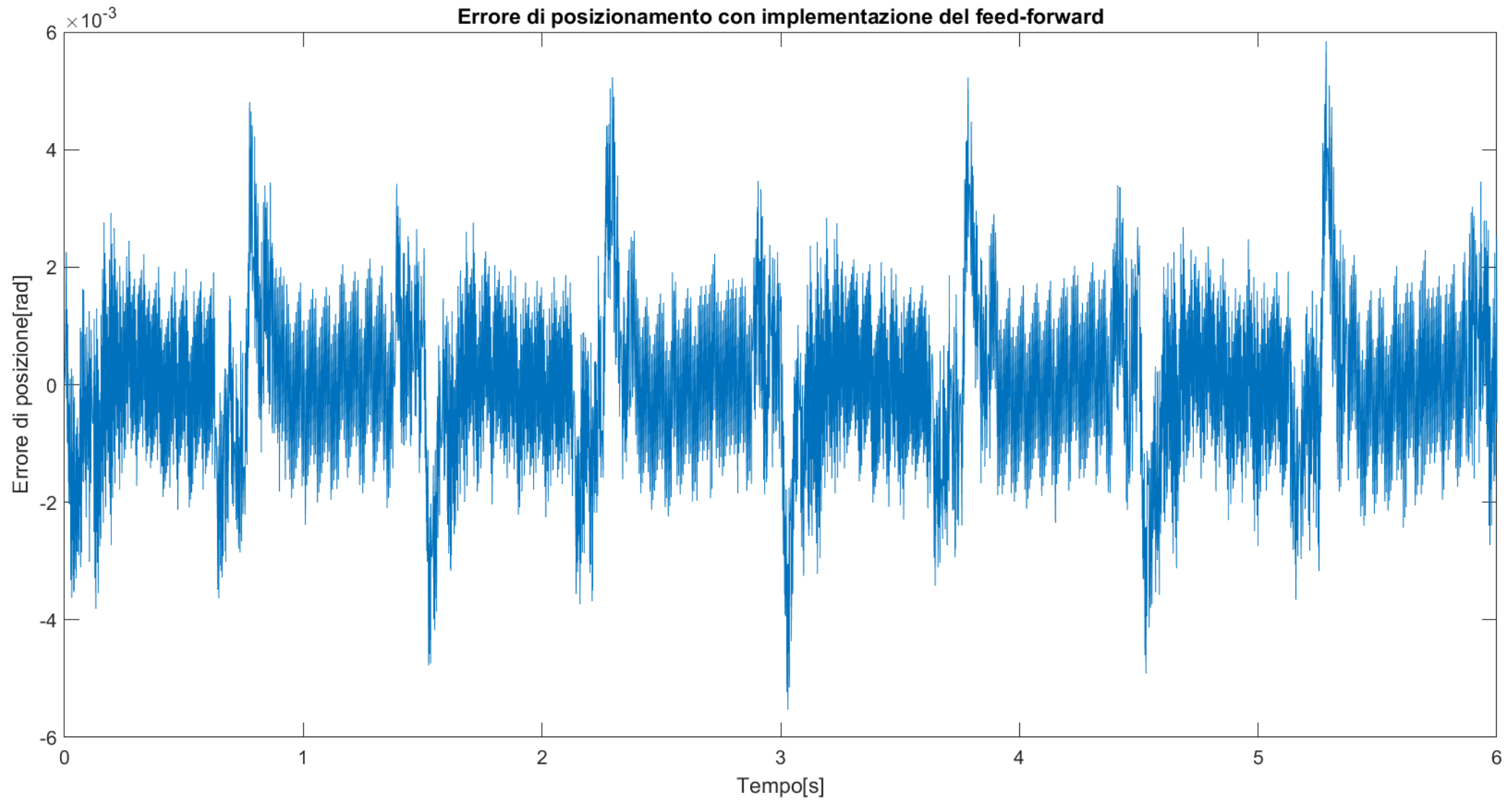


Riferimento di accelerazione

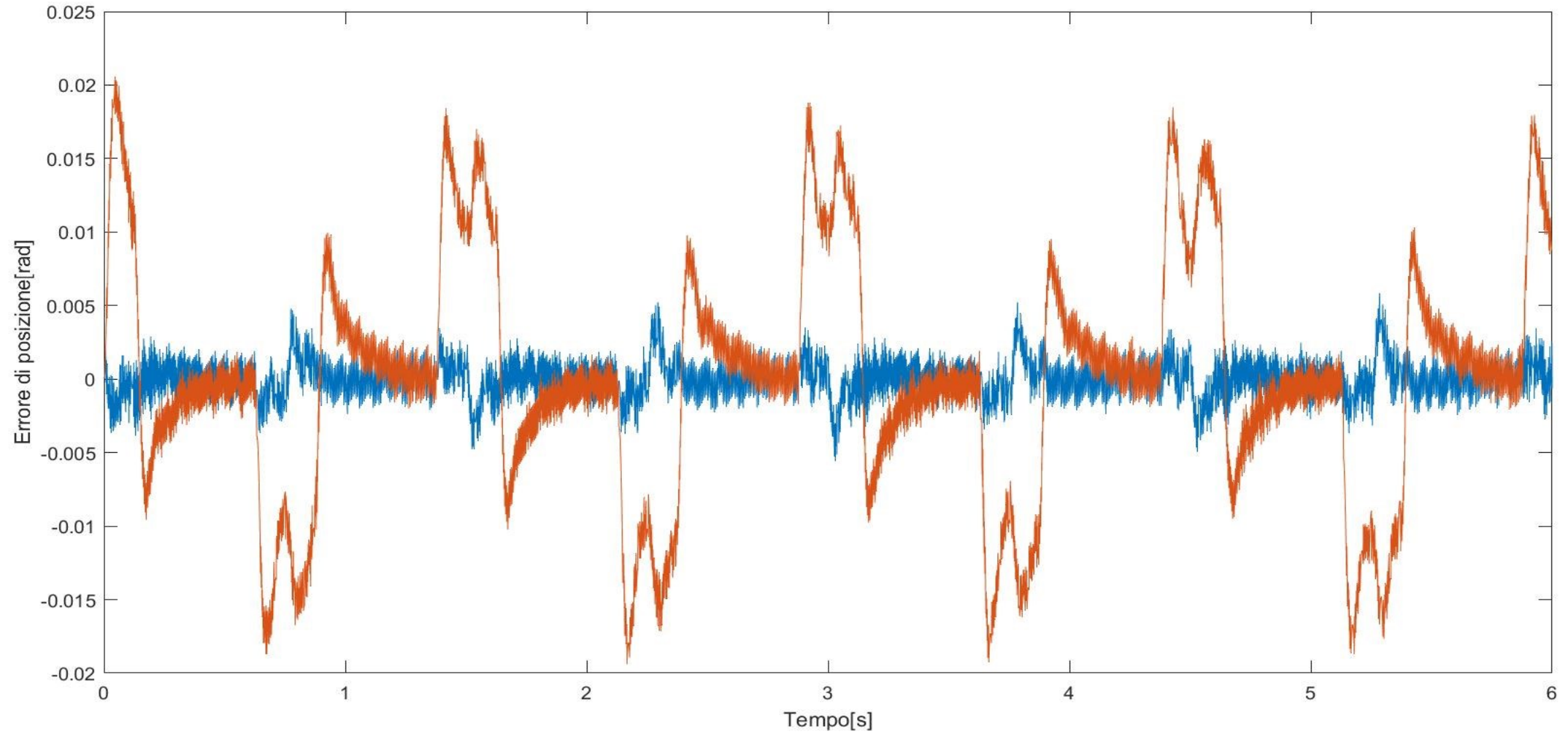
# FEED-FORWARD



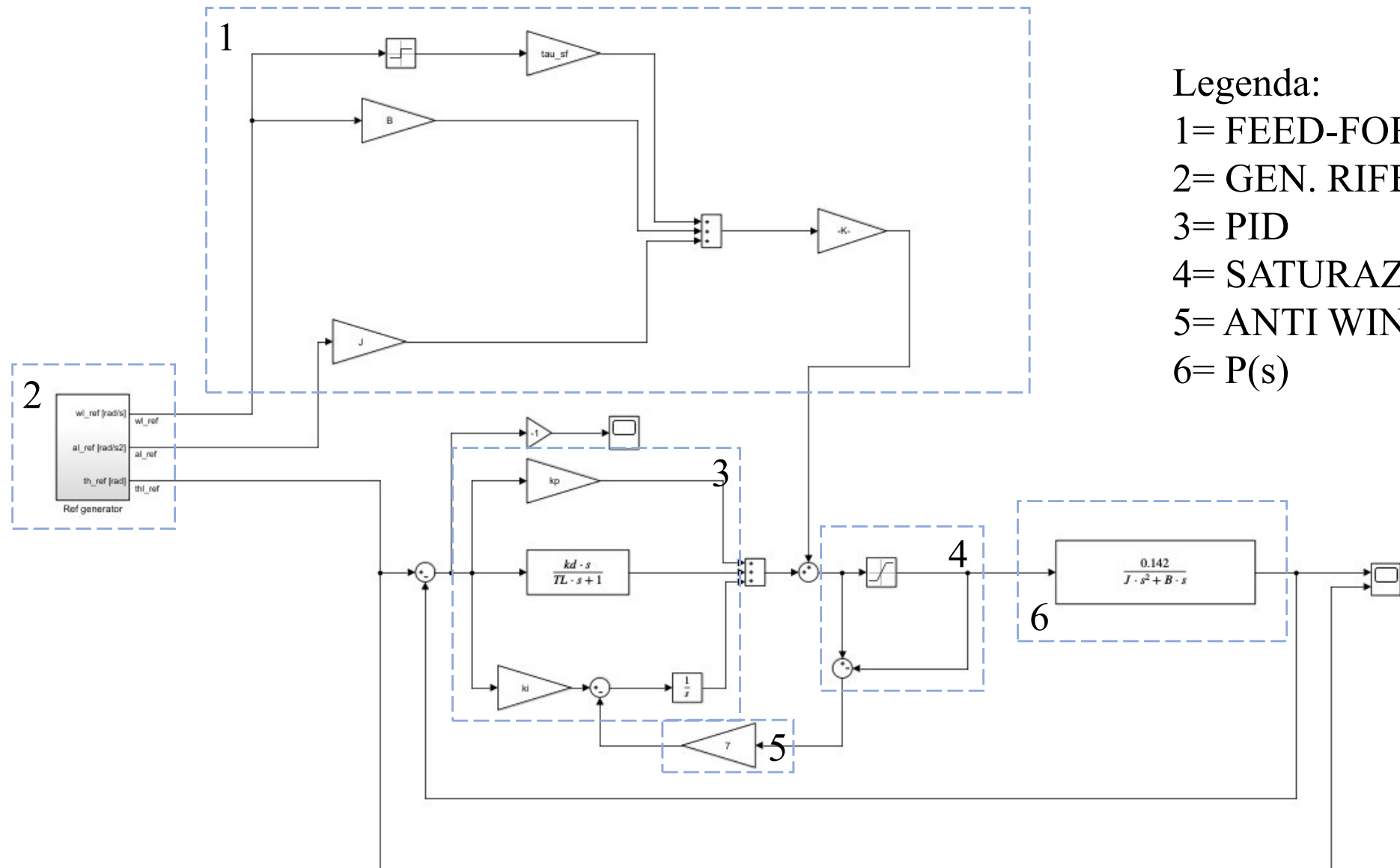
# FEED-FORWARD



# FEED-FORWARD



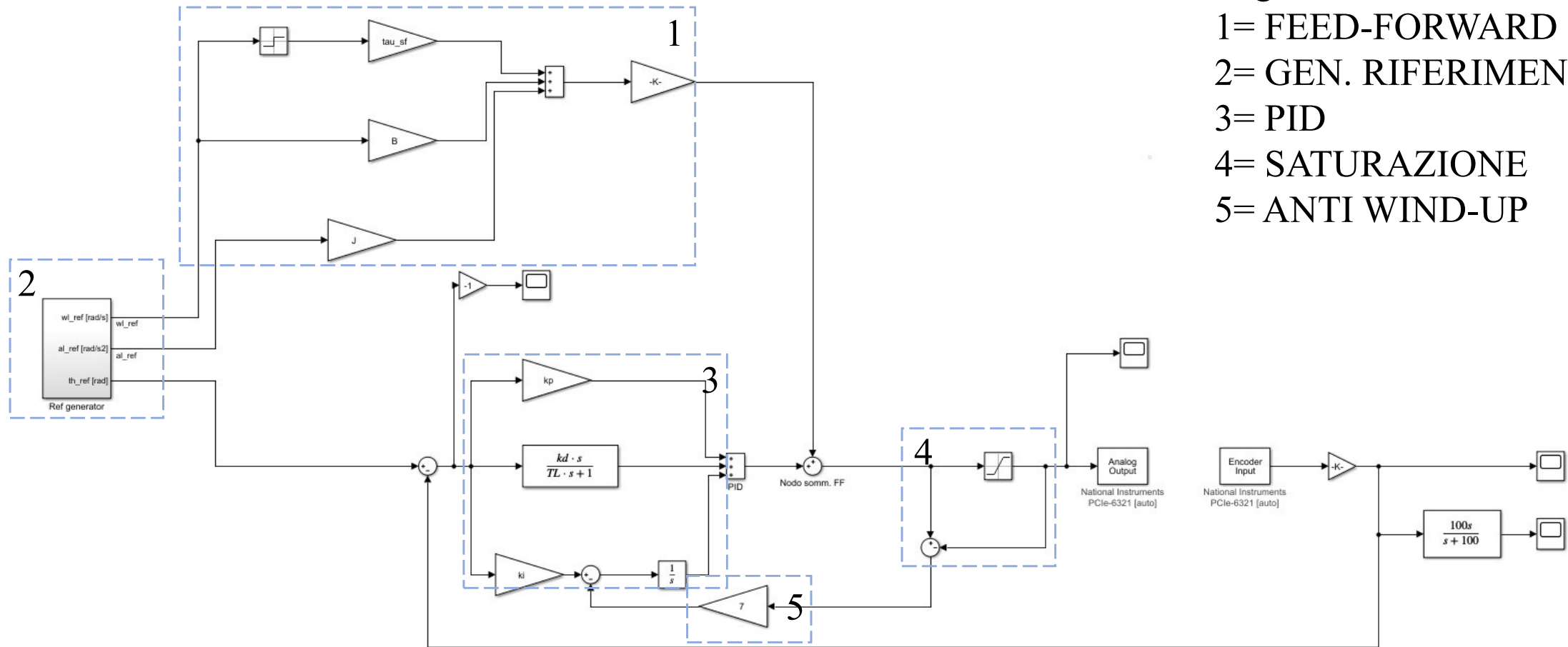
# IMPLEMENTAZIONE MODELLO TEORICO



Legenda:

- 1= FEED-FORWARD
- 2= GEN. RIFERIMENTI
- 3= PID
- 4= SATURAZIONE
- 5= ANTI WIND-UP
- 6= P(s)

# IMPLEMENTAZIONE MODELLO SPERIMENTALE

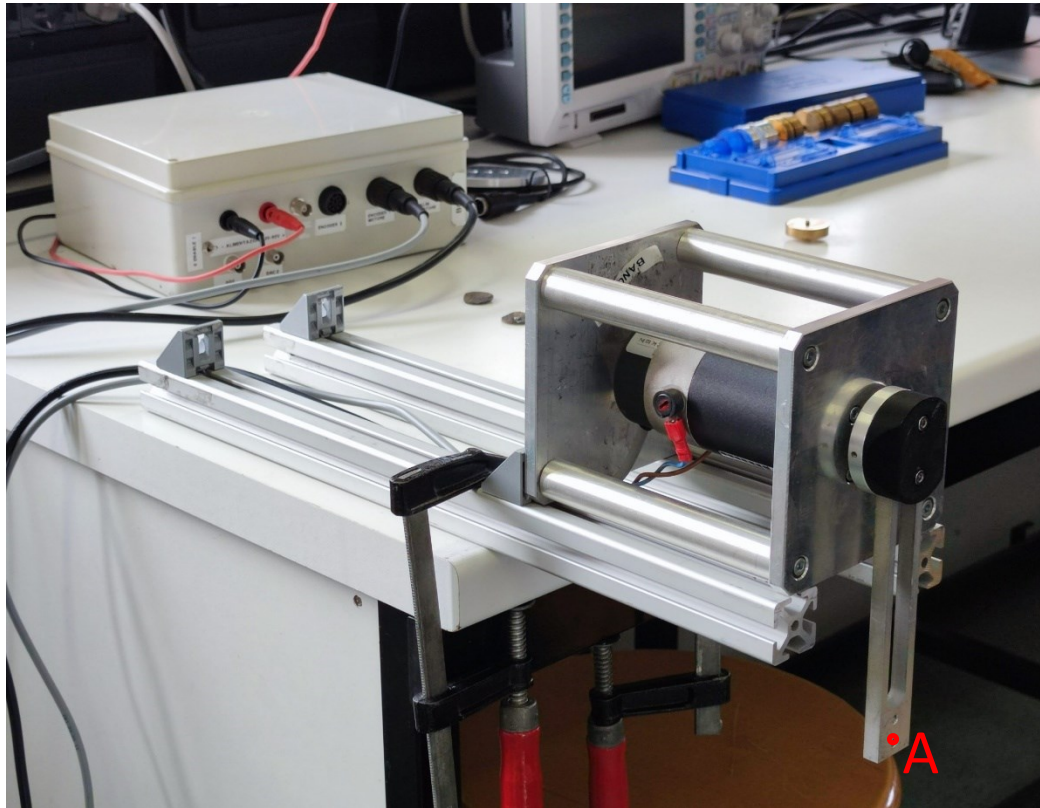


Legenda:

- 1= FEED-FORWARD
- 2= GEN. RIFERIMENTI
- 3= PID
- 4= SATURAZIONE
- 5= ANTI WIND-UP



# STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA



Posizionando il motore in orizzontale, l'effetto dell'accelerazione di gravità sul braccio (il quale è fissato in modo asimmetrico rispetto all'asse del motore), genera una coppia agente sul quest'ultimo.

# STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA

Le misurazioni sono state fatte dando come riferimento di posizione un gradino di ampiezza  $\frac{\pi}{2}$  [rad] rispetto alla posizione verticale, e rivolta verso il basso, del braccio.

$$\tau_g = m \cdot g \cdot l \cdot \sin(\alpha) \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{2} \text{ rad}} \tau_g = m \cdot g \cdot l$$

$m$  : massa [Kg]

$g$  : accelerazione di gravità  $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$

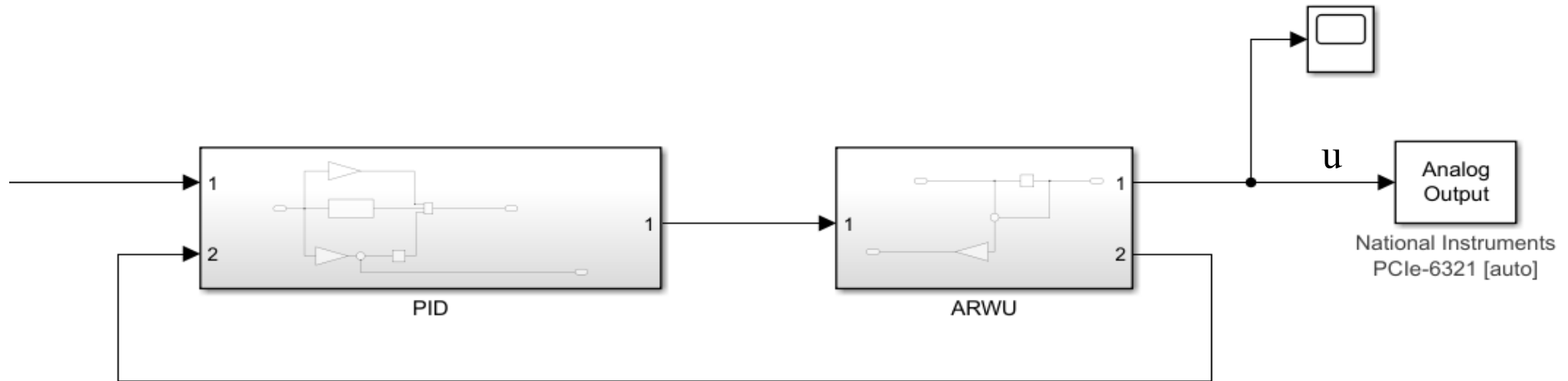
$l$  : distanza tra baricentro della massa e l'asse motore [m]

$\alpha$  : angolo di rotazione del braccio rispetto alla verticale [rad]

La lunghezza del braccio dall'asse del motore al punto di applicazione della massa risulta essere:  $l = 0,145$  m.

# STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA

Per poter stimare la coppia prodotta dal motore è stata valutata la tensione del segnale in uscita dal controllore PID escludendo il contributo del feed-forward:



$$\tau = u \cdot k_{I/V} \cdot k_{\tau}$$

$u$  : tensione [V]

$k_{I/V}$  : costante driver  $\left[\frac{A}{V}\right]$

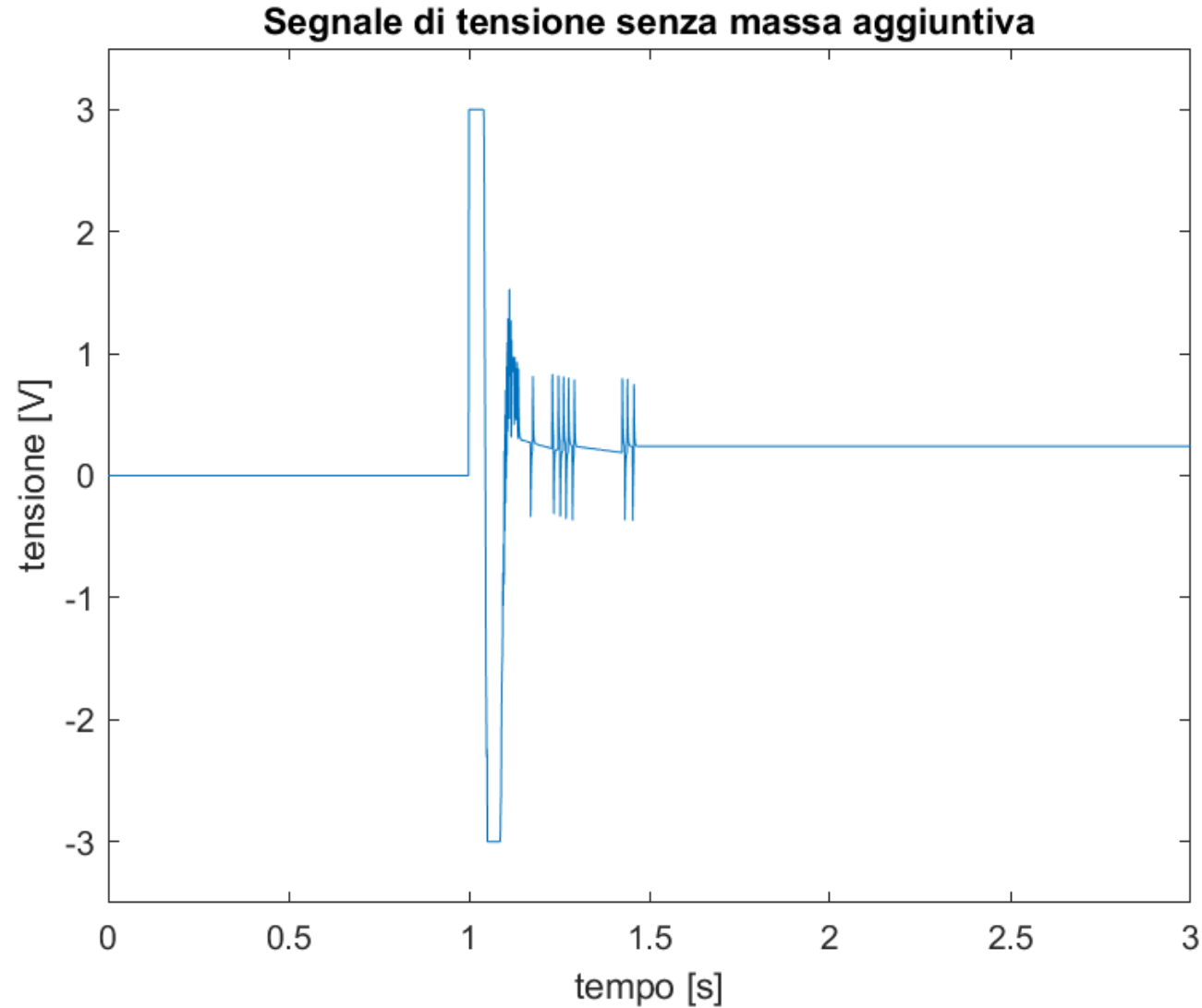
$k_{\tau}$  : costante di coppia  $\left[\frac{Nm}{A}\right]$

# STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA

Successivamente, alla rotazione di  $\frac{\pi}{2}$  [rad] e al termine del transitorio del sistema, è possibile eguagliare la coppia prodotta dal motore e quella causata dall'accelerazione di gravità:

$$\begin{array}{l} \tau_g = m \cdot g \cdot l \\ \tau = u \cdot k_{I/V} \cdot k_\tau \end{array} \xrightarrow{\tau = \tau_g} m = \frac{u \cdot k_{I/V} \cdot k_\tau}{g \cdot l}$$

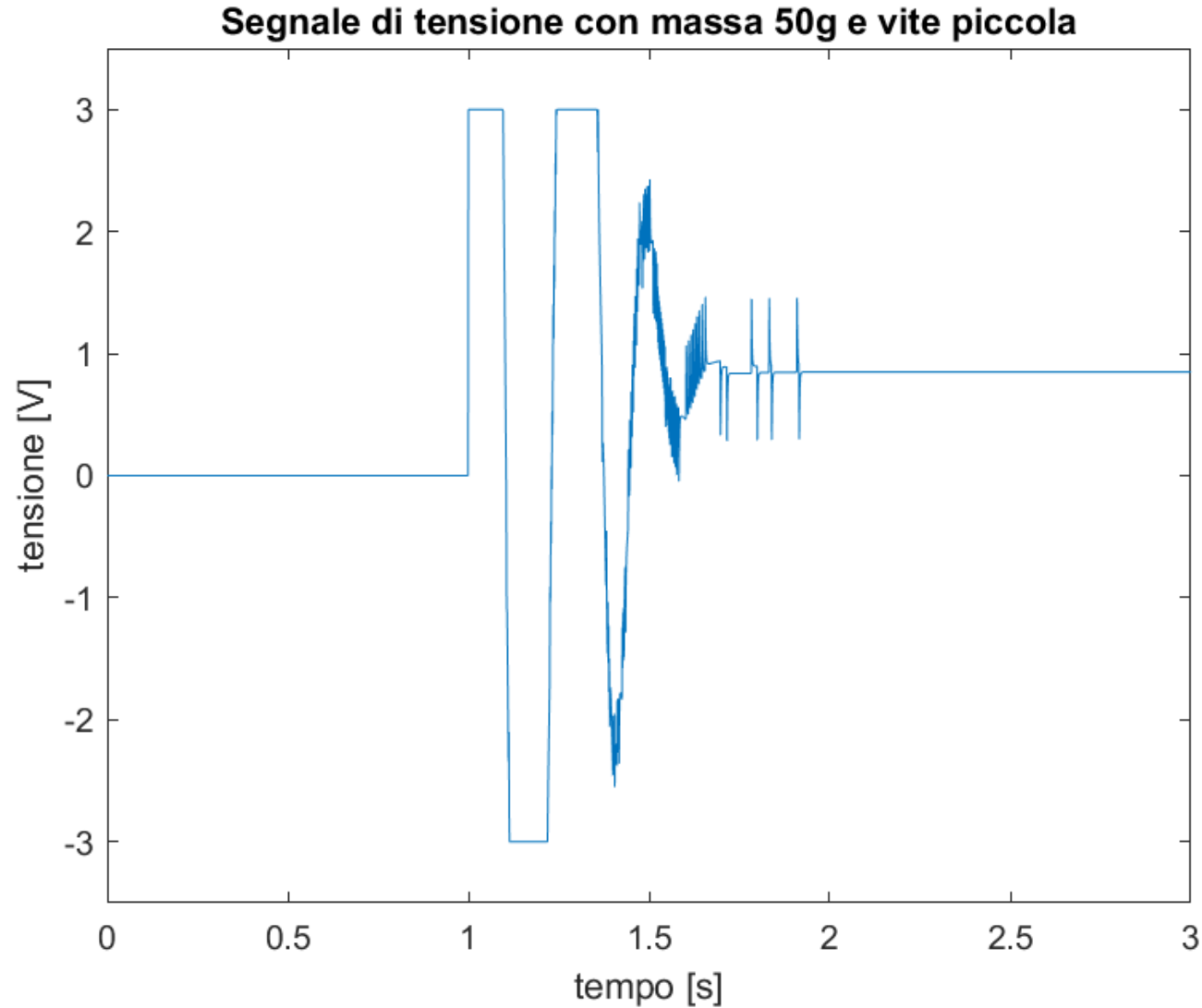
# STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA



$$u_1 = 0,2397 \text{ V}$$

$$\tau_1 = u_1 \cdot k_{I/V} \cdot k_\tau = 0,034 \text{ Nm}$$

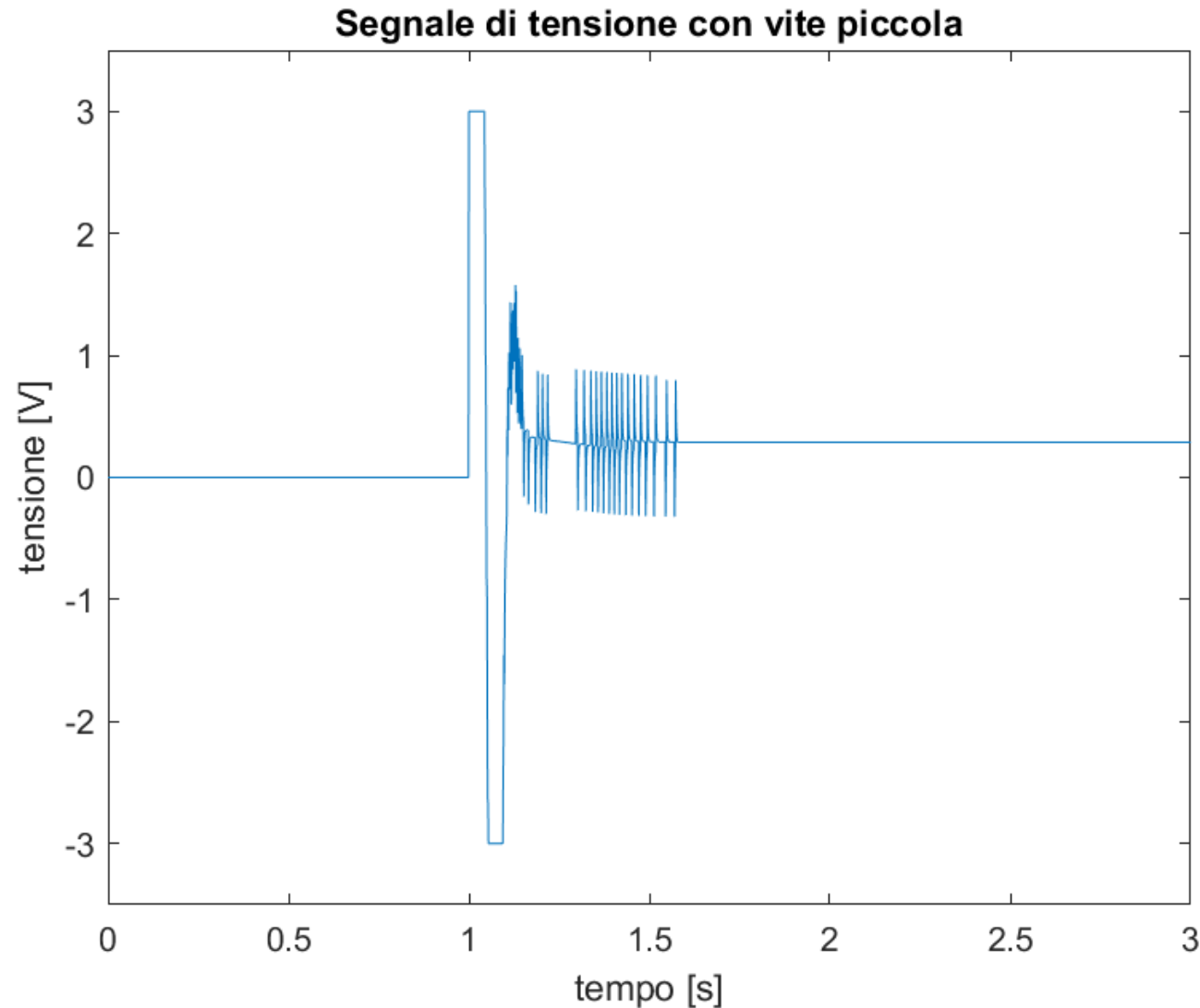
# STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA



$$u_2 = 0,8486 \text{ V}$$

$$\tau_2 = u_2 \cdot k_{I/V} \cdot k_\tau = 0,1205 \text{ Nm}$$

# STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA



$$u_3 = 0,2875 \text{ V}$$

$$\tau_3 = u_3 \cdot k_{I/V} \cdot k_\tau = 0,0408 \text{ Nm}$$

Stima massa aggiuntiva (50g):

$$\tau_{50g} = \tau_2 - \tau_3 = 0,0797 \text{ Nm}$$

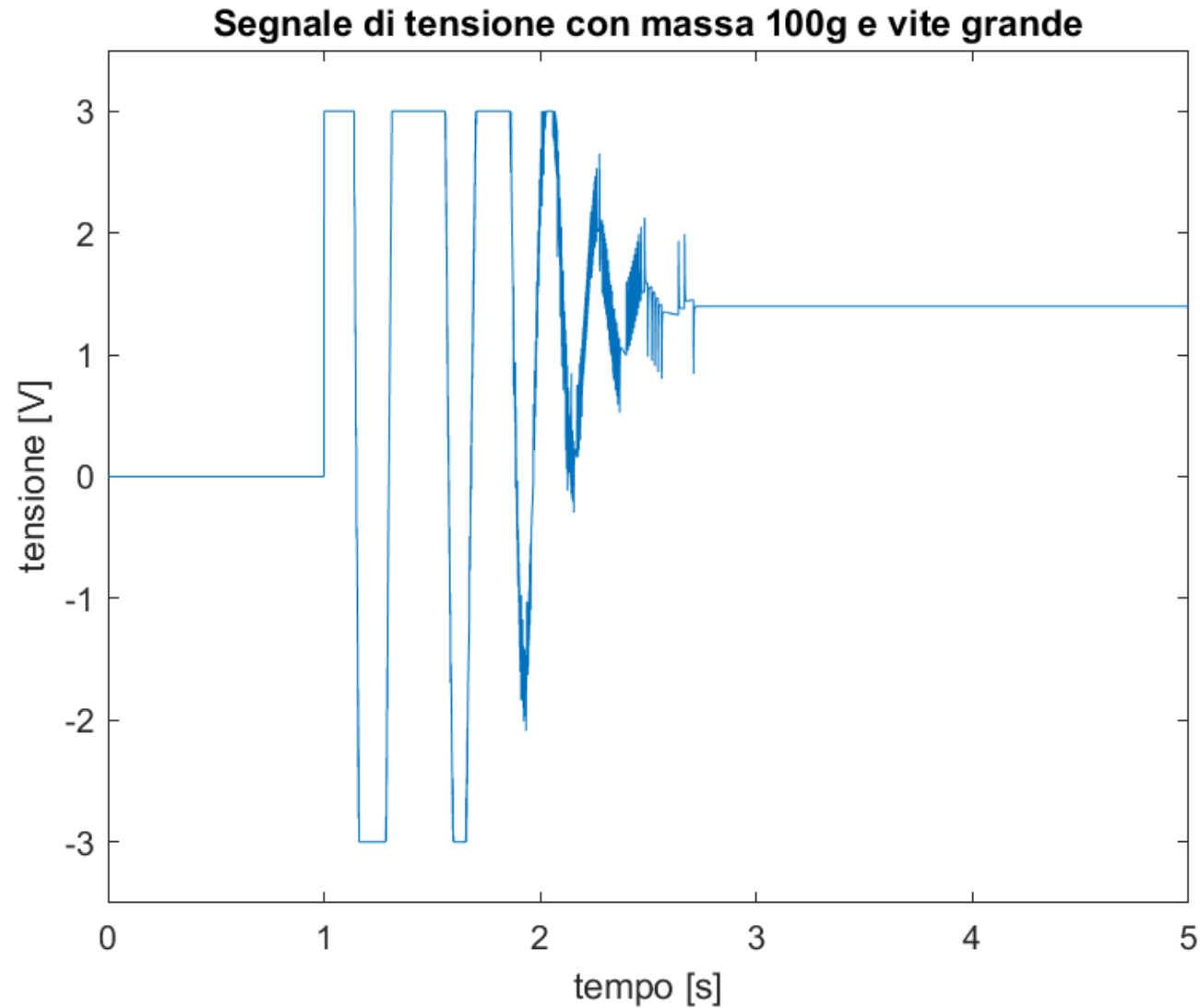
$$m_{50g} = \frac{\tau_{50g}}{g \cdot l} = 56,05 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

Stima massa vite piccola:

$$\tau_{vitepiccola} = \tau_3 - \tau_1 = 0,0068 \text{ Nm}$$

$$m_{vitepiccola} = \frac{\tau_{vitepiccola}}{g \cdot l} = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

# STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA

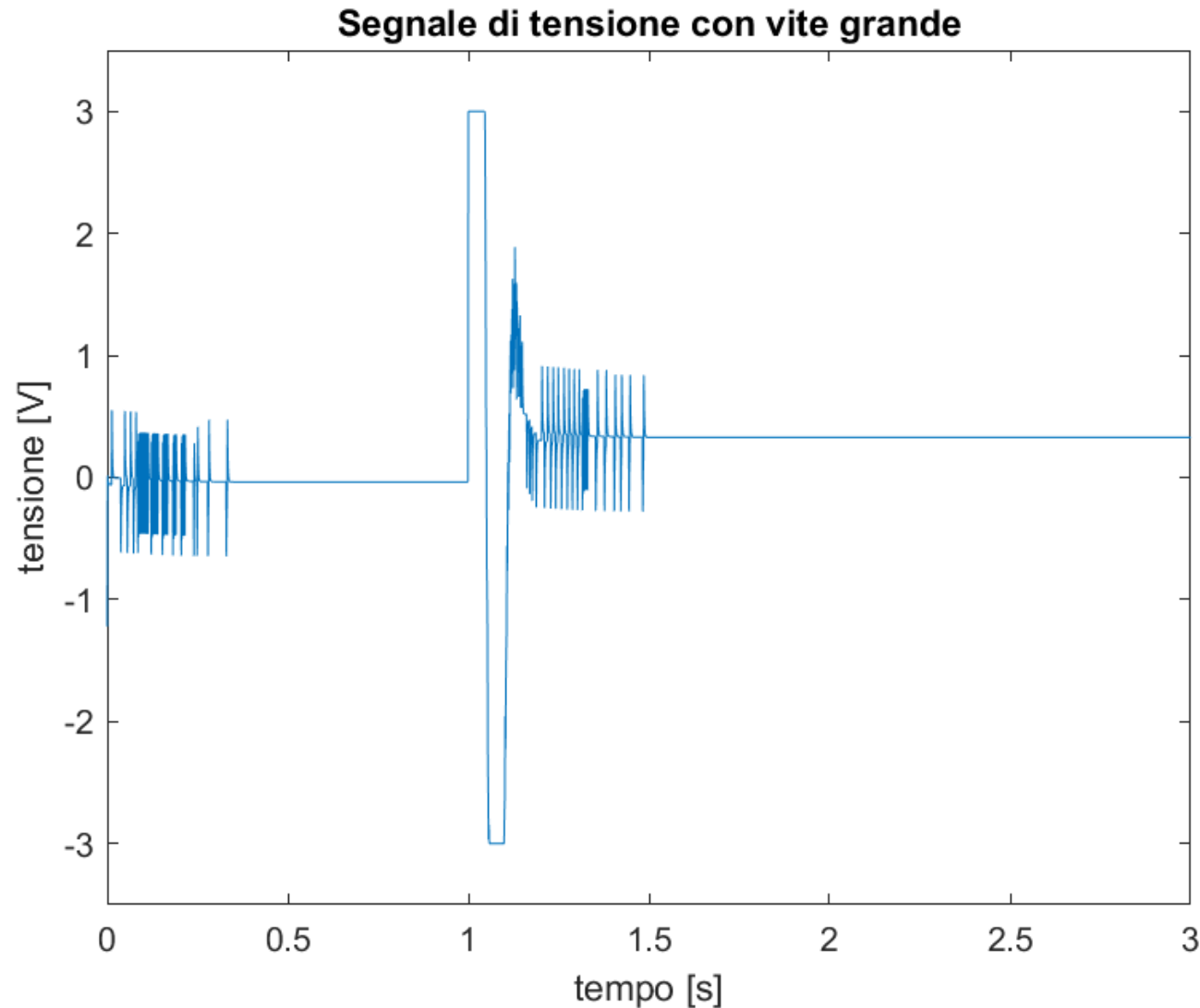


$$u_4 = 1,3969 \text{ V}$$

$$\tau_4 = u_4 \cdot k_{I/V} \cdot k_\tau = 0,1984 \text{ Nm}$$



# STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA



$$u_5 = 0,3289 \text{ V}$$

$$\tau_5 = u_5 \cdot k_{I/V} \cdot k_\tau = 0,0467 \text{ Nm}$$

Stima massa aggiuntiva (100g):

$$\tau_{100g} = \tau_4 - \tau_5 = 0,1517 \text{ Nm}$$

$$m_{100g} = \frac{\tau_{100g}}{g \cdot l} = 106,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

Stima massa vite grande:

$$\tau_{\text{vitegrande}} = \tau_5 - \tau_1 = 0,0127 \text{ Nm}$$

$$m_{\text{vitegrande}} = \frac{\tau_{\text{vitegrande}}}{g \cdot l} = 8,9 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

# STIMA DELLA MASSA TRAMITE MISURE DI COPPIA

Ricapitolazione risultati:

$$m_{50g} = 56,05 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$m_{vitepiccola} = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$m_{100g} = 106,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$m_{vitegrande} = 8,9 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

I risultati ottenuti possono essere considerati validi in quanto si fa un utilizzo improprio del motore. Si nota inoltre che l'errore relativo diminuisce con l'aumentare della massa.