

Università degli Studi di Padova

Facoltà di Ingegneria

Dipartimento di Tecnica e Gestione dei Sistemi Industriali

Tesi di laurea magistrale in Ingegneria Gestionale

**UN PROBLEMA COMPLESSO DI ROUTING CON
FINESTRE TEMPORALI E CAPACITÀ LIMITATE**

Relatore: Ch.mo Prof. Giorgio Romanin Jacur

Laureanda: Giulia Freschi

Matricola: 1019426

ANNO ACCADEMICO: 2012/2013

INDICE

SOMMARIO.....	5
INTRODUZIONE	6
CAPITOLO 1: Un'utile rappresentazione: i grafi.....	9
1.1.Nozioni di base	9
1.1.1.Definizione	9
1.1.2.Tipologie ed elementi caratterizzanti	9
CAPITOLO 2: Il <i>Vehicle Routing Problem</i>	12
2.1.Definizioni e concetti generali.....	12
2.1.1.I soggetti coinvolti.....	12
2.1.2.Le principali varianti.....	14
2.1.2.1.Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP).....	14
2.1.2.2.Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW)	14
2.1.2.3.Distance-Constrained Vehicle Routing Problem (DVRP).....	14
2.1.2.4.Vehicle Routing Problem with Backhauls (VRPB)	15
2.1.2.5.Vehicle Routing Problem with Pick-up and Delivery (VRPPD).....	15
2.2.Il <i>Vehicle Routing Problem with Time Windows</i> (VRPTW)	15
CAPITOLO 3: Le principali tecniche euristiche	18
3.1.Savings Heuristics	18
3.2.A Time-Oriented, Nearest-Neighbor Heuristic.....	19
3.3.Insertion Heuristics	20
3.4.A Time-Oriented Sweep Heuristic	21
CAPITOLO 4: Ambiente del problema	23
4.1.Il caso studio considerato.....	23
4.1.1.Descrizione generale.....	23
4.1.2.Assunzioni di base	25
4.1.3.I dati del problema.....	26
4.1.4.La funzione obiettivo	26
4.1.5.I vincoli	27

4.1.6. Le variabili	28
CAPITOLO 5: Il modello esatto: due tipologie a confronto	29
5.1. Dati, indici e notazioni comuni	29
5.2. Il primo modello esatto	31
5.2.1. Le variabili decisionali	31
5.2.2. La funzione obiettivo	32
5.2.3. I vincoli	33
5.3. Il secondo modello esatto	35
5.3.1. Le variabili decisionali	35
5.3.2. La funzione obiettivo	36
5.3.3. I vincoli	36
CAPITOLO 6: Lo sviluppo del modello	40
6.1. Analisi preliminare e ipotesi assunte	40
6.2. Le tabelle di dati	41
6.3. Primo step: il calcolo dei costi	49
6.3.1. Il costo temporale di attesa	50
6.3.2. Il costo di carico/scarico	51
6.3.3. Il costo di viaggio	52
6.3.4. Il costo totale	53
6.4. Secondo step: applicazione dell'euristica dei <i>savings</i>	54
6.4.1. Il calcolo dei savings	54
6.4.2. Ordinamento dei risparmi	57
6.4.3. Costruzione e attribuzione dei percorsi	72
6.4.3.1. Scelta del mezzo e controllo dei vincoli	72
6.4.3.2. Creazione del percorso	74
6.4.3.3. Calcolo dei costi	78
6.4.3.4. I risultati ottenuti	79
6.4.3.5. Il confronto con tecniche esatte	84
CAPITOLO 7: Prove e confronti con tecniche esatte	85
7.1. Prima prova: 8 macelli e 3 camion	85
7.2. Seconda prova: 8 macelli e 2 camion	87
7.2.1. Eliminazione dei dati relativi a k_3	87
7.2.2. Variazione della capacità dei mezzi	89

7.2.2.1.Ulteriori prove	90
7.2.3.Variazione della capacità dei macelli	91
7.3.Terza prova: 20 macelli e 5 camion	92
CONCLUSIONI.....	95
BIBLIOGRAFIA.....	97

SOMMARIO

L'obiettivo di questa tesi è quello di approfondire il *Vehicle Routing Problem (VRP)* ponendo l'attenzione su importanti aspetti quali le finestre temporali e le capacità limitate dei mezzi a disposizione. Infatti il VRP, la progettazione di rotte ammissibili per gruppi di veicoli che devono servire un certo numero di clienti, è un argomento molto trattato in letteratura che presenta però dei forti limiti quando lo si affronta ponendo vincoli di tempo e capacità.

Molteplici tecniche esatte sono state usate per la risoluzione di tali problemi ma le soluzioni ottenute pur essendo "ottime" hanno richiesto elevati tempi di elaborazione. Usando, invece, tecniche euristiche, si è cercato di ridurre di molto le tempistiche richieste per trovare la soluzione al problema, trovando così una soluzione ammissibile con brevi tempi di risposta. Tale soluzione è considerata "buona" e può avvicinarsi più o meno all'ottimo a seconda dei casi considerati.

Nel caso specifico tra le diverse tecniche euristiche a disposizione si è usata la *tecnica del saving* che mira a calcolare i risparmi generati dall'aggregazione di più nodi. Come primo passo è necessario calcolare i costi generati da ogni percorso considerato come fosse singolo; successivamente, aggregando più clienti tra loro, si calcolano i risparmi che si hanno effettuando tale operazione. Essendo lo scopo quello di minimizzare i costi totali, come riportato nei modelli esatti presentati successivamente, si è cercata la soluzione che permettesse il maggior risparmio e che generasse il minor costo possibile. Si è giunti in tal modo alla costruzione e assegnazione di differenti percorsi ai mezzi, i quali devono soddisfare per intero la domanda del cliente.

È interessante sottolineare come tale problema, essendo un problema di *routing*, possa essere associato sia a problemi simili, sia a problemi produttivi, riuscendo così con semplici adattamenti ad applicare il metodo risolutivo sviluppato anche a differenti realtà industriali.

INTRODUZIONE

Il problema del *Vehicle Routing Problem* con finestre temporali e capacità limitate risulta di grande interesse e adattabile a diverse situazioni in quanto tratta l'organizzazione e assegnazione di tragitti che alcuni mezzi, partendo da un determinato deposito che può variare da mezzo a mezzo, devono percorrere al fine di servire ciascun cliente. Nel caso specifico trattato si è affrontato il problema della raccolta delle pelli fresche che devono essere trasportate dai macelli alla conceria, dove dovranno essere sottoposte ad ulteriori lavorazioni per i successivi utilizzi. I mezzi hanno, ovviamente, capacità limitate, e, depositi, macelli e conceria hanno differenti orari di apertura e chiusura propri di ognuno di essi. Tali orari devono essere rispettati sia quando si inizia il carico, sia quando lo si completa. Per il caso considerato è necessario tenere conto di un ulteriore vincolo temporale: il periodo di tempo entro il quale le pelli devono essere portate in conceria. Infatti, trattandosi di pelli fresche, queste necessitano di essere trattate entro un certo tempo affinché non deteriorino. Partendo da determinati dati di input e avendo specifici vincoli da rispettare, si vuole risolvere tale problema utilizzando tecniche euristiche, in particolare *l'euristica del saving*.

Diverse tecniche esatte sono state usate e riportate in letteratura, però, richiedono elevati tempi di elaborazione e limitate dimensioni del problema trattato, a differenza delle tecniche euristiche che, invece, hanno generalmente limitati tempi di risposta e non presentano problemi dimensionali, puntando ad ottenere una soluzione ammissibile buona, vicina all'ottimo. Inoltre, gli algoritmi esatti per essere sviluppati necessitano dell'utilizzo di programmi specifici, non di uso comune e che richiedono costose licenze per poterli usare, a differenza della tecnica euristica sviluppata con Excel e, dunque, un software maggiormente diffuso e conosciuto.

Attraverso l'euristica del saving, si è sviluppato un programma che permettesse di organizzare il trasporto di pelli fresche dai macelli alla conceria. Ogni mezzo utilizzato per il servizio può risiedere, e quindi partire, in uno stesso deposito o in depositi differenti ognuno dei quali ha orari e costi diversi tra loro. Lo scopo è quello di minimizzare il costo totale del servizio nel rispetto di vincoli temporali e della capacità, inoltre, il veicolo che serve un cliente, deve soddisfare la domanda per intero, vale a dire che questa non può essere divisa tra più mezzi, e l'importante non è utilizzare tutti i camion a disposizione, ma soddisfare tutte le richieste dei clienti.

Per la comprensione e spiegazione dettagliata del problema affrontato si è proceduto per step: vi è una prima presentazione e spiegazione degli elementi teorici e basilari affinché l'argomento possa essere compreso al meglio e, successivamente, si passa

all'applicazione della tecnica usata e del programma sviluppato. All'interno dei diversi capitoli sono presentati tutti gli elementi e le premesse necessari per comprendere al meglio il lavoro svolto.

In particolare, nel primo capitolo sono presentate ed esposte tutte le notazioni necessarie per capire il problema affrontato in seguito, quali i grafi e le loro proprietà. Tali notazioni grafiche permettono di comprendere nell'immediato il problema sviluppato attraverso figure e simboli specifici.

Nel secondo capitolo è introdotto il problema più nel dettaglio dichiarandone l'argomento, i soggetti coinvolti e le principali varianti che è possibile trovare. Tra queste si è selezionata quella di interesse e la si è approfondita nello specifico: il *Vehicle Routing Problem with Time Windows*, focalizzando così l'attenzione sulle differenti capacità, e dunque sulla saturazione del mezzo, e sul rispetto di molteplici tempistiche imposte a seconda del soggetto considerato.

Nel terzo capitolo sono presentate le diverse tecniche euristiche, gli algoritmi che permettono di trovare soluzioni buone vicine all'ottimo con brevi tempi di risposta, e, in particolare, si pone l'attenzione sull'*euristica del saving*, successivamente applicata e utilizzata.

Nel quarto capitolo viene dichiarato l'ambiente del problema, il caso studio specifico: diversi mezzi che devono servire più clienti seguendo un certo ordine determinato utilizzando l'euristica del saving. Si effettua innanzitutto una descrizione generale e in seguito una descrizione più dettagliata focalizzando l'attenzione su ipotesi, dati, variabili, vincoli e obiettivo del problema.

Nel quinto capitolo si descrivono due diversi modelli esatti e si effettua un rapido confronto tra i due che risultano equivalenti dal punto di vista matematico, ma differenti dal punto di vista della numerosità delle variabili.

Con il sesto capitolo si inizia la descrizione dettagliata di tutti i passaggi e i calcoli effettuati per lo sviluppo e la risoluzione del problema. Una volta riportati i dati di input per uno specifico caso, è illustrato passo passo come procede la creazione e l'implementazione dell'algoritmo. Si giunge in tal modo alla soluzione per il caso per il quale si è sviluppato l'intero procedimento e si effettua un primo confronto con algoritmi esatti applicati al medesimo problema.

All'interno del settimo e ultimo capitolo si riportano le prove effettuate con il programma, riportando per ognuna di esse i risultati ottenuti. Ogni prova viene comparata con le soluzioni ottenute usando un altro tipo di software, il GAMS, che sviluppa il problema con tecniche esatte. Questo permette un raffronto immediato dei risultati ottenuti e, dunque tra tecniche esatte e tecniche euristiche. Oltre al confronto in termini di costi e soluzioni ottenute, è importante analizzare i due diversi metodi

ampliando lo scenario dell'analisi. Infatti, le tecniche euristiche permettono di allargare le dimensioni del problema affrontato senza particolari difficoltà e con tempi di risoluzione molto brevi, generalmente di qualche secondo, necessari per generare la soluzione corretta, differentemente dalle tecniche esatte. Nonostante questo, però, si ottengono ugualmente buoni risultati che a seconda dei casi analizzati si avvicinano in misura maggiore o minore alle soluzioni ritenute ottime trovate con gli algoritmi esatti. Il problema analizzato, infine, è di facile applicazione e adattabilità ad altre tipologie di realtà industriali con semplici e rapidi accorgimenti.

CAPITOLO 1

Un'utile rappresentazione: i grafi

Per comprendere al meglio l'argomento oggetto della tesi, è importante conoscere e comprendere i diversi concetti e definizioni che si utilizzeranno per affrontare il problema.

Innanzitutto si partirà presentando e spiegando le principali definizioni e proprietà relative agli elementi grafici utili per rappresentare il problema proposto successivamente.

1.1.Nozioni di base

1.1.1.Definizione

Un grafo è una struttura costituita da oggetti semplici, detti *nodi* o *vertici*, e collegamenti tra questi chiamati *archi* o *spigoli*. Per definizione il grafo è una coppia ordinata $G=(V, E)$ di insiemi dove V è l'insieme dei nodi ed E l'insieme degli archi in modo tale che gli elementi di E siano coppie di elementi di V . Dal punto di vista grafico esso appare come un insieme di cerchi, i nodi o vertici, collegati tra loro da curve, gli archi o spigoli.

Questo tipo di rappresentazione è molto utile per affrontare diverse tipologie di problemi e, nel caso particolare, problemi logistici di organizzazione di una rete distributiva.

Nella trattazione si considereranno solamente *grafi semplici*, cioè senza archi paralleli, coppie di archi uguali, né loop, archi di tipo (u,u) .

1.1.2.Tipologie ed elementi caratterizzanti

I grafi possono essere *non orientati*, $G=(V,E)$ dove l'insieme di archi E è un insieme di coppie *non ordinate* di elementi di V . Quindi G è un insieme di vertici e archi nel quale la connessione $i-j$ ha lo stesso significato della connessione $j-i$, dove i e j vertici.

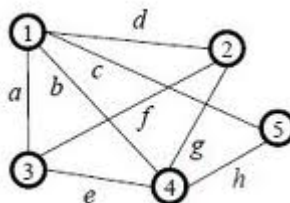


Figura 1.1: Grafo *non orientato*

Diversamente, i grafi possono essere *orientati*, chiamati anche digrafi, $G=(V, A)$, dove A è un insieme di coppie *ordinate* di elementi di V . Per ogni arco orientato $(v_i, v_k) = v_i v_k = e$, v_i è detto *coda* di e , precede v_k ed e esce da v_i , mentre v_k è detto *testa* di e , segue v_i ed e entra in v_k .

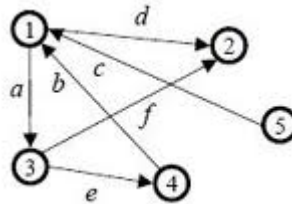


Figura 1.2: Grafo *orientato*

Indifferentemente se un grafo è orientato o meno, invece, si dirà che v_i è *adiacente* a v_k , e è incidente su v_i e v_k e v_i e v_k sono estremi di e .

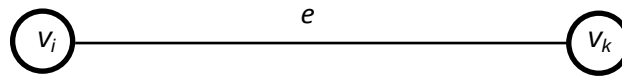


Figura 1.3

Si definisce inoltre il *grado* di un vertice, vale a dire il numero di spigoli che vi incidono, esso viene indicato con la notazione $gr(v)$. Se un vertice ha grado nullo, allora tale vertice sarà detto *isolato*, se invece ha grado pari a uno, allora il vertice si definisce *pendente*.

Un *walk* o *percorso* in G , è una sequenza alternata di nodi v_0, v_1, \dots, v_n e archi $(v_0, v_1), (v_1, v_2), \dots, (v_{n-1}, v_n)$ dove v_0 e v_n sono chiamati *nodi estremi* mentre gli altri sono detti *nodi intermedi*.

Se all'interno del percorso non vi sono archi ripetuti allora si definisce *cammino* che, se *chiuso*, ossia se i nodi estremi coincidono, allora prende il nome di *ciclo* o *circuito*.

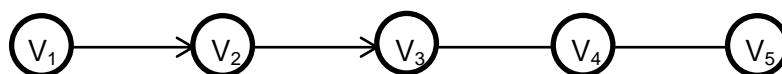


Figura 1.4: *Cammino*

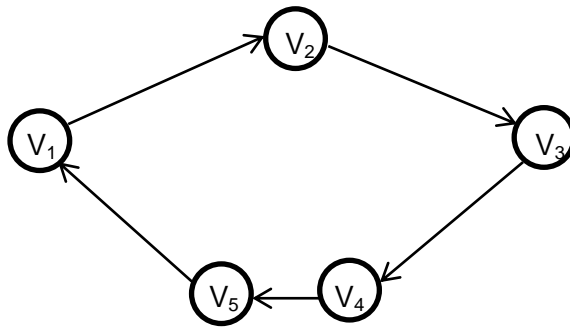


Figura 1.5: *Ciclo* (orientato) o *circuitto* (orientato)

Un vertice si dice *connesso* ad un altro se esiste un cammino che ha per estremi i due vertici considerati. La relazione di connessione tra due nodi è una relazione di equivalenza (infatti gode delle proprietà riflessiva, transitiva e simmetrica). Quando un nodo è isolato non è connesso con nessun altro nodo.

Un grafo senza cicli è detto *foresta* e una foresta connessa è detta *albero*. Pertanto ne consegue che se un grafo è un albero, allora per ogni coppia di nodi considerata esiste uno ed un solo cammino che connette i vertici (*Teorema del cammino singolo*).

Per rappresentare un grafo ed utilizzarne i dati si usano la *lista delle adiacenze* o la *matrice delle adiacenze*, la prima è più utile nella rappresentazione di grafi con pochi archi, mentre la seconda è maggiormente indicata per descrivere grafi con molti archi.

CAPITOLO 2

Il *Vehicle Routing Problem* (VRP)

2.1. Definizioni e concetti generali

Il *Vehicle Routing Problem*, comunemente abbreviato come VRP, è un nome generico dato ad un'intera classe di problemi che comportano la progettazione di percorsi (*routes*) ammissibili ottimi per una flotta di veicoli che deve servire una serie di clienti nel rispetto di determinati vincoli. Il VRP è un problema centrale per quanto concerne la distribuzione fisica di beni e servizi. Esistono diverse tipologie di VRP a seconda della natura della merce trasportata, della qualità di servizio richiesta e delle caratteristiche di clienti e veicoli. In tutti i casi, però, l'obiettivo rimane quello di soddisfare i clienti al costo minimo (Baldacci et al., 2012, p.1).

2.1.1. I soggetti coinvolti

Il problema logistico considerato vede il coinvolgimento di più soggetti che sono elementi fondamentali per l'analisi; questi sono, principalmente: *depositi*, *veicoli*, ai quali sono associato anche *autisti* e *reti stradali* e *clienti*.

Risulta utile l'utilizzo dei grafi come rappresentazione grafica del problema; i nodi rappresenteranno depositi e clienti, mentre gli archi i diversi percorsi da seguire (Vigo, 2002).

Il punto di partenza per lo studio del problema sono i *depositi* che presentano caratteristiche comuni o differenti a seconda delle ipotesi considerate:

- ✚ sono rappresentati graficamente come i vertici del grafo;
- ✚ sono il punto di partenza per tutti i veicoli e, pertanto, il punto di partenza per lo studio del problema;
- ✚ possono essere molteplici oppure il deposito può essere unico, si può anche suddividere il problema per ciascun deposito;
- ✚ ad ogni deposito è associato un certo numero e tipologia di veicoli;
- ✚ ad ognuno di essi è pure legato un orario di lavoro entro il quale i veicoli devono uscire e rientrare al deposito assegnato;
- ✚ sono, anche, il punto di arrivo in quanto i veicoli alla fine del trasporto dovranno recarsi nuovamente al deposito per essere pronti all'assegnazione di un nuovo percorso che avrà sempre come punto di partenza il deposito stesso.

Ad ogni deposito è associato, pertanto, un certo quantitativo di *veicoli*:

- ✚ la flotta di veicoli relativa ad un deposito può essere omogenea o eterogenea sia in termini di dimensioni che in termini di capacità;
- ✚ la capacità massima del veicolo dipende dal tipo di veicolo e dal tipo di saturazione considerata, questa può essere a peso, volume o numero di pezzi trasportati;
- ✚ ad ogni veicolo è associato un autista per il quale verrà poi calcolato il costo del lavoro eseguito (costo di carico/scarico, costo orario, ecc.);
- ✚ altri costi associati al veicolo sono legati alla lunghezza del percorso assegnato sia in termini di spazio che in termini di tempo;
- ✚ si ha, inoltre, l'assegnazione di un percorso per ogni veicolo (l'insieme dei percorsi è rappresentata dalla *rete stradale* che corrisponde a tutti gli archi del grafo).

Lo studio del VRP è costruito attorno alle esigenze dei soggetti che devono ricevere il servizio, i *clienti*:

- ✚ sono rappresentati dai vertici del grafo;
- ✚ ad ognuno di essi è associata una certa domanda che viene esplicitata come la quantità di merce da caricare e/o scaricare che veicoli e pertanto autisti si impegnano a portare correttamente ed efficientemente a destinazione;
- ✚ il servizio deve avvenire in determinati periodi di tempo legati agli orari di apertura e chiusura di ogni cliente;
- ✚ hanno differenti necessità di consegna/ritiro a seconda della merce trattata da ognuno di essi (ad esempio se è deperibile o meno o se necessità di essere trasportata e subire ulteriori lavorazioni fatte da altri soggetti);
- ✚ ogni cliente può essere servito da un unico veicolo che porta a termine l'intera richiesta oppure il servizio può essere effettuato da più mezzi (split deliveries), sempre dipendentemente dalle assunzioni fatte.

Se ne deduce, pertanto, che il problema di trasporto delle merci implica un servizio che uno o più clienti richiedono venga soddisfatto, secondo specifiche esigenze, dai veicoli che sono localizzati in uno o più depositi ed effettuano i loro spostamenti attraverso la rete stradale "disponibile" e secondo le specifiche del singolo percorso ad essi assegnato. Il VRP permette di determinare un insieme di viaggi in modo da servire tutti i clienti nel rispetto dei vincoli operativi considerati atti a minimizzare la funzione di costo con l'obiettivo di minimizzare la totalità dei costi da considerare.

Altra parte fondamentale sono, appunto, i *vincoli* senza i quali sarebbe impossibile effettuare una corretta analisi. Alcuni di essi sono comuni per le differenti tipologie di VRP, mentre altri sono specifici per ogni tipo di problema o sono il punto di partenza dello studio dai quali questo non può prescindere.

2.1.2. Le principali varianti

Ci sono diverse tipologie di VRP che sono caratterizzate da differenti ipotesi e vincoli assunti.

2.1.2.1. Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)

Come affermano Baldacci et al. (2012, p.1-3), una delle più semplici varianti del VRP è il CVRP, dove “C” sta per “*capacitated*”. Si assume una flotta fissa di veicoli, con capacità uniforme, situata in un unico deposito centrale per soddisfare la domanda dei clienti. Ogni veicolo può essere utilizzato per un solo percorso e la domanda totale della rotta assegnata non può eccedere la capacità totale.

2.1.2.2. Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW)

Un'altra importante e più complessa variante è, invece, il VRPTW che considera ulteriori dati di input legati alle finestre temporali: infatti “TW” sta per “*time windows*”. Esso è considerato una generalizzazione del CVRP con l'aggiunta, però, di vincoli quali il rispetto delle finestre temporali e altri dati di tipo temporale che comportano una maggiore complessità di analisi e studio.

Infatti, nei problemi di routing che si rifanno a situazioni più realistiche, si comprende anche lo scheduling, ossia si considerano anche altre componenti come ad esempio il tempo di viaggio tra una coppia di nodi, il tempo di servizio di ogni cliente e la durata massima di viaggio che comportano, pertanto, maggiori complicazioni nell'analisi.

Di seguito verrà analizzato il VRPTW nello specifico.

2.1.2.3. Distance-Constrained Vehicle Routing Problem (DVRP)

In questo tipo di variante, il vincolo di capacità relative alla prima tipologia considerate, viene sostituito da un vincolo di lunghezza massima, o tempo massimo, del tragitto da percorrere. In particolare, una lunghezza non negativa t_{ij} viene associata a ciascun arco dove i e j sono gli estremi: $(i, j) \in A$, e la lunghezza totale della somma degli archi considerati non può eccedere la lunghezza massima T . Se i veicoli sono diversi tra loro, allora i valori massimi considerati saranno T_k con $k = 1, \dots, K$.

Inoltre, se la lunghezza degli archi rappresenta il tempo di viaggio, può essere associato un tempo di servizio s_i ad ogni cliente i , indicando il periodo di tempo nel quale il veicolo si deve fermare dal cliente.

Alternativamente, il tempo di servizio può essere aggiunto al tempo di viaggio e quindi per ogni arco (i, j) , si avrà: $t_{ij} = t'_{ij} + s_i / 2 + s_j / 2$, dove t'_{ij} è il tempo di viaggio originale dell'arco considerato.

L'obiettivo è quello di minimizzare la lunghezza totale del percorso o la sua durata totale in termini di tempo (Toth et al., 1987, p.5-7).

2.1.2.4. Vehicle Routing Problem with Backhauls (VRPB)

Questo tipo di VRP divide l'insieme dei clienti $V \setminus \{0\}$ in due sottoinsiemi: il primo sottoinsieme L , contiene n clienti *Linehaul*, ognuno dei quali richiede gli venga consegnata una certa quantità di merce; il secondo sottoinsieme B , comprende m clienti *Backhaul*, per i quali deve essere ritirata una certa quantità di prodotti.

Esiste un vincolo di precedenza tra i due gruppi: quando un tragitto serve entrambe le tipologie, tutti i clienti del gruppo L devono essere soddisfatti prima di qualunque cliente dell'insieme B . A questo tipo di problema può essere associata un'ulteriore variante comprendente le finestre temporali chiamata *Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows (VRPBTW)*.

2.1.2.5. Vehicle Routing Problem with Pick-up and Delivery (VRPPD)

Nella versione più semplice, questa tipologia ad ogni cliente i sono associati due parametri d_i e p_i che corrispondono rispettivamente la quantità di merce richiesta e la quantità di merce da ritirare. Pertanto, per non eccedere la capacità massima del veicolo si tiene conto della differenza netta $(d_i - p_i)$. Per ogni cliente i , O_i indica il vertice origine della domanda di consegna, mentre D_i è il nodo di destinazione in cui si consegna la merce. Per convenzione si assume che lo scarico dei prodotti avvenga prima del carico.

2.2. Il Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW)

Il VRP, come riportato da Solomon (1987, p.254-255), mira ad ottenere la migliore organizzazione per una flotta di veicoli, i quali partono e tornano al medesimo deposito centrale, servendo un certo numero di clienti con domanda nota, con l'obiettivo di minimizzare i costi. Ogni cliente è servito una volta e tutti devono essere assegnati ai veicoli in modo tale da non superare la capacità massima del mezzo.

Nel VRPTW si aggiungono ulteriori complessità e vincoli legati al rispetto del tempo di consegna, delle finestre temporali e tempi massimi di servizio legati al prodotto trasportato e per questo è considerato uno dei problemi di ottimizzazione combinatoria più difficili; avendo, infatti, un gran numero di soluzioni nella maggior parte dei casi, è necessario progettare algoritmi adeguati alle diverse tipologie di problemi valutandone l'efficacia ed efficienza.

Nel VRPTW ad ogni cliente è associata una specifica finestra temporale, ossia un intervallo di tempo entro il quale può essere effettuato il servizio al cliente, definisce l'orario di apertura e chiusura per ogni cliente al di fuori del quale non è possibile effettuare il servizio. Le finestre temporali possono essere *soft* o *hard*: la prima variante permette comunque la soddisfazione della domanda del cliente anche fuori delle predefinite finestre temporali pagando un costo di penalizzazione (*penalty cost*); mentre la seconda variante, sulla quale ci concentreremo, impone il vincolo rigido che il servizio deve essere effettuato esclusivamente all'interno dei tempi prestabiliti dal cliente e, nel caso di arrivo anticipato presso quest'ultimo, si deve attendere l'apertura dello stabilimento in questione. Il tempo di attesa andrà, pertanto, a generare un costo penalizzando la scelta di quello specifico percorso (Dondo et al., 2007, p.1480).

Si assegna a ciascun veicolo un'unica rotta e come ulteriore assunzione si fa in modo che un cliente sia servito unicamente e totalmente da un solo mezzo il quale ha come punto di inizio e fine del proprio percorso il deposito. È fondamentale non superare la capacità massima di ogni camion e costruire rotte che minimizzino i costi totali. Questi, in particolare, sono di diverso tipo, sia fissi che variabili: i primi legati per lo più all'utilizzo del veicolo, mentre i secondi legati ad altre varianti come il tempo, la distanza e altre variabili.

Le decisioni da prendere sono rispetto al numero e tipo di veicoli utilizzati, quali clienti dovranno servire e secondo quale ordine per minimizzare il costo di trasporto. Le merci che devono essere consegnate devono essere caricate sui mezzi e portate a destinazione. Il deposito è il punto di inizio e fine di ogni percorso assegnato ad un veicolo durante i quali devono essere rispettati sia la capacità che i vincoli temporali. Inoltre ogni cliente deve essere servito da un solo camion in quanto non è ammesso distribuire la domanda su più veicoli (Rodolfo Dondo, Jaime Cerdá, 2007, p.1478-1479).

Questo tipo di problema può essere risolto attraverso modelli di ottimizzazione che, però, possono richiedere maggior tempo di risoluzione, oppure attraverso differenti

metodologie euristiche che mirano a servire un certo numero di clienti utilizzando una combinazione di più veicoli disponibili.

I modelli di ottimizzazione, infatti, per il VRPTW sono utili in diverse applicazioni, però, mentre la maggior parte delle soluzioni hanno come ipotesi un singolo deposito e veicoli omogenei, i problemi reali includono generalmente più depositi e veicoli con capacità variabile e quindi non uguale per l'intera flotta considerata. Inoltre, la soluzione migliore che minimizza la distanza totale percorsa dai veicoli per visitare tutti i clienti, comporta elevati tempi di attesa. Pertanto, la funzione di costo più adatta dovrebbe derivare dalla combinazione di costi fissi legati all'uso dei mezzi e costi operativi variabili che includono elementi come il tempo di viaggio, il tempo di attesa e il tempo di servizio (Dondo et al., 2007, p.1481).

Un generico problema di VRPTW può essere descritto da tre principali variabili.

✚ *Definizione del problema*, si considera un grafo orientato $G(I, P, A)$, dove $I = \{i_1, i_2, \dots, i_n\}$, cioè i nodi corrispondenti ai clienti e $P = \{p_1, p_2, \dots, p_j\}$, i nodi relativi ai depositi, sono connessi tra loro da archi indicati con $A = \{(i, j)/i, j \in (I \cup P)\}$. Per estremi $(i, j) \in A$ si dovrebbe considerare il più basso costo di connessione dal nodo i al nodo j . Con $[a_i, b_i]$ si indica la finestra temporale del cliente.

La flotta di veicoli eterogenei $V = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$, ha differenti capacità di carico (q_v), e i singoli mezzi sono alloggiati in più depositi $p \in P$. Ogni veicolo v deve partire dal deposito assegnato $p \in P$, prelevare/scaricare la merce in più punti e tornare al deposito di partenza p . La rotta assegnata al generico veicolo v sarà definita come $r = (p, \dots, i, (i+1), \dots, p)$, ossia come un percorso tra nodi collegati attraverso archi orientati appartenenti ad A .

✚ *Vincoli*, ogni rotta deve iniziare e terminare allo stesso deposito, ogni nodo deve essere servito interamente e unicamente da un solo veicolo, il carico totale assegnato ad un veicolo non deve mai eccedere la capacità totale dello stesso, la durata del tempo totale durante il quale il veicolo può essere in servizio deve essere minore del tempo di lavoro massimo consentito e, infine, il servizio di carico/scarico deve avvenire all'interno delle finestre temporali per evitare la nascita di ulteriori costi.

✚ *Obiettivo*, è quello di minimizzare il costo totale di carico e scarico nel servire tutti i nodi (i clienti). Devono essere considerati principalmente quattro tipologie di costo: costi fissi legati all'utilizzo del veicolo, costi di tempo e distanza nel percorrere le diverse rotte, costi legati ai tempi di attesa e, quindi, costi di penalità e costi di lavoro.

CAPITOLO 3

Le principali tecniche euristiche

Come riporta Solomon (1987, p.255), i VRPTW sono problemi abbastanza difficili dal punto di vista computazionale, infatti, se i VRP sono considerati problemi NP-hard, dove NP sta per “polinomiale nel calcolo non deterministico”, tanto più lo saranno i VRPTW. Pertanto lo sviluppo di tecniche euristiche per questo tipo di problematiche risulta di primaria importanza prefiggendosi di trovare una soluzione buona vicina all’ottimo. Si cerca, quindi, una soluzione ammissibile, buona, risolvendo il problema considerato in tempi brevi di elaborazione.

Gli algoritmi euristici possono essere *costruttivi*, si costruisce un percorso alla volta, passando per una serie di step e arrivando a trovare una soluzione ammissibile; *a due fasi*, si scompone il problema in fasi, si dividono i clienti in cluster e si costruiscono rotte ammissibili; *migliorativi*, applicati ad una soluzione esistente con l’obiettivo di migliorarla.

Gli algoritmi euristici costruttivi possono, a loro volta, essere divisi in *sequenziali* e *paralleli*. Le procedure sequenziali costruiscono un percorso alla volta fino a quando tutti i clienti sono soddisfatti; mentre le procedure parallele costruiscono più rotte contemporaneamente. Il numero di percorsi può essere fissato a priori oppure derivare dalla fusione di percorsi minori.

Di seguito vengono analizzate e spiegate alcune delle principali euristiche riportate da Solomon (1987, p. 255-259).

3.1.Savings Heuristics

Questa procedura, proposta per la prima volta da Clarke e Wright (1964), inizia con n percorsi distinti nei quali il cliente è servito da un camion dedicato; i passi successivi da seguire mirano ad aggregare due o più nodi tra loro e calcolarne il risparmio derivante da questa operazione. Ad esempio, se si hanno due clienti, considerando le rotte come fossero dedicate, si avrebbero due camion distinti per i due clienti; l’applicazione del saving, invece, mette in evidenza il potenziale risparmio che si può avere nell’utilizzo di un unico mezzo che visiti prima un cliente e poi il successivo in un unico percorso.

Il calcolo del risparmio si può avere applicando la seguente formula nella quale i e j sono i clienti e O il deposito:

$$sav_{ij} = d_{iO} + d_{Oj} - \mu d_{ij}, \quad \text{con } \mu \geq 0$$

Questo risparmio viene calcolato considerando le distanze dal punto di vista spaziale. Nel VRP con finestre temporali si deve però considerare l'orientamento dei percorsi in quanto i clienti devono essere vicini anche dal punto di vista temporale. Devono essere rispettati i vincoli legati alle finestre temporali e alla capacità massima del veicolo affinché questi non siano violati. Può, infatti, risultare vantaggioso unire due clienti molto vicini in termini di spazio, ma rivelarsi svantaggioso o addirittura penalizzante in termini di tempo. Ci potrebbero essere dei tempi di attesa che potrebbero creare dei costi opportunità dal momento che il veicolo potrebbe nel contempo servire altri clienti invece di aspettare che un certo cliente apra il proprio stabilimento.

Per la soddisfazione della vicinanza spazio-temporale tra due clienti, la proposta fatta da Solomon (1987, p.255) è quella di limitare il tempo di attesa quando si uniscono due clienti usando un parametro che escluda l'unione di due clienti nel caso in cui il tempo di attesa risulti maggiore di quest'ultimo.

L'algoritmo si arresta quando sono state costruite abbastanza rotte da permettere la soddisfazione di tutti i clienti.

3.2.A Time-Oriented, Nearest-Neighbor Heuristic

La seconda euristica presentata, appartenente alla categoria delle euristiche sequenziali, si basa sull'inizializzazione di una rotta cercando il cliente più vicino al deposito che non è ancora stato inserito in nessun percorso. Ad ogni successiva iterazione si cerca il cliente più vicino all'ultimo cliente inserito nel precedente percorso considerato. Questa ricerca viene eseguita tra tutti i clienti che possono essere considerati nel rispetto delle finestre temporali, dell'orario di ritorno del veicolo al deposito e dei vincoli di capacità. Si inizia una nuova rotta quando nessuno dei successivi clienti rispetta i vincoli imposti.

La metrica usata in questo tipo di approccio tenta di soddisfare sia la vicinanza temporale che la vicinanza spaziale; infatti se si aggregano due clienti, si calcola sia la distanza (d_{ij}) che la differenza di tempo tra la fine del servizio in un nodo e l'inizio dello stesso nel successivo (T_{ij}). Inoltre si considera anche l'urgenza di consegna di un determinato cliente espressa come il tempo rimanente prima che l'ultimo servizio del mezzo inizi (v_{ij}).

Dal punto di vista formale si definisce attraverso le seguenti formule:

$$\begin{aligned}
 T_{ij} &= b_j - (b_i + s_i) , \\
 v_{ij} &= l_j - (b_i + s_i + t_{ij}) , \\
 c_{ij} &= \delta_1 d_{ij} + \delta_2 T_{ij} + \delta_3 v_{ij} , \quad \text{dove } \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 1 \text{ e } \delta_1 \geq 0, \delta_2 \geq 0, \delta_3 \geq 0.
 \end{aligned}$$

3.3. Insertion Heuristics

Questo criterio inizializza ogni percorso utilizzando uno dei criteri descritti di seguito. Dopo aver intrapreso l'inizio di una nuova rotta, si utilizzano due criteri, $c_1(i, u, j)$ e $c_2(i, u, j)$, per inserire ad ogni iterazione un cliente u all'interno della rotta corrente tra due clienti adiacenti i e j .

Sia $(i_0, i_1, i_2, \dots, i_m)$ la rotta che si sta considerando, dove $i_0 = i_m = 0$. Per ogni cliente ancora fuori dal percorso, si calcola il miglior inserimento nella rotta in considerazione:

$$c_1(i(u), u, j(u)) = \min[c_1(i_{p-1}, u, i_p), \quad p = 1, \dots, m.$$

Inserendo u tra i_{p-1} e i_p si potrebbero, però, alterare tutti i tempi di inizio del servizio per $(i_0, i_1, i_2, \dots, i_m)$. Pertanto, si stabiliscono le condizioni di fattibilità, ossia, di essere più veloce rispetto al test per ogni cliente. Il cliente successivo sarà quello per cui vale la seguente relazione:

$$c_2(i(u^*), u^*, j(u^*)) = \text{optimum}[c_2(i(u), u, j(u)), \quad \text{dove } u \text{ è senza rotta e fattibile.}$$

Il cliente u^* è successivamente inserito tra $i(u^*)$ e $j(u^*)$. Questa iterazione continua fino a quando non è più possibile trovare clienti che rispettino i vincoli e pertanto il percorso considerato termina e si è pronti per iniziare una nuova rotta se non sono ancora stati soddisfatti tutti i clienti.

Questo criterio può essere compreso meglio attraverso questi tre specifici approcci che si basano sullo stesso.

$$1) \quad c_{11}(i, u, j) = d_{iu} + d_{uj} - \mu d_{ij}, \quad \text{con } \mu \geq 0;$$

$$c_{12}(i, u, j) = b_{ju} + b_j,$$

dove b_{ju} è il nuovo tempo di inizio del servizio per il cliente j dato che il cliente u è inserito nella rotta;

$$c_1(i, u, j) = \alpha_1 c_{11}(i, u, j) + \alpha_2 c_{12}(i, u, j), \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1;$$

$$\alpha_1 \geq 0, \quad \alpha_2 \geq 0;$$

$$c_2(i, u, j) = \lambda d_{0u} - c_1(i, u, j), \quad \lambda \geq 0.$$

Con questo tipo di metodo si vuole massimizzare il beneficio derivante dall'inserire un cliente all'interno della rotta parziale piuttosto che con una rotta diretta.

Il migliore inserimento è quello che minimizza una combinazione pesata di distanza e tempo, ossia che minimizza una misura di extra distanza e extra tempo richiesti per visitare un cliente.

Chiaramente differenti valori di μ e λ portano a diversi criteri per selezionare l'inserimento di un nodo nel percorso.

- 2) $c_1(i, u, j) = \alpha_1 c_{11}(i, u, j) + \alpha_2 c_{12}(i, u, j)$, $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$;
 $c_2(i, u, j) = \beta_1 R_d(u) + \beta_2 R_t(u)$, $\beta_1 + \beta_2 = 1$, $\beta_1 \geq 0$, $\beta_2 \geq 0$,
dove $R_d(u)$ e $R_t(u)$ sono rispettivamente la distanza totale e il tempo totale della rotta parziale se u è inserito.

L'obiettivo è quello di selezionare clienti in modo tale da minimizzare i costi sia in termini di tempo che di spazio.

- 3) $c_{11}(i, u, j) = d_{iu} + d_{uj} - \mu d_{ij}$, con $\mu \geq 0$;
 $c_{12}(i, u, j) = b_{ju} + b_j$;
 $c_{13}(i, u, j) = l_u - b_u$;
 $c_1(i, u, j) = \alpha_1 c_{11}(i, u, j) + \alpha_2 c_{12}(i, u, j) + \alpha_3 c_{13}(i, u, j)$, $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$, $\alpha_1 \geq 0$, $\alpha_2 \geq 0$,
 $\alpha_3 \geq 0$;
 $c_2(i, u, j) = c_1(i, u, j)$.

In quest'ultimo caso considerato all'interno dell'aspetto temporale si considera anche l'urgenza del servizio specifica del cliente. Si permette l'inserimento, in qualunque posizione accettabile, di un cliente, ancora fuori rotta, tra due clienti già nel percorso piuttosto che solamente alla fine di esso.

Tutti e i tre metodi mirano ad inserire un cliente non ancora servito all'interno della rotta che si sta considerando facendosi guidare sia da vincoli di tipo spaziale che temporale.

3.4.A Time-Oriented Sweep Heuristic

Questa euristica scompone il VRPTW in una parte di *clustering*, raggruppamento, e in una fase di *scheduling*, pianificazione. Nella prima parte si assegnano i clienti ai veicoli, mentre nella seconda parte si costruisce una pianificazione del veicolo per un determinato settore, usando un'euristica di tipo costruttivo.

Per rispettare la vicinanza geografica, si possono usare differenti criteri di selezione per la creazione del gruppo successivo. Si usa una semplice regola che divide in due il

settore appena considerato e inserisce i clienti a seconda del loro angolo polare (si assume il senso antiorario e si considera il più piccolo angolo formato dal raggio, dal deposito attraverso il cliente e la bisettrice) rispetto al centro considerato.

Si ripete il processo fino a quando tutti i clienti sono stati inseriti all'interno di un percorso.

CAPITOLO 4

Ambiente del problema

Presentati i concetti di base, i possibili casi e le metodologie disponibili per la risoluzione dei diversi tipi di problemi, si vuole ora descrivere e presentare l'area specifica di lavoro sulla quale ci si è concentrati. Il problema considerato è uno specifico caso di routing con dei vincoli particolari dai quali la soluzione non deve prescindere: si hanno, infatti, specifiche finestre temporali da rispettare e capacità limitate dei mezzi disponibili per il trasporto della merce.

Questo tipo di modello può, però, essere facilmente assimilato e adattato ad altre tipologie di problemi come l'organizzazione della lavorazione di lotti diversi su più macchine, tipici problemi di organizzazione del trasporto per diverse tipologie di merci, ecc..

4.1. Il caso studio considerato

Per sviluppare il VRPTW e costruire un algoritmo per la risoluzione e organizzazione del problema di routing in questione, si è considerato un reale caso studio e da cui si sono estratti i dati per poterli utilizzare nello sviluppo del programma.

Nello specifico si è trattato il problema del trasporto delle pelli fresche dai macelli alla conceria, il quale si presta all'analisi nel migliore dei modi e, grazie ai diversi vincoli da rispettare, risulta di grande utilità e adattabilità anche per altri simili problemi.

Se si rappresenta il caso studio attraverso un grafo, i soggetti considerati sono principalmente di quattro tipi: i/il deposito/i nei quali risiedono i mezzi, i macelli, la/e conceria/e e la rete stradale che li collega; i primi tre sono rappresentati come nodi del grafo, mentre i possibili percorsi sono rappresentati da archi.

4.1.1. Descrizione generale

Il punto di partenza per lo studio è il *deposito* che può essere unico o possono essere molteplici ed è considerato la sede di tutti i *mezzi* utilizzati per il trasporto delle relative merci.

È la partenza anche per l'analisi dal punto di vista geografico, infatti i camion una volta effettuato l'intero percorso assegnato loro dovranno essere pronti a ripartire dallo stesso per un nuovo successivo incarico. I veicoli che si hanno a disposizione sono di tipo eterogeneo, ossia differenti tra loro e, pertanto, con differenti capacità di carico. Nel caso considerato la saturazione del mezzo è riportata "a peso", ossia potrà essere caricata una quantità di pelli la cui somma avrà un peso minore o uguale a quello

caratterizzante della capacità del camion, dopo do che esso dovrà recarsi alla conceria per procedere con lo scarico senza passare per ulteriori nodi in quanto già saturato.

I mezzi andranno, pertanto, a visitare i *clienti*, in questo caso i macelli, situati in differenti punti geografici, per caricare la quantità di merce specifica per ognuno di essi. I macelli producono pellame fresco mentre altri fornitori della conceria possono fornire pelli trattate con sale, in questo caso si avranno minori problemi di deterioramento delle pelli, determinando, però, diversi problemi a livello ambientale di smaltimento del sale e, quindi, problemi legati all'inquinamento.

Le pelli fresche fornite dai diversi macelli necessitano, pertanto, di essere lavorate entro brevi tempi (ore), altrimenti possono subire alterazioni ed essere irreparabilmente danneggiate con conseguenti ingenti danni economici.

Per questo è necessario organizzare al meglio il trasporto fino alla conceria considerando la produzione giornaliera di pelli per ogni macello e la specifica finestra temporale dello stesso. Ognuno di essi ha, infatti, una specifica finestra temporale che rappresenta l'orario di apertura e chiusura dello stesso all'interno della quale deve avvenire il ritiro delle pelli. Inoltre ogni macello ha un tempo massimo di lavorazione che rappresenta il tempo massimo entro il quale le pelli devono essere portate in conceria per essere lavorate evitando che si danneggino in modo irreparabile.

La *conceria* può essere considerata sia il punto finale del percorso, sia il penultimo nodo che il camion andrà a visitare. Considerando, come nel nostro caso, come fisso il costo per tornare dalla conceria al deposito, allora non vi saranno grandi differenze tra i due casi e comunque questo dato non andrà ad influire nella ricerca del costo minimo tra i percorsi considerati.

La *rete stradale* è l'insieme di tutti i percorsi che i camion possono effettuare. Ad ognuno di essi è assegnato un relativo percorso che implica la visita di più nodi nel rispetto dei vincoli, in particolare di tempo e capacità.

4.1.2.Assunzioni di base

È importante riportare le ipotesi assunte nell'analisi e chiarire alcuni punti al fine di evitare ambiguità nella comprensione della risoluzione del problema.

- I mezzi considerati sono eterogenei, partono dai depositi e si dirigono verso i macelli per effettuare la raccolta delle pelli fresche e portarle tutte alla conceria dove verranno successivamente lavorate.
- Ogni camion è associato ad uno specifico deposito e ha due possibilità: può partire da questo per iniziare il percorso assegnatogli oppure rimanere all'interno dello stesso. Ogniqualevolta un mezzo inizia una rotta, e quindi esce dal deposito, gli viene associato un costo fisso di uscita.
- Ogni macello che necessita di essere servito è visitato da un solo camion il quale deve soddisfare l'intera domanda. I costi e i tempi di carico sono specifici per ogni coppia macello-mezzo.
- Se ad un camion viene assegnata una rotta, esso, partendo dal deposito, dovrà terminare il suo percorso alla conceria. Il costo e tempo di scarico è dato per ogni camion.
- Il costo e tempo di viaggio è caratteristico per ogni arco e per ogni veicolo, pertanto sono variabili e specifici per entrambi.
- I mezzi devono rispettare le finestre temporali fisse e differenti tra loro, che vengono associate ad ogni deposito, macello e conceria.
- Un'ulteriore "finestra temporale flessibile" è imposta dai macelli alla conceria in quanto vi è un tempo massimo di conservazione delle pelli fresche che non può essere violato per evitare danni alla merce trasportata.
- La quantità di merce caricata all'interno dei mezzi non può eccedere la capacità massima dei camion valutata, nel nostro caso, in peso.

Dal punto di vista grafico si avrà:

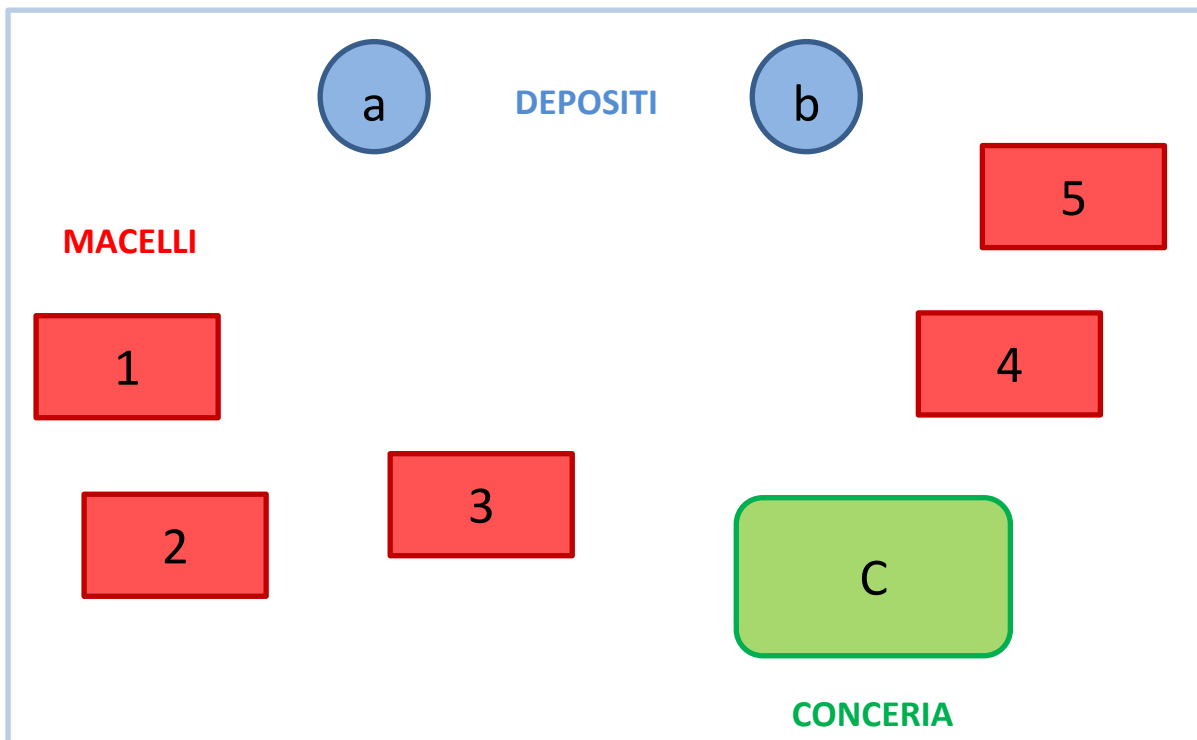


Figura 4.1

4.1.3. I dati del problema

Per descrivere il problema è fondamentale attribuire una notazione ad ognuno degli elementi coinvolti. In particolare:

- i *camion*, la cui quantità viene indicata con r , sono indicizzati con k ;
- ogni mezzo è univocamente associato ad un *deposito* mk ;
- si hanno n *macelli* indicizzati con i, j ;
- la *conceria* è indicata con l .

4.1.4. La funzione obiettivo

La *funzione obiettivo* mira a minimizzare il costo totale comprensivo di più voci:

- costo di uscita;
- costo totale di viaggio;
- costo totale di carico;
- costo totale di scarico;
- costo totale del tempo speso;
- costo dell'eventuale partenza ritardata dal deposito (*start delay*).

4.1.5. I vincoli

I *vincoli* possono essere riassunti in tre principale gruppi:

- vincoli di viaggio;
- vincoli di tempo;
- vincoli di capacità.

All'interno dei *vincoli di viaggio* se ne trovano di più tipologie: un macello deve essere servito da un unico mezzo e, pertanto, l'intera domanda deve essere completamente soddisfatta da quest'ultimo. Inoltre, devono essere rispettate le precedenze tra i nodi a seconda del percorso assegnato al veicolo, infatti vi è un certo "sequenziamento" deciso nell'attribuzione dei vertici da visitare. Infine, il percorso di ogni veicolo deve terminare alla conceria.

I *vincoli di tempo* si riferiscono al rispetto delle finestre temporali, ossia si intende il periodo di tempo, proprio di ogni soggetto coinvolto, durante il quale è possibile effettuare il servizio. In particolare, per il deposito, indica il periodo all'interno del quale i mezzi effettuano l'uscita per servire i clienti ed entro il quale devono effettuare la partenza. Per i macelli inizia dall'orario di apertura e, quindi, dal momento in cui il camion può entrare per caricare la merce, fino alla chiusura del macello, momento in cui non è più possibile effettuare il servizio. Nel caso in cui il mezzo arrivi anticipatamente deve aspettare l'apertura del macello e quindi pagherà un costo di attesa in termini di costo orario di lavoro. Infine anche la conceria ha una finestra temporale indicante l'apertura e la chiusura; quest'ultima risulta di fondamentale importanza in quanto tutti i camion devono raggiungere la conceria prima della chiusura della stessa altrimenti non è possibile scaricare la merce caricata precedentemente.

Vi sono inoltre tempi massimi da rispettare per lo scarico e la lavorazione delle pelli. Questi tempi sono specifici per ogni macello in quanto ognuno di essi tratta pelli che hanno bisogno di essere lavorate entro tempi più o meno brevi affinché non deteriorino e quindi non si creino inutili perdite economiche.

I *vincoli di capacità*, invece, si riferiscono alla capacità propria di ogni mezzo che non deve e non può essere superata dalla somma del carico delle pelli dei clienti visitati. Nel caso studiato la capacità è calcolata "a peso", ogni camion può caricare e trasportare una certa quantità di pelli a seconda del peso che hanno; nella ricerca del percorso migliore anche questo dato deve essere tenuto in considerazione.

4.1.6. Le variabili

Le principali *variabili* da considerare sono:

- gli autocarri in partenza;
- il percorso seguito da ogni mezzo, che può essere descritto attraverso i nodi già visitati o dall'ordine di visita dei clienti;
- l'istante in cui ogni veicolo inizia a servire ogni cliente.

Pertanto si può affermare che il problema considerato ha come scopo l'organizzazione di una rete di trasporto utilizzando veicoli con capacità limitate, mezzi eterogenei tra loro e finestre temporali differenti specifiche di ogni soggetto in gioco. Tutto questo presenta peculiari complessità rispetto agli usuali problemi analizzati e, quindi, bisogna fare attenzione a non trascurare alcun particolare.

CAPITOLO 5

Il modello esatto: due tipologie a confronto

5.1. Dati, indici e notazioni comuni

Per descrivere il modello matematico alla base del problema studiato, si devono spiegare le diverse notazioni che si utilizzano nello stesso.

Come precedentemente accennato, si hanno:

- uno o più depositi in cui risiedono più camion;
- r mezzi indicizzati con k ;
- n macelli da servire, indicizzati con i, j ;
- una conceria chiamata l .

Ogni deposito ha un certo numero di *mezzi* ad ognuno dei quali vengono associati i seguenti dati:

- la specifica capacità q_k propria di ogni mezzo k ;
- il costo unitario di tempo ct_k , espresso in $[\text{€}/h]$, è calcolato per tutto il periodo durante il quale il mezzo k è in servizio;
- il costo di uscita c_k , determinato ogniqualvolta il mezzo k effettua l'uscita dal deposito;
- il costo orario di attesa cr_k , $[\text{€}/h]$, quantità di denaro spesa ogni volta che si ritarda l'uscita dal deposito rispetto all'apertura della sua finestra temporale, ossia rispetto all'istante in cui il mezzo è pronto per partire;
- la finestra temporale $[s_{mk}, f_{mk}]$ propria del deposito e quindi del mezzo k associato a quest'ultimo.

Per i *macelli* e la conceria, invece, si hanno altri dati, legati comunque ai mezzi che li servono:

- la finestra temporale di apertura e chiusura del macello $[s_i; f_i], [s_j; f_j]$;
- la quantità di pelli p_i, p_j che i macelli i, j devono caricare, espressa in $[kg]$;
- il tempo massimo di scarico alla conceria g_i, g_j che deve essere rispettato affinché la merce non deperisca;
- la finestra temporale della conceria $l, [s_l; f_l]$.

Inoltre, per ogni associazione camion - macello, camion - macello - macello e camion - macello - conceria vi sono:

- il costo di spostamento d_{mik} del mezzo dal deposito al macello i ;
- il tempo t_{mik} che impiega il mezzo k per spostarsi dal deposito m al macello i ;
- il costo di carico dt_{ik} per ogni macello i per ogni camion k ;
- il tempo tt_{ik} impiegato a caricare la merce del cliente i nel mezzo k ;
- il costo d_{ijk} per andare dal macello i al macello j ;
- il tempo t_{ijk} che impiega il mezzo k per spostarsi dal macello i al macello j ;
- il costo d_{jlk} per spostarsi dal cliente j alla conceria l ;
- il tempo t_{jlk} impiegato per muoversi dal macello j alla conceria l ;
- il costo di scarico dt_{lk} delle pelli alla conceria l ;
- il tempo di scarico tt_{lk} alla conceria l .

Pertanto, per ogni mezzo k :

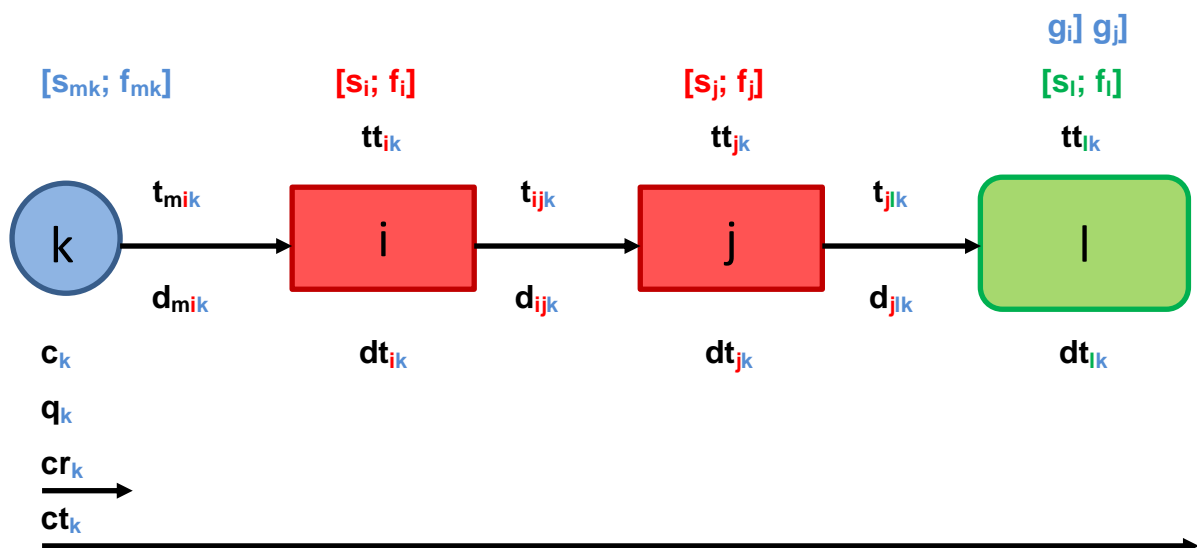


Figura 4.2: Dati del problema

È ora importante riportare il modello esatto per la risoluzione del problema; vi è pertanto la necessità di impostare equazioni e disequazioni per la sua risoluzione.

Nella stesura del modello si utilizza, inoltre, una notazione non riportata precedentemente: la lettera M , che indica un numero molto grande, come ad esempio 10000.

5.2. Il primo modello esatto

Per questo primo modello vengono definite una serie di variabili caratterizzanti dello stesso. In particolare, è importante capire anche quali sono le variabili decisionali e come vengono indicate.

Queste possono essere divise principalmente in due gruppi: le prime definite *variabili logiche* e le seconde definite *variabili temporali*; entrambe a seconda dei valori assunti indicano se un camion visita un macello o se un macello non è visitato da nessuno, oltre ai tempi associati alle varie operazioni.

5.2.1. Le variabili decisionali

In particolare, per quanto riguarda il primo gruppo sono variabili di tipo binario e, pertanto possono assumere due valori. In particolare:

- x_{mik} , $i=1, \dots, n$, $k=1, \dots, r$; è presente per ogni coppia ik macello – mezzo. Assume valore uguale a 1 se il mezzo k si muove dal deposito al macello i ; altrimenti assume valore uguale a 0.
- x_{ijk} , $i, j=1, \dots, n$, $k=1, \dots, r$; si ha ogni qualvolta il camion k è associato a due macelli i, j e è uguale a 1 se il veicolo si sposta dal macello i al macello j , altrimenti è uguale a 0.
- x_{jlk} , $i, j=1, \dots, n$, $k=1, \dots, r$; per ogni coppia macello – mezzo jk e assume valore uguale a 1 se il mezzo si muove dall'ultimo macello visitato j alla conceria i ; altrimenti è uguale a 0.
- x_{mk} , $k=1, \dots, r$; diventa uguale a 1 se il mezzo non parte dal deposito, invece è uguale a 0 se esce da quest'ultimo per intraprendere un percorso assegnato.

Le seconde appartengono tutte all'insieme dei numeri reali positivi, ossia sono per ipotesi maggiori o uguali a 0. Esse sono:

- z_{mk} , $k=1, \dots, r$; rappresenta il tempo di partenza del mezzo k dal deposito.
- z_{ik} , $i=1, \dots, n$, $k=1, \dots, r$; si riferisce al tempo finale di visita del macello i , ossia al momento in cui il camion è già carico delle pelli del cliente appena servito ed è pronto per la partenza verso un altro macello o verso la conceria.
- z_{lk} , $k=1, \dots, r$; questo è il tempo finale di visita della conceria, pertanto è l'istante in cui il mezzo è già stato scaricato e ha finito il servizio giornaliero.

5.2.2. La funzione obiettivo

L'obiettivo del problema è quello di minimizzare la somma dei singoli costi e, quindi, il costo totale.

Si deve pertanto **minimizzare la somma dei costi totali** di ogni mezzo nel percorrere l'intero tragitto.

All'interno della funzione obiettivo sono compresi tutti i costi, quali:

- la somma dei costi di uscita del mezzo dal deposito,
 $\Sigma(c_k x_{mik} \mid i=1, \dots, n, k=1, \dots, r)$;
- la somma dei costi dovuti ad un'eventuale partenza ritardata del mezzo dal deposito (*start delay*),
 $\Sigma(cr_k [z_{mk}-s_{mk}] \mid k=1, \dots, r)$;
- la somma dei costi di viaggio dal deposito al macello,
 $\Sigma(d_{mik} x_{mik} \mid i=1, \dots, n, k=1, \dots, r)$;
- la somma dei costi dovuti al carico delle pelli al macello *i*,
 $\Sigma(dt_{ik} x_{mik} \mid i=1, \dots, n, k=1, \dots, r)$;
- la somma dei costi di spostamento da un macello ad un altro,
 $\Sigma(d_{ijk} x_{ijk} \mid i, j=1, \dots, n, k=1, \dots, r, i \neq j)$;
- la somma dei costi dovuti al carico delle pelli al macello *j*,
 $\Sigma(dt_{jk} x_{ijk} \mid i, j=1, \dots, n, k=1, \dots, r, i \neq j)$;
- la somma dei costi di viaggio dal macello alla conceria,
 $\Sigma(d_{jik} x_{jik} \mid i, j=1, \dots, n, k=1, \dots, r)$;
- la somma dei costi dovuti allo scarico delle pelli in conceria,
 $\Sigma(dt_{ik} x_{jik} \mid j=1, \dots, n, k=1, \dots, r)$;
- la somma dei costi totali di viaggio, comprensivi anche del carico e dello scarico della merce,
 $\Sigma(ct_k [z_{ik}-z_{mk}] \mid k=1, \dots, r)$.

5.2.3.1 vincoli

Vi sono diverse tipologie di vincolo che devono essere considerate nell'analisi e risoluzione del caso; infatti di fondamentale importanza risultano capacità e finestre temporali.

Di seguito sono riportate tutte le *condizioni di vincolo* da rispettare nel risolvere il problema:

- $\Sigma(x_{mik} \mid i=1, \dots, n) + x_{mlk} = 1, k=1, \dots, r$
Un camion può uscire dal deposito e, quindi, effettuare il percorso assegnato, oppure non uscire dal deposito di riferimento.
- $x_{mik} + \Sigma(x_{jik} \mid j=1, \dots, n, i \neq j) = \Sigma(x_{ijk} \mid j=1, \dots, n, i \neq j) + x_{ilk}, i=1, \dots, n, k=1, \dots, r$
In ogni macello entra ed esce lo stesso camion, oppure non entra nessun mezzo in caso di fornitura di pelli nulla.
- $\Sigma\{q_k [x_{mik} + \Sigma(x_{jik} \mid j=1, \dots, n, i \neq j)] \mid k=1, \dots, r\} \geq p_i$
Ogni macello con carico di pelli positivo richiede il servizio di un veicolo e, pertanto, il camion vi entra solamente se vi è la richiesta di caricare la merce in quel determinato giorno.
- $\Sigma(p_i x_{jik} \mid i, j=1, \dots, n, i \neq j) + \Sigma(p_i x_{mik} \mid i=1, \dots, n) \leq q_k, k=1, \dots, r$
Per ogni mezzo si deve rispettare la capacità massima dello stesso, ossia una volta saturato il mezzo questo dovrà sicuramente recarsi direttamente alla conceria senza passare per altri clienti.

Vincoli di tempo:

- $z_{mk} \geq s_{mk}, k=1, \dots, r$
Il momento in cui il mezzo esce dal deposito deve rispettare la finestra temporale dello stesso, non gli è permesso partire in anticipo.
- $z_{mk} \leq s_{fk} - [s_{fk} - s_{mk}] x_{mlk}, k=1, \dots, r$
Il mezzo non può partire dal deposito quando si è chiusa la finestra temporale.
- $z_{ik} \geq z_{mk} + t_{mik} + tt_{ik} - M [1 - x_{mik}], i=1, \dots, n, k=1, \dots, r$

Il tempo di fine carico dal macello deve essere almeno uguale al tempo di uscita dal deposito sommato al tempo per andare da quest'ultimo al macello e al tempo di carico nello stesso, nel caso in cui il mezzo visiti quel deposito.

- $z_{jk} \geq z_{ik} + t_{ijk} + tt_{jk} - M [1 - x_{ijk}]$, $i, j=1, \dots, n, k=1, \dots, r, i \neq j$
Pone il vincolo minimo di tempo richiesto da un macello all'altro per effettuare il carico.
- $z_{ik} \geq s_i + tt_{ik} - M [1 - x_{mik} - \sum(x_{jik} | j=1, \dots, n, i \neq j)]$, $i=1, \dots, n, k=1, \dots, r$
Il tempo per arrivare ad un macello deve rispettare l'inizio della sua finestra temporale per poterlo visitare.
- $z_{ik} \leq f_i + M [1 - x_{mik} - \sum(x_{jik} | j=1, \dots, n, i \neq j)]$, $i=1, \dots, n, k=1, \dots, r$
Si deve rispettare anche la fine della finestra temporale del macello oltre la quale non è possibile effettuare il servizio.
- $z_{ik} \geq z_{ik} + t_{ilk} + tt_{ik} - M [1 - x_{ilk}]$, $i, j=1, \dots, n, k=1, \dots, r$
È il tempo minimo richiesto per svolgere le operazioni di scarico in conceria, comprensivo dell'istante rispetto al quale il camion esce dal macello precedentemente visitato sommato al tempo di viaggio e al tempo necessario per lo scarico.
- $z_{ik} \geq s_i + tt_{ik} - M [1 - \sum(x_{ljk} | j=1, \dots, n, i \neq j)]$, $k=1, \dots, r$
Il tempo di fine scarico in conceria deve essere superiore o può al limite coincidere con la somma dei tempi riguardanti l'apertura della stessa e il tempo necessario per effettuare lo scarico delle pelli.
- $z_{ik} \leq f_i + M [1 - \sum(x_{ljk} | j=1, \dots, n, i \neq j)]$, $k=1, \dots, r$
Il mezzo deve terminare lo scarico della merce prima o al massimo nello stesso momento in cui termina la finestra temporale della conceria; pertanto prima che quest'ultima effettui la chiusura.
- $z_{ik} \leq g_j + M [1 - x_{mjk} - \sum(x_{ijk} | j=1, \dots, n, i \neq j)]$, $i=1, \dots, n, k=1, \dots, r$
Il tempo di scarico delle pelli in conceria deve rispettare il tempo massimo di lavorazione delle stesse imposto dai singoli macelli che hanno effettuato il carico sul camion considerato

5.3. Il secondo modello esatto

Questo secondo modello proposto risulta equivalente al primo sia in termini di vincoli che in termini di funzione obiettivo, ma cambiano le variabili decisionali.

5.3.1. Le variabili decisionali

Analogamente al modello precedente sono presenti *variabili logiche*, *variabili temporali* e, diversamente da prima, vi sono anche *variabili di costo*.

Innanzitutto, si hanno le seguenti variabili binarie, il cui valore può essere 0 o 1:

- y_{mk} , $k=1, \dots, r$; risulta uguale a 1 se il mezzo k effettua la partenza dal deposito, mentre è uguale a 0 altrimenti.
- y_{ik} , $i=1, \dots, n$, $k=1, \dots, r$; è uguale a 1 se il camion esce dal deposito e visita il macello i , quindi se vi effettua il servizio, altrimenti è uguale a 0.
- x_{ij} , $i, j=1, \dots, n$; coincide con 1 se il macello i precede nel percorso assegnato al mezzo il macello j , con $i < j$; vale 0 se il macello j viene visitato dal camion prima del macello i , con $i < j$; se assume un altro valore allora la variabile è priva di significato.

Le seguenti variabili, essendo temporali, saranno sempre positive o al limite nulle:

- z_{mk} , $k=1, \dots, r$; rappresenta il momento in cui il camion parte dal deposito.
- z_{ik} , $k=1, \dots, r$; rappresenta il tempo di fine servizio in concerta del mezzo, il momento in cui la visita alla concerta.
- z_i , $i=1, \dots, n$; rappresenta il momento di fine servizio del mezzo al macello i (analogamente si potrà trovare la variabile z_j , in riferimento al macello j).

Le successive variabili, invece, sono variabili di costo non presenti nel modello precedente:

- $cost_i$, $i=1, \dots, n$; è il costo totale di viaggio calcolato fino al momento in cui il mezzo termina di visitare e, quindi, servire il macello i (analogamente si potrà indicare con $cost_j$ la variabile di costo riferita a tale macello).
- $cost_{ik}$, $k=1, \dots, r$; rappresenta il costo totale di viaggio associato al percorso effettuato da uno specifico camion.

5.3.2. La funzione obiettivo

L'obiettivo del problema rimane, ovviamente, invariato da un modello all'altro: si vuole minimizzare la somma dei costi che nascono nell'eseguire l'intero percorso associato ad ogni mezzo.

La funzione può essere scritta con la seguente notazione:

$$\text{MIN } \Sigma(\text{cost}_{ik} \mid k=1, \dots, r)$$

A differenza del modello precedente, avendo riservato un'intera variabile per indicare la somma dei costi totali sostenuti dal mezzo, è sufficiente la notazione precedentemente riportata, sapendo che, equivalentemente al primo modello, anche in questo caso all'interno della stessa sono compresi i costi di *uscita, dell'eventuale attesa, di carico e scarico e i totali di viaggio*.

5.3.3. I vincoli

Vi sono differenti tipologie di vincoli per i quali variano solamente le variabili ma il cui significato coincide con quello del modello precedente. I primi sono di *carattere generale*, cioè comprendono diversi aspetti:

- $\Sigma\{q_k y_{ik} \mid k=1, \dots, r\} \geq p_i, i=1, \dots, n$

È necessario che un camion visiti un macello solamente se questo ha delle pelli da caricare, ossia se ha un carico positivo di merce, altrimenti il mezzo passerebbe inutilmente per il macello.

- $\Sigma(y_{ik} \mid k=1, \dots, r) \leq 1, i=1, \dots, n$

Se un mezzo entra in un macello per servirlo, allora dovrà farlo interamente per tutta la quantità di pelli caricata dal macello e, pertanto, per un macello passa uno ed un solo camion che soddisfa per intero la richiesta del cliente.

- $\Sigma(p_i y_{ik} \mid i=1, \dots, n) \leq q_k y_{mk}, k=1, \dots, r$

Un mezzo può caricare una quantità di pelli che non superi la sua capacità massima, una volta saturato si recherà direttamente alla conceria.

I vincoli che seguono sono *vincoli temporali*:

- **$z_i \geq z_{mk} + (t_{mik} + tt_{ik})(y_{mk} + y_{ik} - 1)$, $i=1, \dots, n$**
 Se il mezzo visita il macello i , allora il momento in cui il mezzo termina la visita nello stesso, è sicuramente maggiore della somma dei tempi richiesti per le operazioni precedenti quali: il tempo di partenza dal deposito sommato ai tempi di viaggio dal deposito al macello e di carico in quest'ultimo.
- **$z_j \geq z_i + tt_{jk} + t_{ijk} - M [(1 - x_{ij}) - M (2 - y_{ik} - y_{jk})]$, $i, j=1, \dots, n$, con $i < j$**
 Se il percorso assegnato al mezzo stabilisce che il macello j viene visitato successivamente al macello i , allora il tempo di fine scarico a j è certamente maggiore della somma dei tempi richiesti per le operazioni precedenti relativi allo spostamento dal macello i al macello j , comprensivi di viaggio e carico.
- **$z_i \geq z_j + tt_{ik} + t_{jik} - M x_{ij} - M (2 - y_{ik} - y_{jk})$, $i, j=1, \dots, n$, con $i < j$**
 Analogamente al vincolo precedente, nel caso in cui il tragitto assegnato richieda al mezzo di visitare prima il macello j e successivamente il macello i , allora il tempo di fine servizio al macello i deve essere maggiore della somma dei tempi precedenti comprensivi degli spostamenti da j ad i : si tratta di un vincolo con il medesimo significato ma con le precedenze invertite.
- **$z_{ik} \geq z_i + t_{lik} + tt_{lk} - M (1 - y_{ik})$, $i, j=1, \dots, n$, con $i < j$**
 Il momento in cui il mezzo termina la visita alla conceria è superiore della somma dei tempi per servire i macelli precedenti e per effettuare gli spostamenti, rappresenta il tempo minimo necessario per lo scarico in conceria.
- **$z_{mk} \geq s_{mk}$, $k=1, \dots, r$**
 Indica il rispetto dell'apertura della finestra temporale del deposito: è possibile effettuare la partenza solamente dal momento in cui apre la finestra temporale.
- **$z_{mk} \leq f_{mk}$, $k=1, \dots, r$**
 Indica il rispetto della fine della finestra temporale associata al mezzo: il tempo di partenza del mezzo deve essere minore della chiusura della finestra temporale del deposito.

- $z_i \geq s_i + tt_{ik} - M(1 - y_{ik}), i=1, \dots, n, k=1, \dots, r$
Se il macello i viene visitato dal mezzo, allora la fine del servizio è almeno maggiore del tempo di carico e del momento in cui apre lo stesso; indica che un macello non può essere visitato se la sua finestra temporale non è ancora aperta.
- $z_i \leq f_i + M(1 - y_{ik}), i=1, \dots, n, k=1, \dots, r$
Similmente al vincolo precedente, il tempo di fine scarico al macello i è certamente minore della chiusura della finestra temporale: è necessario finire il servizio dal cliente i prima che chiuda.
- $z_{ik} \geq s_i + tt_{ik}, k=1, \dots, r$
La fine dello scarico in concerta deve avvenire successivamente all'apertura della concerta e necessita di un certo tempo di scarico per effettuare l'operazione.
- $z_{ik} \leq f_i, k=1, \dots, r$
Indica il rispetto della fine della finestra temporale della concerta, ossia il tempo entro il quale si deve effettuare lo scarico della merce.
- $z_{ik} \leq g_j + M(1 - y_{ik}), i=1, \dots, n, k=1, \dots, r$
Il tempo di scarico delle pelli deve rispettare il tempo massimo di lavorazione proprio di ogni macello affinché le pelli non deteriorino e si rovinino inutilmente.

Vi sono, per questo secondo modello, anche dei *vincoli relativi ai costi*:

- $cost_i \geq (c_k + d_{mik})(y_{mk} + y_{ik} - 1), i=1, \dots, n, k=1, \dots, r$
Nel caso in cui il mezzo esca dal deposito e si rechi al macello i , deve sostenere i costi di uscita e viaggio per giungere al macello i .
- $cost_j \geq cost_i + d_{ijk} + dt_{jk} - M(1 - x_{ij}) - M(2 - y_{ik} - y_{jk}),$
 $i, j=1, \dots, n, \text{ con } i < j, k=1, \dots, r$
I costi di viaggio che si hanno nel raggiungere il macello j , ipotizzando che il mezzo visita prima il macello i e successivamente il macello j , sono certamente maggiori dei costi fino al macello i sommati agli altri per raggiungere il macello j .

- $\text{cost}_i \geq \text{cost}_j + d_{jik} + dt_{ik} - M(1 - x_{ij}) - M(2 - y_{ik} - y_{jk}),$
 $i, j=1, \dots, n, \text{ con } i < j, k=1, \dots, r$

Come spiegato al punto precedente, i costi fino al macello i sono maggiori dei costi fino al macello j incrementati di quelli da j a i , nel caso in cui il camion passi prima per il macello j e successivamente per il macello i .

- $\text{cost}_k \geq \text{cost}_i + d_{ik} + dt_{ik} + ct_k(z_{ik} - z_{mk} + cr_k(z_{mk} - s_{mk})) - M(2 - y_{ik} - y_{mk}),$
 $k=1, \dots, r$

Il costo totale associato ad un mezzo alla fine del suo percorso è maggiore della somma di tutti i costi sostenuti precedentemente, costi di viaggio, carico/scarico, attesa, uscita e di tempo speso per le diverse fasi.

Pertanto, si può affermare che questo secondo modello, rispetto al precedente, riduce di molto il numero delle variabili in gioco pur essendo equivalente. Per tale ragione, nel caso in cui sia applicato ad algoritmi esatti, risulta più adatto per problemi di maggiori dimensioni e che potrebbero richiedere tempi più lunghi di risoluzione.

CAPITOLO 6

Lo sviluppo del modello

Attenendosi ai modelli esatti descritti nei capitoli precedenti, si è sviluppato un programma per risolvere il problema proposto utilizzando algoritmi euristici. L'obiettivo è quello di trovare una soluzione buona, e quindi, differentemente dagli algoritmi esatti, non una soluzione ottima ma che si avvicini a questa, con brevi tempi di risposta.

All'interno del capitolo vengono riportati i passaggi e calcoli svolti per giungere alla soluzione e, inoltre, alcune parti del codice di Visual Basic necessario per automatizzare alcuni passaggi.

6.1. Analisi preliminare e ipotesi assunte

Attraverso lo strumento di calcolo Excel, e con l'ausilio di VBA, si è costruito un algoritmo per la creazione di un insieme di percorsi che i mezzi a disposizione devono percorrere per poter soddisfare tutti i clienti richiedenti il servizio.

Per la ricerca del costo minimo nell'assegnazione dei nodi ai camion si è utilizzata l'euristica del *saving* che ricerca il risparmio massimo derivante dall'aggregazione di più clienti all'interno di un medesimo percorso associato ad ogni mezzo.

È possibile avere differenti dati di input, sia per i macelli che per i mezzi, e quindi, una volta inseriti, di calcolare in automatico il percorso ottimo per ogni mezzo.

L'impostazione e le prove sono state eseguite con un determinato numero di macelli e camion, però vi è la possibilità di variare tali dati fino ad un massimo di 5 mezzi e 20 clienti.

Utilizzando Visual Basic, strumento di programmazione di Excel, è stato possibile automatizzare alcune operazioni che attraverso i canonici comandi Excel risultavano di difficile scrittura. VBA ha permesso, in particolare, il passaggio dalla matrice dei *saving* alla corrispondente tabella, l'ordinamento decrescente dei valori corrispondenti e la creazione automatica del percorso che i mezzi devono compiere una volta impostati i relativi dati di input. Di seguito sono riportate le parti di codice più importanti relative agli ordinamenti e alcune parti riguardanti la creazione del percorso. Come in ogni linguaggio di programmazione si è partiti dalla dichiarazione delle variabili e successivamente si sono create le varie "finestre" relative ai diversi comandi desiderati. Ovviamente, all'interno dei vari comandi si sono impostati i ragionamenti fondamentali affinché si ottenesse il risultato desiderato in modo corretto; ad esempio, nella creazione del percorso si sono definiti diversi elementi quali il mezzo di partenza, la scelta dei nodi, ecc. e la logica sottostante a tali scelte.

Si sono eseguite molteplici prove per testarne l'efficacia in modo da poter avere più dati utili per un confronto con le soluzioni ottenute usando algoritmi esatti e poterne paragonare la bontà delle soluzioni sia in termini di costo che in termini di tempo.

6.2. Le tabelle di dati

Il caso di partenza considerato richiede di servire 13 clienti con la possibilità di utilizzare 3 mezzi per soddisfare tutti i macelli.

Le tabelle riportate successivamente riassumono tutti i dati di input necessari per assegnare un percorso ad ogni mezzo; sono rappresentative del primo caso con cui si sono fatte le prove e, quindi, 13 macelli e 3 camion.

Per ognuna di esse vi è una breve spiegazione del contenuto e sono suddivise in tre macro-gruppi a seconda delle relazioni contenenti.

Il primo gruppo di dati sono propri e specifici dei *mezzi*; si riferiscono ai costi e ai vincoli orari ad essi associati.

- Il *costo unitario di tempo* è specifico per ciascun mezzo ed è stato assunto un valore simbolico che indica la quantità di denaro nell'unità di tempo considerata (potrebbero essere inseriti, ad esempio, [€/h]). Serve a calcolare il costo del lavoro speso dal camion in termini di tempo, indica il costo all'ora del mezzo.

COSTO UNITARIO DI TEMPO	
CAMION	ct_k
k_1	0,1
k_2	0,1
k_3	0,1

Figura 6.1

- Il *costo di uscita* è il costo assegnato ad ogni mezzo e che scaturisce ogniqualvolta effettua l'uscita dal deposito e, quindi, quando inizia il percorso.

COSTO DI USCITA	
CAMION	c_k
k_1	200
k_2	220
k_3	180

Figura 6.2

- Il *costo unitario di attesa*, espresso in quantità di denaro nell'unità di tempo, viene calcolato ogni volta che si ritarda l'uscita dal deposito. Pertanto, se il primo macello che il mezzo deve visitare ha una finestra temporale che apre successivamente all'arrivo del camion al macello, tempo calcolato come somma del tempo di uscita e di viaggio, allora al mezzo conviene ritardare l'uscita dal deposito essendo tale costo orario minore del costo unitario di tempo. È quindi conveniente giungere al primo macello in coincidenza o successivamente all'apertura dello stesso.

COST UNIT ATTESA START DELAY	
CAMION	cr_k
k_1	0,05
k_2	0,05
k_3	0,05

Figura 6.3

- La *capacità massima*, espressa in [kg], indica quanti chili di pelli può caricare al massimo ogni mezzo, e quindi qual è il carico massimo che non può essere superato.

CAPACITÀ MASSIMA	
CAMION	q_k
k_1	3700
k_2	2700
k_3	2700

Figura 6.4

- Il *tempo minimo di partenza*, è il momento rispetto al quale il mezzo può uscire dal deposito, indica l'orario di apertura della finestra temporale dello stesso.

TEMPO MIN DI PARTENZA	
CAMION	s_{mk}
k_1	10
k_2	20
k_3	30

Figura 6.5

- Il *tempo massimo di partenza*, invece, coincide con la chiusura della finestra temporale del deposito e, pertanto, specifica il tempo oltre il quale il mezzo non può più effettuare l'uscita.

TEMPO MAX DI PARTENZA	
CAMION	f_{mk}
k_1	100
k_2	130
k_3	120

Figura 6.6

Vi sono, inoltre, dati associati esclusivamente ai *macelli* e alla *conceria* e che non dipendono dal mezzo utilizzato.

- La *capacità* di ogni macello indica la quantità di chili di pelli che necessita di caricare; è espressa sempre in [kg] e deve essere soddisfatta interamente da un unico mezzo.

CAPACITÀ	
CAMION	p_i
i_1	250
i_2	530
i_3	800
i_4	300
i_5	390
i_6	340
i_7	420
i_8	390
i_9	480
i_{10}	620
i_{11}	400
i_{12}	550
i_{13}	270

Figura 6.7

- Il *tempo massimo di scarico delle pelli* indica il numero di ore entro il quale le pelli devono essere portate e lavorate in conceria affinché non subiscano inutili deterioramenti essendo pelli fresche.

TEMPO MAX SCARICO PELLI	
CAMION	g_i
i_1	1700
i_2	1800
i_3	1800
i_4	1900
i_5	1701
i_6	1600
i_7	1900
i_8	1500
i_9	1600
i_{10}	1800
i_{11}	1700
i_{12}	1700
i_{13}	1500

Figura 6.8

- Le *finestre temporali* caratteristiche dei macelli specificano l'arco temporale all'interno del quale deve essere effettuato il servizio: dal momento in cui il mezzo può entrare fino al momento entro il quale deve terminare il carico delle pelli ed uscire dal macello. Nella stessa tabella si è riportata anche la finestra temporale della conceria.

FINESTRE TEMPORALI, $[s_i;f_i] - [s_i;f_i]$														
MACELLI	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}	i_{12}	i_{13}	conc
Start	120	380	180	450	210	500	880	590	110	720	100	260	80	420
End	540	960	490	840	900	1500	1400	1000	710	1060	1000	800	440	1740

Figura 6.9

In quest'ultimo gruppo di tabelle sono riportati i dati associati a *nodi e mezzi*, ma, in particolare, riassumono le relazioni che vi sono tra questi.

- Il *tempo di carico/scarico* è il tempo, associato ad ogni camion, necessario per effettuare il carico delle pelli ai macelli e lo scarico delle stesse alla conceria.

TEMPO DI CARICO/SCARICO, $tt_{ik} - tt_{jk}$			
CAMION/ MACELLI	k_1	k_2	k_3
i_0	0	0	0
i_1	20	22	24
i_2	25	28	30
i_3	32	35	37
i_4	18	19	20
i_5	30	34	36
i_6	22	26	28
i_7	19	21	22
i_8	41	42	44
i_9	23	24	26
i_{10}	44	46	47
i_{11}	32	34	35
i_{12}	29	31	32
i_{13}	34	35	37
conc	10	10	10

Figura 6.10

- Il *costo di carico/scarico* è il costo che si genera ogni volta che il camion effettua il carico e lo scarico rispettivamente presso uno specifico macello e alla conceria, varia sia da macello a macello sia a seconda del mezzo utilizzato.

COSTO DI CARICO/SCARICO, $dt_{ik} - dt_{jk} - dt_{lk}$			
CAMION/ MACELLI	k_1	k_2	k_3
i_0	0	0	0
i_1	2	2	2
i_2	3	3	3
i_3	3	4	4
i_4	2	2	2
i_5	3	3	4
i_6	2	3	3
i_7	2	2	3
i_8	4	4	4
i_9	2	3	4
i_{10}	4	3	3
i_{11}	3	3	3
i_{12}	4	4	4
i_{13}	4	3	3
conc	5	6	4

Figura 6.11

I successivi dati sono posti in forma matriciale, indicano una corrispondenza tra clienti, clienti e deposito o clienti e concerta e pertanto è stato necessario creare una tabella differente per ogni mezzo k; in riga sono riportati i nodi di partenza, “da”, mentre in colonna i vertici di arrivo, “a”.

- Le tre tabelle seguenti riassumono i *tempi di viaggio* necessari per spostarsi da un nodo all’altro a seconda del differente mezzo utilizzato; sono fondamentali sia per il rispetto dei vincoli temporali, sia per calcolare il costo di viaggio per andare da un nodo all’altro in termini di tempo speso per effettuare lo spostamento.

TEMPO DI VIAGGIO PER k_1 , $t_{mik} - t_{ijk} - t_{jlk}$														
$k_1 - \text{MACELLO}/\text{MACELLO}$	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}	i_{12}	i_{13}	conc
i_0	125	137	151	134	129	120	90	112	106	149	120	123	141	-
i_1	-	145	161	156	122	125	111	137	108	149	166	139	122	128
i_2	142	-	150	160	167	156	163	123	175	141	111	157	152	139
i_3	158	149	-	168	168	141	128	181	148	124	154	146	139	153
i_4	166	167	158	-	171	152	181	114	166	116	139	112	148	139
i_5	156	181	145	132	-	120	100	161	173	146	182	151	116	141
i_6	112	107	119	137	113	-	115	101	150	161	143	138	144	128
i_7	109	111	133	112	100	128	-	98	146	151	105	167	150	158
i_8	131	140	129	107	119	170	159	-	121	177	133	149	101	160
i_9	103	177	145	170	138	152	149	119	-	133	126	160	175	136
i_{10}	152	138	120	115	143	166	153	170	131	-	168	123	169	124
i_{11}	168	113	157	136	184	147	107	129	130	124	-	157	160	151
i_{12}	134	160	144	115	148	136	172	151	164	170	154	-	120	144
i_{13}	154	137	178	151	118	146	149	103	172	169	158	121	-	137

Figura 6.12

TEMPO DI VIAGGIO PER k_2 , $t_{mik} - t_{ijk} - t_{jlk}$														
$k_2 - \text{MACELLO}/\text{MACELLO}$	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}	i_{12}	i_{13}	conc
i_0	130	140	157	144	133	121	92	120	109	153	121	129	144	-
i_1	-	147	166	159	123	127	112	139	111	154	166	142	119	131
i_2	143	-	154	163	165	156	166	125	177	144	115	158	154	142
i_3	163	151	-	171	166	144	131	183	151	128	159	148	141	157
i_4	168	170	165	-	170	154	190	116	170	119	141	114	150	146
i_5	157	178	147	133	-	120	101	170	175	148	186	155	119	142
i_6	115	109	117	135	115	-	116	107	153	165	148	141	146	129
i_7	110	113	140	112	102	132	-	99	149	153	109	170	153	162
i_8	134	143	132	109	121	170	161	-	123	180	136	151	105	162
i_9	105	183	147	175	142	155	153	128	-	135	131	164	178	139
i_{10}	156	141	124	118	147	171	155	177	134	-	172	129	171	125
i_{11}	174	118	161	142	190	151	112	132	134	128	-	160	162	154
i_{12}	137	166	147	118	152	138	177	154	167	175	156	-	123	147
i_{13}	157	140	184	153	119	150	151	104	175	174	162	123	-	140

Figura 6.13

TEMPO DI VIAGGIO PER k_3 , $t_{mik} - t_{ijk} - t_{jlk}$														
$k_3 - \text{MACELLO}/\text{MACELLO}$	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}	i_{12}	i_{13}	conc
i_0	132	143	160	148	138	121	96	124	115	157	122	133	146	-
i_1	-	146	163	157	122	126	111	138	109	151	166	140	121	133
i_2	142	-	152	161	166	157	164	124	176	142	112	158	153	144
i_3	160	150	-	169	167	142	129	184	149	125	156	147	140	160
i_4	167	168	150	-	171	153	184	115	167	117	140	113	149	150
i_5	156	179	146	133	-	121	101	164	174	147	184	153	117	143
i_6	113	108	118	136	114	-	115	104	151	163	145	139	145	130
i_7	110	112	136	113	101	129	-	98	147	152	106	168	151	165
i_8	132	141	130	108	120	169	160	-	122	178	134	150	102	164
i_9	104	179	146	172	140	153	151	121	-	134	128	162	176	141
i_{10}	154	139	121	116	144	168	154	175	132	-	169	124	170	126
i_{11}	170	115	159	139	186	149	109	130	131	126	-	158	161	156
i_{12}	135	162	145	116	150	137	174	152	165	172	155	-	121	149
i_{13}	155	138	181	152	119	148	150	103	174	171	160	122	-	142

Figura 6.14

- Le matrici dei costi di viaggio, associati ad ogni mezzo, sono necessarie quando un camion si sposta da un nodo al successivo per calcolarne il costo del servizio oltre al costo temporale.

COSTO DI VIAGGIO PER k_1 , $d_{mik} - d_{ijk} - d_{jlk}$														
k_1 – MACELLO/ MACELLO	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}	i_{12}	i_{13}	conc
i_0	25	37	51	34	41	33	28	31	33	29	40	35	32	-
i_1	-	45	61	56	49	51	46	39	36	48	35	51	46	28
i_2	42	-	50	60	56	60	51	57	63	47	55	44	51	39
i_3	58	49	-	68	64	51	60	42	40	31	55	50	67	53
i_4	66	67	58	-	71	66	72	61	66	43	50	31	44	39
i_5	45	58	49	58	-	61	59	77	44	53	69	52	36	37
i_6	59	71	49	61	80	-	67	63	52	75	40	62	45	36
i_7	75	65	49	51	49	39	-	29	63	42	42	76	38	41
i_8	53	45	71	47	69	70	54	-	36	64	54	57	38	58
i_9	35	65	42	67	43	54	61	38	-	51	40	57	72	36
i_{10}	49	46	30	42	55	73	44	65	52	-	63	45	72	26
i_{11}	33	74	56	49	68	39	41	54	41	64	-	52	55	49
i_{12}	52	42	49	32	53	63	77	56	55	42	56	-	30	40
i_{13}	45	53	68	42	35	46	39	37	71	74	57	29	-	42

Figura 6.15

COSTO DI VIAGGIO PER k_2 , $d_{mik} - d_{ijk} - d_{jlk}$														
k_2 – MACELLO/ MACELLO	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}	i_{12}	i_{13}	conc
i_0	30	40	57	44	43	33	29	34	35	32	43	37	35	-
i_1	-	47	66	59	51	50	47	42	35	46	33	50	44	51
i_2	43	-	54	63	58	58	54	56	60	45	53	43	48	42
i_3	63	51	-	71	64	50	59	41	38	29	53	49	64	57
i_4	68	70	65	-	69	63	73	62	63	41	47	29	42	46
i_5	45	61	49	57	-	64	63	75	41	50	66	45	35	39
i_6	60	70	52	62	78	-	68	61	50	72	38	60	42	35
i_7	74	64	52	56	47	37	-	27	61	40	41	73	36	43
i_8	54	61	72	46	66	68	59	-	34	61	53	55	37	59
i_9	34	63	41	64	41	52	58	37	-	47	38	55	66	37
i_{10}	46	43	29	40	53	71	42	63	49	-	60	43	68	28
i_{11}	31	72	54	48	76	37	39	51	39	62	-	50	53	52
i_{12}	51	40	47	31	51	60	74	54	54	41	54	-	30	41
i_{13}	42	51	65	39	33	44	37	36	67	70	55	27	-	44

Figura 6.16

COSTO DI VIAGGIO PER k_3 , $d_{mik} - d_{ijk} - d_{jlk}$														
$k_3 - \text{MACELLO}/\text{MACELLO}$	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}	i_{12}	i_{13}	conc
i_0	27	38	53	38	42	32	29	32	34	30	41	36	33	-
i_1	-	46	63	57	50	50	47	40	35	47	34	50	45	29
i_2	42	-	52	61	57	59	52	57	61	47	54	44	49	40
i_3	60	50	-	69	65	50	59	41	39	30	54	49	65	55
i_4	67	68	60	-	70	64	72	61	64	42	48	30	43	42
i_5	45	59	50	57	-	62	61	70	42	51	67	50	35	38
i_6	60	70	50	61	79	-	67	62	51	73	39	61	43	35
i_7	74	64	50	52	48	38	-	28	62	41	41	74	37	42
i_8	53	47	71	46	67	69	56	-	35	62	53	55	37	59
i_9	34	64	41	65	41	53	59	37	-	48	39	56	68	37
i_{10}	47	44	29	41	54	72	43	64	50	-	61	44	69	27
i_{11}	32	73	55	48	67	38	40	52	40	63	-	51	54	50
i_{12}	51	41	48	31	52	61	75	55	54	41	55	-	30	41
i_{13}	43	52	66	40	34	45	38	36	68	71	56	28	-	43

Figura 6.17

6.3. Primo step: il calcolo dei costi

Una volta acquisiti i dati, si inizia con lo svolgimento e risoluzione del problema. Come precedentemente affermato, è stata usata l'euristica del saving che si compone di diversi passaggi per una sua corretta applicazione. Innanzitutto, per calcolare i risparmi che si avrebbero dall'aggregazione di due o più nodi all'interno di un medesimo percorso, è necessario sia calcolare i costi che sorgono nel caso in cui il mezzo parta dal deposito, visiti un macello e si rechi direttamente alla concerta sia, parallelamente, calcolare i costi che nascono durante lo spostamento da un nodo all'altro. Questa operazione deve essere eseguita per tutte le tipologie di costo, in modo tale da calcolarne il totale, e per tutti i nodi presenti.

I calcoli vengono effettuati per ogni mezzo a disposizione, pertanto nel nostro caso si calcolano i costi per k_1 , k_2 e k_3 . Nel programma vi sono tutte le matrici, mentre di seguito sono riportate solo le tabelle relative a k_1 in modo tale da poter spiegare per gradi i passaggi eseguiti per giungere al risultato.

6.3.1. Il costo temporale di attesa

Il primo costo considerato è il costo temporale di attesa, quel costo che sorge nel caso in cui si visiti prima un nodo e poi il successivo. Risulta particolarmente utile per determinare la convenienza nell'accoppiare due nodi che abbiamo finestre temporali simili; pertanto tale costo risulterà tanto maggiore quanto più si accoppieranno clienti aventi orari di apertura e chiusura molto differenti.

Tale costo sorge solamente quando il mezzo, recandosi dal macello i al macello j , arriva a j la cui apertura non è ancora avvenuta ed è costretto ad aspettare sprecando così del tempo utile per effettuare altri tragitti od operazioni. È necessario innanzitutto determinare il tempo di arrivo al macello j dato dalla somma dei relativi tempi di carico e tragitto da i a j .

Per il mezzo k_1 , per prima cosa il *tempo di arrivo* ad un macello o alla conceria partendo da un altro macello o conceria, pertanto, a titolo esemplificativo, andando da i_3 a i_8 , il momento di arrivo a i_8 è dato dalla somma del tempo di carico di i_3 e dal tempo di viaggio da i_3 a i_8 : $32+181=213$.

TEMPO CARICO + TEMPO DI VIAGGIO

k_1	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}	i_{12}	i_{13}	conc
i_0	125	137	151	134	129	120	90	112	106	149	120	123	141	-
i_1	-	165	181	176	142	145	131	157	128	169	186	159	142	148
i_2	167	-	175	185	192	181	188	148	200	166	136	182	177	164
i_3	190	181	-	200	200	173	160	213	180	156	186	178	171	185
i_4	184	185	176	-	189	170	199	132	184	134	157	130	166	157
i_5	186	211	175	162	-	150	130	191	203	176	212	181	146	171
i_6	134	129	141	159	135	-	137	123	172	183	165	160	166	150
i_7	128	130	152	131	119	147	-	117	165	170	124	186	169	177
i_8	172	181	170	148	160	211	200	-	162	218	174	190	142	201
i_9	126	200	168	193	161	175	172	142	-	156	149	183	198	159
i_{10}	196	182	164	159	187	210	197	214	175	-	212	167	213	168
i_{11}	200	145	189	168	216	179	139	161	162	156	-	189	192	183
i_{12}	163	189	173	144	177	165	201	180	193	199	183	-	149	173
i_{13}	188	171	212	185	152	180	183	137	206	203	192	155	-	171

Figura 6.18

Successivamente si calcola il *costo temporale di attesa* che è pari a 0 se si giunge al macello in corrispondenza o successivamente alla sua apertura, altrimenti assumerà un qualsiasi altro valore positivo nel caso in cui il macello sia ancora chiuso e sia necessario aspettarne l'apertura. Coerentemente con l'esempio precedente, da i_3 a i_8 , sapendo che la finestra temporale di i_8 è [590;1000], allora: $(590-213)*0.1=37.7$.

COSTO TEMPORALE DI ATTESA

k_1	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}	i_{12}	i_{13}	conc
i_0	0	24,3	2,9	31,6	8,1	38	79	47,8	0,4	57,1	0	13,7	0	-
i_1	-	21,5	0	27,4	6,8	35,5	74,9	43,3	0	55,1	0	10,1	0	27,2
i_2	0	-	0,5	26,5	1,8	31,9	69,2	44,2	0	55,4	0	7,8	0	25,6
i_3	0	19,9	-	25	1	32,7	72	37,7	0	56,4	0	8,2	0	23,5
i_4	0	19,5	0,4	-	2,1	33	68,1	45,8	0	58,6	0	13	0	26,3
i_5	0	16,9	0,5	28,8	-	35	75	39,9	0	54,4	0	7,9	0	24,9
i_6	0	25,1	3,9	29,1	7,5	-	74,3	46,7	0	53,7	0	10	0	27
i_7	0	25	2,8	31,9	9,1	35,3	-	47,3	0	55	0	7,4	0	24,3
i_8	0	19,9	1	30,2	5	28,9	68	-	0	50,2	0	7	0	21,9
i_9	0	18	1,2	25,7	4,9	32,5	70,8	44,8	-	56,4	0	7,7	0	26,1
i_{10}	0	19,8	1,6	29,1	2,3	29	68,3	37,6	0	-	0	9,3	0	25,2
i_{11}	0	23,5	0	28,2	0	32,1	74,1	42,9	0	56,4	-	7,1	0	23,7
i_{12}	0	19,1	0,7	30,6	3,3	33,5	67,9	41	0	52,1	0	-	0	24,7
i_{13}	0	20,9	0	26,5	5,8	32	69,7	45,3	0	51,7	0	10,5	-	24,9

Figura 6.19

6.3.2. Il costo di carico/scarico

Il secondo costo da considerare è il *costo di carico/scarico*; esso è fisso per uno specifico macello, ma varia a seconda del mezzo utilizzato. Infatti il costo di carico/scarico analogamente al tempo, risulta fisso per ciascun nodo ma cambia da camion a camion. È dato anch'esso dalla somma di due costi: il costo "fisso" e il costo del tempo speso per effettuare il carico o lo scarico delle pelli. Per il macello i_3 risulterà: $3+32*0.1=6.2$.

COSTO DI CARICO/SCARICO

MACELLI/ CAMION	k_1
i_0	0
i_1	4
i_2	5,5
i_3	6,2
i_4	3,8
i_5	6

i_6	4,2
i_7	3,9
i_8	8,1
i_9	4,3
i_{10}	8,4
i_{11}	6,2
i_{12}	6,9
i_{13}	7,4
conc	6

Figura 6.20

6.3.3. Il costo di viaggio

Un altro costo da sommare è il *costo di viaggio*, che si compone sia del costo cosiddetto “fisso”, quel costo che sorge nel caso in cui il mezzo si sposti da un nodo al successivo, sia del costo del tempo necessario per effettuare il tragitto da un vertice al successivo.

Dovendo andare da i_3 a i_8 , facendo riferimento alle tabelle dei dati di input si ottiene:
 $42+181*0.1=60.1$.

COSTO DI VIAGGIO

k_1	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}	i_{12}	i_{13}	conc
i_0	37,5	50,7	66,1	47,4	53,9	45	37	42,2	43,6	43,9	52	47,3	46,1	-
i_1	-	59,5	77,1	71,6	61,2	63,5	57,1	52,7	46,8	62,9	51,6	64,9	58,2	40,8
i_2	56,2	-	65	76	72,7	75,6	67,3	69,3	80,5	61,1	66,1	59,7	66,2	52,9
i_3	73,8	63,9	-	84,8	80,8	65,1	72,8	60,1	54,8	43,4	70,4	64,6	80,9	68,3
i_4	82,6	83,7	73,8	-	88,1	81,2	90,1	72,4	82,6	54,6	63,9	42,2	58,8	52,9
i_5	60,6	76,1	63,5	71,2	-	73	69	93,1	61,3	67,6	87,2	67,1	47,6	51,1
i_6	70,2	81,7	60,9	74,7	91,3	-	78,5	73,1	67	91,1	54,3	75,8	59,4	48,8
i_7	85,9	76,1	62,3	62,2	59	51,8	-	38,8	77,6	57,1	52,5	92,7	53	56,8
i_8	66,1	59	83,9	57,7	80,9	87	69,9	-	48,1	81,7	67,3	71,9	48,1	74
i_9	45,3	82,7	56,5	84	56,8	69,2	75,9	49,9	-	64,3	52,6	73	89,5	49,6
i_{10}	64,2	59,8	42	53,5	69,3	89,6	59,3	82	65,1	-	79,8	57,3	88,9	38,4
i_{11}	49,8	85,3	71,7	62,6	86,4	53,7	51,7	66,9	54	76,4	-	67,7	71	64,1
i_{12}	65,4	58	63,4	43,5	67,8	76,6	94,2	71,1	71,4	59	71,4	-	42	54,4
i_{13}	60,4	66,7	85,8	57,1	46,8	60,6	53,9	47,3	88,2	90,9	72,8	41,1	-	55,7

Figura 6.21

6.3.4. Il costo totale

Dopo aver calcolato tutti i costi che nascono a seconda degli spostamenti che effettua il mezzo, è ora possibile calcolare il *costo totale* sapendo che è dato dalla somma dei costi calcolati nelle tabelle precedenti e altri costi dati dai dati iniziali:

$$\Sigma(\text{costo di uscita, costo di carico/scarico, costo totale di viaggio}).$$

Pertanto per il tragitto che da i_3 porta a i_8 :

- costo uscita dal deposito per k_1 , 200;
- costo temporale di attesa, 37.7;
- costo di carico, 6.2;
- costo di viaggio, 60.1.

Costo totale: $200+37.7+6.2+60.1=304$.

COSTO DI TOTALE

k_1	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}	i_{12}	i_{13}	conc
i_0	237,5	275	269	279	262	283	316	290	244	301	252	261	246,1	-
i_1	-	285	281,1	303	272	303	336	300	250,8	322	255,6	279	262,2	272
i_2	261,7	-	271	308	280	313	342	319	286	322	271,6	273	271,7	284
i_3	280	290	-	316	288	304	351	304	261	306	276,6	279	287,1	298
i_4	286,4	307	278	-	294	318	362	322	286,4	317	267,7	259	262,6	283
i_5	266,6	299	270	306	-	314	350	339	267,3	328	293,2	281	253,6	282
i_6	274,4	311	269	308	303	-	357	324	271,2	349	258,5	290	263,6	280
i_7	289,8	305	269	298	272	291	-	290	281,5	316	256,4	304	256,9	285
i_8	274,2	287	293	296	294	324	346	-	256,2	340	275,4	287	256,2	304
i_9	249,6	305	262	314	266	306	351	299	-	325	256,9	285	293,8	280
i_{10}	272,6	288	252	291	280	327	336	328	273,5	-	288,2	275	297,3	272
i_{11}	256	315	277,9	297	292,6	292	332	316	260,2	339	-	281	277,2	294
i_{12}	272,3	284	271	281	278	317	369	319	278,3	318	278,3	-	248,9	286
i_{13}	267,8	295	293,2	291	260	300	331	300	295,6	350	280,2	259	-	288

Figura 6.22

Si è calcolato tale costo per ogni coppia di nodi e per ciascun mezzo a disposizione, nel caso specifico per k_1 , k_2 e k_3 , al fine di poter applicare l'algoritmo previsto dal metodo del saving.

6.4. Secondo step: applicazione dell'euristica dei *savings*

Per la ricerca del tragitto ottimale che ciascun mezzo deve percorrere, si è utilizzato il *metodo dei savings*, i risparmi in termini di costo che si possono ottenere aggregando più percorsi tra loro. Infatti, invece di avere delle rotte dedicate che, partendo dal deposito e facendo visita ad un cliente, si rechino direttamente alla conceria, è possibile ottenere anche notevoli risparmi passando per più nodi vicini sia dal punto di vista spaziale che temporale. Infatti, tanta più strada sarà necessario fare per spostarsi da un cliente al successivo, tanto più alto sarà il costo in termini di viaggio; tanto maggiore sarà il tempo di attesa di apertura di uno specifico cliente, tanto più alto sarà il costo in termini temporali.

6.4.1. Il calcolo dei *savings*

Avendo già costruito le tabelle riassuntive dei costi che nascono durante i diversi spostamenti considerati, è possibile calcolarne i risparmi generati unendo all'interno dello stesso percorso più nodi.

Se il percorso fosse dedicato il mezzo effettuerebbe il seguente tragitto:



Figura 6.23: Percorso "dedicato"

Alternativamente, applicando la logica che sta alla base del *saving*, il percorso seguito dal mezzo sarebbe:

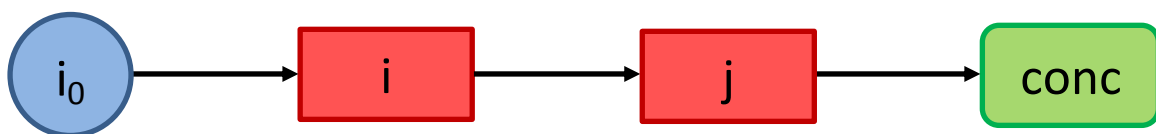


Figura 6.24: Percorso "aggregato"

Si è applicato il metodo dei risparmi ad ogni coppia di macelli mediante il seguente calcolo:

Risparmio:

$$\begin{aligned}
 & (\text{costo dei percorsi "dedicati"}) - (\text{costo del percorso "aggregato"}) = \\
 & = [(C_{0-i} + C_{i-conc}) + (C_{0-j} + C_{j-conc})] - (C_{0-i} + C_{i-j} + C_{j-conc}) = \\
 & = C_{i-conc} + C_{0-j} - C_{i-j}
 \end{aligned}$$

Infatti il risparmio è dato dai tratti di strada che si escludono dal percorso nel caso in cui si uniscano i e j , pertanto il mezzo non deve più andare dal macello i alla conceria e dal deposito al macello j , però in aggiunta vi è il costo per spostarsi da i a j .

Riprendendo la stessa coppia i_3-i_8 degli esempi precedenti si ottiene:

Risparmio₃₋₈:

$$= C_{3-conc} + C_{0-8} - C_{3-8} =$$

$$= 298+290-304 = 284.$$

Applicando tale algoritmo a tutti i mezzi e a tutti i macelli si ottengono 3 tabelle con differenti valori:

SAVINGS

k_1	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}	i_{12}	i_{13}	conc
i_0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
i_1	-	262	259,9	248	262	252	252	262	265,2	251	268,4	254	255,9	-
i_2	259,8	-	282	255	266	254	258	255	242	263	264,4	272	258,4	-
i_3	255,5	283	-	261	272	277	263	284	281	293	273,4	280	257	-
i_4	234,1	251	274	-	251	248	237	251	240,6	267	267,3	285	266,5	-
i_5	252,9	258	281	255	-	251	248	233	258,7	255	240,8	262	274,5	-
i_6	243,1	244	280	251	239	-	239	246	252,8	232	273,5	251	262,5	-
i_7	232,7	255	285	266	275	277	-	285	247,5	270	280,6	242	274,2	-
i_8	267,3	292	280	287	272	263	274	-	291,8	265	280,6	278	293,9	-
i_9	267,9	250	287	245	276	257	245	271	-	256	275,1	256	232,3	-
i_{10}	236,9	259	289	260	254	228	252	234	242,5	-	235,8	258	220,8	-
i_{11}	275,5	254	285,1	276	263,4	285	278	268	277,8	256	-	274	262,9	-
i_{12}	251,2	277	284	284	270	252	233	257	251,7	269	259,7	-	283,2	-
i_{13}	257,7	268	263,8	276	290	271	273	278	236,4	239	259,8	290	-	-

Figura 6.25

SAVINGS

k₂	i₁	i₂	i₃	i₄	i₅	i₆	i₇	i₈	i₉	i₁₀	i₁₁	i₁₂	i₁₃	conc
i₀	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
i₁	-	306	303,2	298	305	296	295	305	310,7	299	316,3	300	304,3	-
i₂	286,9	-	306,8	285	289	279	279	282	269,5	291	291,8	298	287,2	-
i₃	279,2	308	-	292	298	302	289	312	308,4	322	301,7	307	286,8	-
i₄	264,3	278	299,6	-	282	278	264	280	272,1	299	300,1	316	298,5	-
i₅	279,9	280	308,9	288	-	270	267	260	285,1	283	268,1	289	300,1	-
i₆	265,9	267	302	279	262	-	258	270	275,1	257	296,7	274	287,2	-
i₇	260,9	281	310	293	301	301	-	312	273	297	306,1	269	301	-
i₈	292,4	310	306	319	298	286	291	-	316,5	292	305,3	303	318,7	-
i₉	295,1	276	315	279	301	280	270	296	-	284	300,6	281	262,2	-
i₁₀	266,8	287	318	294	280	252	277	261	269	-	263,3	284	249,7	-
i₁₁	305,2	282	315,5	310	289,6	310	304	297	304,2	284	-	301	290,8	-
i₁₂	278,2	303	313	316	295	276	258	283	275,2	294	285,4	-	307	-
i₁₃	287,8	295	294,1	311	316	295	298	304	264	268	286,4	316	-	-

Figura 6.26

SAVINGS

k₃	i₁	i₂	i₃	i₄	i₅	i₆	i₇	i₈	i₉	i₁₀	i₁₁	i₁₂	i₁₃	conc
i₀	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
i₁	-	243	240,3	232	243	233	233	243	248,2	234	251,2	237	239,1	-
i₂	243	-	262,8	239	247	235	239	238	225,9	246	247	254	242,3	-
i₃	237,5	265	-	246	254	259	247	268	264,9	277	256,9	264	241,9	-
i₄	218,5	234	257	-	236	232	221	235	226,8	252	253,2	270	251,7	-
i₅	236	239	262,8	241	-	230	228	216	242,5	239	224,2	246	257,3	-
i₆	223,1	225	260	234	220	-	219	227	233,6	214	253,9	232	244,3	-
i₇	217	238	267	250	258	258	-	268	230,6	253	263,4	226	257,3	-
i₈	250,6	272	263	273	256	244	254	-	274,9	249	263,4	262	277	-
i₉	252,2	233	271	232	260	238	229	254	-	241	257,8	239	218,4	-
i₁₀	222,1	243	273	246	237	209	235	217	226,6	-	219,6	241	205,9	-
i₁₁	259,7	237	268,6	262	245,9	266	261	252	260,9	239	-	257	246	-
i₁₂	235,5	260	268	270	253	234	217	240	234,8	252	242,5	-	265,3	-
i₁₃	243	251	248,2	263	273	252	256	261	221,4	224	242,5	273	-	-

Figura 6.27

Si può notare come deposito e concerta non siano interessati nel calcolo dei savings essendo nodi che è necessario visitare rispettivamente all'inizio e alla fine del percorso; sarà utile successivamente cercare di minimizzare alcuni costi di partenza dal deposito e di arrivo alla concerta per ogni tragitto considerato.

6.4.2. Ordinamento dei risparmi

Trovati i valori dei risparmi, è ora necessario effettuare il corretto ordinamento. Infatti l'algoritmo prevede di scegliere come coppia di nodi, e quindi come aggregazione, quella che crea il risparmio maggiore e, pertanto, bisogna cercare il valore maggiore tra quelli calcolati. Oltre ai clienti, in tale modo si determina anche il mezzo di partenza e per il quale si inizia a calcolarne il percorso.

Utilizzando *Visual Basic*, è stato possibile realizzare delle macro che permettono differenti ordinamenti, in particolare utilizzando l'algoritmo *bubblesort*, si è riusciti ad organizzare le matrici nel modo desiderato. Esso, infatti, considera ogni coppia di elementi adiacenti all'interno di una lista comparandoli e organizzandoli di volta in volta secondo l'ordine richiesto; scorre tutta la lista fino a quando non è più necessario alcuno scambio tra gli elementi considerati e, pertanto, la lista risulta ordinata.

Vengono, dunque, effettuate due azioni principali: l'ordinamento decrescente dei dati, ossia dei savings associati ad ogni coppia di nodi, e la trasformazione nell'organizzazione dei dati, ovvero dalla forma matriciale alla forma tabellare dove nella colonna di sinistra si trovano i nodi precedentemente posti in riga, nella colonna centrale i nodi precedentemente in colonna e nella colonna di destra i corrispondenti valori dei risparmi. Trasformando la matrice in tabella, l'insieme dei dati risulta di più immediato e facile utilizzo e permette una migliore comparazione sia dei valori all'interno della stessa tabella, sia dei valori tra i diversi mezzi in considerazione.

L'ordinamento decrescente di ogni matrice è creato in modo automatico anche nel caso in cui vengano cambiati i dati di input; è così possibile aggiornare i dati senza effettuare nuovamente tutti i molteplici passaggi e calcoli necessari. Per ottenere questo si sono dovute creare tre diverse funzioni annidate l'una con l'altra indicate con nomi differenti, in particolare *ordinasavings* contiene tutti gli ordinamenti per ogni mezzo, *ordinamatrix* è specifica per ogni camion e viene richiamata all'interno della funzione precedente e, infine, *bubblesort* permette l'ordinamento dei valori in ordine decrescente come desiderato.

Di seguito si riporta la parte di codice riguardante l'ordinamento decrescente e, successivamente riguardante l'ordinamento della matrice in tabella per ciascun mezzo.

BUBBLESORTDESC:

Public Sub BubbleSortDesc(ByRef Arr() As Matrix)

'Scopo: routine che effettua l'ordinamento di un array di numeri

'Input: Arr() array di valori numerici

'Output: l'array di valori numerici ordinato

```

Dim i As Integer
Dim j As Integer
Dim n As Integer

Dim Finito As Boolean

'inizializzazioni
n = UBound(Arr)
i = 1

j = n - 1
'doppio ciclo
'il ciclo esterno potra' essere interrotto!
Do While i <= n And Not Finito
Finito = True
'si presuppone di aver finito, salvo controllare se nel ciclo interno si effettuano scambi
For j = 0 To n - 1
If Arr(j).Valore < Arr(j + 1).Valore Then
' scambio
'If j = 1 Then Stop
Set Temp = New Matrix
Temp.Macello = Arr(j).Macello
Temp.Macello1 = Arr(j).Macello1
Temp.Valore = Arr(j).Valore
'Temp = Arr(j)

Arr(j).Macello = Arr(j + 1).Macello
Arr(j).Macello1 = Arr(j + 1).Macello1
Arr(j).Valore = Arr(j + 1).Valore

Arr(j + 1).Macello = Temp.Macello
Arr(j + 1).Macello1 = Temp.Macello1
Arr(j + 1).Valore = Temp.Valore
Finito = False
End If
Next j
i = i + 1
Loop

```

ORDERMATRIX:

Public Function OrderMatrix(ByRef Matri() As Matrix, RowStart As Integer, ColStart As Integer, DataRowStart As Integer, DataColStart As Integer, Optional IsDesc As Boolean) As Boolean

Dim RowIdx As Integer

Dim ColIdx As Integer

Dim MatrIdx As Integer

Dim Temp As New Matrix

MatrIdx = 0

RowIdx = RowStart

ColIdx = ColStart

Cells(RowIdx, ColIdx).Select

On Error GoTo Err

Do While ColIdx <= ColStart + 20

RowIdx = RowStart

Do While RowIdx <= RowStart + 20

Cells(RowIdx, ColIdx).Select

If Trim(CStr(Cells(RowIdx, ColIdx))) <> "" Then

If Trim(CStr(Cells(RowIdx, ColIdx))) <> "Errore 2015" And

Trim(CStr(Cells(RowIdx, ColIdx))) <> "-" Then

ReDim Preserve Matri(MatrIdx)

Set Matri(MatrIdx) = New Matrix

Matri(MatrIdx).Macello = Cells(RowIdx, ColStart - 1)

Matri(MatrIdx).Macello1 = Cells(RowStart - 1, ColIdx)

Matri(MatrIdx).Valore = CSng(Cells(RowIdx, ColIdx))

MatrIdx = MatrIdx + 1

End If

Else

RowIdx = RowStart + 20

End If

RowIdx = RowIdx + 1

Loop

ColIdx = ColIdx + 1

Loop

```

'Ordino la matrice
If IsDesc = True Then
    Call BubbleSortDesc(Matri)
Else
    Call BubbleSort(Matri)
End If

'Scrivo i risultati
Cells(DataRowStart, DataColStart).Select
RowIdx = DataRowStart
ColIdx = DataColStart

Dim MyIdx As Integer
MyIdx = 0
Do While MyIdx <= UBound(Matri)

    Cells(RowIdx, ColIdx) = Matri(MyIdx).Macello
    Cells(RowIdx, ColIdx + 1) = Matri(MyIdx).Macello1
    Cells(RowIdx, ColIdx + 2) = Matri(MyIdx).Valore
    MyIdx = MyIdx + 1
    RowIdx = RowIdx + 1

Loop

Err: ' Stop
End Function

```

Una volta effettuati questi due comandi, è inoltre necessario ordinare i savings attraverso un'altra parte di codice simile a quella riportata precedentemente.

Di seguito si riporta il risultato ottenuto, ossia la forma tabellare delle matrici dei risparmi ordinate in ordine decrescente per ogni mezzo considerato. Tali tabelle sono fondamentali per poter creare i vari tragitti e, dunque, per poter assegnare i clienti da visitare ai camion disponibili.

k₁		
Cliente₁	Cliente₂	SAVING
i ₈	i ₁₃	293,90
i ₃	i ₁₀	293,00
i ₈	i ₂	292,00
i ₈	i ₉	291,80
i ₁₃	i ₅	290,00
i ₁₃	i ₁₂	290,00
i ₁₀	i ₃	289,00
i ₉	i ₃	287,00
i ₈	i ₄	287,00
i ₁₁	i ₃	285,10
i ₇	i ₃	285,00
i ₁₁	i ₆	285,00
i ₇	i ₈	285,00
i ₄	i ₁₂	285,00
i ₁₂	i ₁₃	284,00
i ₁₂	i ₄	284,00
i ₃	i ₈	284,00
i ₁₂	i ₁₃	283,20
i ₃	i ₂	283,00
i ₂	i ₃	282,00
i ₅	i ₃	281,00
i ₃	i ₉	281,00
i ₇	i ₁₁	280,60
i ₈	i ₁₁	280,60
i ₆	i ₃	280,00
i ₈	i ₃	280,00
i ₃	i ₁₂	280,00
i ₁₁	i ₇	278,00
i ₁₃	i ₈	278,00
i ₈	i ₁₂	278,00
i ₁₁	i ₉	277,80
i ₁₂	i ₂	277,00
i ₃	i ₆	277,00
i ₇	i ₆	277,00
i ₁₁	i ₄	276,00
i ₁₃	i ₄	276,00
i ₉	i ₅	276,00
i ₁₁	i ₁	275,50
i ₉	i ₁₁	275,10
i ₇	i ₅	275,00
i ₅	i ₁₃	274,50

i ₇	i ₁₃	274,20
i ₄	i ₃	274,00
i ₈	i ₇	274,00
i ₁₁	i ₁₂	274,00
i ₆	i ₁₁	273,50
i ₃	i ₁₁	273,40
i ₁₃	i ₇	273,00
i ₃	i ₅	272,00
i ₈	i ₅	272,00
i ₂	i ₁₂	272,00
i ₁₃	i ₆	271,00
i ₉	i ₈	271,00
i ₁₂	i ₅	270,00
i ₇	i ₁₀	270,00
i ₁₂	i ₁₀	269,00
i ₁	i ₁₁	268,40
i ₁₃	i ₂	268,00
i ₁₁	i ₈	268,00
i ₉	i ₁	267,90
i ₈	i ₁	267,30
i ₄	i ₁₁	267,30
i ₄	i ₁₀	267,00
i ₄	i ₁₃	266,50
i ₇	i ₄	266,00
i ₂	i ₅	266,00
i ₁	i ₉	265,20
i ₈	i ₁₀	265,00
i ₂	i ₁₁	264,40
i ₁₃	i ₃	263,80
i ₁₁	i ₅	263,40
i ₈	i ₆	263,00
i ₃	i ₇	263,00
i ₂	i ₁₀	263,00
i ₁₁	i ₁₃	262,90
i ₆	i ₁₃	262,50
i ₁	i ₂	262,00
i ₁	i ₅	262,00
i ₁	i ₈	262,00
i ₅	i ₁₂	262,00
i ₃	i ₄	261,00
i ₁₀	i ₄	260,00
i ₁	i ₃	259,90
i ₂	i ₁	259,80

i_{13}	i_{11}	259,80
i_{12}	i_{11}	259,70
i_{10}	i_2	259,00
i_5	i_9	258,70
i_2	i_{13}	258,40
i_5	i_2	258,00
i_2	i_7	258,00
i_{10}	i_{12}	258,00
i_{13}	i_1	257,70
i_9	i_6	257,00
i_{12}	i_8	257,00
i_3	i_{13}	257,00
i_9	i_{10}	256,00
i_{11}	i_{10}	256,00
i_9	i_{12}	256,00
i_1	i_{13}	255,90
i_3	i_1	255,50
i_7	i_2	255,00
i_2	i_4	255,00
i_5	i_4	255,00
i_2	i_8	255,00
i_5	i_{10}	255,00
i_{11}	i_2	254,00
i_{10}	i_5	254,00
i_2	i_6	254,00
i_1	i_{12}	254,00
i_5	i_1	252,90
i_6	i_9	252,80
i_1	i_6	252,00
i_{12}	i_6	252,00
i_1	i_7	252,00
i_{10}	i_7	252,00
i_{12}	i_9	251,70
i_{12}	i_1	251,20
i_4	i_2	251,00
i_6	i_4	251,00
i_4	i_5	251,00
i_5	i_6	251,00
i_4	i_8	251,00
i_1	i_{10}	251,00
i_6	i_{12}	251,00
i_9	i_2	250,00
i_1	i_4	248,00

i_4	i_6	248,00
i_5	i_7	248,00
i_7	i_9	247,50
i_6	i_8	246,00
i_9	i_4	245,00
i_9	i_7	245,00
i_6	i_2	244,00
i_6	i_1	243,10
i_{10}	i_9	242,50
i_2	i_9	242,00
i_7	i_{12}	242,00
i_5	i_{11}	240,80
i_4	i_9	240,60
i_6	i_5	239,00
i_6	i_7	239,00
i_{13}	i_{10}	239,00
i_4	i_7	237,00
i_{10}	i_1	236,90
i_{13}	i_9	236,40
i_{10}	i_{11}	235,80
i_4	i_1	234,10
i_{10}	i_8	234,00
i_{12}	i_7	233,00
i_5	i_8	233,00
i_7	i_1	232,70
i_9	i_{13}	232,30
i_6	i_{10}	232,00
i_{10}	i_6	228,00
i_{10}	i_{13}	220,80

Figura 6.28: *Tabella risparmi k_1*

k₂		
Cliente₁	Cliente₂	SAVING
i ₃	i ₁₀	322,00
i ₈	i ₄	319,00
i ₈	i ₁₃	318,70
i ₁₀	i ₃	318,00
i ₈	i ₉	316,50
i ₁	i ₁₁	316,30
i ₁₂	i ₄	316,00
i ₁₃	i ₅	316,00
i ₄	i ₁₂	316,00
i ₁₃	i ₁₂	316,00
i ₁₁	i ₃	315,50
i ₉	i ₃	315,00
i ₁₂	i ₃	313,00
i ₃	i ₈	312,00
i ₇	i ₈	312,00
i ₁₃	i ₄	311,00
i ₁	i ₉	310,70
i ₈	i ₂	310,00
i ₇	i ₃	310,00
i ₁₁	i ₄	310,00
i ₁₁	i ₆	310,00
i ₅	i ₃	308,90
i ₃	i ₉	308,40
i ₃	i ₂	308,00
i ₃	i ₁₂	307,00
i ₁₂	i ₁₃	307,00
i ₂	i ₃	306,80
i ₇	i ₁₁	306,10
i ₁	i ₂	306,00
i ₈	i ₃	306,00
i ₈	i ₁₁	305,30
i ₁₁	i ₁	305,20
i ₁	i ₅	305,00
i ₁	i ₈	305,00
i ₁	i ₁₃	304,30
i ₁₁	i ₉	304,20
i ₁₁	i ₇	304,00
i ₁₃	i ₈	304,00
i ₁	i ₃	303,20
i ₁₂	i ₂	303,00
i ₈	i ₁₂	303,00

i ₆	i ₃	302,00
i ₃	i ₆	302,00
i ₃	i ₁₁	301,70
i ₇	i ₅	301,00
i ₉	i ₅	301,00
i ₇	i ₆	301,00
i ₁₁	i ₁₂	301,00
i ₇	i ₁₃	301,00
i ₉	i ₁₁	300,60
i ₄	i ₁₁	300,10
i ₅	i ₁₃	300,10
i ₁	i ₁₂	300,00
i ₄	i ₃	299,60
i ₁	i ₁₀	299,00
i ₄	i ₁₀	299,00
i ₄	i ₁₃	298,50
i ₁	i ₄	298,00
i ₃	i ₅	298,00
i ₈	i ₅	298,00
i ₁₃	i ₇	298,00
i ₂	i ₁₂	298,00
i ₁₁	i ₈	297,00
i ₇	i ₁₀	297,00
i ₆	i ₁₁	296,70
i ₁	i ₆	296,00
i ₉	i ₈	296,00
i ₉	i ₁	295,10
i ₁₃	i ₂	295,00
i ₁₂	i ₅	295,00
i ₁₃	i ₆	295,00
i ₁	i ₇	295,00
i ₁₃	i ₃	294,10
i ₁₀	i ₄	294,00
i ₁₂	i ₁₀	294,00
i ₇	i ₄	293,00
i ₅	i ₁₂	293,00
i ₈	i ₁	292,40
i ₃	i ₄	292,00
i ₈	i ₁₀	292,00
i ₂	i ₁₁	291,80
i ₈	i ₇	291,00
i ₂	i ₁₀	291,00
i ₁₁	i ₁₃	290,80

i ₂	i ₅	289,00
i ₃	i ₇	289,00
i ₅	i ₄	288,00
i ₁₃	i ₁	287,80
i ₂	i ₁₃	287,20
i ₆	i ₁₃	287,20
i ₁₀	i ₂	287,00
i ₂	i ₁	286,90
i ₃	i ₁₃	286,80
i ₁₃	i ₁₁	286,40
i ₈	i ₆	286,00
i ₁₂	i ₁₁	285,40
i ₅	i ₉	285,10
i ₂	i ₄	285,00
i ₉	i ₁₀	284,00
i ₁₁	i ₁₀	284,00
i ₁₀	i ₁₂	284,00
i ₁₂	i ₈	283,00
i ₅	i ₁₀	283,00
i ₁₁	i ₂	282,00
i ₄	i ₅	282,00
i ₂	i ₈	282,00
i ₇	i ₂	281,00
i ₉	i ₁₂	281,00
i ₅	i ₂	280,00
i ₁₀	i ₅	280,00
i ₉	i ₆	280,00
i ₄	i ₈	280,00
i ₅	i ₁	279,90
i ₁₁	i ₅	279,60
i ₃	i ₁	279,20
i ₆	i ₄	279,00
i ₉	i ₄	279,00
i ₂	i ₆	279,00
i ₂	i ₇	279,00
i ₁₂	i ₁	278,20
i ₄	i ₂	278,00
i ₄	i ₆	278,00
i ₁₀	i ₇	277,00
i ₉	i ₂	276,00
i ₁₂	i ₆	276,00
i ₁₂	i ₉	275,20
i ₆	i ₉	275,10

i ₆	i ₁₂	274,00
i ₇	i ₉	273,00
i ₄	i ₉	272,10
i ₅	i ₆	270,00
i ₉	i ₇	270,00
i ₆	i ₈	270,00
i ₂	i ₉	269,50
i ₁₀	i ₉	269,00
i ₇	i ₁₂	269,00
i ₅	i ₁₁	268,10
i ₁₃	i ₁₀	268,00
i ₆	i ₂	267,00
i ₅	i ₇	267,00
i ₁₀	i ₁	266,80
i ₆	i ₁	265,90
i ₄	i ₁	264,30
i ₄	i ₇	264,00
i ₁₃	i ₉	264,00
i ₁₀	i ₁₁	263,30
i ₉	i ₁₃	262,20
i ₆	i ₅	262,00
i ₁₀	i ₈	261,00
i ₇	i ₁	260,90
i ₅	i ₈	260,00
i ₆	i ₇	258,00
i ₁₂	i ₇	258,00
i ₆	i ₁₀	257,00
i ₁₀	i ₆	252,00
i ₁₀	i ₁₃	249,70

Figura 6.29: *Tabella risparmi k₂*

k₃		
Cliente₁	Cliente₂	SAVING
i ₃	i ₁₀	277,00
i ₈	i ₁₃	277,00
i ₈	i ₉	274,90
i ₁₀	i ₃	273,00
i ₈	i ₄	273,00
i ₁₃	i ₅	273,00
i ₁₃	i ₁₂	273,00
i ₈	i ₂	272,00
i ₉	i ₃	271,00
i ₁₂	i ₄	270,00

i ₄	i ₁₂	270,00
i ₁₁	i ₃	268,60
i ₁₂	i ₃	268,00
i ₃	i ₈	268,00
i ₇	i ₈	268,00
i ₇	i ₃	267,00
i ₁₁	i ₆	266,00
i ₁₂	i ₁₃	265,30
i ₃	i ₂	265,00
i ₃	i ₉	264,90
i ₃	i ₁₂	264,00
i ₇	i ₁₁	263,40
i ₈	i ₁₁	263,40
i ₈	i ₃	263,00
i ₁₃	i ₄	263,00
i ₂	i ₃	262,80
i ₅	i ₃	262,80
i ₁₁	i ₄	262,00
i ₈	i ₁₂	262,00
i ₁₁	i ₇	261,00
i ₁₃	i ₈	261,00
i ₁₁	i ₉	260,90
i ₁₂	i ₂	260,00
i ₆	i ₃	260,00
i ₉	i ₅	260,00
i ₁₁	i ₁	259,70
i ₃	i ₆	259,00
i ₇	i ₅	258,00
i ₇	i ₆	258,00
i ₉	i ₁₁	257,80
i ₅	i ₁₃	257,30
i ₇	i ₁₃	257,30
i ₄	i ₃	257,00
i ₁₁	i ₁₂	257,00
i ₃	i ₁₁	256,90
i ₈	i ₅	256,00
i ₁₃	i ₇	256,00
i ₃	i ₅	254,00
i ₈	i ₇	254,00
i ₉	i ₈	254,00
i ₂	i ₁₂	254,00
i ₆	i ₁₁	253,90
i ₄	i ₁₁	253,20

i ₁₂	i ₅	253,00
i ₇	i ₁₀	253,00
i ₉	i ₁	252,20
i ₁₃	i ₆	252,00
i ₁₁	i ₈	252,00
i ₄	i ₁₀	252,00
i ₁₂	i ₁₀	252,00
i ₄	i ₁₃	251,70
i ₁	i ₁₁	251,20
i ₁₃	i ₂	251,00
i ₈	i ₁	250,60
i ₇	i ₄	250,00
i ₈	i ₁₀	249,00
i ₁₃	i ₃	248,20
i ₁	i ₉	248,20
i ₂	i ₅	247,00
i ₃	i ₇	247,00
i ₂	i ₁₁	247,00
i ₃	i ₄	246,00
i ₁₀	i ₄	246,00
i ₅	i ₁₂	246,00
i ₁₁	i ₁₃	246,00
i ₁₁	i ₅	245,90
i ₂	i ₁₀	245,00
i ₆	i ₁₃	244,30
i ₈	i ₆	244,00
i ₂	i ₁	243,00
i ₁₃	i ₁	243,00
i ₁	i ₂	243,00
i ₁₀	i ₂	243,00
i ₁	i ₅	243,00
i ₁	i ₈	243,00
i ₅	i ₉	242,50
i ₁₂	i ₁₁	242,50
i ₁₃	i ₁₁	242,50
i ₂	i ₁₃	242,30
i ₃	i ₁₃	241,90
i ₅	i ₄	241,00
i ₉	i ₁₀	241,00
i ₁₀	i ₁₂	241,00
i ₁	i ₃	240,30
i ₁₂	i ₈	240,00
i ₁	i ₁₃	239,10

i ₅	i ₂	239,00
i ₂	i ₄	239,00
i ₂	i ₇	239,00
i ₅	i ₁₀	239,00
i ₁₁	i ₁₀	239,00
i ₉	i ₁₂	239,00
i ₇	i ₂	238,00
i ₉	i ₆	238,00
i ₂	i ₈	238,00
i ₃	i ₁	237,50
i ₁₁	i ₂	237,00
i ₁₀	i ₅	237,00
i ₁	i ₁₂	237,00
i ₅	i ₁	236,00
i ₄	i ₅	236,00
i ₁₂	i ₁	235,50
i ₂	i ₆	235,00
i ₁₀	i ₇	235,00
i ₄	i ₈	235,00
i ₁₂	i ₉	234,80
i ₄	i ₂	234,00
i ₆	i ₄	234,00
i ₁₂	i ₆	234,00
i ₁	i ₁₀	234,00
i ₆	i ₉	233,60
i ₉	i ₂	233,00
i ₁	i ₆	233,00
i ₁	i ₇	233,00
i ₁	i ₄	232,00
i ₉	i ₄	232,00
i ₄	i ₆	232,00
i ₆	i ₁₂	232,00
i ₇	i ₉	230,60
i ₅	i ₆	230,00
i ₉	i ₇	229,00
i ₅	i ₇	228,00
i ₆	i ₈	227,00
i ₄	i ₉	226,80
i ₁₀	i ₉	226,60
i ₇	i ₁₂	226,00
i ₂	i ₉	225,90
i ₆	i ₂	225,00
i ₅	i ₁₁	224,20

i_{13}	i_{10}	224,00
i_6	i_1	223,10
i_{10}	i_1	222,10
i_{13}	i_9	221,40
i_4	i_7	221,00
i_6	i_5	220,00
i_{10}	i_{11}	219,60
i_6	i_7	219,00
i_4	i_1	218,50
i_9	i_{13}	218,40
i_7	i_1	217,00
i_{12}	i_7	217,00
i_{10}	i_8	217,00
i_5	i_8	216,00
i_6	i_{10}	214,00
i_{10}	i_6	209,00

Figura 6.30: *Tabella risparmi k_3*

Terminato l'ordinamento dei savings è possibile applicare l'algoritmo e attribuire i percorsi ad ogni mezzo.

6.4.3. Costruzione e attribuzione dei percorsi

Per la costruzione dei percorsi devono essere rispettati i vincoli precedentemente spiegati e effettuare in parallelo il calcolo di determinati dati necessari nella determinazione del risultato finale.

6.4.3.1. Scelta del mezzo e controllo dei vincoli

Innanzitutto deve essere selezionato il mezzo, tra quelli disponibili, dal quale partire, ossia al quale si attribuiscono per primo i clienti da servire. Il camion selezionato è quello che genera il risparmio massimo tra quelli a disposizione.

Scelto il veicolo, è necessario capire quale sia il primo cliente da visitare: si considera per prima la coppia di nodi che genera il risparmio maggiore e, ovviamente, che rispetti i vincoli; considerando tale coppia, il primo nodo da visitare è quello che si trova sulla colonna sinistra della tabella dei savings.

Scelto sia il mezzo sia il nodo di partenza si calcolano in automatico una serie di dati necessari sia per determinare l'accettabilità della soluzione trovata, sia per determinarne il costo totale attribuito ad ogni percorso.

In particolare, per ogni nodo o coppia di nodi si hanno specifici dati che sono stati divisi in cluster a seconda della specifica appartenenza.

✚ La *capacità residua*, partendo dalla capacità massima, attribuita inizialmente ad ogni mezzo, viene sottratta la capacità specifica di ogni macello ogniqualvolta si aggiunge un nodo. Serve sia a determinare quanta capacità di carico ha ancora il camion, sia per controllare che questa non sia mai negativa, nel qual caso il cliente non può essere servito dal mezzo in considerazione non essendo rispettato il vincolo.

✚ I *tempi* sono di diverse tipologie, in particolare all'aggiunta di ogni nodo si aggiornano il tempo di carico, il tempo di viaggio, l'eventuale tempo di attesa e il tempo di fine servizio per il cliente che si sta considerando.

Il tempo di attesa non è sempre presente e, nel caso in cui risulti positivo, può presentare due modalità. La prima, considera il tempo di attesa riferito al primo macello tra quelli visitati, ossia il primo cliente che si visita successivamente all'uscita dal deposito; in tal caso il mezzo cercherà di ritardare la partenza fino a quando l'orario di arrivo previsto coincida con l'apertura del macello e non oltre la chiusura della finestra temporale del deposito, altrimenti il mezzo non può più partire. La seconda modalità invece prevede che vi sia un tempo di attesa nel percorso dal macello i al macello j che andrà ad incrementare il costo pagato in termini di costo unitario di tempo differentemente dal caso precedente nel quale il costo era incrementato dal costo unitario di attesa dovuto alla partenza ritardata dal deposito. Pertanto, tanto minore è il tempo di attesa tra nodo a nodo, tanto più è desiderabile l'aggregazione di clienti le cui finestre temporali siano compatibili tra loro senza la creazione di attese che vanno ad aumentare i costi totali.

Il tempo di fine servizio indica il momento nel quale il mezzo termina il servizio dal cliente dove si trova; serve da un lato per calcolare il costo finale in termini di tempo, dall'altro per il controllo dei vincoli. Questo tempo deve rispettare la chiusura della finestra temporale, in quanto il servizio al macello deve terminare prima che quest'ultimo chiuda, e deve rispettare il tempo massimo di scarico delle pelli. Infatti è necessario che lo scarico delle pelli in conceria avvenga entro il tempo massimo stabilito da ogni macello e, pertanto, in questo caso il tempo di fine servizio è riferito alla conceria.

Sia per il vincolo di capacità, sia per il vincolo dei tempi, è stato creato uno schema che all'aggiunta di ogni nodo controlli in modo automatico che questo sia accettabile e che quindi possa essere aggregato correttamente.

Nel caso considerato dei 3 camion e 13 macelli, il mezzo al quale si assegna per primo il percorso è k_2 , in quanto è il mezzo che genera il risparmio maggiore tra i considerati: 322. Mentre la coppia di nodi di partenza è i_3-i_{10} e, in questo caso, è quella che dà il massimo risparmio rispettando al tempo stesso tutti i vincoli imposti.

6.4.3.2. Creazione del percorso

Come detto precedentemente, si sceglie per primo il mezzo che permette un maggiore risparmio. Si hanno due punti fissi nel percorso, il punto di partenza che coincide sempre con il deposito, e il punto di arrivo sarà sempre la conceria. Pertanto, scelta la coppia di clienti con il saving maggiore, la si aggrega al deposito: è fondamentale notare che le tabelle dei saving sopra riportate hanno un certo orientamento, vale a dire che i macelli della prima colonna sono i macelli *dai* quali si parte, mentre quelli della seconda colonna sono i macelli *ai* quali si arriva.

L'algoritmo in considerazione stabilisce, una volta scelta la prima coppia, di aggregare un nodo il cui risparmio sia il "secondo" maggiore nel rispetto dei vincoli e delle precedenze. Infatti esso dovrà essere successore dell'ultimo nodo del percorso scelto fino a qual momento o predecessore del primo nodo visitato dello stesso; tra le due possibilità si predilige quella che determina un maggiore risparmio in termini di costo. Si considerano, per tale operazione, il primo e l'ultimo cliente visitato anche quando i nodi assegnati al mezzo sono in numero superiore a due; ovviamente non possono essere inseriti clienti già presenti nel percorso.

Per il mezzo k_2 , alla coppia i_3-i_{10} di partenza, si vuole aggregare un altro cliente al percorso che sia predecessore di i_3 oppure successore di i_{10} e che generi il saving massimo rispettando tutti i vincoli. Infatti, non è possibile aggiungere alcun nodo al percorso che non rispetti anche uno solo dei vincoli imposti.

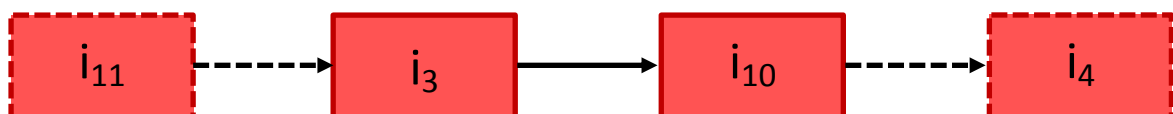


Figura 6.31: Aggregazione dei nodi

Nella tabella dei saving i clienti che si possono aggregare sono i_{11} prima di i_3 e i_4 dopo di i_{10} . In particolare, si nota che la coppia i_{11} - i_3 , generando un risparmio pari a 315.5, è più desiderabile della coppia i_{10} - i_4 che genera un risparmio di 294. Pertanto si sceglie di aggregare i_{11} come predecessore di i_3 cedendo così il posto di “primo nodo visitato” al cliente i_{11} .

In realtà dalla tabella dei saving si può vedere che la coppia con il saving massimo da aggregare sarebbe stata i_{10} - i_3 , che, ovviamente, non ha senso considerare essendo i medesimi nodi già inseriti nel percorso.

Si procede in tale maniera iterativamente fino a quando non è più possibile aggregare nessun cliente al percorso in quanto ogni nodo inserito viene scartato non riuscendo più a rispettare i vincoli imposti. In tal caso è necessario recarsi alla concerta, effettuare le ultime verifiche sui vincoli e l’assegnazione del percorso per il mezzo considerato è terminata.

È possibile, pertanto, procedere con l’assegnazione dei successivi percorsi fino a quando non saranno stati soddisfatti tutti i clienti. Non è detto che sia necessario utilizzare tutti i mezzi a disposizione, invece, ciò che interessa, è che tutti i clienti siano soddisfatti per intero nelle loro richieste.

Per automatizzare anche questo passaggio, ossia la creazione del percorso per ogni mezzo rispettando tutti i vincoli e le limitazioni imposte, si è utilizzato ancora una volta Visual Basic in modo tale da poter variare i dati e calcolare successivamente i percorsi in modo immediato. Attraverso la funzione chiamata *makejourney* si sono impostati tutti i comandi necessari affinché il tragitto sia costruito adeguatamente, in particolare si effettua la scelta della coppia di partenza, si verifica che rispetti i vincoli, una volta salvata la partenza si cerca il massimo saving che è possibile aggregare alla prima coppia di nodi controllandone i vincoli. Ogniqualvolta si vada a cercare un ulteriore cliente da aggiungere al percorso, la tabella di risparmi è scorsa per intero, in quanto si potrebbero trovare guadagni maggiori rispetto al punto in cui si è scelto il nodo precedentemente aggregato. Si continua in tale maniera marcando di volta in volta eventuali macelli già assegnati in modo che non possano essere reinseriti né nel percorso in costruzione, né all’interno di nuovi tragitti successivi. Finita l’assegnazione dei nodi, si riscrive in modo ordinato il percorso e si sceglie come ultimo nodo da visitare, per ogni mezzo considerato, la concerta.

Nel caso in cui rimangano da visitare clienti ritenuti incompatibili se assegnati all’interno dello stesso percorso, o nel caso in cui non sia possibile assegnare una coppia di macelli di partenza, allora il programma divide i nodi rimasti e li attribuisce a

diversi mezzi nel rispetto dei vincoli e facendo in modo che la soluzione trovata sia a costo minimo tra quelle possibili nel rispetto dell'euristica del saving.

Inoltre, a seconda che il macello da assegnare sia precedente o successivo al "blocco" di macelli già attribuiti ad un determinato mezzo, all'interno della funzione makejourney è necessario richiamare altre funzioni minori create precedentemente chiamate *findsavebefore* e *findsaveafter*, rispettivamente la prima trova il massimo saving che precede, la seconda il massimo saving che segue. In tal modo è possibile scegliere il massimo tra i due valori trovati e verificare che rispetti i vincoli, se così non fosse, si effettua nuovamente la ricerca, riconfrontando i valori e controllandone i vincoli.

Ulteriormente, con le funzioni *markasdonebefore* e *markasdoneafter*, si etichetta la coppia di macelli come già percorsa utilizzando l'una o l'altra funzione a seconda di dove si è trovato l'ultimo macello.

Infine, la funzione nominata *shiftdx*, serve a spostare i nodi precedentemente assegnati di una posizione in basso nella tabella nel caso in cui il macello da inserire sia precedente e quindi da inserire nella prima posizione, subito dopo il deposito.

Di seguito si riporta la parte di codice relativa ad alcune delle funzioni elencate.

FINDSAVEBEFORE, tale codice è simile per "findsaveafter":

```
Public Sub FindSaveBefore(Macello As String, MacelloBefore As String, ValMacBefore  
As Single, JourneyVect() As String, JourneyStop() As String, ActJourney() As String,  
SaveToWatch() As Matrix)
```

```
    On Error GoTo TrapErr
```

```
    Dim NextMacello As String
```

```
    Dim LastVal As Single
```

```
    Dim AlreadyJourney As Boolean
```

```
    LastVal = 0
```

```
    ValMacBefore = 0
```

```
    NextMacello = ""
```

```
    MacelloBefore = ""
```

```
    For Each j In SaveToWatch
```

```
        If j.Macello1 = Macello Then
```

```
            If j.Valore > LastVal Then
```

```
                'Se trovo corrispondenza di arrivo al macello con saving maggiore salvo  
                'prima verifico non sia già in lista
```

```
                For Each x In JourneyVect
```

```
                    If x = j.Macello Then
```

```
                        AlreadyJourney = True
```

```

        End If
    Next

    'Verifico non sia già stato passato e non sia presente tra i macelli bloccati
    If Not AlreadyJourney And Not VerifyStop(j.Macello, JourneyStop) And Not
FindInVect(j.Macello, ActJourney()) Then
        LastVal = j.Valore
        NextMacello = j.Macello
    Else
        AlreadyJourney = False
        LastVal = 0
    End If
End If
End If
End If
Next
MacelloBefore = NextMacello
ValMacBefore = LastVal
Exit Sub
TrapErr:
    'Stop
End Sub

```

MARKASDONEBEFORE, similmente vale per “markasdoneafter”:

```

Public Sub MarkAsDoneBefore(JourneyVect() As String, SavingToWatch() As Matrix)
    For Each tour In SavingToWatch
        If tour.Macello = JourneyVect(0) And tour.Macello1 = JourneyVect(1) Then
            tour.AlreadyDone = True
        Exit For
    End If
Next
End Sub

```

SHIFTDX:

Public Sub ShiftDX(Vect() As String)

 For Idx = UBound(Vect) To 1 Step -1

 Vect(Idx) = Vect(Idx - 1)

 Next

End Sub

6.4.3.3. Calcolo dei costi

Per ogni percorso è inoltre necessario calcolare i costi sostenuti per l'intero tragitto assegnato. I costi totali sono dati dalla somma di tutti i costi in gioco: costo di uscita, eventuale costo di attesa, costo di carico e scarico, costo temporale e costo di viaggio. Volendo minimizzare i costi totali è opportuno fare delle scelte adeguate nell'assegnazione dei nodi e nella scelta delle precedenze. Utilizzando l'euristica del saving si cerca di abbassare i costi massimizzando i possibili risparmi che si possono avere unendo più nodi all'interno del medesimo tragitto.

Il programma calcola in automatico il costo totale una volta assegnato l'intero percorso al mezzo, sapendo che parte da i_0 e giunge alla conceria. È importante effettuare determinate scelte per il calcolo dei costi, in modo da poterli diminuire il più possibile.

In particolare, nel programma è presente una "tabella-costi" all'interno del quale si aggiornano i costi fissi di carico e viaggio ogni volta che si aggiunge un cliente al percorso. Inoltre, all'interno di una cella, una volta terminata l'assegnazione dei nodi, si calcola in automatico il costo totale dato dalla somma dei costi riportati di seguito:

- il costo fisso di uscita corrispondente al mezzo che si sta considerando;
- la somma dei costi fissi di carico e scarico;
- l'eventuale costo di attesa, ossia se vi è un tempo di attesa che il mezzo deve aspettare per l'apertura del primo macello da visitare, allora è conveniente ritardare l'uscita dal deposito fino a far coincidere l'arrivo al macello con l'apertura dello stesso, e al limite con l'ultimo istante in cui il mezzo può effettuare l'uscita dal deposito; in quanto l'attesa all'interno del deposito ha un costo in termini temporali pari, nel caso considerato, alla metà del costo temporale che si ha da quando il mezzo effettua l'uscita, ovviamente se non vi è attesa, non è presente nemmeno tale costo;
- il costo in termini temporali, da quando il mezzo esce dal deposito fino a quando termina lo scarico in conceria, è il costo del servizio effettuato dal camion;

- la somma dei costi fissi di viaggio.

Questo dato, che dipende da molteplici variabili, è molto importante in quanto assieme al tempo impiegato per l'elaborazione dei dati, è quello ci permette sia di effettuare un confronto con i risultati ottenuti risolvendo il medesimo problema con algoritmi esatti, sia è il costo effettivo che deve essere pagato all'azienda per il servizio offerto.

6.4.3.4.I risultati ottenuti

Considerando i dati di input riportati precedentemente e, dopo aver soddisfatto per intero la domanda di tutti i clienti, il problema si può ritenere risolto e è possibile trovare facilmente il costo totale ottenuto.

Nel caso studio considerato, dove si hanno 3 mezzi a disposizione e 13 macelli da servire, i risultati possono essere riassunti riportando i tragitti assegnati, con vincoli, tempistiche e costi, e il costo totale ottenuto proprio di ciascun mezzo.

Come precedentemente accennato il mezzo di partenza è k_2 , al quale, una volta verificati i vincoli per ogni nodo aggiunto, è stato assegnato un percorso di 5 nodi.

Ad ogni aggregazione sono state verificate e aggiornate le condizioni imposte di tempo e capacità.

Per la costruzione del tragitto per k_2 , si è dovuto scartare più di una volta l'aggiunta di uno specifico nodo che generava un maggiore risparmio rispetto ad altri, in quanto non permetteva di rispettare il tempo di chiusura, ossia il camion non sarebbe riuscito a terminare il servizio entro la chiusura della finestra temporale dello stesso o di uno dei macelli successivi.

Si sono suddivisi i controlli e i risultati in tre principali sezioni in ognuna delle quali nelle prime due colonne è possibile visualizzare il percorso definitivo e la capacità rimanente ad ogni aggiunta del nodo successivo; quindi è possibile vedere quanto si è saturato il mezzo al termine del percorso assegnato.

Di seguito si riporta l'esempio per k_2 , ma le tabelle create sono presenti per ogni mezzo al quale si assegna un percorso.

- La prima tabella è specifica delle tempistiche, vale a dire che riporta il tempo di carico per ogni macello e lo si somma di volta in volta al precedente in modo da avere il totale fino al momento desiderato, il tempo di viaggio per andare da un nodo all'altro, l'eventuale tempo di attesa presente nel caso in cui il mezzo debba attendere l'apertura di uno specifico macello e, infine, il tempo di fine

indica il momento in cui il mezzo ha terminato di servire un certo nodo e, in particolare, il momento in cui termina il servizio alla conceria. Il tempo di attesa è importante soprattutto per il primo cliente visitato in quando genererà sicuramente una partenza ritardata del camion dal deposito; mentre minore è il tempo di attesa, più i macelli risultano “compatibili” in termini di tempo. L’insieme di questi dati oltre alla verifica dei vincoli serve anche a definire alcuni costi per il calcolo del costo totale.

TRAGITTO	CAPACITÀ	TEMPI				
		t_{carico}	t_{viaggio}	$t_{\text{attesa/apertura}}$	$t_{\text{fine servizio}}$	
k_2						
i_0	2700	30				
i_{11}	2300	64	121	0	185	
i_3	1500	99	282	0	381	
i_{10}	880	145	410	211	766	
i_2	350	173	551	0	935	
i_6	10	199	707	0	1117	
conc		209	836	0	1256	

Figura 6.32: I tempi per k_2

- La seconda tabella, invece, riporta i controlli necessari per l’accettabilità di un cliente quando lo si inserisce nel tragitto: nel caso il vincolo sia rispettato appare “ok”, altrimenti compare la scritta “alt”, in quest’ultimo caso l’algoritmo non accetta tale soluzione e si deve passare ad inserire il nodo successivo. I vincoli controllano il tempo massimo di scarico proprio di ogni macello e che quindi tale tempo non venga superato, il tempo di chiusura, vale a dire che il mezzo termini il servizio al macello prima che quest’ultimo chiuda e , infine, la capacità, che all’interno del mezzo sia possibile caricare le pelli dei nodo inseriti. In particolare, per questo caso, soprattutto nella fase iniziale di aggregazione dei nodi, ne sono stati scartati molteplici in quanto i successivi non riuscivano ad avere il carico terminato entro la chiusura della propria finestra temporale; inoltre si può notare come k_2 risulti saturato quasi al 100% e quindi la sua capacità è stata sfruttata nella totalità.

TRAGITTO	CAPACITÀ	VINCOLI			
k_2		t_{\max} scarico		t_{chiusura}	capacità
i_0	2700				
i_{11}	2300	OK		OK	OK
i_3	1500	OK		OK	OK
i_{10}	880	OK		OK	OK
i_2	350	OK		OK	OK
i_6	10	OK		OK	OK
conc				OK	

Figura 6.33: I vincoli per k_2

- La terza e ultima tabella è riassuntiva dei costi, i primi due sono i costi cosiddetti “fissi” di carico/scarico e di viaggio, quei costi che si generano al di là del tempo impiegato a svolgere il servizio. Tali costi si sommano ogni volta che si aggiunge un cliente al tragitto al fine di rendere chiaro il costo sostenuto fino a tale momento. Nell’ultima colonna, invece, viene calcolato in automatico il costo totale comprensivo non solo dei costi fissi ma anche delle molteplici variabili che lo influenzano. Quest’ultimo dato è molto importante in quanto rappresenta il costo che è necessario sostenere per ricevere il servizio richiesto.

TRAGITTO	CAPACITÀ	COSTI			
k_2		costo carico		costo viaggio	COSTO TOTALE
i_0	2700				626,6
i_{11}	2300	3		43	
i_3	1500	7		97	
i_{10}	880	10		126	
i_2	350	13		169	
i_6	10	16		227	
conc		22		262	

Figura 6.34: I costi per k_2

Assegnato il percorso a k_2 , ora si deve continuare ad assegnare i nodi restanti agli altri mezzi a disposizione. Tra k_1 e k_3 si sceglie il primo in quanto genera un maggiore risparmio e per questo risulta più desiderabile. Successivamente, nel caso in cui non si riuscissero a servire tutti i macelli con k_1 , allora si dovrà terminare l’assegnazione utilizzando anche k_3 . Nel caso considerato infatti dopo aver assegnato i percorsi ai mezzi k_1 e k_2 , il macello i_9 rimane escluso dai due tragitti e pertanto è necessario che k_3 effettui l’uscita per servirlo.

Di seguito vengono riportate tutte le tabelle per k_1 e k_3 .

TRAGITTO	CAPACITÀ	TEMPI			
		t_{carico}	t_{viaggio}	$t_{\text{attesa/apertura}}$	$t_{\text{fine servizio}}$
k_1					
i_0	3700	10			
i_1	3450	30	125	0	155
i_{13}	3180	64	247	0	311
i_5	2790	94	365	0	459
i_{12}	2240	123	516	0	639
i_4	1940	141	631	0	772
i_8	1550	182	745	0	927
i_7	1130	201	904	0	1105
conc		211	1062	0	1273

Figura 6.35: I tempi per k_1

TRAGITTO	CAPACITÀ	VINCOLI		
		$t_{\text{max scarico}}$	t_{chiusura}	capacità
k_1				
i_0	3700			
i_1	3450	OK	OK	OK
i_{13}	3180	OK	OK	OK
i_5	2790	OK	OK	OK
i_{12}	2240	OK	OK	OK
i_4	1940	OK	OK	OK
i_8	1550	OK	OK	OK
i_7	1130	OK	OK	OK
conc			OK	

Figura 6.36: I vincoli per k_1

TRAGITTO	CAPACITÀ	COSTI		
		costo carico	costo viaggio	COSTO TOTALE
k_1				
i_0	3700			698,3
i_1	3450	2	25	
i_{13}	3180	6	71	
i_5	2790	9	106	
i_{12}	2240	13	158	
i_4	1940	15	190	
i_8	1550	19	251	
i_7	1130	21	305	
conc		26	346	

Figura 6.37: I costi per k_1

Si può notare come differentemente da k_2 il mezzo possa caricare ancora una grande quantità di pelli e pertanto in quanto a capacità è possibile assegnare ancora macelli al mezzo; però, non è più possibile nessuna aggiunta in quanto non vengono rispettati i vincoli di tempo e, in particolare, il tempo di chiusura del macello i_9 .

TRAGITTO	CAPACITÀ	TEMPI			
k_3		t_{carico}	t_{viaggio}	$t_{\text{attesa/apertura}}$	$t_{\text{fine servizio}}$
i_0	2700	20			
i_9	2220	46	115	0	161
conc		56	256	118	430

Figura 6.38: I tempi per k_3

TRAGITTO	CAPACITÀ	VINCOLI		
k_3		$t_{\text{max scarico}}$	t_{chiusura}	capacità
i_0	2700			
i_9	2220	OK	OK	OK
conc			OK	

Figura 6.39: I vincoli per k_3

TRAGITTO	CAPACITÀ	COSTI		
k_3		costo carico	costo viaggio	COSTO TOTALE
i_0	2700			300
i_9	2220	4	34	
conc		8	71	

Figura 6.40: I costi per k_3

Per quanto riguarda k_3 , invece, la sua uscita è determinata dal fatto che il macello i_9 rimanga escluso dagli altri percorsi e pertanto il mezzo in considerazione deve effettuare l'uscita per servirlo. Il relativo a quest'ultimo in proporzione è più alto rispetto agli altri in quanto anche se serve soltanto un macello deve comunque effettuare l'uscita e il relativo costo uscita è particolarmente elevato rispetto agli altri tipi di costi da sostenere.

Il costo totale che si ottiene sommando il costo dei tre camion è 1624.9, che indica il costo che deve essere pagato all'azienda che effettua il servizio.

6.4.3.5. Il confronto con tecniche esatte

È possibile e interessante effettuare un confronto tra i risultati ottenuti con la tecnica del saving e i risultati ottenuti utilizzando algoritmi esatti che mirano a trovare la soluzione ottima. Avendo a disposizione la soluzione ottenuta per il medesimo problema utilizzando il software GAMS con l'utilizzo del solver CPLEX, è utile raffrontare i risultati avendo gli stessi dati di input e ottenendo un differente output.

La soluzione ottenuta con GAMS utilizza solamente due mezzi, k_1 e k_3 i cui macelli visitati sono rispettivamente: $i_1, i_2, i_3, i_6, i_7, i_8, i_9$ e i_{11} per il primo, mentre per k_3 si hanno i_4, i_5, i_{10}, i_{12} e i_{13} . Il costo totale è 1211.10.

Vi sono tre principali confronti che possono essere effettuati:

- con l'algoritmo euristico si è giunti ad una soluzione ammissibile buona; in particolare l'errore in termini percentuali dalla soluzione ottima è dell'ordine del 25%, che valuta di quanto si discosta la soluzione trovata dalla soluzione ottima;
- la seconda osservazione che permette un paragone tra le soluzioni è data dal fatto che mentre il programma realizzato permette l'aggiornamento della soluzione in tempi rapidi nel caso varino e dati di input, nel caso del GAMS, la compilazione richiede parecchi minuti soprattutto se si utilizza un errore relativo, indicato con $optcr$, pari a zero;
- infine, il programma creato per l'utilizzo dell'euristica del saving è stato implementato usando Excel, un software spesso dato in dotazione con il calcolatore, che i più posseggono e ne conoscono l'utilizzo; mentre il software GAMS, richiede specifiche licenze e conoscenze e, pertanto, risulta di più difficile gestione.

Dunque ci si può ritenere soddisfatti del risultato ottenuto che si avvicina all'ottimo facilitando e semplificando, al tempo stesso, alcune peculiarità e funzionalità rispetto all'algoritmo che si basa sul modello esatto.

Per testarne l'efficacia e l'efficienza, nel capitolo che segue si riportano una serie di prove realizzate, comparandole con alcuni risultati ottenuti attraverso il software GAMS. In tal modo è possibile effettuare diversi confronti sui risultati ottenuti e trarne delle conclusioni maggiormente provate secondo diversi punti di vista.

CAPITOLO 7

Prove e confronti con tecniche esatte

Si sono eseguite molteplici prove inserendo dati differenti all'interno del programma per testarne l'efficacia, il funzionamento e l'usabilità. I risultati delle prove sono stati utilizzati anche per poterli confrontare con l'algoritmo esatto, ossia per vedere di quanto si discosta la soluzione buona ottenuta in tempi rapidi con l'euristica del saving, dalla soluzione ottima ottenuta in tempi piuttosto lunghi con tecniche esatte.

Per ognuna delle prove fatte si sono variati alcuni dati di input quali, ad esempio, capacità e finestre temporali al fine di verificarne l'efficacia e compararne i risultati.

7.1. Prima prova: 8 macelli e 3 camion

Per questo primo caso sono state modificate le capacità dei mezzi, rispetto al caso del capitolo precedente, uguagliandole tutte al medesimo valore di 3700. Inoltre, si sono modificati alcuni dati relativi al camion k_3 sia per quel che riguarda i costi sia per i tempi.

La prova al calcolatore usando il modello esatto ha trovato come costo totale 1155.20, dopo avergli assegnato un errore relativo pari a 0.5. per tale soluzione ci sono voluti 2 minuti e 12 secondi differentemente dalla medesima prova alla quale era stato imposto un errore relativo nullo per la quale il calcolatore aveva impiegato 40 minuti e 20 secondi.

I mezzi ai quali è stato assegnato il tragitto sono k_1 e k_2 , in particolare:

- $k_1, i_0 \rightarrow i_4 \rightarrow i_3 \rightarrow i_8 \rightarrow \text{conc}$;
- $k_2, i_0 \rightarrow i_1 \rightarrow i_2 \rightarrow i_7 \rightarrow i_6 \rightarrow i_5 \rightarrow \text{conc}$.

Applicando l'euristica del saving, invece, il risultato in termini di costo totale che si è ottenuto è stato pari a 1341.50, e dunque una soluzione molto vicina all'ottimo, l'errore percentuale è del 14%; mentre differentemente dal modello esatto, si sono dovuti utilizzare tutti i mezzi in quanto non è possibile assegnare i clienti i_1 e i_4 , gli unici esclusi dal primo percorso assegnato a k_2 , ad uno stesso mezzo causa incompatibilità delle finestre temporali.

I percorsi assegnati ai mezzi sono stati:

- $k_1, i_0 \rightarrow i_1 \rightarrow \text{conc}$;
- $k_2, i_0 \rightarrow i_2 \rightarrow i_3 \rightarrow i_7 \rightarrow i_8 \rightarrow i_5 \rightarrow i_6 \rightarrow \text{conc}$;
- $k_3, i_0 \rightarrow i_4 \rightarrow \text{conc}$.

Di seguito sono riportate le tabelle riassuntive per i tre mezzi, comprensive di tempi, vincoli e costi.

TRAGITTO k_1	capa cità	t carico	t viaggio	t attesa	t _{fine} servizio	t _{max} scarico	t chiusura	capa cità	costo carico	costo viaggio	COSTO TOT
i_0	3700	10									
i_1	3450	30	125	0	155	OK	OK	OK	2	25	302
conc		40	253	137	430		OK		7	53	

Figura 7.1: Tabella riassuntiva k_1

TRAGITTO k_2	capa cità	t carico	t viaggio	t attesa	t _{fine} servizio	t _{max} scarico	t chiusura	capa cità	costo carico	costo viaggio	COSTO TOT
i_0	3700	30									
i_2	3170	58	140	10	208	OK	OK	OK	3	40	702,5
i_3	2370	93	294	0	397	OK	OK	OK	7	94	
i_7	1950	114	425	0	549	OK	OK	OK	9	153	
i_8	1560	156	524	0	690	OK	OK	OK	13	180	
i_5	1170	190	645	0	845	OK	OK	OK	16	246	
i_6	830	216	765	0	991	OK	OK	OK	19	310	
conc		226	894	0	1130		OK		25	345	

Figura 7.2: Tabella riassuntiva k_2

TRAGITTO k_3	capa cità	t carico	t viaggio	t attesa	t _{fine} servizio	t _{max} scarico	t chiusura	capa cità	costo carico	costo viaggio	COSTO TOT
i_0	3700	20									
i_4	3400	37	140	0	177	OK	OK	OK	2	40	337
conc		47	282	101	430		OK		6	80	

Figura 7.3: Tabella riassuntiva k_3

Si può affermare che:

1. l'errore della soluzione euristica rispetto alla soluzione ottima è circa del 14%, e quindi piuttosto contenuto;
2. per ottenere la soluzione il modello GAMS ci ha impiegato oltre i 15 minuti, mentre il modello approssimato ci ha impiegato 5 secondi e, dunque, la soluzione è stata decisamente più immediata.

7.2. Seconda prova: 8 macelli e 2 camion

La seconda prova è stata eseguita escludendo il mezzo k_3 , ed utilizzando solamente k_1 e k_2 . Inoltre sono state inserite altre variazioni e quindi le prove sono state molteplici: si sono variati i dati di input, gli unici dati invariati sono stati il numero di mezzi a disposizione e il numero di macelli da servire.

7.2.1. Eliminazione dei dati relativi a k_3

Rispetto alla prova riportata al punto precedente, oltre ad aver eliminato tutti i dati di input relativi al mezzo 3, non si sono apportate ulteriori modifiche.

Utilizzando il modello GAMS si è ottenuto un costo complessivo di 1054.80 utilizzando entrambi i mezzi disponibili. Il camion k_1 serve i clienti i_3 , i_4 e i_6 , mentre k_2 passa per i nodi restanti. Il tempo per ottenere il risultato è simile a quello delle prove precedenti, si tratta sempre di decine di minuti.

Con il programma creato, invece, la soluzione a tale problematica è risultata difficile. Vale a dire che non si è trovata una soluzione in automatico, o meglio tale soluzione non risultava soddisfare tutti i criteri premessi. Infatti la soluzione automatizzata del software escludeva il nodo i_4 , non riuscendo ad inserirlo all'interno di alcun percorso assegnato ai due mezzi. Il cliente i_4 è di difficile assegnazione a causa della finestra temporale molto ristretta, apre a 150 e chiude a 240. Con l'euristica del saving tale soluzione risulta difficile e è quindi necessario forzare la soluzione. Questa situazione non è anomala per le euristiche, in quanto in più casi può succedere che la soluzione debba essere forzata affinché i vincoli vengano rispettati.

Si è pertanto trovata comunque una soluzione ammissibile, inserendo i nodi manualmente conoscendo la criticità relativa a i_4 .

È da notare che è stato possibile rilevare la "soluzione difficile" del saving automatico grazie al "contatore dei nodi" inserito nel programma. Tale contatore permette di verificare la corrispondenza tra il numero complessivo di clienti che richiedono il servizio, e il numero effettivo di nodi che vengono assegnati.

A seconda che la corrispondenza risulti esatta o meno si visualizzano le seguenti caselle:

- 1) **VERIFICA CLIENTI** OK
- 2) **VERIFICA CLIENTI** ALT

Di seguito si riporta la soluzione trovata.

TRAGITTO k_1	capa cità	t carico	t viaggio	t attesa	t _{fine} servizio	t _{max} scarico	t chiusura	capa cità	costo carico	costo viaggio	COSTO TOT
i_0	3700	10									
i_1	3450	30	125	0	155	OK	OK	OK	2	25	365,4
i_2	2920	55	270	0	325	OK	OK	OK	5	70	
conc		65	409	0	474		OK		10	109	

Figura 7.4: Tabella riassuntiva k_1

TRAGITTO k_2	capa cità	t carico	t viaggio	t attesa	t _{fine} servizio	t _{max} scarico	t chiusura	capa cità	costo carico	costo viaggio	COSTO TOT
i_0	3700	30									
i_4	3400	49	144	0	193	OK	OK	OK	2	44	755,2
i_3	2600	84	309	0	393	OK	OK	OK	6	109	
i_8	2210	126	496	0	622	OK	OK	OK	10	150	
i_5	1820	160	617	0	777	OK	OK	OK	13	216	
i_6	1480	186	737	0	923	OK	OK	OK	16	280	
i_7	1060	207	853	0	1060	OK	OK	OK	18	348	
conc		217	1015	0	1232		OK		24	391	

Figura 7.5: Tabella riassuntiva k_2

Per trovare tale soluzione, conoscendo le problematiche relative a i_4 , si è cercato di inserirlo per primo all'interno del percorso del camion di partenza; si è quindi cercato il primo saving che associasse i_4 ad un altro cliente all'interno della matrice relativa al secondo mezzo, essendo quello che genera il saving maggiore.

Il costo complessivo è di 1120.60 e per tale soluzione, anche se manuale, si sono impiegati pochi minuti rimanendo comunque presenti e validi i controlli automatici.

Pertanto, rispetto ci si è avvicinati molto alla soluzione ottima potendo considerare l'errore dell'ordine del 6%, nonostante si sia dovuto rinunciare alla automaticità dell'output.

7.2.2. Variazione della capacità dei mezzi

Si sono mantenuti tutti i dati invariati rispetto al caso precedente, fatta esclusione per la capacità di carico dei mezzi che si è portata a 2700 per k_1 e 1700 per k_2 .

Con GAMS si è ottenuto un costo totale di 1049.10, dopo aver assegnato i nodi i_3 , i_4 , i_6 , i_7 e i_8 al primo mezzo, mentre a k_2 si sono assegnati i clienti rimanenti per un numero complessivo di 8.

Analogamente al caso precedente, e come ci si poteva aspettare, essendo variata solamente la capacità di carico e non le finestre temporali, anche in tale caso la soluzione è risultata difficile per l'euristica. Si è dovuto nuovamente forzare la soluzione in quanto ancora una volta il cliente 4 rimaneva escluso dai percorsi.

La soluzione trovata con il medesimo criterio applicato precedentemente è stata differente dal caso riportato sopra avendo variato, e in particolare diminuito, la capacità di carico di entrambi i mezzi.

TRAGITTO k_1	capa cità	t carico	t viaggio	t attesa	t _{fine} servizio	t _{max} scarico	t chiusura	capa cità	costo carico	costo viaggio	COSTO TOT
i_0	2700	10									
i_1	2450	30	125	0	155	OK	OK	OK	2	25	574,7
i_2	1920	55	270	0	325	OK	OK	OK	5	70	
i_7	1500	74	433	0	507	OK	OK	OK	7	121	
i_5	1110	104	533	0	637	OK	OK	OK	10	170	
i_6	770	126	653	0	779	OK	OK	OK	12	231	
conc		136	781	0	917		OK		17	267	

Figura 7.6: Tabella riassuntiva k_1

TRAGITTO k_2	capa cità	t carico	t viaggio	t attesa	t _{fine} servizio	t _{max} scarico	t chiusura	capa cità	costo carico	costo viaggio	COSTO TOT
i_0	1700	30									
i_4	1400	49	144	0	193	OK	OK	OK	2	44	521,4
i_3	600	84	309	0	393	OK	OK	OK	6	109	
i_8	210	126	496	0	622	OK	OK	OK	10	150	
conc		136	658	0	794		OK		16	209	

Figura 7.7: Tabella riassuntiva k_2

Il costo complessivo è risultato di 1096.10 e il tempo simile a quello del caso precedente.

Si può notare, però, come si sia avuta una leggera diminuzione dei costi totali assegnando un maggior numero di nodi a k_1 e una minore quantità a k_2 .

L'errore della soluzione "approssimata" rispetto all'ottima è risultato del 4%, ancora minore rispetto a prima.

7.2.2.1.Ulteriori prove

Si sono volute effettuare ulteriori prove relative a tale caso, svincolandosi dalle prove GAMS, ma solamente per testare l'euristica.

- 1) Avendo compreso la criticità del software con i dati di input impostati, si è cambiata la finestra temporale di i_4 , portando la chiusura da 240 a 590, dato che ha permesso all'euristica di superare le problematiche precedenti. Si è inoltre riportata la capacità al valore di 3700 per entrambi i mezzi.

Variando tali dati è stato possibile ottenere in automatico due percorsi:

- $k_1, i_0 \rightarrow i_2 \rightarrow i_3 \rightarrow \text{conc}$;
- $k_2, i_0 \rightarrow i_1 \rightarrow i_7 \rightarrow i_8 \rightarrow i_4 \rightarrow i_5 \rightarrow i_6 \rightarrow \text{conc}$.

Essendo il costo per k_1 di 404.35 e il costo per k_2 di 664.3, il costo totale è pari a 1068.65 e, dunque, simile ai costi ottenuti precedentemente.

- 2) Mantenendo il rilassamento della finestra temporale relativa a i_4 , ma riducendo la capacità di carico dei camion, rispettivamente a 1800 e 2700, non si è presentato nessun problema di difficile soluzione e si sono ottenuti i seguenti tragitti:

- $k_1, i_0 \rightarrow i_2 \rightarrow i_3 \rightarrow i_6 \rightarrow \text{conc}$;
- $k_2, i_0 \rightarrow i_1 \rightarrow i_7 \rightarrow i_8 \rightarrow i_4 \rightarrow i_5 \rightarrow \text{conc}$.

Si è solamente spostato un cliente da un tragitto al successivo avendo una minor possibilità di caricare le pelli richieste dai macelli.

I costi per il primo mezzo sono risultati di 454.15, mentre per il secondo di 588, per un totale di 1042.15.

Il totale, pertanto si discosta di poco dal precedente e, comunque, quasi tutti i costi ottenuti per tale caso anche a fronte di variazioni ampie dei dati sono risultati simili e nessuno si è differenziato di molto dagli altri valori ottenuti.

7.2.3. Variazione della capacità dei macelli

Lasciando invariata a 3700 la capacità di carico dei mezzi, si è cambiata la quantità di pelli che i macelli necessitano di caricare all'interno dei camion. Si sono poste pari a zero le pelli da caricare relative ai macelli i_3 , i_4 e i_6 , in tale maniera i mezzi non devono più passare per tali nodi. Infatti, non avendo necessità di alcun servizio sarebbe uno spreco, sia in termini di tempo che in termini di costi, se si decidesse di far passare ugualmente i mezzi per tali clienti. Tra i vincoli dei capitoli precedenti, infatti, si è posta la condizione che, nel caso in cui un cliente non richieda alcun servizio, allora tali macelli andranno esclusi dalla scelta dei nodi da visitare nel procedimento di assegnazione dei percorsi ai mezzi a disposizione.

La prova effettuata con GAMS, richiedendo sempre i tempi ormai noti per ottenere l'output, ha dato come costo totale 549.60 essendo riuscita ad agglomerare tutti i macelli all'interno dello stesso percorso: k_1 passa per tutti i macelli richiedenti il servizio fatta esclusione per quelli che non devono caricare alcuna pelle.

Utilizzando l'euristica del saving, dopo aver inserito l'automazione che esclude dai tragitti i macelli che hanno un carico di pellame pari a 0, si sono ottenuti i percorsi sotto riportati.

TRAGITTO k_1	capa cità	t carico	t viaggio	t attesa	t _{fine} servizio	t _{max} scarico	t chiusura	capa cità	costo carico	costo viaggio	COSTO TOT
i_0	3700	10									
i_2	3170	35	137	33	205	OK	OK	OK	3	37	404,35
i_3	3170	67	287	0	387	OK	OK	OK	6	87	
conc		77	440	0	550		OK		11	140	

Figura 7.8: Tabella riassuntiva k_1

TRAGITTO k_2	capa cità	t carico	t viaggio	t attesa	t _{fine} servizio	t _{max} scarico	t chiusura	capa cità	costo carico	costo viaggio	COSTO TOT
i_0	3700	30									
i_1	3450	52	130	0	182	OK	OK	OK	2	30	519,3
i_7	3030	73	242	0	315	OK	OK	OK	4	77	
i_8	2640	115	341	0	456	OK	OK	OK	8	104	
i_5	2250	149	462	0	611	OK	OK	OK	11	170	
conc		159	604	0	763		OK		17	209	

Figura 7.9: Tabella riassuntiva k_2

Il costo complessivo risultante è di 923.65, quindi, piuttosto maggiore rispetto al modello esatto. Infatti, non riuscendo a concentrare tutti i clienti all'interno dello stesso percorso e dovendo far uscire entrambi i mezzi dal deposito, si moltiplicano i costi e, in particolare, il costo di uscita che è determinante all'interno della sommatoria dei costi finali.

In quanto alle tempistiche necessarie per determinare l'output sono rimaste invariate, nell'ordine di qualche secondo e dunque decisamente minori rispetto all'algoritmo esatto.

L'errore in termini percentuali è circa del 40% in tale situazione, il valore più alto fino ad ora ottenuto dalle prove eseguite.

7.3.Terza prova: 20 macelli e 5 camion

In quest'ultima prova si è voluto testare l'algoritmo utilizzandolo al massimo delle sue potenzialità, ossia si sono impostati tutti i dati necessari per l'elaborazione dei percorsi avendo a disposizione tutti e 5 i mezzi e dovendo servire tutti e 20 i clienti.

Per elaborare il risultato il software ha impiegato circa 15 secondi, mentre utilizzando il GAMS tale prova non è nemmeno stata effettuata in quanto già con 13 macelli e 3 camion i tempi diventavano eccessivamente lunghi. Inoltre si è notato che tanti più mezzi è possibile utilizzare, tanto più i tempi di elaborazione con il modello esatto si allungano.

Per servire tutti i macelli è risultata necessaria l'uscita di tutti i mezzi. In particolare, l'assegnazione dei percorsi è iniziata da k_2 , con la coppia i_{18} - i_3 , che ha un risparmio di 345.00; successivamente si è passati a k_5 , con la coppia i_{20} - i_2 , che permette un risparmio di 297.00; terminato anche questo percorso, a partire dalla coppia i_9 - i_{17} che ha un saving di 287.40, si è assegnato il tragitto a k_3 ; si è quindi passati a k_1 partendo da i_{13} - i_6 con un saving corrispettivo di 271.00; infine, si è assegnato l'ultimo nodo restante a k_4 e, cioè, i_1 in quanto non era stato possibile inserirlo negli altri percorsi per i limiti imposti dai vincoli.

Di seguito si riporta il riepilogo dei percorsi per i vari mezzi.

TRAGITTO k_1	capa cità	t carico	t viaggio	t attesa	t _{fine} servizio	t _{max} scarico	t chiusura	capa cità	costo carico	costo viaggio	COSTO TOT
i_0	3700	10									
i_{15}	3050	32	115	0	147	OK	OK	OK	4	40	442
i_{13}	2780	66	288	0	354	OK	OK	OK	8	80	
i_6	2440	88	434	0	522	OK	OK	OK	10	126	
conc		98	562	0	660		OK		15	162	

Figura 7.10: Tabella riassuntiva k_1

TRAGITTO k_2	capa cità	t carico	T viaggio	t attesa	t _{fine} servizio	t _{max} scarico	t chiusura	capa cità	costo carico	costo viaggio	COSTO TOT
i_0	2700	30									
i_{18}	2400	49	154	0	203	OK	OK	OK	2	41	573
i_3	1600	84	305	0	389	OK	OK	OK	6	78	
i_{16}	1200	114	464	0	578	OK	OK	OK	10	110	
i_5	810	148	573	0	721	OK	OK	OK	13	151	
i_{10}	190	194	721	0	915	OK	OK	OK	16	201	
conc		204	846	0	1050		OK		22	229	

Figura 7.11: Tabella riassuntiva k_2

TRAGITTO k_3	capa cità	t carico	t viaggio	t attesa	t _{fine} servizio	t _{max} scarico	t chiusura	capa cità	costo carico	costo viaggio	COSTO TOT
i_0	2700	20									
i_{14}	2200	55	96	4	155	OK	OK	OK	3	33	587,7
i_9	1720	81	234	0	319	OK	OK	OK	7	72	
i_{17}	1520	107	340	0	451	OK	OK	OK	9	105	
i_{12}	970	139	457	0	600	OK	OK	OK	13	137	
i_4	670	159	573	0	736	OK	OK	OK	15	180	
i_8	280	203	688	0	895	OK	OK	OK	19	241	
conc		213	852	0	1069		OK		23	278	

Figura 7.12: Tabella riassuntiva k_3

TRAGITTO k_4	capa cità	t carico	t viaggio	t attesa	t _{fine} servizio	t _{max} scarico	t chiusura	capa cità	costo carico	costo viaggio	COSTO TOT
i_0	3700	40									
i_1	3450	65	121	0	186	OK	OK	OK	3	2	268
conc		75	249	106	430		OK		25	4	

Figura 7.13: Tabella riassuntiva k_4

TRAGITTO k_5	capa cità	t carico	t viaggio	t attesa	t _{fine} servizio	t _{max} scarico	t chiusura	capa cità	costo carico	costo viaggio	COSTO TOT
i_0	2700	20									
i_{11}	2300	50	129	0	179	OK	OK	OK	4	12	519,8
i_{20}	1500	84	287	0	371	OK	OK	OK	6	55	
i_2	970	104	448	0	552	OK	OK	OK	9	88	
i_{19}	720	150	616	0	766	OK	OK	OK	13	121	
i_7	300	176	740	0	916	OK	OK	OK	15	161	
conc		186	902	0	1088		OK		20	203	

Figura 7.14: Tabella riassuntiva k_5

Il costo totale che si deve sostenere per il servizio, ossia il costo che i macelli si devono ripartire per essere serviti è risultato di 2390.50, che tenendo conto della numerosità di clienti serviti e dei mezzi utilizzati non è alto e risulta in media con il resto delle soluzioni riportate precedentemente tenuto conto che si sono ampliate di molto le dimensioni del problema. Si è deciso di allargare fino a 5 mezzi e 20 macelli l'algoritmo in quanto è stato ritenuto fosse una dimensione abbastanza ampia per poter soddisfare diverse tipologie di esigenze legate a questo tipo di problema.

In tale caso è stato possibile elaborare 1900 valori di saving in circa 15 secondi andando a creare il percorso per ogni mezzo in modo immediato e istantaneo. Questo risultato elaborato con software che utilizzano il modello esatto per trovare la soluzione, avrebbe richiesto tempistiche decisamente differenti e molto più lunghe.

Si può quindi affermare che i risultati trovati per i diversi casi sono stati soddisfacenti e si è giunti ad avere soluzioni di molto vicine alla soluzione trovata con il modello esatto. Grazie alle differenti prove effettuate variando molteplici dati di input e, quindi, permettendo di testare l'euristica sotto differenti aspetti, si può concludere affermando che mentre per trovare la soluzione ottima è necessario l'utilizzo di software specifici e che richiedono licenze costose e che risultano scarsa diffusione e, dunque, di scarsa conoscenza dell'utilizzo, per l'euristica è possibile utilizzare Excel e il suo editor di testo, programma di cui sono dotati tutti i calcolatori e già conosciuto dalla maggior parte della popolazione. Inoltre, il modello approssimato risulta decisamente più rapido nella ricerca della soluzione e anche le dimensioni trattate sono decisamente maggiori senza creare problemi particolari.

Trovando la soluzione buona vicina all'ottimo, si hanno pertanto numerosi vantaggi rispetto alla ricerca della soluzione ottima, permettendo così il risparmio di numerosi costi che software particolari richiedono per il loro uso e funzionamento.

CONCLUSIONI

Il *Vehicle Routing Problem* è un problema centrale per l'organizzazione della distribuzione di beni e servizi. In letteratura è stato affrontato molteplici volte trovando differenti soluzioni a seconda dei vincoli posti e, quindi, delle conseguenti limitazioni. Spesso lo si è risolto usando tecniche esatte, vale a dire tecniche che permettono di trovare soluzioni ottime impostando modelli matematici esatti; questa modalità presenta però forti limitazioni riguardanti da un lato i tempi di risposta del software e dall'altro le dimensioni del problema trattato. Infatti, gli algoritmi esatti da un lato permettono di trovare la soluzione ottima, dall'altro, però, presentano molteplici difficoltà all'aumentare della dimensione del problema e, di conseguenza, anche il tempo di elaborazione dei dati diventa piuttosto alto, nell'ordine di minuti o addirittura ore. Tali limiti possono essere superati dall'uso di tecniche euristiche che richiedono minori tempi di elaborazione, generalmente nell'ordine di secondi, e, inoltre, permettono di trattare dati di input di dimensione maggiore. Attraverso le tecniche euristiche si giunge, di norma, a soluzioni ammissibili buone che possono avvicinarsi più o meno all'ottimo a seconda dei casi.

Un'ulteriore differenza tra algoritmi esatti ed algoritmi euristici è data dalla necessità dell'utilizzo di software specializzati per i primi, i quali richiedono costose licenze e conoscenze specifiche e, pertanto, non di uso comune; mentre i secondi non presentano particolari esigenze sotto questo aspetto, facilitando e allargando l'applicazione e l'utilizzo a chi ne è interessato.

Vi sono diversi tipi di euristiche che è possibile applicare ai problemi di routing, come ad esempio *Time-Oriented Nearest-Neighbor Heuristic*, *Insertion Heuristics*, *Time-Oriented Sweep Heuristic* e *Savings Heuristics*. Proprio quest'ultima è stata scelta tra le differenti tipologie per organizzare il trasporto di pelli fresche dai macelli alla conceria. Con l'euristica del saving si costruiscono i diversi percorsi da assegnare a ciascun camion attraverso l'aggregazione di più clienti all'interno del medesimo tragitto cercando di massimizzare i risparmi che si possono ottenere attraverso tale operazione. Massimizzando i risparmi è possibile, al tempo stesso, minimizzare i costi e quindi cercare di determinare percorsi a costo minimo effettuando specifiche scelte. Inoltre, il *VRP*, è stato affrontato ponendo determinati vincoli quali limitate capacità e finestre temporali specifiche per ogni soggetto in gioco. Tale problema risulta di estrema attualità e importanza nell'ambito industriale e lo si è risolto cercando di superare i limiti che presentano le tecniche esatte. Infatti, il programma creato permette di risolvere problemi di maggiori dimensioni rispetto agli algoritmi esatti e di ridurre di molto i tempi necessari per trovare la soluzione al problema.

Il programma è stato creato e testato ponendo un massimo di 5 mezzi a disposizione e 20 clienti da servire, però, è possibile allargarlo ulteriormente attraverso semplici aggiustamenti parametrici. In tale maniera si è giunti nella maggior parte dei casi a soluzioni ammissibili vicine all'ottimo.

Si è sviluppato il programma partendo da uno specifico caso studio: la raccolta delle pelli fresche che dai macelli devono essere portate in conceria rispettando diverse tempistiche e considerando i limiti di capacità che hanno i diversi mezzi. Tale problema, però, è immediatamente estendibile a tipologie analoghe o anche leggermente diverse di argomenti e situazioni che si basano sui medesimi principi. Infatti, pur avendo considerato e costruito il problema per la raccolta delle merci, nel caso specifico delle pelli fresche, è possibile estenderlo a problemi di distribuzione di determinati prodotti così come, con minime modifiche, anche a problemi produttivi. In quest'ultimo caso, ad esempio, i camion possono essere sostituiti dalle macchine necessarie per effettuare le lavorazioni e i macelli dai lotti da processare; in tal modo l'applicazione diventa simile.

Si sono effettuate diverse prove per testare l'efficacia e l'applicabilità dell'algoritmo a differenti casi, e questi sono stati successivamente confrontati con le soluzioni ottenute applicando algoritmi esatti al medesimo problema. Si può affermare che la comparazione tra i due risultati è soddisfacente in quanto spesso le soluzioni sono simili in termini di costo, pur effettuando scelte molto diverse di assegnazione dei percorsi da seguire.

Inoltre, per le tecniche esatte il tempo di esecuzione del programma considerato, soprattutto all'aumentare del numero di mezzi disponibili, varia da qualche minuto fino a quasi un'ora intera a seconda delle dimensioni dell'analisi; mentre per quanto riguarda le tecniche euristiche il tempo di elaborazione può essere considerato nullo, ossia al variare dei dati di input la variazione dell'output è pressoché immediata.

Si può affermare, pertanto, che l euristica scelta permette di ottenere buoni risultati, spesso vicini all'ottimo, riducendo i tempi di elaborazione e non ponendo nessun vincolo di specificità del software utilizzato né dimensionale.

BIBLIOGRAFIA

Altinel I.K., Oncan, T., 2005, "A new enhancement of the Clarke and Wright savings heuristic for the capacitated vehicle routing problem", *Journal of the Operational Research Society*, vol. 56, pp. 954-961.

Baldacci R., Mingozzi A., Roberti R., 2012, "Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problem under capacity and time window constraints", *European Journal of Operational Research*, vol. 218, pp. 1-6.

Clarke G., Wright J. W., 1964, "Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points", *Operations Research*, vol. 12, no. 4, pp. 568-581.

Cordeau J.F., Gendreau M., Laporte G., Potvin J.Y., Semet F., 2002, "A Guide to Vehicle Routing Heuristics", *The Journal of the Operational Research Society*, vol. 53, no. 5, pp. 512-522.

Dondo R., Cerdá J., 2007, "A cluster-based optimization approach for the multi-depot heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows", *European Journal of Operational Research*, vol. 176, pp. 1478-1507.

Koskosidis Y. A., Powell W. B., Solomon M. M., 1992, "An Optimization-Based Heuristic for Vehicle Routing and Scheduling with Soft Time Window Constraints", *Transportation Science*, vol. 26, n. 2, pp. 69-85.

Paessens H., 1988, "The savings algorithm for the vehicle routing problem", *European Journal of Operational Research*, vol. 34, no. 3, pp. 336-344

Sheng Y., Lan W., 2011, "Application of Clarke-Wright saving mileage heuristic algorithm in logistics distribution route optimization", *Key Engineering Materials*, vol. 474-476, pp. 1538-1542.

Solomon M. M., 1987, "Algorithms for Vehicle routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints", *Operations Research*, vol. 35, n. 2, pp. 254-265.

YongJi Jia, ChangJun Wang, 2012, "Model and Algorithm for Vehicle Routing Problem with Time Windows and a Limited Number of Vehicles", *Advanced Materials Research*, vol. 482-484, pp. 2322-2326.

Toth P., Vigo D., 2002, *The Vehicle Routing Problem, PA*, SIAM: Society of Industrial and Applied Mathematics.

Introduzione ai problemi di routing,
(http://www.or.deis.unibo.it/didatt_pages/mmsd_ce/tspvrp_intro.pdf), 2001.