UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE E AMBIENTALE

Department Of Civil, Environmental and Architectural Engineering

Corso di laurea magistrale in Ingegneria Civile

Tesi di laurea

Progettazione e verifica strutturale di serbatoi circolari in calcestruzzo armato

Relatore: Prof. Ing. Scotta Roberto

Laureando: Enrico Borellini

Matricola: 1179005

Anno Accademico 2024-2025

Indice

1 Introduzione ... 1

1.1 Serbatoi e silos ... 2

2 Elementi strutturali bidimensionali ... 4

2.1 Teoria delle piastre ... 4

2.1.1 Cinematica ... 5

2.1.2 Statica ... 6

2.1.3 Problema elastico ... 11

2.1.4 La teoria di Kirchhoff ... 12

2.1.5 La Teoria di Mindlin ... 13

2.1.6 Lastra cilindrica (tubo) ... 14

2.2 Formulazione MITC ... 16

3 Progettazione dei gusci ... 17

3.1 Storia ... 17

3.1.1 Metodo di Wood Armer ... 17

3.1.2 Modello sandwich ... 18

3.1.3 Confronto tra modelli ... 19

3.2 Modello sandwich ... 19

3.2.1 Procedimento ... 19

3.2.2 Ipotesi di calcolo ... 22

3.2.3 Casistiche ... 23

3.2.4 Progetto e verifica allo stato limite ultimo ... 42

3.2.5 Verifica allo stato limite d'esercizio ... 43

4 Flusso di lavoro ... 44

4.1 Proposta alternativa ... 44

4.1.1 Files utilizzati ... 45

4.1.2 Creazione modello di calcolo ... 46

4.1.3 Analisi dati e progettazione ... 47

4.1.4 Verifiche ... 48
4.1.5 Impaginazione ... 48

5 Analisi numerica e verifiche di resistenza ... 50
5.1 Introduzione ... 50
5.1.1 Inquadramento territoriale ... 51
5.1.2 Geometria struttura ... 51
5.1.3 Stratigrafia terreno ... 52
5.2 Criteri e parametri di progetto ... 54
5.2.1 Vincoli ... 54
5.3 Materiali ... 55
5.3.1 Calcestruzzo ... 55
5.3.2 Acciaio da armatura ... 56
5.4 Modellazione ... 57
5.4.1 Sistemi di riferimento ... 57
5.4.2 Elementi finiti ... 58
5.5 Carichi ... 59
5.5.1 Peso proprio ... 59
5.5.2 Carico vento ... 59
5.5.3 Carico neve ... 61
5.5.4 Carico idrostatico ... 62
5.5.5 Spinta del terreno ... 63
5.5.6 Carico termico ... 64
5.5.7 Ritiro e viscosità ... 65
5.5.8 Sismica ... 66
5.6 Disposizione armatura ... 75
5.6.1 Platea ... 75
5.6.2 Parete ... 77
5.6.3 Connessione parete-platea ... 79
5.7 Combinazioni ... 80
5.7.1 SLU ... 80
5.7.2 SLE ... 80
5.7.3 SLV - SLD - SLO ... 80
5.8 Risultati FEM ... 83
5.8.1 Convenzioni di segno ... 83
5.8.2 Sforzi - Casi di carico significativi ... 84
5.8.3 Sforzi - Inviluppi combinazioni di carico ... 88

5.8.4 Spostamenti - SLD ... 89
5.8.5 Spostamenti - SLO ... 90
5.8.6 Spostamenti - Inviluppi combinazioni di carico SLE/SLD/SLO ... 91
5.9 Verifiche strutturali ... 92
5.9.1 Verifiche SLV-SLU ... 93
5.9.2 Verifiche SLE ... 101
5.9.3 Verifiche SLO/SLD ... 108
5.9.4 Verifiche nei confronti degli stati limite ultimi idraulici ... 108
5.10 Confronto risultati analitici e numerici ... 109

6 Conclusioni ... 111
6.1 Future implementazioni ... 111

7 Bibliografia ... 113

Appendice A ... 117

1 Introduzione

Dopo un'esperienza professionale della durata di due anni all'interno del gruppo WolfSystem, nella filiale italiana situata a Campo di Trens, in provincia di Bolzano, dove ho ricoperto il ruolo di progettista nel reparto dedicato alla progettazione di vasche in calcestruzzo armato, mi accingo a concludere il mio percorso accademico. Tale percorso si concretizza nello sviluppo della presente tesi di laurea magistrale in Ingegneria Civile, con specializzazione nel curriculum strutture.
All'interno dell'ufficio tecnico ho avuto l'opportunità di osservare e progettare serbatoi e silos circolari in calcestruzzo armato gettato in opera, destinati allo stoccaggio di liquami provenienti da allevamenti, nonché a diverse applicazioni negli impianti biogas, quali pre-vasche, serbatoi di raccolta e miscelazione, fermentatori, serbatoi di stoccaggio finale o di residui di fermentazione e serbatoi di percolato. Inoltre, ho avuto modo di occuparmi della progettazione di vasche per la raccolta idrica, per processi industriali e per impianti di depurazione.
Gli obiettivi di questa tesi sono molteplici. Il primo consiste, a seguito di un'approfondita analisi delle normative vigenti e della letteratura scientifica, nel fornire una panoramica sulle modalità di progettazione e sulle verifiche degli elementi bidimensionali in calcestruzzo armato, con particolare attenzione alle verifiche agli stati limite ultimi e agli stati limite di esercizio.
Il secondo obiettivo riguarda il confronto tra i risultati numerici ottenuti mediante il *software* utilizzato presso WolfSystem (*Revit* e *Robot Structural Analysis Professional* della *Autodesk Inc.* programmati da professionisti esterni), e quelli derivanti dall'utilizzo di *Comsol Multiphysics* della *COMSOL Inc.*, interamente implementato e gestito da me in tutte le sue fasi.
Il terzo obiettivo è fornire a professionisti e aziende del settore una traccia chiara e dettagliata per quanto riguarda l'analisi numerica e le verifiche di resistenza, con risultati trasparenti e dati di input ben definiti, in modo da consentire un confronto autonomo dei risultati mediante qualsiasi *software* di calcolo.
Infine, l'ultimo obiettivo consiste nella realizzazione di un modello parametrico per una tipologia di serbatoio ampiamente diffusa nel settore del biogas, al fine di ottenere risultati automatizzati fornendo con essi anche l'analisi numerica e le verifiche di resistenza, con il duplice vantaggio di ridurre i tempi di progettazione e di semplificare la compilazione della documentazione tecnica.
L'elaborato sarà articolato in due parti principali. La prima parte sarà dedicata all'analisi teorica, nella quale verranno approfonditi i concetti e le formulazioni alla base delle normative vigenti che disciplinano la progettazione e le verifiche degli elementi *shell* in calcestruzzo armato, con particolare attenzione agli aspetti tecnici e alle metodologie di calcolo impiegate per la valutazione delle sollecitazioni. In questa sezione, verrà inoltre fornita una panoramica dettagliata delle principali normative applicabili, esaminando in particolare le prescrizioni relative agli stati limite ultimi e agli stati limite di esercizio.
La seconda parte dell'elaborato presenterà, invece, l'analisi numerica e le verifiche di resistenza riguardante un serbatoio cilindrico interrato, destinato al contenimento di liquidi con funzione di

digestore all'interno di un impianto biogas. In questa sezione, saranno illustrati i dettagli progettuali, nonché le verifiche strutturali necessarie per garantire la sicurezza e la funzionalità del serbatoio, in piena conformità con le normative vigenti. Verrà fornita una descrizione accurata delle modalità di calcolo adottate e dei risultati ottenuti, nonché delle soluzioni tecniche impiegate per affrontare le specifiche esigenze progettuali. Inoltre, sarà presentato il flusso di lavoro automatizzato, il quale consente di snellire e ottimizzare l'intero processo di progettazione, verifica e compilazione della documentazione tecnica, con il vantaggio di ridurre significativamente i tempi e migliorare l'efficienza del processo.

1.1 Serbatoi e silos

I silos e i serbatoi in calcestruzzo armato rappresentano una componente essenziale nell'industria moderna, trovando impiego in numerosi settori che spaziano dall'agroalimentare alla chimica, dall'industria petrolchimica alla gestione delle risorse idriche. Queste strutture sono progettate per garantire uno stoccaggio sicuro ed efficiente di materiali solidi, granulari e liquidi, proteggendoli da contaminazioni e alterazioni dovute a fattori ambientali. La loro importanza è evidente nella logistica industriale, dove la conservazione di grandi quantità di materiali è una necessità imprescindibile per garantire la continuità operativa di numerosi processi produttivi.

La progettazione di un silo o di un serbatoio richiede un'attenta valutazione delle sollecitazioni meccaniche e ambientali a cui la struttura sarà sottoposta. Tra questi fattori rientrano la pressione esercitata dal materiale immagazzinato, le variazioni di temperatura, le eventuali vibrazioni e gli agenti chimici che possono compromettere l'integrità del materiale costruttivo. La scelta del calcestruzzo armato per la realizzazione di tali strutture non è casuale, ma risponde a esigenze di resistenza, durabilità e sicurezza.

Dal punto di vista strutturale, la forma cilindrica rappresenta la soluzione ottimale[1] per silos e serbatoi, poiché consente di distribuire in modo uniforme le tensioni interne. Questa conformazione è particolarmente vantaggiosa nel caso di serbatoi destinati a contenere liquidi, poiché permette di resistere meglio alle pressioni idrostatiche senza dover ricorrere a spessori eccessivi delle pareti. Inoltre, la forma cilindrica ottimizza l'uso dei materiali, riducendo i costi di costruzione e semplificando le operazioni di manutenzione.

L'uso del calcestruzzo armato garantisce una serie di vantaggi che lo rendono il materiale privilegiato per la costruzione di queste strutture. In primo luogo, esso offre un'elevata resistenza meccanica, combinando la capacità del calcestruzzo di sopportare sforzi di compressione con la resistenza alla trazione dell'acciaio di armatura. Questo permette di realizzare strutture robuste e affidabili, capaci di sopportare carichi statici e dinamici senza compromettere la loro integrità. Un ulteriore vantaggio è la

1 Calvi, G.M. & Nascimbene, R., 2022. Seismic design and analysis of tanks. Hoboken, NJ: Wiley.

durabilità: il calcestruzzo armato è in grado di resistere agli agenti atmosferici, all'umidità e a numerosi agenti chimici senza subire deterioramenti significativi nel tempo. Rispetto all'acciaio, che richiede frequenti trattamenti anticorrosione, il calcestruzzo armato necessita di interventi di manutenzione meno onerosi, garantendo un ciclo di vita più lungo e una maggiore economicità complessiva.

Dal punto di vista della sicurezza, il calcestruzzo armato è un materiale ignifugo, il che lo rende ideale per impieghi in ambienti industriali in cui esiste il rischio di incendi. A differenza di altri materiali, come l'acciaio, che a temperature elevate può perdere rapidamente la propria resistenza meccanica, il calcestruzzo mantiene le sue proprietà anche in condizioni estreme. Questo aspetto è di particolare rilevanza in impianti chimici e petrolchimici, dove la protezione contro gli incendi è una priorità assoluta.

La progettazione di un silo o di un serbatoio in calcestruzzo armato deve tenere conto di una serie di parametri tecnici e funzionali. In primo luogo, è necessario considerare il tipo di materiale che verrà immagazzinato, poiché le caratteristiche fisico-chimiche dello stesso influenzano la progettazione della struttura. Ad esempio, i silos destinati allo stoccaggio di materiali pulverulenti, come il cemento o la farina, devono essere dotati di sistemi di aerazione per prevenire fenomeni di compattazione e segregazione del materiale.

Un altro aspetto fondamentale è la resistenza della struttura alle sollecitazioni sismiche e agli agenti atmosferici. In molte regioni del mondo, i silos e i serbatoi sono soggetti a fenomeni sismici che possono compromettere la loro stabilità. Per questo motivo, la progettazione deve prevedere l'impiego di materiali e tecniche costruttive che garantiscano un'adeguata resistenza ai terremoti, riducendo il rischio di crolli e perdite di materiale.

2 Elementi strutturali bidimensionali

Gli elementi strutturali bidimensionali, ovvero componenti la cui geometria si sviluppa prevalentemente in due dimensioni, con uno spessore molto inferiore rispetto alle altre dimensioni possono essere suddivisi in due tipologie: membrane e piastre[2].
Le membrane sono strutture il cui spessore è molto ridotto (sottilissimo), perciò si considerano prive di rigidezza a flessione e a torsione, il problema in questi elementi è staticamente determinato. Le piastre non essendo sottilissime, e che perciò resistono a flessione, il problema diventa più complesso perché staticamente indetermianto. Il termine sottilissimo è stato preso dal Belluzzi per indicare un elemento bidimensionale in cui la rigidezza flessionale è praticamente nulla.
In letteratura, le lastre sono definite come elementi strutturali piani, distinguendosi dai gusci per l'assenza di curvature nella superficie media. I gusci, invece, presentano una o due curvature e possono assumere forme geometriche più complesse.
La teoria delle piastre e dei gusci è simile, differenziandosi principalmente nell'impostazione del problema cinematico e statico, che prevede l'uso di sistemi di riferimento differenti. In particolare, nei gusci risultano particolarmente utili i sistemi di riferimento polari, cilindrici e curvilinei, a differenza delle piastre, che sono generalmente trattate nel sistema cartesiano.
Nel presente elaborato si prenderà in esame la piastra con coordinate cartesiane, scelta per la sua maggiore semplicità espositiva e il caso di lastra cilindrica (tubo). Non verranno illustrati nel dettaglio i procedimenti di risoluzione analitica dei problemi elastici relativi a piastre e gusci con coordinate diverse, ma saranno indicati, ove ritenuto opportuno, gli articoli e i trattati di riferimento in cui tali problemi vengono affrontati e risolti.

2.1 Teoria delle piastre

Il termine piastra si riferisce a una struttura in cui due dimensioni risultano preponderanti rispetto alla terza. Essa è costituita da una superficie media Ω cui è associato uno spessore h, funzione (che si suppone continua) dei punti della superficie stessa. La superficie è racchiusa dal contorno Γ.

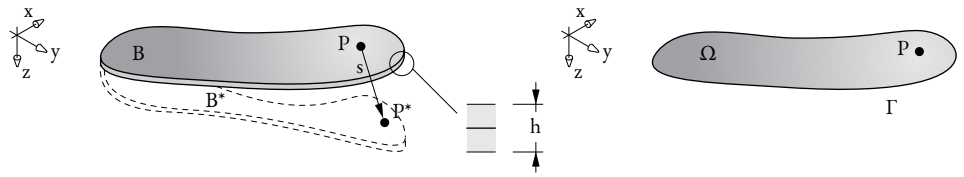

Figura 2.1 - Piastra qualsiasi

2 Belluzzi, O., 1966. Scienza delle Costruzioni. Vol. 3 Bologna: Zanichelli.

Si segue il processo e la terminologia del Corradi[3] per introdurre il problema elastico.
Le immagini riportate nel capitolo seguente sono state elaborate dall'autore, sulla base dei contenuti e delle rappresentazioni grafiche presenti nelle opere di Viola e Corradi.

2.1.1 Cinematica

La teoria strutturale delle piastre è basata sul seguente modello cinematico:

$$s_x(x, y, z) = u(x, y) + z \cdot \varphi_y(x, y) \tag{2.1}$$

$$s_y(x, y, z) = v(x, y) - z \cdot \varphi_x(x, y) \tag{2.2}$$

$$s_z(x, y, z) = w(x, y) \tag{2.3}$$

Dove u, v, w rappresentano le componenti di spostamento di un punto del piano medio e φ_x, φ_y le rotazioni attorno agli assi x e y dei segmenti originariamente ortogonali al piano medio, che si mantengono rettilinei nel processo deformativo.

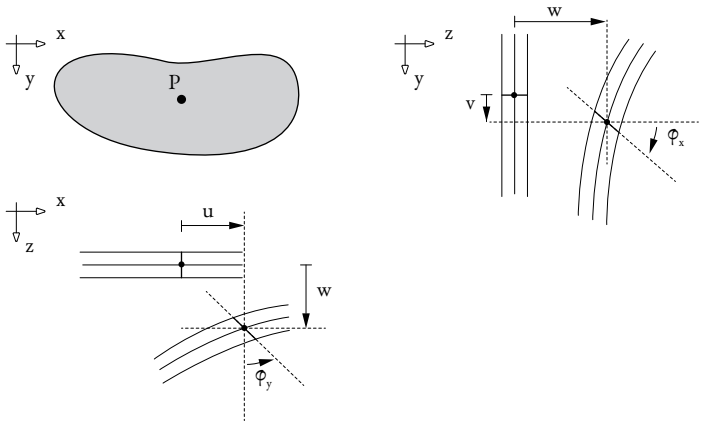

Figura 2.2 - Modello cinematico

Le rotazioni si definiscono positive quando spostano un punto con coordinata z positiva lungo la direzione positiva degli assi x o y .
Nel caso dell'immagine nel piano xz , i punti situati al di sotto del baricentro della fibra (dove la coordinata z è positiva) si spostano verso destra, determinando una rotazione in senso antiorario.
Analogamente, nel caso dell'immagine nel piano yz , i punti al di sotto del baricentro della fibra (coordinata z positiva) si spostano verso sinistra, generando una rotazione in senso orario.

3 Corradi Dell'Acqua, L., 2010. Meccanica delle strutture. Le teorie strutturali e il metodo degli elementi finiti (Vol. 2). Milano: McGraw-Hill Education.

Il legame deformazioni-spostamenti prevede:

$$\varepsilon_x(x,y,z) = \frac{\partial u}{\partial x} + z \cdot \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \tag{2.4}$$

$$\varepsilon_y(x,y,z) = \frac{\partial v}{\partial y} - z \cdot \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} \tag{2.5}$$

$$\varepsilon_z(x,y,z) = \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{2.6}$$

$$\gamma_{xy}(x,y,z) = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + z \cdot \left(\frac{\partial \varphi_y}{\partial y} - \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \right) \tag{2.7}$$

$$\gamma_{zx}(x,y,z) = \frac{\partial w}{\partial x} + \varphi_y \tag{2.8}$$

$$\gamma_{zy}(x,y,z) = \frac{\partial w}{\partial y} - \varphi_x \tag{2.9}$$

2.1.2 Statica

Supponendo che la piastra sia caricata, vincolata e in equilibrio, in un parallelepipedo infinitesimo interno al volume si hanno sei componenti di sforzo, che possono essere ridotte a cinque se si trascura la tensione normale alla normale della superficie della lastra σ_z.

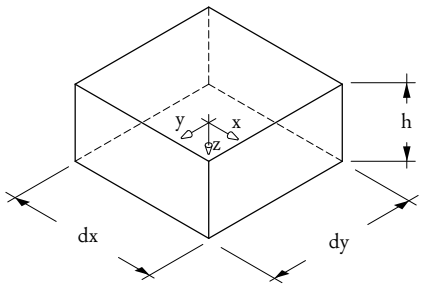

Figura 2.3 - Elemento infinitesimo

2.1.2.1 Forze esterne

I carichi applicati a una piastra possono essere distinti in due categorie principali: quelli che agiscono all'interno del volume (F_x, F_y, F_z) e quelli applicati lungo il contorno laterale (f_v, f_n, f_s, f_x, f_y).
Per semplificare l'analisi della piastra e ridurre il problema a una formulazione bidimensionale, questi carichi tridimensionali possono essere trasformati in forze e momenti equivalenti riferiti al piano medio della piastra. Le forze distribuite all'interno del volume vengono integrate lungo lo spessore per ottenere un carico risultante applicato direttamente sul piano medio. Oltre alle forze, i carichi

volumetrici generano momenti equivalenti rispetto al piano medio, dati dall'integrazione delle forze pesate con la coordinata lungo lo spessore.
Analogamente, i carichi applicati lungo il contorno laterale possono essere trasformati in azioni distribuite lungo il perimetro del piano medio.

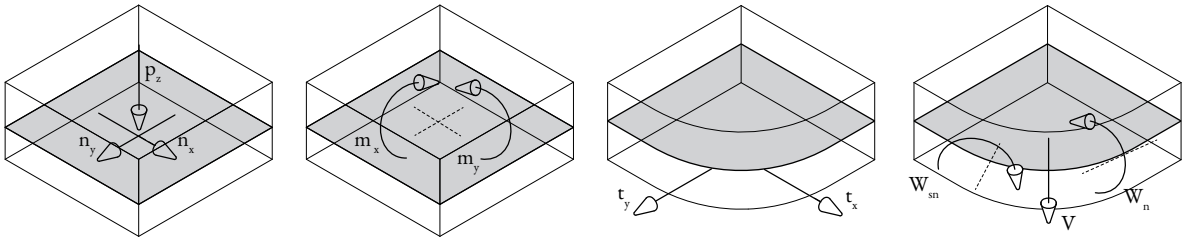

Figura 2.4 - Forze al piano medio nella superficie e sul contorno

$$n_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} F_x \, dz \qquad n_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} F_y \, dz \qquad p_z = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} F_z \, dz \tag{2.10}$$

$$m_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} - F_y \cdot z \, dz \qquad m_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} F_x \cdot z \, dz \tag{2.11}$$

$$t_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} f_x \, dz \qquad t_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} f_y \, dz \tag{2.12}$$

$$V = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} f_z \, dz \qquad W_n = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} f_n \cdot z \, dz \qquad W_{sn} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} f_s \cdot z \, dz \tag{2.13}$$

2.1.2.2 Forze interne

Passando dalla teoria dell'elasticità tridimensionale a quella della lastra, si introducono le caratteristiche di sollecitazione, dette anche azioni interne, che si manifestano sotto forma di forze e coppie distribuite per unità di lunghezza. Gli sforzi generalizzati che governano il comportamento della piastra possono essere distinti in due categorie principali: sforzi membranali che comprendono le forze normali e di taglio agenti nel piano della piastra, responsabili della trasmissione delle sollecitazioni principali senza coinvolgere curvature significative; sforzi flessionali che includono i momenti flettenti e le forze di taglio fuori piano, determinando la deformazione della piastra sotto carichi trasversali.

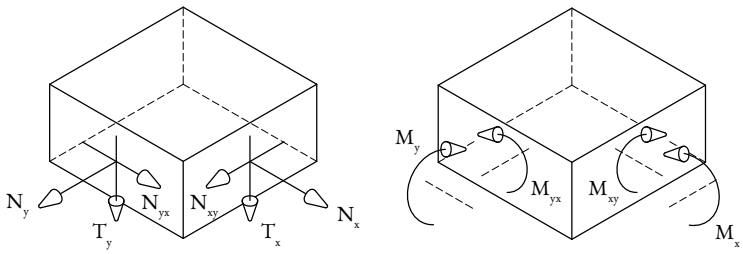

Figura 2.5 - Forze interne

$$N_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x \, dz \qquad N_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y \, dz \qquad N_{xy} = N_{yx} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy} \, dz \tag{2.14}$$

$$M_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x \cdot z \, dz \qquad M_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y \cdot z \, dz \qquad M_{xy} = M_{yx} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy} \cdot z \, dz \tag{2.15}$$

$$T_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xz} \, dz \qquad T_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{yz} \, dz \tag{2.16}$$

2.1.2.3 Equilibrio interno

L'equilibrio interno prevede che le forze superficiali applicate al piano medio siano in equilibrio con le forze interne. L'equilibrio ricercato dovrà soddisfare sia quello traslazionale sia quello rotazionale.

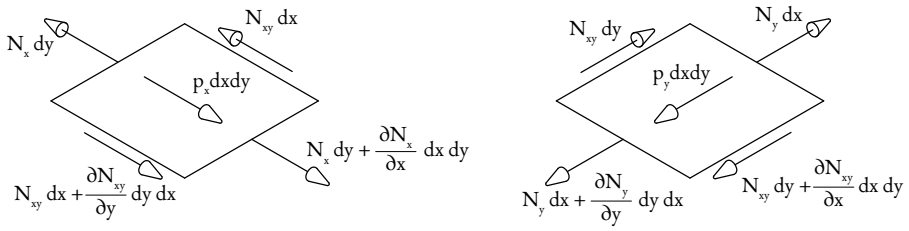

Figura 2.6 - Equilibrio lungo la direzione x e y

$$\begin{aligned} &\left(N_x + \frac{\partial N_x}{\partial x}\,dx\right) \cdot dy - N_x \cdot dy + \left(N_{xy} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y}\,dy\right) \cdot dx - N_{xy} \cdot dx + p_x \cdot dx \cdot dy = 0 \\ &\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} + p_x = 0 \end{aligned} \tag{2.17}$$

$$\begin{aligned} &\left(N_y + \frac{\partial N_y}{\partial y}\,dy\right) \cdot dx - N_y \cdot dx + \left(N_{xy} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x}\,dx\right) \cdot dy - N_{xy} \cdot dy + p_x \cdot dx \cdot dy = 0 \\ &\frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + p_y = 0 \end{aligned} \tag{2.18}$$

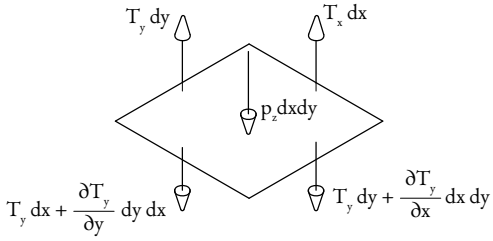

Figura 2.7 - Equilibrio lungo la direzione z

$$\left(T_x + \frac{\partial T_x}{\partial x}\,dx\right)\cdot dy - T_x\cdot dy + \left(T_y + \frac{\partial T_y}{\partial y}\,dy\right)\cdot dx - T_y\cdot dx - p_z\cdot dx\cdot dy = 0$$

$$\frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} + p_z = 0 \qquad (2.19)$$

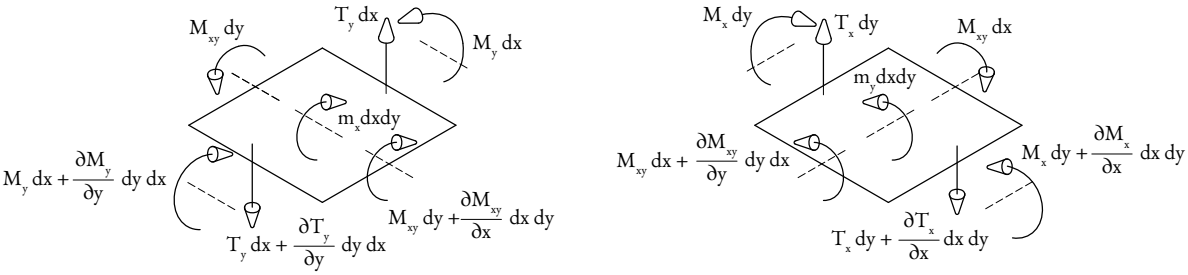

Figura 2.8 - Equilibrio rotazionale attorno alla direzione x e y

$$-\left(T_x + \frac{\partial T_x}{\partial x}dx\right)\cdot dy\cdot\frac{dx}{2} - T_x\cdot dy\cdot\frac{dx}{2} + \left(M_x + \frac{\partial M_x}{\partial x}\,dx\right)\cdot dy - M_x\cdot dy + \left(M_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y}\,dy\right)\cdot dx +$$
$$- M_{xy}\cdot dx + m_y\cdot dx\cdot dy = 0$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - T_x + m_y = 0 \qquad (2.20)$$

$$-\left(T_y + \frac{\partial T_y}{\partial y}dy\right)\cdot dx\cdot\frac{dy}{2} - T_y\cdot dx\cdot\frac{dy}{2} + \left(M_y + \frac{\partial M_y}{\partial y}\,dy\right)\cdot dx - M_y\cdot dx + \left(M_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x}\,dx\right)\cdot dy +$$
$$- M_{xy}\cdot dy + m_x\cdot dx\cdot dy = 0$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - T_y + m_x = 0 \qquad (2.21)$$

2.1.2.4 Equilibrio al contorno

Le condizioni di equilibrio al contorno specificano il comportamento della piastra lungo i suoi bordi e possono essere di due tipi principali: condizioni di vincolo cinematico specificando lo spostamento e la rotazione della piastra lungo il bordo; condizioni di equilibrio statico imponendo che i momenti e le forze siano equilibrati lungo il bordo della piastra[4].

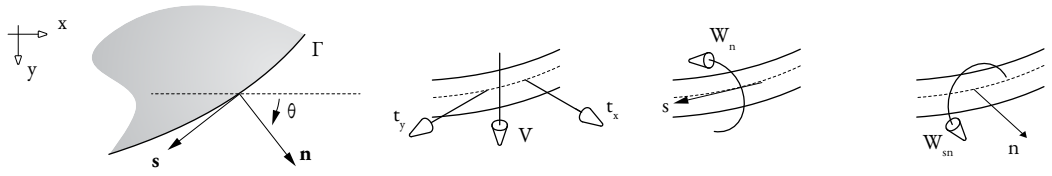

Figura 2.9 - Contorno della piastra

$$\mathbf{n} = \begin{cases} \alpha_x = \cos(\theta) \\ \alpha_y = \operatorname{sen}(\theta) \end{cases} \qquad \mathbf{s} = \begin{cases} -\operatorname{sen}(\theta) \\ \cos(\theta) \end{cases} \tag{2.22}$$

$$T_n = T_x \cdot \alpha_x + T_y \cdot \alpha_y = V \tag{2.23}$$

$$M_n = M_x \cdot \alpha_x^2 + 2 \cdot M_{xy} \cdot \alpha_x \cdot \alpha_y + M_y \cdot \alpha_y^2 = W_n \tag{2.24}$$

$$M_{sn} = \left(M_y - M_x\right) \cdot \alpha_x \cdot \alpha_y + M_{xy} \cdot \left(\alpha_x^2 - \alpha_y^2\right) = W_{sn} \tag{2.25}$$

$$t_x = N_x \cdot \alpha_x + N_{xy} \cdot \alpha_y \tag{2.26}$$

$$t_y = N_{xy} \cdot \alpha_x + N_y \cdot \alpha_y \tag{2.27}$$

4 Forte, S., Preziosi, L. e Vianello, M., 2019. Meccanica dei Continui. Milano: Springer.

2.1.3 Problema elastico

Uno degli aspetti fondamentali dell'analisi delle lastre è il legame tra cinematica e statica, espresso attraverso le equazioni costitutive che descrivono la relazione tra sforzi e deformazioni. Tale relazione può essere generalizzata dalla formulazione tensoria della legge di elasticità lineare, che per i materiali isotropi assume la forma:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.28}$$

Dove **D** rappresenta il tensore elastico, $\boldsymbol{\varepsilon}$ il vettore deformazione e $\boldsymbol{\sigma}$ il vettore sforzo.
Per una piastra isotropa e omogenea il tensore **D** può essere riscritto attraverso **d** di dimensioni 5×5:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \frac{E}{(1-\nu^2)} & \frac{E \cdot \nu}{(1-\nu^2)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E \cdot \nu}{(1-\nu^2)} & \frac{E}{(1-\nu^2)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E \cdot (1-\nu)}{2 \cdot (1-\nu^2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{6} \cdot G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{5}{6} \cdot G \end{bmatrix} \tag{2.29}$$

Esplicitando l'equazione e integrando lungo l'altezza si ottengono:

$$N_x = h \cdot \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \nu \cdot \frac{\partial v}{\partial y}\right) \tag{2.30}$$

$$N_y = h \cdot \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \nu \cdot \frac{\partial u}{\partial x}\right) \tag{2.31}$$

$$N_{xy} = h \cdot \frac{E \cdot (1-\nu)}{2 \cdot (1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \tag{2.32}$$

$$M_x = \frac{h^3}{12} \cdot \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left(\frac{\partial \varphi_y}{\partial x} - \nu \cdot \frac{\partial \varphi_x}{\partial y}\right) \tag{2.33}$$

$$M_y = \frac{h^3}{12} \cdot \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left(-\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \nu \cdot \frac{\partial \varphi_y}{\partial x}\right) \tag{2.34}$$

$$M_{xy} = \frac{h^3}{12} \cdot \frac{E \cdot (1-\nu)}{2 \cdot (1-\nu^2)} \cdot \left(-\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial y}\right) \tag{2.35}$$

$$T_x = h \cdot \frac{5}{6} \cdot G \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \varphi_y\right) \tag{2.36}$$

$$T_y = h \cdot \frac{5}{6} \cdot G \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \varphi_x\right) \tag{2.37}$$

2.1.4 La teoria di Kirchhoff

La Teoria di Kirchhoff per le piastre è una delle teorie fondamentali nell'ambito della meccanica strutturale e delle costruzioni, sviluppata dal fisico tedesco Gustav Kirchhoff nel 1850, ed è utilizzata per descrivere il comportamento delle piastre sottili, ossia piastre le cui dimensioni in piano sono molto maggiori rispetto allo spessore [5]. In questa teoria, si assume che le linee normali alla superficie della piastra rimangano perpendicolari alla superficie stessa durante la deformazione[6].

$$\gamma_{zx}(x, y, z) = \frac{\partial w}{\partial x} + \varphi_y = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi_y = -\frac{\partial w}{\partial x} \tag{2.38}$$

$$\gamma_{zy}(x, y, z) = \frac{\partial w}{\partial y} - \varphi_x = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi_x = \frac{\partial w}{\partial y} \tag{2.39}$$

Nell'immagine seguente si può osservare il modello cinematico della lastra di Kirkhhoff, in cui la fibra rimane ortogonale alla superficie media della piastra a deformazione avvenuta.

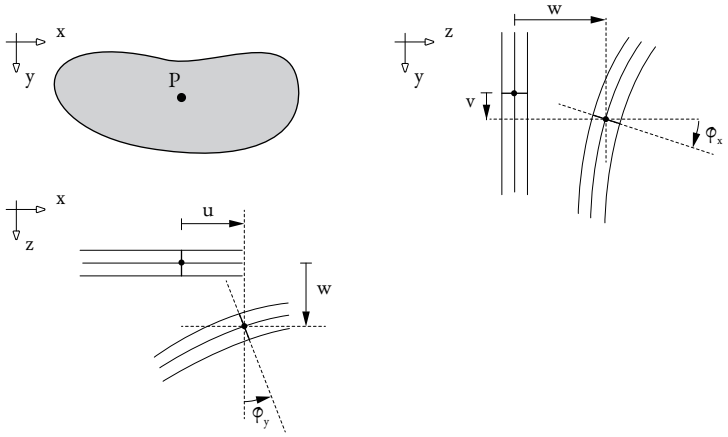

Figura 2.10 - Modello cinematico della piastra di Kirkhhoff

L'equazione differenziale principale della teoria delle piastre di Kirchhoff è la seguente:

$$\nabla^4 w(x, y) \cdot D = q(x, y) \tag{2.40}$$

Dove D è il modulo di rigidità della piastra, che dipende dalla rigidità del materiale e dallo spessore della piastra, ∇ è l'operatore laplaciano di quarto ordine che descrive la curvatura della piastra, w è lo spostamento verticale della piastra in un punto P(x, y), e q è la distribuzione del carico applicato.

5 Kirchhoff, G., 1850. Über das Gleichgewicht und die Bewegung dünner elastischer Platten. Journal für die reine und angewandte Mathematik.

6 Timoshenko, S.P. & Woinowsky-Krieger, S., 1959. Theory of plates and shells. New York: McGraw-Hill.

Il problema elastico della piastra circolare viene illustrato nel trattato del Viola[7], risolto con il metodo diretto e con il principio dei lavori virtuali, con conseguente modifica del sistema di riferimento da cartesiano a polare.

2.1.5 La Teoria di Mindlin

La teoria di Mindlin per l'analisi delle piastre è stata introdotta da R. Mindlin nel 1951 come una generalizzazione della teoria di Kirchhoff-Love[8]. La sua proposta includeva un termine aggiuntivo nelle equazioni di flessione per tener conto delle deformazioni di taglio[9]. Questo approccio si applica principalmente a piastre spesse, per le quali le deformazioni di taglio non possono essere trascurate, a differenza della teoria classica di Kirchhoff, che assume che tali deformazioni siano trascurabili[10]. Nell'immagine seguente si può osservare il modello cinematico della lastra di Mindlin, in cui la fibra non rimane ortogonale alla superficie media della piastra a deformazione avvenuta.

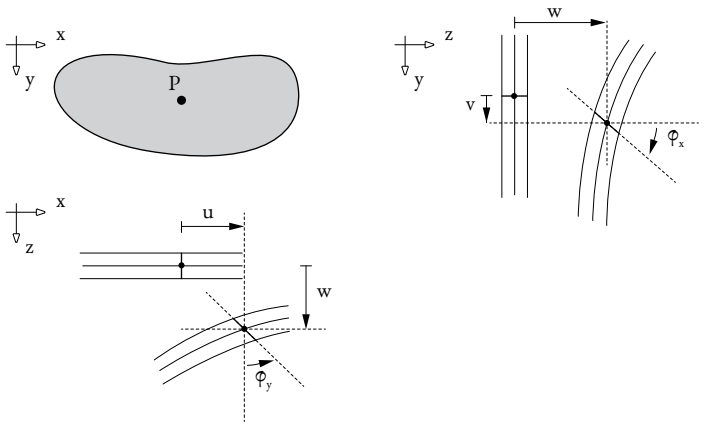

Figura 2.11 - Modello cinematico della piastra di Mindlin

Nella formulazione di Mindlin, l'effetto di taglio è espresso attraverso un termine aggiuntivo che modifica l'equazione di flessione delle piastre. La sua equazione principale per la deflessione w(x, y) di una piastra soggetta a carico q(x, y) è data dalla seguente relazione:

$$\nabla^4 w(x,y) \cdot D + \nabla^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) \cdot \kappa G = q(x,y) \qquad (2.41)$$

7 Viola, E., 2016. Teoria delle strutture 1. Stati tensionali e piastre. Bologna: Pitagora Editrice.

8 Mindlin, R.D., 1951. Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates. Journal of Applied Mechanics, 18(1), pp.31-38.

9 Timoshenko, S.P. & Woinowsky-Krieger, S., 1959. Theory of plates and shells. New York: McGraw-Hill.

10 Mindlin, R.D. & Reissner, E., 1953. The effect of rotatory inertia and of shear on the flexural motions of plates. Journal of Applied Mechanics, 20(1), pp.1-12.

dove D è il modulo di rigidità della piastra, G è il modulo di rigidità di taglio del materiale, e κ è un parametro geometrico che dipende dalla forma della piastra. L'introduzione del termine relativo al taglio è particolarmente importante per piastre spesse, dove la deformazione di taglio non è trascurabile rispetto alla flessione.

2.1.6 Lastra cilindrica (tubo)

Considerando un tubo cilindrico di raggio medio R e di spessore t, soggetto a pressione q sulla parete dove quest'ultima può essere costante o variabile lungo l'asse del cilindro, ma costante lungo i paralleli, si ha una simmetria radiale in cui i paralleli si deformano rimanendo circolari.

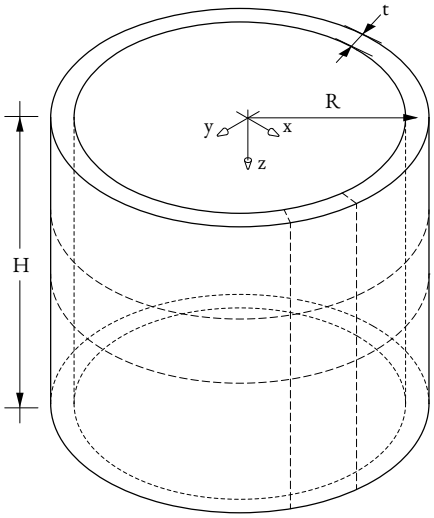

Figura 2.12 - Geometria lastra circolare

Il tubo può essere suddiviso in strisce longitudinali (direzione z) e strisce anulari[11].

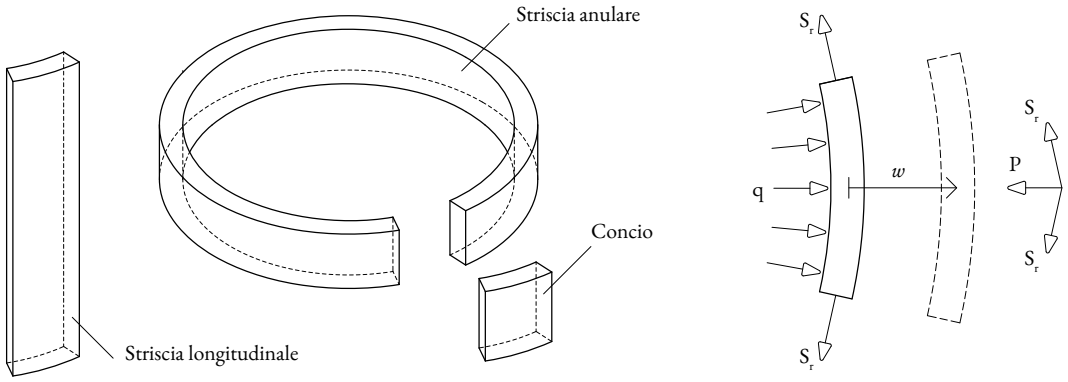

Figura 2.13 - Forze agenti sulle strisce

11 Belluzzi, O., 1966. Scienza delle Costruzioni. Vol. 3 Bologna: Zanichelli.

La pressione q è supportata dalle strisce longitudinali, contrastate dalle strisce anulari; se indichiamo con w lo spostamento radiale, esiste una forza radiale P in direzione opposta allo spostamento esercitata dalle strisce anulari, risultante delle forze S_r.

$$\varepsilon_r = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_f - 2 \cdot \pi \cdot R}{2 \cdot \pi \cdot R} = \frac{\Delta R}{R} = \frac{w}{R} \tag{2.42}$$

$$\sigma_r = E \cdot \varepsilon_r = \frac{E \cdot w}{R} \qquad S_r = 1 \cdot t \cdot \sigma_r \tag{2.43}$$

$$P = \frac{S_r}{R} = \frac{E \cdot t \cdot w}{R^2} = k \cdot w \qquad k = \frac{E \cdot t}{R^2} \tag{2.44}$$

È possibile trovare così un'analogia con la trave su appoggio elastico continuo[12], la reazione può essere diretta sia in dentro che in fuori. La forza P è l'equivalente della forza esercitata dalle molle di rigidezza k.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial z^4} \cdot EI + k \cdot w = q \tag{2.45}$$

La striscia longitudinale di larghezza unitaria e lunghezza H è come se fosse una trave su suolo elastico.

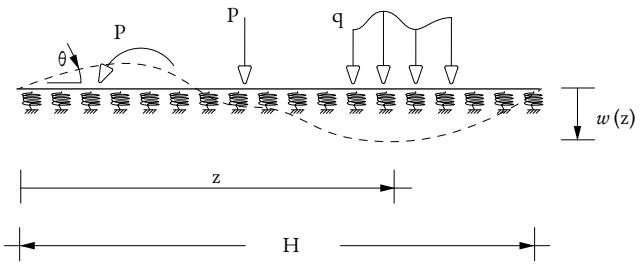

Figura 2.14 - Trave su appoggi elastici

Nel presentare il problema viene utilizzata la terminologia dell'opera di Ghali[13].

$$k = \frac{E \cdot t}{R^2} \qquad \beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4 \cdot EI}} = \frac{\sqrt[4]{3 \cdot (1 - \nu^2)}}{(R \cdot t)} \tag{2.46}$$

$$w = \frac{q(z)}{k} + C_1 \cdot e^{-\beta \cdot z} \cdot \cos(\beta \cdot z) + C_2 \cdot e^{-\beta \cdot z} \cdot \mathrm{sen}(\beta \cdot z) + C_3 \cdot e^{\beta \cdot z} \cdot \cos(\beta \cdot z) + C_4 \cdot e^{\beta \cdot z} \cdot \mathrm{sen}(\beta \cdot z) \tag{2.47}$$

Nel contesto della progettazione di serbatoi, l'impiego di soluzioni semplificate risulta applicabile esclusivamente in presenza di forze assialsimmetriche. Tuttavia, quando le sollecitazioni variano lungo la circonferenza a una data quota, tali approcci perdono validità ed è necessario ricorrere a metodi di calcolo più avanzati, in grado di cogliere la complessità del comportamento strutturale.

12 Belluzzi, O., 1966. Scienza delle Costruzioni. Vol. 1. Bologna: Zanichelli.

13 Ghali, A., 2014. Circular Storage Tanks and Silos. 3ª ed. Boca Raton: CRC Press

2.2 Formulazione MITC

Nel successivo studio numerico del serbatoio, la modellazione delle pareti e della platea è stata effettuata utilizzando *Comsol Multiphysics*, dove ha già implementato il modello *MITC* (*Mixed Interpolation of Tensorial Components*) per gli elementi *shell*.
Il modello *MITC* (*Mixed Interpolation of Tensorial Components*) è una formulazione avanzata sviluppata per migliorare l'accuratezza e l'efficienza numerica degli elementi *shell* nel contesto del metodo agli elementi finiti (*FEM*). Il principale obiettivo di questo approccio è affrontare i limiti delle formulazioni tradizionali, come quelle basate sui modelli *Kirchhoff-Love* e *Reissner-Mindlin*, migliorando la rappresentazione delle deformazioni e delle rotazioni in strutture sottili e curvate. In particolare, il *MITC* risponde a una delle sfide più difficili nell'analisi delle *shell*: la corretta rappresentazione della curvatura e delle deformazioni.
La formulazione *MITC* è stata introdotta per migliorare la precisione delle soluzioni numeriche e ridurre fenomeni indesiderati come il *locking*, che limita la capacità degli elementi finiti di rappresentare correttamente la deformazione nelle strutture sottili[14].
Nel modello *Kirchhoff-Love*, ad esempio, si assume che le deformazioni siano piccole e che la sezione trasversale della *shell* rimanga piatta durante la deformazione, ma questa ipotesi non è sempre valida per le geometrie più complesse o per le deformazioni non lineari. Il modello *Reissner-Mindlin*, pur essendo più generico e adatto per rappresentare deformazioni più grandi, soffre comunque di limitazioni quando si tratta di modellare accuratamente il comportamento di *shell* sottili con grande curvatura o deformazioni complesse[15].
La formulazione *MITC* è una metodologia innovativa che mira a migliorare la rappresentazione delle deformazioni nelle *shell* sottili attraverso un uso avanzato delle funzioni di forma, ma non si basa su un concetto di "interpolazione mista" come erroneamente indicato inizialmente. Piuttosto, si concentra sull'accuratezza numerica e sull'efficienza computazionale nell'analizzare strutture sottili e curvate.

14 Hughes, T.J.R., 1989. The finite element method: Linear static and dynamic finite element analysis. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

15 Chapelle, D., & Bathe, K. J. (2003). The finite element analysis of shells — Fundamentals. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

3 Progettazione dei gusci

Per la progettazione e la verifica agli stati limite ultimo di elementi piani in calcestruzzo armato, utilizzati nelle strutture come silos e serbatoi, la normativa italiana rimanda ad altri documenti di comprovata validità. Nel Model Code 2020[16] o l'Eurocodice[17], viene proposto di utilizzare il modello sandwich.
Il modello sandwich rappresenta uno strumento analitico e progettuale avanzato per lo studio del comportamento degli elementi piastra in calcestruzzo armato. Questo modello si basa sull'idea di suddividere l'elemento in tre strati distinti: uno strato centrale, principalmente dedicato alla trasmissione degli sforzi di taglio, e due strati esterni, responsabili della resistenza agli sforzi normali e dei momenti flettenti.
Nonostante venga illustrato a grandi linee il metodo, alcune assunzioni fondamentali, come gli spessori degli strati, vengono lasciate alla decisione del progettista.

3.1 Storia

Il problema della progettazione di gusci in calcestruzzo armato agli stati limite ultimi, soggetti a forze membranali e flessionali, rimane tutt'oggi irrisolto in modo univoco[18]. Sebbene l'Eurocodice e il Model Code forniscano indicazioni su come modellare il guscio e suddividere le forze tra i vari strati, i progettisti spesso non dispongono di linee guida operative dettagliate per affrontare tale problema con metodi di calcolo pratici e validati.

3.1.1 Metodo di Wood Armer

Nelle normative precedenti all'eurocodice del 2004[19], non troviamo il modello sandwich, ma per la progettazione delle piastre veniva proprosto il metodo di Wood e Armer[20]. Questo metodo era ampiamente adottato per tenere conto dei momenti torsionali nelle solette, fornendo un criterio di progettazione basato sulla combinazione dei momenti flettenti attraverso l'addizione vettoriale.
Il metodo consiste nella determinazione di due momenti fittizi, uno per ciascuna delle due direzioni ortogonali dell'armatura (di solito le direzioni x e y). Questi momenti fittizi vengono calcolati tenendo

16 International Federation for Structural Concrete (fib), 2020. fib Model Code for Concrete Structures 2020. Lausanne: fib.

17 European Committee for Standardization (CEN), 2024. Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings, bridges and civil engineering structures. Brussels: CEN.

18 Hernández-Montes, E., Carbonell-Márquez, J.F., & Gil-Martín, L.M., 2014. Limits to the strength design of reinforced concrete shells and slabs. Engineering Structures, 61, pp.184-194.

19 European Committee for Standardization (CEN), 2004. EN 1992-1-1:2004 (English) - Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels: CEN.

20 Wood, R.H., 1968. The reinforcement of slabs in accordance with a pre-determined field of moments. Concrete, 2(2), pp.69-76.

conto non solo del momento flettente rispetto alla direzione delle barre di armatura, ma anche del momento torcenti ortogonale, ovvero il momento causato dalla torsione nella soletta.
Con l'evoluzione delle normative, è stato introdotto il modello sandwich, che offre un approccio più sofisticato nella valutazione del comportamento strutturale delle solette, evitando tutte le problematiche del metodo di WA[21]. Tuttavia, il metodo rimane ancora oggi un riferimento importante, e molti software commerciali continuano a utilizzarlo per la determinazione delle armature minime.

3.1.2 Modello sandwich

In letteratura sono state sviluppate diverse tecniche per affrontare questa problematica. Uno dei metodi più noti è quello proposto da Brondum-Nielsen[22] , implementato in software di progettazione strutturale come SAP2000. Questo modello considera il guscio come un elemento sandwich a tre strati, in cui: gli strati esterni sopportano le forze membranali e flessionali, trascurando il taglio; ogni strato è costituito da una rete ortogonale di armatura.
Risulta particolarmente utile, ai fini dell'analisi condotta, fare riferimento anche agli studi di Leonhardt e Mönnig[23] relativi al comportamento delle lastre in cemento armato con singolo strato di armatura. Tali contributi forniscono indicazioni fondamentali per comprendere la distribuzione degli sforzi, la deformabilità e i criteri di progetto di queste strutture.
Successivamente, Gupta[24] ha esteso il lavoro di Brondum-Nielsen introducendo un metodo iterativo per affinare la soluzione, mentre Marti[25] ha assegnato allo strato interno il compito di supportare lo sforzo di taglio fuori piano, completando così il modello iniziale.
Tra gli altri studi di rilievo si segnalano quelli di Lourenço e Figuerias[26][27], Min[28][29][30][31], di Bertagnoli e altri[32]; tutti con le ipotesi di stress uniforme nel puntone compresso nella profondità dello strato; la considerazione della tensione di snervamento nell'acciaio; la trascurabilità della tensione di trazione nel calcestruzzo e della tensione di compressione nell'acciaio.

---

21 Lodi, S.H., 1997. Reinforced concrete slab elements under bending and twisting moments. PhD thesis, Heriot-Watt University.

22 Brøndum-Nielsen, T., 1974. Optimum Design of Reinforced Concrete Shells and Slabs. Structural Research Laboratory, Technical University of Denmark.

23 Leonhardt, F. & Mönnig, E., 1975. C.A. & C.A.P. Calcolo di progetto e tecniche costruttive. Vol. 2. Trad. di R. Mariani. Milano: Studio M & B.

24 Gupta AK., 1986. Combined membrane and flexural reinforcement in plates and shells. ASCE J Struct Div, 112(3):550–7.

25 Marti, P., 1990. Design of concrete slabs for transverse shear. ACI Structural Journal, 87(2), pp.180-190.

26 Lourenço PB, Figuerias JA., 1993. Automatic design of reinforcement in concrete plates and shells. Eng Comput, 10(6):519–23.

27 Lourenço PB, Figueiras JA., 1995. Solution for the design of reinforcement concrete plates and shells. J Struct Eng ASCE, 121(5):815–9.

28 Min CS, 2004. Design and ultimate behaviour of RC plates and shells. Nucl Eng Des, 228:207–17.

29 Min CS, Gupta AK, 1992. A study of inelastic behaviour of reinforced concrete shells using supercomputers. Technical Report. Raileigh (NC): North Carolina State University.

30 Min CS, Gupta AK, 1995. Vector algorithm for layered reinforced concrete shell element stiffness matrix. Struct Eng Mech, 3(2):12–172.

31 Min CS, Gupta AK, 1996. Inelastic vector finite element analysis of RC shells. Struct Eng Mech, 4(2):10–139.

32 Bertagnoli G, Giordano L, Mancini S, 2012. Design and optimization of skew reinforcement in concrete shells. Struct Concr, 13(4):248–58.

Una delle principali difficoltà di questi modelli risiede nella determinazione della profondità di compressione del puntone compresso, parametro essenziale per una progettazione accurata. Tuttavia, data la complessità del problema, non è possibile trattarlo come un valore di input noto a priori.

3.1.3 Confronto tra modelli

Il confronto tra i due metodi risulta piuttosto evidente, poiché il metodo di WA non tiene conto delle forze membranali, mentre il modello sandwich le include nella sua formulazione. Di conseguenza, per gusci sollecitati esclusivamente da momenti flettenti e torcenti, l'applicazione del metodo di WA può essere considerata adeguata. Tuttavia, qualora negli elementi siano presenti forze di trazione o compressione rilevanti, diventa indispensabile includerle nel modello, rendendo necessario l'uso di un approccio più completo come quello del modello sandwich.
Questa distinzione è cruciale per garantire una corretta valutazione del comportamento strutturale, in quanto le forze membranali possono influenzare in modo significativo la distribuzione degli sforzi e la risposta dell'elemento sotto carico. Pertanto, la scelta del metodo di calcolo deve essere effettuata in funzione delle condizioni di sollecitazione prevalenti nel problema analizzato.

3.2 Modello sandwich

Nel presente lavoro si propone un metodo pratico, che evita l'uso di procedure iterative e semplifica il predimensionamento delle armature. La strategia adottata prevede: l'assunzione della profondità di compressione del puntone pari al doppio del copriferro; l'utilizzo dello stesso spessore degli strati in entrambe le direzioni del guscio, nonostante la disposizione dell'armatura possa trovarsi su livelli differenti.

3.2.1 Procedimento

I *software* di analisi strutturale basati sul metodo degli elementi finiti *FEM*, comunemente utilizzati per lo studio delle piastre, forniscono come output grandezze fondamentali quali le forze interne per unità di lunghezza (N_1, N_2, N_{12}, V_1, V_2) e i momenti flettenti (M_1, M_2 M_{12}). Questi risultati rappresentano il punto di partenza per l'applicazione del modello sandwich.

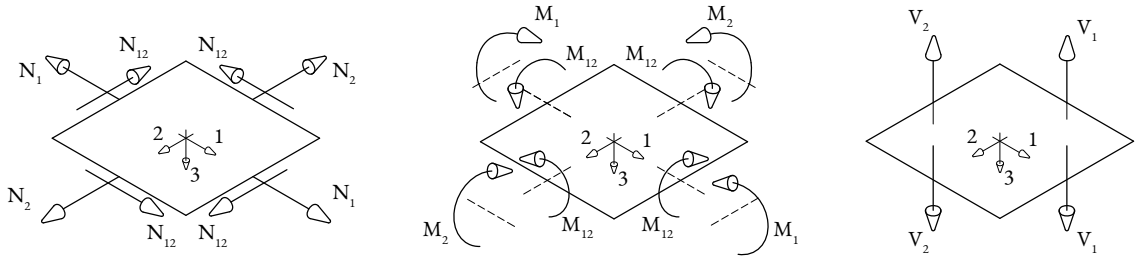

Figura 3.1 - Forze interne elemento shell

Per suddividere le forze nei vari strati è indispensabile andare a definire la geometria della piastra e delle armature presenti all'interno di essa.

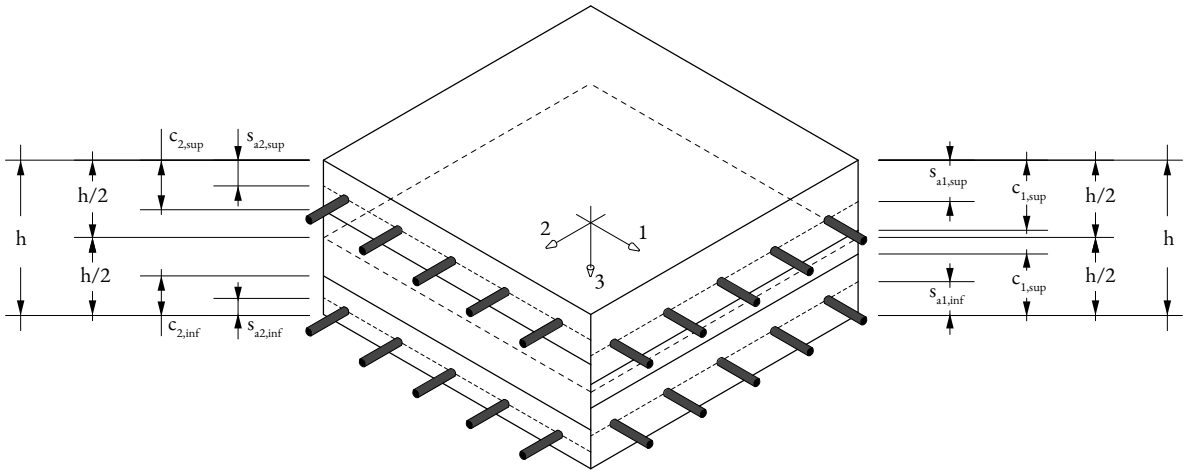

Figura 3.2 - Geometria reale

Per determinare la geometria del modello, si sono utilizzate esclusivamente medie aritmetiche sulle grandezze geometriche rilevanti. Ad esempio, lo spessore dello strato superiore c_{sup} è stato calcolato come la media tra $c_{1,sup}$ e $c_{2,sup}$, dove $c_{1,sup}$ è stato assunto pari al doppio del copriferro dell'armatura superiore nella direzione 1, mentre $c_{2,sup}$ è stato assunto pari al doppio del copriferro dell'armatura superiore nella direzione 1.

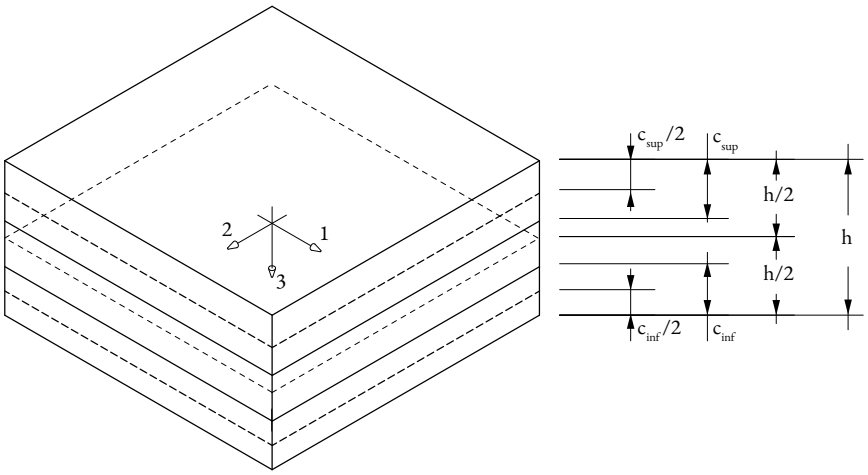

Figura 3.3 - Geometria modello sandwich

Per ottenere un calcolo più accurato, è necessario considerare l'incremento delle forze derivanti dalla posizione non baricentrica dell'armatura rispetto all'elemento *shell*. Questo disallineamento può generare effetti aggiuntivi che non vengono catturati da un'analisi semplificata.
Per tenere conto di questo sfasamento[33], si potrebbe eseguire un secondo calcolo, in cui, una volta determinate le forze agenti sulle armature considerate come baricentriche, si effettui un incremento proporzionale all'aliquota necessaria per garantire l'equilibrio dell'elemento. In questo modo, il modello di calcolo risulterebbe più aderente alla realtà fisica del problema, permettendo una valutazione più precisa della distribuzione degli sforzi e dei conseguenti effetti strutturali.
Nel modello presentato in questo elaborato, tali effetti vengono trascurati e si assume che le armature siano collocate in corrispondenza del baricentro dell'elemento *shell*. Questa semplificazione consente di ridurre la complessità computazionale dell'analisi, pur introducendo una certa approssimazione nella stima delle forze interne.
Una volta ottenuta la geometria completa del modello a tre strati è possibile scomporre le forze derivanti dall'analisi *FEM*.

$$F_{N1,top} = \frac{N_1 \cdot \left(h - \left(h - \frac{c_{inf}}{2}\right)\right)}{h - \frac{c_{inf}}{2} - \frac{c_{sup}}{2}} \qquad F_{N1,bottom} = \frac{N_1 \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{c_{sup}}{2}\right)}{h - \frac{c_{inf}}{2} - \frac{c_{sup}}{2}} \tag{3.1}$$

$$F_{N2,top} = \frac{N_2 \cdot \left(h - \left(h - \frac{c_{inf}}{2}\right)\right)}{h - \frac{c_{inf}}{2} - \frac{c_{sup}}{2}} \qquad F_{N2,bottom} = \frac{N_2 \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{c_{sup}}{2}\right)}{h - \frac{c_{inf}}{2} - \frac{c_{sup}}{2}} \tag{3.2}$$

33 Craveiro, M.V., Bittencourt, T.N., & Della Bella, J.C., 2021. Design and verification of reinforced concrete shell elements. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, 14(3), e14305. Available at: https://doi.org/10.1590/S1983-41952021000300005

$$F_{N12,top} = \frac{N_{12} \cdot \left(h - \left(h - \frac{c_{inf}}{2}\right)\right)}{h - \frac{c_{inf}}{2} - \frac{c_{sup}}{2}} \qquad F_{N12,bottom} = \frac{N_{12} \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{c_{sup}}{2}\right)}{h - \frac{c_{inf}}{2} - \frac{c_{sup}}{2}} \tag{3.3}$$

$$F_{M1,top} = -\frac{M_1}{h - \frac{c_{inf}}{2} - \frac{c_{sup}}{2}} \qquad F_{M1,bottom} = \frac{M_1}{h - \frac{c_{inf}}{2} - \frac{c_{sup}}{2}} \tag{3.4}$$

$$F_{M2,top} = -\frac{M_2}{h - \frac{c_{inf}}{2} - \frac{c_{sup}}{2}} \qquad F_{M2,bottom} = \frac{M_2}{h - \frac{c_{inf}}{2} - \frac{c_{sup}}{2}} \tag{3.5}$$

$$F_{M12,top} = -\frac{M_{12}}{h - \frac{c_{inf}}{2} - \frac{c_{sup}}{2}} \qquad F_{M12,bottom} = \frac{M_{12}}{h - \frac{c_{inf}}{2} - \frac{c_{sup}}{2}} \tag{3.6}$$

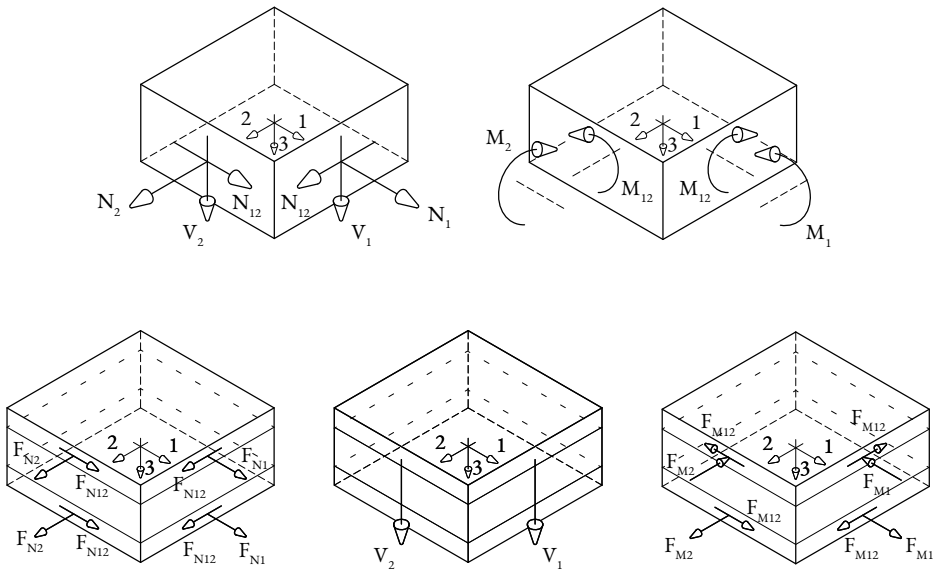

Figura 3.4 - Scomposizione forze

3.2.2 Ipotesi di calcolo

Un elemento piano in calcestruzzo armato soggetto esclusivamente a forze membranali si comporta come un sistema bidimensionale in cui le sollecitazioni si distribuiscono internamente in funzione delle condizioni al contorno. Per comprendere il comportamento del materiale e determinare la quantità e la disposizione dell'armatura necessaria, è fondamentale partire dal calcolo delle forze interne e, successivamente, delle tensioni nei materiali costituenti.

L'ipotesi adottata prevede che il calcestruzzo non reagisca a trazione, il che implica che nelle zone tese si possano formare fessure, mentre le armature lavorano solo a trazione e non offrono resistenza

alla compressione. Questo porta a un modello di equilibrio basato sulla formazione di puntoni in calcestruzzo per la compressione e tiranti in acciaio per la trazione. L'obiettivo dell'analisi è identificare in quali regioni dell'elemento si manifestano tensioni di trazione e stabilire l'armatura necessaria per garantire la resistenza strutturale.
La determinazione delle forze interne avviene a partire dalle condizioni di equilibrio e dai carichi di progetto. Ogni configurazione dipende dalle sollecitazioni imposte e dalle modalità di vincolo dell'elemento. In ogni elemento si assume la presenza di una fessura con un'inclinazione che può essere fissata per ottimizzare la progettazione o variabile in funzione delle sollecitazioni applicate. L'inclinazione della fessura influisce direttamente sulla distribuzione delle forze interne e sulla ripartizione degli sforzi tra il calcestruzzo e le armature. Lungo la fessura si genera un concio di equilibrio, in cui vengono calcolate le forze agenti sulle armature. Queste ultime, essendo gli unici elementi in grado di sopportare la trazione, assumono il ruolo di tiranti, bilanciando le azioni che altrimenti non potrebbero essere sostenute dal calcestruzzo. L'analisi di questo concio permette di determinare le tensioni nelle barre d'acciaio e di dimensionare correttamente la quantità di armatura necessaria. Perpendicolarmente alla fessura si identifica un secondo concio, in cui si valuta la capacità portante del calcestruzzo compresso. In questa regione si sviluppa il cosiddetto puntone in calcestruzzo, che trasmette le forze di compressione attraverso il materiale. La resistenza del puntone dipende dalla capacità del calcestruzzo di sopportare gli sforzi di compressione, tenendo conto dell'angolo di inclinazione della fessura.

3.2.3 Casistiche

L'analisi si sviluppa attraverso una suddivisione sistematica delle diverse casistiche di carico. Per una trattazione chiara del fenomeno, nelle formule di calcolo i valori vengono considerati in valore assoluto, senza segni convenzionali, in modo da evitare ambiguità interpretative e facilitare la comprensione dei meccanismi resistenti.
Nelle pagine successive vengono analizzate in dettaglio tutte le possibili configurazioni di carico, con l'obiettivo di fornire una panoramica chiara e completa del problema.

3.2.3.1 Caso 1

Quando si ha una trazione sia lungo la direzione 1, sia lungo la direzione 2 e la forza tagliante è positiva, si ha il caso 1, in cui l'armatura in direzione 1 e 2 è indispensabile. L'ampiezza dell'angolo di fessurazione θ, per limitare l'utilizzo dell'armatura e limitare l'intensità della forza di compressione nel puntone in calcestruzzo, è consigliato considerarlo di 45°.

$$\theta = \frac{\pi}{4} \tag{3.7}$$

$$F_{a1} = \frac{F_1 \operatorname{sen}(\theta) + F_{12} \cos(\theta)}{\operatorname{sen}(\theta)} \tag{3.8}$$

$$F_{a2} = \frac{F_{12} \operatorname{sen}(\theta) + F_2 \cos(\theta)}{\cos(\theta)} \tag{3.9}$$

$$F_c = \frac{F_{12} \cos(\theta)}{\cos^2(\theta) \operatorname{sen}(\theta)} \tag{3.10}$$

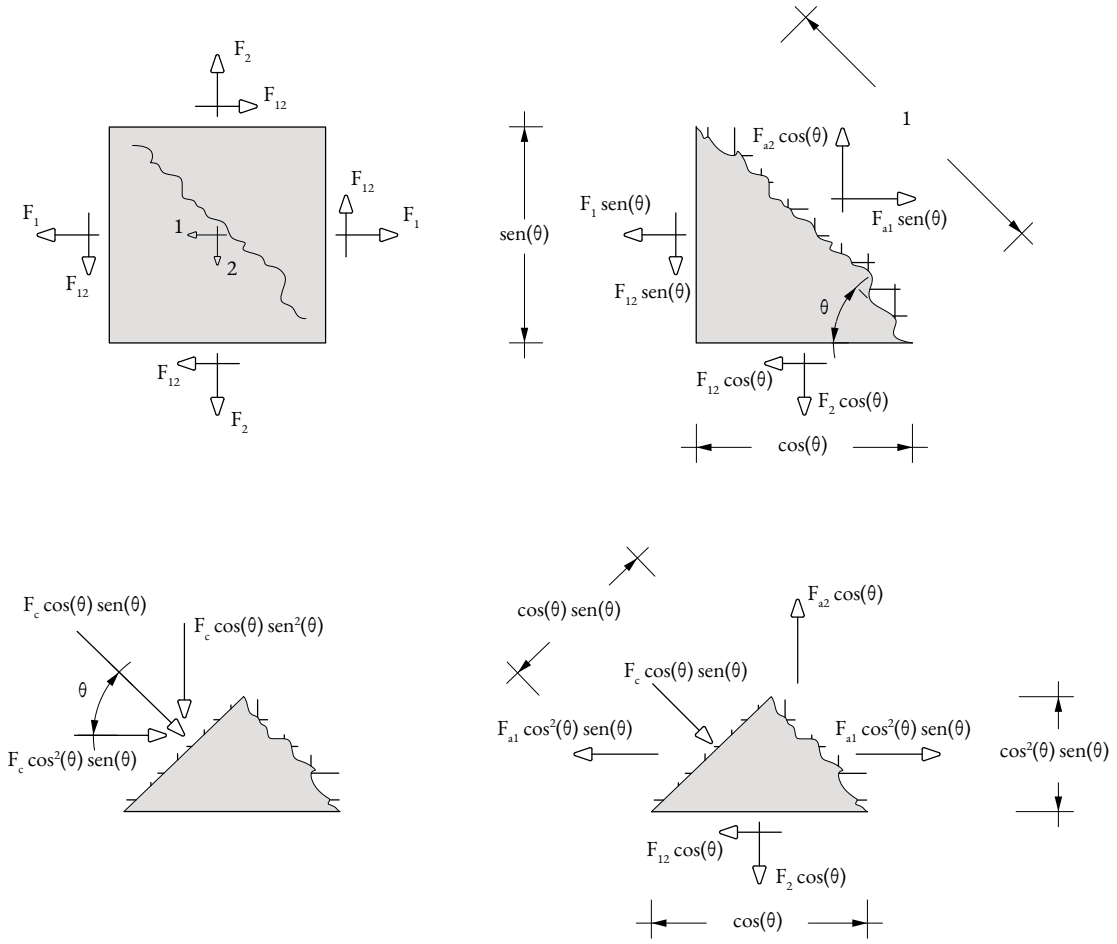

Figura 3.5 - Forze membranali - Caso 1

3.2.3.2 Caso 2

Quando si ha una trazione sia lungo la direzione 1, sia lungo la direzione 2 e la forza tagliante è negativa, si ha il caso 2, in cui l'armatura in direzione 1 e 2 è indispensabile. L'ampiezza dell'angolo di fessurazione θ, per limitare l'utilizzo dell'armatura e limitare l'intensità della forza di compressione nel puntone in calcestruzzo, è consigliato considerarlo di 45°.

$$\theta = \frac{\pi}{4} \tag{3.11}$$

$$F_{a1} = \frac{F_1 \operatorname{sen}(\theta) + F_{12} \cos(\theta)}{\operatorname{sen}(\theta)} \tag{3.12}$$

$$F_{a2} = \frac{F_{12} \operatorname{sen}(\theta) + F_2 \cos(\theta)}{\cos(\theta)} \tag{3.13}$$

$$F_c = \frac{F_{12} \cos(\theta)}{\cos^2(\theta) \operatorname{sen}(\theta)} \tag{3.14}$$

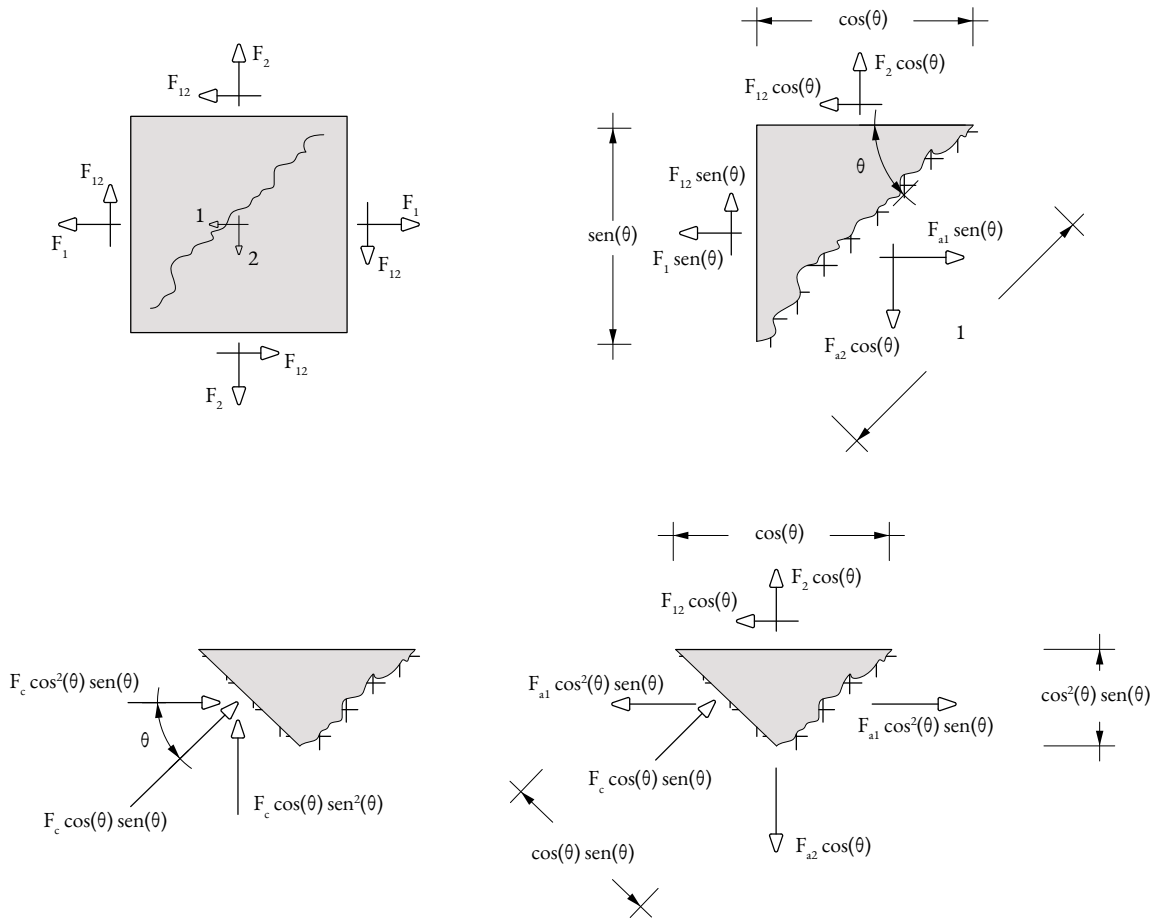

Figura 3.6 - Forze membranali - Caso 2

3.2.3.3 Caso 3a

Quando si ha una trazione lungo la direzione 2, compressione lungo l'asse 1 e la forza tagliante è inferiore in valore assoluto alla forza di compressione si ha il caso 3a, in cui l'armatura in direzione 1 non è indispensabile. Le forze in direzione 1 devono essere in equilibrio tra di loro, l'ampiezza dell'angolo di fessurazione θ è quindi in funzione delle forze F_1 e F_{12}.

$$F_{a1} = 0 \quad \text{se} \quad F_1 \geq F_{12} \tag{3.15}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{F_{12}}{F_1}\right) \tag{3.16}$$

$$F_{a1} = 0 \tag{3.17}$$

$$F_{a2} = \frac{F_{12}\,\text{sen}(\theta) + F_2\cos(\theta)}{\cos(\theta)} \tag{3.18}$$

$$F_c = \frac{F_{12}\cos(\theta)}{\cos^2(\theta)\,\text{sen}(\theta)} \tag{3.19}$$

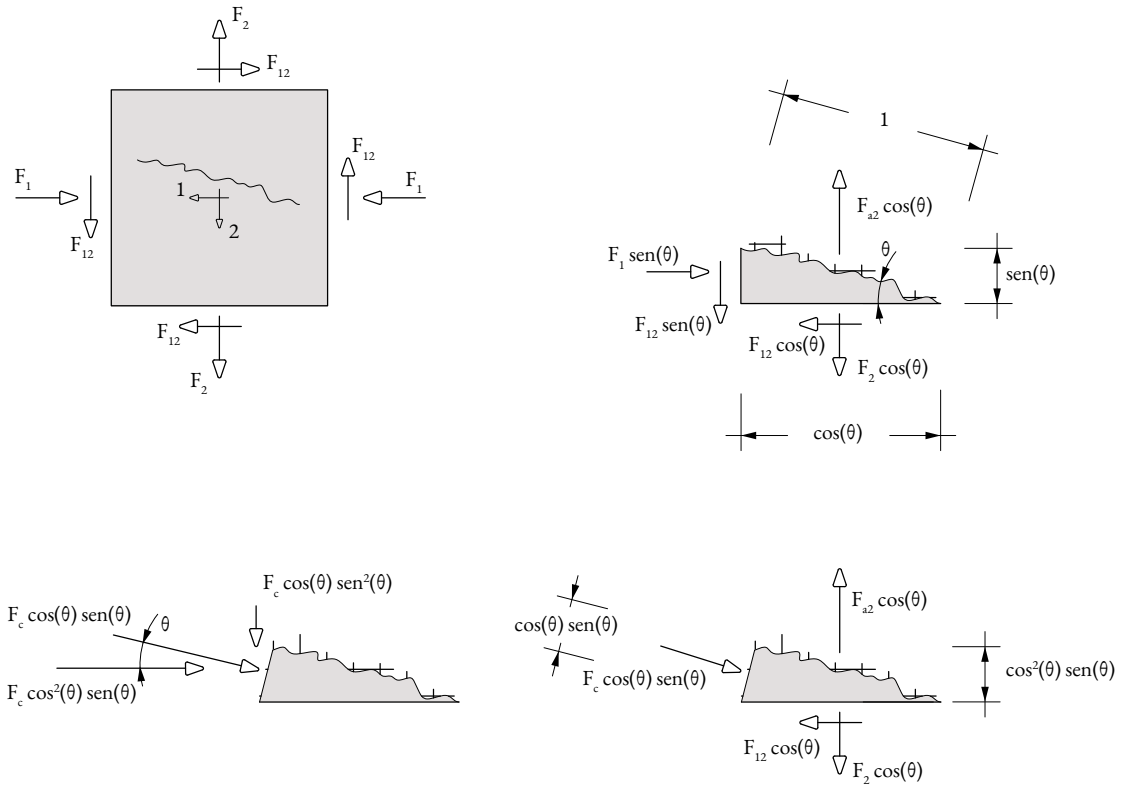

Figura 3.7 - Forze membranali - Caso 3a

3.2.3.4 Caso 3b

Quando si ha una trazione lungo la direzione 2, compressione lungo la direzione 1 e la forza tagliante è superiore in valore assoluto alla forza di compressione si ha il caso 3b, in cui l'armatura in direzione 1 e 2 è indispensabile. L'ampiezza dell'angolo di fessurazione θ, per limitare l'utilizzo dell'armatura e limitare l'intensità della forza di compressione nel puntone in calcestruzzo, è consigliato considerarlo di 45°.

$$F_{a1} \neq 0 \quad \text{se} \quad F_{12} \geq F_1 \tag{3.20}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4} \tag{3.21}$$

$$F_{a1} = \frac{-F_1 \operatorname{sen}(\theta) + F_{12} \cos(\theta)}{\operatorname{sen}(\theta)} \tag{3.22}$$

$$F_{a2} = \frac{F_{12} \operatorname{sen}(\theta) + F_2 \cos(\theta)}{\cos(\theta)} \tag{3.23}$$

$$F_c = \frac{F_{12} \cos(\theta)}{\cos^2(\theta) \operatorname{sen}(\theta)} \tag{3.24}$$

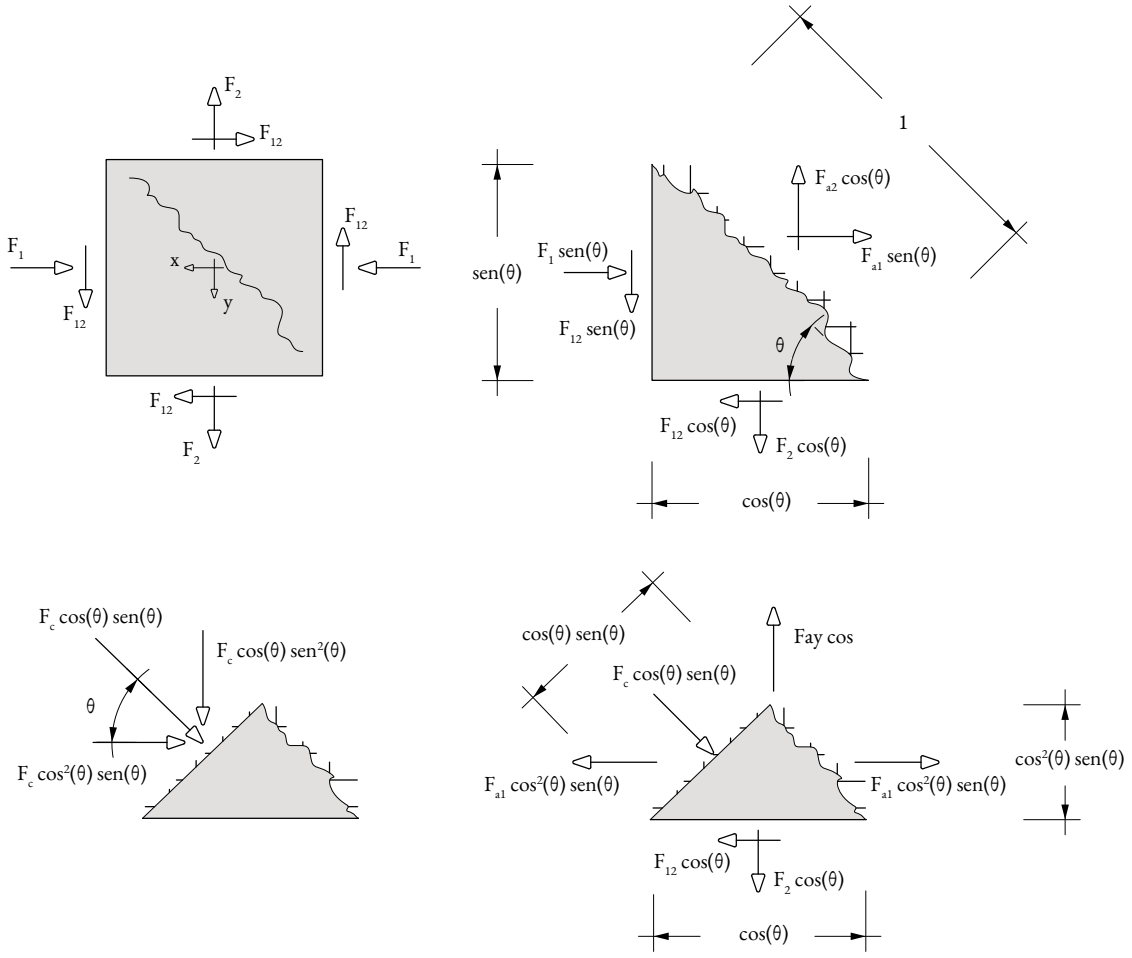

Figura 3.8 - Forze membranali - Caso 3b

3.2.3.5 Caso 4a

Quando si ha una trazione lungo la direzione 2, compressione lungo l'asse 1 e la forza tagliante è inferiore in valore assoluto alla forza di compressione si ha il caso 4a, in cui l'armatura in direzione 1 non è indispensabile. Le forze in direzione 1 devono essere in equilibrio tra di loro, l'ampiezza dell'angolo di fessurazione θ è quindi in funzione delle forze F_1 e F_{12}.

$$F_{a1} = 0 \quad \text{se} \quad F_1 \geq F_{12} \tag{3.25}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{F_{12}}{F_1}\right) \tag{3.26}$$

$$F_{a1} = 0 \tag{3.27}$$

$$F_{a2} = \frac{F_{12}\,\text{sen}(\theta) + F_2\cos(\theta)}{\cos(\theta)} \tag{3.28}$$

$$F_c = \frac{F_{12}\cos(\theta)}{\cos^2(\theta)\,\text{sen}(\theta)} \tag{3.29}$$

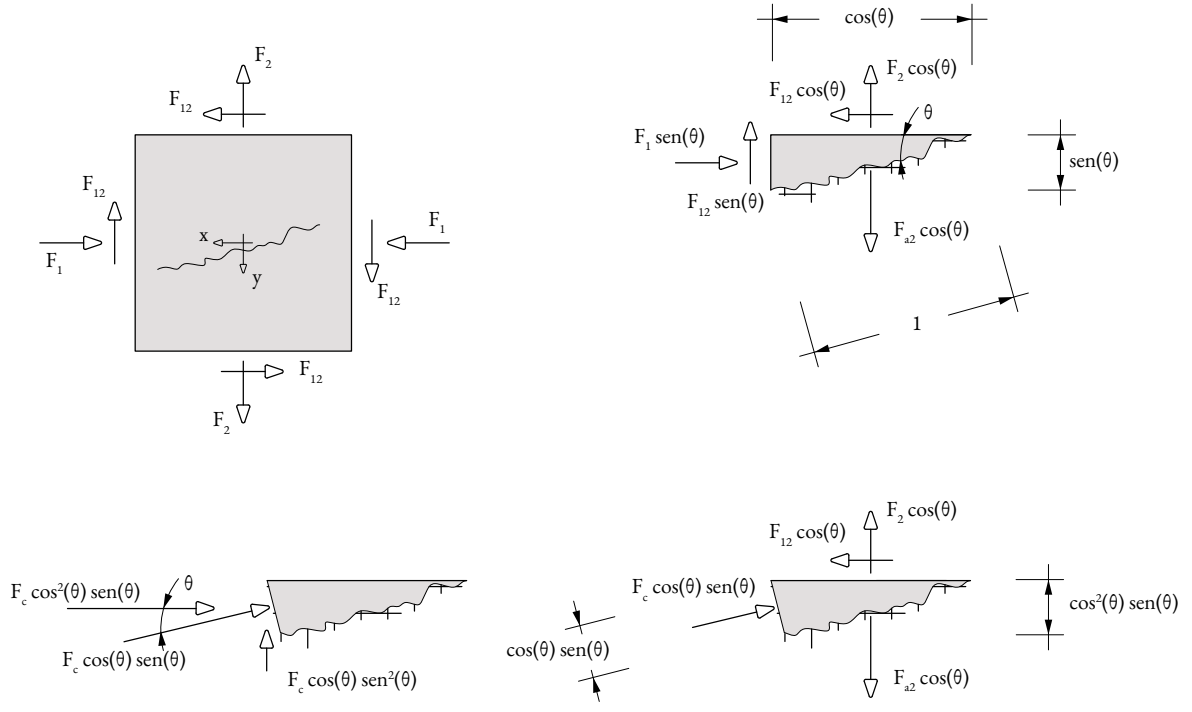

Figura 3.9 - Forze membranali - Caso 4a

3.2.3.6 Caso 4b

Quando si ha una trazione lungo la direzione 2, compressione lungo la direzione 1 e la forza tagliante è superiore in valore assoluto alla forza di compressione si ha il caso 4b, in cui l'armatura in direzione 1 e 2 è indispensabile. L'ampiezza dell'angolo di fessurazione θ, per limitare l'utilizzo dell'armatura e limitare l'intensità della forza di compressione nel puntone in calcestruzzo, è consigliato considerarlo di 45°.

$$F_{a1} \neq 0 \quad \text{se} \quad F_{12} \geq F_1 \tag{3.30}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4} \tag{3.31}$$

$$F_{a1} = \frac{-F_1 \operatorname{sen}(\theta) + F_{12} \cos(\theta)}{\operatorname{sen}(\theta)} \tag{3.32}$$

$$F_{a2} = \frac{F_{12} \operatorname{sen}(\theta) + F_2 \cos(\theta)}{\cos(\theta)} \tag{3.33}$$

$$F_c = \frac{F_{12} \cos(\theta)}{\cos^2(\theta) \operatorname{sen}(\theta)} \tag{3.34}$$

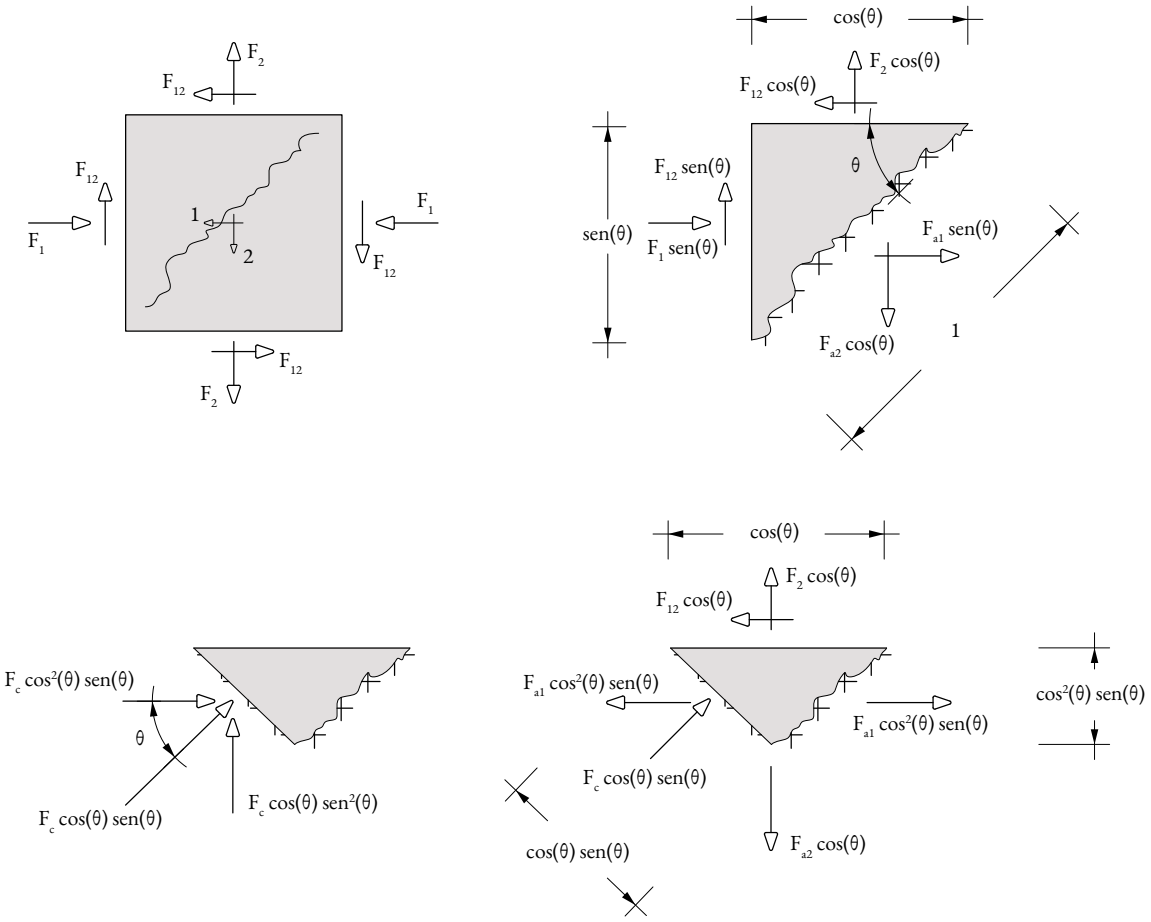

Figura 3.10 - Forze membranali - Caso 4b

3.2.3.7 Caso 5a

Quando si ha una trazione lungo la direzione 1, compressione lungo l'asse 2 e la forza tagliante è inferiore in valore assoluto alla forza di compressione si ha il caso 5a, in cui l'armatura in direzione 2 non è indispensabile. Le forze in direzione 2 devono essere in equilibrio tra di loro, l'ampiezza dell'angolo di fessurazione θ è quindi in funzione delle forze F_2 e F_{12}.

$$F_{a2} = 0 \quad \text{se} \quad F_2 \geq F_{12} \tag{3.35}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{F_{12}}{F_2}\right) \tag{3.36}$$

$$F_{a1} = \frac{F_{12}\,\text{sen}(\theta) + F_1\cos(\theta)}{\cos(\theta)} \tag{3.37}$$

$$F_{a2} = 0 \tag{3.38}$$

$$F_c = \frac{F_{12}\cos(\theta)}{\cos^2(\theta)\,\text{sen}(\theta)} \tag{3.39}$$

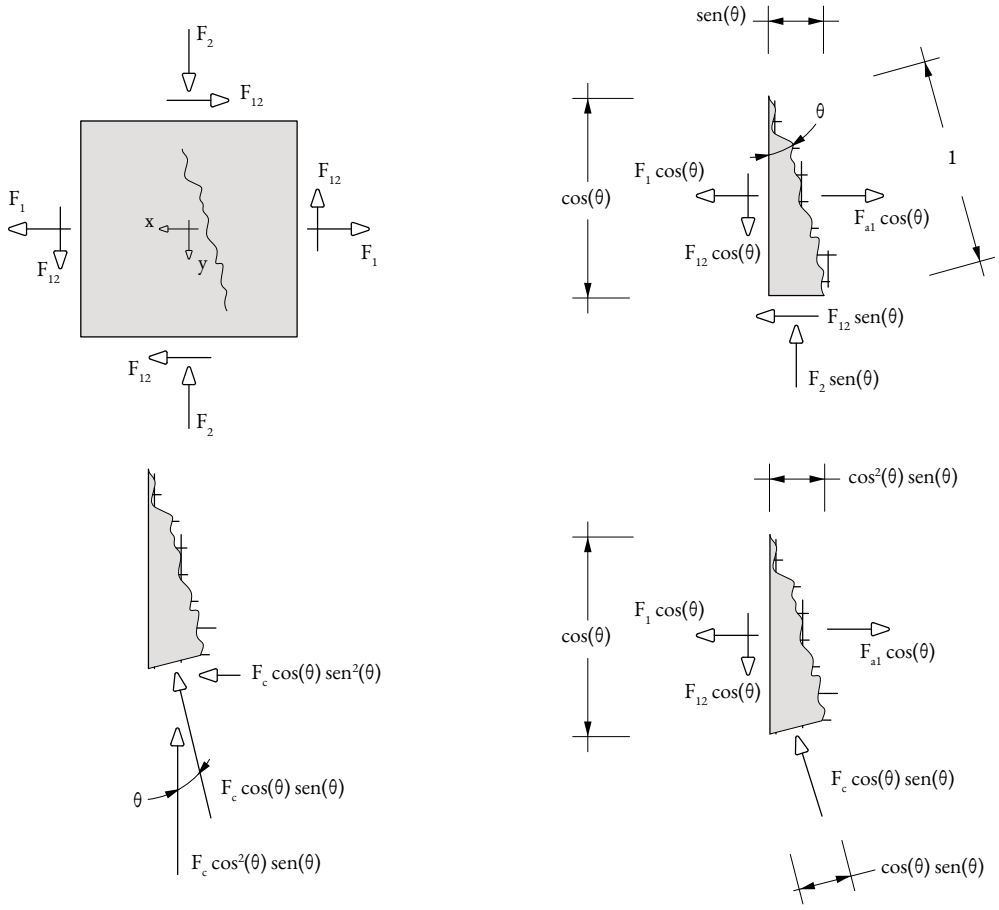

Figura 3.11 - Forze membranali - Caso 5a

3.2.3.8 Caso 5b

Quando si ha una trazione lungo la direzione 1, compressione lungo la direzione 2 e la forza tagliante è superiore in valore assoluto alla forza di compressione si ha il caso 5b, in cui l'armatura in direzione 1 e 2 è indispensabile. L'ampiezza dell'angolo di fessurazione θ, per limitare l'utilizzo dell'armatura e limitare l'intensità della forza di compressione nel puntone in calcestruzzo, è consigliato considerarlo di 45°.

$$F_{a2} \neq 0 \quad \text{se} \quad F_{12} \geq F_2 \tag{3.40}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4} \tag{3.41}$$

$$F_{a1} = \frac{F_{12}\,\text{sen}(\theta) - F_1\cos(\theta)}{\cos(\theta)} \tag{3.42}$$

$$F_{a2} = \frac{F_2\,\text{sen}(\theta) + F_{12}\cos(\theta)}{\text{sen}(\theta)} \tag{3.43}$$

$$F_c = \frac{F_{12}\cos(\theta)}{\cos^2(\theta)\,\text{sen}(\theta)} \tag{3.44}$$

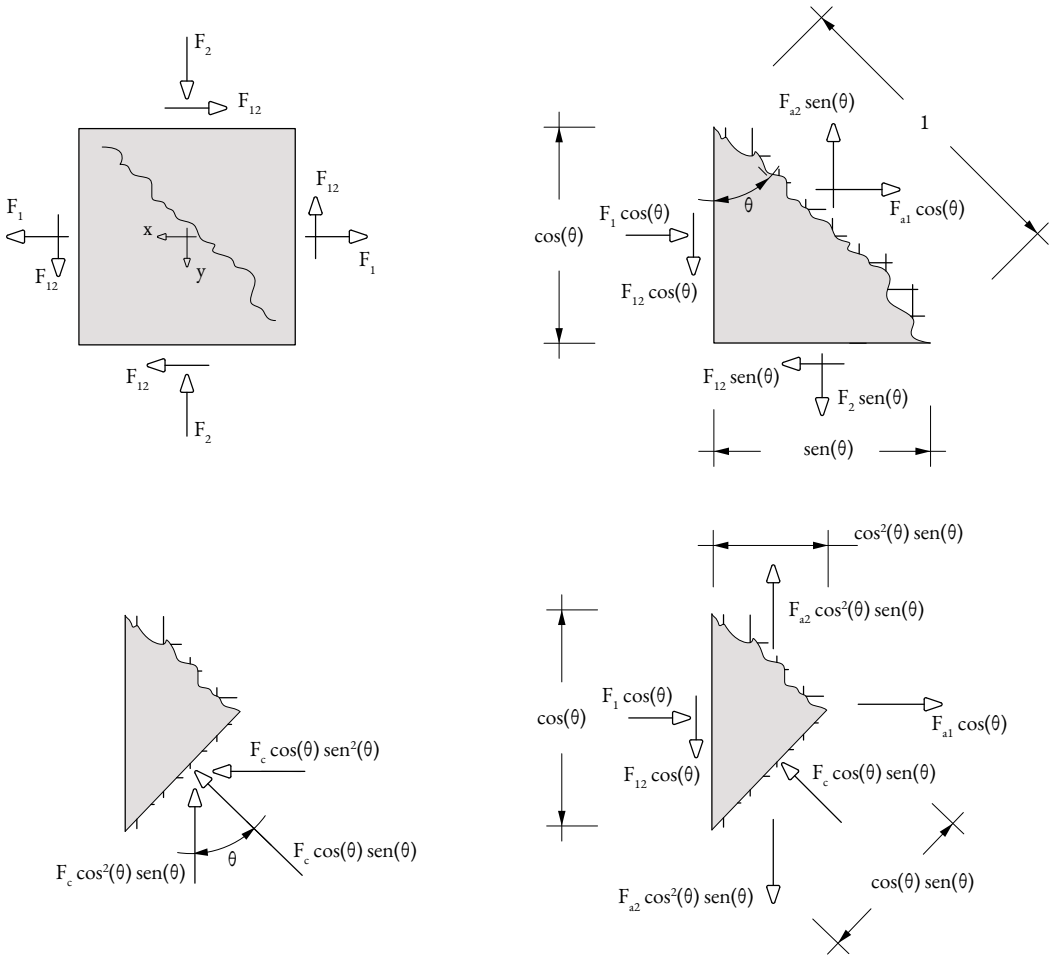

Figura 3.12 - Forze membranali - Caso 5b

3.2.3.9 Caso 6a

Quando si ha una trazione lungo la direzione 1, compressione lungo l'asse 2 e la forza tagliante è inferiore in valore assoluto alla forza di compressione si ha il caso 6a, in cui l'armatura in direzione 2 non è indispensabile. Le forze in direzione 2 devono essere in equilibrio tra di loro, l'ampiezza dell'angolo di fessurazione θ è quindi in funzione delle forze F_2 e F_{12}.

$$F_{a2} = 0 \quad \text{se} \quad F_2 \geq F_{12} \tag{3.45}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{F_2}{F_{12}}\right) \tag{3.46}$$

$$F_{a1} = \frac{F_1 \operatorname{sen}(\theta) + F_{12}\cos(\theta)}{\operatorname{sen}(\theta)} \tag{3.47}$$

$$F_{a2} = 0 \tag{3.48}$$

$$F_c = \frac{F_{12}\cos(\theta)}{\cos^2(\theta)\operatorname{sen}(\theta)} \tag{3.49}$$

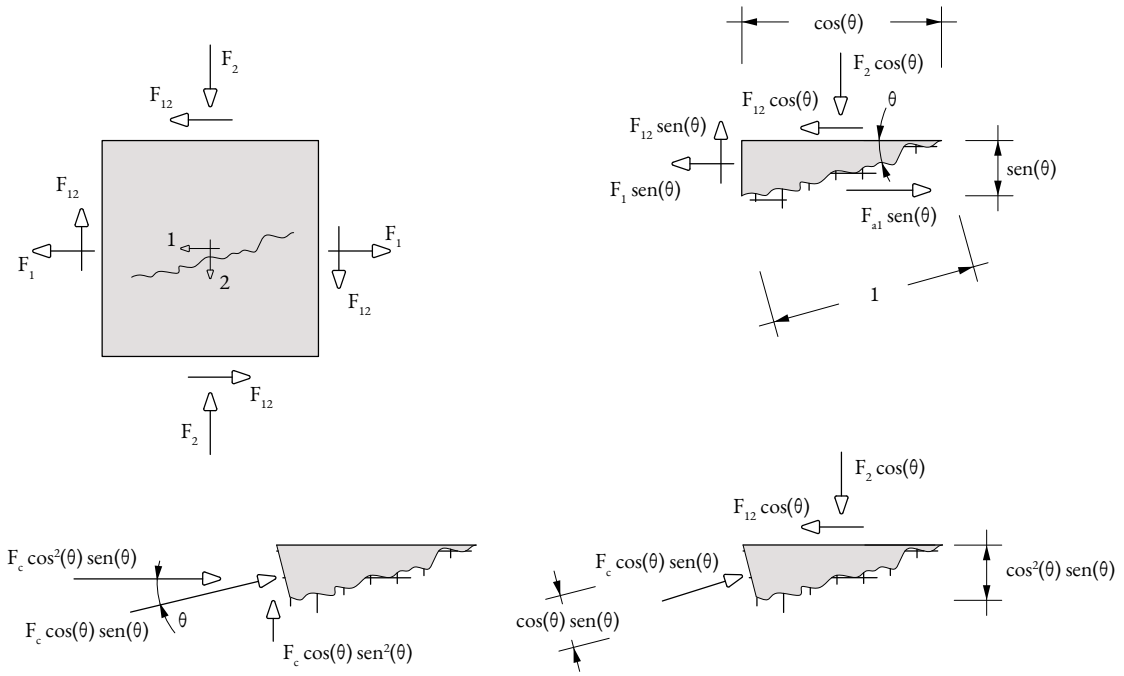

Figura 3.13 - Forze membranali - Caso 6a

3.2.3.10 Caso 6b

Quando si ha una trazione lungo la direzione 1, compressione lungo la direzione 2 e la forza tagliante è superiore in valore assoluto alla forza di compressione si ha il caso 6b, in cui l'armatura in direzione 1 e 2 è indispensabile. L'ampiezza dell'angolo di fessurazione θ, per limitare l'utilizzo dell'armatura e limitare l'intensità della forza di compressione nel puntone in calcestruzzo, è consigliato considerarlo di 45°.

$$F_{a2} \neq 0 \quad \text{se} \quad F_{12} \geq F_2 \tag{3.50}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4} \tag{3.51}$$

$$F_{a1} = \frac{F_1 \operatorname{sen}(\theta) + F_{12} \cos(\theta)}{\operatorname{sen}(\theta)} \tag{3.52}$$

$$F_{a2} = \frac{F_{12} \operatorname{sen}(\theta) - F_2 \cos(\theta)}{\cos(\theta)} \tag{3.53}$$

$$F_c = \frac{F_{12} \cos(\theta)}{\cos^2(\theta) \operatorname{sen}(\theta)} \tag{3.54}$$

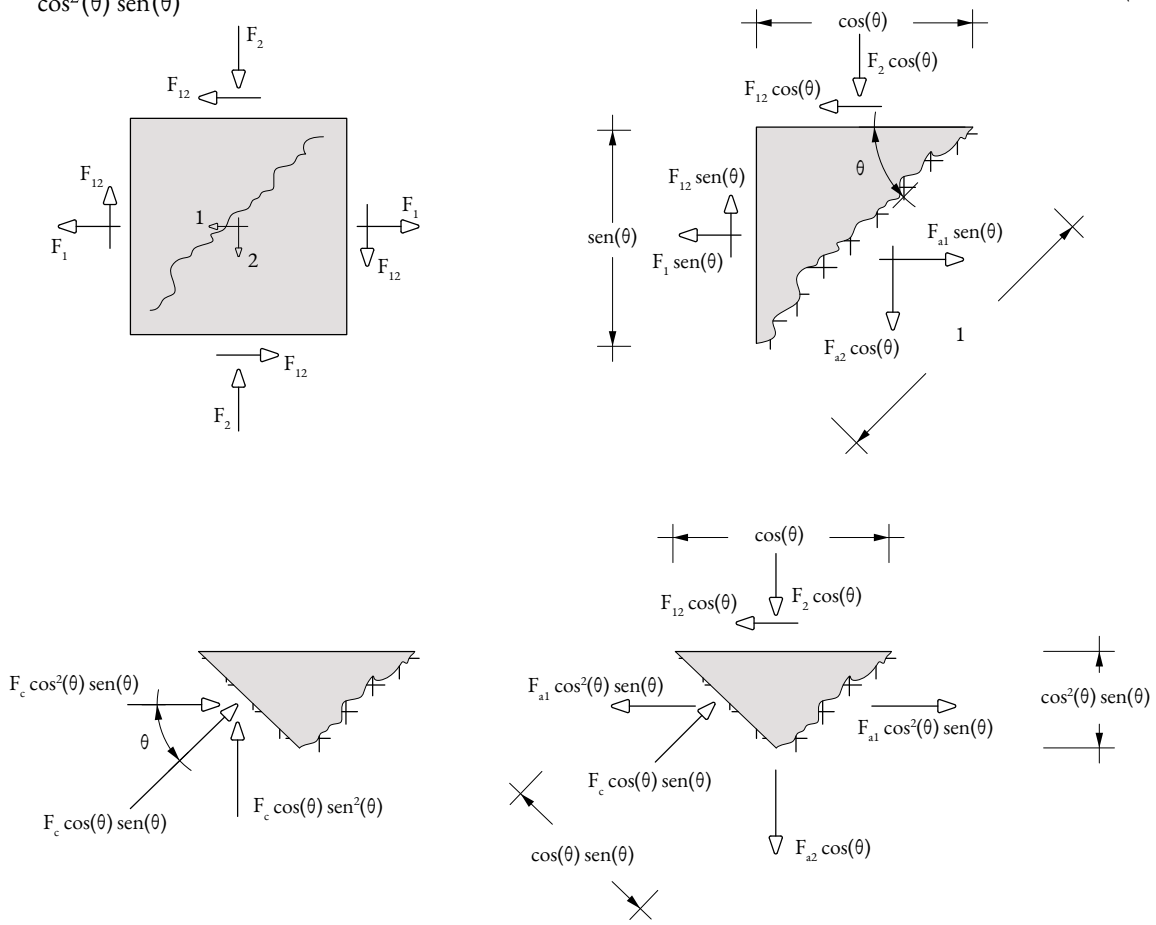

Figura 3.14 - Forze membranali - Caso 6b

3.2.3.11 Caso 7a

Quando si ha una compressione sia lungo la direzione 1, sia lungo la direzione 2, la forza tagliante è positiva e inferiore in valore assoluto a F_1 e F_2, si ha il caso 7a, in cui l'armatura in direzione 1 e 2 non è indispensabile.
Si può considerare il concio perpendicolare alla fessura e imporre così l'equilibrio, risolvendo il sistema di equazioni non lineari, si hanno due soluzioni; si considera la soluzione in cui la forza sul calcestruzzo è maggiore.

$$F_{a1} = 0 \quad \text{se} \quad F_1 \geq F_{12} \tag{3.55}$$

$$F_{a2} = 0 \quad \text{se} \quad F_2 \geq F_{12} \tag{3.56}$$

$$\begin{cases} F_c \,\text{sen}(\theta) - F_1 \,\text{sen}(\theta) - F_{12} \cos(\theta) = 0 \\ F_c \cos(\theta) - F_{12} \,\text{sen}(\theta) - F_2 \cos(\theta) = 0 \\ \text{sen}^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1 \end{cases} \tag{3.57}$$

$$\tan(\theta) = \frac{(F_2 - F_1) \pm \sqrt{(F_2 - F_1)^2 + 4 F_{12}}}{2 F_{12}} \tag{3.58}$$

$$F_c = F_1 + F_{12} \tan(\theta) \tag{3.59}$$

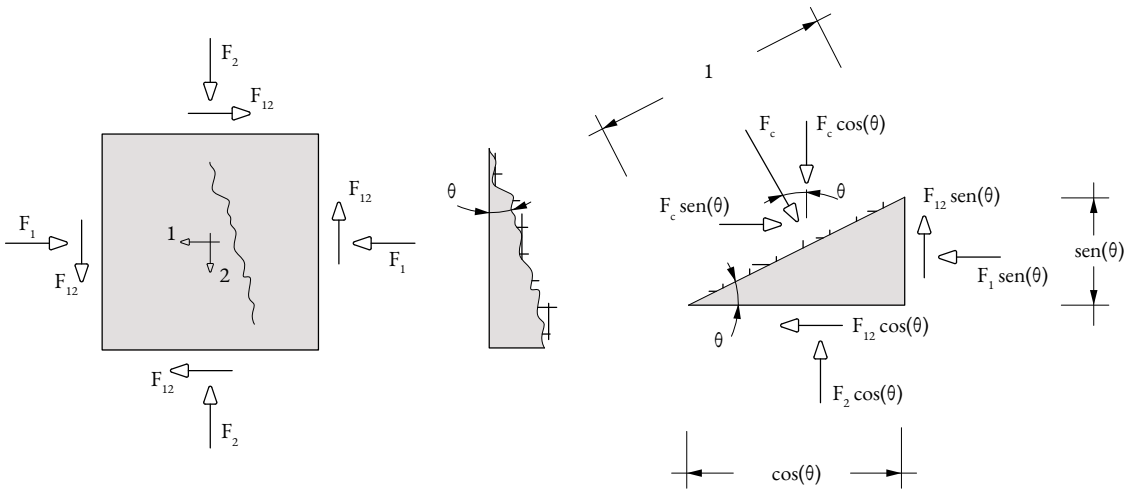

Figura 3.15 - Forze membranali - Caso 7a

3.2.3.12 Caso 7b

Quando si ha una compressione sia lungo la direzione 1, sia lungo la direzione 2, la forza tagliante è positiva e inferiore in valore assoluto a F_2 ma, maggiore a F_1 si ha il caso 7b, in cui l'armatura in direzione 2 non è indispensabile. Le forze in direzione 2 devono essere in equilibrio tra di loro, l'ampiezza dell'angolo di fessurazione θ è quindi in funzione delle forze F_2 e F_{12}.

$$F_{a1} \neq 0 \quad \text{se} \quad F_{12} \geq F_1 \tag{3.60}$$

$$F_{a2} = 0 \quad \text{se} \quad F_2 \geq F_{12} \tag{3.61}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{F_2}{F_{12}}\right) \tag{3.62}$$

$$F_{a1} = \frac{F_{12}\,\text{sen}(\theta) - F_1\cos(\theta)}{\cos(\theta)} \tag{3.63}$$

$$F_{a2} = 0 \tag{3.64}$$

$$F_c = \frac{F_{12}\cos(\theta)}{\cos^2(\theta)\,\text{sen}(\theta)} \tag{3.65}$$

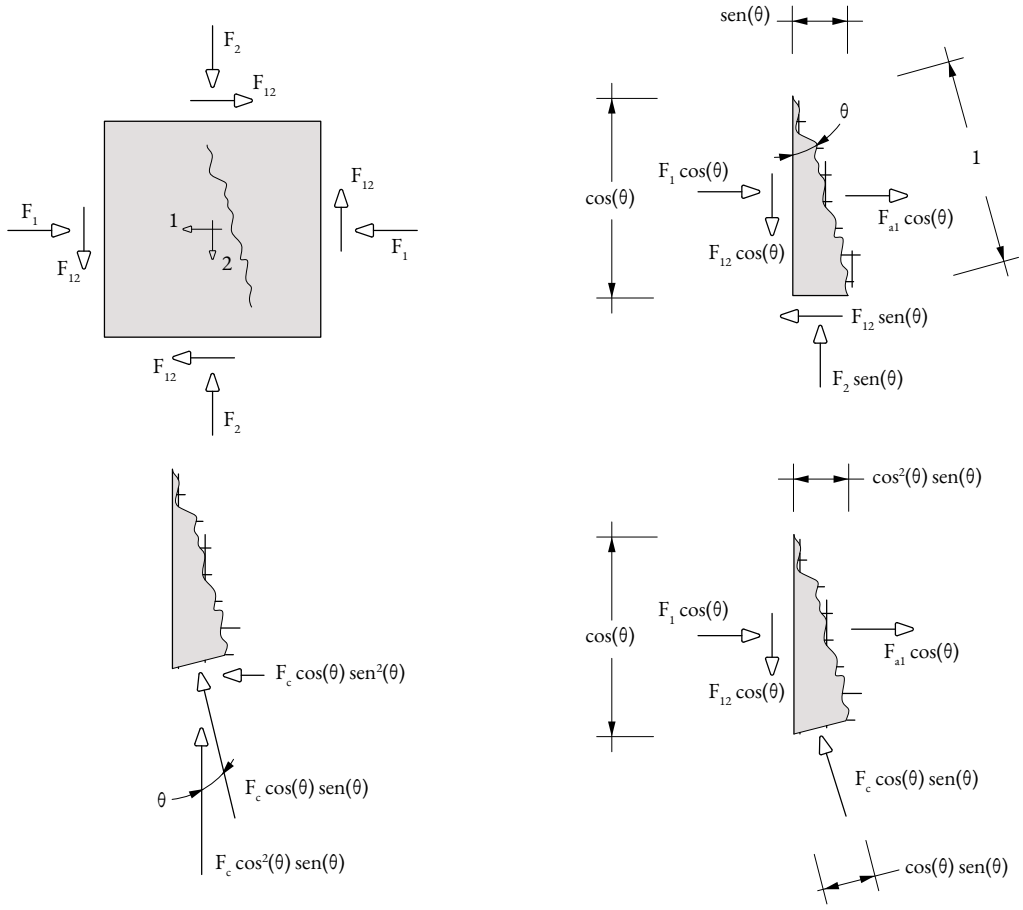

Figura 3.16 - Forze membranali - Caso 7b

3.2.3.13 Caso 7c

Quando si ha una compressione sia lungo la direzione 1, sia lungo la direzione 2, la forza tagliante è positiva e inferiore in valore assoluto a F_1 ma, maggiore a F_2 si ha il caso 7b, in cui l'armatura in direzione 1 non è indispensabile. Le forze in direzione 1 devono essere in equilibrio tra di loro, l'ampiezza dell'angolo di fessurazione θ è quindi in funzione delle forze F_1 e F_{12}.

$$F_{a1} = 0 \quad \text{se} \quad F_1 \geq F_{12} \tag{3.66}$$

$$F_{a2} \neq 0 \quad \text{se} \quad F_{12} \geq F_2 \tag{3.67}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{F_{12}}{F_1}\right) \tag{3.68}$$

$$F_{a1} = 0 \tag{3.69}$$

$$F_{a2} = \frac{F_{12}\,\mathrm{sen}(\theta) - F_2\cos(\theta)}{\cos(\theta)} \tag{3.70}$$

$$F_c = \frac{F_{12}\cos(\theta)}{\cos^2(\theta)\,\mathrm{sen}(\theta)} \tag{3.71}$$

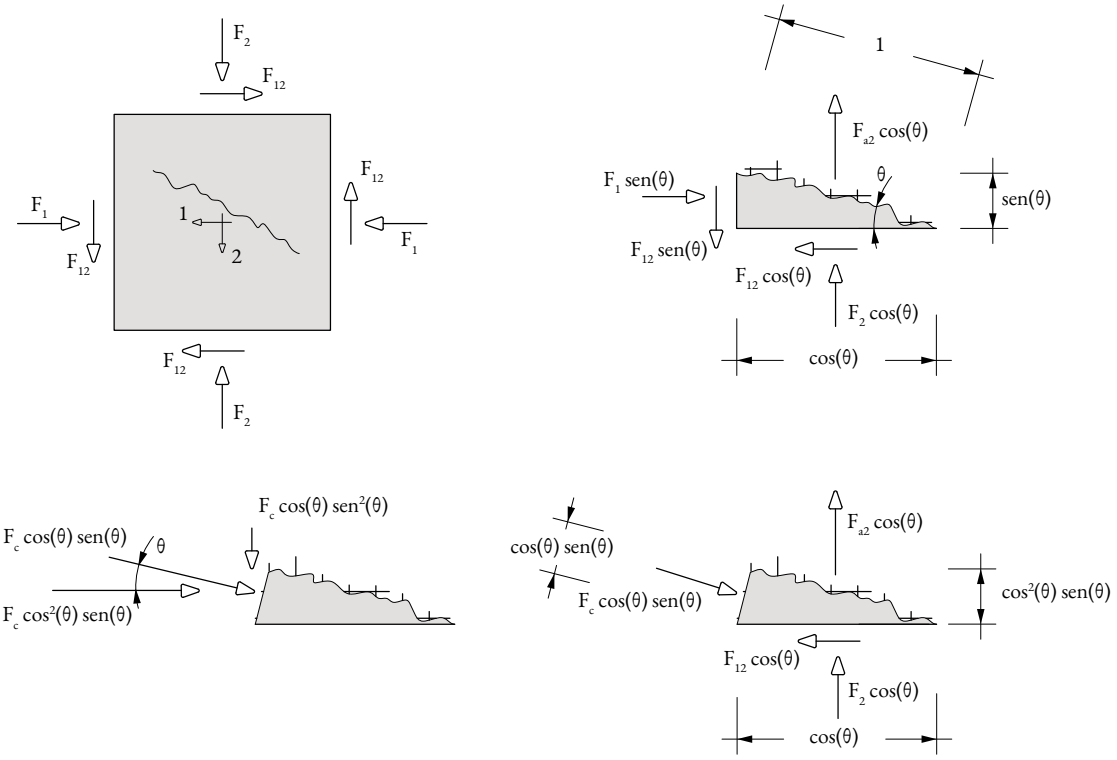

Figura 3.17 - Forze membranali - Caso 7c

3.2.3.14 Caso 7d

Quando si ha compressione sia lungo la direzione 1, sia lungo la direzione 2, la forza tagliante è positiva e maggiore in valore assoluto a F_1 e F_2 si ha il caso 7b, in cui l'armatura in direzione 1 e 2 è indispensabile. L'ampiezza dell'angolo di fessurazione θ, per limitare l'utilizzo dell'armatura e limitare l'intensità della forza di compressione nel puntone in calcestruzzo, è consigliato considerarlo di 45°.

$$F_{a1} \neq 0 \quad \text{se} \quad F_{12} \geq F_1 \tag{3.72}$$

$$F_{a2} \neq 0 \quad \text{se} \quad F_{12} \geq F_2 \tag{3.73}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4} \tag{3.74}$$

$$F_{a1} = \frac{F_{12}\,\text{sen}(\theta) - F_1\cos(\theta)}{\cos(\theta)} \tag{3.75}$$

$$F_{a2} = \frac{-F_2\,\text{sen}(\theta) + F_{12}\cos(\theta)}{\text{sen}(\theta)} \tag{3.76}$$

$$F_c = \frac{F_{12}\cos(\theta)}{\cos^2(\theta)\,\text{sen}(\theta)} \tag{3.77}$$

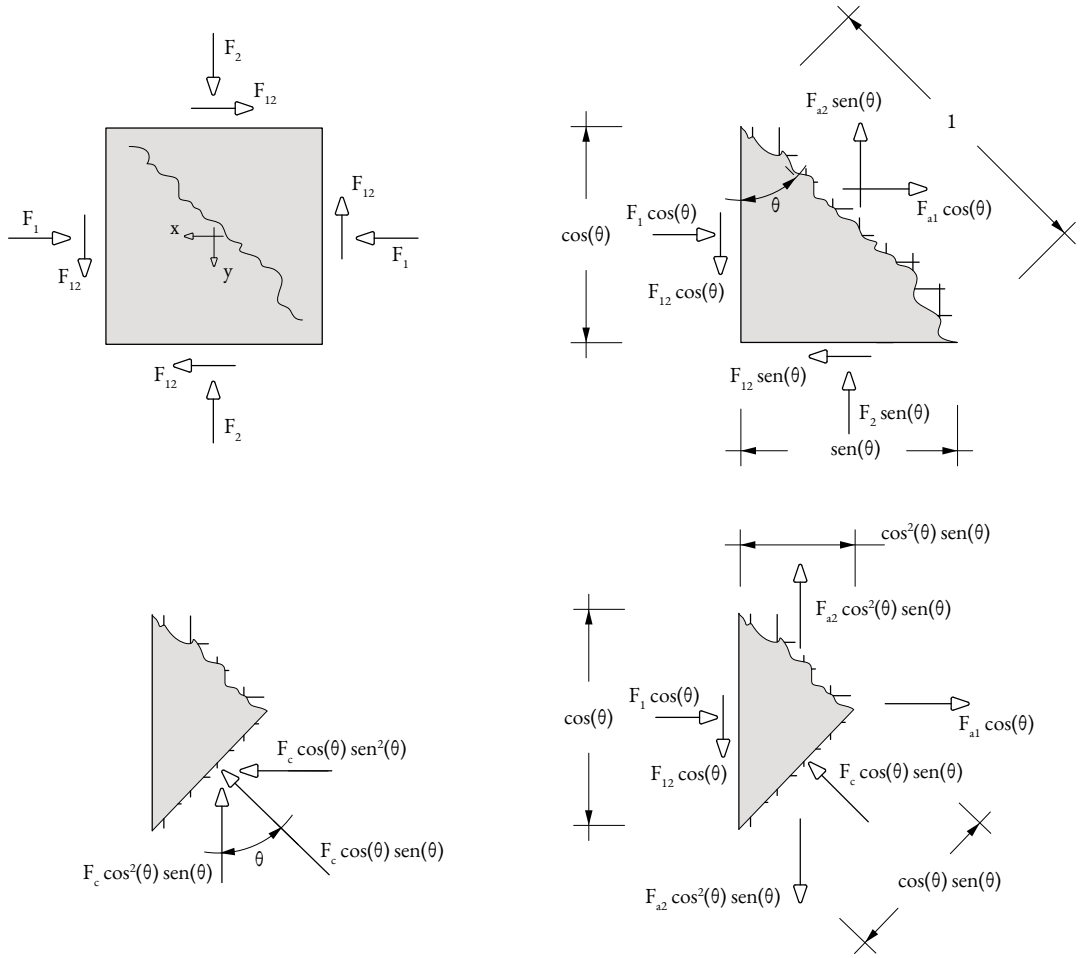

Figura 3.18 - Forze membranali - Caso 7d

3.2.3.15 Caso 7e

Quando si ha una compressione sia lungo la direzione 1, sia lungo la direzione 2, la forza tagliante è negativa e inferiore in valore assoluto a F_1 e F_2, si ha il caso 7e, in cui l'armatura in direzione 1 e 2 non è indispensabile.
Si può considerare il concio perpendicolare alla fessura e imporre così l'equilibrio, risolvendo il sistema di equazioni non lineari, si hanno due soluzioni; si considera la soluzione in cui la forza sul calcestruzzo è maggiore.

$$F_{a1} = 0 \quad \text{se} \quad F_1 \geq F_{12} \tag{3.78}$$

$$F_{a2} = 0 \quad \text{se} \quad F_2 \geq F_{12} \tag{3.79}$$

$$\begin{cases} F_c \,\text{sen}(\theta) - F_1 \,\text{sen}(\theta) - F_{12} \cos(\theta) = 0 \\ F_c \cos(\theta) - F_{12} \,\text{sen}(\theta) - F_2 \cos(\theta) = 0 \\ \text{sen}^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1 \end{cases} \tag{3.80}$$

$$\tan(\theta) = \frac{(F_2 - F_1) \pm \sqrt{(F_2 - F_1)^2 + 4 F_{12}}}{2 F_{12}} \tag{3.81}$$

$$F_c = F_1 + F_{12} \tan(\theta) \tag{3.82}$$

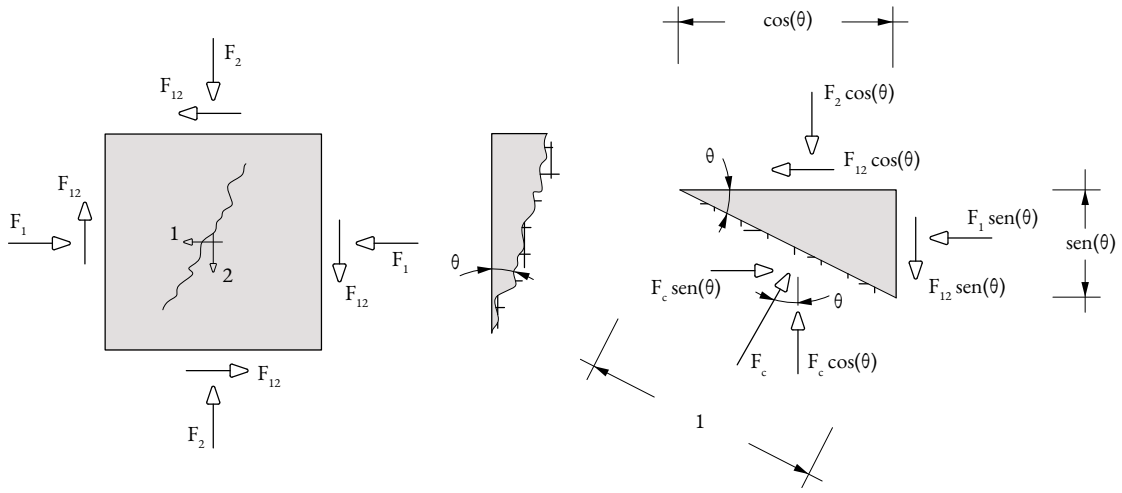

Figura 3.19 - Forze membranali - Caso 7e

3.2.3.16 Caso 7f

Quando si ha una compressione sia lungo la direzione 1, sia lungo la direzione 2, la forza tagliante è negativa e inferiore in valore assoluto a F_2 ma, maggiore a F_1 si ha il caso 7f, in cui l'armatura in direzione 2 non è indispensabile.
Le forze in direzione 2 devono essere in equilibrio tra di loro, l'ampiezza dell'angolo di fessurazione θ è quindi in funzione delle forze F_2 e F_{12}.

$$F_{a1} \neq 0 \quad \text{se} \quad F_{12} \geq F_1 \tag{3.83}$$

$$F_{a2} = 0 \quad \text{se} \quad F_2 \geq F_{12} \tag{3.84}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{F_2}{F_{12}}\right) \tag{3.85}$$

$$F_{a1} = \frac{-F_1 \operatorname{sen}(\theta) + F_{12}\cos(\theta)}{\operatorname{sen}(\theta)} \tag{3.86}$$

$$F_{a2} = 0 \tag{3.87}$$

$$F_c = \frac{F_{12}\cos(\theta)}{\cos^2(\theta)\operatorname{sen}(\theta)} \tag{3.88}$$

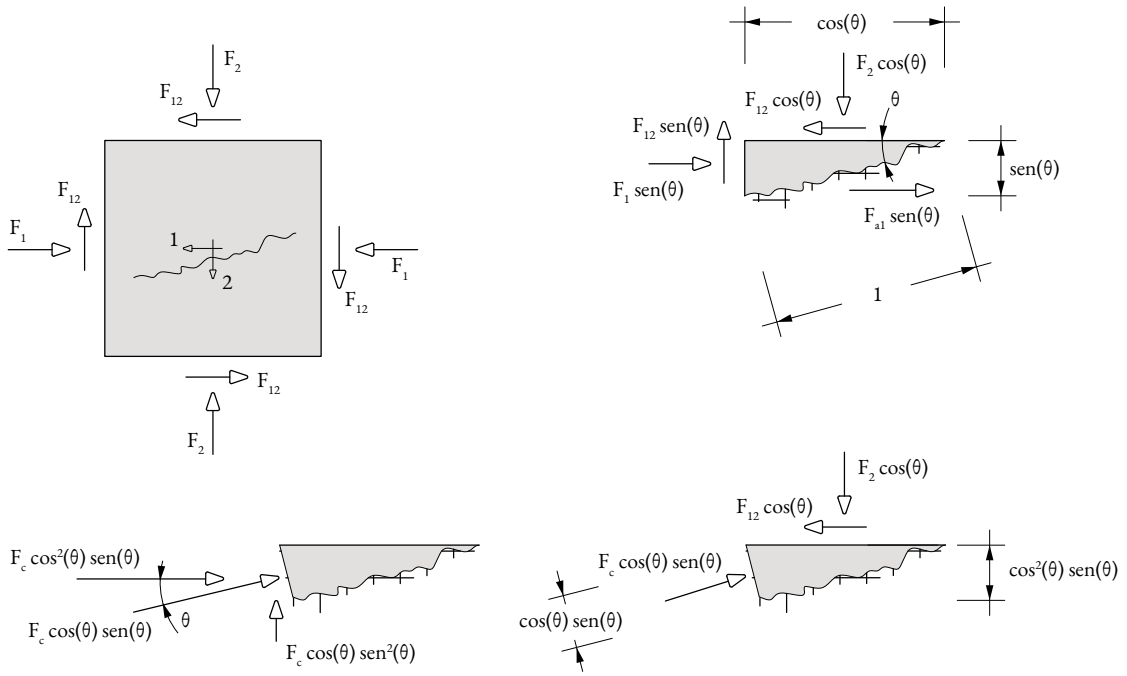

Figura 3.20 - Forze membranali - Caso 7f

3.2.3.17 Caso 7g

Quando si ha una compressione sia lungo la direzione 1, sia lungo la direzione 2, la forza tagliante è negativa e inferiore in valore assoluto a F_1 ma, maggiore a F_2 si ha il caso 7g, in cui l'armatura in direzione 1 non è indispensabile.
Le forze in direzione 1 devono essere in equilibrio tra di loro, l'ampiezza dell'angolo di fessurazione θ è quindi in funzione delle forze F_1 e F_{12}.

$$F_{a1} = 0 \quad \text{se} \quad F_1 \geq F_{12} \tag{3.89}$$

$$F_{a2} \neq 0 \quad \text{se} \quad F_{12} \geq F_2 \tag{3.90}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{F_{12}}{F_1}\right) \tag{3.91}$$

$$F_{a1} = 0 \tag{3.92}$$

$$F_{a2} = \frac{F_{12}\,\mathrm{sen}(\theta) - F_2\cos(\theta)}{\cos(\theta)} \tag{3.93}$$

$$F_c = \frac{F_{12}\cos(\theta)}{\cos^2(\theta)\,\mathrm{sen}(\theta)} \tag{3.94}$$

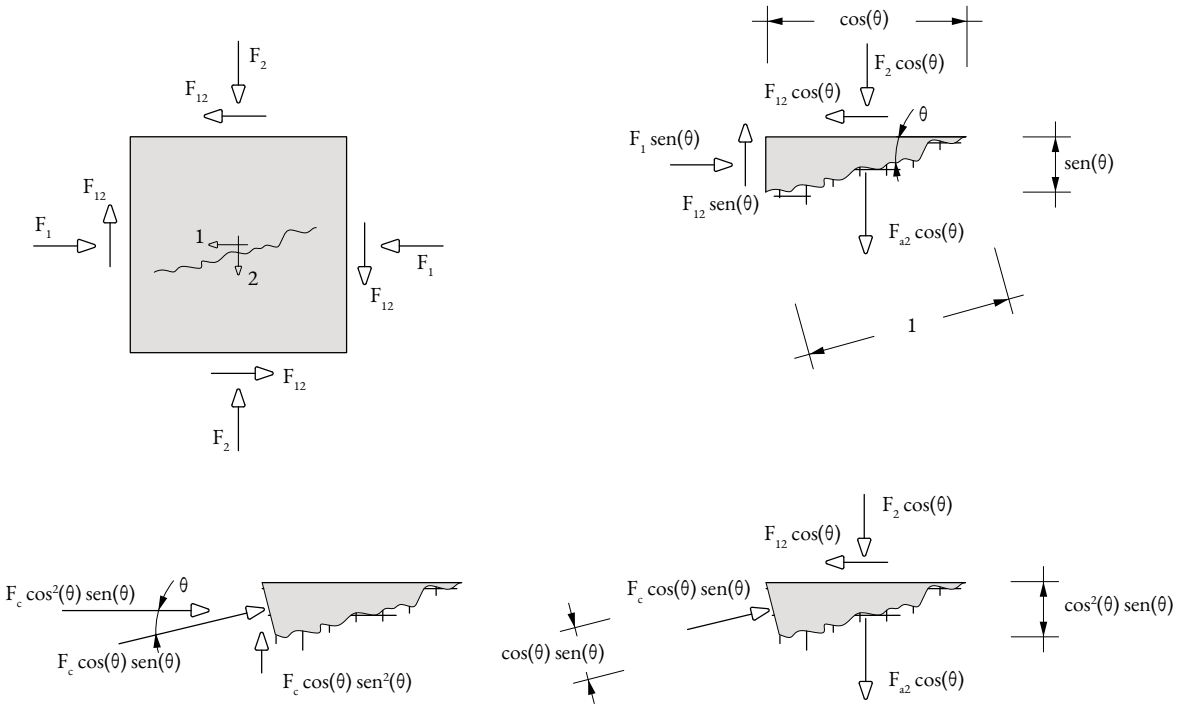

Figura 3.21 - Forze membranali - Caso 7g

3.2.3.18 Caso 7h

Quando si ha una compressione sia lungo la direzione 1, sia lungo la direzione 2, la forza tagliante è negativa e maggiore in valore assoluto a F_1 e F_2 si ha il caso 7h, in cui l'armatura in direzione 1 e 2 è indispensabile. L'ampiezza dell'angolo di fessurazione θ, per limitare l'utilizzo dell'armatura e limitare l'intensità della forza di compressione nel puntone in calcestruzzo, è consigliato considerarlo di 45°.

$$F_{a1} \neq 0 \quad \text{se} \quad F_{12} \geq F_1 \tag{3.95}$$

$$F_{a2} \neq 0 \quad \text{se} \quad F_{12} \geq F_2 \tag{3.96}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4} \tag{3.97}$$

$$F_{a1} = \frac{-F_1 \operatorname{sen}(\theta) + F_{12} \cos(\theta)}{\operatorname{sen}(\theta)} \tag{3.98}$$

$$F_{a2} = \frac{F_{12} \operatorname{sen}(\theta) - F_2 \cos(\theta)}{\cos(\theta)} \tag{3.99}$$

$$F_c = \frac{F_{12} \cos(\theta)}{\cos^2(\theta) \operatorname{sen}(\theta)} \tag{3.100}$$

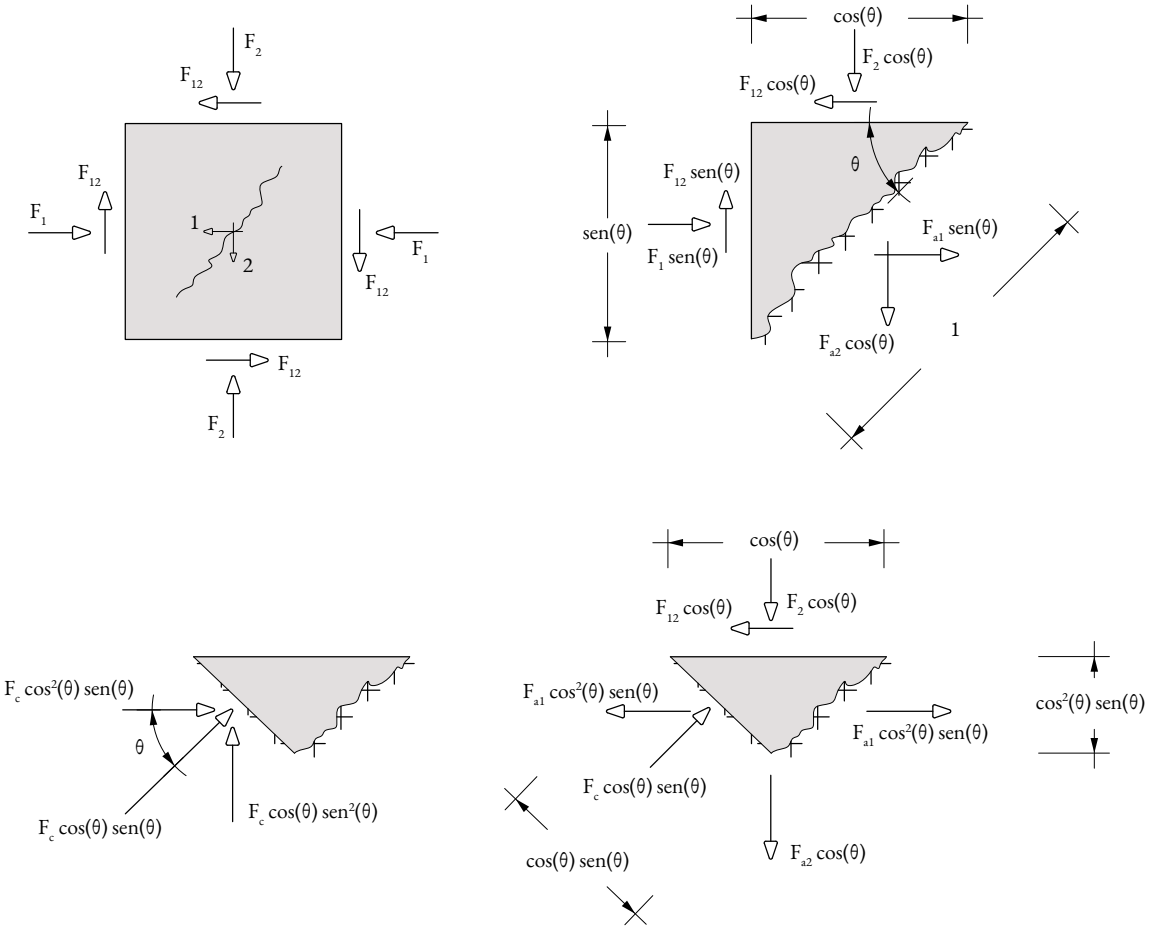

Figura 3.22 - Forze membranali - Caso 7h

3.2.4 Progetto e verifica allo stato limite ultimo

La progettazione e la conseguente verifica dell'elemento avviene in modo relativamente semplice una volta determinate le forze agenti sulle armature e sul calcestruzzo. L'obiettivo principale è garantire che ogni materiale sia dimensionato in modo da sostenere le sollecitazioni che gli competono, rispettando le ipotesi di calcolo adottate.
Per quanto riguarda l'armatura, la quantità di acciaio necessaria deve essere tale da assorbire completamente la forza di trazione risultante dall'analisi dell'equilibrio. Questo si traduce nel calcolo dell'area minima di armatura richiesta. La verifica viene effettuata confrontando lo sforzo agente con la resistenza ultima dell'acciaio, tenendo conto del coefficiente di sicurezza.

$$A_{ax} = \frac{F_{ax}}{f_{yd}} \qquad f_{yd} \geq \frac{F_{ax}}{A_{ax}} \tag{3.101}$$

$$A_{ay} = \frac{F_{ay}}{f_{yd}} \qquad f_{yd} \geq \frac{F_{ay}}{A_{ay}} \tag{3.102}$$

Analogamente, per il calcestruzzo, la progettazione deve assicurare che la forza di compressione sia compatibile con la resistenza del materiale. Il puntone compresso, formato nel concio perpendicolare alla fessura, deve essere verificato affinché la tensione di compressione sviluppata non superi la resistenza a compressione del calcestruzzo ridotta dai coefficienti di sicurezza.

$$f_{cd} \geq F_c \tag{3.103}$$

L'ultima verifica fondamentale che convalida l'intero processo di progettazione è la verifica a taglio[34]. Questa verifica è cruciale poiché, se non soddisfatta, rende necessario rivedere le scelte progettuali, modificando gli spessori dell'elemento sandwich, aumentando lo spessore della piastra o introducendo armature specifiche per il taglio.
La verifica a taglio si basa sul confronto tra lo sforzo di taglio agente nell'elemento e la resistenza disponibile.

$$t_{Rd} \geq t_{Ed} \qquad t_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{d_v} = \frac{V_{Ed}}{h - c_{sup} - c_{inf}} \qquad V_{Ed} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \tag{3.104}$$

Se il calcestruzzo da solo non è in grado di assorbire il taglio, si rende necessaria l'introduzione di armature specifiche, come staffe o barre inclinate, che contribuiscono a garantire l'equilibrio delle

34 Marti, P., 1990. Design of concrete slabs for transverse shear. ACI Structural Journal, 87(2), pp.180-190.

forze interne. In alternativa, se l'elemento è sottodimensionato, può essere necessario aumentarne lo spessore per incrementare la capacità resistente.

3.2.5 Verifica allo stato limite d'esercizio

Gli stati limite di esercizio impongono restrizioni sulle tensioni nei materiali e sulla formazione delle fessure, al fine di garantire la durabilità e la sicurezza dell'elemento strutturale durante il suo utilizzo. Per evitare deformazioni eccessive o danni prematuri, le tensioni nel calcestruzzo e nell'acciaio devono rimanere entro valori prestabiliti. Questi limiti vengono definiti in funzione delle caratteristiche meccaniche dei materiali e dei coefficienti di sicurezza.
Per verificare che le tensioni siano limitate è possibile utilizzare il modello sandwich, adattandolo alle azioni ottenute da un'analisi specifica agli SLE.
Poiché il calcestruzzo non fornisce a trazione una buona resistenza, la formazione di fessure è un fenomeno inevitabile negli elementi soggetti a sforzi di trazione o flessione. Tuttavia, la dimensione e l'ampiezza delle fessure devono essere controllate in base alla classe di esposizione dell'elemento, ovvero alle condizioni ambientali in cui si trova la struttura.
Per verificare che le fessure siano limitate, una prima analisi può essere condotta direttamente sul modello *FEM*, controllando le tensioni principali nei lembi inferiore e superiore dell'elemento. Questo approccio consente di identificare in modo preliminare la possibile formazione di fessure, senza dover immediatamente ricorrere a calcoli più complessi sulla loro ampiezza.
Se le tensioni principali massime risultano inferiori alla resistenza a trazione del calcestruzzo f_{ct}, allora non si prevede la formazione di fessure e l'elemento può essere considerato conforme agli stati limite di esercizio (SLE) per quanto riguarda la fessurazione.
Se invece le tensioni principali superano la resistenza a trazione del calcestruzzo, significa che il materiale non è in grado di sostenere tali sollecitazioni senza fessurarsi. In questo caso, si procede a una valutazione più dettagliata dell'ampiezza delle fessure, che può essere calcolata considerando:

- La deformazione delle armature, che governa l'apertura delle fessure;
- La distanza tra le fessure, influenzata dalla disposizione e dalla quantità dell'armatura;
- I coefficienti di esposizione ambientale, che determinano il limite massimo ammissibile dell'ampiezza delle fessure in base alla classe di esposizione dell'elemento.

Il metodo descritto in modo esaustivo sull'Eurocodice e sul ModelCode verrà utilizzato anche nel codice per verificare la larghezza delle fessure.
Se l'ampiezza della fessura supera i limiti imposti dalle normative, è necessario intervenire modificando la disposizione dell'armatura, incrementando la sua quantità o ridistribuendola in modo più efficace per limitare la lunghezza delle fessure e controllarne l'apertura.

4 Flusso di lavoro

All'interno del reparto in cui opero, il flusso di lavoro si è evoluto nel corso degli anni grazie a continui miglioramenti e ottimizzazioni. Attualmente, il processo di progettazione e verifica strutturale si basa sull'impiego del *software Revit* di *Autodesk Inc.* come strumento principale per la modellazione *BIM*. L'intero iter progettuale ha inizio con la definizione della geometria dell'opera, l'inserimento degli elementi strutturali e la caratterizzazione dei materiali, seguita dall'applicazione dei carichi di progetto, dall'impostazione delle condizioni di vincolo e di tutte le informazioni necessarie.
Successivamente, il modello così definito viene esportato in *Robot Structural Analysis Professional*, sempre di *Autodesk Inc.*, per l'esecuzione delle analisi statiche e dinamiche. L'interoperabilità tra *Revit* e *Robot* avviene attraverso un sistema di collegamento sviluppato da professionisti esterni all'azienda, che consente di trasferire le informazioni dal modello *BIM* al *software* di calcolo strutturale.
Una volta completata la fase di calcolo e ottenuti i risultati delle analisi strutturali, si procede con la progettazione dell'armatura. A questo scopo, si sfruttano le funzionalità avanzate di *Robot*, che permette di ottimizzare la disposizione delle armature e verificarne la conformità ai criteri normativi.
Tuttavia, sebbene il flusso di lavoro presenti un buon livello di integrazione tra i diversi strumenti *software*, la fase di redazione della documentazione tecnica non risulta completamente automatizzata. In particolare, le verifiche strutturali vengono ancora eseguite manualmente, comportando un significativo impiego di tempo e risorse da parte dei progettisti. Inoltre, l'estrazione di informazioni fondamentali, come grafici, tabelle e immagini necessarie per la relazione di calcolo, è un processo automatico che può richiedere diverse ore di elaborazione, a seconda della complessità del modello analizzato. Questo aspetto rappresenta una criticità, in quanto limita l'efficienza del *workflow* e rallenta il processo.

4.1 Proposta alternativa

La metodologia proposta si avvale dell'integrazione di quattro strumenti distinti, ognuno con un ruolo specifico all'interno del processo di analisi, calcolo e documentazione dei risultati. Nello specifico, vengono impiegati:

- *Microsoft Excel (Microsoft Inc.)*, utilizzato per l'organizzazione e la gestione dei dati numerici e parametrici, nonché per la predisposizione di input strutturati per le successive fasi di calcolo.
- *Comsol Multiphysics (Comsol Inc.)*, impiegato per la simulazione e l'analisi avanzata degli elementi strutturali, con particolare attenzione alla modellazione degli stati limite ultimi e di esercizio.
- *Python*, utilizzato per l'automazione dei processi di calcolo, la gestione e l'elaborazione dei dati, nonché per l'integrazione tra i diversi *software*, al fine di ridurre gli interventi manuali e aumentare l'efficienza del workflow.

- *Adobe InDesign (Adobe Inc.)*, adottato per l'impaginazione e la redazione automatizzata della documentazione tecnica.

L'utilizzo congiunto di questi strumenti consente di ottimizzare il flusso di lavoro, garantendo un'elaborazione strutturata dei dati, un'analisi accurata dei modelli strutturali e una produzione chiara e professionale della documentazione finale, con una significativa riduzione dei tempi di progettazione e verifica.

4.1.1 Files utilizzati

Per il processo, è stata creata una struttura ben organizzata all'interno della stessa *directory*, che contiene quattro *file* fondamentali, ciascuno con uno scopo specifico, per ottimizzare l'intero flusso di lavoro il file *Excel* (.xlsx), il file *Comsol Multiphysics* (.mph), il file *InDesign* (.indd) e il codice *Phyton* (.py).

4.1.1.1 File Excel

Il file *Excel*, strutturato in numerosi fogli di lavoro, svolge un ruolo fondamentale nell'intero processo di calcolo e documentazione, fungendo da interfaccia principale per l'inserimento dei dati di input e per l'estrapolazione dei dati di output necessari non solo per il modello di calcolo, ma anche per la redazione della documentazione tecnica.
All'interno del file, oltre alla raccolta di dati di input fondamentali come le coordinate geografiche del sito, la geometria del serbatoio e le caratteristiche dei materiali, è possibile configurare in modo preciso anche il modello del terreno, che permette di calcolare la costante elastica di quest'ultimo, essenziale per la simulazione delle interazioni tra il serbatoio e il suolo circostante.
Inoltre, il file *Excel* consente di configurare il quantitativo di armatura necessario, specificando la tipologia e la disposizione delle barre di rinforzo all'interno della struttura. Tra le operazioni che possono essere gestite tramite il file *Excel*, si includono anche verifiche strutturali fondamentali come il controllo del galleggiamento, le verifiche di punzonamento nella platea del serbatoio, e il calcolo del taglio tra la parete e la platea.

4.1.1.2 File Comsol

Il file *Comsol* è stato progettato configurando l'intero modello in modo parametrico, consentendo una grande flessibilità durante il processo di calcolo. Grazie a questa configurazione, è possibile importare facilmente i dati dal file *Excel* in qualsiasi momento, senza dover ripetere manualmente l'intero processo di modellazione.
Questa integrazione tra i due *software* garantisce un aggiornamento automatico e continuo del modello, riducendo al minimo il rischio di errori e velocizzando il flusso di lavoro. Con l'approccio

parametrico, ogni modifica effettuata nel file *Excel*, come l'aggiornamento dei dati di input relativi alla geometria, ai carichi o ai materiali, viene automaticamente trasferita al modello in *Comsol*, rendendo il processo di progettazione più dinamico ed efficiente.
Inoltre, questo sistema consente una rapida adattabilità a modifiche nel progetto, offrendo la possibilità di testare rapidamente vari scenari e ottimizzare il modello in modo flessibile, riducendo significativamente i tempi necessari per ottenere i risultati di calcolo desiderati.
Questo sistema offre, inoltre, la possibilità di testare rapidamente diverse configurazioni progettuali, favorendo l'ottimizzazione del modello e riducendo sensibilmente i tempi di elaborazione. Una volta completata l'analisi, il *software* consente di esportare automaticamente i risultati sotto forma di tabelle e immagini, pronte per essere integrate nella relazione di calcolo.

4.1.1.3 File InDesign

Il file *InDesign* è stato redatto in modo chiaro, strutturato e completo, includendo tutti i contenuti essenziali per garantire una relazione tecnica esaustiva. L'organizzazione del documento è stata ottimizzata per consentire una consultazione rapida e intuitiva, facilitando l'interpretazione dei dati e delle analisi riportate.

4.1.1.4 Codice Phyton

Il codice *Python* svolge una duplice funzione all'interno del processo di analisi strutturale. Da un lato, automatizza l'esecuzione delle verifiche agli stati limite ultimi (SLU) e agli stati limite di esercizio (SLE) in ogni punto della struttura, garantendo un controllo sistematico e affidabile delle prestazioni del modello. Dall'altro, si occupa dell'elaborazione automatizzata dei risultati ottenuti da Comsol, trasformandoli in tabelle leggibili e facilmente integrabili all'interno della documentazione tecnica.
Questo approccio consente di ridurre drasticamente i tempi di formattazione e di trascrizione manuale dei dati, assicurando al contempo una maggiore accuratezza, uniformità e coerenza nelle informazioni riportate nella relazione di calcolo. L'automazione delle verifiche e della gestione dei risultati migliora significativamente l'efficienza complessiva del processo di progettazione, rendendolo più affidabile, rapido e strutturato.

4.1.2 Creazione modello di calcolo

La creazione del modello di calcolo avviene attraverso l'utilizzo del file *Excel*, nel quale vengono inseriti tutti i dati necessari.
Una volta compilato il file *Excel* in tutte le sue parti, i dati vengono importati all'interno di un *template* in *Comsol Multiphysics*. Il modello in *Comsol* è stato progettato per adattarsi automaticamente ai nuovi input, aggiornando di conseguenza la geometria e le condizioni di carico, senza la necessità

di interventi manuali. Questo flusso di lavoro consente una maggiore flessibilità e scalabilità, permettendo di analizzare rapidamente diverse configurazioni strutturali e di ottimizzare i parametri di progetto in modo efficiente.
Tuttavia, nonostante l'automazione, il controllo manuale da parte dell'utente rimane essenziale per verificare che tutte le informazioni siano state recepite correttamente e che i risultati ottenuti siano coerenti con le aspettative progettuali. Questa fase di supervisione consente di individuare eventuali errori o discrepanze e di apportare le necessarie correzioni, garantendo così l'affidabilità dell'intero processo.

4.1.3 Analisi dati e progettazione

Una volta completato il calcolo, prima di procedere con l'analisi dei dati, è indispensabile eseguire la prima parte del codice *Python*, che ha il compito di determinare il contenuto minimo di armatura, espresso in cm^2/m. L'output del calcolo generato da *Comsol Multiphysics* è costituito da una serie di file .txt, contenenti i risultati relativi alle sollecitazioni interne. Il codice *Python* è stato strutturato in modo da: leggere i file .txt generati da *Comsol*, estrarre e organizzare i dati relativi alle tensioni determindo il contenuto minimo di armatura necessario. L'intero processo si basa sul modello sandwich, precedentemente illustrato.
Dopo l'esecuzione del codice, vengono generati nuovi file *Excel* contenenti i dati aggiornati relativi all'armatura minima. Il file *Comsol* ha già in memoria questi file, pertanto, una volta aggiornati i valori, è possibile rilanciare il calcolo direttamente nel *software* di simulazione.
I valori dell'armatura vengono distribuiti sulle superfici del modello strutturale in funzione delle coordinate globali. Grazie a questa modalità di mappatura, è possibile visualizzare in modo dettagliato la disposizione dell'armatura minima lungo l'intera struttura. Questo approccio garantisce che l'armatura venga posizionata esattamente nei punti in cui è necessaria, ottimizzando il consumo di materiale e migliorando le prestazioni strutturali complessive.
Solo dopo questa fase preliminare, si può procedere con l'analisi dei risultati e avviare la vera e propria progettazione, sfruttando le informazioni elaborate per ottimizzare la disposizione dell'armatura e verificare il soddisfacimento delle normative.
L'analisi e la progettazione risultano notevolmente semplificate grazie alla disponibilità di grafici preimpostati, i quali forniscono una rappresentazione chiara e immediata della quantità minima di armatura necessaria in ogni settore del serbatoio.
Questi grafici consentono di individuare rapidamente le zone critiche, facilitando il processo decisionale durante la fase di progettazione e ottimizzazione strutturale. Inoltre, permettono un confronto visivo tra le sollecitazioni calcolate e la capacità portante della struttura, riducendo il margine di errore e velocizzando l'individuazione di eventuali criticità progettuali.
Grazie a questa metodologia, il progettista può operare in modo più efficiente, disponendo di strumenti che supportano la valutazione delle scelte progettuali e garantiscono il rispetto dei requisiti

normativi, senza la necessità di ripetere manualmente calcoli complessi per ogni singola sezione del serbatoio.
La distribuzione dell'armatura, sia in termini di quantità che di tipologia, deve essere definita direttamente all'interno del file *Excel* di input.
In questo file, il progettista ha la possibilità di specificare i parametri chiave, come il diametro delle barre, l'interasse tra le armature e la disposizione nei vari settori del serbatoio. L'inserimento di questi dati consente di generare automaticamente un modello coerente con le specifiche progettuali, garantendo che le verifiche strutturali siano eseguite con i valori corretti.
Una volta impostati i dati nel file *Excel*, questi vengono letti dal modello di calcolo in *Comsol Multiphysics*, aggiornando i parametri dell'analisi strutturale.

4.1.4 Verifiche

Una volta aggiornato il file *Excel* con le informazioni relative alla quantità e tipologia di armatura, *Comsol Multiphysics* mapperà automaticamente le armature sul modello *FEM* (*Finite Element Method*). Questo processo di *mapping* trasferisce le proprietà dell'armatura (come la quantità, la posizione e il diametro delle barre) nel modello, rendendo possibile l'esecuzione di un nuovo calcolo strutturale, questa volta con le armature effettivamente progettate.
Dopo aver eseguito il calcolo, *Comsol* genererà nuovamente i file .txt, contenenti i risultati aggiornati delle verifiche strutturali. A questo punto, il codice *Python* avrà il compito di leggere questi file, estrarre i dati relativi alle sollecitazioni e alle verifiche e verificare se la quantità e la disposizione dell'armatura progettata soddisfano i requisiti di resistenza strutturale previsti dalle normative.
Il processo si conclude con una revisione dei risultati, che saranno presentati in formato tabellare all'interno di un file *Excel*, consentendo di effettuare una valutazione accurata delle verifiche strutturali e di procedere con eventuali aggiustamenti del progetto.

4.1.5 Impaginazione

Quando tutte le verifiche strutturali risultano soddisfatte, il flusso di lavoro prevede che, con un semplice comando, vengano esportate automaticamente tutte le informazioni necessarie per la documentazione tecnica. Questo processo include i dati di calcolo, i grafici e le tabelle contenenti i risultati delle verifiche.
Il sistema, grazie all'integrazione dei vari strumenti, consente di ottenere una relazione di calcolo strutturale aggiornata e completa, senza la necessità di interventi manuali o di trascrizioni. L'intero processo di generazione della documentazione viene quindi automatizzato, riducendo notevolmente i tempi di elaborazione e garantendo la coerenza e la precisione delle informazioni contenute.

Una volta esportati i dati, la relazione di calcolo sarà pronta per essere utilizzata, e includerà tutti gli elementi necessari per il controllo e l'approvazione del progetto, rispondendo pienamente agli standard normativi richiesti.

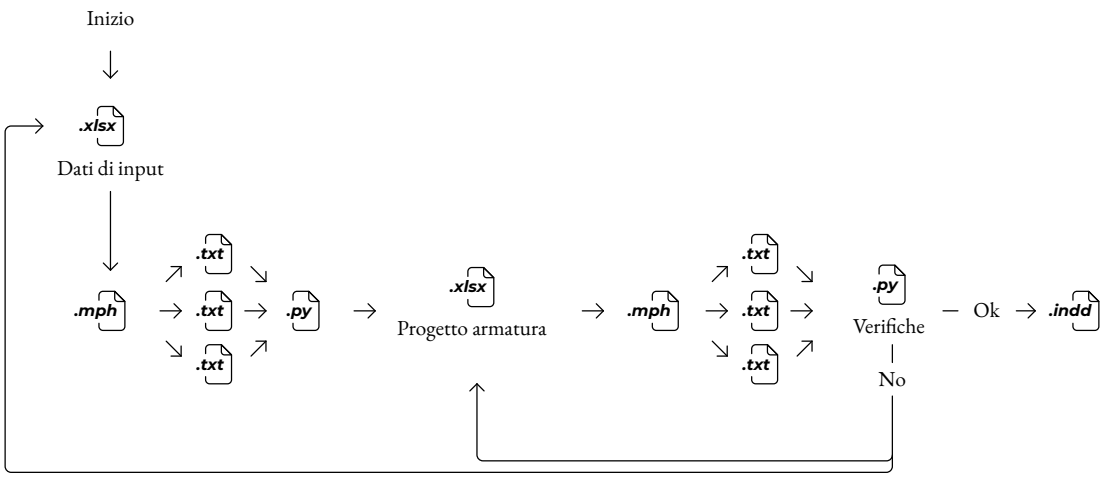

Figura 4.1 - Workflow

5 Analisi numerica e verifiche di resistenza

5.1 Introduzione

Il presente capitolo ha per oggetto l'esposizione dei dati iniziali e dei risultati numerici di un serbatoio a pianta circolare destinato a contenere un liquido con peso specifico pari a 998,00 kg/m^3. L'opera è costituita dai seguenti elementi strutturali principali: una platea di fondazione, pareti perimetrali in calcestruzzo armato e un pilastro centrale in acciaio non soggetto a dimensionamento né verifica nell'ambito del presente studio.
Il serbatoio è progettato per contenere il liquido in un unico compartimento senza suddivisioni interne. La configurazione strutturale prevede inoltre la predisposizione per il sostegno di una copertura con telo, ancorata alla sommità dei muri perimetrali e supportata centralmente dal pilastro in acciaio.
Nella presente relazione vengono eseguite le verifiche di resistenza e stabilità degli elementi strutturali, considerando le sollecitazioni indotte dal liquido contenuto, dai carichi permanenti e accidentali. L'analisi strutturale viene condotta nel rispetto delle normative vigenti, garantendo la sicurezza e la durabilità dell'opera.

Figura 5.1 - Rendering struttura

5.1.1 Inquadramento territoriale

Località

Comune	Asola
Provincia	Mantova
Regione	Lombardia
Latitudine	45,212630 ° N
Longitudine	10,423748 ° E
Altitudine	40 m s.l.m.

Tabella 5.1 - Dati geografici

5.1.2 Geometria struttura

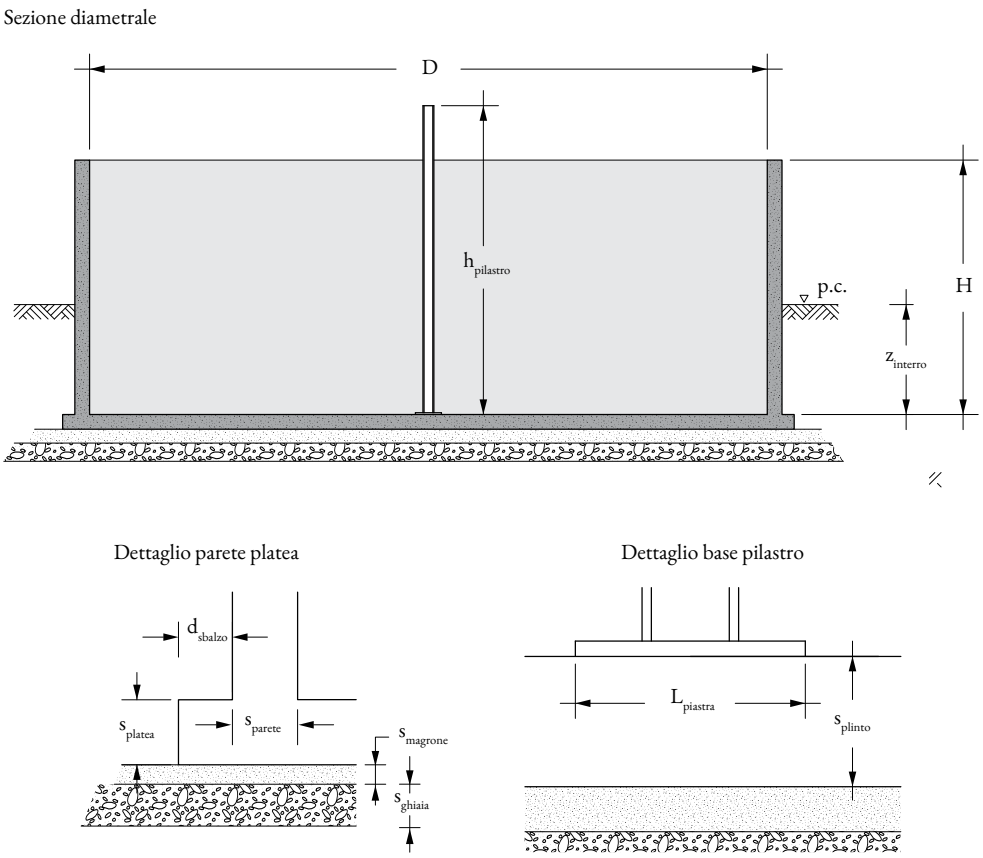

Figura 5.2 - Geometria serbatoio

Parametri geometrici

Diametro interno	D	33,00	m
Altezza utile	H	8,00	m
Spessore platea	s_{platea}	35	cm
Spessore pareti	s_{parete}	33	cm
Sporgenza platea parete	d_{sbalzo}	15	cm
Interramento (piano campagna-estradosso platea)	z	1,40	m
Tipologia pilastro		Acciaio	
Altezza pilastro	$h_{pilastro}$	8,00	m
Altezza platea sotto il pilastro	s_{plinto}	65	cm
Lato piastra tra pilastro e platea	$L_{piastra}$	600	mm

Tabella 5.2 - Parametri geometrici

5.1.3 Stratigrafia terreno

Secondo la relazione geologica e geotecnica, il terreno dell'area di intervento è stato suddiviso in strati, ciascuno caratterizzato da proprietà geotecniche differenti. Ogni strato presenta specifici parametri di resistenza e deformabilità, fondamentali per la modellazione dell'interazione suolo-struttura.

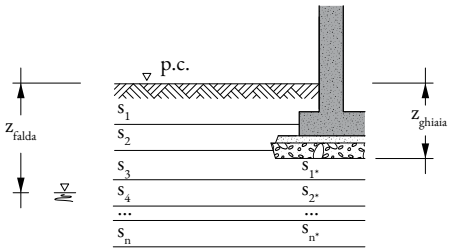

Figura 5.3 - Modello geotecnico

Quote terreno

Quota falda da piano campagna	z_{falda}	1,20	m
Intradosso spessore sottofondo da piano campagna	z_{ghiaia}	2,05	m

Tabella 5.3 - Quote terreno

Spessore	Altezza [m]	Peso naturale [kN/m³]	Angolo attrito [°]	Modulo edometrico [MPa]
1	0,80	17,00	31,00	2,90
2	0,40	17,50	31,00	2,90
3	0,85	18,50	22,00	28,00
4	2,15	18,50	29,00	28,00
5	0,60	20,00	29,00	5,60
6	0,80	19,00	28,00	4,12
7	30,41	19,50	33,00	42,00

Tabella 5.4 - Stratigrafia

5.2 Criteri e parametri di progetto

Il comportamento strutturale della struttura è considerato non duttile, pertanto il fattore di struttura (q) viene assunto pari a 1.00. Questa scelta implica che l'analisi strutturale viene condotta in campo elastico, senza riduzioni delle forze sismiche. Di conseguenza, la progettazione deve garantire che la struttura sia in grado di resistere interamente alle azioni sismiche mediante la sola capacità resistente dei materiali, senza affidarsi a meccanismi di dissipazione energetica attraverso deformazioni plastiche. Si è inoltre adottato uno schema strutturale che prevede una cerniera tra le pareti e la platea di fondazione. Questa scelta consente di ridurre i momenti flettenti trasmessi dalla parete alla fondazione, concentrando le sollecitazioni principalmente in termini di sforzi normali e taglianti.

Parametri

Vita nominale	50	anni
Classe d'uso	III	
Coefficiente classe d'uso	1,50	
Tempo di riferimento	75	anni

Tabella 5.5 - Parametri di progetto

5.2.1 Vincoli

I vincoli applicati alla struttura si trovano a livello della platea, la quale è modellata come appoggiata su un letto di molle elastiche. Questo significa che la risposta del terreno è stata schematizzata tramite molle elastiche bidirezionali, che consentono spostamenti sia in compressione che in trazione, garantendo una modellazione lineare dell'interazione suolo-struttura. In questo modo, si evita di dover considerare il comportamento non lineare del terreno, che richiederebbe un'analisi più complessa e computazionalmente onerosa.
Questa scelta consente di mantenere un modello analitico più semplice pur rappresentando in modo efficace la rigidezza del terreno, la distribuzione dei carichi e il comportamento della platea sotto le sollecitazioni previste.
La rigidezza di queste molle è stata determinata attraverso il metodo edometrico, che consente di valutare la deformabilità del terreno sotto carico verticale.

Vincoli

Rigidezza molla verticale platea	$k_{w,v}$	5.000	kN/m^3
Rigidezza molla orizzontale platea	$k_{w,h}$	2.000	kN/m^3

Tabella 5.6 - Vincoli platea

Il letto di molle fornisce anche una componente di resistenza laterale, evitando così la formazione di un modello labile. Questo accorgimento si rende necessario poiché il terreno laterale non è stato modellato mediante vincoli a sola compressione; esso è stato invece rappresentato come un carico, applicato sia nelle condizioni statiche che in quelle sismiche. Tale semplificazione consente di ridurre la complessità del modello, pur garantendo una rappresentazione coerente delle azioni esercitate dal terreno sull'opera.

5.3 Materiali

5.3.1 Calcestruzzo

Parametri

Classe di resistenza		C35/45	
Classe di esposizione		XA3 - XC4	
Resistenza cubica caratteristica a compressione	R_{ck}	45,00	N/mm²
Resistenza cilindrica caratteristica a compressione	f_{ck}	37,35	N/mm²
Resistenza cilindrica media a compressione	f_{cm}	45,35	N/mm²
Resistenza di progetto a compressione	f_{cd}	21,17	N/mm²
Resistenza di progetto a trazione	f_{ctd}	1,56	N/mm²
Resistenza media a trazione semplice (assiale)	f_{ctm}	3,35	N/mm²
Resistenza media a trazione semplice (flessione)	f_{cfm}	4,02	N/mm²
Resistenza caratteristica a trazione semplice [Frattile 5%]	f_{ctk}	2,35	N/mm²
Resistenza caratteristica a trazione semplice [Frattile 95%]	f_{ctk}	5,23	N/mm²
Modulo elastico	E_{cm}	34625,49	N/mm²
Tensione tangenziale di aderenza CLS-Acciaio	f_{bd}	3,52	N/mm²
Resistenza tangenziale caratteristica	f_{bk}	5,28	N/mm²
Densità	$\delta_{concrete}$	2500,00	kg/m³
Rapporto acqua cemento		0,45	
Contenuto di cemento		360,00	
Cemento tipo		CEM IV/A (P) 42.5 N (SR)	

Tabella 5.7 - Parametri calcestruzzo

5.3.2 Acciaio da armatura

Parametri

Tipologia acciaio		B450C	
Tensione di snervamento nominale	$f_{y\,nom}$	450,00	N/mm²
Tensione a carico massimo nominale	$f_{t\,nom}$	540,00	N/mm²
Tensione di snervamento caratteristica	f_{yk}	450,00	N/mm²
Tensione a carico massimo caratteristica	f_{tk}	540,00	N/mm²
Resistenza di progetto dell'acciaio	f_{yd}	391,30	N/mm²
Modulo elastico	E_s	210000,00	N/mm²
Densità	δ_{steel}	7500,00	kg/m³

Tabella 5.8 - Parametri acciaio

5.4 Modellazione

5.4.1 Sistemi di riferimento

I sistemi di riferimento locali delle varie parti strutturali sono stati scelti in modo da facilitare la progettazione e le verifiche.
Il sistema di riferimento locale della platea è stato definito con l'asse primario giacente nel piano della fondazione e orientato radialmente verso il centro del serbatoio, mentre l'asse normale al piano è rivolto verso il basso. Questa scelta consente di ottenere le sollecitazioni con componenti radiali e tangenziali, coerenti con la disposizione delle armature, facilitando così l'interpretazione dei risultati e l'ottimizzazione del progetto strutturale. Analogamente, per i muri perimetrali, il sistema di riferimento locale è stato definito con l'asse primario nel piano orientato verso l'alto, mentre l'asse normale al piano è diretto radialmente verso l'esterno del serbatoio, ovvero uscente rispetto al centro vasca.

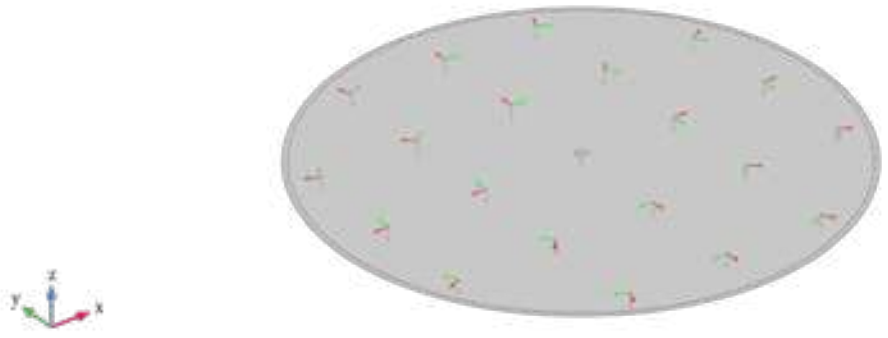

Figura 5.4 - Sistema di riferimento locale - Platea

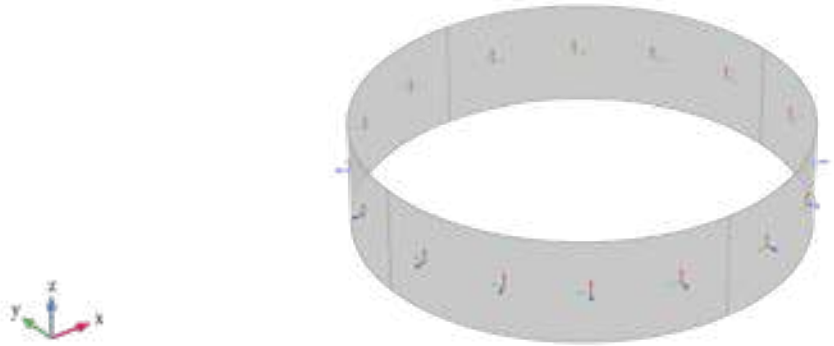

Figura 5.5 - Sistema di riferimento locale - Parete esterna

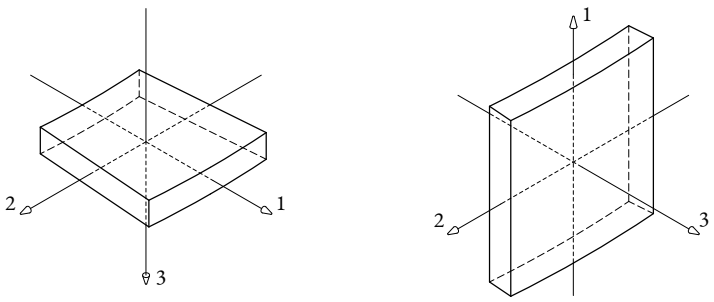

Figura 5.6 - Sistema locale platea e parete

5.4.2 Elementi finiti

Per lo studio del serbatoio è stata adottata una modellazione basata esclusivamente su elementi finiti di tipo *shell*. All'interno di *Comsol Multiphysics*, è possibile utilizzare questo tipo di elemento finito, che consente una rappresentazione efficiente delle strutture sottili.
Gli elementi *shell* impiegati nel modello sono caratterizzati da una funzione di forma quadratica per la descrizione degli spostamenti, garantendo una maggiore accuratezza nella rappresentazione delle deformazioni rispetto a una formulazione lineare. Gli elementi sono stati implementati utilizzando la formulazione *MITC* [35].

5.4.2.1 Mesh

Per la costruzione della *mesh*, sono stati utilizzati prevalentemente elementi quadrangolari *quad*, privilegiandoli rispetto agli elementi *triangle* per garantire una migliore qualità della discretizzazione e una maggiore precisione nei risultati. La scelta degli elementi quadrangolari consente di ottenere una *mesh* più regolare, riducendo il numero di gradi di libertà necessari per una data accuratezza e migliorando la convergenza del modello numerico.

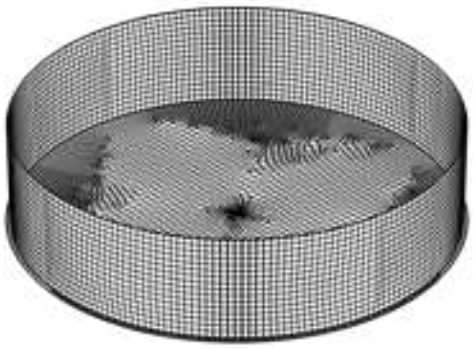

Figura 5.7 - Mesh

35 Chapelle, D. & Bathe, K.J., 2003. The finite element analysis of shells — Fundamentals. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

5.5 Carichi

5.5.1 Peso proprio

Per il peso proprio della struttura, si assume un peso specifico per il calcestruzzo armato pari a 25.00 kN/m^3.

5.5.2 Carico vento

Il carico del vento è stato calcolato in conformità alle NTC 2018[36] e alla relativa Circolare Esplicativa[37], seguendo le prescrizioni fornite dalle CNR[38].
L'azione del vento è stata determinata considerando:

- La zona di riferimento in base alla classificazione geografica prevista dalle NTC 2018.
- L'altitudine e la topografia del sito, che influenzano il coefficiente di esposizione.
- La pressione dinamica di riferimento, calcolata in funzione della velocità del vento di progetto.
- I coefficienti aerodinamici, stabiliti in base alla geometria della struttura e alle indicazioni delle normative CNR.

Parametri

Zona	1	
Tempo di ritorno	50	anni
Categoria di esposizione	III	
Coefficiente di topografia	1,00	
Coefficiente dinamico	1,00	
Tipologia struttura	Serbatoio cilindrico	

Tabella 5.9 - Parametri - Carico vento

Nel grafico è rappresentata la distribuzione della pressione del vento con direzione lungo l'asse x, perpendicolare alla superficie d'impatto. Poiché la geometria considerata è cilindrica, la pressione del vento non risulta uniforme lungo la circonferenza: essa varia in funzione della posizione angolare, generando una distribuzione non omogenea delle sollecitazioni sulla superficie.

36 Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, 2018. Norme Tecniche per le Costruzioni (NTC 2018). Roma: Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti.

37 Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, 2019. Circolare 21 gennaio 2019, n. 7: Istruzioni per l'applicazione delle Norme Tecniche per le Costruzioni di cui al Decreto Ministeriale 17 gennaio 2018. Roma: Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti.

38 Consiglio Nazionale delle Ricerche (CNR), 2008. CNR-DT 207/2008: Istruzioni per la valutazione delle azioni e degli effetti del vento sulle costruzioni. Roma: Consiglio Nazionale delle Ricerche.

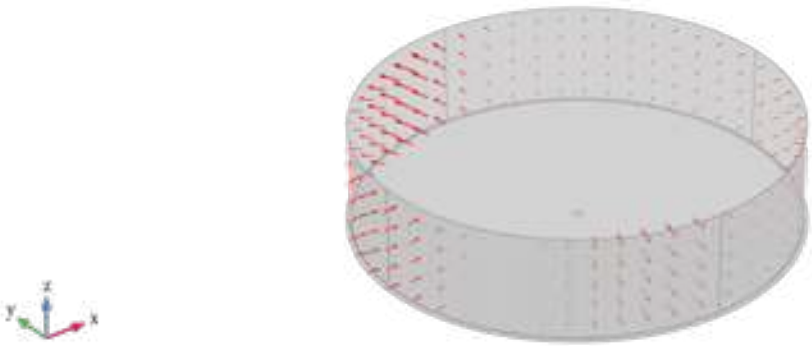

Figura 5.8 - Pressione indotta dal vento in direzione x

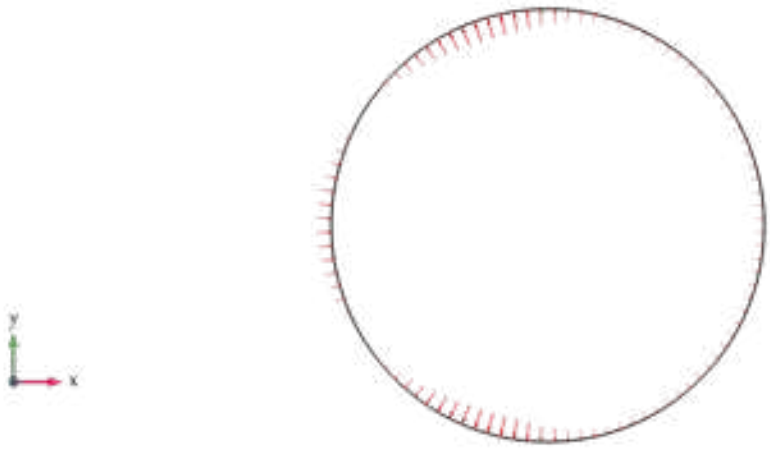

Figura 5.9 - Pressione vento - distribuzione in pianta

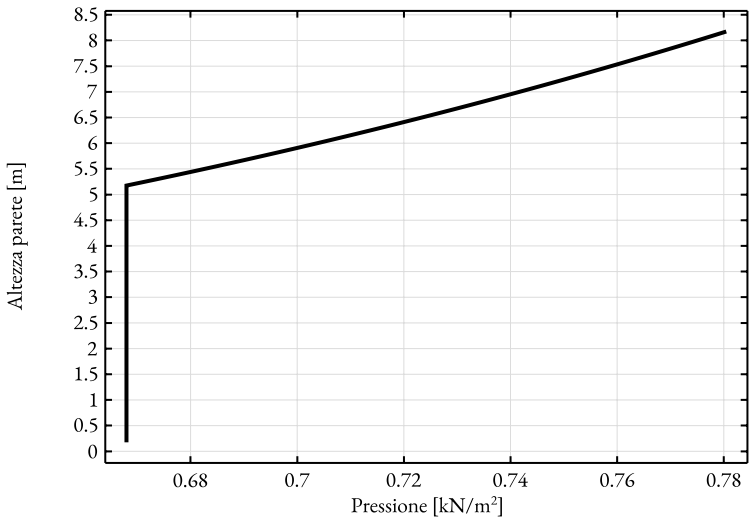

Figura 5.10 - Pressione vento - Distribuzione in altezza

5.5.3 Carico neve

Il carico della neve è stato determinato in conformità alle normative vigenti, tenendo conto delle prescrizioni normative per la corretta valutazione dell'azione della neve sulla struttura.
Il calcolo è stato effettuato considerando:
Zona di riferimento: la classificazione geografica e altimetrica del sito di intervento, come previsto dalle NTC 2018.

- Carico neve al suolo: determinato in base all'altitudine del sito, secondo la mappa di riferimento fornita dalle norme.
- Coefficiente di forma: funzione della geometria della copertura e della possibilità di accumulo irregolare della neve, assunto pari a 1.00.
- Coefficiente di esposizione: che tiene conto dell'ubicazione del serbatoio e delle condizioni ambientali.
- Coefficiente termico: considerato pari a 1.00 in quanto il serbatoio non presenta particolari condizioni termiche che possano influenzare lo scioglimento della neve.

Parametri

Inclinazione copertura	α	0,00	°
Zona		II	
Topografia		Normale	
Pressione della neve	q_s	1000,00	N/m^2
Carico della neve al suolo	q_{sk}	1,00	kN/m^2
Coefficiente di esposizione	C_E	1,00	
Coefficiente termico	C_t	1,00	
Coefficiente di forma	μ_i	1,00	

Tabella 5.10 - Sito e parametri - Carico neve

Carichi

Carico piastra centrale	Q_v	513,18	kN
Carico verticale pareti	q_v	3,24	kN/m
Carico radiale pareti	q_r	12,94	kN/m

Tabella 5.11 - Carico neve

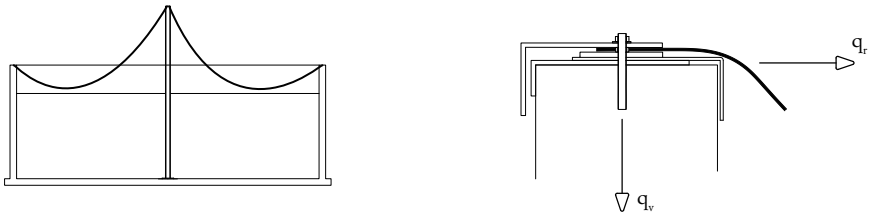

Figura 5.11 - Particolare aggancio telo-struttura

Il carico applicato alle pareti e al pilastro è stato determinato mediante il metodo delle aree di influenza. In particolare, si è ipotizzato che il pilastro assorba il 60% del carico complessivo, mentre le pareti si fanno carico del restante 40%. Inoltre, sulla base di indicazioni fornite dai produttori dei teloni, è stato considerato un incremento del carico verticale pari a quattro volte il valore iniziale, al fine di stimare l'intensità del carico radiale di trazione generato dal meccanismo di aggancio del telo tra la parete in cemento armato e la copertura. A seguire, si riporta una sezione significativa del collegamento.

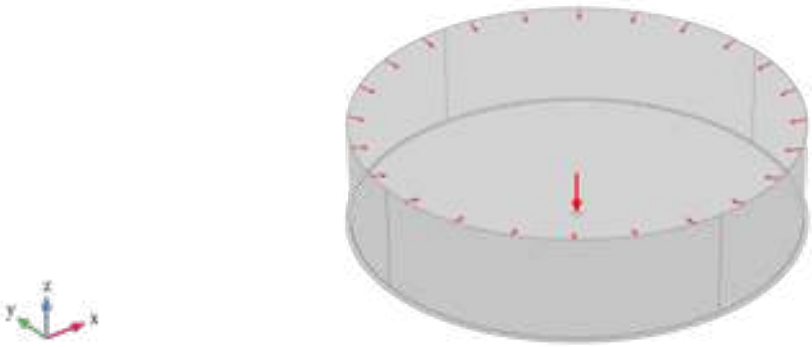

Figura 5.12 - Carico indotto dalla neve

5.5.4 Carico idrostatico

Per il carico idrostatico, si ipotizza che il serbatoio sia totalmente riempito di fluido con densità pari a 998 kg/m^3.

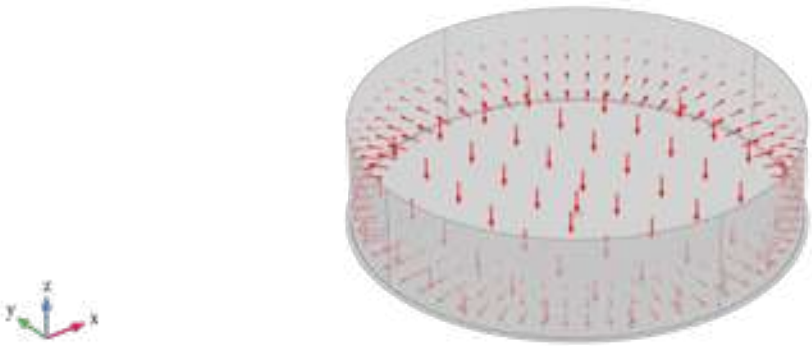

Figura 5.13 - Carico idrostatico

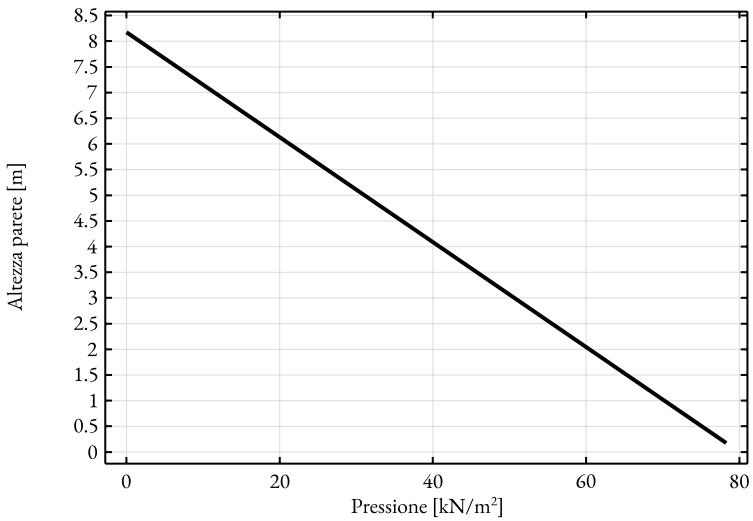

Figura 5.14 - Pressione idrostatica

5.5.5 Spinta del terreno

La parte di parete interrata è soggetta alla spinta del terreno, la quale dipende sia dalla distribuzione delle tensioni nel suolo che dalle condizioni di vincolo della struttura. Inoltre, qualora la falda acquifera si trovi a una quota superiore rispetto alla platea, occorre considerare anche la spinta idrostatica dell'acqua, che può contribuire in modo significativo al carico complessivo agente sulla parete.
Date le condizioni di vincolo per il calcolo della spinta è stato preso il coefficiente K_0 di spinta a riposo.

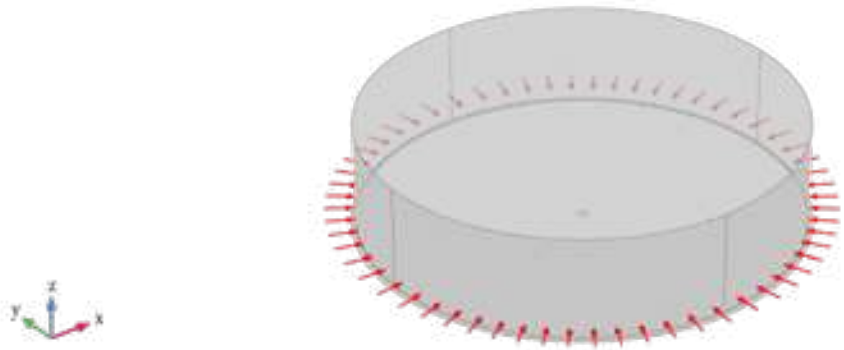

Figura 5.15 - Spinta terreno statico

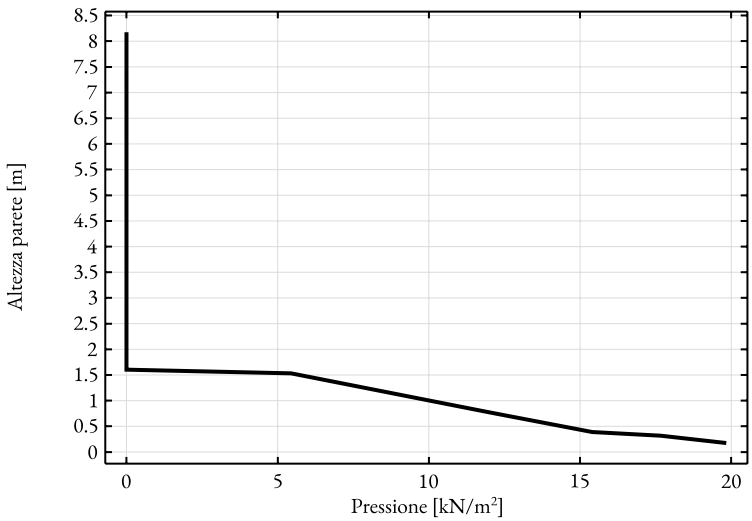

Figura 5.16 - Pressione terreno

5.5.6 Carico termico

Si è suddiviso il carico termico agente sugli elementi strutturali in due componenti principali:

- Carico termico costante, che rappresenta una variazione uniforme della temperatura in tutta la struttura, generando espansioni o contrazioni omogenee.
- Carico termico lineare, che considera le variazioni di temperatura distribuite in maniera graduale lungo lo spessore della lastra, generando gradienti termici e sollecitazioni differenziali tra le diverse parti della struttura.

Per il calcestruzzo armato, il valore medio del coefficiente di dilatazione termica è generalmente pari a 0.000012 K^{-1}.

In questo progetto il carico termico lineare non è stato considerato, poiché sul lato esterno è previsto uno strato di materiale isolante, che riduce significativamente lo sbalzo termico tra l'interno e l'esterno della struttura.

È opportuno sottolineare che, in assenza di un adeguato isolamento, il carico termico lineare può influire in maniera rilevante sulla verifica a fessurazione, potendo divenire condizione dimensionante. Anche differenze di temperatura interne-esterne relativamente contenute possono generare coazioni significative, tali da richiedere, ad esempio, un aumento dello spessore della parete per il rispetto dei limiti imposti dallo stato limite di fessurazione[39].

Carico termico costante

Temperatura standard	T	20,00 °C
Temperatura massima	T_{max}	0,00 °C
Temperatura minima	T_{min}	40,00 °C

Tabella 5.12 - Parametri termico costante

39 Ghali, A., 2014. Circular Storage Tanks and Silos. 3ª ed. Boca Raton: CRC Press.

Carico termico lineare

Temperatura interna	T_{int}	35,00	°C
Temperatura esterna	T_{est}	35,00	°C
Differenza termica tra i lembi della lastra	ΔT	0,00	°C

Tabella 5.13 - Parametri termico lineare

5.5.7 Ritiro e viscosità

Il ritiro e la viscosità sono due fenomeni rilevanti che influenzano il comportamento del calcestruzzo nel tempo, determinando variazioni dimensionali e tensioni interne che possono compromettere la durabilità della struttura.
Per tenere conto di questi due fenomeni nella progettazione strutturale:

- Ritiro: viene simulato applicando un carico termico equivalente, che riproduce gli effetti della contrazione volumetrica del calcestruzzo.
- Viscosità: si considera modificando il modulo elastico del calcestruzzo. In particolare, nelle verifiche a tempo infinito, il calcestruzzo viene modellato con un modulo di Young ridotto, quando sono applicati i carichi a durata quasi permanente, per tenere conto delle deformazioni differite dovute al fluage; questo non influenza lo stato tensionale nella struttura, ma solamente lo stato deformativo.

Ritiro

Deformazione soletta	ε_{cs}	-0,000236	
Ritiro da essiccamento	ε_{cd}	-0,000168	
Ritiro autogeno	ε_{ca}	-0,000068	
Coefficiente dilatazione termica calcestruzzo	α	0,000012	
Differenza di temperatura	ΔT	-5,66	°C

Tabella 5.14 - Parametri ritiro

Viscosità

Modulo elastico a tempo infinito	$E_{cm,\infty}$	9950	N/mm²
Viscosità	$\varphi(\infty,t_0)$	2,48	
Altezza fittizia	h_0	330	mm
Tensione massima	$\sigma_{c,max}$	0,27	N/mm²

Tabella 5.15 - Parametri viscosità

5.5.8 Sismica

I parametri utilizzati per il calcolo dell'azione sismica sono stati definiti in conformità con la normativa italiana vigente[40], che stabiliscono i criteri per il dimensionamento sismico delle strutture, tenendo conto delle caratteristiche geologiche e sismiche del sito.
Per quanto riguarda i valori del sito, si è fatto riferimento alla precedente normativa[41] in quanto, al momento della progettazione, non ci sono stati aggiornamenti in materia.

Parametri

Tipologia sottosuolo		C	
Classe topografica		T1	
Fattore di struttura	q	1,00	
Smorzamento struttura	$\xi_{struttura}$	5,00	%
Smorzamento liquido	ξ_{fluido}	0,50	%
Massima accelerazione al suolo SLV	$a_g S$	0,174	g
Fattore suolo	S	1,50	
Fattore topografia	S_T	1,00	

Tabella 5.16 - Parametri sismici

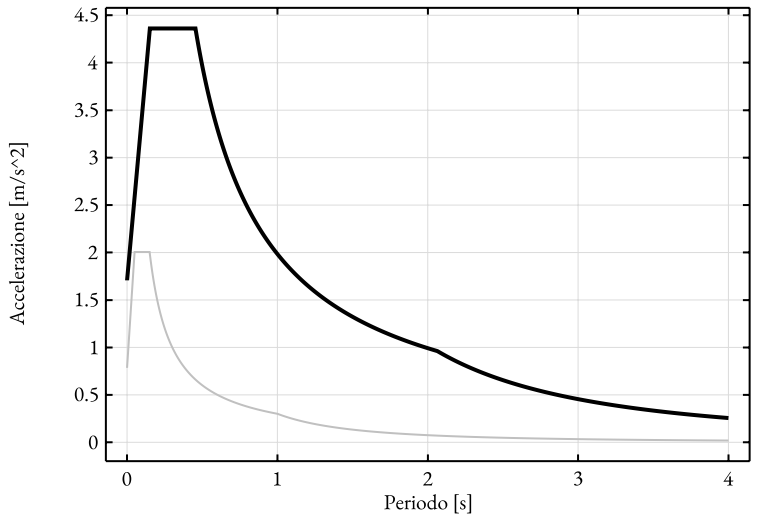

Figura 5.17 - Spettro orizzontale e verticale SLV

40 Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, 2018. Norme Tecniche per le Costruzioni (NTC 2018). Roma: Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti.

41 Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, 2008. Norme Tecniche per le Costruzioni (NTC 2008). Roma: Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti.

Stato limite operatività

Tempo di ritorno	T_R	45	anni
Accelerazione orizzontale	a_g	0,039	g
Fattore amplificazione spettrale	F_o	2,537	
Fattore amplificazione spettrale verticale	F_v	0,676	
Valore di riferimento	T_C^*	0,242	s

Tabella 5.17 - Parametri sismici SLO

Stato limite di danno

Tempo di ritorno	T_R	75	anni
Accelerazione orizzontale	a_g	0,049	g
Fattore amplificazione spettrale	F_o	2,507	
Fattore amplificazione spettrale verticale	F_v	0,749	
Valore di riferimento	T_C^*	0,265	s

Tabella 5.18 - Parametri sismici SLD

Stato limite di salvaguardia della vita

Tempo di ritorno	T_R	712	anni
Accelerazione orizzontale	a_g	0,116	g
Fattore amplificazione spettrale	F_o	2,555	
Fattore amplificazione spettrale verticale	F_v	1,175	
Valore di riferimento	T_C^*	0,287	s

Tabella 5.19 - Parametri sismici SLV

Stato limite di collasso

Tempo di ritorno	T_R	1462	anni
Accelerazione orizzontale	a_g	0,152	g
Fattore amplificazione spettrale	F_o	2,512	
Fattore amplificazione spettrale verticale	F_v	1,322	
Valore di riferimento	T_C^*	0,292	s

Tabella 5.20 - Parametri sismici SLC

Trattandosi di una struttura assialsimmetrica, non è stato adottato il metodo di combinazione delle azioni sismiche previsto dall'Eurocodice, basato sulla regola del 100–30–30. È stata invece considerata

unicamente l'azione sismica agente nella direzione x, in quanto, per via della simmetria assiale, la risposta strutturale risulta pressoché invariata qualunque sia la direzione del sisma.

$$E_{Ed,x} + 0.3 \cdot E_{Ed,z}$$
$$0.3 \cdot E_{Ed,x} + E_{Ed,z} \qquad (5.1)$$

5.5.8.1 Inerzia

Per la valutazione delle forze sismiche agenti sulla struttura, sono state condotte due tipologie di analisi:

- Analisi dinamica lineare: è stata eseguita un'analisi modale con spettro di risposta in accelerazione, che permette di valutare il comportamento della struttura sotto azione sismica considerando i modi di vibrazione significativi.
- Analisi statica lineare: condotta a scopo di confronto, è basata su un approccio semplificato che applica forze statiche equivalenti per simulare l'effetto dell'azione sismica.

Dai risultati ottenuti, si è osservato che entrambe le analisi forniscono esiti comparabili. Pertanto, si è scelto di adottare l'analisi statica lineare, come suggerito dall'Eurocodice[42] vigente, utilizzando una relazione semplificata che garantisce una modellazione efficace e conforme alle prescrizioni normative, senza introdurre complessità computazionali non necessarie.

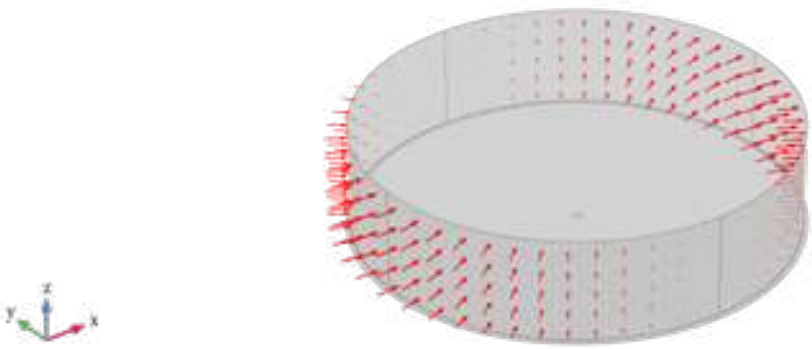

Figura 5.18 - Forze inerziali

42 British Standards Institution (BSI), 2024. BS EN 1998-1-1:2024 – Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 1-1: General rules and seismic action. London: BSI.

5.5.8.2 Comportamento terreno

Per la valutazione delle forze sismiche indotte dal terreno, si possono adottare due approcci principali:

- Metodo di Mononobe-Okabe, basato sulla teoria di Coulomb, è comunemente utilizzato per strutture di sostegno e serbatoi interrati, assumendo un comportamento pseudo-statico del terreno sotto azione sismica. Tuttavia, questo metodo è più indicato per strutture snelle, dove la spinta del terreno può essere trattata come una forza distribuita lungo l'altezza.
- Metodo di Wood, approccio è più indicato per strutture tozze, in quanto tiene conto della risposta dinamica del sistema e dell'interazione tra il terreno e la struttura in condizioni sismiche. Considera un comportamento globale della massa del terreno, risultando più adatto per serbatoi con proporzioni più compatte.

Nel presente studio, è stato preferito il metodo di Wood[43][44], poiché più idoneo per la geometria del serbatoio in esame, garantendo una valutazione più accurata delle spinte sismiche indotte dal terreno su strutture con proporzioni tozze.

$$\Delta\sigma_h = \frac{\gamma}{g} \cdot H_R \cdot \frac{S_\alpha}{F_A} \cdot f \tag{5.2}$$

Oltre alla pressione dinamica esercitata dallo scheletro solido, in presenza di falda si registra un ulteriore incremento della spinta, dovuto alla pressione idrodinamica generata dall'acqua[45].

$$p_W = \frac{7}{8} \cdot \alpha_H \cdot \gamma_W \cdot \sqrt{z_W \cdot H_W} \tag{5.3}$$

A differenza della spinta di Mononobe-Okabe che, nella combinazione sismica, ingloba anche la componente statica della pressione del terreno, la spinta di Wood deve essere considerata come un contributo aggiuntivo alla spinta statica. In modo analogo, la sovraspinta idrodinamica generata dall'azione sismica sull'acqua si somma alla spinta idrostatica già presente. La comprensione di queste differenze concettuali risulta essenziale per una corretta valutazione delle azioni agenti sulle strutture interrate in condizioni sismiche.

43 Wood, J.H., 1973. Earthquake-Induced Soil Pressures on Structures. EERL 73-05. Pasadena, CA: California Institute of Technology.

44 Wood, J.H., 1975. Earthquake induced pressures on a rigid wall structure. Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering, 8(3), pp.175–186.

45 British Standards Institution (BSI), 2024. BS EN 1998-5:2024 – Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 5: Foundations, retaining structures and geotechnical aspects. London: BSI.

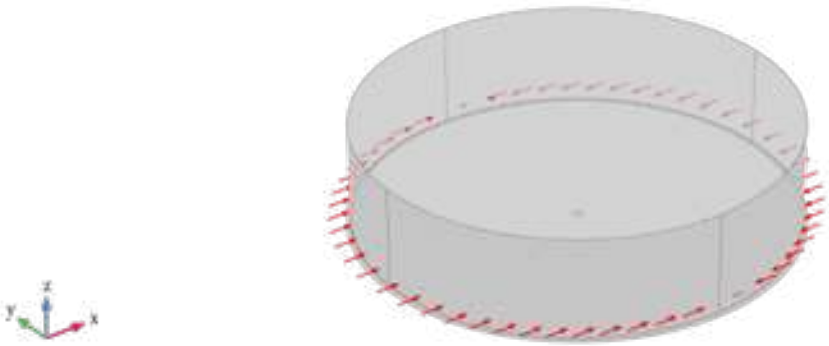

Figura 5.19 - Pressione del terreno alla Wood e spinta idraulica dinamica

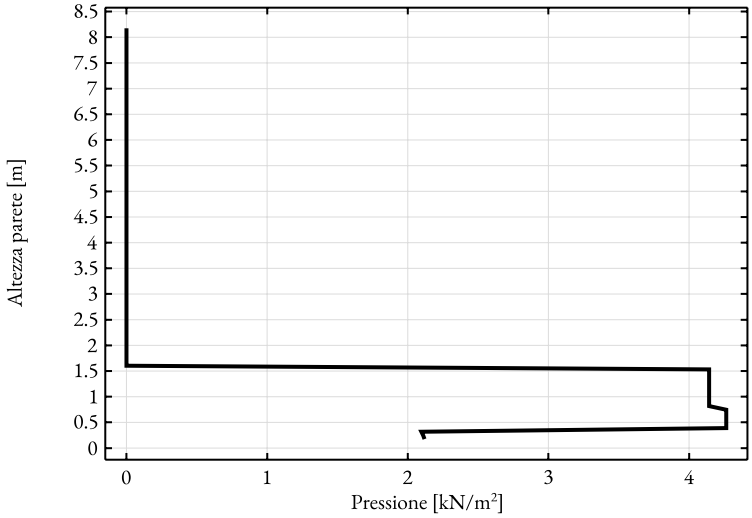

Figura 5.20 - Pressione terreno sismica

5.5.8.3 Comportamento del fluido interno al serbatoio

Il comportamento del fluido sotto azione sismica è un aspetto cruciale per la progettazione di strutture come i serbatoi, poiché le forze indotte dal liquido possono avere un impatto significativo sulla risposta strutturale. In conformità con le normative attuali e per garantire un'analisi accurata, si è scelto di seguire l'approccio proposto dall'Eurocodice[46], che suddivide le forze sismiche in due componenti principali: forze impulsive e forze convettive.

46 European Committee for Standardization (CEN), 2006. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 4: Silos, tanks and pipelines. Brussels: CEN.

$$p_i(\xi, \varsigma, \theta, t) = \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{I_1'\left(\frac{\nu_n}{\gamma} \cdot \nu_n^2\right)} \cdot \cos(\nu_n \cdot \varsigma) \cdot I_1\left(\frac{\nu_n}{\gamma} \cdot \xi\right)\right] \cdot \rho \cdot H \cdot \cos(\theta) \cdot a_g(t) \tag{5.4}$$

$$p_c(\xi, \varsigma, \theta, t) = \rho \cdot \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2R}{\left(\lambda_n^2 - 1\right) \cdot J_1(\lambda_n) \cdot \cosh(\lambda_n \cdot \gamma)} \cdot \cosh(\lambda_n \cdot \gamma \cdot \varsigma) \cdot J_1(\lambda_n \cdot \xi) \cdot \cos(\theta) \cdot a_n\right] \tag{5.5}$$

Inoltre, durante l'analisi sismica, è presente una componente verticale delle forze sismiche, che deriva dalle accelerazioni verticali (spinta sismica verticale) durante l'evento sismico[47].

$$p_{vr}(\varsigma, t) = \rho \cdot H \cdot (1 - \varsigma) \cdot a_v(t) \tag{5.6}$$

Per la pressione impulsiva e convettiva si sono seguite le indicazioni della letteratura[48], in particolare per l'accelerazione utilizzata nella pressione impulsiva si è usata la massima accelerazione al suolo (a_gS); nella pressione convettiva si sono utilizzati i primi 10 modi di *sloshing*; nell'accelerazione verticale si è utilizzato lo spettro di progetto verticale con un periodo pari a 0.1 s.
La combinazione di queste è in accordo con l'Eurocodice[49] in cui viene applicato il metodo 100-30-30.

$$E_h = p_c + p_i + p_{vr} \cdot 30\,\% \tag{5.7}$$

$$E_v = (p_c + p_i) \cdot 30\,\% + p_{vr} \tag{5.8}$$

47 Marchaj, T.J., 1979. Importance of vertical acceleration in the design of liquid containing tanks. In: Proceedings of the Second U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Stanford, California, pp. 146–155.

48 Calvi, G.M. & Nascimbene, R., 2022. Seismic design and analysis of tanks. Hoboken, NJ: Wiley.

49 European Committee for Standardization (CEN), 2004. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings. Brussels: CEN.

5.5.8.3.1 Componente convettiva

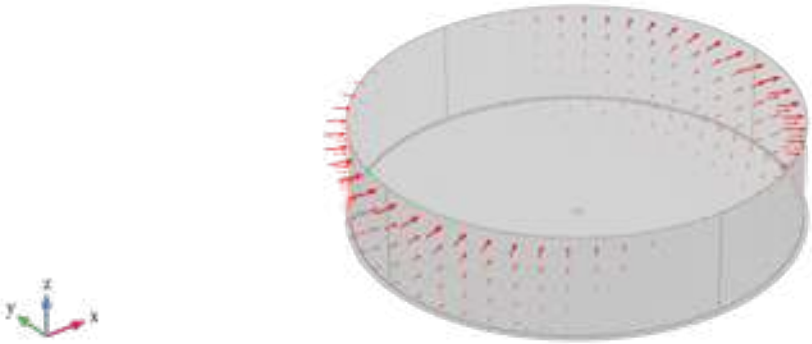

Figura 5.21 - Pressione componente convettiva

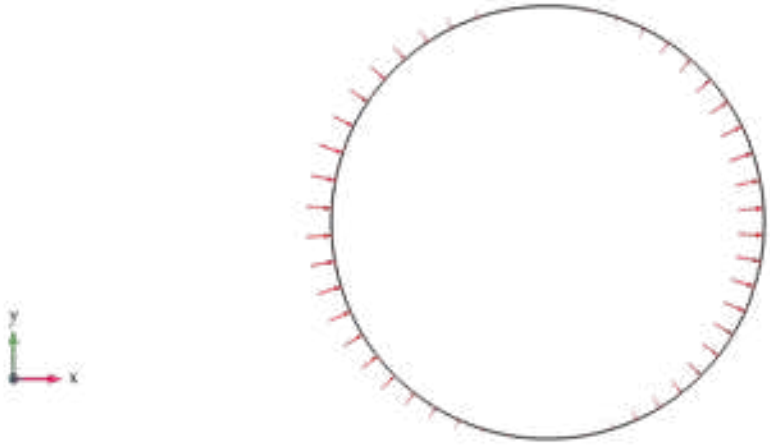

Figura 5.22 - Pressione componente convettiva - Distribuzione in pianta

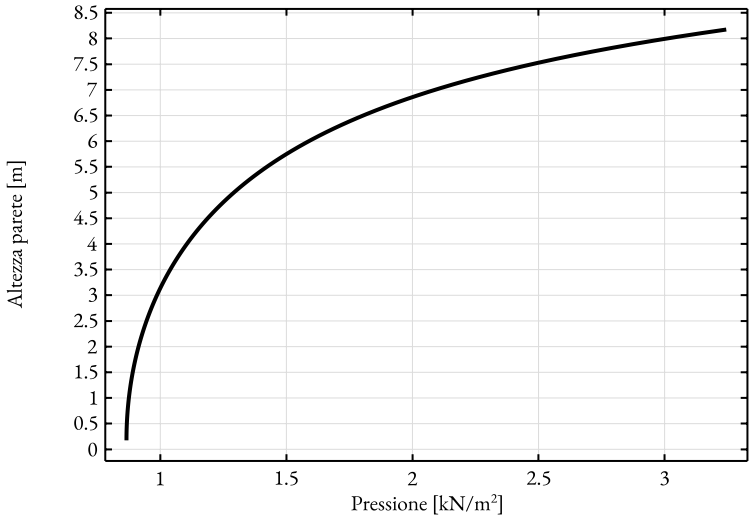

Figura 5.23 - Pressione convettiva - Distibuzione in altezza

5.5.8.3.2 Componente impulsiva

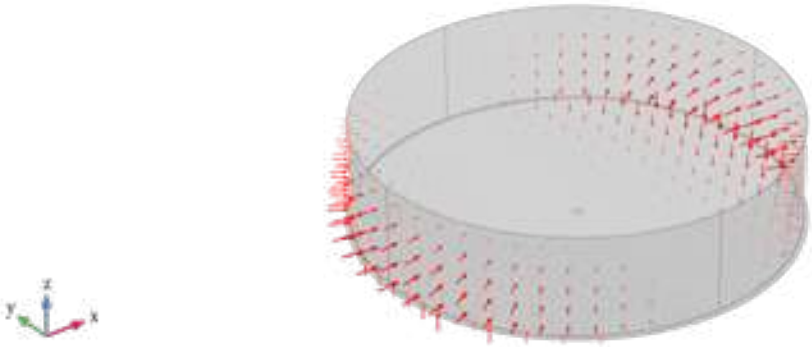

Figura 5.24 - Pressione componente impulsiva

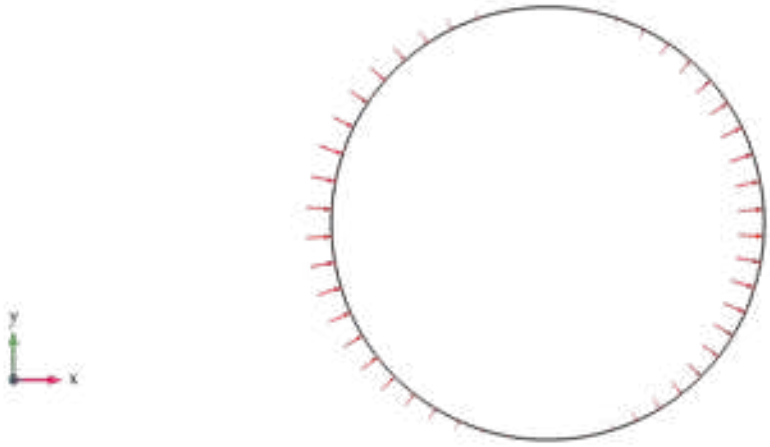

Figura 5.25 - Pressione Impulsiva - Distribuzione in pianta

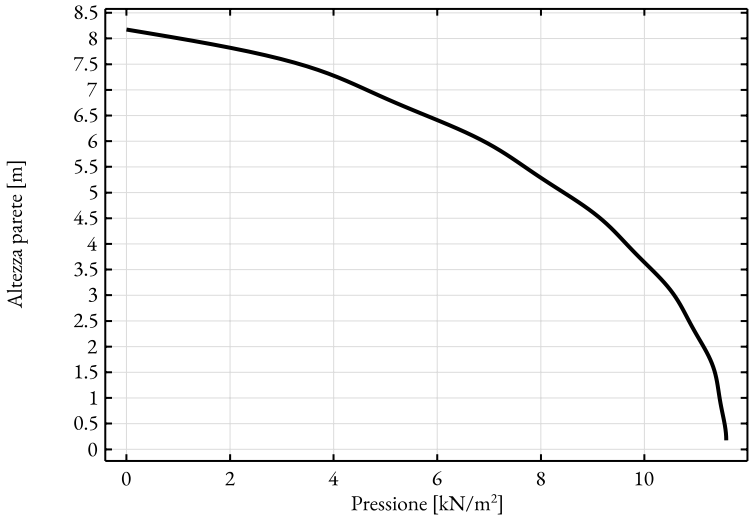

Figura 5.26 - Pressione Impulsiva - Distibuzione in altezza

5.5.8.3.3 Pressione indotta dalla componente verticale del sisma

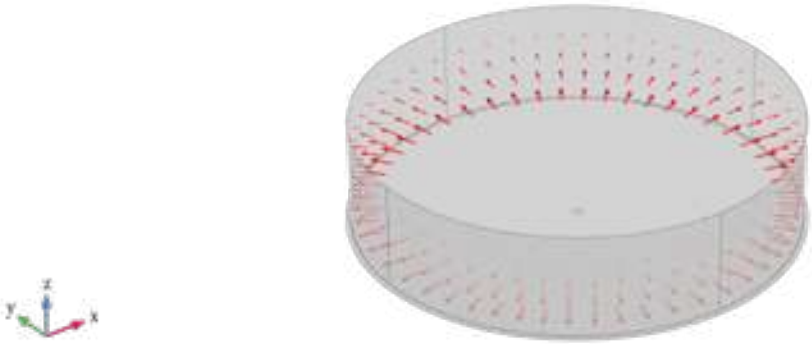

Figura 5.27 - Pressione idraulica data dalla componente verticale del sisma

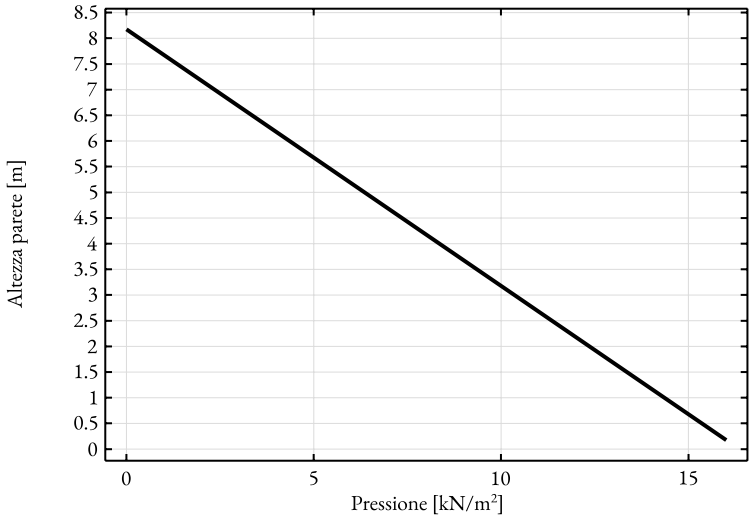

Figura 5.28 - Pressione componente verticale - Distibuzione in altezza

5.6 Disposizione armatura

La disposizione dell'armatura è stata progettata in modo da garantire la massima efficienza sia dal punto di vista geometrico che materiale, ottimizzando la resistenza strutturale e riducendo eventuali sprechi di materiale.
Il copriferro è stato progettato e garantito secondo le indicazioni della normativa vigente, in particolare in base alla classe di esposizione del sito di costruzione.
La classe di esposizione è un parametro che determina la resistenza dell'armatura e del calcestruzzo a fattori ambientali come l'umidità, la corrosione, i cicli di gelo e disgelo, e la presenza di sostanze aggressive. La normativa vigente, stabilisce i valori minimi di copriferro in funzione della classe di esposizione per garantire la durabilità e la protezione dell'armatura.

Copriferro

Platea lembo inferiore	35	mm
Platea lembo superiore	50	mm
Parete lembo esterno	35	mm
Parete lembo interno	50	mm

Tabella 5.21 - Copriferro

5.6.1 Platea

Nella platea, l'armatura è disposta secondo due direzioni principali: radialmente e tangenzialmente.
Questa scelta è dettata dalla necessità di contrastare efficacemente le sollecitazioni che si sviluppano nella struttura, garantendo un comportamento strutturale ottimale.
In particolare:

- Armatura radiale: segue le direzioni che partono dal centro del serbatoio verso il perimetro, per resistere ai momenti flettenti e agli sforzi assiali che si sviluppano per effetto del carico idrostatico e delle altre azioni agenti.
- Armatura tangenziale: disposta lungo cerchi concentrici, per assorbire le tensioni circonferenziali derivanti dalla distribuzione del carico e garantire la continuità strutturale della platea.

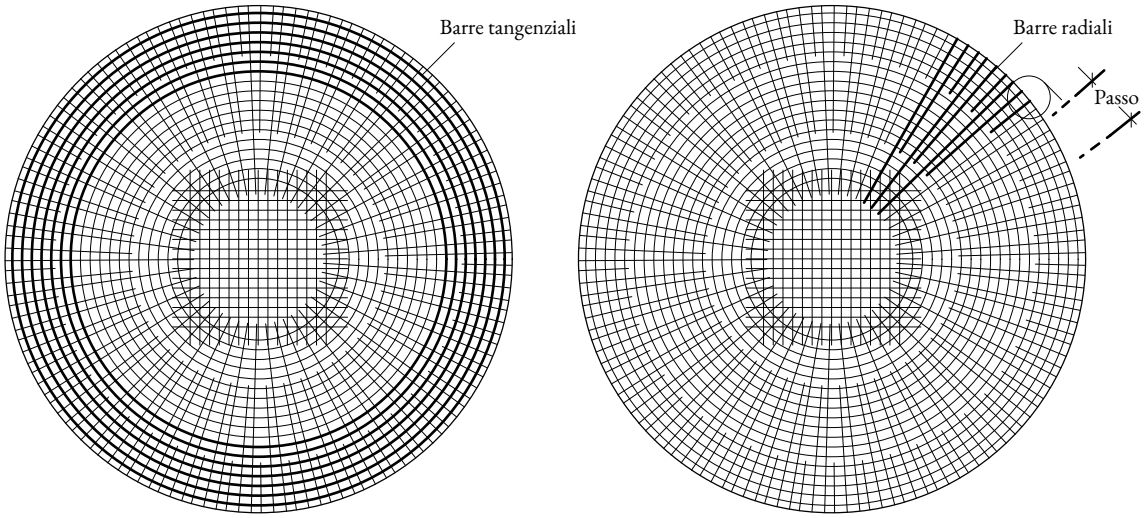

Figura 5.29 - Disposizione armatura platea in pianta

Per le verifiche strutturali, il baricentro delle armature radiali e tangenziali è stato calcolato tenendo conto di vari fattori, tra cui il diametro delle barre, la distanza tra le barre e la loro posizione reale all'interno della sezione.
Il baricentro delle armature rappresenta il punto medio della distribuzione dell'armatura, ed è fondamentale per determinare la posizione effettiva delle barre in relazione alle sollecitazioni agenti sulla struttura.

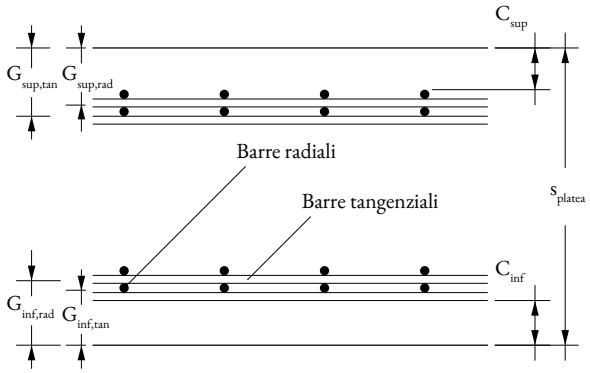

Figura 5.30 - Sezione platea

A seguito è possibile capire come è stata la distribuzione delle armature in platea, dove i diametri delle barre sono espressi in millimetri e il passo tra una barra e l'altra in centimetri.
Il passo delle barre radiali è inteso come la distanza sul raggio massimo, come viene indicato nella figura 5.29.

Tipologia di barre	Raggio interno	Raggio esterno	Diametro	Passo
Rete 1020	0,00	16,93	10	20
Barre radiali	10,00	16,93	12	20

Tabella 5.22 - Armatura platea superiore

Tipologia di barre	Raggio interno	Raggio esterno	Diametro	Passo
Rete 1020	0,00	16,93	10	20
Barre singole disposte a croce	0,00	4,00	10	20

Tabella 5.23 - Armatura platea inferiore

Tipologia di barre	Raggio interno	Raggio esterno	Diametro	Passo
Rete 1010	0,00	16,93	10	10
Barre singole disposte a croce	0,00	3,50	10	10

Tabella 5.24 - Armatura plinto

5.6.2 Parete

Nella parete del serbatoio, l'armatura è disposta secondo due direzioni principali: verticale e orizzontale. Questa configurazione è studiata per garantire una distribuzione ottimale degli sforzi e assicurare la resistenza strutturale necessaria a sopportare le azioni agenti, in particolare la pressione idrostatica del liquido contenuto e le forze esterne.
In dettaglio:

- Armatura verticale: è progettata per contrastare i momenti flettenti generati dalla spinta idrostatica e assorbire gli sforzi assiali dovuti alle sollecitazioni globali della struttura.
- Armatura orizzontale: segue la direzione parallela alla base della parete e ha il compito di assorbire le tensioni circonferenziali, che si sviluppano per effetto della pressione interna del liquido contro le pareti.

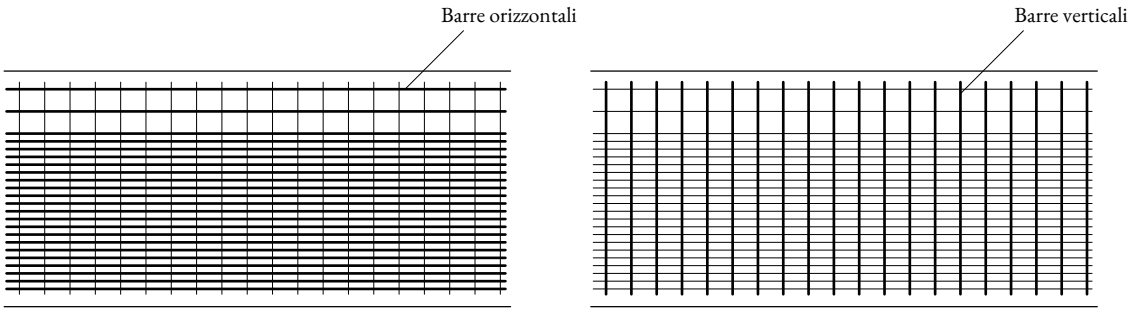

Figura 5.31 - Disposizione armatura parete prospetto

Per le verifiche strutturali, il baricentro delle armature verticali ed orizzontali è stato calcolato tenendo conto di vari fattori, tra cui il diametro delle barre, la distanza tra le barre e la loro posizione reale all'interno della sezione.

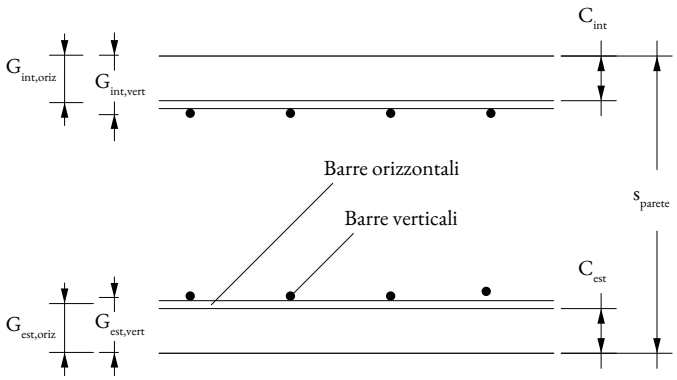

Figura 5.32 - Sezione parete

A seguito è possibile capire come è stata la distribuzione delle armature in parete, dove i diametri delle barre sono espressi in millimetri e il passo tra una barra e l'altra in centimetri.

Quota altimetrica da p.c.	Orizzontale esterna	Verticale esterna	Orizzontale interna	Verticale interna
da -1.4 m a 0.6 m	10 doppi / 8	10 / 10	10 doppi / 9	8 / 15
da 0.6 m a 2.6 m	10 doppi / 8	10 / 10	10 doppi / 9	8 / 15
da 2.6 m a 4.6 m	10 doppi / 9	8 / 15	10 doppi / 10	8 / 15
da 4.6 m a 6.6 m	10 / 8	10 / 15	10 / 8	10 / 15

Tabella 5.25 - Armatura parete

5.6.3 Connessione parete-platea

Tra la parete e la platea è presente una barra che simula una cerniera. Questa barra è stata inserita per modellare l'interazione tra i due elementi strutturali, permettendo una certa libertà di rotazione tra la parete e la platea. La funzione principale di questa cerniera è di consentire il movimento relativo tra la parete e la platea, evitando che il momento flettente generato dalle sollecitazioni si trasmetta completamente tra i due componenti strutturali.

Armatura

Diametro barra	φ	16 mm
Passo della barra	d	10 cm

Tabella 5.26 - Connessione platea-parete

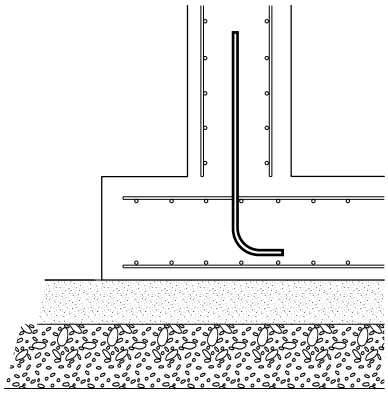

Figura 5.33 - Sezione connessione platea-parete

5.7 Combinazioni

5.7.1 SLU

Le combinazioni degli stati ultimi si riferiscono a quelle situazioni in cui la struttura raggiunge il limite di resistenza o di capacità di deformazione, e devono garantire la sicurezza dell'opera in condizioni di carico massimo.

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \gamma_{Q2} \cdot \Psi_{02} \cdot Q_{k2} + \gamma_{Q3} \cdot \Psi_{03} \cdot Q_{k3} + \cdots \tag{5.9}$$

5.7.2 SLE

Le principali combinazioni per gli stati limite di esercizio si riferiscono a situazioni operative, come carichi permanenti, carichi variabili (ad esempio, carico neve, vento o altri carichi accidentali), con l'obiettivo di non superare certi limiti di deformazione che potrebbero compromettere l'uso della struttura.

$$G_1 + G_2 + Q_{k1} + \Psi_{02} \cdot Q_{k2} + \Psi_{03} \cdot Q_{k3} + \cdots \tag{5.10}$$

$$G_1 + G_2 + \Psi_{11} \cdot Q_{k1} + \Psi_{22} \cdot Q_{k2} + \Psi_{23} \cdot Q_{k3} + \cdots \tag{5.11}$$

$$G_1 + G_2 + \Psi_{21} \cdot Q_{k1} + \Psi_{22} \cdot Q_{k2} + \Psi_{23} \cdot Q_{k3} + \cdots \tag{5.12}$$

5.7.3 SLV - SLD - SLO

Le combinazioni sismiche sono utilizzate per determinare come le azioni sismiche si combinano con gli altri carichi sulla struttura (come i carichi permanenti e variabili). Le combinazioni sismiche per gli SLV sono progettate per evitare il collasso della struttura, mentre quelle per gli SLO o SLD mirano a garantire la funzionalità della struttura, limitando deformazioni e danni.

$$G_1 + G_2 + \sum_j \Psi_{2j} \cdot Q_{kj} \tag{5.13}$$

$$G_1 + G_2 + E + \Psi_{21} \cdot Q_{k1} + \Psi_{22} \cdot Q_{k2} + \Psi_{23} \cdot Q_{k3} + \cdots \tag{5.14}$$

Numero	Combinazione	Descrizione
1		Peso proprio
2		Vento
4		Convettiva
5		Impulsiva
8		Terreno
9		Idrastatico
10		Neve
11		Componente verticale
12		Inerzia
14		Wood
16		Temperatura
17		Ritiro
18	SLU_01	Serbatoio interrato, vuoto
19	SLU_02	Serbatoio interrato, pieno di liquido
20	SLU_03	Serbatoio non interrato, pieno di liquido
21	SLU_04	Serbatoio non interrato, vuoto, vento predominante
22	SLU_05	Serbatoio interrato, vuoto, vento predominante
23	SLU_06	Serbatoio non interrato, pieno, vento predominante
24	SLU_07	Serbatoio interrato, pieno, vento predominante
25	SLU_08	Serbatoio non interrato, vuoto, neve predominante
26	SLU_09	Serbatoio interrato, vuoto, neve predominante
27	SLU_10	Serbatoio non interrato, pieno, neve predominante
28	SLU_11	Serbatoio interrato, pieno, neve predominante
29	SLU_12	Serbatoio non interrato, vuoto, temperatura predominante
30	SLU_13	Serbatoio interrato, vuoto, temperatura predominante
31	SLU_14	Serbatoio non interrato, pieno, temperatura predominante
32	SLU_15	Serbatoio interrato, pieno, temperatura predominante
34	SLU_17	Serbatoio interrato, vuoto, tempo infinito
35	SLU_18	Serbatoio interrato, pieno di liquido, tempo infinito
36	SLU_19	Serbatoio non interrato, pieno di liquido, tempo infinito
37	SLU_20	Serbatoio non interrato, vuoto, vento predominante, tempo infinito
38	SLU_21	Serbatoio interrato, vuoto, vento predominante, tempo infinito
39	SLU_22	Serbatoio non interrato, pieno, vento predominante, tempo infinito
40	SLU_23	Serbatoio interrato, pieno, vento predominante, tempo infinito
41	SLU_24	Serbatoio non interrato, vuoto, neve predominante, tempo infinito
42	SLU_25	Serbatoio interrato, vuoto, neve predominante, tempo infinito
43	SLU_26	Serbatoio non interrato, pieno, neve predominante, tempo infinito
44	SLU_27	Serbatoio interrato, pieno, neve predominante, tempo infinito
45	SLU_28	Serbatoio non interrato, vuoto, temperatura predominante, tempo infinito
46	SLU_29	Serbatoio interrato, vuoto, temperatura predominante, tempo infinito
47	SLU_30	Serbatoio non interrato, pieno, temperatura predominante, tempo infinito
48	SLU_31	Serbatoio interrato, pieno, temperatura predominante, tempo infinito
52	SLV_001	Serbatoio interrato, pieno, sisma
53	SLV_002	Serbatoio non interrato, pieno, sisma
54	SLV_003	Serbatoio non interrato, vuoto sisma
55	SLE_001	Combinazione rara: interrato pieno, vento dominante.

Numero	Combinazione	Descrizione
56	SLE_002	Combinazione rara: non interrato, pieno, vento dominante.
57	SLE_003	Combinazione rara: interrato vuoto, vento dominante.
58	SLE_004	Combinazione rara: non interrato , vuoto, vento dominante.
59	SLE_005	Combinazione rara: interrato pieno, neve dominante.
60	SLE_006	Combinazione rara: non interrato, pieno, neve dominante.
61	SLE_007	Combinazione rara: interrato vuoto, neve dominante.
62	SLE_008	Combinazione rara: non interrato , vuoto, neve dominante.
63	SLE_009	Combinazione rara: interrato, piena, temperatura dominante.
64	SLE_010	Combinazione frequente: interrato, pieno, vento dominante.
65	SLE_011	Combinazione frequente: non interrato, pieno, vento dominante.
66	SLE_012	Combinazione frequente: interrato, vuoto, vento dominante.
67	SLE_013	Combinazione frequente: non interrato,vuoto, vento dominante.
68	SLE_014	Combinazione frequente: interrato, pieno, neve dominante.
69	SLE_015	Combinazione frequente: non interrato, pieno, neve dominante.
70	SLE_016	Combinazione frequente: interrato, vuoto, neve dominante.
71	SLE_017	Combinazione frequente: non interrato, vuoto, neve dominante.
72	SLE_018	Combinazione frequente: non interrata, pieno, temperatura dominante.
73	SLE_019	Combinazione frequente: interrata, pieno, temperatura dominante.
74	SLE_020	Combinazione quasi permanente: non interrato, pieno.
75	SLE_021	Combinazione quasi permanente: interrato, pieno.
76	SLE_022	Combinazione quasi permanente: non interrato, vuoto.
77	SLE_023	Combinazione quasi permanente: interrato, vuoto.
79	SLO_001	Sisma: interrato, pieno.
80	SLO_002	Sisma: non interrato, pieno.
81	SLO_003	Sisma: interrato, vuoto.
82	SLD_001	Sisma: interrato, pieno.
83	SLD_002	Sisma: non interrato, pieno.
84	SLD_003	Sisma: interrato, vuoto.

Tabella 5.27 - Combinazioni

5.8 Risultati FEM

Nelle pagine seguenti saranno presentati i risultati dell'analisi *FEM* ottenuti dal software di calcolo. L'ordine di esposizione è il seguente: Sforzi dovuti ai carichi elementari, inviluppi delle combinazioni di carico e spostamenti.

5.8.1 Convenzioni di segno

Nelle sollecitazioni, si adotta la convenzione standard riferita al sistema di riferimento locale, in cui:

- Le tensioni di trazione sono considerate positive
- Le tensioni di compressione sono considerate negative

Tutte le altre forze e momenti sono derivate coerentemente da questa convenzione. Nell'immagine seguente vengono rappresentate le sollecitazioni sia per la parete sia per la platea, evidenziando l'orientamento dei riferimenti locali.

Per quanto riguarda gli spostamenti, invece, si fa riferimento al sistema di coordinate globale (*xyz*), assicurando coerenza con la modellazione numerica e facilitando l'interpretazione dei risultati nel contesto dell'analisi strutturale.

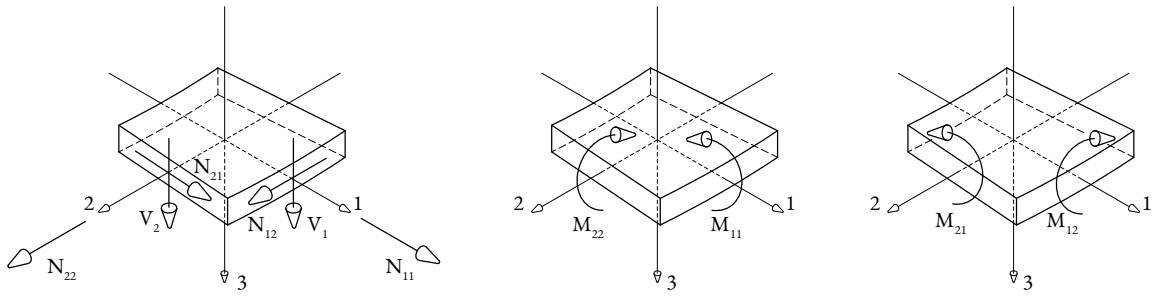

Figura 5.34 - Convenzione segno platea

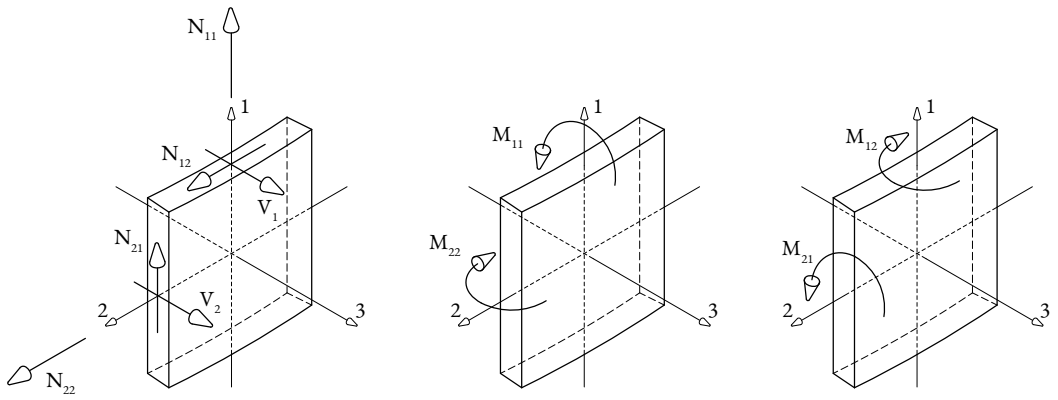

Figura 5.35 - Convenzione segno parete

5.8.2 Sforzi - Casi di carico significativi

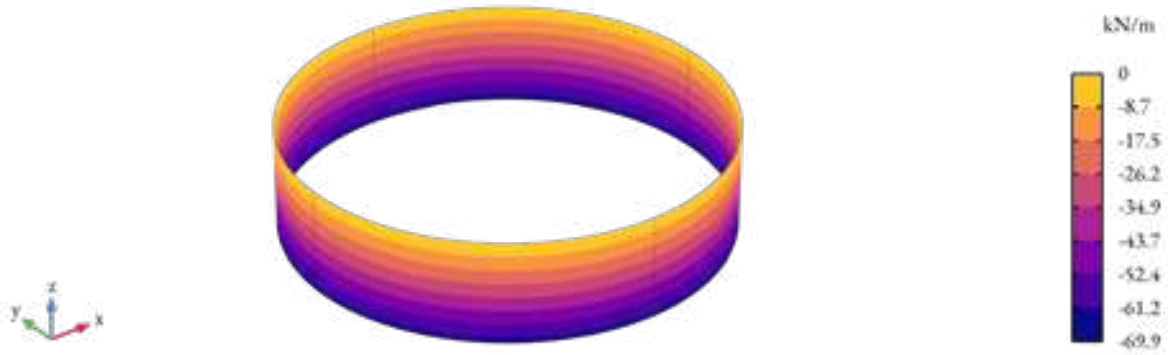

Figura 5.36 - Sforzo normale direzione 1 - Parete esterna - Peso proprio

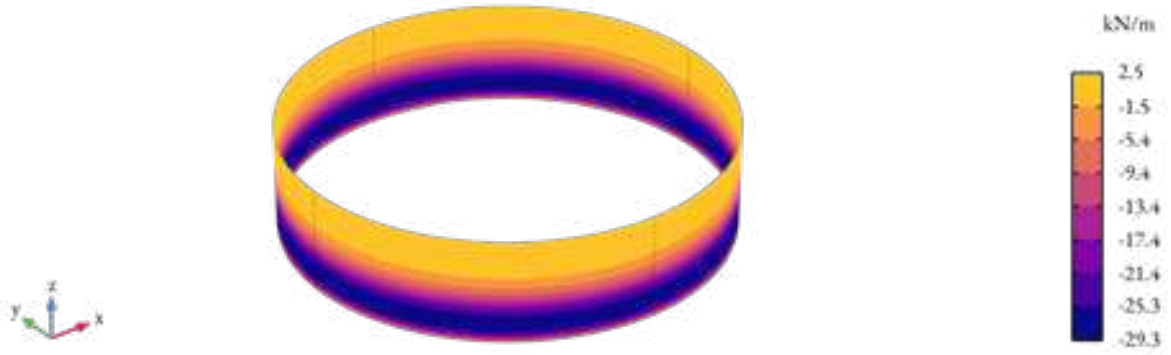

Figura 5.37 - Sforzo normale direzione 2 - Parete esterna - Terreno

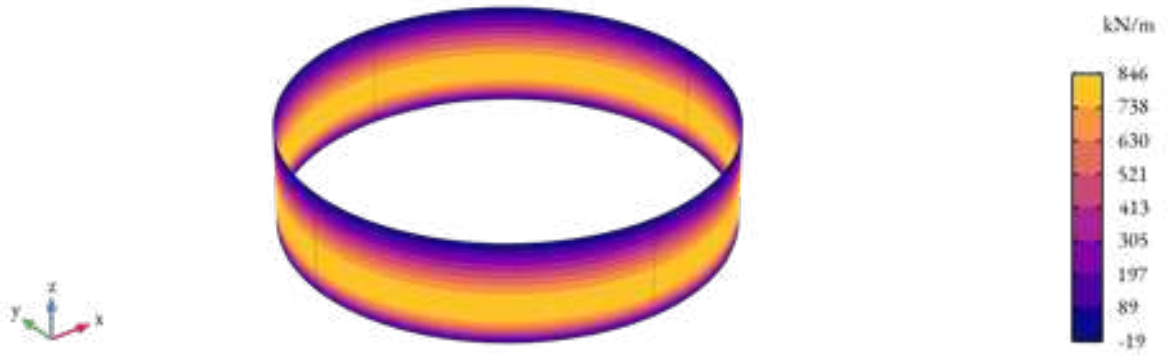

Figura 5.38 - Sforzo normale direzione 2 - Parete esterna - Idrostatica

Figura 5.39 - Sforzo normale direzione 2 - Parete esterna - Inerzia x

Figura 5.40 - Sforzo normale direzione 2 - Parete esterna - Impulsiva x

Figura 5.41 - Sforzo normale direzione 2 - Parete esterna - Convettiva x

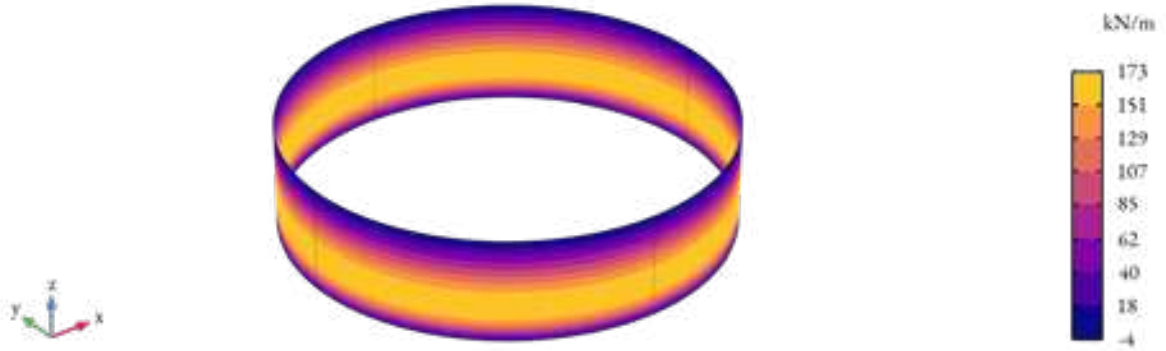

Figura 5.42 - Sforzo normale direzione 2 - Parete esterna - Componente verticale

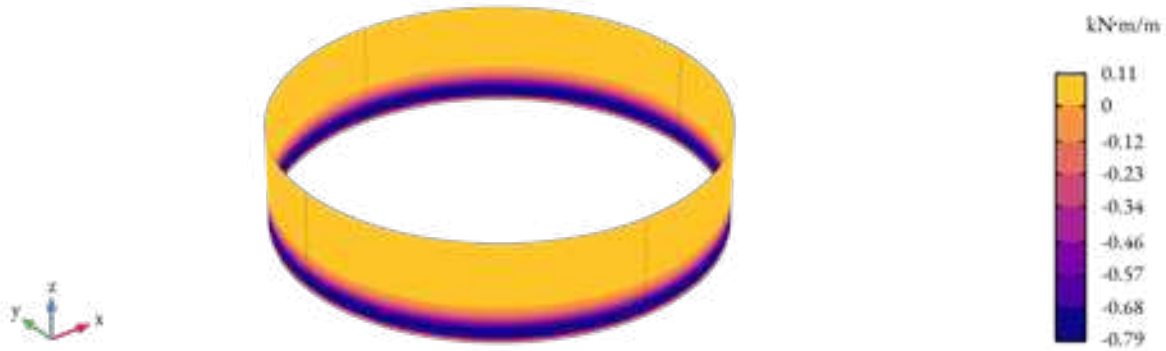

Figura 5.43 - Momento flettente direzione 2 - Parete esterna - Terreno

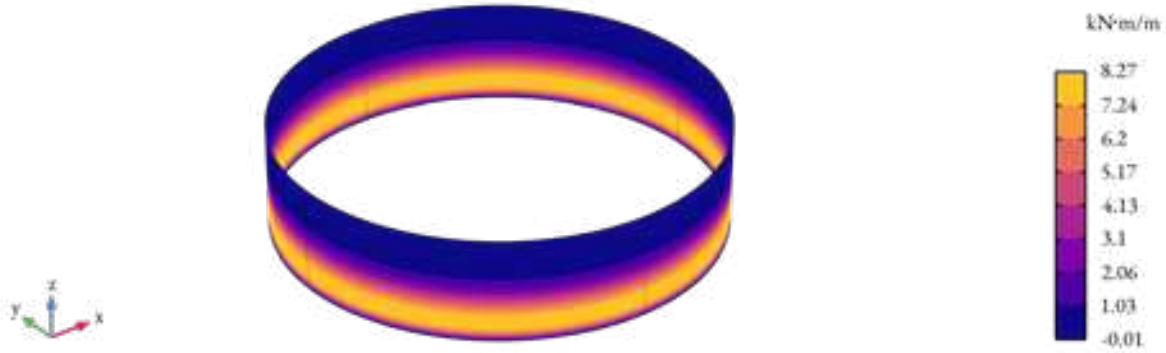

Figura 5.44 - Momento flettente direzione 2 - Parete esterna - Idrostatica

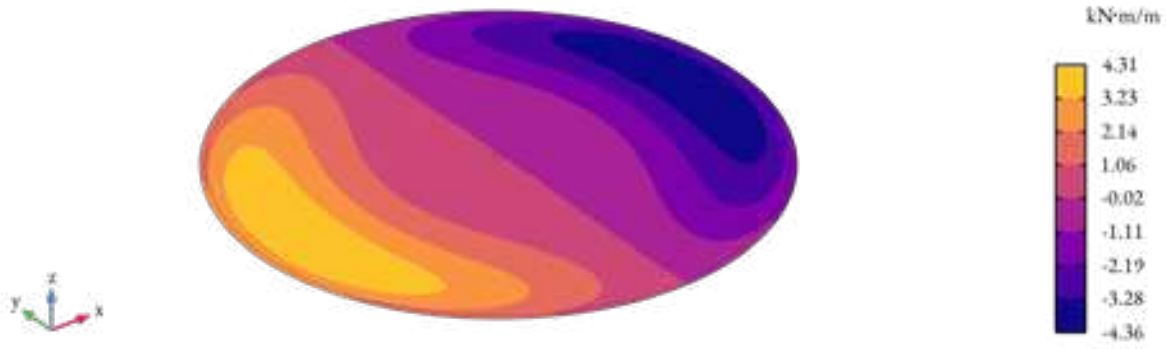

Figura 5.45 - Momento flettente direzione 2 - Platea - Impulsiva x

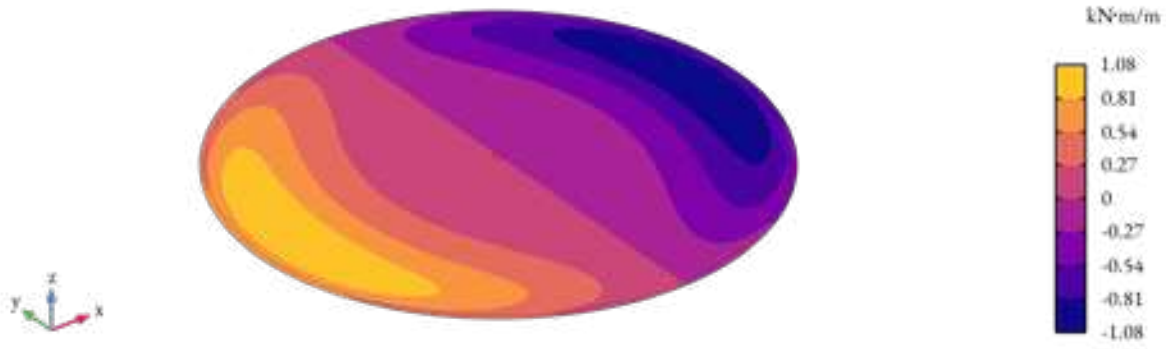

Figura 5.46 - Momento flettente direzione 2 - Platea - Convettiva x

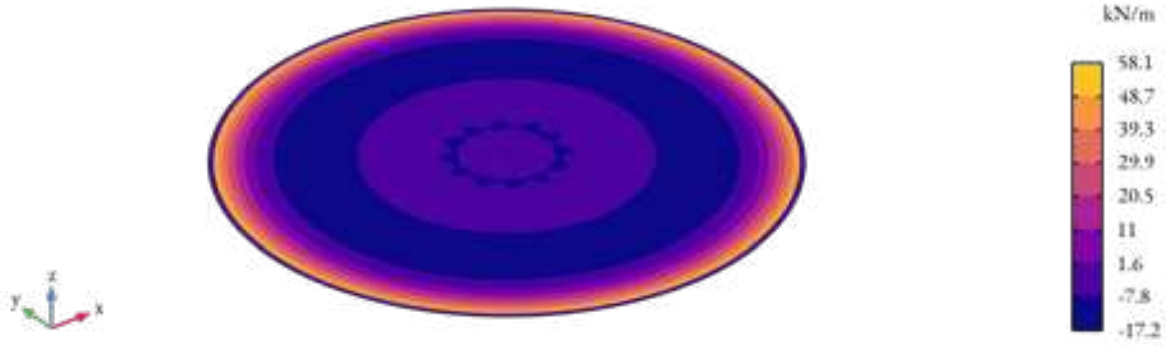

Figura 5.47 - Sforzo di taglio direzione 1 - Platea - Peso proprio

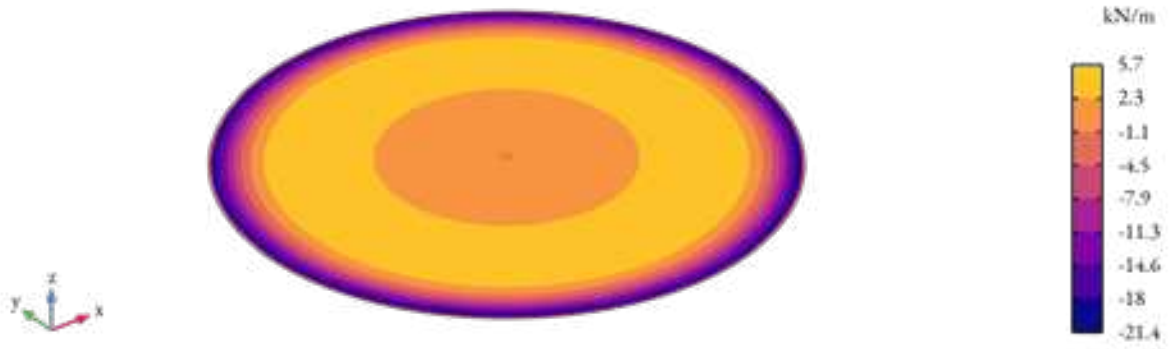

Figura 5.48 - Sforzo di taglio direzione 1 - Platea - Idrostatica

5.8.3 Sforzi - Inviluppi combinazioni di carico

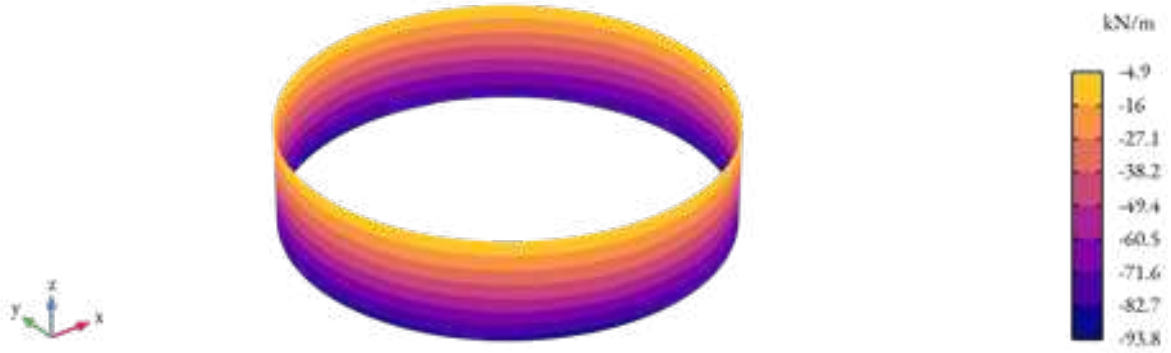

Figura 5.49 - Inviluppo inferiore sforzo normale direzione 1 - Parete

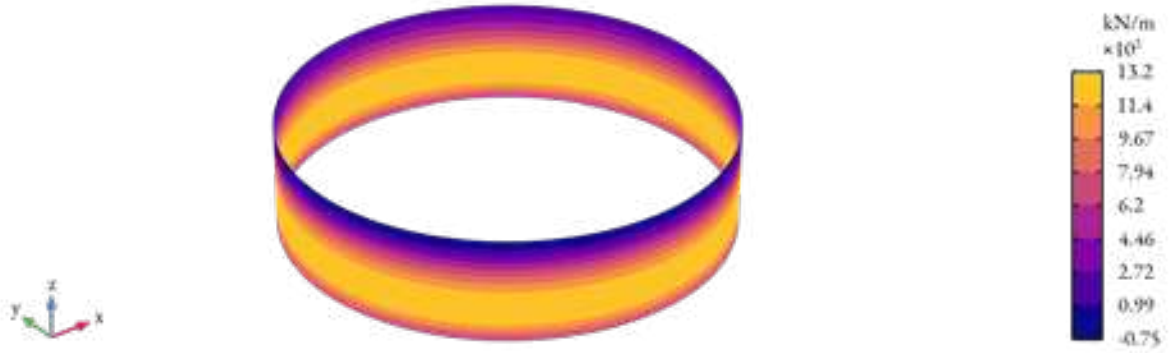

Figura 5.50 - Inviluppo superiore sforzo normale direzione 2 - Parete

5.8.4 Spostamenti - SLD

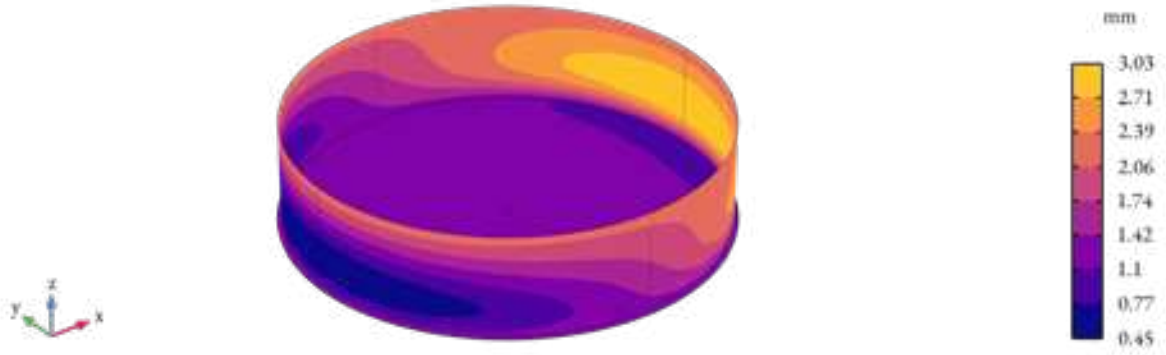

Figura 5.51 - Spostamento massimo direzione x - SLD

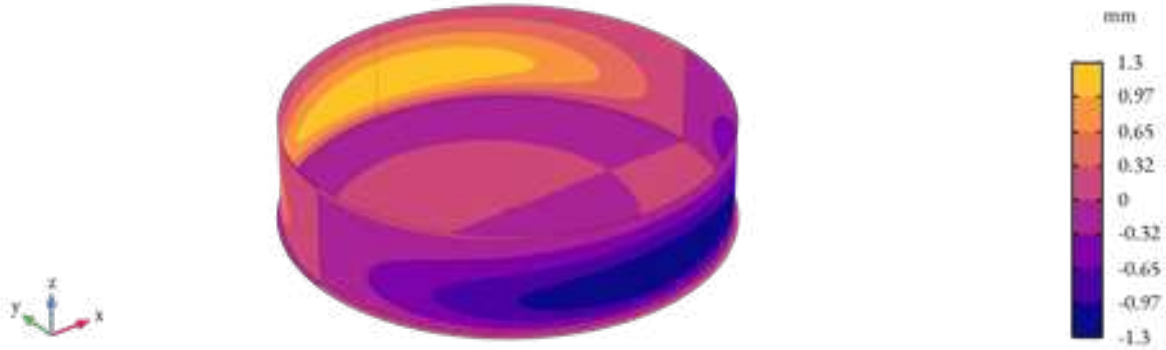

Figura 5.52 - Spostamento massimo direzione y - SLD

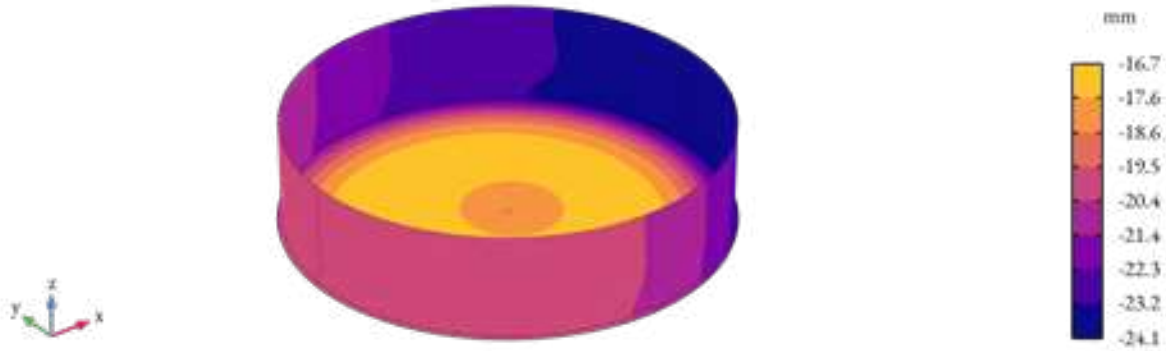

Figura 5.53 - Spostamento massimo direzione z - SLD

5.8.5 Spostamenti - SLO

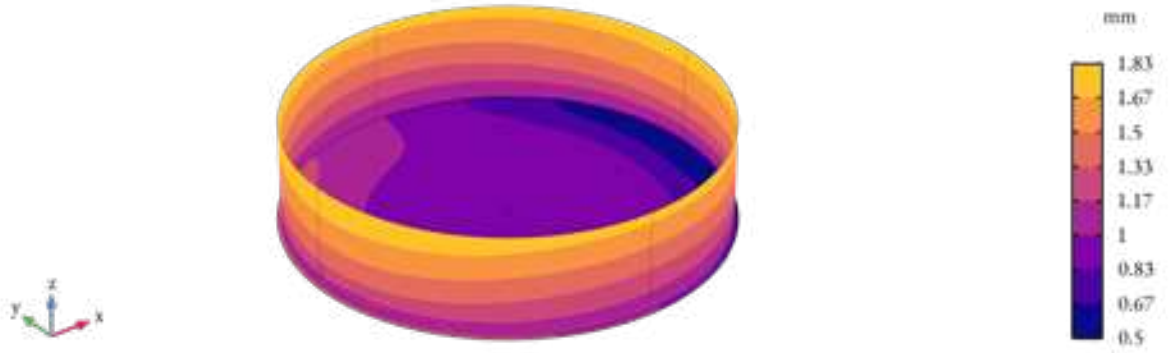

Figura 5.54 - Spostamento massimo direzione x - SLO

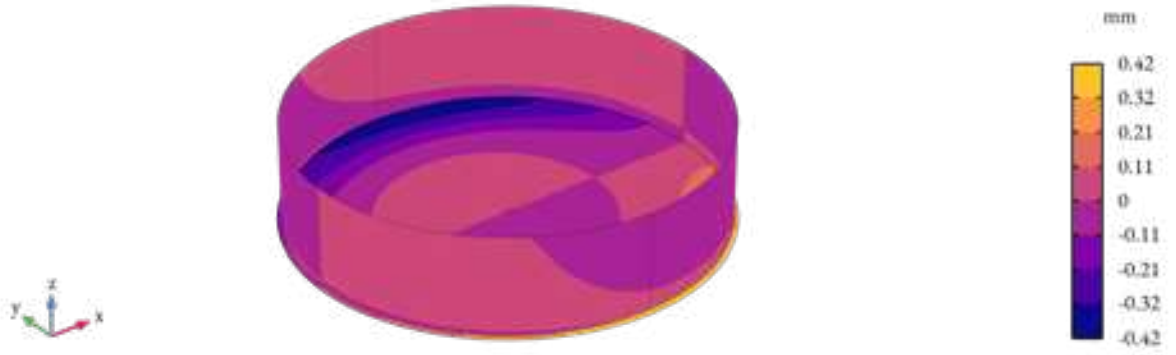

Figura 5.55 - Spostamento massimo direzione y - SLO

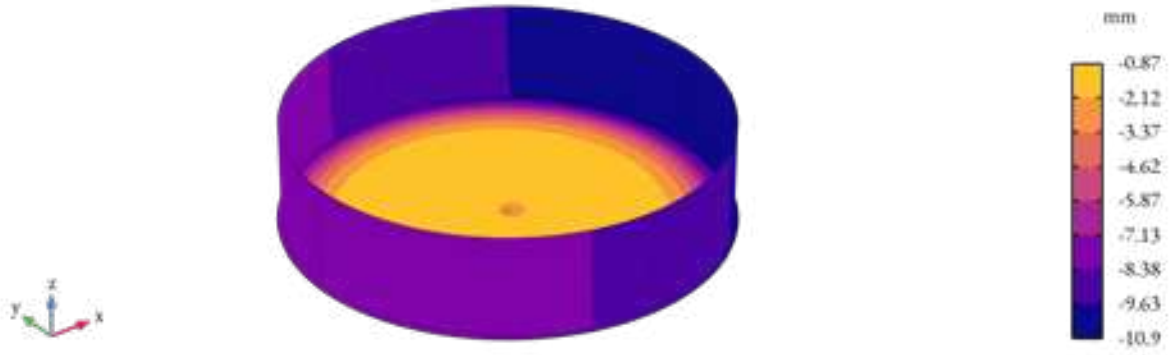

Figura 5.56 - Spostamento massimo direzione z - SLO

5.8.6 Spostamenti - Inviluppi combinazioni di carico SLE/SLD/SLO

Figura 5.57 - Inviluppo degli spostamenti lungo x - Parete

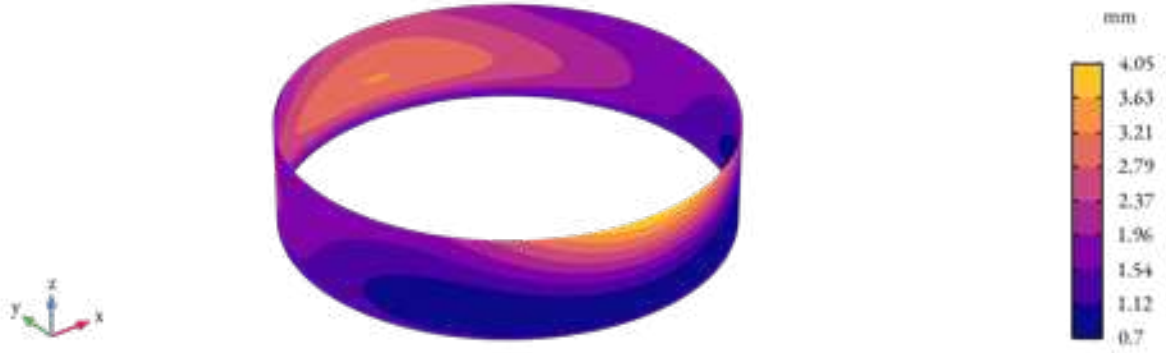

Figura 5.58 - Inviluppo degli spostamenti lungo y - Parete

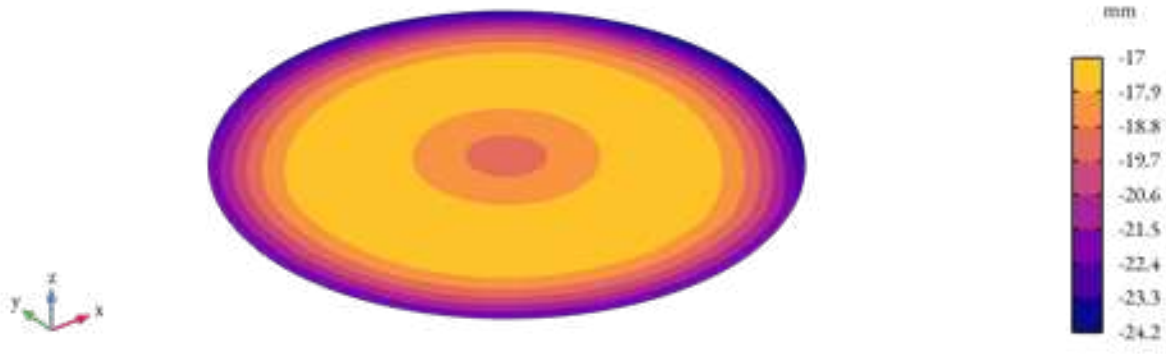

Figura 5.59 - Inviluppo degli spostamenti lungo z - Platea

5.9 Verifiche strutturali

Le verifiche sono state eseguite su tutti i punti della *mesh*, per leggibilità è stato deciso di mettere i punti più significativi: i massimi e i minimi di ogni colonna.
Nelle tabelle seguenti le coordinate sono espresse in metri, gli sforzi agenti in kilo Newton (kNm/m, kN/m) e le tensioni in Mega Pascal (N/mm^2), la larghezza delle fessure in millimetri.
Le verifiche tensionali vengono eseguite secondo la normativa vigente[50] [51], utilizzando il modello sandwich a tre strati (presentato nel §3.2); lato calcestruzzo si verifica che la tensione nel puntone in calcestruzzo sia inferiore a quella resistente (nella platea si indica con $f_{c\ inf,R}$ la tensione al lembo inferiore, $f_{c\ sup,R}$ la tensione al lembo superiore, nelle pareti si indica con $f_{c\ est,R}$ la tensione al lembo esterno, $f_{c\ int,R}$ la tensione al lembo interno al serbatoio); lato acciaio si verifica che la tensione nelle barre sia inferiore a quella resistente (nella platea si indica con $f_{ax\ inf,R}$ la tensione al lembo inferiore le barre in direzione radiale, con $f_{ax\ sup,R}$ la tensione al lembo superiore le barre in direzione radiale, con $f_{ay\ inf,R}$ la tensione al lembo inferiore le barre in direzione tangenziale, con $f_{ay\ sup,R}$ la tensione al lembo superiore le barre in direzione tangenziale, nelle pareti si indica con $f_{av\ est,R}$ la tensione al lembo esterno le barre in direzione verticale, con $f_{av\ int,R}$ la tensione al lembo interno le barre in direzione verticale, con $f_{ah\ int,R}$ la tensione al lembo interno le barre in direzione orizzontale, con $f_{ah\ est,R}$ la tensione al lembo esterno le barre in direzione orizzontale).
La verifica a taglio è stata eseguita sullo strato centrale del modello sandwich.
Nella rappresentazione dei dati relativi alla platea, non è stata inserita la coordinata z; si è preferito, invece, utilizzare la grandezza R (raggio della platea), al fine di rendere la lettura e l'interpretazione della tabella più agevole e immediata.
Nelle verifiche agli SLE in particolare nella fessurazione, si è confrontata la tensione in direzione principale σ_1 con la resistenza media a trazione semplice f_{ctm}, se non verificata si procede con la verifica secondo normativa alla misura della larghezza della fessura w_{inf}, w_{sup}, w_{est}, w_{int} che deve essere inferiore al limite prestabilito pari a 0.20 mm.

Tensioni

Calcestruzzo - SLU / SLV	f_{cd}	21,17	N/mm^2
Acciaio - SLU / SLV	f_{yd}	391,30	N/mm^2
Calcestruzzo - SLE	f_{cd}	16,81	N/mm^2
Acciaio - SLE	f_{yd}	360,00	N/mm^2
Calcestruzzo - Fessurazione	f_{ctm}	3,35	N/mm^2

Tabella 5.28 - Tensioni

50 European Committee for Standardization (CEN), 2024. Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings, bridges and civil engineering structures. Brussels: CEN.

51 International Federation for Structural Concrete (fib), 2020. fib Model Code for Concrete Structures 2020. Lausanne: fib.

5.9.1 Verifiche SLV-SLU

5.9.1.1 Verifica tensionale platea lato calcestruzzo

x	y	R	comb.	M_x	M_y	M_{xy}	N_x	N_y	N_{xy}	$f_{c\ inf,R}$	$f_{c\ sup,R}$
-0.06	-0.06	0,08	42	267.99	269.93	-0.27	-65.58	-65.58	-1.19	0.02	4.48
-0.06	0.06	0,08	42	267.96	269.96	0.28	-65.58	-65.57	1.19	0.02	4.48
2.29	1.81	2,92	42	36.37	103.52	4.57	-60.26	-65.74	-2.24	0.14	1.89
-2.57	-1.94	3,22	20	21.21	12.83	-0.12	130.54	97.81	-0.75	0.01	0.00
-16.94	-1.09	16,98	53	-1.66	-7.16	0.18	1.24	214.58	1.11	0.06	0.00
-3.22	16.35	16,66	54	1.85	-14.76	-3.40	-10.72	8.48	80.97	0.74	0.84
-10.31	13.09	16,66	42	3.03	-20.52	-1.28	-62.60	-59.05	6.72	1.26	0.35
0.18	0.30	0,35	43	215.13	241.13	-0.71	74.09	72.97	-1.03	0.03	3.45
-3.40	13.55	13,97	42	-80.79	-33.21	0.24	-52.80	-59.12	1.03	4.10	0.01
0.06	0.06	0,08	42	267.98	269.95	-0.27	-65.59	-65.59	-1.18	0.02	4.48
-5.42	-13.15	14,22	21	-79.97	-33.44	0.39	4.07	-8.91	-4.23	3.78	0.06
-0.06	-0.06	0,08	27	262.32	264.26	-0.27	121.09	121.10	-1.19	0.02	3.61
-16.94	-1.09	16,98	53	-1.66	-7.16	0.18	1.24	214.58	1.11	0.06	0.00
-0.06	0.06	0,08	27	262.29	264.29	0.28	121.09	121.10	1.19	0.02	3.61
0.30	0.06	0,31	25	230.36	249.88	0.31	-0.04	2.08	-0.44	0.01	3.88
6.63	-15.29	16,67	18	2.78	-20.24	-0.03	0.17	-11.93	-0.12	1.01	0.08
-4.44	-13.16	13,89	42	-80.88	-32.83	-0.02	-52.71	-58.90	-1.82	4.10	0.01
4.06	14.03	14,61	25	-75.32	-35.68	0.92	0.82	-2.17	-1.88	3.57	0.07
1.81	2.46	3,05	42	34.31	91.74	-7.06	-60.51	-64.29	0.91	0.24	1.75
-2.57	-1.94	3,22	42	56.76	46.62	-0.56	-70.97	-52.35	-1.25	0.04	1.52
16.94	1.09	16,98	54	-0.64	-26.04	0.05	0.07	-146.06	-0.02	1.71	0.00
-3.22	-16.35	16,66	54	1.90	-14.76	3.42	-10.95	9.17	-80.78	0.73	0.84
0.06	0.30	0,31	25	230.99	249.50	-0.58	2.14	-0.05	-0.44	0.02	3.89
0.30	0.18	0,35	42	220.40	246.98	0.20	-66.13	-65.09	-1.02	0.00	4.12
2.36	5.13	5,65	18	2.03	6.20	0.00	-15.79	-13.56	0.00	0.00	0.27
6.40	-15.73	16,98	18	-0.76	-20.84	0.07	0.13	-11.68	-0.03	1.02	0.00
-4.19	7.53	8,62	26	-23.24	-1.83	-0.03	-14.18	-15.95	2.08	1.13	0.02
-0.72	16.65	16,67	27	7.53	-10.00	0.71	111.11	92.72	-1.56	0.05	0.05
-4.02	3.66	5,44	54	3.53	5.52	-0.15	-13.06	23.21	19.24	0.19	0.22
-4.97	-9.33	10,57	54	-24.48	-6.59	1.48	-13.10	28.25	-44.92	1.22	0.47
6.74	-15.58	16,98	18	-0.87	-20.92	0.16	-0.13	-11.31	0.02	1.03	0.01
2.29	1.81	2,92	18	17.25	32.80	1.88	-16.48	-18.06	-0.36	0.06	0.59

Tabella 5.29 - Verifiche platea SLU-SLV - Lato calcestruzzo

Tutti i punti nella platea sono stati verificati; sia il puntone nello strato superiore, sia quello inferiore ha una tensione minore della tensione resistente.

5.9.1.2 Verifica tensionale platea lato acciaio

x	y	R	comb.	M_x	M_y	M_{xy}	N_x	N_y	N_{xy}	$f_{ax\ sup,R}$	$f_{ax\ inf,R}$	$f_{ay\ sup,R}$	$f_{ay\ inf,R}$
-0.06	-0.06	0,08	42	267.99	269.93	-0.27	-65.58	-65.58	-1.19	0.00	299.07	0.00	301.38
-0.06	0.06	0,08	42	267.96	269.96	0.28	-65.58	-65.57	1.19	0.00	299.04	0.00	301.42
2.29	1.81	2,92	42	36.37	103.52	4.57	-60.26	-65.74	-2.24	0.00	29.02	0.00	107.23
-2.57	-1.94	3,22	20	21.21	12.83	-0.12	130.54	97.81	-0.75	29.01	101.30	41.87	69.37
-16.94	-1.09	16,98	53	-1.66	-7.16	0.18	1.24	214.58	1.11	11.71	0.00	336.48	127.35
-3.22	16.35	16,66	54	1.85	-14.76	-3.40	-10.72	8.48	80.97	48.63	27.41	246.77	0.00
-10.31	13.09	16,66	42	3.03	-20.52	-1.28	-62.60	-59.05	6.72	0.00	0.00	109.21	0.00
0.18	0.30	0,35	43	215.13	241.13	-0.71	74.09	72.97	-1.03	0.00	280.66	0.00	311.26
-3.40	13.55	13,97	42	-80.79	-33.21	0.24	-52.80	-59.12	1.03	299.59	0.00	211.12	0.00
0.06	0.06	0,08	42	267.98	269.95	-0.27	-65.59	-65.59	-1.18	0.00	299.05	0.00	301.38
-5.42	-13.15	14,22	21	-79.97	-33.44	0.39	4.07	-8.91	-4.23	331.64	0.00	273.58	0.00
-0.06	-0.06	0,08	27	262.32	264.26	-0.27	121.09	121.10	-1.19	0.00	351.21	0.00	353.52
-16.94	-1.09	16,98	53	-1.66	-7.16	0.18	1.24	214.58	1.11	11.71	0.00	336.48	127.35
-0.06	0.06	0,08	27	262.29	264.29	0.28	121.09	121.10	1.19	0.00	351.18	0.00	353.56
0.30	0.06	0,31	25	230.36	249.88	0.31	-0.04	2.08	-0.44	0.00	274.48	0.00	298.38
6.63	-15.29	16,67	18	2.78	-20.24	-0.03	0.17	-11.93	-0.12	0.00	29.85	154.23	0.00
-4.44	-13.16	13,89	42	-80.88	-32.83	-0.02	-52.71	-58.90	-1.82	299.00	0.00	209.05	0.00
4.06	14.03	14,61	25	-75.32	-35.68	0.92	0.82	-2.17	-1.88	318.80	0.00	301.21	0.00
1.81	2.46	3,05	42	34.31	91.74	-7.06	-60.51	-64.29	0.91	0.00	31.58	0.00	101.61
-2.57	-1.94	3,22	42	56.76	46.62	-0.56	-70.97	-52.35	-1.25	0.00	96.04	0.00	81.68
16.94	1.09	16,98	54	-0.64	-26.04	0.05	0.07	-146.06	-0.02	4.43	0.00	42.64	0.00
-3.22	-16.35	16,66	54	1.90	-14.76	3.42	-10.95	9.17	-80.78	48.30	27.39	247.52	0.00
0.06	0.30	0,31	25	230.99	249.50	-0.58	2.14	-0.05	-0.44	0.00	276.51	0.00	297.85
0.30	0.18	0,35	42	220.40	246.98	0.20	-66.13	-65.09	-1.02	0.00	241.63	0.00	273.59
2.36	5.13	5,65	18	2.03	6.20	0.00	-15.79	-13.56	0.00	0.00	2.23	0.00	48.24
6.40	-15.73	16,98	18	-0.76	-20.84	0.07	0.13	-11.68	-0.03	3.91	0.00	160.35	0.00
-4.19	7.53	8,62	26	-23.24	-1.83	-0.03	-14.18	-15.95	2.08	-219.12	0.00	5.59	0.00
-0.72	16.65	16,67	27	7.53	-10.00	0.71	111.11	92.72	-1.56	34.81	-201.51	189.38	10.03
-4.02	3.66	5,44	54	3.53	5.52	-0.15	-13.06	23.21	19.24	0.00	42.47	-11.99	106.45
-4.97	-9.33	10,57	54	-24.48	-6.59	1.48	-13.10	28.25	-44.92	96.94	0.00	186.18	-31.86
6.74	-15.58	16,98	18	-0.87	-20.92	0.16	-0.13	-11.31	0.02	4.59	0.00	161.99	0.00
2.29	1.81	2,92	18	17.25	32.80	1.88	-16.48	-18.06	-0.36	0.00	17.47	0.00	35.49

Tabella 5.30 - Verifiche platea SLU-SLV - Lato acciaio

Tutti i punti nella platea sono stati verificati; sia i tiranti di acciaio nello strato superiore, sia in quello inferiore hanno una tensione minore della tensione resistente.

5.9.1.3 Verifica tensionale platea taglio

x	y	R	comb.	V_x	V_y	$f_{v,Sd}$	$f_{v,Rd}$
-0.06	-0.06	0,08	42	-89.07	-0.01	0.17	0.66
-0.06	0.06	0,08	42	-89.07	0.00	0.17	0.66
2.29	1.81	2,92	42	-40.09	-1.14	0.07	0.66
-2.57	-1.94	3,22	20	-9.12	-1.26	0.02	0.78
-16.94	-1.09	16,98	53	-2.66	-2.31	0.01	0.92
-3.22	16.35	16,66	54	53.17	1.09	0.22	1.00
-10.31	13.09	16,66	42	82.24	0.51	0.35	1.00
0.18	0.30	0,35	43	-342.63	45.84	0.65	0.66
-3.40	13.55	13,97	42	-2.55	0.06	0.01	1.00
0.06	0.06	0,08	42	-89.05	0.00	0.17	0.66
-5.42	-13.15	14,22	21	1.46	0.23	0.01	1.00
-0.06	-0.06	0,08	27	-89.06	-0.01	0.17	0.66
-16.94	-1.09	16,98	53	-2.66	-2.31	0.01	0.92
-0.06	0.06	0,08	27	-89.06	0.00	0.17	0.66
0.30	0.06	0,31	25	-349.76	-23.94	0.66	0.66
6.63	-15.29	16,67	18	-15.12	1.13	0.06	1.00
-4.44	-13.16	13,89	42	-3.69	-0.04	0.02	1.00
4.06	14.03	14,61	25	7.84	0.09	0.03	1.00
1.81	2.46	3,05	42	-38.40	4.83	0.07	0.67
-2.57	-1.94	3,22	42	-30.90	-0.16	0.08	0.78
16.94	1.09	16,98	54	0.71	1.82	0.01	0.92
-3.22	-16.35	16,66	54	52.69	-1.74	0.22	1.00
0.06	0.30	0,31	25	-349.81	23.83	0.66	0.66
0.30	0.18	0,35	42	-342.52	-45.97	0.65	0.66
2.36	5.13	5,65	18	-5.79	0.00	0.02	0.98
6.40	-15.73	16,98	18	-1.81	0.24	0.01	0.99
-4.19	7.53	8,62	26	-10.66	-0.10	0.04	0.98
-0.72	16.65	16,67	27	48.90	0.29	0.21	1.00
-4.02	3.66	5,44	54	-3.87	-0.23	0.02	0.98
-4.97	-9.33	10,57	54	-10.67	1.07	0.04	0.99
6.74	-15.58	16,98	18	-0.61	-0.22	0.00	1.00
2.29	1.81	2,92	18	-11.07	0.00	0.02	0.66

Tabella 5.31 - Verifiche platea SLU-SLV - Taglio

Tutti i punti nella platea sono stati verificati; lo sforzo di taglio resistente è maggiore dello sforzo di taglio agente.

5.9.1.4 Verifica tensionale parete lato acciaio calcestruzzo

x	y	z	comb.	M_x	M_y	M_{xy}	N_x	N_y	N_{xy}	$f_{c\ est,R}$	$f_{c\ int,R}$
-5.44	-15.75	0.10	23	61.22	14.11	-1.30	-76.80	1055.92	-3.20	0.16	2.63
-6.78	-15.23	0.10	23	61.17	14.17	-0.27	-76.73	1055.68	-6.03	0.09	2.62
-13.83	-9.30	-0.90	23	39.72	8.22	4.66	-81.31	461.44	-14.82	0.30	1.87
16.64	0.99	6.60	53	0.00	0.11	0.01	0.03	102.15	0.03	0.00	0.00
-5.02	-15.89	0.60	39	34.66	9.30	-1.60	-69.88	1325.12	-2.73	0.19	1.61
-2.44	16.49	-0.90	53	27.07	5.63	-1.88	-59.14	316.54	85.68	0.71	1.43
-7.17	15.05	-1.40	23	2.18	0.60	-0.02	-99.38	40.95	5.56	0.41	0.53
-14.35	-8.47	-1.40	23	2.04	0.42	2.11	-85.76	65.74	-14.09	0.35	0.50
-16.66	-0.49	6.60	27	0.42	-3.78	0.10	-5.00	-393.22	-0.20	2.23	1.61
-5.44	-15.75	0.10	23	61.22	14.11	-1.30	-76.80	1055.92	-3.20	0.16	2.63
-14.85	-7.55	-0.40	38	-28.31	-5.73	4.12	-72.09	318.76	-14.14	1.78	0.43
-16.64	-0.99	6.60	27	0.43	-3.75	0.18	-4.98	-393.28	0.03	2.22	1.61
3.55	-16.28	1.10	39	27.56	4.84	-2.56	-63.14	1315.06	4.99	0.20	1.32
-3.26	16.34	0.60	39	34.51	8.88	2.66	-69.81	1324.48	0.50	0.27	1.60
-12.94	-10.50	-1.40	23	2.12	0.46	2.07	-93.97	56.83	-15.34	0.39	0.54
-13.82	-9.31	-1.40	18	-0.44	-0.09	0.00	-83.75	-28.18	0.06	0.46	0.36
-16.66	0.00	-0.40	38	-29.23	-6.50	0.00	-67.25	318.49	0.00	1.79	0.00
-16.66	0.00	0.10	38	-28.44	-6.84	0.00	-63.35	168.07	0.00	1.73	0.00
-13.82	9.31	-0.90	23	39.72	8.22	-4.66	-81.35	461.44	14.95	0.30	1.88
-10.50	12.94	-1.40	27	2.14	0.49	-0.75	-99.54	50.25	5.46	0.41	0.53
-16.64	-0.99	6.60	27	0.43	-3.75	0.18	-4.98	-393.28	0.03	2.22	1.61
-1.49	-16.60	-0.90	54	-2.29	-0.41	1.83	-59.54	-17.41	-85.45	0.72	0.90
-16.66	0.49	-1.40	38	-1.35	0.01	-0.20	-79.33	742.72	0.77	0.48	0.30
-14.35	8.47	-1.40	23	2.03	0.42	-2.11	-85.73	65.82	14.21	0.35	0.50
-13.82	-9.31	6.60	18	0.00	0.00	0.00	0.00	3.57	0.00	0.00	0.00
-13.82	-9.31	6.60	18	0.00	0.00	0.00	0.00	3.57	0.00	0.00	0.00
-16.66	0.39	1.60	38	-13.97	-5.26	-0.26	-51.06	-44.09	0.66	0.95	0.03
-10.50	-12.94	4.60	26	11.27	4.56	1.43	-26.26	-44.41	-1.81	0.12	0.56
1.35	-16.61	5.10	22	5.57	-0.47	-3.09	-18.68	-28.98	-0.54	0.31	0.33
-8.90	-14.09	-0.40	54	-8.44	-1.75	1.32	-47.75	-42.00	-72.08	0.81	0.74
-13.87	-9.24	1.60	18	0.58	0.11	0.00	-52.62	-24.72	0.00	0.25	0.26
-13.82	-9.31	-1.40	18	-0.44	-0.09	0.00	-83.75	-28.18	0.06	0.46	0.36

Tabella 5.32 - Verifiche parete SLU-SLV - Lato calcestruzzo

Tutti i punti nella parete sono stati verificati; sia il puntone nello strato interno, sia quello esterno ha una tensione minore della tensione resistente.

5.9.1.5 Verifica tensionale parete lato acciaio

x	y	z	comb.	M_x	M_y	M_{xy}	N_x	N_y	N_{xy}	$f_{av\ int,R}$	$f_{av\ est,R}$	$f_{ah\ int,R}$	$f_{ah\ est,R}$
-5.44	-15.75	0.10	23	61.22	14.11	-1.30	-76.80	1055.92	-3.20	0.00	309.31	286.02	287.09
-6.78	-15.23	0.10	23	61.17	14.17	-0.27	-76.73	1055.68	-6.03	0.00	304.93	285.78	285.50
-13.83	-9.30	-0.90	23	39.72	8.22	4.66	-81.31	461.44	-14.82	0.00	193.39	121.88	135.47
16.64	0.99	6.60	53	0.00	0.11	0.01	0.03	102.15	0.03	0.03	0.13	55.01	49.08
-5.02	-15.89	0.60	39	34.66	9.30	-1.60	-69.88	1325.12	-2.73	0.00	164.81	380.34	340.93
-2.44	16.49	-0.90	53	27.07	5.63	-1.88	-59.14	316.54	85.68	0.00	158.10	93.18	104.26
-7.17	15.05	-1.40	23	2.18	0.60	-0.02	-99.38	40.95	5.56	0.00	0.00	11.04	11.20
-14.35	-8.47	-1.40	23	2.04	0.42	2.11	-85.76	65.74	-14.09	0.00	0.00	21.95	16.73
-16.66	-0.49	6.60	27	0.42	-3.78	0.10	-5.00	-393.22	-0.20	0.00	0.00	0.00	0.00
-5.44	-15.75	0.10	23	61.22	14.11	-1.30	-76.80	1055.92	-3.20	0.00	309.31	286.02	287.09
-14.85	-7.55	-0.40	38	-28.31	-5.73	4.12	-72.09	318.76	-14.14	337.25	0.00	126.47	63.43
-16.64	-0.99	6.60	27	0.43	-3.75	0.18	-4.98	-393.28	0.03	0.00	381.30	0.00	0.00
3.55	-16.28	1.10	39	27.56	4.84	-2.56	-63.14	1315.06	4.99	0.00	129.51	389.25	328.77
-3.26	16.34	0.60	39	34.51	8.88	2.66	-69.81	1324.48	0.50	0.00	168.71	381.52	341.70
-12.94	-10.50	-1.40	23	2.12	0.46	2.07	-93.97	56.83	-15.34	0.00	0.00	19.05	14.64
-13.82	-9.31	-1.40	18	-0.44	-0.09	0.00	-83.75	-28.18	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00
-16.66	0.00	-0.40	38	-29.23	-6.50	0.00	-67.25	318.49	0.00	280.11	0.00	113.59	61.18
-16.66	0.00	0.10	38	-28.44	-6.84	0.00	-63.35	168.07	0.00	275.79	0.00	68.60	24.59
-13.82	9.31	-0.90	23	39.72	8.22	-4.66	-81.35	461.44	14.95	0.00	193.29	121.89	135.44
-10.50	12.94	-1.40	27	2.14	0.49	-0.75	-99.54	50.25	5.46	0.00	0.00	14.42	13.09
-16.64	-0.99	6.60	27	0.43	-3.75	0.18	-4.98	-393.28	0.03	0.00	381.30	0.00	0.00
-1.49	-16.60	-0.90	54	-2.29	-0.41	1.83	-59.54	-17.41	-85.45	95.64	0.00	26.41	8.54
-16.66	0.49	-1.40	38	-1.35	0.01	-0.20	-79.33	742.72	0.77	0.00	0.00	226.38	176.94
-14.35	8.47	-1.40	23	2.03	0.42	-2.11	-85.73	65.82	14.21	0.00	0.00	22.01	16.74
-13.82	-9.31	6.60	18	0.00	0.00	0.00	0.00	3.57	0.00	0.03	0.00	1.97	1.68
-13.82	-9.31	6.60	18	0.00	0.00	0.00	0.00	3.57	0.00	0.03	0.00	1.97	1.68
-16.66	0.39	1.60	38	-13.97	-5.26	-0.26	-51.06	-44.09	0.66	-99.38	0.00	0.92	0.00
-10.50	-12.94	4.60	26	11.27	4.56	1.43	-26.26	-44.41	-1.81	0.00	-95.83	0.00	3.46
1.35	-16.61	5.10	22	5.57	-0.47	-3.09	-18.68	-28.98	-0.54	0.00	54.54	-8.29	0.00
-8.90	-14.09	-0.40	54	-8.44	-1.75	1.32	-47.75	-42.00	-72.08	167.86	0.00	16.96	-7.34
-13.87	-9.24	1.60	18	0.58	0.11	0.00	-52.62	-24.72	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-13.82	-9.31	-1.40	18	-0.44	-0.09	0.00	-83.75	-28.18	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabella 5.33 - Verifiche parete SLU-SLV - Lato acciaio

Tutti i punti nella parete sono stati verificati; sia i tiranti di acciaio nello strato esterno, sia in quello interno hanno una tensione minore della tensione resistente.

5.9.1.6 Sfruttamento materiale - Inviluppo SLU-SLV

I grafici riportati di seguito mostrano la percentuale di sfruttamento del materiale, determinata rapportando le tensioni massime ottenute dalle combinazioni di carico agli SLU e SLV, rispetto alla tensione di resistenza del materiale stesso. Tale analisi consente di valutare l'efficienza strutturale e il margine di sicurezza delle diverse zone dell'elemento considerato.

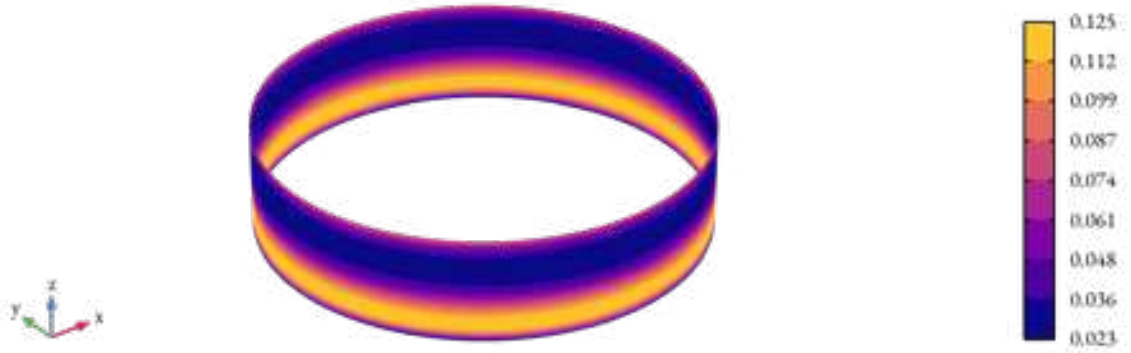

Figura 5.60 - Sfruttamento materiale - Parete - Calcestruzzo lato interno

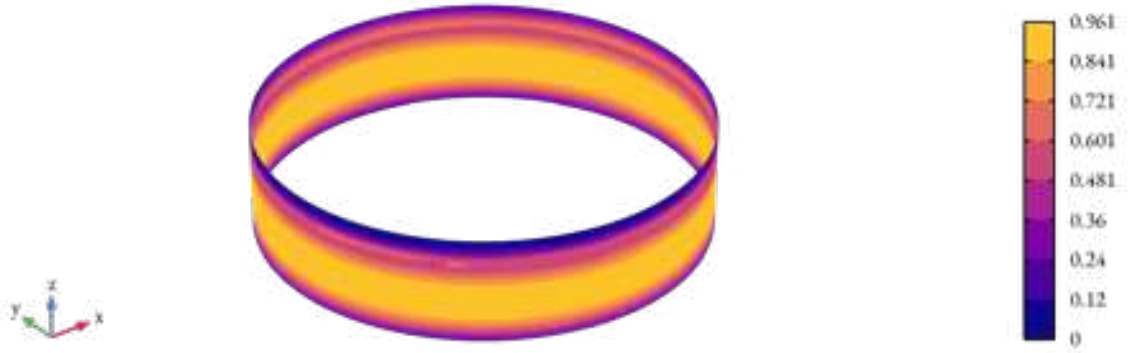

Figura 5.61 - Sfruttamento materiale - Parete - Acciaio orizzontale lato interno

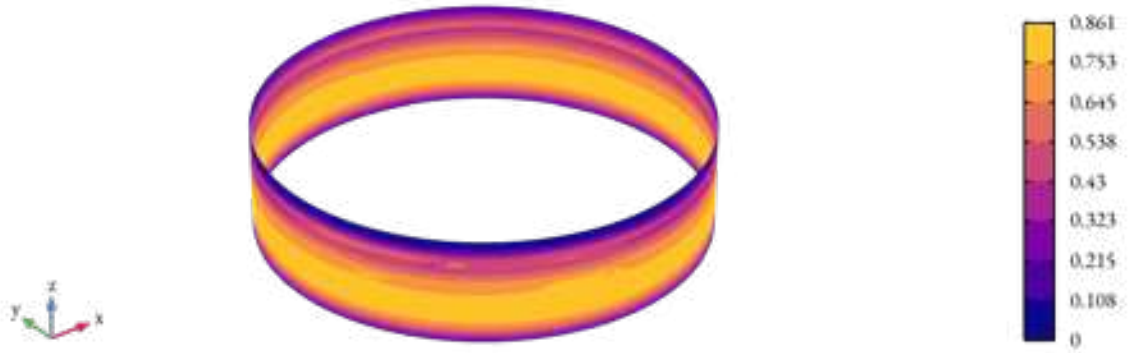

Figura 5.62 - Sfruttamento materiale - Parete - Acciaio orizzontale lato esterno

5.9.1.7 Verifica tensionale parete taglio

x	y	z	comb.	V_x	V_y	$f_{v,Sd}$	$f_{v,Rd}$
-5.44	-15.75	0.10	23	-3.00	0.07	0.01	1.02
-6.78	-15.23	0.10	23	-2.95	-0.05	0.01	1.02
-13.83	-9.30	-0.90	23	51.54	1.57	0.23	1.02
16.64	0.99	6.60	53	0.00	-0.14	0.00	1.02
-5.02	-15.89	0.60	39	-8.80	0.15	0.04	1.02
-2.44	16.49	-0.90	53	35.43	-0.18	0.16	1.02
-7.17	15.05	-1.40	23	105.47	0.29	0.47	1.02
-14.35	-8.47	-1.40	23	99.98	38.99	0.48	1.02
-16.66	-0.49	6.60	27	-18.99	-1.70	0.08	1.02
-5.44	-15.75	0.10	23	-3.00	0.07	0.01	1.02
-14.85	-7.55	-0.40	38	-4.99	-0.23	0.02	1.02
-16.64	-0.99	6.60	27	-18.98	-3.39	0.09	1.02
3.55	-16.28	1.10	39	-12.87	0.28	0.06	1.02
-3.26	16.34	0.60	39	-9.00	-0.37	0.04	1.02
-12.94	-10.50	-1.40	23	103.09	38.52	0.49	1.02
-13.82	-9.31	-1.40	18	-14.61	0.01	0.06	1.02
-16.66	0.00	-0.40	38	-5.78	0.00	0.03	1.02
-16.66	0.00	0.10	38	5.59	0.01	0.02	1.02
-13.82	9.31	-0.90	23	51.70	-1.57	0.23	1.02
-10.50	12.94	-1.40	27	104.03	-12.59	0.46	1.02
-16.64	-0.99	6.60	27	-18.98	-3.39	0.09	1.02
-1.49	-16.60	-0.90	54	-1.38	0.14	0.01	1.02
-16.66	0.49	-1.40	38	-58.70	-3.76	0.26	1.02
-14.35	8.47	-1.40	23	100.37	-39.04	0.48	1.02
-13.82	-9.31	6.60	18	0.00	0.02	0.00	1.02
-13.82	-9.31	6.60	18	0.00	0.02	0.00	1.02
-16.66	0.39	1.60	38	9.56	0.03	0.04	1.02
-10.50	-12.94	4.60	26	2.91	-0.37	0.01	1.02
1.35	-16.61	5.10	22	0.00	1.08	0.00	1.02
-8.90	-14.09	-0.40	54	0.32	-0.68	0.00	1.02
-13.87	-9.24	1.60	18	0.99	0.00	0.00	1.02
-13.82	-9.31	-1.40	18	-14.61	0.01	0.06	1.02

Tabella 5.34 - Verifiche parete SLU-SLV - Taglio

Tutti i punti nella parete sono stati verificati; lo sforzo di taglio resistente è maggiore dello sforzo di taglio agente.

5.9.1.8 Ulteriori verifiche

Taglio parete-platea

Taglio agente	V_{Ed}	102,25	kN/m
Diametro barre armatura	φ	16	mm
Distanza tra le barre	p_{φ}	100	mm
Altezza utile sezione	d	165	mm
Taglio resistente senza armature a taglio	$V_{Rd,c}$	141,39	kN/m
Taglio resistente (effetto spinotto)	V_{dd}	196,69	kN/m

Tabella 5.35 - Verifica a taglio tra parete e platea

Punzonamento platea (adiacente al carico)

Taglio agente	V_{Ed}	769,50	kN
Altezza utile sezione	d	565	mm
Perimetro	p	1885	mm
Percentuale armatura	ρ	0,003	
Tensione di taglio agente in adiacenza al carico	$v_{Ed,0}$	0,72	N/mm^2
Tensione di taglio resistente in adiacenza al carico	$v_{Rd,max}$	4,23	N/mm^2

Tabella 5.36 - Verifica a punzonamento in adiacenza al carico

Punzonamento platea (perimetro critico)

Taglio agente	V_{Ed}	769,50	kN
Altezza utile sezione	d	565	mm
Perimetro	p	5111	mm
Percentuale armatura	ρ	0,003	
Forza netta data dalla spinta del terreno	ΔV_{Ed}	166,29	kN
Taglio agente ridotto	$V_{Ed,red}$	603,21	kN
Tensione di taglio agente in adiacenza al carico	$v_{Ed,1}$	0,21	N/mm^2
Tensione di taglio resistente in adiacenza al carico	$v_{Rd,c}$	0,91	N/mm^2

Tabella 5.37 - Verifica a punzonamento lungo il perimetro critico

5.9.2 Verifiche SLE

5.9.2.1 Limitazioni tensioni platea lato calcestruzzo

x	y	R	comb.	M_x	M_y	M_{xy}	N_x	N_y	N_{xy}	$f_{c\ inf,R}$	$f_{c\ sup,R}$
-0.06	-0.06	0,08	61	182.53	183.83	-0.18	-11.91	-11.90	-0.80	0.01	2.91
-0.06	0.06	0,08	61	182.52	183.85	0.19	-11.91	-11.90	0.80	0.01	2.91
2.29	1.81	2,92	61	26.02	72.38	3.24	-11.11	-11.98	-0.87	0.10	1.18
-2.57	-1.94	3,22	65	16.91	10.18	-0.14	87.16	65.49	-0.87	0.01	0.00
-1.99	2.05	2,86	56	20.54	47.56	0.55	75.56	83.29	1.93	0.04	0.39
-12.87	10.59	16,67	56	5.03	-8.38	-1.95	63.70	66.74	10.02	0.08	0.21
-10.31	13.09	16,66	61	2.30	-15.71	-0.85	-10.62	-12.49	4.45	0.79	0.14
0.18	0.30	0,35	60	147.28	164.62	-0.47	81.21	80.46	-0.69	0.02	2.23
-2.45	13.76	13,98	61	-61.31	-25.50	0.27	-8.92	-13.75	0.24	2.88	0.02
0.06	0.06	0,08	61	182.53	183.84	-0.18	-11.91	-11.92	-0.78	0.01	2.91
-5.42	-13.15	14,22	58	-60.77	-25.51	0.26	2.80	-5.85	-2.82	2.79	0.04
-0.06	-0.06	0,08	60	178.75	180.05	-0.18	80.83	80.84	-0.80	0.01	2.46
-12.67	7.95	14,96	58	-50.44	-24.99	-2.00	0.16	5.29	6.64	2.33	0.18
-0.06	0.06	0,08	60	178.74	180.07	0.19	80.84	80.84	0.80	0.01	2.46
0.30	0.06	0,31	59	153.66	166.67	0.21	67.37	68.81	-0.30	0.00	2.31
6.63	-15.29	16,67	55	5.20	-9.15	-1.02	-0.51	42.02	0.13	0.22	0.17
-4.44	-13.16	13,89	61	-61.43	-24.99	-0.02	-8.74	-13.62	-1.21	2.88	0.01
4.06	14.03	14,61	62	-57.43	-27.18	0.61	0.63	-1.36	-1.25	2.65	0.05
1.81	2.46	3,05	61	24.49	64.15	-4.99	-10.87	-11.96	-0.29	0.18	1.08
-2.57	-1.94	3,22	77	20.89	12.20	-0.10	-64.13	-48.05	0.37	0.00	0.72
-1.99	2.05	2,86	77	15.36	26.68	0.10	-55.32	-60.91	-0.14	0.00	0.67
-12.87	-10.59	16,67	56	5.08	-8.35	1.96	63.67	67.09	-9.70	0.08	0.21
0.06	0.30	0,31	62	157.85	170.20	-0.39	1.53	0.07	-0.29	0.02	2.65
0.30	0.18	0,35	62	150.79	168.52	0.13	0.43	1.14	-0.68	0.00	2.62
6.81	1.46	6,96	55	-5.70	2.37	0.00	57.61	53.60	-0.35	0.00	0.00
-6.40	-15.73	16,98	55	-1.65	-9.33	-0.08	-0.48	34.37	-0.13	0.25	0.00
4.22	-7.55	8,65	61	-17.00	-1.31	-0.01	-9.86	-10.16	0.66	0.82	0.01
-13.09	-10.31	16,66	65	5.37	-7.75	0.41	77.78	68.75	-1.79	0.02	0.04
2.91	2.33	3,73	69	11.33	6.63	-0.38	77.81	53.35	-0.92	0.04	0.07
-9.98	-5.76	11,52	56	-24.11	-7.89	0.79	66.63	68.54	-4.22	0.77	0.09
12.14	11.88	16,99	55	-0.89	-9.90	0.04	1.02	44.30	0.04	0.22	0.00
6.63	-15.29	16,67	55	5.20	-9.15	-1.02	-0.51	42.02	0.13	0.22	0.17

Tabella 5.38 - Verifiche platea SLE - Lato calcestruzzo

Tutti i punti nella parete sono stati verificati; sia il puntone nello strato superiore, sia quello inferiore ha una tensione minore della tensione ammissibile.

5.9.2.2 Limitazioni tensioni platea lato acciaio

x	y	R	comb.	M_x	M_y	M_{xy}	N_x	N_y	N_{xy}	$f_{ax\ sup,R}$	$f_{ax\ inf,R}$	$f_{ay\ sup,R}$	$f_{ay\ inf,R}$
-0.06	-0.06	0,08	61	182.53	183.83	-0.18	-11.91	-11.90	-0.80	0.00	214.03	0.00	215.57
-0.06	0.06	0,08	61	182.52	183.85	0.19	-11.91	-11.90	0.80	0.00	214.01	0.00	215.60
2.29	1.81	2,92	61	26.02	72.38	3.24	-11.11	-11.98	-0.87	0.00	31.05	0.00	85.97
-2.57	-1.94	3,22	65	16.91	10.18	-0.14	87.16	65.49	-0.87	1.34	73.93	17.66	50.21
-1.99	2.05	2,86	56	20.54	47.56	0.55	75.56	83.29	1.93	0.00	49.56	0.00	84.16
-12.87	10.59	16,67	56	5.03	-8.38	-1.95	63.70	66.74	10.02	34.90	132.86	214.72	0.00
-10.31	13.09	16,66	61	2.30	-15.71	-0.85	-10.62	-12.49	4.45	0.00	11.78	154.59	0.00
0.18	0.30	0,35	60	147.28	164.62	-0.47	81.21	80.46	-0.69	0.00	201.74	0.00	222.15
-2.45	13.76	13,98	61	-61.31	-25.50	0.27	-8.92	-13.75	0.24	293.99	0.00	253.58	0.00
0.06	0.06	0,08	61	182.53	183.84	-0.18	-11.91	-11.92	-0.78	0.00	214.01	0.00	215.57
-5.42	-13.15	14,22	58	-60.77	-25.51	0.26	2.80	-5.85	-2.82	302.92	0.00	268.65	0.00
-0.06	-0.06	0,08	60	178.75	180.05	-0.18	80.83	80.84	-0.80	0.00	238.78	0.00	240.33
-12.67	7.95	14,96	58	-50.44	-24.99	-2.00	0.16	5.29	6.64	266.16	0.00	302.14	0.00
-0.06	0.06	0,08	60	178.74	180.07	0.19	80.84	80.84	0.80	0.00	238.77	0.00	240.36
0.30	0.06	0,31	59	153.66	166.67	0.21	67.37	68.81	-0.30	0.00	204.35	0.00	220.30
6.63	-15.29	16,67	55	5.20	-9.15	-1.02	-0.51	42.02	0.13	0.00	55.75	156.54	0.00
-4.44	-13.16	13,89	61	-61.43	-24.99	-0.02	-8.74	-13.62	-1.21	293.41	0.00	247.23	0.00
4.06	14.03	14,61	62	-57.43	-27.18	0.61	0.63	-1.36	-1.25	291.15	0.00	294.20	0.00
1.81	2.46	3,05	61	24.49	64.15	-4.99	-10.87	-11.96	-0.29	0.00	33.18	0.00	82.03
-2.57	-1.94	3,22	77	20.89	12.20	-0.10	-64.13	-48.05	0.37	0.00	18.93	0.00	6.66
-1.99	2.05	2,86	77	15.36	26.68	0.10	-55.32	-60.91	-0.14	0.00	0.91	0.00	12.63
-12.87	-10.59	16,67	56	5.08	-8.35	1.96	63.67	67.09	-9.70	34.45	134.79	214.55	0.00
0.06	0.30	0,31	62	157.85	170.20	-0.39	1.53	0.07	-0.29	0.00	188.97	0.00	203.21
0.30	0.18	0,35	62	150.79	168.52	0.13	0.43	1.14	-0.68	0.00	179.72	0.00	201.05
6.81	1.46	6,96	55	-5.70	2.37	0.00	57.61	53.60	-0.35	137.39	10.11	48.20	89.09
-6.40	-15.73	16,98	55	-1.65	-9.33	-0.08	-0.48	34.37	-0.13	8.96	0.00	145.02	0.00
4.22	-7.55	8,65	61	-17.00	-1.31	-0.01	-9.86	-10.16	0.66	-162.21	0.00	1.12	0.00
-13.09	-10.31	16,66	65	5.37	-7.75	0.41	77.78	68.75	-1.79	28.86	-143.36	183.27	3.74
2.91	2.33	3,73	69	11.33	6.63	-0.38	77.81	53.35	-0.92	0.00	112.39	-2.05	71.69
-9.98	-5.76	11,52	56	-24.11	-7.89	0.79	66.63	68.54	-4.22	145.93	0.00	191.59	-2.99
12.14	11.88	16,99	55	-0.89	-9.90	0.04	1.02	44.30	0.04	5.68	0.00	164.85	0.00
6.63	-15.29	16,67	55	5.20	-9.15	-1.02	-0.51	42.02	0.13	0.00	55.75	156.54	0.00

Tabella 5.39 - Verifiche platea SLE - Lato acciaio

Tutti i punti nella platea sono stati verificati; sia i tiranti di acciaio nello strato superiore, sia in quello inferiore hanno una tensione minore della tensione ammissibile.

5.9.2.3 Limitazioni tensioni parete lato calcestruzzo

x	y	z	comb.	M_x	M_y	M_{xy}	N_x	N_y	N_{xy}	$f_{c\ est,R}$	$f_{c\ int,R}$
-5.44	-15.75	0.10	56	40.86	9.42	-0.87	-58.21	703.47	-2.13	0.11	1.78
-6.78	-15.23	0.10	56	40.83	9.46	-0.18	-58.17	703.31	-4.02	0.06	1.78
-13.83	-9.30	-0.90	56	26.51	5.49	3.10	-62.34	306.42	-9.88	0.20	1.29
0.99	-16.64	6.60	74	0.01	0.00	0.00	0.02	-7.68	0.03	0.04	0.03
1.48	16.60	0.10	74	16.43	3.79	0.00	-53.07	908.78	0.05	0.00	0.85
-12.94	10.50	-1.40	57	-0.28	-0.02	-1.33	-71.89	-20.91	10.42	0.39	0.34
-7.17	15.05	-1.40	56	1.46	0.40	-0.01	-75.38	25.50	3.60	0.32	0.39
-14.35	-8.47	-1.40	56	1.36	0.28	1.41	-65.94	42.12	-9.49	0.28	0.37
-13.84	-9.29	-0.40	77	-25.78	-4.97	0.00	-55.98	327.99	-0.10	1.56	0.00
-8.91	-14.08	0.10	56	40.66	9.35	0.98	-57.79	702.44	-6.86	0.03	1.78
-12.30	11.25	6.60	60	0.27	1.06	-0.67	-3.31	-259.19	0.08	1.29	1.19
-16.64	-0.99	6.60	60	0.29	-2.50	0.12	-3.32	-262.22	0.02	1.48	1.07
-13.85	-9.27	0.10	74	16.43	3.78	0.00	-53.05	908.76	0.07	0.00	0.85
-3.70	16.25	1.10	56	31.13	7.83	1.60	-48.74	860.73	1.06	0.17	1.38
-12.94	-10.50	-1.40	56	1.41	0.31	1.38	-71.90	36.06	-10.38	0.30	0.40
-13.82	-9.31	-1.40	55	1.06	0.22	1.39	-65.47	32.82	-8.98	0.29	0.36
-16.66	0.00	-0.40	77	-25.79	-4.97	0.00	-55.57	328.07	0.00	1.56	0.00
-12.94	10.50	0.10	77	-25.54	-5.00	0.00	-51.87	183.51	0.00	1.53	0.00
-13.82	9.31	-0.90	56	26.51	5.49	-3.11	-62.36	306.42	9.97	0.20	1.29
-10.50	12.94	-1.40	60	1.43	0.33	-0.50	-75.68	31.66	3.48	0.32	0.39
-16.64	-0.99	6.60	60	0.29	-2.50	0.12	-3.32	-262.22	0.02	1.48	1.07
-12.94	-10.50	-1.40	57	-0.28	-0.02	1.33	-71.42	-20.76	-10.42	0.39	0.34
-12.94	10.50	-1.40	77	-1.12	0.20	0.03	-69.57	725.32	1.22	0.42	0.27
-14.35	8.47	-1.40	56	1.36	0.28	-1.41	-65.92	42.17	9.58	0.28	0.37
-8.05	-14.59	-0.90	55	23.63	5.19	0.61	-66.52	279.90	-5.88	0.00	1.18
-16.60	-1.48	6.60	66	0.00	-0.79	0.06	-0.01	1.70	-0.01	0.03	0.00
-15.25	-6.72	6.60	60	0.28	-1.14	0.68	-3.32	-261.13	-0.09	1.41	1.12
-10.50	-12.94	4.60	61	7.51	3.04	0.95	-19.66	-29.55	-1.21	0.08	0.38
1.35	-16.61	5.10	57	3.71	-0.31	-2.06	-14.07	-19.29	-0.36	0.21	0.23
0.78	-16.65	0.60	57	-0.44	-0.30	-2.30	-52.08	-15.52	2.86	0.33	0.26
-13.85	-9.27	0.10	55	37.15	7.83	2.80	-54.53	668.29	-9.71	0.18	1.64
-13.82	-9.31	-1.40	55	1.06	0.22	1.39	-65.47	32.82	-8.98	0.29	0.36

Tabella 5.40 - Verifiche parete SLE - Lato calcestruzzo

Tutti i punti nella parete sono stati verificati; sia il puntone nello strato interno, sia quello esterno ha una tensione minore della tensione ammissibile.

5.9.2.4 Limitazioni tensioni parete lato acciaio

x	y	z	comb.	M_x	M_y	M_{xy}	N_x	N_y	N_{xy}	$f_{av\ int,R}$	$f_{av\ est,R}$	$f_{ah\ int,R}$	$f_{ah\ est,R}$
-5.44	-15.75	0.10	56	40.86	9.42	-0.87	-58.21	703.47	-2.13	0.00	202.32	190.50	191.30
-6.78	-15.23	0.10	56	40.83	9.46	-0.18	-58.17	703.31	-4.02	0.00	199.40	190.35	190.24
-13.83	-9.30	-0.90	56	26.51	5.49	3.10	-62.34	306.42	-9.88	0.00	124.28	80.83	90.04
0.99	-16.64	6.60	74	0.01	0.00	0.00	0.02	-7.68	0.03	10.41	0.07	0.00	0.00
1.48	16.60	0.10	74	16.43	3.79	0.00	-53.07	908.78	0.05	0.00	61.20	267.36	225.05
-12.94	10.50	-1.40	57	-0.28	-0.02	-1.33	-71.89	-20.91	10.42	0.00	0.00	-4.29	0.00
-7.17	15.05	-1.40	56	1.46	0.40	-0.01	-75.38	25.50	3.60	0.00	0.00	6.81	7.03
-14.35	-8.47	-1.40	56	1.36	0.28	1.41	-65.94	42.12	-9.49	0.00	0.00	13.90	10.73
-13.84	-9.29	-0.40	77	-25.78	-4.97	0.00	-55.98	327.99	-0.10	252.44	0.00	112.62	66.91
-8.91	-14.08	0.10	56	40.66	9.35	0.98	-57.79	702.44	-6.86	0.00	196.70	190.51	189.03
-12.30	11.25	6.60	60	0.27	1.06	-0.67	-3.31	-259.19	0.08	356.19	-0.53	0.00	0.00
-16.64	-0.99	6.60	60	0.29	-2.50	0.12	-3.32	-262.22	0.02	0.00	254.22	0.00	0.00
-13.85	-9.27	0.10	74	16.43	3.78	0.00	-53.05	908.76	0.07	0.00	61.20	267.36	225.04
-3.70	16.25	1.10	56	31.13	7.83	1.60	-48.74	860.73	1.06	0.00	156.53	242.59	226.60
-12.94	-10.50	-1.40	56	1.41	0.31	1.38	-71.90	36.06	-10.38	0.00	0.00	11.95	9.32
-13.82	-9.31	-1.40	55	1.06	0.22	1.39	-65.47	32.82	-8.98	0.00	0.00	11.17	8.40
-16.66	0.00	-0.40	77	-25.79	-4.97	0.00	-55.57	328.07	0.00	253.18	0.00	112.61	66.93
-12.94	10.50	0.10	77	-25.54	-5.00	0.00	-51.87	183.51	0.00	255.76	0.00	68.64	32.42
-13.82	9.31	-0.90	56	26.51	5.49	-3.11	-62.36	306.42	9.97	0.00	124.21	80.83	90.02
-10.50	12.94	-1.40	60	1.43	0.33	-0.50	-75.68	31.66	3.48	0.00	0.00	9.02	8.29
-16.64	-0.99	6.60	60	0.29	-2.50	0.12	-3.32	-262.22	0.02	0.00	254.22	0.00	0.00
-12.94	-10.50	-1.40	57	-0.28	-0.02	1.33	-71.42	-20.76	-10.42	0.00	0.00	-4.23	0.00
-12.94	10.50	-1.40	77	-1.12	0.20	0.03	-69.57	725.32	1.22	0.00	0.00	220.55	173.25
-14.35	8.47	-1.40	56	1.36	0.28	-1.41	-65.92	42.17	9.58	0.00	0.00	13.94	10.74
-8.05	-14.59	-0.90	55	23.63	5.19	0.61	-66.52	279.90	-5.88	0.00	93.89	72.27	78.42
-16.60	-1.48	6.60	66	0.00	-0.79	0.06	-0.01	1.70	-0.01	0.67	0.05	5.35	0.00
-15.25	-6.72	6.60	60	0.28	-1.14	0.68	-3.32	-261.13	-0.09	-7.49	241.63	0.00	0.00
-10.50	-12.94	4.60	61	7.51	3.04	0.95	-19.66	-29.55	-1.21	0.00	-60.88	0.00	2.29
1.35	-16.61	5.10	57	3.71	-0.31	-2.06	-14.07	-19.29	-0.36	0.00	34.95	-6.35	0.00
0.78	-16.65	0.60	57	-0.44	-0.30	-2.30	-52.08	-15.52	2.86	0.00	0.00	-0.90	-2.86
-13.85	-9.27	0.10	55	37.15	7.83	2.80	-54.53	668.29	-9.71	0.00	187.43	184.71	180.89
-13.82	-9.31	-1.40	55	1.06	0.22	1.39	-65.47	32.82	-8.98	0.00	0.00	11.17	8.40

Tabella 5.41 - Verifiche parete SLE - Lato acciaio

Tutti i punti nella parete sono stati verificati; sia i tiranti di acciaio nello strato interno, sia in quello esterno hanno una tensione minore della tensione ammissibile.

5.9.2.5 Fessurazione platea

x	y	R	comb.	M_x	M_y	M_{xy}	N_x	N_y	N_{xy}	$\sigma_{1,inf}$	$\sigma_{1,sup}$	$w_{cal,inf}$	$w_{cal,sup}$
-0.06	-0.06	0,08	70	59.76	60.02	0.00	-11.96	-11.96	0.00	0.00	0.83	0.00	0.00
-0.06	0.06	0,08	70	59.75	60.02	0.00	-11.96	-11.96	0.00	0.00	0.83	0.00	0.00
2.29	1.81	2,92	70	15.83	34.65	1.82	-10.93	-11.97	-0.24	0.00	0.48	0.00	0.00
-2.57	-1.94	3,22	65	16.91	10.18	-0.14	87.16	65.49	-0.87	0.00	0.58	0.00	0.00
-1.99	2.05	2,86	65	12.83	22.65	0.16	75.26	82.88	0.54	0.00	0.45	0.00	0.00
-12.87	10.59	16,67	65	4.96	-8.24	-0.41	63.45	65.03	3.53	0.59	0.42	0.00	0.00
10.31	-13.09	16,66	70	2.12	-15.40	0.00	-11.73	-9.69	0.00	0.72	0.07	0.00	0.00
-16.96	0.73	16,98	67	-0.59	-20.99	0.79	0.04	4.03	-0.04	0.86	0.00	0.00	0.00
3.08	-1.76	3,55	69	14.22	6.77	0.23	81.73	51.62	0.34	0.00	0.93	0.00	0.00
3.96	13.43	14,00	71	-57.22	-24.08	-0.02	0.63	0.61	0.00	2.80	0.00	0.00	0.00
6.63	-15.29	16,67	64	5.22	-8.20	-0.25	-0.52	43.42	0.24	0.52	0.25	0.00	0.00
6.63	-15.29	16,67	64	5.22	-8.20	-0.25	-0.52	43.42	0.24	0.52	0.25	0.00	0.00
3.96	13.43	14,00	70	-57.22	-24.08	-0.02	-10.01	-9.68	0.01	2.77	0.00	0.00	0.00
-14.87	-1.78	14,98	70	-50.77	-25.87	0.06	-10.00	-9.78	0.02	2.46	0.00	0.00	0.00
1.81	2.46	3,05	70	14.61	30.78	-2.67	-11.08	-11.62	0.34	0.00	0.44	0.00	0.00
-2.57	-1.94	3,22	77	20.89	12.20	-0.10	-64.13	-48.05	0.37	0.00	0.37	0.00	0.00
-1.99	2.05	2,86	77	15.36	26.68	0.10	-55.32	-60.91	-0.14	0.00	0.29	0.00	0.00
-12.87	-10.59	16,67	65	5.01	-8.22	0.43	63.42	65.53	-3.20	0.59	0.42	0.00	0.00
-0.06	-0.30	0,31	70	54.66	57.27	-0.05	-11.95	-11.96	0.00	0.00	0.79	0.00	0.00
-0.73	16.96	16,98	67	-0.61	-20.94	-0.74	0.04	-1.22	-0.03	0.84	0.00	0.00	0.00
10.23	10.45	14,62	65	-30.09	-14.32	0.04	67.11	65.38	-0.29	1.67	0.00	0.00	0.00
-3.03	2.16	3,72	65	10.08	5.14	0.18	78.93	53.60	1.06	0.00	0.72	0.00	0.00
6.63	-15.29	16,67	64	5.22	-8.20	-0.25	-0.52	43.42	0.24	0.52	0.25	0.00	0.00
6.63	-15.29	16,67	64	5.22	-8.20	-0.25	-0.52	43.42	0.24	0.52	0.25	0.00	0.00

Tabella 5.42 - Verifiche alla fessurazione platea

Tutti i punti nella platea sono stati verificati; la larghezza della fessura non supera la larghezza massima ammissibile.

5.9.2.6 Fessurazione parete

x	y	z	comb.	M_x	M_y	M_{xy}	N_x	N_y	N_{xy}	$\sigma_{1,int}$	$\sigma_{1,est}$	$w_{cal,est}$	$w_{cal,int}$
-0.06	-0.06	0,08	70	59.76	60.02	0.00	-11.96	-11.96	0.00	0.00	0.83	0.00	0.00
-0.06	0.06	0,08	70	59.75	60.02	0.00	-11.96	-11.96	0.00	0.00	0.83	0.00	0.00
2.29	1.81	2,92	70	15.83	34.65	1.82	-10.93	-11.97	-0.24	0.00	0.48	0.00	0.00
-2.57	-1.94	3,22	65	16.91	10.18	-0.14	87.16	65.49	-0.87	0.00	0.58	0.00	0.00
-1.99	2.05	2,86	65	12.83	22.65	0.16	75.26	82.88	0.54	0.00	0.45	0.00	0.00
-12.87	10.59	16,67	65	4.96	-8.24	-0.41	63.45	65.03	3.53	0.59	0.42	0.00	0.00
10.31	-13.09	16,66	70	2.12	-15.40	0.00	-11.73	-9.69	0.00	0.72	0.07	0.00	0.00
-16.96	0.73	16,98	67	-0.59	-20.99	0.79	0.04	4.03	-0.04	0.86	0.00	0.00	0.00
3.08	-1.76	3,55	69	14.22	6.77	0.23	81.73	51.62	0.34	0.00	0.93	0.00	0.00
3.96	13.43	14,00	71	-57.22	-24.08	-0.02	0.63	0.61	0.00	2.80	0.00	0.00	0.00
6.63	-15.29	16,67	64	5.22	-8.20	-0.25	-0.52	43.42	0.24	0.52	0.25	0.00	0.00
6.63	-15.29	16,67	64	5.22	-8.20	-0.25	-0.52	43.42	0.24	0.52	0.25	0.00	0.00
3.96	13.43	14,00	70	-57.22	-24.08	-0.02	-10.01	-9.68	0.01	2.77	0.00	0.00	0.00
-14.87	-1.78	14,98	70	-50.77	-25.87	0.06	-10.00	-9.78	0.02	2.46	0.00	0.00	0.00
1.81	2.46	3,05	70	14.61	30.78	-2.67	-11.08	-11.62	0.34	0.00	0.44	0.00	0.00
-2.57	-1.94	3,22	77	20.89	12.20	-0.10	-64.13	-48.05	0.37	0.00	0.37	0.00	0.00
-1.99	2.05	2,86	77	15.36	26.68	0.10	-55.32	-60.91	-0.14	0.00	0.29	0.00	0.00
-12.87	-10.59	16,67	65	5.01	-8.22	0.43	63.42	65.53	-3.20	0.59	0.42	0.00	0.00
-0.06	-0.30	0,31	70	54.66	57.27	-0.05	-11.95	-11.96	0.00	0.00	0.79	0.00	0.00
-0.73	16.96	16,98	67	-0.61	-20.94	-0.74	0.04	-1.22	-0.03	0.84	0.00	0.00	0.00
10.23	10.45	14,62	65	-30.09	-14.32	0.04	67.11	65.38	-0.29	1.67	0.00	0.00	0.00
-3.03	2.16	3,72	65	10.08	5.14	0.18	78.93	53.60	1.06	0.00	0.72	0.00	0.00
6.63	-15.29	16,67	64	5.22	-8.20	-0.25	-0.52	43.42	0.24	0.52	0.25	0.00	0.00
6.63	-15.29	16,67	64	5.22	-8.20	-0.25	-0.52	43.42	0.24	0.52	0.25	0.00	0.00

Tabella 5.43 - Verifiche alla fessurazione parete

Tutti i punti nella parete sono stati verificati; la larghezza della fessura non supera la larghezza massima ammissibile.

5.9.2.7 Sforzo principale - Inviluppo SLE frequente e quasi permanente

I grafici riportati di seguito mostrano l'inviluppo dello sforzo principale, sia sul lato esterno sia su quello interno del serbatoio. Questa rappresentazione consente di valutare la possibilità di apertura di fessure nel calcestruzzo, in funzione dell'andamento delle tensioni principali e della loro distribuzione lungo le superfici analizzate.

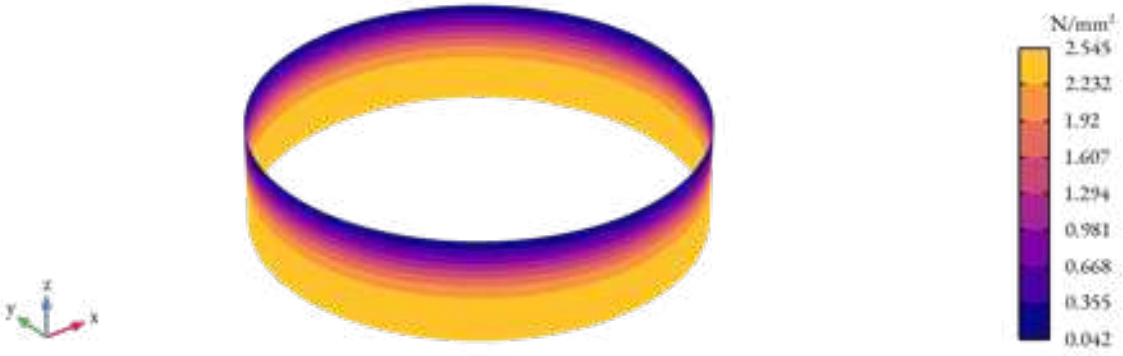

Figura 5.63 - Sforzo principale parete lato esterno

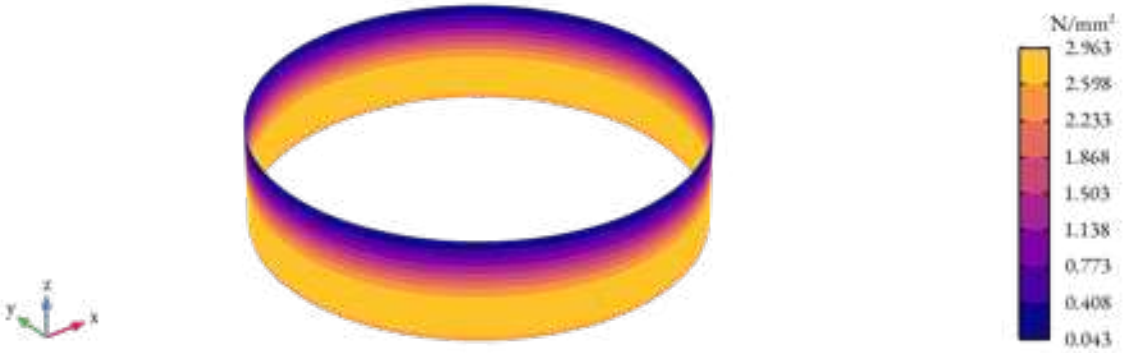

Figura 5.64 - Sforzo principale parete lato interno

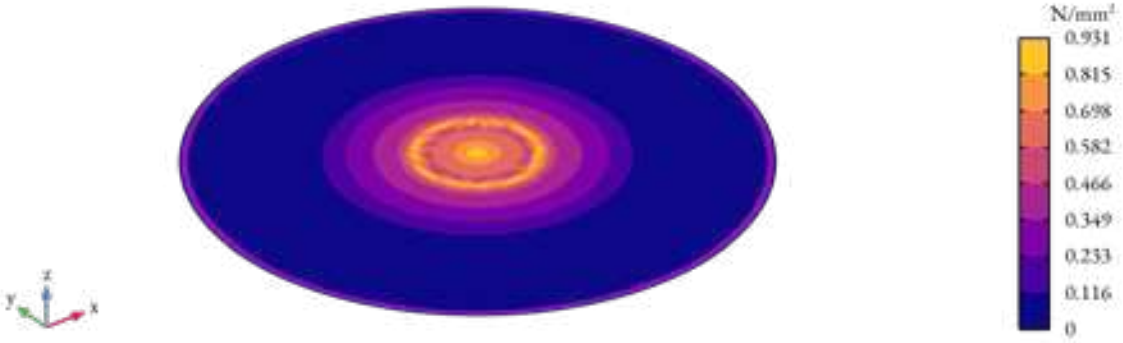

Figura 5.65 - Sforzo principale platea lato superiore

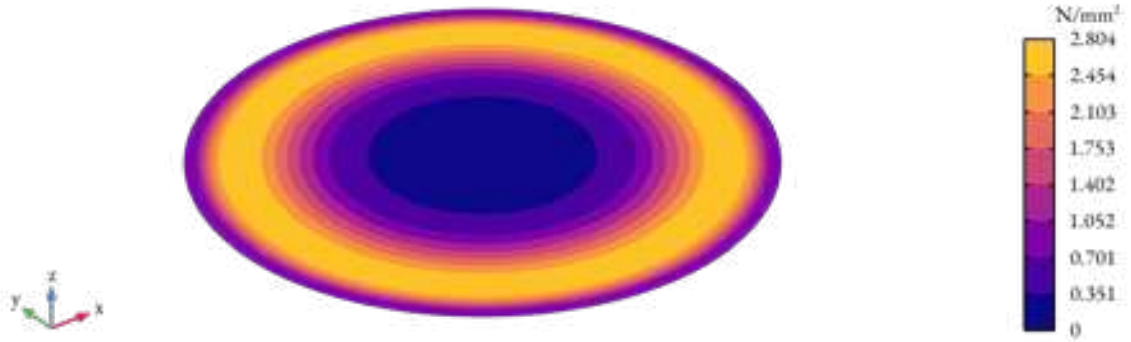

Figura 5.66 - Sforzo principale platea lato inferiore

5.9.3 Verifiche SLO/SLD

L'analisi ha confermato che gli spostamenti massimi sono inferiori ai valori di deformazione permessi dalla normativa per garantire la sicurezza e la funzionalità dell'opera, senza compromettere la stabilità e la resistenza della struttura durante l'evento sismico.

5.9.4 Verifiche nei confronti degli stati limite ultimi idraulici

La verifica a galleggiamento è un aspetto fondamentale nella progettazione di strutture interrate o parzialmente sommerse in presenza di falda freatica. Secondo le NTC 2018, i coefficienti parziali di sicurezza da applicare nella verifica sono: 1.10 per la spinta idraulica, 0.90 per la forza stabilizzante.
In alcuni casi, per il soddisfacimento della verifica di stabilità, è necessario considerare una quantità minima di liquido all'interno del serbatoio (per incrementare la forza stabilizzante). I livelli minimi di liquido necessari per garantire l'equilibrio strutturale vengono indicati come H_1 e H_2.
L'analisi della verifica a galleggiamento deve considerare sia le condizioni di esercizio normali sia quelle estreme, al fine di garantire la sicurezza della struttura nel lungo periodo, evitando il rischio di sollevamento o instabilità.

5.9.4.1 Altezza di falda da geologica

Verifica UPL

Quota falda	z_{falda}	1,20	m
Altezza liquido nel serbatoio	H_1	0,00	m
Forza instabilizzante	S_d	5330,81	kN
Forza stabilizzante	$G_{stb,d}$	13352,79	kN

Tabella 5.44 - Verifica UPL - Falda standard

La verifica è soddisfatta.

5.9.4.2 Altezza di falda al piano campagna

Verifica UPL

Forza instabilizzante	S_d	17070,86	kN
Altezza liquido nel serbatoio	H_2	0,50	m
Forza stabilizzante	$G_{stb,d}$	17128,51	kN

Tabella 5.45 - Verifica UPL - Falda a piano campagna

La verifica è soddisfatta.

5.10 Confronto risultati analitici e numerici

Il confronto tra analisi analitica e analisi numerica risulta possibile unicamente per casi elementari, caratterizzati da forze radiali costanti lungo l'anello circonferenziale, come descritto nel § 2.3. Al fine di verificare l'affidabilità del modello numerico, si è scelto di considerare esclusivamente il caso di carico idrostatico, ipotizzando il serbatoio completamente riempito con un fluido avente peso specifico pari a 10 kN/m^3. Il confronto viene effettuato sulla forza interna circonferenziale N_y massima, confrontando i risultati ottenuti dal modello agli elementi finiti con quelli calcolati in forma chiusa mediante l'analogia con la trave su appoggi elastici.

Calcolo analitico

Altezza serbatoio	H	8,00	m
Raggio serbatoio	R	16,665	m
Spessore parete serbatoio	t	0,33	m
Costante elastica del suolo	k	41143305	N/m^3
Modulo di Young	E	34625485235	N/m^2
Inerzia sezione trave	I	0,002995	m^4
Peso specifico liquido	γ	10000	kN/m^3
Distanza dalla platea del serbatoio	d	2,67	m
Forza orizzontale massima	N_y	849,65	kN

Tabella 5.46 - Risultato analitico

Calcolo numerico

Distanza dalla platea	d	2,73	m
Forza orizzontale massima	N_y	846,24	kN
Errore tra calcolo analitico e numerico	e	0,40	%

Tabella 5.47 - Risultato numerico

Il risultato può essere considerato affidabile.

6 Conclusioni

Innanzitutto, lo studio approfondito delle normative vigenti e della letteratura scientifica relativa alle lastre in calcestruzzo armato mi ha consentito di ampliare e rafforzare le mie conoscenze in questo ambito, accrescendo inizialmente i miei dubbi, ma fornendomi successivamente risposte alle domande naturali di chi si dedica all'approfondimento di un tema tecnico così complesso.
In secondo luogo, l'utilizzo di un *software* differente rispetto a quello fornito dall'azienda mi ha permesso di affrontare le difficoltà nell'implementazione di carichi complessi su superfici curve, come quelle delle pareti di un serbatoio. Questo mi ha dato la possibilità di comprendere meglio le sfide che si presentano nella modellazione di strutture di questo tipo.
Infine, lo sviluppo di un flusso di lavoro autonomo mi ha permesso di impiegare gli strumenti a me familiari, riuscendo a ottenere un prodotto di altissima qualità, in grado di soddisfare le esigenze progettuali e fornire risultati accurati e concreti.
Una considerazione che ritengo utile evidenziare riguarda una certa mancanza di chiarezza, riscontrabile sia nella fase di progettazione che in quella di verifica dei gusci in calcestruzzo armato. Nonostante la ricca produzione scientifica e l'ampia letteratura disponibile sull'argomento, le normative attualmente in vigore non sempre forniscono un metodo completamente definito e univoco. Più spesso, infatti, esse si limitano a offrire indicazioni generali e linee guida, che in alcuni casi possono risultare poco dettagliate rispetto a specifici aspetti progettuali, lasciando quindi spazio a differenti interpretazioni. Auspico che nelle future edizioni normative vengano introdotti criteri più strutturati e passaggi chiari per la definizione di tutti gli input necessari alla modellazione e verifica di tali elementi strutturali.

6.1 Future implementazioni

Un possibile proseguimento di questa ricerca potrebbe consistere nello sviluppo di modelli aggiuntivi relativi ad altre tipologie di serbatoi, come quelli dotati di soletta di copertura o di tramoggia centrale. L'inclusione di queste configurazioni contribuirebbe ad ampliare il campo di analisi strutturale e potrebbe portare all'individuazione di soluzioni innovative per specifiche applicazioni. In tale contesto, risulterebbe inoltre interessante esplorare varianti progettuali in cui la geometria e le condizioni operative del serbatoio vengano adattate alle esigenze di differenti impianti. Questo approccio consentirebbe una risposta più mirata e ottimizzata alle richieste del settore, considerando, ad esempio, che nei sistemi di depurazione delle acque i serbatoi di forma rettangolare sono particolarmente diffusi.
Inoltre, potrebbe essere utile migliorare l'accuratezza del modello *FEM* per quanto riguarda la simulazione del comportamento del terreno. Un possibile sviluppo in questa direzione potrebbe essere l'adozione di elementi finiti più raffinati per modellare il terreno, al fine di simulare in modo più dettagliato l'intera stratigrafia del suolo, invece di utilizzare i tradizionali vincoli elastici. Tale

approccio permetterebbe di ottenere una rappresentazione più realistica delle interazioni terreno-struttura, migliorando la previsione delle sollecitazioni e dei movimenti del suolo sotto carico.
Questi sviluppi, se intrapresi, potrebbero contribuire a un miglioramento complessivo delle simulazioni e delle analisi strutturali, portando a soluzioni più precise e affidabili per la progettazione di serbatoi e strutture in calcestruzzo armato, nonché ad una maggiore comprensione delle dinamiche che governano il comportamento delle strutture in condizioni di carico reali.
Un ulteriore miglioramento applicabile potrebbe consistere nell'integrazione di mappe di armatura più personalizzate all'interno del modello *FEM*, qualora se ne rilevasse la necessità. Ciò potrebbe essere realizzato mediante l'utilizzo di strumenti di modellazione parametrica, come *Rhinoceros* in combinazione con *Grasshopper*, che consentono una maggiore flessibilità nella definizione delle geometrie, oltre a permettere lo sviluppo e la manipolazione dei dati necessari per le successive fasi di progettazione e verifica. Questa integrazione si rivela particolarmente utile in presenza di geometrie complesse, dove la personalizzazione dei modelli e l'automazione dei processi di analisi diventano elementi chiave per l'efficienza e l'accuratezza del progetto.

7 Bibliografia

- Belluzzi, O., 1966. Scienza delle Costruzioni. Vol. 1. Bologna: Zanichelli.

- Belluzzi, O., 1966. Scienza delle Costruzioni. Vol. 3. Bologna: Zanichelli.

- Bertagnoli G, Giordano L, Mancini S, 2012. Design and optimization of skew reinforcement in concrete shells. Struct Concr, 13(4):248–58.

- British Standards Institution (BSI), 2024. BS EN 1998-1-1:2024 – Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 1-1: General rules and seismic action. London: BSI.

- British Standards Institution (BSI), 2024. BS EN 1998-5:2024 – Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 5: Foundations, retaining structures and geotechnical aspects. London: BSI.

- Brøndum-Nielsen, T., 1974. Optimum Design of Reinforced Concrete Shells and Slabs. Structural Research Laboratory, Technical University of Denmark.

- Calvi, G.M. & Nascimbene, R., 2022. Seismic design and analysis of tanks. Hoboken, NJ: Wiley.

- Chapelle, D. & Bathe, K.J., 2003. The finite element analysis of shells — Fundamentals. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

- Chapelle, D., & Bathe, K. J. (2003). The finite element analysis of shells — Fundamentals. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

- Consiglio Nazionale delle Ricerche (CNR), 2008. CNR-DT 207/2008: Istruzioni per la valutazione delle azioni e degli effetti del vento sulle costruzioni. Roma: Consiglio Nazionale delle Ricerche.

- Corradi Dell'Acqua, L., 2010. Meccanica delle strutture. Le teorie strutturali e il metodo degli elementi finiti (Vol. 2). Milano: McGraw-Hill Education.

- Craveiro, M.V., Bittencourt, T.N., & Della Bella, J.C., 2021. Design and verification of reinforced concrete shell elements. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, 14(3), e14305. Available at: https://doi.org/10.1590/S1983-41952021000300005

- European Committee for Standardization (CEN), 2004. EN 1992-1-1:2004 (English) - Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels: CEN.

- European Committee for Standardization (CEN), 2004. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings. Brussels: CEN.

- European Committee for Standardization (CEN), 2006. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 4: Silos, tanks and pipelines. Brussels: CEN.

- European Committee for Standardization (CEN), 2024. Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings, bridges and civil engineering structures. Brussels: CEN.

- Forte, S., Preziosi, L. e Vianello, M., 2019. Meccanica dei Continui. Milano: Springer.

- Ghali, A., 2014. Circular Storage Tanks and Silos. 3ª ed. Boca Raton: CRC Press.

- Gupta AK., 1986. Combined membrane and flexural reinforcement in plates and shells. ASCE J Struct Div, 112(3):550–7.

- Hernández-Montes, E., Carbonell-Márquez, J.F., & Gil-Martín, L.M., 2014. Limits to the strength design of reinforced concrete shells and slabs. Engineering Structures, 61, pp.184-194.

- Hughes, T.J.R., 1989. The finite element method: Linear static and dynamic finite element analysis. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

- International Federation for Structural Concrete (fib), 2020. fib Model Code for Concrete Structures 2020. Lausanne: fib.

- Kirchhoff, G., 1850. Über das Gleichgewicht und die Bewegung dünner elastischer Platten. Journal für die reine und angewandte Mathematik.

- Leonhardt, F. & Mönnig, E., 1975. C.A. & C.A.P. Calcolo di progetto e tecniche costruttive. Vol. 2. Trad. di R. Mariani. Milano: Studio M & B.

- Lodi, S.H., 1997. Reinforced concrete slab elements under bending and twisting moments. PhD thesis, Heriot-Watt University.

- Lourenço PB, Figueiras JA., 1995. Solution for the design of reinforcement concrete plates and shells. J Struct Eng ASCE, 121(5):815–9.

- Lourenço PB, Figuerias JA., 1993. Automatic design of reinforcement in concrete plates and shells. Eng Comput, 10(6):519–23.

- Marchaj, T.J., 1979. Importance of vertical acceleration in the design of liquid containing tanks. In: Proceedings of the Second U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Stanford, California, pp. 146–155.

- Marti, P., 1990. Design of concrete slabs for transverse shear. ACI Structural Journal, 87(2), pp.180-190.

- Min CS, 2004. Design and ultimate behaviour of RC plates and shells. Nucl Eng Des, 228:207–17.

- Min CS, Gupta AK, 1992. A study of inelastic behaviour of reinforced concrete shells using supercomputers. Technical Report. Raileigh (NC): North Carolina State University.

- Min CS, Gupta AK, 1995. Vector algorithm for layered reinforced concrete shell element stiffness matrix. Struct Eng Mech, 3(2):12–172.

- Min CS, Gupta AK, 1996. Inelastic vector finite element analysis of RC shells. Struct Eng Mech, 4(2):10–139.

- Mindlin, R.D. & Reissner, E., 1953. The effect of rotatory inertia and of shear on the flexural motions of plates. Journal of Applied Mechanics, 20(1), pp.1-12.

- Mindlin, R.D., 1951. Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates. Journal of Applied Mechanics, 18(1), pp.31-38.

- Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, 2008. Norme Tecniche per le Costruzioni (NTC 2008). Roma: Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti.

- Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, 2018. Norme Tecniche per le Costruzioni (NTC 2018). Roma: Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti.

- Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, 2019. Circolare 21 gennaio 2019, n. 7: Istruzioni per l'applicazione delle Norme Tecniche per le Costruzioni di cui al Decreto Ministeriale 17 gennaio 2018. Roma: Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti.

- Timoshenko, S.P. & Woinowsky-Krieger, S., 1959. Theory of plates and shells. New York: McGraw-Hill.

- Viola, E., 2016. Teoria delle strutture 1. Stati tensionali e piastre. Bologna: Pitagora Editrice.

- Wood, J.H., 1973. Earthquake-Induced Soil Pressures on Structures. EERL 73-05. Pasadena, CA: California Institute of Technology.

- Wood, J.H., 1975. Earthquake induced pressures on a rigid wall structure. Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering, 8(3), pp.175–186.

- Wood, R.H., 1968. The reinforcement of slabs in accordance with a pre-determined field of moments. Concrete, 2(2), pp.69-76.

Appendice A

Il codice qui a seguito scritto in python esegue la verifica in accordo al Model Code 2020.
È stata creata una funzione con argomenti necessari a svolgere la verifica, tutti gli input hanno unità di misura in metri, kilogrammi, secondi; le tensioni di output invece sono in MPa.
I momenti e gli sforzi normali seguono la convenzione al §5.8.1
Per far funzionare correttamente la funzione nel codice si deve importare la libreria gratuita NumPy indispensabile per la risoluzione numerica.

```
import numpy as np


def     SLU_check_shell_MC2020(momento_x, momento_y, momento_xy, sforzonormale_x,
        sforzonormale_y, sforzotagliante_xy, taglio_x, taglio_y, arm_sup_x, arm_inf_x,
        arm_sup_y, arm_inf_y, dist_arm_inf_x, dist_arm_sup_x, dist_arm_inf_y,
        dist_arm_sup_y, altezza, base, tens_cls, tens_arm):

        # ---------------------------------------------- Input
        Nxx             =       sforzonormale_x
        Nyy             =       sforzonormale_y
        Nxy             =       sforzotagliante_xy
        Mxx             =       momento_x
        Myy             =       momento_y
        Mxy             =       momento_xy
        Qx              =       taglio_x
        Qy              =       taglio_y
        dx_inf          =       dist_arm_inf_x
        dx_sup          =       dist_arm_sup_x
        dy_inf          =       dist_arm_inf_y
        dy_sup          =       dist_arm_sup_y
        H               =       altezza
        B               =       base
        fyd             =       tens_arm
        fcd             =       tens_cls
        Axb             =       arm_inf_x
        Axt             =       arm_sup_x
        Ayb             =       arm_inf_y
        Ayt             =       arm_sup_y
        # ------------------------------------------------------------------------------------
```

```
# ---------------------------------------------- Metodo FIB ModelCode 2020
N1              =       Nxx
N2              =       Nyy
N12             =       Nxy
M1              =       Mxx
M2              =       Myy
M12             =       Mxy
Q1              =       Qx
Q2              =       Qy
# ------------------------------------------------------------------------------------
# ---------------------------------------------- Parametri geometrici
d_inf           =       (dx_inf + dy_inf)/2
d_sup           =       (dx_sup + dy_sup)/2
a               =       d_inf - d_sup
at              =       H/2 - d_sup
ab              =       d_inf - H/2
ct              =       d_sup *  2
cb              =       (H - d_inf) * 2
dv              =       H - (H-d_inf + d_sup)
# ------------------------------------------------------------------------------------
# ---------------------------------------------- Forze Membranali
F1b             =       (M1/a+N1*at/a)
F2b             =       (M2/a+N2*at/a)
F12b            =       (N12*at/a+M12/a)
F1t             =       (-M1/a+N1*ab/a)
F2t             =       (-M2/a+N2*ab/a)
F12t            =       (N12*ab/a-M12/a)
# ------------------------------------------------------------------------------------
# ---------------------------------------------- Verifica Taglio
ved             =       (np.sqrt((pow(Qx,2))+(pow(Qy,2))))
ted             =       (ved/dv)/(1000*1000)
gamma_c         =       1.50
gamma_v         =       1.40
fck             =       fcd*gamma_c/0.85
fck_MPa         =       fck /(1000*1000)
fyd_MPa         =       fyd /(1000*1000)
trd             =       (11/gamma_v) * np.sqrt((fck_MPa/fyd_MPa)*(40/(dv*1000)))
# ------------------------------------------------------------------------------------
```

```
# ---------------------------------------------- Lato inferiore

# ---------------------------------- Caso 1
if      F1b > 0 and F2b > 0 and F12b > 0 :
        tethabgrad     =       45
        tethab         =       tethabgrad*np.pi/180
        Faxb           =       (abs(F1b)*np.sin(tethab) + abs(F12b)*np.cos(tethab)) /
                               np.sin(tethab)
        Fayb           =       (abs(F2b)*np.cos(tethab) + abs(F12b)*np.sin(tethab)) /
                               np.cos(tethab)
        Fcb            =       (abs(F12b)*np.cos(tethab))/(np.cos(tethab)*
                               np.cos(tethab)*np.sin(tethab))
# ----- Verifica
fyxb    =       Faxb/Axb
fyyb    =       Fayb/Ayb
fcb     =       Fcb/(cb)
# ---------------------------------------

# ---------------------------------- Caso 2
if      F1b > 0 and F2b > 0 and F12b <= 0:
        tethabgra      =       45
        tethab         =       tethabgrad*np.pi/180
        Faxb           =       (abs(F1b)*np.sin(tethab) + ((abs(F12b))*np.cos(tethab)))
                               / np.sin(tethab)
        Fayb           =       (abs(F2b)*np.cos(tethab) + ((abs(F12b))*np.sin(tethab)))
                               / np.cos(tethab)
        Fcb            =       ((abs(F12b))*np.cos(tethab))/(np.cos(tethab)*
                               np.cos(tethab)*np.sin(tethab))
# ----- Verifica
fyxb    =       Faxb/Axb
fyyb    =       Fayb/Ayb
fcb     =       Fcb/(cb)
# ---------------------------------------

# ---------------------------------- Caso 3
if      F1b <= 0 and F2b > 0 and F12b > 0:
        # Angolo thetha obbligato
        if      F1b + abs(F12b) <= 0:
```

```
                tethab  =       np.arctan(abs(F12b)/(abs(F1b)))
                Faxb    =       0
                Fayb            =       (abs(F2b)*np.cos(tethab) + abs(F12b)*
                                        np.sin(tethab)) /      np.cos(tethab)
                Fcb             =       (abs(F12b)*np.cos(tethab))/(np.cos(tethab) *
                                        np.cos(tethab)*np.sin(tethab))
        if      F1b + abs(F12b) > 0:
                tethabgrad      =       45°
                tethab          =       tethabgrad*np.pi/180
                Faxb            =       (-abs(F1b)*np.sin(tethab)+((abs(F12b))*
                                        np.cos(tethab)))/ np.sin(tethab)
                Fayb            =       (abs(F2b)*np.cos(tethab) + ((abs(F12b))*
                                        np.sin(tethab)))/ np.cos(tethab)
                Fcb             =       ((abs(F12b))*np.cos(tethab))/(np.cos(tethab) *
                                        np.cos(tethab)*np.sin(tethab))
# ----- Verifica
fyxb            =       Faxb/Axb
fyyb            =       Fayb/Ayb
fcb             =       Fcb/(cb)
# ----------------------------------------

# -------------------------------- Caso 4
if      F1b <= 0 and F2b > 0 and F12b <= 0:
        # Angolo thetha obbligato
        if      F1b + abs(F12b) < 0:
                tethab          =       np.arctan(abs(F12b)/(abs(F1b)))
                Faxb            =       0
                Fayb            =       (abs(F2b)*np.cos(tethab) + abs(F12b)*
                                        np.sin(tethab)) / np.cos(tethab)
                Fcb             =       ((abs(F12b))*np.cos(tethab))/(np.cos(tethab)*
                                        np.cos(tethab)*np.sin(tethab))
        if      F1b + abs(F12b) >= 0:
                tethabgrad      =       45
                tethab          =       tethabgrad*np.pi/180
                Faxb            =       (-abs(F1b)*np.sin(tethab) + ((abs(F12b))*
                                        np.cos(tethab))) / np.sin(tethab)
                Fayb            =       (abs(F2b)*np.cos(tethab) + ((abs(F12b))*
                                        np.sin(tethab))) / np.cos(tethab)
```

```
                Fcb             =       ((abs(F12b))*np.cos(tethab))/(np.cos(tethab)*
                                        np.cos(tethab)*np.sin(tethab))
# ----- Verifica
fyxb            =       Faxb/Axb
fyyb            =       Fayb/Ayb
fcb             =       Fcb/(cb)
# ----------------------------------------

# -------------------------------- Caso 5
if      F1b > 0 and F2b <= 0 and F12b > 0:
        if      F2b + abs(F12b) <= 0:
                tethab          =       np.arctan(abs(F12b)/(abs(F2b)))
                Faxb            =       (abs(F1b)*np.cos(tethab) + ((abs(F12b))*
                                        np.sin(tethab))) / np.cos(tethab)
                Fayb            =       0
                Fcb             =       (abs(F12b)*np.cos(tethab))/(np.cos(tethab)*
                                        np.cos(tethab)*np.sin(tethab))
        if      F2b + abs(F12b) > 0:
                tethabgrad      =       45
                tethab          =       tethabgrad*np.pi/180
                Faxb            =       (-abs(F1b)*np.cos(tethab) + ((abs(F12b))*
                                        np.sin(tethab))) / np.cos(tethab)
                Fayb            =       (abs(F2b)*np.sin(tethab) + ((abs(F12b))*
                                        np.cos(tethab))) / np.sin(tethab)
                Fcb             =       ((abs(F12b))*np.cos(tethab))/(np.cos(tethab)*
                                        np.cos(tethab)*np.sin(tethab))
# ----- Verifica
fyxb            =       Faxb/Axb
fyyb            =       Fayb/Ayb
fcb             =       Fcb/(cb)
# ----------------------------------------

# -------------------------------- Caso 6
if      F1b > 0 and F2b <= 0 and F12b <= 0:
        if      F2b + abs(F12b) <= 0:
                tethab          =       np.arctan(abs(F2b)/(abs(F12b)))
                Faxb            =       (abs(F1b)*np.sin(tethab) + ((abs(F12b))*
                                        np.cos(tethab))) / np.sin(tethab)
```

```
                Fayb            =       0
                Fcb             =       (abs(F12b)*np.cos(tethab))/(np.cos(tethab)*
                                        np.cos(tethab)*np.sin(tethab))
        if      F2b + abs(F12b) > 0:
                tethabgrad      =       45
                tethab          =       tethabgrad*np.pi/180
                Faxb            =       (abs(F1b)*np.sin(tethab) + ((abs(F12b))*
                                        np.cos(tethab))) / np.sin(tethab)
                Fayb            =       (-abs(F2b)*np.cos(tethab) + ((abs(F12b))*
                                        np.sin(tethab))) / np.cos(tethab)
                Fcb             =       ((abs(F12b))*np.cos(tethab))/(np.cos(tethab)*
                                        np.cos(tethab)*np.sin(tethab))
# ----- Verifica
fyxb            =       Faxb/Axb
fyyb            =       Fayb/Ayb
fcb             =       Fcb/(cb)
# ----------------------------------------
# -------------------------------- Caso 7
if      F1b <= 0 and F2b <= 0:
        if      F12b > 0 and abs(F1b)>abs(F12b) and abs(F2b)>abs(F12b):
                tan_tethab1     =       ((abs(F2b)-abs(F1b))+((np.sqrt(((pow((abs(F1b)
                                        -abs(F2b)),2)+4*abs(F12b)*abs(F12b)))))))/
                                        (2*abs(F12b))
                tan_tethab2     =       ((abs(F2b)-abs(F1b))-((np.sqrt(((pow((abs(F1b) -
                                        abs(F2b)),2)+4*abs(F12b)*abs(F12b)))))))/
                                        (2*abs(F12b))
                Faxb            =       0
                Fayb            =       0
                Fc1b            =       abs(F1b) + abs(F12b)*tan_tethab1
                Fc2b            =       abs(F1b) + abs(F12b)*tan_tethab2
                Fcb             =       max(Fc1b,Fc2b)
                if      Fc1b >= Fc2b:
                        tethab  =       np.arctan(tan_tethab1)
                if      Fc1b < Fc2b:
                        tethab  =       np.arctan(tan_tethab2)

        if      F12b > 0 and abs(F1b)<=abs(F12b) and abs(F2b)>abs(F12b):
                tethab          =       np.arctan(abs(F2b)/(abs(F12b)))
```

```
        Faxb            =       (-abs(F1b)*np.cos(tethab) + abs(F12b)*
                                np.sin(tethab)) / np.cos(tethab)
        Fayb            =       0
        Fcb             =       ((abs(F12b))*np.cos(tethab))/(np.cos(tethab)*
                                np.cos(tethab)*np.sin(tethab))
if      F12b > 0 and abs(F1b)>abs(F12b) and abs(F2b)<=abs(F12b):
        tethab          =       np.arctan(abs(F12b)/(abs(F1b)))
        Faxb            =       0
        Fayb            =       (-abs(F2b)*np.cos(tethab) + abs(F12b)*
                                np.sin(tethab)) / np.cos(tethab)
        Fcb             =       ((abs(F12b))*np.cos(tethab))/(np.cos(tethab)*
                                np.cos(tethab)*np.sin(tethab))
if      F12b > 0 and abs(F1b)<=abs(F12b) and abs(F2b)<=abs(F12b):
        tethabgrad      =       45
        tethab          =       tethabgrad*np.pi/180
        Faxb            =       (-abs(F1b)*np.cos(tethab) + ((abs(F12b))*
                                np.sin(tethab))) / np.cos(tethab)
        Fayb            =       (-abs(F2b)*np.sin(tethab) + ((abs(F12b))*
                                np.cos(tethab))) / np.sin(tethab)
        Fcb             =       ((abs(F12b))*np.cos(tethab))/(np.cos(tethab)*
                                np.cos(tethab)*np.sin(tethab))
if      F12b <= 0 and abs(F1b)>abs(F12b) and abs(F2b)>abs(F12b):
        tan_tethab1     =       ((abs(F2b)-abs(F1b))+((np.sqrt(((pow((abs(F1b)-
                                abs(F2b)),2)+4*abs(F12b)*abs(F12b)))))))/
                                (2*abs(F12b))
        tan_tethab2     =       ((abs(F2b)-abs(F1b))-((np.sqrt(((pow((abs(F1b)-
                                abs(F2b)),2)+4*abs(F12b)*abs(F12b)))))))/
                                (2*abs(F12b))
        Faxb            =       0
        Fayb            =       0
        Fc1b            =       abs(F1b) + abs(F12b)*tan_tethab1
        Fc2b            =       abs(F1b) + abs(F12b)*tan_tethab2
        Fcb             =       max(Fc1b,Fc2b)
        if      Fc1b >= Fc2b:
                tethab  =       np.arctan(tan_tethab1)

        if      Fc1b < Fc2b:
                tethab  =       np.arctan(tan_tethab2)
```

```
        if      F12b < 0 and abs(F1b)<=abs(F12b) and abs(F2b)>abs(F12b):
                tethab          =       np.arctan(abs(F2b)/(abs(F12b)))
                Faxb            =       (-abs(F1b)*np.sin(tethab) + abs(F12b)*
                                        np.cos(tethab)) / np.sin(tethab)
                Fayb            =       0
                Fcb             =       ((abs(F12b))*np.cos(tethab))/(np.cos(tethab)*
                                        np.cos(tethab)*np.sin(tethab))
        if      F12b < 0 and abs(F1b)>abs(F12b) and abs(F2b)<=abs(F12b):
                tethab          =       np.arctan(abs(F12b)/(abs(F1b)))
                Faxb            =       0
                Fayb            =       (-abs(F2b)*np.cos(tethab) + abs(F12b)*
                                        np.sin(tethab)) / np.cos(tethab)
                Fcb             =       ((abs(F12b))*np.cos(tethab))/(np.cos(tethab)*
                                        np.cos(tethab)*np.sin(tethab))
        if      F12b < 0 and abs(F1b)<=abs(F12b) and abs(F2b)<=abs(F12b):
                tethabgrad      =       45
                tethab          =       tethabgrad*np.pi/180
                Faxb            =       (-abs(F1b)*np.sin(tethab) + ((abs(F12b))*
                                        np.cos(tethab))) / np.sin(tethab)
                Fayb            =       (-abs(F2b)*np.cos(tethab) + ((abs(F12b))*
                                        np.sin(tethab))) / np.cos(tethab)
                Fcb             =       ((abs(F12b))*np.cos(tethab))/(np.cos(tethab)*
                                        np.cos(tethab)*np.sin(tethab))
# ----- Verifica
fyxb            =       Faxb/Axb
fyyb            =       Fayb/Ayb
fcb             =       Fcb/(cb)
# ----------------------------------------
# ------------------------------------------------------------


# ---------------------------------------------- Lato superiore

# -------------------------------- Caso 1
if      F1t > 0 and F2t > 0 and F12t > 0 :
        tethatgrad      =       45
        tethat          =       tethatgrad*np.pi/180
```

```
        Faxt            =       (abs(F1t)*np.sin(tethat) + abs(F12t)*np.cos(tethat)) /
                                np.sin(tethat)
        Fayt            =       (abs(F2t)*np.cos(tethat) + abs(F12t)*np.sin(tethat)) /
                                np.cos(tethat)
        Fct             =       (abs(F12t)*np.cos(tethat))/(np.cos(tethat)*
                                np.cos(tethat) * np.sin(tethat))
# ----- Verifica
fyxt    =       Faxt/Axt
fyyt    =       Fayt/Ayt
fct     =       Fct/(ct)
# ---------------------------------------

# -------------------------------- Caso 2
if      F1t > 0 and F2t > 0 and F12t <= 0:
        tethatgrad      =       45
        tethat          =       tethatgrad*np.pi/180
        Faxt            =       (abs(F1t)*np.sin(tethat)+((abs(F12t))*np.cos(tethat)))/
                                np.sin(tethat)
        Fayt            =       (abs(F2t)*np.cos(tethat)+((abs(F12t))*np.sin(tethat)))/
                                np.cos(tethat)
        Fct             =       ((abs(F12t))*np.cos(tethat))/(np.cos(tethat)*
                                np.cos(tethat)*np.sin(tethat))
# ----- Verifica
fyxt    =       Faxt/Axt
fyyt    =       Fayt/Ayt
fct     =       Fct/(ct)
# ---------------------------------------

# -------------------------------- Caso 3
if      F1t <= 0 and F2t > 0 and F12t > 0:
        if      F1t + abs(F12t) <= 0:
                tethat          =       np.arctan(abs(F12t)/(abs(F1t)))
                Faxt            =       0
                Fayt            =       (abs(F2t)*np.cos(tethat) + abs(F12t) *
                                        np.sin(tethat)) / np.cos(tethat)
                Fct             =       (abs(F12t)*np.cos(tethat))/(np.cos(tethat)*
                                        np.cos(tethat)*np.sin(tethat))
        if      F1t + abs(F12t) > 0:
```

```
                tethatgrad     =       45
                tethat         =       tethatgrad*np.pi/180
                Faxt           =       (-abs(F1t)*np.sin(tethat) + ((abs(F12t)) *
                                       np.cos(tethat))) /np.sin(tethat)
                Fayt           =       (abs(F2t)*np.cos(tethat) + ((abs(F12t))*
                                       np.sin(tethat))) / np.cos(tethat)
                Fct            =       ((abs(F12t))*np.cos(tethat))/(np.cos(tethat)*
                                       np.cos(tethat)*np.sin(tethat))
# ----- Verifica
fyxt    =       Faxt/Axt
fyyt    =       Fayt/Ayt
fct     =       Fct/(ct)
# ----------------------------------------

# -------------------------------- Caso 4
if      F1t <= 0 and F2t > 0 and F12t <= 0:
        if      F1t + abs(F12t) < 0:
                tethat         =       np.arctan(abs(F12t)/(abs(F1t)))
                Faxt           =       0
                Fayt           =       (abs(F2t)*np.cos(tethat) + abs(F12t)*
                                       np.sin(tethat)) / np.cos(tethat)
                Fct            =       ((abs(F12t))*np.cos(tethat))/(np.cos(tethat)*
                                       np.cos(tethat)*np.sin(tethat))
        if      F1t + abs(F12t) >= 0:
                tethatgrad     =       45
                tethat         =       tethatgrad*np.pi/180
                Faxt           =       (-abs(F1t)*np.sin(tethat) + ((abs(F12t))*
                                       np.cos(tethat))) / np.sin(tethat)
                Fayt           =       (abs(F2t)*np.cos(tethat) + ((abs(F12t))*
                                       np.sin(tethat))) / np.cos(tethat)
                Fct            =       ((abs(F12t))*np.cos(tethat))/(np.cos(tethat)*
                                       np.cos(tethat)*np.sin(tethat))
# ----- Verifica
fyxt    =       Faxt/Axt
fyyt    =       Fayt/Ayt
fct     =       Fct/(ct)
# ----------------------------------------
```

```
# ---------------------------------- Caso 5
if      F1t > 0 and F2t <= 0 and F12t > 0:
        if      F2t + abs(F12t) <= 0:
                tethat          =       np.arctan(abs(F12t)/(abs(F2t)))
                Faxt            =       (abs(F1t)*np.cos(tethat) + ((abs(F12t))*
                                        np.sin(tethat))) / np.cos(tethat)
                Fayt            =       0
                Fct             =       (abs(F12t)*np.cos(tethat))/(np.cos(tethat)*
                                        np.cos(tethat)*np.sin(tethat))
 if     F2t + abs(F12t) > 0:
        tethatgrad              =       45
        tethat                  =       tethatgrad*np.pi/180
        Faxt                    =       (-abs(F1t)*np.cos(tethat) + ((abs(F12t))*
                                        np.sin(tethat))) / np.cos(tethat)
        Fayt                    =       (abs(F2t)*np.sin(tethat) + ((abs(F12t))*
                                        np.cos(tethat))) / np.sin(tethat)
        Fct                     =       ((abs(F12t))*np.cos(tethat))/(np.cos(tethat)*
                                        np.cos(tethat)*np.sin(tethat))
# ----- Verifica
fyxt    =       Faxt/Axt
fyyt    =       Fayt/Ayt
fct     =       Fct/(ct)
# ---------------------------------------

# ---------------------------------- Caso 6
if      F1t > 0 and F2t <= 0 and F12t <= 0:
        if      F2t + abs(F12t) <= 0:
                tethat          =       np.arctan(abs(F2t)/(abs(F12t)))
                Faxt            =       (abs(F1t)*np.sin(tethat) + ((abs(F12t))*
                                        np.cos(tethat))) / np.sin(tethat)
                Fayt            =       0
                Fct             =       (abs(F12t)*np.cos(tethat))/(np.cos(tethat)*
                                        np.cos(tethat)*np.sin(tethat))
        if      F2t + abs(F12t) > 0:
                tethatgrad      =       45
                tethat          =       tethatgrad*np.pi/180
                Faxt            =       (abs(F1t)*np.sin(tethat) + ((abs(F12t))*
                                        np.cos(tethat))) / np.sin(tethat)
```

```
                Fayt            =       (-abs(F2t)*np.cos(tethat) + ((abs(F12t))*
                                        np.sin(tethat))) / np.cos(tethat)
                Fct             =       ((abs(F12t))*np.cos(tethat))/(np.cos(tethat)*
                                        np.cos(tethat)*np.sin(tethat))
# ----- Verifica
fyxt    =       Faxt/Axt
fyyt    =       Fayt/Ayt
fct     =       Fct/(ct)
# ----------------------------------------

# -------------------------------- Caso 7
if      F1t <= 0 and F2t <= 0:
        if      F12t > 0 and abs(F1t)>abs(F12t) and abs(F2t)>abs(F12t):
                tan_tethat1     =       ((abs(F2t)-abs(F1t)) + ((np.sqrt(((pow((abs(F1t)-
                                        abs(F2t)),2) + 4 * abs(F12t)*abs(F12t))))))) /
                                        (2*abs(F12t))
                tan_tethat2     =       ((abs(F2t)-abs(F1t)) - ((np.sqrt(((pow((abs(F1t)-
                                        abs(F2t)),2)+ 4 * abs(F12t)*abs(F12t))))))) /
                                        (2*abs(F12t))
                Faxt            =       0
                Fayt            =       0
                Fc1t            =       abs(F1t) + abs(F12t)*tan_tethat1
                Fc2t            =       abs(F1t) + abs(F12t)*tan_tethat2
                Fct             =       max(Fc1t,Fc2t)
                if      Fc1t >= Fc2t:
                        tethat  =       np.arctan(tan_tethat1)
                if      Fc1t < Fc2t:
                        tethat  =       np.arctan(tan_tethat2)
        if      F12t > 0 and abs(F1t)<=abs(F12t) and abs(F2t)>abs(F12t):
                tethat          =       np.arctan(abs(F2t)/(abs(F12t)))
                Faxt            =       (-abs(F1t)*np.cos(tethat) + abs(F12t)*
                                        np.sin(tethat)) / np.cos(tethat)
                Fayt            =       0
                Fct             =       ((abs(F12t))*np.cos(tethat))/(np.cos(tethat)*
                                        np.cos(tethat)*np.sin(tethat))
        if      F12t > 0 and abs(F1t)>abs(F12t) and abs(F2t)<=abs(F12t):
                tethat          =       np.arctan(abs(F12t)/(abs(F1t)))
                Faxt            =       0
```

```
        Fayt            =       (-abs(F2t)*np.cos(tethat) + abs(F12t)*
                                np.sin(tethat)) / np.cos(tethat)
        Fct             =       ((abs(F12t))*np.cos(tethat))/(np.cos(tethat)*
                                np.cos(tethat)*np.sin(tethat))
if      F12t > 0 and abs(F1t)<=abs(F12t) and abs(F2t)<=abs(F12t):
        tethatgrad      =       45
        tethat          =       tethatgrad*np.pi/180
        Faxt            =       (-abs(F1t)*np.cos(tethat) + ((abs(F12t))*
                                np.sin(tethat))) / np.cos(tethat)
        Fayt            =       (-abs(F2t)*np.sin(tethat) + ((abs(F12t))*
                                np.cos(tethat))) / np.sin(tethat)
        Fct             =       ((abs(F12t))*np.cos(tethat))/(np.cos(tethat)*
                                np.cos(tethat)*np.sin(tethat))
if      F12t <= 0 and abs(F1t)>abs(F12t) and abs(F2t)>abs(F12t):
        tan_tethat1     =       ((abs(F2t)-abs(F1t))+((np.sqrt(((pow((abs(F1t)-
                                abs(F2t)),2) + 4 * abs(F12t)*abs(F12t))))))) /
                                (2*abs(F12t))
        tan_tethat2     =       ((abs(F2t)-abs(F1t))-((np.sqrt(((pow((abs(F1t)-
                                abs(F2t)),2)+4*abs(F12t)*abs(F12t))))))/
                                (2*abs(F12t))
        Faxt            =       0
        Fayt            =       0
        Fc1t            =       abs(F1t) + abs(F12t)*tan_tethat1
        Fc2t            =       abs(F1t) + abs(F12t)*tan_tethat2
        Fct             =       max(Fc1t,Fc2t)
        if      Fc1t >= Fc2t:
                tethat  =       np.arctan(tan_tethat1)
        if      Fc1t < Fc2t:
                tethat  =       np.arctan(tan_tethat2)
if      F12t < 0 and abs(F1t)<=abs(F12t) and abs(F2t)>abs(F12t):
        tethat          =       np.arctan(abs(F2t)/(abs(F12t)))
        Faxt            =       (-abs(F1t)*np.sin(tethat) + abs(F12t)*
                                np.cos(tethat)) / np.sin(tethat)
        Fayt            =       0
        Fct             =       ((abs(F12t))*np.cos(tethat))/(np.cos(tethat)*
                                np.cos(tethat)*np.sin(tethat))
if      F12t < 0 and abs(F1t)>abs(F12t) and abs(F2t)<=abs(F12t):
        tethat          =       np.arctan(abs(F12t)/(abs(F1t)))
```

```
                Faxt            =       0
                Fayt            =       (-abs(F2t)*np.cos(tethat) + abs(F12t)*
                                        np.sin(tethat)) / np.cos(tethat)
                Fct             =       ((abs(F12t))*np.cos(tethat))/(np.cos(tethat)*
                                        np.cos(tethat)*np.sin(tethat))
        if      F12t < 0 and abs(F1t)<=abs(F12t) and abs(F2t)<=abs(F12t):
                tethatgrad      =       45
                tethat          =       tethatgrad*np.pi/180
                Faxt            =       (-abs(F1t)*np.sin(tethat) + ((abs(F12t))*
                                        np.cos(tethat))) / np.sin(tethat)
                Fayt            =       (-abs(F2t)*np.cos(tethat) + ((abs(F12t))*
                                        np.sin(tethat))) / np.cos(tethat)
                Fct             =       ((abs(F12t))*np.cos(tethat))/(np.cos(tethat)*
                                        np.cos(tethat)*np.sin(tethat))
# ----- Verifica
fyxt    =       Faxt/Axt
fyyt    =       Fayt/Ayt
fct     =       Fct/(ct)
# ----------------------------------------
# ------------------------------------------------------------

# ---------------------------------------------- Verifiche calcestruzzo
if      fcb < fcd:
        puntone_cls_inf         =       'Verificato'
else:
        puntone_cls_inf         =       '!!!   Non verificato    !!!'
if      fct < fcd:
        puntone_cls_sup         =       'Verificato'
else:
        puntone_cls_sup         =       '!!!   Non verificato    !!!'
# ---------------------------------------------------------------------
# ---------------------------------------------- Verifiche acciaio
if      fyxt < fyd:
        A_arm_sup_x             =       'Verificato'
else:
        A_arm_sup_x             =       '!!!   Non verificato    !!!'

if      fyxb < fyd:
```

```
        A_arm_inf_x            =       'Verificato'
else:
        A_arm_inf_x            =       '!!!   Non verificato    !!!'

if      fyyt < fyd:
        A_arm_sup_y            =       'Verificato'
else:
        A_arm_sup_y            =       '!!!   Non verificato    !!!'

if      fyyb < fyd:
        A_arm_inf_y            =       'Verificato'
else:
        A_arm_inf_y            =       '!!!   Non verificato    !!!'
# ----------------------------------------------------------------------
# ---------------------------------------------- Verifiche taglio
if      ted < trd:
        v_taglio               =       'Verificato'
else:
        v_taglio               =       '!!!   Non verificato   !!!'
# ----------------------------------------------------------------------

return          [  round(fcb/(1000*1000),2), puntone_cls_inf,
                round(fct/(1000*1000),2), puntone_cls_sup,
                round(fyxt/(1000*1000),2), A_arm_sup_x,
                round(fyxb/(1000*1000),2), A_arm_inf_x,
                round(fyyt/(1000*1000),2), A_arm_sup_y,
                round(fyyb/(1000*1000),2), A_arm_inf_y,
                v_taglio,round(ted,2), round(trd,2),
                round(tethat*180/np.pi,2), round(tethab*180/np.pi,2)  ]
```