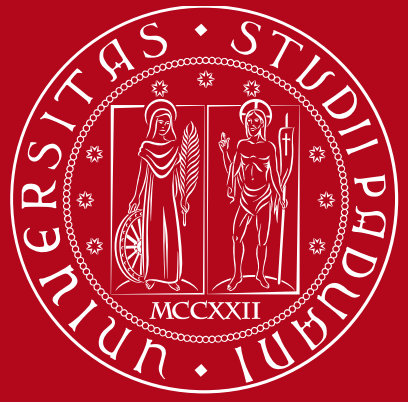


UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Strumenti di analisi e progettazione di meccanismi tramite Python

Laureandi

Alberto Feltre 1195425

Filippo Scudella 2033483

Steven Scremin 2034939

Relatore

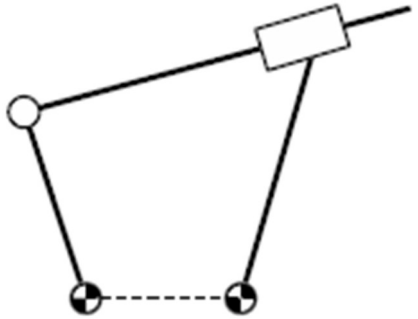
Prof. Paolo Boscariol

Scopo

sviluppo e utilizzo di strumenti di analisi e progettazione per meccanismi articolati piani con Python

Meccanismo articolato piano

Meccanismo in cui i corpi hanno moto piano



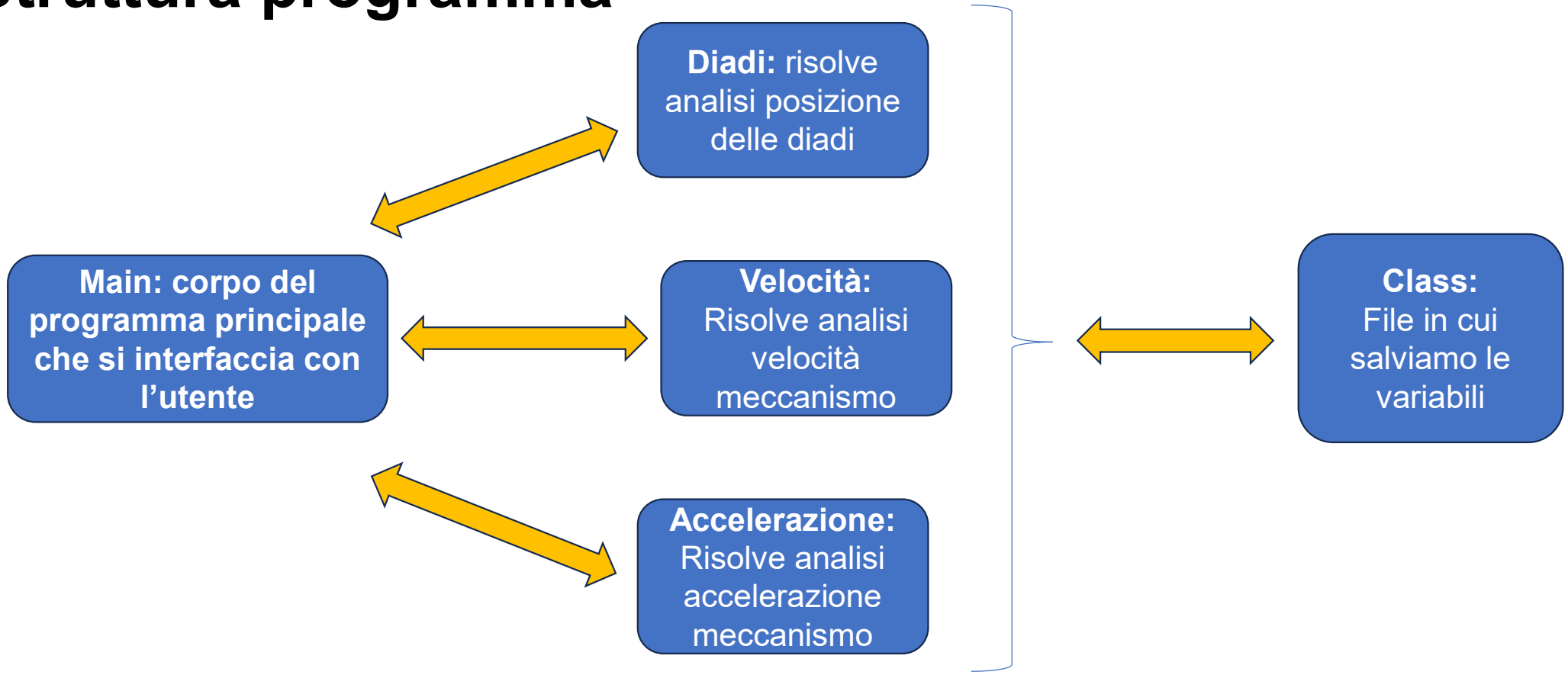
Python:

Python è un linguaggio di programmazione moderno, dalla sintassi semplice e potente, con svariati ambiti di applicazione. Supporta sia la programmazione procedurale, sia la programmazione ad oggetti.

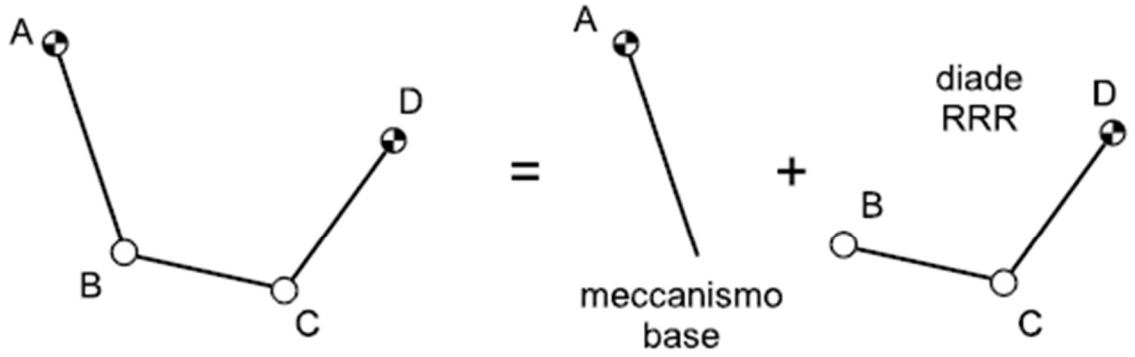
Librerie usate di Python:

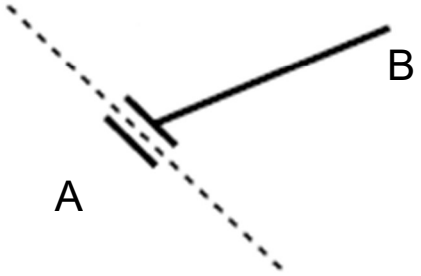
- **Numpy:** permette di usare e lavorare con array, matrici, ecc...
- **Matplotlib:** libreria utilizzata per disegnare il meccanismo finale
- **Math:** definisce alcune funzioni di base e costanti matematiche

Struttura programma



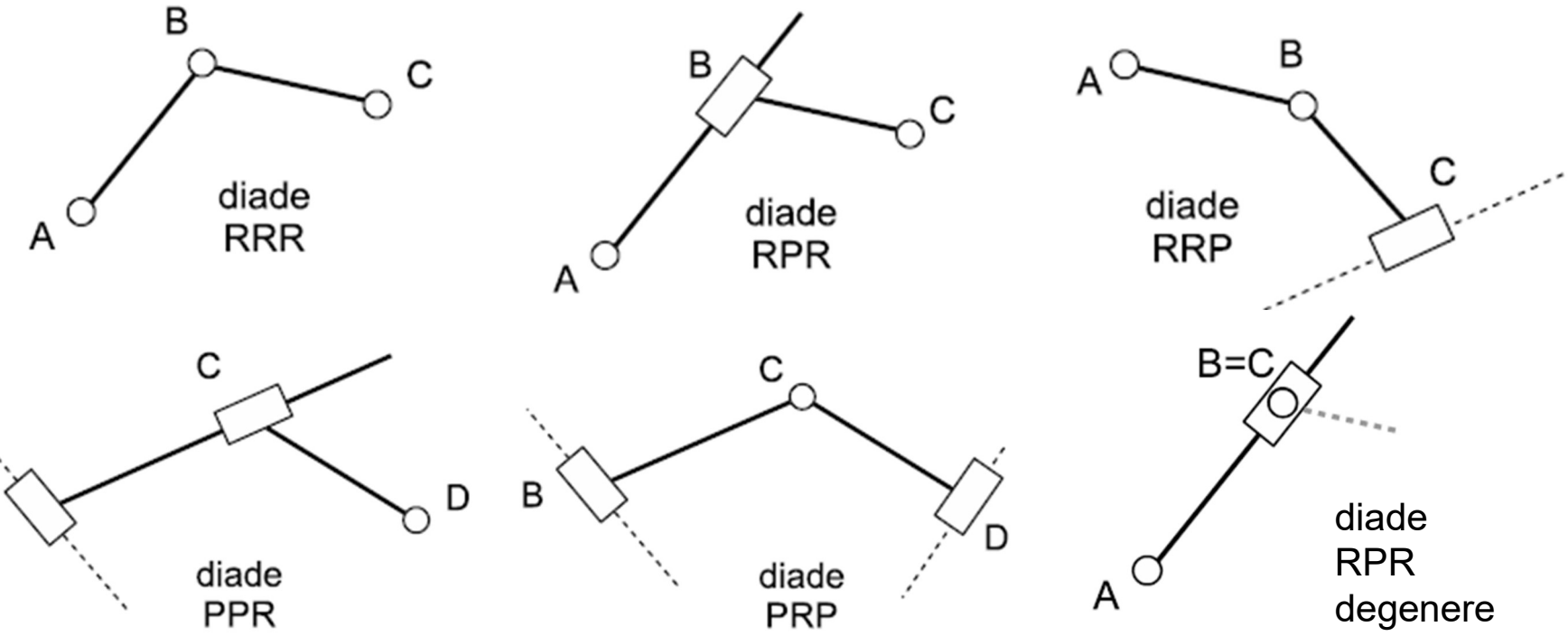
Analisi di posizione: meccanismo base






```
def meccanismo_base(Ax, Ay, z1, f1):  #MECCANISMO BASE
    A = np.array([Ax, Ay])
    B = np.array([0, 0])
    B = A + (z1 * sin_cos(f1))
    return B[0], B[1]
```

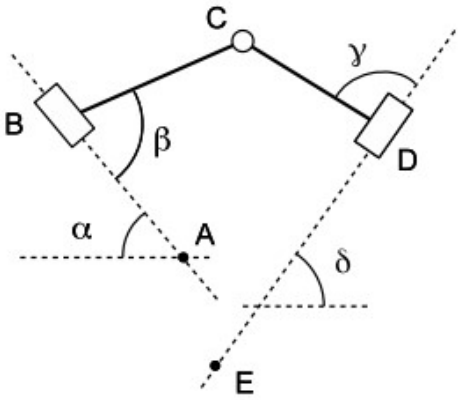
Analisi di posizione: diadi

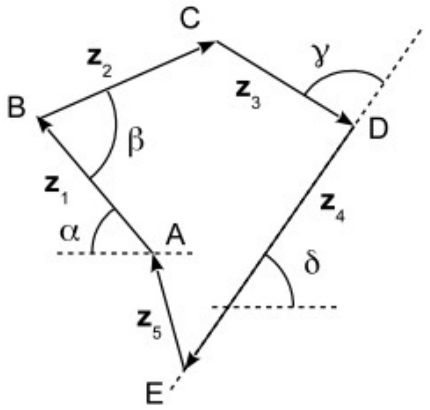


Analisi di posizione

diade RPP

```
def diade_PRP(Ax, Ay, Ex, Ey, a, b, g, d, z2, z3):
    A = np.array([Ax, Ay])
    E = np.array([Ex, Ey])
    zx = modulo(A, E)
    fx = fase(A, E)
    if(Ex >= 0):
        f1 = m.pi - a
        f2 = f1 - m.pi + b
        f4 = m.pi + d
        f3 = f4 + g
    elif(Ex < 0):
        f1 = a
        f2 = f1 + m.pi - b
        f4 = (2 * m.pi) - d
        f3 = f4 - g
```





Analisi di posizione

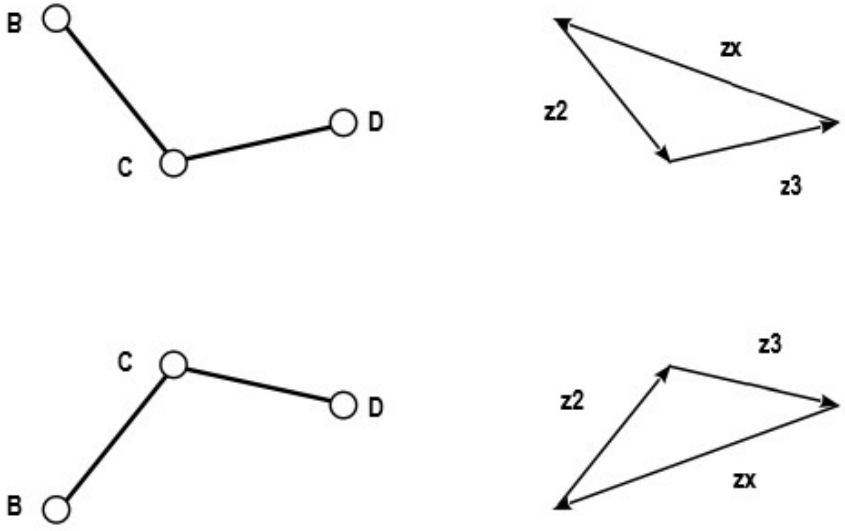
$$\begin{cases} z_1 \cos\varphi_1 + z_2 \cos\varphi_2 + z_3 \cos\varphi_3 + z_4 \cos\varphi_4 = 0 \\ z_1 \sin\varphi_1 + z_2 \sin\varphi_2 + z_3 \sin\varphi_3 + z_4 \sin\varphi_4 = 0 \end{cases}$$

Equazione di chiusura

```
incognite = np.array([[m.cos(f3), m.cos(f4)], [m.sin(f3), m.sin(f4)]])
noti = np.array([[-z2 * m.cos(f2) - zx * m.cos(fx)], [-z2 * m.sin(f2) - zx * m.sin(fx)]])
result = np.linalg.solve(incognite, noti)
z3 = result[0][0]
z4 = result[1][0]
C = B + (z2 * sin_cos(f2))
D = C + (z3 * sin_cos(f3))
f2 = angoli(f2)
f3 = angoli(f3)
f4 = angoli(f4)
return C[0], C[1], D[0], D[1], f2, f3, f4, z3, z4
```

Problema della configurazione

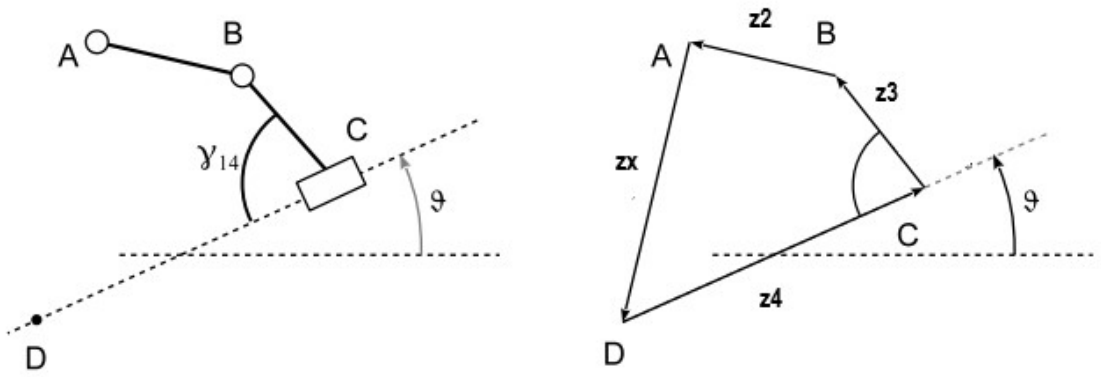
Configurazione gomito basso o a sinistra ‘1’




```
if(configurazione == "1"):
    f2 = fx - m.pi - g2x
elif(configurazione == "2"):
    f2 = fx - m.pi + g2x
```

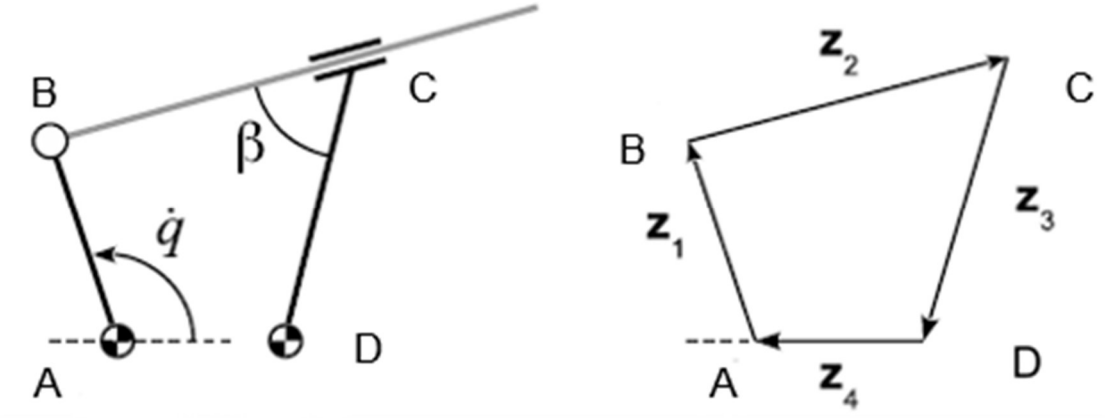
Configurazione gomito alto o a destra ‘2’

Problema della configurazione




```
psi2 = m.pi - m.asin((-z3 * m.sin(psi3) - zx * m.sin(psix))/z2)
psi2 = m.asin((-z3 * m.sin(psi3) - zx * m.sin(psix))/z2)
```

Analisi di Velocità



Segmento AB è il meccanismo base.
$|z_1|$ = AB modulo vettore z_1
q = φ_1 fase del vettore z_1
$\dot{q}$ = velocità angolare vettore z_1

$$\begin{cases} \sum_i (\dot{z}\cos\varphi_i - z_i \sin\varphi_i\,\dot{\varphi}_i) = 0 \\ \sum_i (\dot{z}\sin\varphi_i + z_i \cos\varphi_i\,\dot{\varphi}_i) = 0 \end{cases}$$

Derivata dell'equazione di chiusura

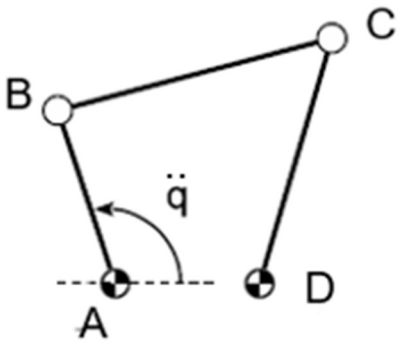
Analisi di Velocità

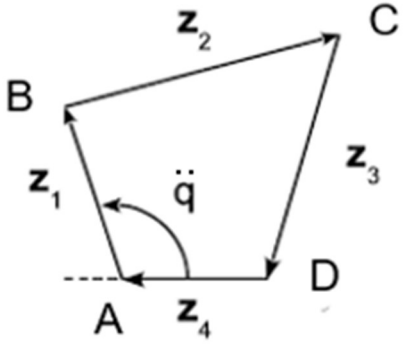
Matrice associata di Velocità

$$\begin{bmatrix} \cos\varphi_2 & -z_2\sin\varphi_2 - z_3\sin\varphi_3 \\ \sin\varphi_2 & z_2\cos\varphi_2 + z_3\cos\varphi_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_2 \\ \dot{\varphi}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z_1\sin\varphi_1 \\ z_1\cos\varphi_1 \end{bmatrix} \dot{\varphi}_1$$

```
if(tipo_diade == "2"):
    noti = np.array([[Diade.z1 * m.sin(Diade.f1) * Diade.f_1], [-Diade.z1 * m.cos(Diade.f1) * Diade.f_1]])
    incognite = np.array([[m.cos(Diade.f2), -(Diade.z2 * m.sin(Diade.f2) + Diade.z3 * m.sin(Diade.f3))],
                          [m.sin(Diade.f2), (Diade.z2 * m.cos(Diade.f2) + Diade.z3 * m.cos(Diade.f3))]])
    risultato = np.linalg.solve(incognite, noti)
    Diade.z_2 = risultato[0][0]
    Diade.f_2 = risultato[1][0]
    Diade.f_3 = Diade.f_2
```

Analisi Accelerazione





$$\begin{cases} \sum_i \left(\ddot{z}_i \cos\varphi_i - z_i \sin\varphi_i \ddot{\varphi}_i - 2\dot{z}_i \sin\varphi_i \dot{\varphi}_i - z_i \cos\varphi_i \dot{\varphi}_i^2 \right) = 0 \\ \sum_i \left(\ddot{z}_i \sin\varphi_i + z_i \cos\varphi_i \ddot{\varphi}_i + 2\dot{z}_i \cos\varphi_i \dot{\varphi}_i - z_i \sin\varphi_i \dot{\varphi}_i^2 \right) = 0 \end{cases}$$

Equazione di chiusura relativa all'accelerazione

Analisi Accelerazione

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_i \cos\varphi_i \\ \ddot{z}_i \sin\varphi_i \end{bmatrix} = \text{accelerazione relativa}$$

$$\begin{bmatrix} -z_i \sin\varphi_i \ddot{\varphi}_i \\ z_i \cos\varphi_i \ddot{\varphi}_i \end{bmatrix} = \text{accelerazione angolare}$$

$$\begin{bmatrix} -2\dot{z}_i \sin\varphi_i \dot{\varphi}_i \\ 2\dot{z}_i \cos\varphi_i \dot{\varphi}_i \end{bmatrix} = \text{accelerazione di Coriolis}$$

$$\begin{bmatrix} -z_i \cos\varphi_i \dot{\varphi}_i^2 \\ -z_i \sin\varphi_i \dot{\varphi}_i^2 \end{bmatrix} = \text{accelerazione centripeta}$$

```
class accelerazione(Diade):
        def __init__(self):
            self.a_co1x = -2 * Diade.z_1 * m.sin(Diade.f1) * Diade.f_1
            self.a_co1y = 2 * Diade.z_1 * m.cos(Diade.f1) * Diade.f_1
            self.a_cp1x = -Diade.z1 * m.cos(Diade.f1) * Diade.f_1**2
            self.a_cp1y = -Diade.z1 * m.sin(Diade.f1) * Diade.f_1**2
            self.a_an1x = -Diade.z1 * m.sin(Diade.f1) * Diade.f__1
            self.a_an1y = Diade.z1 * m.cos(Diade.f1) * Diade.f__1
            self.a_re1x = Diade.z__1 * m.cos(Diade.f1)
            self.a_re1y = Diade.z__1 * m.sin(Diade.f1)
```

Analisi Accelerazione

Problema di velocità $\mathbf{J}\dot{\mathbf{x}} = -\mathbf{A}_q\dot{\mathbf{q}}$

deriviamo

Problema di accelerazione $\mathbf{J}\ddot{\mathbf{x}} = -\mathbf{A}_q\ddot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{A}}_q\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{x}}$ $\Rightarrow$ $\ddot{\mathbf{x}} = -\mathbf{J}^{-1}\left(\mathbf{A}_q\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{A}}_q\dot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{x}}\right)$

```
if(tipo_diade == "1"):
    noti = np.array([[-self.a_cp1x - self.a_an1x - self.a_cp2x - self.a_cp3x],
                     [-self.a_cp1y - self.a_an1y - self.a_cp2y - self.a_cp3y]])
    incognite = np.array([[self.a_an2x, self.a_an3x], [self.a_an2y, self.a_an3y]])
    risultato = np.linalg.solve(incognite, noti)
    Diade.f__2 = risultato[0][0]
    Diade.f__3 = risultato[1][0]
```

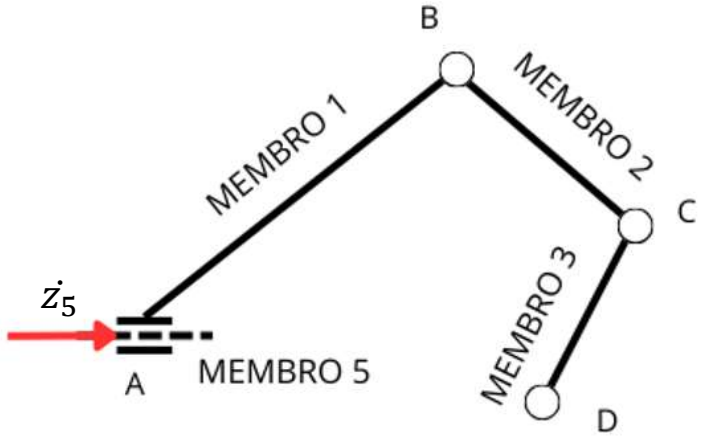
Configurazione alternativa

Analisi di Accelerazione e di Velocità

```
elif(ans == "2"):
    Diade.f5 = float(input("INSERIRE LA FASE DEL PATTINO DEL MECCANISMO BASE: "))

noti = np.array([[-Diade.z_5 * m.cos(Diade.f5)], [-Diade.z_5 * m.sin(Diade.f5)]])
incognite = np.array([[-Diade.z2 * m.sin(Diade.f2), m.cos(Diade.f3)], [Diade.z2 * m.cos(Diade.f2), m.sin(Diade.f3)]])
risultato = np.linalg.solve(incognite, noti)
Diade.f_2 = risultato[0][0]
Diade.z_3 = risultato[1][0]


noti = np.array([[-self.a_re5x], [-self.a_re5y]])
incognite = np.array([[self.a_an2x, self.a_an3x], [self.a_an2y, self.a_an3y]])
risultato = np.linalg.solve(incognite, noti)
Diade.f__2 = risultato[0][0]
Diade.f__3 = risultato[1][0]
```



Esempio di meccanismo risolto

DATI

A = [0; 0] m

D = [8; 3] m

z1 = 3,5 m

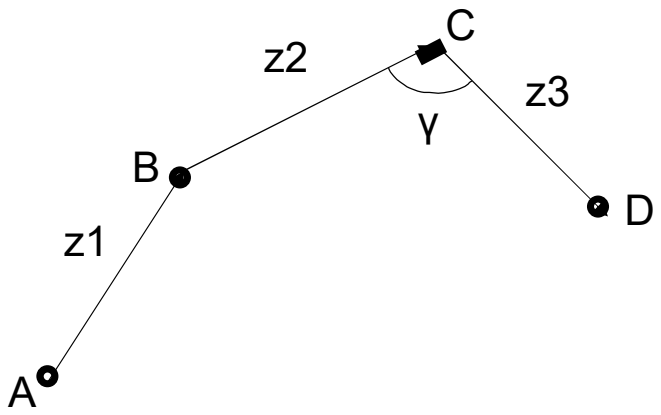
z3 = 2,5 m

γ = 2 rad

φ1 = 1,1 rad

φ'1 = -0,5 rad/s

φ''1 = 2 rad/s^2



Esempio di meccanismo risolto

Analisi di posizione

$Bx = z1\cos(\varphi 1)\,;\; By = z1\sin(\varphi 1) \;\rightarrow\; B = [1.5876; 3.1192]m$

$DB = \sqrt{(Bx - Dx)^2 + (By - Dy)^2} = 6{,}4135\ m$

$\varphi DB = \operatorname{atan}\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) = 3{,}123\ rad$

$\beta = 0{,}3623\ rad \quad \gamma = 0{,}7793\ rad \quad z2 = 4{,}9569\ m$

$\varphi 2 = \varphi DB - \pi + (angolo\ in\ B) = 0{,}3437\ rad$
$\varphi 3 = \varphi 2 - \pi + \alpha = 0{,}3437\ rad$

Esempio di meccanismo risolto

Analisi di velocità

Matrice incognite: $\begin{bmatrix} \cos(\varphi 2) & -z2 * \sin(\varphi 2) - z3 * \sin(\varphi 3) \\ \sin(\varphi 2) & z2 * \cos(\varphi 2) + z3 * \cos(\varphi 3) \end{bmatrix}$

Matrice noti: $\begin{bmatrix} z1 * \sin(\varphi 1) * \varphi' 1 \\ -z1 * cos * \varphi' 1 \end{bmatrix}$

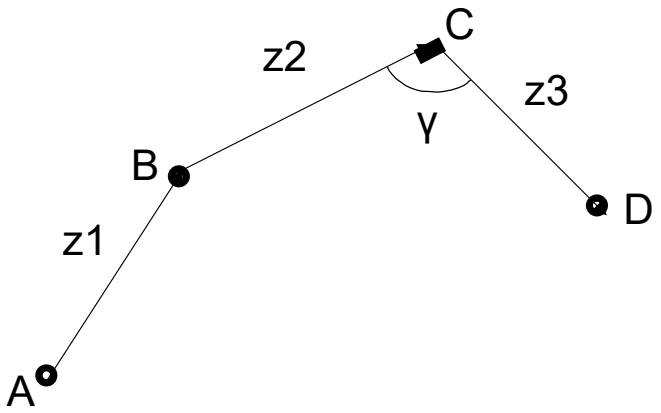
I risultati sono: $z'2 = -1{,}6586 \frac{m}{s}$ φ'2=0,2109 $\frac{rad}{s}$

Analisi di accelerazione

Matrice incognite: $\begin{bmatrix} \cos(\varphi 2) & -z2 * \sin(\varphi 2) - z3 * \sin(\varphi 3) \\ \sin(\varphi 2) & z2 * \cos(\varphi 2) + z3 * \cos(\varphi 3) \end{bmatrix}$

Matrice noti: $\begin{bmatrix} z1 * \cos(\varphi 1) * \varphi' 1^2 + z1 * \sin(\varphi 1) * \varphi'' 1 + \cdots \\ z1 * \sin(\varphi 1) * \varphi' 1^2 - z1 * \cos(\varphi 1) * \varphi'' 1 + \cdots \end{bmatrix}$

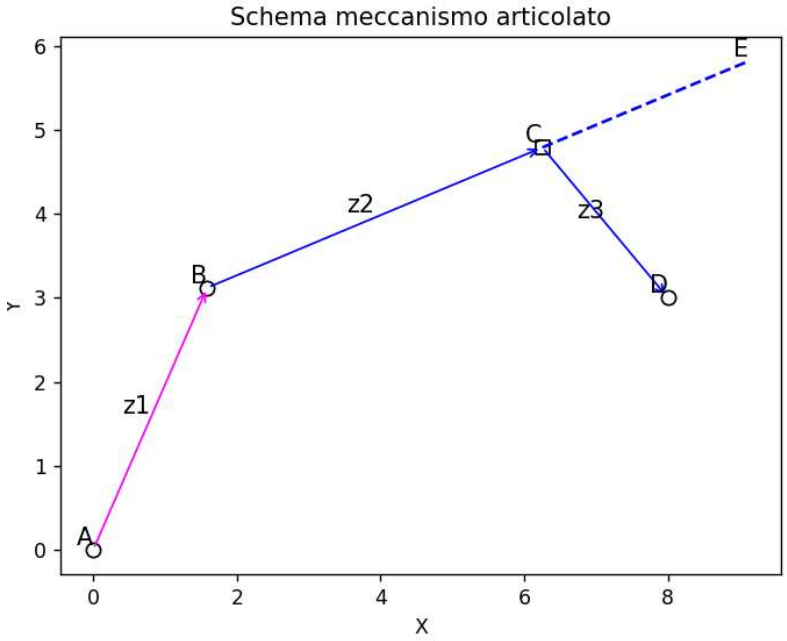
I risultati sono: $z''2 = 7{,}1825 \frac{m}{s^2}$ φ''2= − 0,6491 $\frac{rad}{s^2}$



```
**************************************************
MECCANISMO BASE

COORDINATA X 1° PUNTO: 0
COORDINATA Y 1° PUNTO: 0
LUNGHEZZA 1° VETTORE: 3.5
VALORE COORDINATA LIBERA f1 (IN RADIANTI): 1.1
**************************************************
MECCANISMO BASE
Coordinate punto A: [0.0000, 0.0000]m
Coordinate punto B: [1.5876, 3.1192]m
Angolo f1: [1.1000]rad
Lunghezza vettore z1: [3.5000]m
**************************************************
DIADE RPR

COORDINATA X 2° PUNTO: 8
COORDINATA Y 2° PUNTO: 3
LUNGHEZZA 1° VETTORE: 2.5
LUNGHEZZA MEMBRO BE: 8
ANGOLO GAMMA (IN RADIANTI): 2
INDICARE LA CONFIGURAZIONE:
1)GOMITO BASSO O A SINISTRA
2)GOMITO ALTO O A DESTRA
RISPOSTA: 2
**************************************************
DIADE RPR
Coordinata punto B: [1.5876, 3.1192]m
Coordinata punto C: [6.2544, 4.7897]m
Coordinata punto D: [8.0000, 3.0000]m
Angoli f2 e f3: [0.3437, 5.4853]rad
Lunghezza vettori z2 e z3: [4.9568, 2.5000]m
**************************************************
**************************************************
INSERIRE LA COORDINATA LIBERA DI VELOCITA': -0.5
**************************************************
VELOCITA' DIADE RPR
Coordinata f1 punto: [-0.5000]rad/s
Coordinata f2 punto: [0.2123]rad/s
Coordinata f3 punto: [0.2123]rad/s
Coordinata z2 punto: [-1.6834]m/s
**************************************************
INSERIRE LA COORDINATA LIBERA DI ACCELERAZIONE: 2
**************************************************
ACCELERAZIONE DIADE RPR
Coordinata f1 doppio punto: [2.0000]rad/s^2
Coordinata f2 doppio punto: [-0.6468]rad/s^2
Coordinata f3 doppio punto: [-0.6468]rad/s^2
Coordinata z2 doppio punto: [7.1806]m/s^2
**************************************************
```



Print del grafico

```
if(ans == "1"):
        plt.annotate('', xy=(Diade.P2_x, Diade.P2_y), xytext=(Diade.P1_x, Diade.P1_y), arrowprops=dict(arrowstyle="->", color="magenta"))
        plt.scatter(Diade.P1_x, Diade.P1_y, color='white', edgecolor='black', marker='o', s = 50)
        plt.text(Diade.P1_x, Diade.P1_y, 'A', fontsize=12, ha='right', va='bottom')
        plt.text(z1_x2, z1_y2, 'z1', fontsize=12, ha='right', va='bottom')
elif(ans == "2"):
        plt.annotate('', xy=(Diade.P2_x, Diade.P2_y), xytext=(Diade.P1_x, Diade.P1_y), arrowprops=dict(arrowstyle="->", color="magenta"))
        plt.scatter(Diade.P1_x, Diade.P1_y, color='white', edgecolor='black', marker='s', s = 50)
        plt.text(Diade.P1_x, Diade.P1_y, 'A', fontsize=12, ha='right', va='bottom')
        plt.text(z1_x2, z1_y2, 'z1', fontsize=12, ha='right', va='bottom')
return
```

Bibliografia

- **Appunti dalle lezioni di Meccanica applicata alle Macchine:**

  Prof. Paolo Boscariol

  Immagini e formule sono state prese dalla dispensa messa a disposizione per gli studenti del corso Meccanica applicata alle macchine.

- **Logo Python:** https://logos-world.net/python-logo/

1222 • 2022
800
ANNI

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA