



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile ed Ambientale

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

TESI DI LAUREA

**MODELLAZIONE IDROLOGICA  
DEL BACINO IDROGRAFICO  
DEL TORRENTE LEOGRA**

Relatore: Ch.mo Prof. Ing. Andrea Rinaldo

Correlatore: Ing. Giulia Passadore

Laureando: Benassuti Matteo

ANNO ACCADEMICO 2012-2013



# Sommario

La presente tesi, che si inserisce nel più ampio contesto degli studi idrologici della Alta e Media Pianura vicentina, finalizzati alla quantificazione del rischio idraulico in Vicenza, ha come scopo la taratura di un modello geomorfologico per la previsione degli eventi di piena del torrente Leogra. Tale modello si prefigge lo scopo di descrivere i processi di trasformazione afflussi-deflussi in relazione alle caratteristiche geomorfologiche del bacino idrografico di studio e di predire il comportamento del sistema in diverse condizioni relative allo stato iniziale del bacino e alle caratteristiche dei possibili eventi metereologici. L'importanza del lavoro è connessa al ruolo fondamentale che il torrente Leogra ha nella formazione delle piene del fiume Bacchiglione a Vicenza.

Lo sviluppo di modelli geomorfologici in grado di prevedere esondazioni ha assunto una rilevanza fondamentale a causa dei drammatici eventi alluvionali registratesi negli ultimi anni in Veneto e in altre parti d'Italia. Tali eventi hanno fatto emergere l'importanza dei problemi relativi alla difesa idraulica del territorio e a possibili metodi di mitigazione del rischio idrogeologico.

Gli strumenti utilizzati per la realizzazione di questo lavoro comprendono l'estrazione della rete idrografica del bacino con moderni modelli digitali di elevazione del terreno, la geostatistica dei campi di precipitazione e un modello idrologico in grado di determinare in dettaglio la risposta del bacino, in connessione alle caratteristiche morfologiche e alle precipitazioni che lo interessano.

Sono stati ottenuti soddisfacenti risultati per quanto riguarda la simulazione delle portate osservate per mezzo del modello implementato. Gli idrogrammi di piena modellati rappresentano adeguatamente i dati reali sia in termini di volumi defluiti che in termini di valutazione dei valori e dei tempi dei colmi e della fase di recessione dell'onda di piena.



# Indice

<b>1</b>	<b>Il bacino idrografico del torrente Leogra</b>	<b>1</b>
1.1	Inquadramento geografico e territoriale . . . . .	1
1.2	Struttura idrogeologica dell'area di studio . . . . .	2
1.3	Rischio idraulico del territorio . . . . .	7
1.4	Bacino del Leogra . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Analisi idrologica dei dati</b>	<b>15</b>
2.1	Dati idrologici . . . . .	15
2.2	Analisi delle portate a Torrebelvicino . . . . .	16
2.3	Analisi dei dati pluviometrici . . . . .	16
2.4	Analisi dell'evento del 2000 . . . . .	20
2.5	Analisi dell'evento del 2002 . . . . .	21
2.6	Analisi dell'evento del 2003 . . . . .	22
2.7	Analisi dell'evento del 2007 . . . . .	23
2.8	Analisi dell'evento del 2009 . . . . .	24
2.9	Analisi degli eventi del 2010 . . . . .	25
2.9.1	Analisi dell'evento del novembre 2010 . . . . .	25
2.9.2	Analisi dell'evento del dicembre 2010 . . . . .	25
<b>3</b>	<b>Estrazione della rete idrografica</b>	<b>29</b>
3.1	Analisi geomorfologica . . . . .	29
3.1.1	Pit Removal algorithm . . . . .	30
3.1.2	D8 Flow Directions algorithm . . . . .	31

3.1.3	D8 Contributing Area algorithm . . . . .	31
3.1.4	$D_{\infty}$ Flow Directions algorithm . . . . .	32
3.1.5	$D_{\infty}$ Contributing Area algorithm . . . . .	33
3.1.6	Grid Network algorithm . . . . .	33
3.2	Individuazione dei siti canalizzati . . . . .	34
3.2.1	Soglia sull'area drenata . . . . .	37
3.2.2	Soglia sul prodotto fra area cumulata e quadrato della pendenza . . . . .	38
3.3	Identificazione della rete e dei sottobacini . . . . .	40
<b>4</b>	<b>Tecniche d'interpolazione geostatistica</b>	<b>43</b>
4.1	Il Kriging . . . . .	44
4.1.1	Il Kriging nel campo omogeneo . . . . .	46
4.1.2	Il Kriging nel campo non omogeneo . . . . .	49
4.1.3	Distribuzione delle precipitazioni nello spazio e nel tempo . . . . .	52
<b>5</b>	<b>Modelli matematici</b>	<b>55</b>
5.1	I modelli della risposta idrologica . . . . .	55
5.1.1	Separazione dei contributi di deflusso . . . . .	56
5.1.2	L'idrogramma unitario istantaneo . . . . .	60
5.1.3	Il modello geomorfologico . . . . .	61
<b>6</b>	<b>Applicazione del modello di risposta idrologica al bacino del torrente Leogra</b>	<b>75</b>
6.1	Estrazione della rete idrografica del Leogra . . . . .	76
6.2	Riassegnazione dei codici dei sottobacini . . . . .	78
6.3	Spessore dello strato collaborante . . . . .	79
6.4	Conducibilità idraulica dei sottobacini . . . . .	85
6.5	Analisi di sensibilit� e taratura del modello . . . . .	88
6.5.1	Parametri . . . . .	88
6.5.2	Parametri caratteristici di ogni sottobacino . . . . .	89

6.5.3	Analisi di sensibilità . . . . .	93
6.5.4	Calibrazione e validazione del modello . . . . .	112
6.5.5	Analisi dei risultati . . . . .	128
6.5.6	Studio delle modifiche per il miglioramento della modella- zione idrologica dell'evento del 2003 . . . . .	132
6.5.7	Studio delle modifiche per il miglioramento della modella- zione idrologica dell'evento del 2007 . . . . .	137
<b>Conclusioni</b>		<b>143</b>
<b>Bibliografia</b>		<b>144</b>
<b>Appendice A</b>		<b>149</b>





# Elenco delle figure

1.1	<i>Alta e Media pianura vicentina.</i> . . . . .	2
1.2	<i>Profili stratigrafici della pianura vicentina (Altissimo et al., 1999).</i>	4
1.3	<i>Schema idrogeologico dell'Alta e Media pianura veneta (Altissimo et al., 1999).</i> . . . . .	6
1.4	<i>Immagine dell'alluvione del 01 Novembre 2010 a Vicenza.</i> . . . . .	8
1.5	<i>Carta della criticità idraulica del bacino del Brenta-Bacchiglione (Progetto di Piano Stralcio per l'Assetto Idrogeologico, 2007).</i> . . . . .	10
1.6	<i>Inquadramento geografico della stazione idrometrica situata in Torrebelvicino.</i> . . . . .	12
1.7	<i>Rappresentazione del bacino del Leogra chiuso a Torrebelvicino e delle sezioni di interesse.</i> . . . . .	14
2.1	<i>Collocazione delle stazioni pluviometriche utilizzate rispetto al bacino di studio.</i> . . . . .	19
2.2	<i>Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformemente distribuite (Valli del Pasubio) sul bacino e andamento delle portate misurate a Torrebelvicino durante l'evento del 2000.</i> . . . . .	20
2.3	<i>Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformemente distribuite (Valli del Pasubio) sul bacino e andamento delle portate misurate a Torrebelvicino durante l'evento del 2002.</i> . . . . .	21
2.4	<i>Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformemente distribuite (Valli del Pasubio) sul bacino e andamento delle portate misurate a Torrebelvicino durante l'evento del 2003.</i> . . . . .	22

2.5	<i>Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformemente distribuite (Valli del Pasubio) sul bacino e andamento delle portate misurate a Torrebelvicino durante l'evento del 2007. . . . .</i>	23
2.6	<i>Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformemente distribuite (Valli del Pasubio) sul bacino e andamento delle portate misurate a Torrebelvicino durante l'evento del 2009. . . . .</i>	24
2.7	<i>Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformemente distribuite (Valli del Pasubio) sul bacino e andamento delle portate misurate a Torrebelvicino durante l'evento del novembre 2010. . .</i>	26
2.8	<i>Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformemente distribuite (Valli del Pasubio) sul bacino e andamento delle portate misurate a Torrebelvicino durante l'evento del dicembre 2010. . . .</i>	26
2.9	<i>Esondazione del Timonchio nel novembre 2010 con rottura degli argini nel comune di Caldogno (VI). . . . .</i>	27
3.1	<i>Rappresentazione dello schema ad otto direzioni di drenaggio. . .</i>	31
3.2	<i>Rappresentazione dello schema ad infinite direzioni di drenaggio. .</i>	32
3.3	<i>Estrazione della rete con un valore di treshold pari a 100. . . . .</i>	35
3.4	<i>Estrazione della rete con un valore di treshold pari a 475. . . . .</i>	35
3.5	<i>Estrazione della rete con un valore di treshold pari a 1000. . . . .</i>	36
5.1	<i>Schema del volume di controllo utilizzato nella formulazione del modello di separazione dei contributi di deflusso. . . . .</i>	59
5.2	<i>Schematizzazione della traiettoria di una particella di massa <math>m</math>. .</i>	62
5.3	<i>Identificazione dei percorsi accessibili ad una particella d'acqua in un generico bacino idrografico. . . . .</i>	67
6.1	<i>Estrazione del reticolo idrografico: rete estratta con 33 sottobacini.</i>	76
6.2	<i>Confronto tra la rete estratta con densità di drenaggio pari a <math>0,621 \text{ km}^{-1}</math> e l'idrografia di riferimento (da shapefile). . . . .</i>	77
6.3	<i>Rappresentazione dei sottobacini appartenenti al bacino del Leogra.</i>	78

6.4	<i>Rappresentazione del bacino del Leogra secondo le tre diverse tipologie di aree: aree concave, aree piatte e aree convesse.</i> . . . . .	80
6.5	<i>Rappresentazione del bacino del Leogra secondo le quattro diverse tipologie di aree: aree concave, aree piatte, aree convesse e aree impermeabili.</i> . . . . .	81
6.6	<i>Rappresentazione delle curvature delle sole aree convesse <math>A_{CD}</math> del bacino dell'Leogra. I valori segnati indicano il valore della curvatura media delle sole aree convesse <math>A_{CD}</math> in ciascun sottobacino.</i> . . . . .	83
6.7	<i>Rappresentazione delle diverse classi di tipo di suolo all'interno del bacino del Leogra.</i> . . . . .	86
6.8	<i>Rappresentazione dei diversi valori di spessore collaborante. Il valore di partenza è <math>Z_r = 500</math> mm.</i> . . . . .	91
6.9	<i>Rappresentazione dei diversi valori di conducibilità idraulica. Il valore di partenza è <math>K_c = 20</math> mm/h.</i> . . . . .	92
6.10	<i>Risposta idrologica del modello al variare di <math>K_c</math> (conducibilità idraulica a saturazione).</i> . . . . .	94
6.11	<i>Portata superficiale al variare del parametro <math>K_c</math> (conducibilità idraulica a saturazione).</i> . . . . .	94
6.12	<i>Portata subsuperficiale al variare del parametro <math>K_c</math> (conducibilità idraulica a saturazione).</i> . . . . .	95
6.13	<i>Portata profonda al variare del parametro <math>K_c</math> (conducibilità idraulica a saturazione).</i> . . . . .	95
6.14	<i>Risposta idrologica del modello al variare del parametro <math>Z_r</math> (spessore di suolo collaborante).</i> . . . . .	97
6.15	<i>Portata superficiale al variare del parametro <math>Z_r</math> (spessore di suolo collaborante).</i> . . . . .	97
6.16	<i>Portata subsuperficiale al variare del parametro <math>Z_r</math> (spessore di suolo collaborante).</i> . . . . .	98
6.17	<i>Risposta idrologica del modello al variare del parametro <math>a</math> (celerità di propagazione dell'onda).</i> . . . . .	99

6.18	<i>Risposta idrologica del modello al variare del parametro <math>\alpha</math> (coefficiente di ripartizione tra i percorsi subsuperficiali e profondi).</i>	100
6.19	<i>Portata subsuperficiale al variare del parametro <math>\alpha</math> (coefficiente di ripartizione tra i percorsi subsuperficiali e profondi).</i>	100
6.20	<i>Portata profonda del modello al variare del parametro <math>\alpha</math> (coefficiente di ripartizione tra i percorsi subsuperficiali e profondi).</i>	101
6.21	<i>Risposta idrologica del modello al variare del parametro <math>c</math> (esponente di Clapp-Hornberger).</i>	102
6.22	<i>Portata superficiale al variare del parametro <math>c</math> (esponente di Clapp-Hornberger).</i>	103
6.23	<i>Portata subsuperficiale al variare del parametro <math>c</math> (esponente di Clapp-Hornberger).</i>	103
6.24	<i>Portata profonda al variare del parametro <math>c</math> (esponente di Clapp-Hornberger).</i>	104
6.25	<i>Risposta idrologica del modello al variare dell'esponente <math>b</math> che lega le aree sature al contenuto d'acqua.</i>	105
6.26	<i>Portata superficiale al variare dell'esponente <math>b</math> che lega le aree sature al contenuto d'acqua.</i>	105
6.27	<i>Risposta idrologica del modello al variare della porosità del suolo.</i>	106
6.28	<i>Risposta idrologica del modello al variare del parametro <math>t_{urb}</math> (tempo medio di residenza urbano).</i>	107
6.29	<i>Risposta idrologica del modello al variare del parametro <math>t_{sup}</math> (tempo medio di residenza superficiale).</i>	107
6.30	<i>Portata superficiale al variare del parametro <math>t_{sup}</math> (tempo medio di residenza superficiale).</i>	108
6.31	<i>Risposta idrologica del modello al variare del parametro <math>t_{sub}</math> (tempo medio di residenza subsuperficiale).</i>	108
6.32	<i>Portata subsuperficiale al variare del parametro <math>t_{sub}</math> (tempo medio di residenza subsuperficiale).</i>	109
6.33	<i>Risposta idrologica del modello al variare del parametro <math>t_{prof}</math> (tempo medio di residenza profondo).</i>	109

6.34	<i>Portata profonda al variare del parametro <math>t_{prof}</math> (tempo medio di residenza profondo).</i>	110
6.35	<i>Portata profonda al variare del parametro <math>h_{prof}</math> (livello iniziale nel serbatoio profondo).</i>	111
6.36	<i>Risposta idrologica del modello al variare del parametro <math>s_0</math> (contenuto d'acqua medio del suolo all'inizio dell'evento di precipitazione).</i>	111
6.37	<i>Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2000.</i>	115
6.38	<i>Contributi di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2000.</i>	116
6.39	<i>Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformi sul bacino e della portata (osservata e modellata) alla sezione di Torrebelvicino durante l'evento del 2000.</i>	116
6.40	<i>Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2009.</i>	117
6.41	<i>Contributi di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2009.</i>	117
6.42	<i>Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformi sul bacino e della portata (osservata e modellata) alla sezione di Torrebelvicino durante l'evento del 2009.</i>	118
6.43	<i>Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del novembre 2010.</i>	118
6.44	<i>Contributi di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del novembre 2010.</i>	119
6.45	<i>Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformi sul bacino e della portata (osservata e modellata) alla sezione di Torrebelvicino durante l'evento del novembre 2010.</i>	119
6.46	<i>Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2002.</i>	121
6.47	<i>Contributi di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2002.</i>	121

6.48	<i>Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformi sul bacino e della portata (osservata e modellata) alla sezione di Torrebelvicino durante l'evento del 2002. . . . .</i>	122
6.49	<i>Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del dicembre 2010. . . . .</i>	122
6.50	<i>Contributi di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del dicembre 2010. . . . .</i>	123
6.51	<i>Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformi sul bacino e della portata (osservata e modellata) alla sezione di Torrebelvicino durante l'evento del dicembre 2010. . . . .</i>	123
6.52	<i>Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2003. . . . .</i>	124
6.53	<i>Contributi di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2003. . . . .</i>	125
6.54	<i>Evoluzione temporale delle precipitazioni medie sul bacino e della portata (osservata e modellata) alla sezione di Torrebelvicino durante l'evento del 2003. . . . .</i>	125
6.55	<i>Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2007. . . . .</i>	126
6.56	<i>Contributi di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2007. . . . .</i>	126
6.57	<i>Evoluzione temporale delle precipitazioni medie sul bacino e della portata (osservata e modellata) alla sezione di Torrebelvicino durante l'evento del 2007. . . . .</i>	127
6.58	<i>Rappresentazione dell'andamento del livello della falda misurata a Caldogno negli ultimi 40 anni (<a href="http://www.centroidriconovoledo.it/">http://www.centroidriconovoledo.it/</a>).133</i>	
6.59	<i>Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2003. . . . .</i>	134
6.60	<i>Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2003 con il set di parametri modificato [<math>t_{sub} = 40h</math> e <math>t_{prof} = 500h</math>]. . . . .</i>	135

6.61	<i>Contributi di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2003 con il set di parametri modificato [<math>t_{sub} = 40h</math> e <math>t_{prof} = 500h</math>]. . . . .</i>	136
6.62	<i>Distribuzione spaziale delle piogge cumulate per l'evento del 2007.</i>	139
6.63	<i>Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2007 ricavati con l'ipotesi di pioggia uniforme. . . . .</i>	140
6.64	<i>Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2007 ricavati utilizzando i Kriging. . . . .</i>	140
6.65	<i>Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformi sul bacino e della portata (osservata e modellata) alla sezione di Torrebelvicino durante l'evento del 2007. . . . .</i>	141
6.66	<i>Evoluzione temporale delle precipitazioni medie ponderate calcolate con il Kriging sul bacino e della portata (osservata e modellata) alla sezione di Torrebelvicino durante l'evento del 2007. . . . .</i>	141





# Elenco delle tabelle

2.1	<i>Dati di portata per gli eventi selezionati nel presente studio. . . .</i>	16
2.2	<i>Coordinate Gauss Boaga e quota altimetrica delle stazioni utilizzate.</i>	17
2.3	<i>Confronto tra il volume totale piovuto considerando una precipitazione uniforme e il volume transitato attraverso la sezione di Torrebelvicino. . . . .</i>	18
3.1	<i>Valori della lunghezza totale della rete e della densità di drenaggio per ciascun valore di soglia. . . . .</i>	37
6.1	<i>Superfici e relative percentuali delle quattro diverse tipologie di aree del bacino del Leogra: aree concave, aree piatte, aree convesse e aree impermeabili. . . . .</i>	82
6.2	<i>Spessore dello strato collaborante delle quattro diverse tipologie di aree del bacino del Leogra: aree concave, aree piatte, aree convesse e aree impermeabili. . . . .</i>	84
6.3	<i>Valori di area, percentuale relativa e conducibilità idraulica per ciascuna classe di tipo di suolo. . . . .</i>	87
6.4	<i>Set di parametri ottenuti dalla calibrazione sulla base degli eventi del 2000 e del 2009. . . . .</i>	113
6.5	<i>Condizioni iniziali di contenuto d'acqua nel suolo <math>s_0</math> e livello iniziale nel serbatoio profondo <math>h_{prof}</math> per i diversi eventi. . . . .</i>	114

6.6	<i>Condizioni iniziali di contenuto d'acqua nel suolo <math>s_0</math> e livello iniziale nel serbatoio profondo <math>h_{prof}</math> per gli eventi del 2002 e del dicembre 2010.</i>	120
6.7	<i>Condizioni iniziali di contenuto d'acqua nel suolo <math>s_0</math> e livello iniziale nel serbatoio profondo <math>h_{prof}</math> per gli eventi del 2003 e del 2007.</i>	127
6.8	<i>Valori dei volumi piovuti e defluiti e dei picchi di piena con relativi errori durante l'evento del 2000.</i>	128
6.9	<i>Valori dei volumi piovuti e defluiti e dei picchi di piena con relativi errori durante l'evento del 2002.</i>	129
6.10	<i>Valori dei volumi piovuti e defluiti e dei picchi di piena con relativi errori durante l'evento del 2003.</i>	129
6.11	<i>Valori dei volumi piovuti e defluiti e dei picchi di piena con relativi errori durante l'evento del 2007.</i>	129
6.12	<i>Valori dei volumi piovuti e defluiti e dei picchi di piena con relativi errori durante l'evento del 2009.</i>	130
6.13	<i>Valori dei volumi piovuti e defluiti e dei picchi di piena con relativi errori durante l'evento del novembre 2010.</i>	130
6.14	<i>Valori dei volumi piovuti e defluiti e dei picchi di piena con relativi errori durante l'evento del dicembre 2010.</i>	130
6.15	<i>Valori del tempo medio di residenza subsuperficiale <math>t_{sub}</math> e del tempo medio di residenza profondo <math>t_{prof}</math> prima e dopo la modifica del set originale di parametri per l'evento del 2003.</i>	134
6.16	<i>Confronto tra i volumi defluiti e tra i valori dei picchi di piena con relativi errori, ricavati prima e dopo la modifica del set di parametri, per l'evento del 2003.</i>	136
6.17	<i>Confronto tra i volumi piovuti, tra volumi defluiti e tra i valori dei picchi di piena con relativi errori, ricavati con e senza l'utilizzo del Kriging, per l'evento del 2007.</i>	138

# Capitolo 1

## Il bacino idrografico del torrente Leogra

### 1.1 Inquadramento geografico e territoriale

Il bacino idrografico del Leogra si colloca nella zona nord-est della alta-media pianura vicentina. Questa parte della pianura padana è di origine alluvionale e copre un'area a forma approssimativamente quadrilatera di circa  $600 \text{ km}^2$  che si estende a nord-ovest di Padova fino alle pendici dell'Altopiano di Asiago e del Monte Grappa. L'area è delimitata ad ovest dai Monti Lessini e dai Monti Berici ed estesa ad est oltre il fiume Brenta. Quest'ultimo è il corso d'acqua più importante che attraversa la zona con un bacino tributario a monte di Bassano di  $1567 \text{ km}^2$ . Gli altri principali corsi d'acqua sono il fiume Astico, in cui si immette il torrente Posina, con un bacino imbrifero chiuso a Bolzano Vicentino di  $740 \text{ km}^2$  e il sistema idrografico Leogra-Timonchio con un bacino di  $105 \text{ km}^2$  (figura 1.1). L'andamento del terreno in questa zona è sostanzialmente pianeggiante, con pendenze decrescenti da nord-ovest verso sud-est. L'area presenta una marcata differenziazione dal punto di vista geologico-strutturale tra la parte occidentale e quella orientale. La pianura alluvionale viene solitamente suddivisa in due parti: un settore occidentale o sub-bacino Astico e un settore orientale o sub-bacino

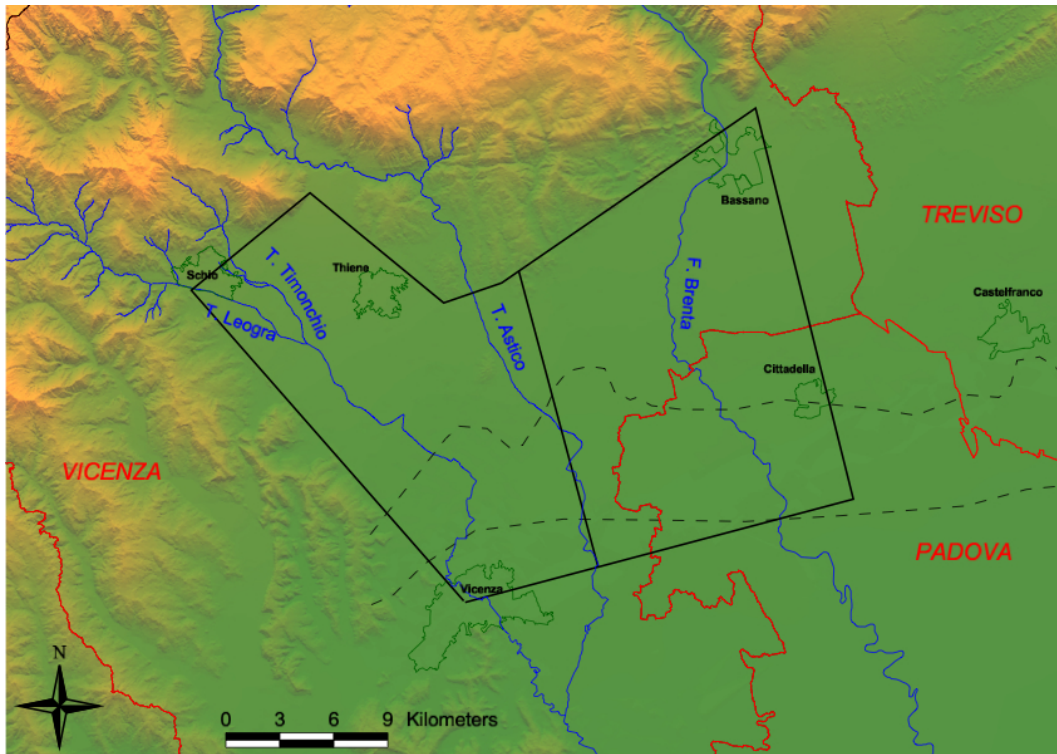


Figura 1.1: *Alta e Media pianura vicentina.*

Brenta, differenziati dalla presenza di uno spartiacque dinamico che separa i deflussi sotterranei dei due bacini ([7]).

## 1.2 Struttura idrogeologica dell'area di studio

Questa estesa zona della pianura veneta è caratterizzata da un patrimonio idrico sotterraneo di elevata importanza. Gli acquiferi presenti nel sottosuolo costituiscono, infatti, la fonte di approvvigionamento idrico per la maggior parte del territorio provinciale vicentino e contribuiscono ad alimentare la rete acquedottistica di buona parte della provincia di Padova. Inoltre, la notevole disponibilità idrica ha permesso un importante sviluppo di numerose medio-piccole attività produttive industriali e artigianali oltre che una fiorente agricoltura. La ricchezza di queste falde è presente grazie agli stretti rapporti tra acque superficiali ed

acque sotterranee che consentono efficaci ricariche degli acquiferi esistenti. Gli elementi strutturali che rivestono un ruolo fondamentale nell'analisi dei caratteri idrologici e stratigrafici del materasso quaternario della pianura Vicentina sono le conoidi alluvionali ghiaiose: estese strutture a ventaglio depositate dai fiumi in tempi diversi, quando il loro regime era diverso da quello attuale e caratterizzato da portate maggiori conseguenti allo scioglimento dei ghiacciai. Il fiume Brenta e i torrenti Astico e Leogra-Timonchio lungo il percorso montano si sono potuti ricaricare di notevoli quantità di materiale solido grossolano, proveniente soprattutto dall'erosione e dallo smaltimento dei depositi morenici, che sono poi stati scaricati allo sbocco delle valli in pianura dove le pendenze erano tali da diminuire la velocità della correnti (figura 1.2). L'instabilità degli alvei di questi corsi d'acqua ha consentito loro di divagare ampiamente nella pianura e di distribuire il materiale grossolano trasportato su aree molto ampie. Le conoidi prodotte dai fiumi di questa pianura non si sono limitate a sovrapporsi tra loro nel corso del tempo, ma in alcuni casi si sono anche compenstrate con quelle degli altri fiumi, cosicchè ne risulta un sottosuolo interamente ghiaioso per tutto il materasso alluvionale ([7]).

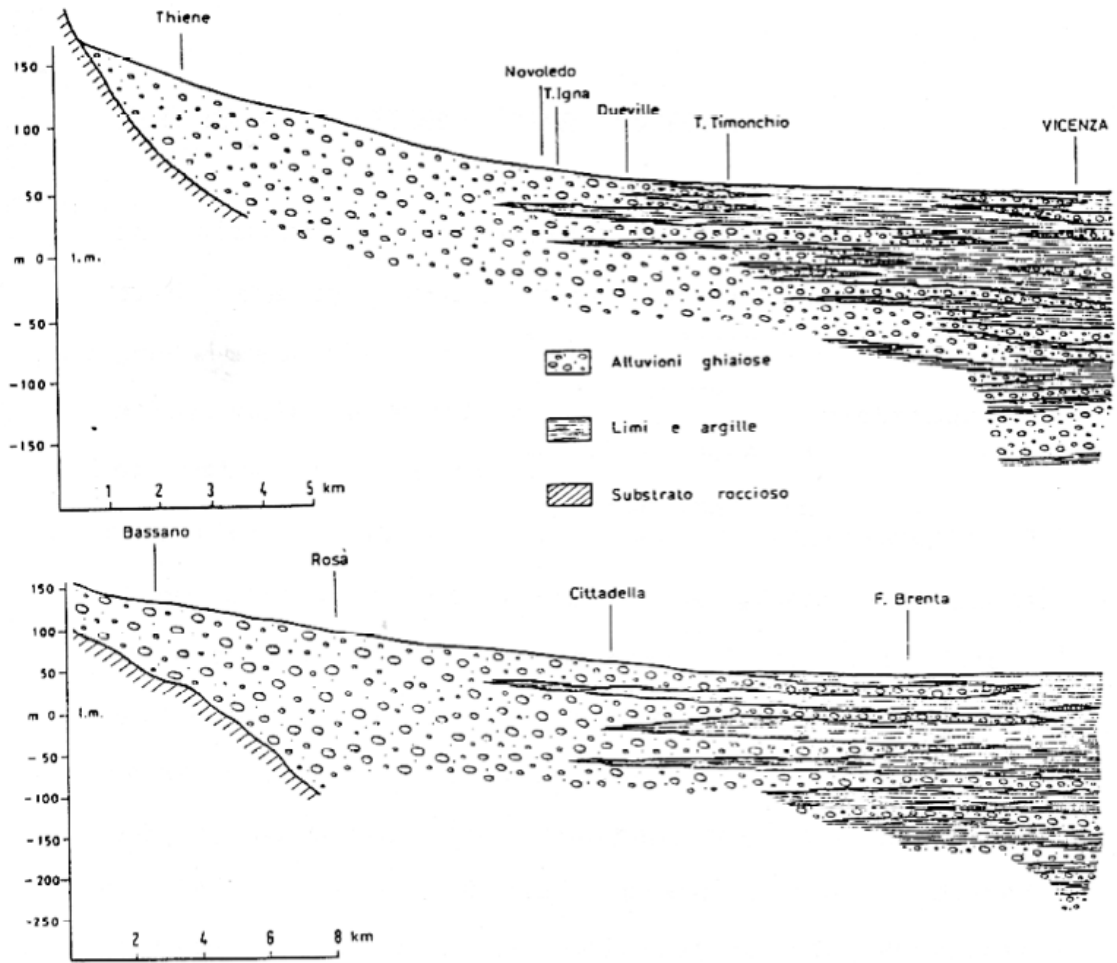


Figura 1.2: *Profili stratigrafici della pianura vicentina (Altissimo et al., 1999).*

La pianura alto-media vicentina può essere suddivisa in tre zone principali (figura 1.3):

- la zona di ricarica dei sistemi acquiferi profondi, individuata dal materasso alluvionale (ghiaioso-sabbioso) indifferenziato che caratterizza la parte a nord delle risorgive, detta Alta pianura. Questa zona è caratterizzata dalla presenza di un'unica falda a superficie libera che regola, da un punto di vista idraulico, le variazioni delle riserve idriche profonde a sud, interessate dalle attività di emungimento. Nella parte più meridionale di questa zona compare un orizzonte argilloso che separa l'acquifero libero superficiale da uno più profondo in pressione, creando una fascia di transizione tra l'acquifero indifferenziato regolatore a monte ed il sistema multistrato a valle delle risorgive.
- la zona delle risorgive (o fontanili), in corrispondenza delle quali si ha la naturale fuoriuscita dalla falda sotterranea delle portate idriche eccedenti, con deflussi molto rilevanti. Queste acque emergenti originano un reticolo superficiale molto fitto ed esteso da cui si originano sia corsi d'acqua quali il Bacchiglione e l'Astichello, sia zone umide, aree di particolare bellezza ed importanza ecologica, come, ad esempio, il Bosco di Villaverla. La posizione della linea delle risorgive migra stagionalmente in funzione delle variazioni dei diversi fattori del bilancio idrico, interessando una fascia di larghezza variabile fra 2 e 10 *km*.
- la zona di accumulo, a sud delle risorgive, caratterizzata da una differenziazione in falde sovrapposte in pressione che danno luogo ad un complesso acquifero multistrato tipico della Media pianura. Gli strati limosi-argillosi presenti nell'Alta pianura sotto forma di lenti discontinue di dimensioni limitate diventano in questa zona dei veri e propri strati continui; essi delimitano acquiferi che nel sub-bacino Astico raggiungono spessori di qualche decina di metri. Tutti gli strati permeabili presentano un progressivo assottigliamento da ovest verso est e da nord a sud, con un aumento di

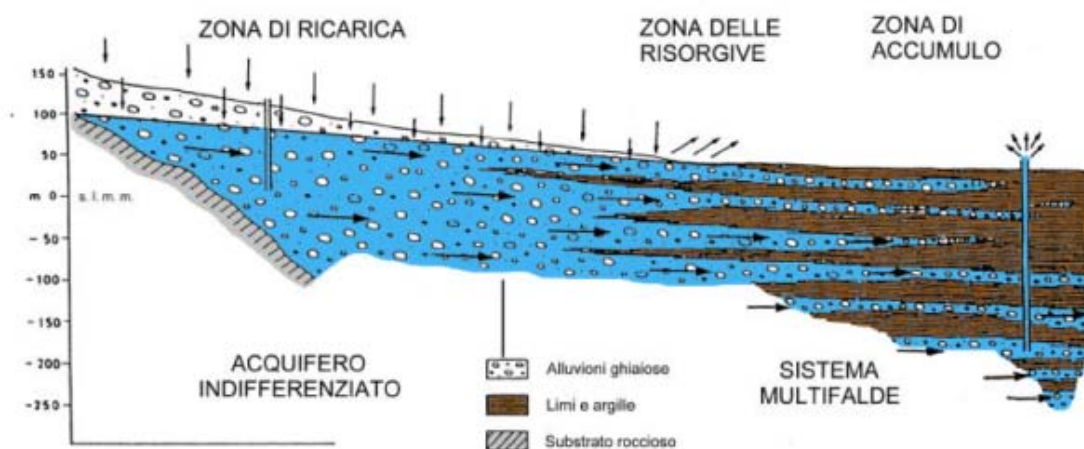


Figura 1.3: *Schema idrogeologico dell'Alta e Media pianura veneta (Altissimo et al., 1999).*

strutture lenticolari nelle stesse direzioni ed una diminuzione granulometrica. Nel sistema multistrato si distinguono sei fasce sovrapposte ad elevata permeabilità orizzontale, localizzate a circa 30, 50, 90, 120, 160, 210 metri di profondità. Un'ulteriore falda presente, quella più superficiale, compresa nei 25 metri sotto il piano campagna e con caratteristiche semi-artesiane, è poco utilizzata. La prima falda artesianica in pressione, alla profondità media di 30 metri, è sottoposta ad un utilizzo più consistente. Le prime due fasce sembrano non essere nettamente delimitate tra di loro; a profondità maggiore la distinzione tra le altre fasce diviene più netta: la quarta e la quinta sono separate da un livello impermeabile che si ispessisce verso sud-est. Le falde più profonde costituiscono la più importante fonte di approvvigionamento a scopi acquedottistici.



### 1.3 Rischio idraulico del territorio

La Regione Veneto è attraversata da alcuni dei maggiori fiumi italiani che la espongono a gravi pericoli di inondazione, soprattutto nella bassa pianura. Gli eventi alluvionali verificatesi negli ultimi decenni hanno portato all'attenzione tutte le problematiche legate al dissesto idraulico e alla vulnerabilità di un territorio come questo, caratterizzato dalla presenza di fiumi antropizzati, con migliaia di chilometri di arginature e un reticolo idrografico minore in grave sofferenza. Se da un lato la natura può influire sull'aumento della pericolosità di fenomeni estremi, dall'altro va evidenziato quanto le continue trasformazioni, dettate da necessità produttive e industriali, insediamenti e interessi urbanistici, hanno contribuito all'incremento della vulnerabilità del territorio. Il tema della sicurezza idraulica è stato in passato sempre sottovalutato e la pianificazione territoriale e urbana che ne è scaturita ha causato l'aumento dell'esposizione al rischio della zona di interesse. Una dimostrazione concreta della precarietà di un territorio fortemente vulneabile di fronte agli eventi naturali si è avuta in occasione della piena del novembre 1966, quando in modo generalizzato tutti i fiumi veneti furono interessati da un evento straordinario. L'evento mise in crisi principalmente il sistema Astico-Tesina, il quale ruppe in sinistra a Camatte e fece fuoriuscire (Commissione De Marchi) circa 40-50 milioni di  $m^3$  d'acqua. Si pensi, oppure, all'alluvione di inizio novembre 2010 che ha interessato il solo bacino del Bacchiglione (in particolare il bacino del Leogra e del Posina) e durante la quale sono stati allagati 140  $km^2$  di territorio veneto. La città di Vicenza e decine di Comuni hanno subito danni e devastazioni enormi (figura 1.4). Le piogge persistenti generate in tutta la regione hanno superato diffusamente i 300 mm complessivi, cumulativamente per l'intero evento, con punte massime locali anche superiori a 500  $mm$  di pioggia.

Gli eventi del 1966 e del 2010, insieme, hanno confermato una profonda sofferenza idraulica e diffuse situazioni di dissesto geologico in tutto il territorio regionale. Durante gli eventi alluvionali, nei diversi casi, i corsi d'acqua principali e le reti di bonifica e di smaltimento delle acque meteoriche si sono dimostrate



Figura 1.4: *Immagine dell'alluvione del 01 Novembre 2010 a Vicenza.*

inadeguate a garantire la difesa dei territori di pertinenza. Negli ultimi decenni la continua antropizzazione del suolo dettata da interessi produttivi e urbanistici ha portato ad uno sviluppo edilizio ed urbano incentrato sulla funzionalità e sul profitto senza però tener conto del rischio idraulico e, tanto meno, dell'impatto di queste trasformazioni sulla sicurezza idraulica delle zone circostanti. La diffusa espansione urbana che ha interessato consistenti superfici dei territori in precedenza agricoli ha comportato allagamenti frequenti di aree urbane abitate da tempo e interessate solo di recente dagli effetti di questi fenomeni. Questo fatto può spiegarsi pensando che una volta reso impermeabile il suolo l'acqua che vi piove sopra non viene più assorbita dal terreno come prima e non può essere neppure accumulata e rallentata nei fossi ma perviene rapidamente a canali e fiumi diminuendo in modo drastico il tempo di residenza superficiale. Proprio per questo la portata scaricata da una zona urbana risulta anche 20 volte superiore rispetto a quella di un'area agricola della stessa superficie. Anche la rete idrografica principale ha subito importanti cambiamenti nel corso dei decenni. I corsi d'acqua sono stati poco rispettati; si è assistito infatti alla crescente occupazione delle zone di espansione naturale con la costruzione di abitazioni ed insediamenti industriali e zootecnici. Il sorgere di fabbricati e infrastrutture nelle immediate adiacenze dell'alveo ha segnato una trasformazione d'uso difficilmente reversibile che produce due principali effetti: una limitazione delle possibilità di espansione del corso d'acqua e la conseguente domanda di difesa dei manufatti così esposti alla dinamica del fiume e caratterizzati da una elevata vulnerabilità. In definitiva, l'aumento delle superfici impermeabili, la riduzione degli invasi non regolamentati, i bruschi restringimenti di aste fluviali, la sottrazione di zone appartenenti ai corsi d'acqua per la realizzazione di nuovi insediamenti, il mantenimento di reti di smaltimento non più adeguate alle recenti urbanizzazioni e una minore generale attenzione al tema del deflusso delle acque sono tutte condizioni che comportano un aumento dell'esposizione al rischio (figura 1.5).

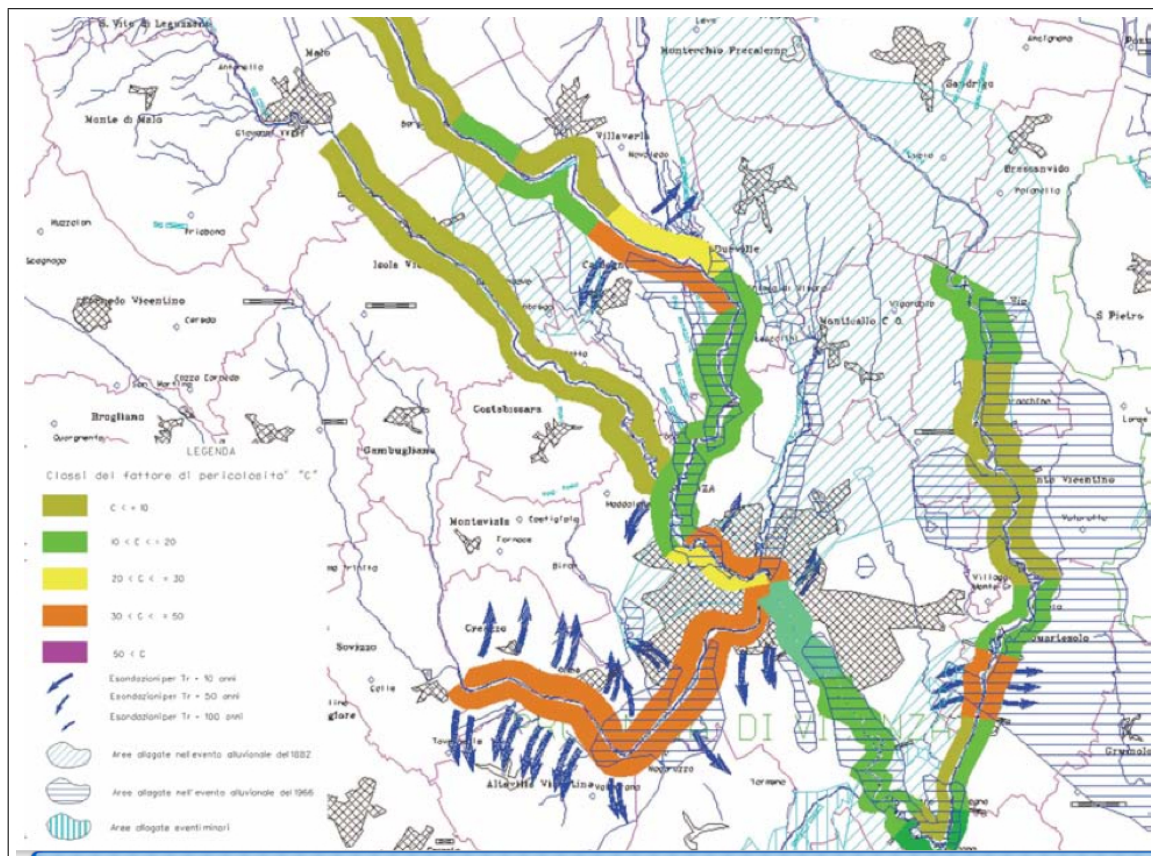


Figura 1.5: Carta della criticità idraulica del bacino del Brenta-Bacchiglione (Progetto di Piano Stralcio per l'Assetto Idrogeologico, 2007).

## 1.4 Bacino del Leogra

La Val Leogra è una valle nel vicentino delimitata a nord-ovest dal massiccio calcareo del Pasubio. L'omonimo torrente che la solca in direzione sud-est nasce nel passo del Pian delle Fugazze (1162 *m s.l.m.m*) e, nel tratto fino a Schio, raccoglie le acque di molte valli laterali tra cui la val Canale, la val Maso, la val Malunga, la val Sterpa, la val di Sagno. Attraversa i centri di Valli del Pasubio e Torrebelvicino prima di aprirsi nella pianura vicentina presso Schio. A monte della stazione idrometrica di Torrebelvicino il torrente è caratterizzato dalla presenza di numerose centrali idroelettriche che derivano e successivamente restituiscono la quantità d'acqua necessaria alla produzione di energia per le fabbriche presenti nella zona. Nella stessa Torrebelvicino vi è un ex opificio che rappresenta uno dei siti archeologici industriali più interessanti della zona, con una storia che inizia nel XVII secolo. In origine nato come cartiera lo stabile fu riorganizzato e destinato a fabbrica per la produzione di panni pesanti (ex Lanerossi). Modificato nel 1883, l'edificio conserva oggi l'aspetto di tre fabbricati disposti a ferro di cavallo con due elementi molto caratteristici: la centrale idroelettrica e la cabina di trasformazione della corrente che risale ai primi del '900. Lo scarico della centrale, ora di proprietà della Eusebio Energia S.p.a., è situato tra la stazione di misura del livello e l'opera di presa di una grossa derivazione che forma la roggia Schio-Marano (figura 1.6). Il torrente subisce quindi notevoli modifiche di portata a causa sia dei prelievi per scopi idroelettrici e industriali sia dei fenomeni di dispersione nel subalveo dovuti alla natura del substrato. Questo fa sì che a monte della confluenza Leogra-Timonchio, il torrente sia spesso in secca nei periodi di magra. Le numerose captazioni presenti lungo il Leogra e i suoi affluenti minori inoltre compromettono pesantemente la stabilità dell'ecosistema acquatico. Su tutta l'asta del Leogra sono presenti sbarramenti non superabili dall'ittiofauna. Particolarmente penalizzanti risultano essere le briglie localizzate a Torrebelvicino e a Valli del Pasubio che si presentano come due ostacoli insuperabili dai pesci e che ne limitano gli spostamenti che questi affrontano per le loro esigenze ecologiche.

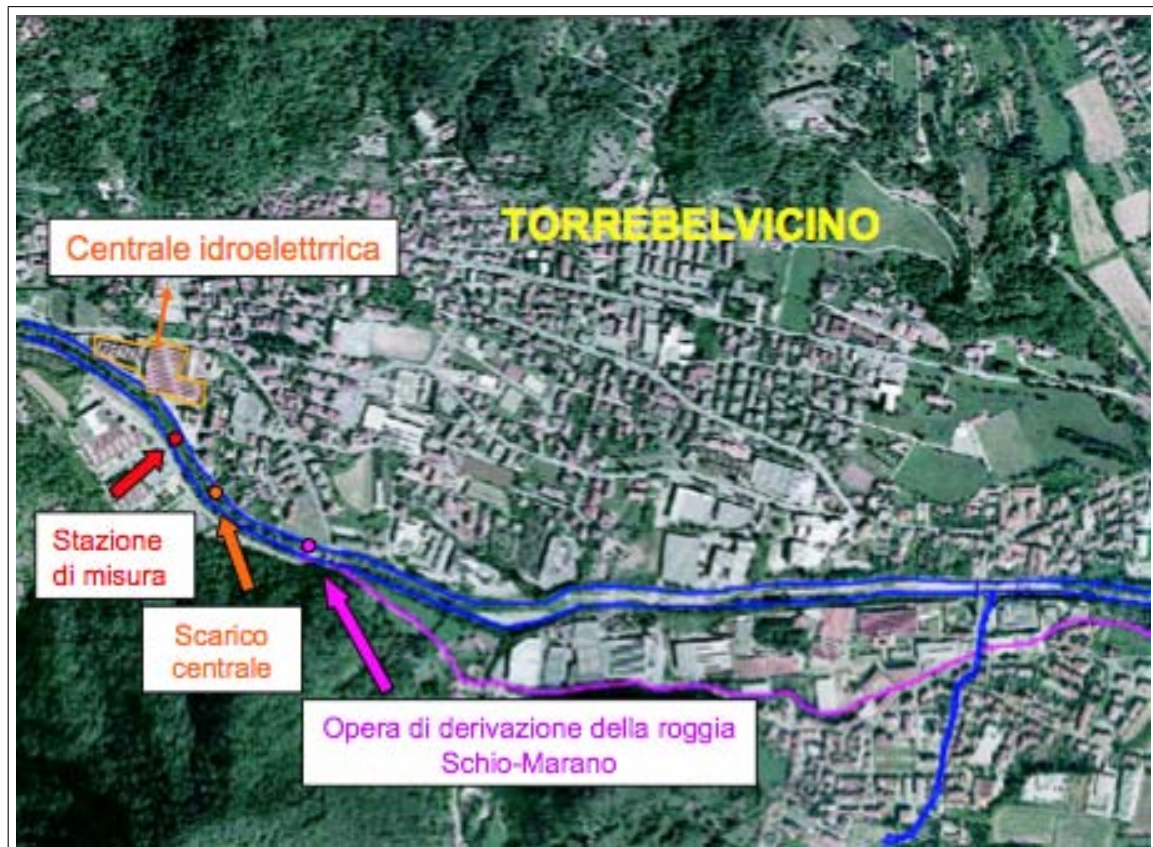


Figura 1.6: *Inquadramento geografico della stazione idrometrica situata in Torrebelvicino.*

La struttura geologica è piuttosto complessa: sono presenti zone di scisti micacee con intercalazioni quarzose del Trias inferiore; nel Trias superiore si trovano complessi di arenarie, calcari modulari, scisti e tufi vulcanici con filoni di melafiri e porforiti; sono presenti anche consistenti coltri di calcari dolomitici e dolomie. A valle di Schio, nella fascia dell'alta pianura, potenti conoidi alluvionali poggiano su strati impermeabili. Il sistema idrico del Leogra si sviluppa per circa 25,76 km, con una superficie del bacino idrografico di 85 km<sup>2</sup> ed una quota compresa tra i 2000 m s.l.m.m. della sorgente e i 100 m s.l.m.m. alla confluenza con il Timonchio che avviene in località Marano Vicentino. Il tratto a valle di Schio fino all'incontro dei due corsi d'acqua presenta un'arginatura artificiale che impedisce ogni connessione diretta tra bacino idrografico e rete idrografica, almeno per normali eventi di precipitazione, mentre durante le piene possono entrare in funzione gli scolmatori. Dalla confluenza fino a Villaverla, il corso d'acqua assume il nome di torrente Timonchio e riceve gli apporti del torrente Rostone, del torrente Igna, della roggia Verlata e del Bacchigioncello. Dalle sorgenti del Leogra sul monte Pasubio all'immissione nel Bacchigioncello, il sistema idrico si sviluppa per circa 43,8 km, con una superficie del bacino idrografico di 342 km<sup>2</sup>. Dall'unione di questi due corsi d'acqua, il primo di origine torrentizia (Leogra-Timonchio) e il secondo che convoglia le acque affioranti dalle risorgive presso Dueville e Villaverla (Bacchigioncello), nasce quindi, poco a monte della città di Vicenza, il fiume Bacchiglione. Il regime idrologico di quest'ultimo è perciò di tipo misto e caratterizzato da rapide transizioni dallo stato di magra a quello di piena. I periodi di massima portata sono i mesi di novembre e maggio mentre i valori minimi si registrano generalmente ad agosto e gennaio. In questa tesi si vuole concentrare l'attenzione sulla parte montana del bacino del Leogra chiuso alla sezione di Torrebelvicino in corrispondenza alla stazione idrometrica gestita dal Centro Idrico di Novoledo, che ha gentilmente fornito i dati necessari alla calibrazione del modello geomorfologico. L'asta principale del corso d'acqua fino a questa sezione di chiusura è lunga 13,8 km con una superficie sottesa di 68 km<sup>2</sup> (figura 1.7).

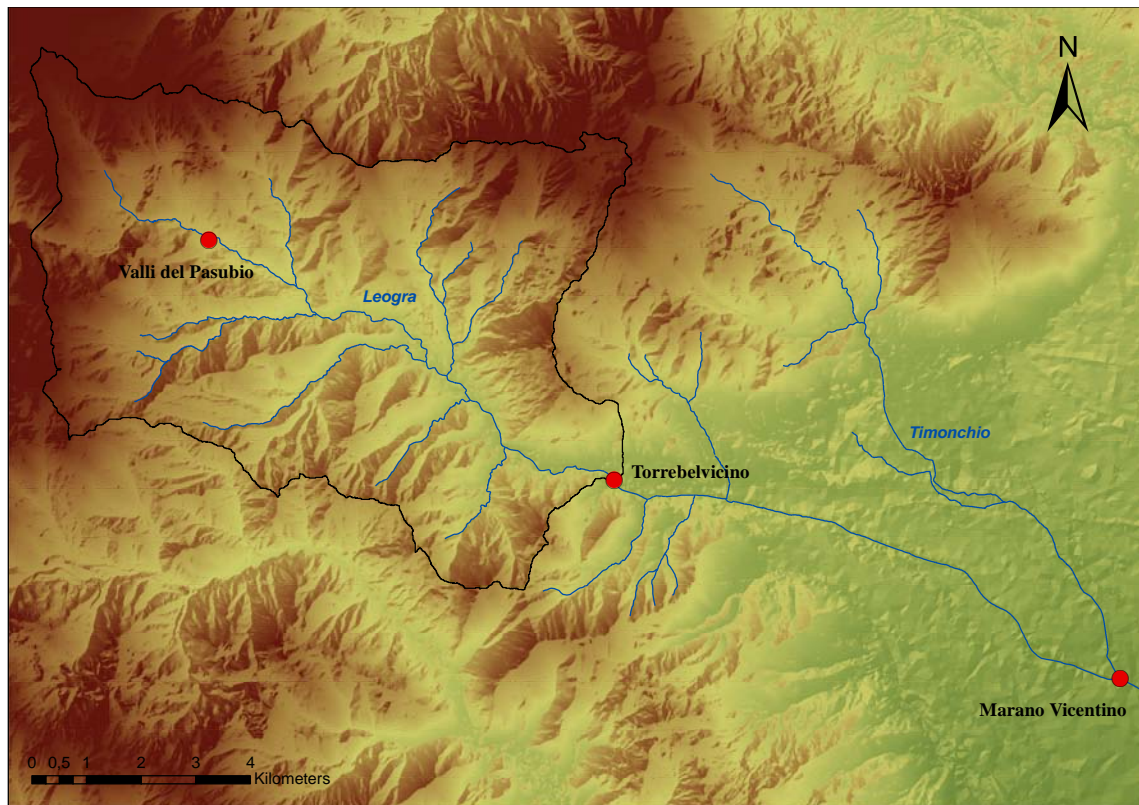


Figura 1.7: *Rappresentazione del bacino del Leogra chiuso a Torrebelvicino e delle sezioni di interesse.*



# Capitolo 2

## Analisi idrologica dei dati

### 2.1 Dati idrologici

La calibrazione e la validazione di un modello di trasformazione afflussi-deflussi richiede la disponibilità di una adeguata quantità di misurazioni delle precipitazioni e delle portate. I dati idrologici utilizzati in questa tesi per tarare il modello idrologico del bacino Leogra sono:

- registrazioni a scansione temporale oraria delle precipitazioni misurate dai pluviografi posizionati all'interno o in vicinanza del bacino di studio; i dati di precipitazione sono stati forniti da ARPAV (Agenzia Regionale per la Prevenzione e Protezione Ambientale del Veneto) per quanto riguarda le stazioni appartenenti alla regione Veneto e dal sito [www.meteotrentino.it](http://www.meteotrentino.it) per quanto riguarda le stazioni appartenenti alla regione Trentino - Alto Adige.
- registrazioni di altezza idrometrica e di portata durante gli eventi considerati, con scansione temporale oraria, nella sezione di chiusura del bacino a Torrebelvicino; le registrazioni delle portate sono state fornite dal Centro Idrico di Novoledo.

## 2.2 Analisi delle portate a Torrebelvicino

La scelta degli eventi utilizzati nel presente studio è stata effettuata dopo una accurata osservazione dei valori di livello registrati alla sezione idrometrica di Torrebelvicino e gestita dal Centro Idrico di Novaledo. Da queste misurazioni sono stati ricavati i dati di portata utilizzando una scala delle portate di origine sperimentale che può essere affetta da qualche incertezza per le portate maggiori a causa della difficoltà di misura. Il periodo di interesse va dal 2000 al 2010 e in esso si sono verificati sette importanti eventi di piena. Si è deciso di considerare eventi di durata diversa tra loro e con portate al colmo più o meno elevate in modo da valutare se il modello geomorfologico sia in grado di riprodurre in maniera adeguata tipologie di eventi diverse (tabella 2.1).

Anno	Data colmo di piena	Portata ( $m^3/s$ )	Intervallo dati
2000	6 novembre, ore 21	94,9	6/11 ore 00 - 11/11 ore 00
2002	26 novembre, ore 10	72,1	24/11 ore 00 - 7/12 ore 00
2003	27 novembre, ore 23	102,5	26/11 ore 00 - 4/12 ore 00
2007	24 novembre, ore 18	101,1	22/11 ore 00 - 29/11 ore 00
2009	28 aprile, ore 6	120,0	26/04 ore 00 - 6/05 ore 00
2010	1 novembre, ore 8	181,5	31/10 ore 00 - 12/11 ore 00
2010	24 dicembre, ore 1	95,1	21/12 ore 00 - 31/12 ore 00

Tabella 2.1: *Dati di portata per gli eventi selezionati nel presente studio.*

## 2.3 Analisi dei dati pluviometrici

Le stazioni di misura delle piogge utilizzate sono state scelte in maniera tale da riuscire a descrivere con un adeguato grado di accuratezza la distribuzione spaziale della precipitazione sull'intero bacino. La mappa riportata in figura 2.1 rappresenta la collocazione spaziale delle stazioni pluviometriche. Il numero di stazioni utilizzabili è variabile da evento a evento: in alcune stazioni infatti

mancono i dati relativi a qualche anno, in quanto nel periodo di interesse alcune stazioni sono state dismesse. La parte nord-occidentale del bacino oggetto di studio confina con il Trentino Alto Adige e alcune stazioni scelte si trovano in questa regione. Per tali stazioni si è eseguita un'operazione di cambio di coordinate: le coordinate originali delle stazioni in Trentino erano nel sistema di riferimento UTM WGS 1984 e per renderle coerenti con le stazioni appartenenti alla regione Veneto si sono trasformate in coordinate Gauss Boaga (tabella 2.2).

Nome	X (G.B.)	Y (G.B.)	Quota (ms.l.m.m.)
Ala (Ronchi)	1660681	5067245	692
Astico Pedescala	1683840	5079537	308
Brustolè Velo d'Astico	1682121	5074661	328
Castana <sub>Arsiero</sub>	1679369	5076164	430
Contrà Doppio Posina	1672938	5075022	725
Crespadoro	1672246	5054903	382
Folgaria	1667853	5087016	1121
Malo	1692000	5060290	99
Molini Laghi	1675208	5078024	597
Monte Summano	1687964	5069297	619
Passo Santa Caterina	1676151	5054310	772
Passo Xomo Posina	1674012	5071777	1056
Recoaro 1000	1673358	5060979	1171
Rifugio la Guardia Recoario	1669793	5065149	1131
Rovereto	1658572	5084628	203
Terragnolo Piazza	1666925	5083013	800
Turcati Recoaro	1670107	5063499	705
Valdagno	1679980	5055700	228
Vallarsa (Diga Speccheri)	1666011	5070636	875
Valli del Pasubio	1672265	5069542	600

Tabella 2.2: Coordinate Gauss Boaga e quota altimetrica delle stazioni utilizzate.

Il bacino del Leogra, come è visibile in figura 2.1, ha dimensioni piuttosto piccole rispetto alla superficie su cui sono distribuite le venti stazioni considerate. Inoltre, la stazione di Valli del Pasubio è collocata indicativamente nel centro del bacino. Si è quindi deciso di procedere ad una prima analisi delle precipitazioni considerando che la pioggia caduta sul bacino sia uniformemente distribuita ed abbia come valori orari quelli misurati nella stazione pluviografica di Valli del Pasubio. Per ognuno degli eventi considerati è interessante analizzare le misurazioni pluviometriche che lo caratterizzano per capire in modo più approfondito le diverse tipologie di eventi che si andranno a studiare. In tabella 2.3 sono inoltre riportati i valori del volume piovuto (distribuzione uniforme delle piogge) e del volume transitato alla sezione di misura di Torrebelvicino per i sette eventi analizzati nel presente studio.

<b>Evento</b>	<b>Vol. pioggia unif. (<math>m^3</math>)</b>	<b>Vol. transitato(<math>m^3</math>)</b>	<b>Diff. (%)</b>
2000	10961545	7605720	0,31
2002	28643643	19902960	0,31
2003	15730969	6557760	0,58
2007	21462408	13103280	0,39
2009	20852680	17461080	0,16
Nov.2010	33562111	31175640	0,07
Dic.2010	16909776	17457480	-0,03

Tabella 2.3: *Confronto tra il volume totale piovuto considerando una precipitazione uniforme e il volume transitato attraverso la sezione di Torrebelvicino.*



Figura 2.1: Collocazione delle stazioni pluviometriche utilizzate rispetto al bacino di studio.

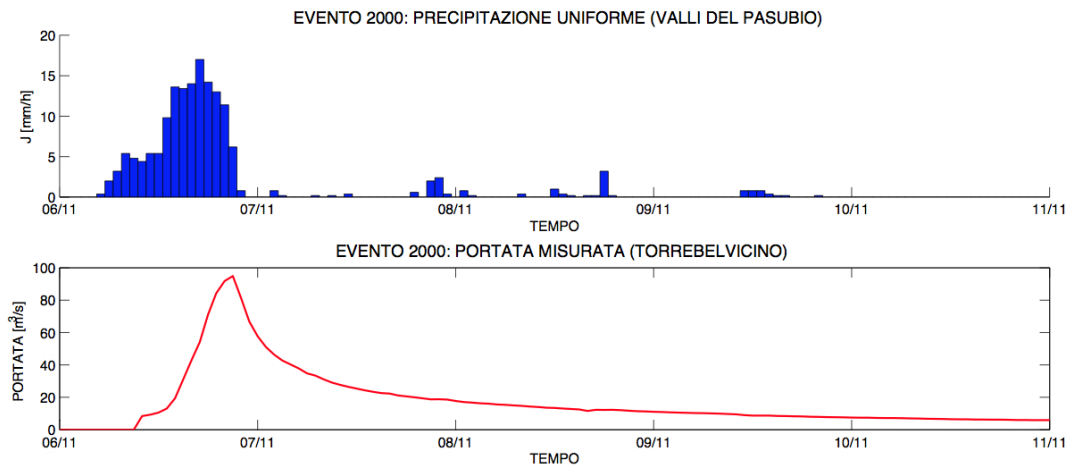


Figura 2.2: *Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformemente distribuite (Valli del Pasubio) sul bacino e andamento delle portate misurate a Torrebelvicino durante l'evento del 2000.*

## 2.4 Analisi dell'evento del 2000

L'evento del 2000 si sviluppa dal 6 all'10 novembre ed è il più breve dei sette analizzati. La sua durata è di soli 5 giorni ed il picco della piena avviene alle ore 21 del primo giorno con un valore di  $95 \text{ m}^3/\text{s}$ . La precipitazione totale caduta durante l'evento, assumendo una distribuzione uniforme (Valli del Pasubio), è pari a  $162 \text{ mm}$  e il volume piovuto sul bacino di studio è di 11 milioni di  $\text{m}^3$ . Il volume transitato nella sezione di Torrebelvicino risulta essere di 7,6 milioni di  $\text{m}^3$  e quindi minore del 31% di quello piovuto. L'evento presenta un picco iniziale molto accentuato che cala abbastanza velocemente poichè, come è possibile osservare in figura 2.2, la precipitazione è intensa solamente nella fase iniziale, dopodichè risulta essere pressapoco nulla.

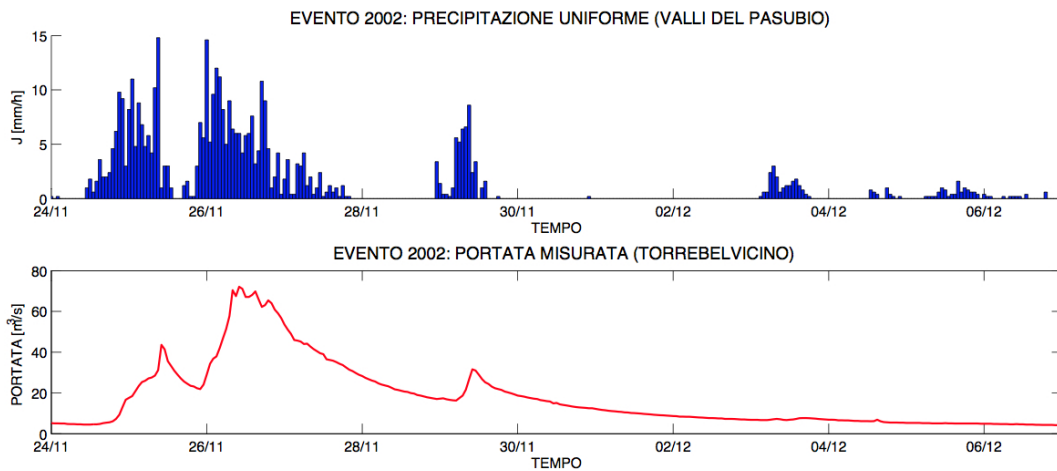


Figura 2.3: *Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformemente distribuite (Valli del Pasubio) sul bacino e andamento delle portate misurate a Torrebelvicino durante l'evento del 2002.*

## 2.5 Analisi dell'evento del 2002

L'evento del 2002 si sviluppa a partire dal 24 novembre e termina il 6 dicembre. Tra tutti gli eventi analizzati esso rappresenta quello di durata maggiore (13 giorni) e anche quello che presenta il picco di piena più basso ( $72 \text{ m}^3/\text{s}$ ), misurato il 26 novembre alle ore 10 del mattino. La particolarità di questo evento è costituita dalla presenza di altri due picchi più bassi lungo l'idrogramma di piena; il primo 12 ore prima e il secondo più di uno giorno dopo rispetto al picco centrale che determina la portata massima transitata (figura 2.3). Durante l'evento sono caduti sulla stazione di Valli del Pasubio  $423 \text{ mm}$  di pioggia che moltiplicati per l'area totale del bacino corrispondono a 28,6 milioni di  $\text{m}^3$ , anche in questo caso il 31% in più rispetto al volume transitato effettivamente dalla stazione idrometrica di Torrebelvicino (20 milioni di  $\text{m}^3$ ).

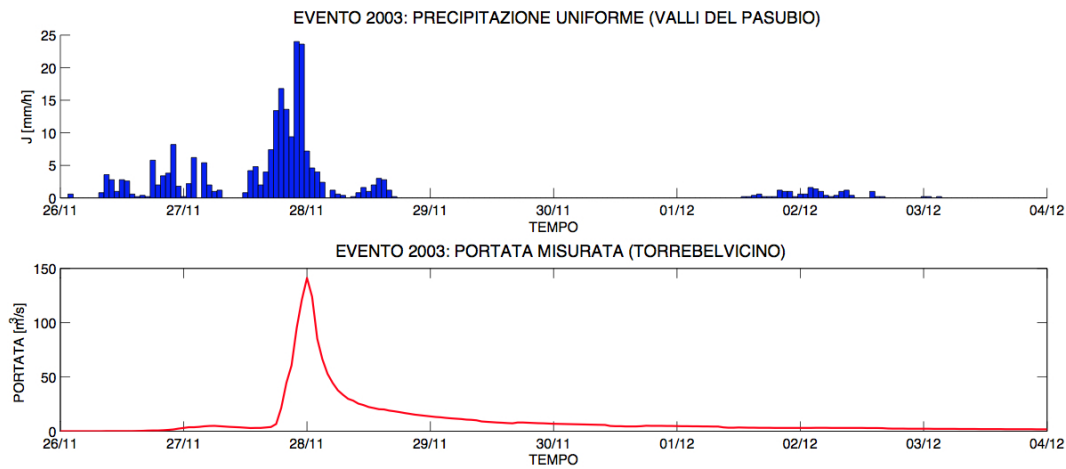


Figura 2.4: *Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformemente distribuite (Valli del Pasubio) sul bacino e andamento delle portate misurate a Torrebelvicino durante l'evento del 2003.*

## 2.6 Analisi dell'evento del 2003

L'evento del 2003 si sviluppa a partire dal 26 novembre fino al 3 dicembre. La piena raggiunge il picco alle 23 del secondo giorno con un valore di  $102,5 \text{ m}^3/\text{s}$ . Il volume che transita da Torrebelvicino è di 6,6 milioni di  $\text{m}^3$ , molto minore del volume d'acqua caduto considerando una pioggia uniforme che vale 15,7 milioni di  $\text{m}^3$ . Risulta evidente come la differenza percentuale tra questi due volumi sia molto elevata (58%) e pertanto in seguito verranno fatte delle considerazioni a tal proposito. La forma dell'idrogramma di piena è costituita da un elevato picco isolato che, come si può notare in figura 2.4, coincide con l'intensa precipitazione che si sviluppa la notte del 27 novembre.



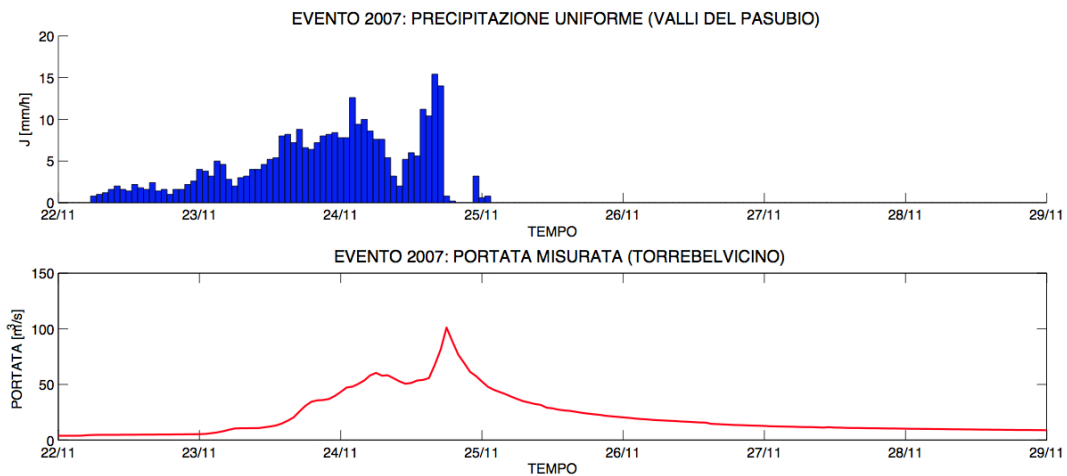


Figura 2.5: *Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformemente distribuite (Valli del Pasubio) sul bacino e andamento delle portate misurate a Torrebelvicino durante l'evento del 2007.*

## 2.7 Analisi dell'evento del 2007

L'evento del 2007 ha una durata di 7 giorni e si sviluppa dal 22 novembre a 28 novembre. Il colmo di piena viene raggiunto il 24 novembre alle ore 18 con un valore di  $101,1 \text{ m}^3/\text{s}$  ed è preceduto da un altro picco meno elevato e decisamente meno appuntito (figura 2.5). La differenza tra il volume piovuto considerando una precipitazione uniforme (21,5 milioni di  $\text{m}^3$ ) e transitato a Torrebelvicino (13 milioni di  $\text{m}^3$ ) risulta essere piuttosto elevata anche per questo evento (39%). Verrà in seguito valutata la validità della approssimazione utilizzata nell'analisi dei dati considerando la pioggia misurata a Valli del Pasubio uniformemente distribuita su tutta la superficie del bacino del Leogra.

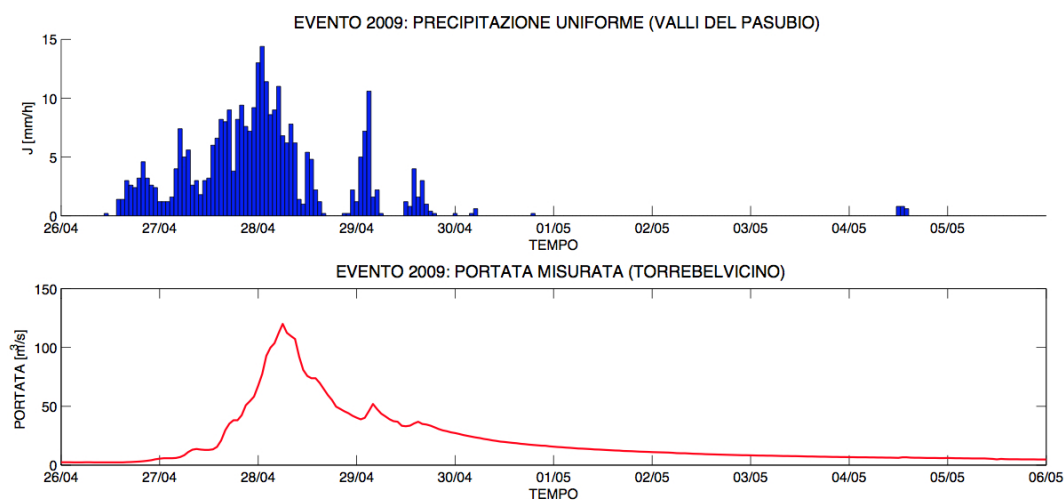


Figura 2.6: *Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformemente distribuite (Valli del Pasubio) sul bacino e andamento delle portate misurate a Torrebelvicino durante l'evento del 2009.*

## 2.8 Analisi dell'evento del 2009

L'evento del 2009, a differenza degli altri eventi analizzati, si sviluppa durante la stagione primaverile, più precisamente dal 26 aprile al 5 maggio. Il picco di piena è raggiunto il 28 aprile alle ore 6 del mattino e con un valore di  $120 \text{ m}^3/\text{s}$  rappresenta il secondo picco più alto tra tutti gli eventi considerati. La pioggia totale caduta a Valli del Pasubio e considerata uniforme sul bacino è di  $308 \text{ mm}$  e il volume piovuto risultante vale  $20,8$  milioni di  $\text{m}^3$ , solo il 16% maggiore di quello effettivamente transitato alla sezione di chiusura ( $17,5$  milioni di  $\text{m}^3$ ). L'idrogramma presenta un picco di piena importante coincidente con l'intensa precipitazione caduta i primi giorni dell'evento. Successivamente si verificano altri due picchi di intensità calante che, come si vede in figura 2.6, corrispondono alle due brevi riprese di pioggia avvenute nelle prime ore del 29 novembre e nel pomeriggio dello stesso giorno.

## 2.9 Analisi degli eventi del 2010

### 2.9.1 Analisi dell'evento del novembre 2010

L'evento del novembre 2010, che si realizza dal 30 ottobre al 11 novembre, corrisponde tra tutti gli eventi analizzati a quello con il valore della portata al colmo maggiore ( $181,5 \text{ m}^3/\text{s}$ ) ed al secondo più lungo in termini di durata (12 giorni). La pioggia cumulata caduta a Valli del Pasubio durante l'evento è pari a 495 *mm*. Il volume piovuto uniformemente sul bacino durante l'evento (33,5 milioni di  $\text{m}^3$ ), così come il volume transitato misurato dalla stazione di Torrebelvicino (31,2 milioni di  $\text{m}^3$ ) rappresentano i valori maggiori tra i sette eventi considerati e la loro differenza percentuale è del 7%. Il colmo dell'onda di piena si realizza la mattina del 1 novembre alle ore 8 ed è seguito una serie di picchi molto inferiori distribuiti lungo la fase di recessione (figura 2.7). Questo evento coincide con l'alluvione che nel novembre 2010 ha coinvolto la zona di Vicenza e parte della sua provincia. Il torrente Leogra, come già ricordato nel Capitolo 1, si immette nel torrente Timonchio, il quale da il nome al corso d'acqua risultante da questa unione nonostante sia il minore tra i due. La piena del Leogra contribuì quell'autunno alla rottura degli argini del Timonchio avvenuta in località Vivaro-Cresole nel comune di Caldogno (VI) che provocò gravi danni al territorio (figura 2.9).

### 2.9.2 Analisi dell'evento del dicembre 2010

L'evento del dicembre 2010 si sviluppa a partire dal 24 dicembre e termina il 30 dicembre; ha una durata di 7 giorni e il valore di picco della portata, che avviene il 24 novembre alle ore una del mattino, è di  $95 \text{ m}^3/\text{s}$ . La precipitazione uniforme totale caduta durante l'evento è pari a 250 *mm* e il volume piovuto sul bacino di studio è di 17 milioni di  $\text{m}^3$ , valore molto vicino ai 17,5 milioni di  $\text{m}^3$  di acqua transitati attraverso la sezione di chiusura di Torrebelvicino. L'idrogramma di piena presenta due picchi vicini, di cui il secondo quello più elevato, che corrispondono ai due momenti in cui l'intensità di precipitazione risulta essere massima come si vede dalla figura 2.8.

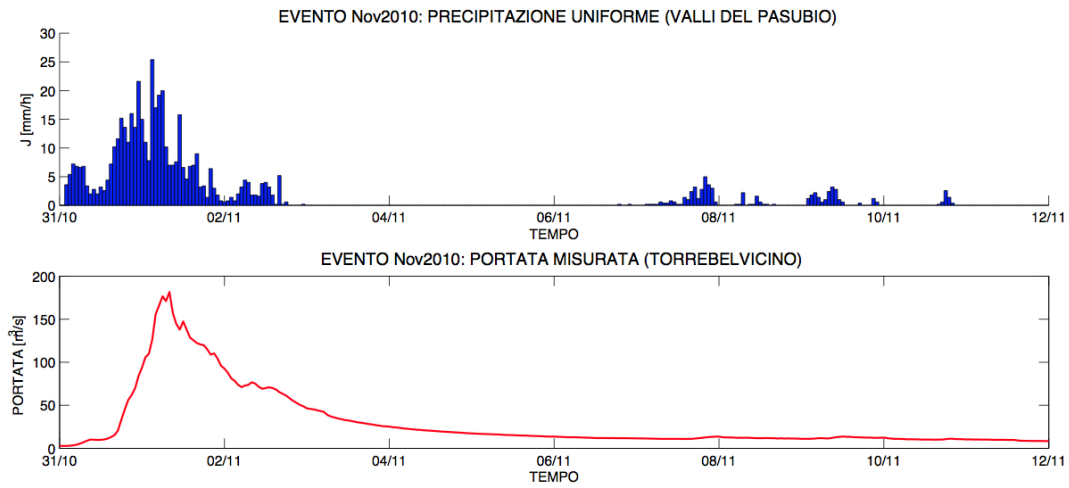


Figura 2.7: *Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformemente distribuite (Valli del Pasubio) sul bacino e andamento delle portate misurate a Torrebelvicino durante l'evento del novembre 2010.*

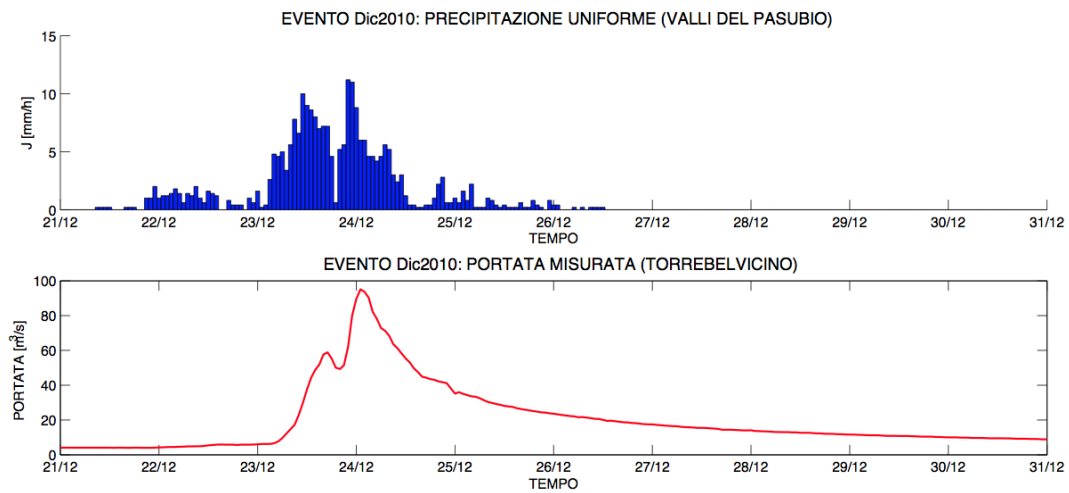


Figura 2.8: *Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformemente distribuite (Valli del Pasubio) sul bacino e andamento delle portate misurate a Torrebelvicino durante l'evento del dicembre 2010.*



Figura 2.9: *Esondazione del Timonchio nel novembre 2010 con rottura degli argini nel comune di Caldogno (VI).*



# Capitolo 3

## Estrazione della rete idrografica

### 3.1 Analisi geomorfologica

Attualmente per eseguire l'estrazione della rete idrografica si usano le mappe digitali del terreno (DTM, Digital Terrain Map) che rendono possibile l'analisi obiettiva delle proprietà geomorfologiche in bacini anche di grande estensione (e.g. [23]). Le rappresentazioni digitali delle reti idrografiche che le mappe digitali consentono di ottenere sono inoltre di centrale interesse nei modelli idrologici distribuiti o semi-distribuiti in quanto contengono molte informazioni utili sulle modalità secondo cui il flusso idrologico si organizza e trasferisce massa ed energia verso la sezione di chiusura di un bacino.

I DTM sono immagini digitali del terreno che consentono di rappresentare in modo discreto la topografia di un terreno attraverso l'individuazione delle elevazioni della superficie terrestre in corrispondenza dei nodi di una griglia omogenea bidimensionale. Per il bacino del torrente Leogra chiuso a Torrebelficino è stato utilizzato un DTM in cui ogni pixel corrisponde a una superficie reale quadrata di lato 50 *m*. In bacini montani, nei quali i gradienti topografici svolgono un ruolo predominante nel determinare la direzione dei flussi in transito, una mappa digitale delle elevazioni permette un'adeguata caratterizzazione spaziale di molte proprietà geomorfologiche, come ad esempio la pendenza, le direzioni di drenaggio, la curvatura e l'area drenata da ogni singola cella.

Per l'estrazione della rete si è utilizzato il tool TauDEM (Terrain Analysis Using Digital Elevation Models, versione 5.1 [24]) in Arcgis che permette di estrarre la rete a partire dalle mappe digitali del terreno. Una volta caricato il DTM (discretizzato con elementi di lato pari a 50 m) si eseguono gli algoritmi del TauDEM; la prima operazione consiste nel rimuovere i pixel che hanno una quota più bassa rispetto a quelle di tutti i pixel circostanti (Pits), assegnando al pixel interessato una quota pari a quella più bassa tra i pixel adiacenti. Il passo successivo nella procedura di determinazione della rete di canali consiste nell'assegnare la direzione di drenaggio che compete ad ogni pixel del bacino, in base alla direzione di massima pendenza. Le direzioni di drenaggio si possono valutare secondo due approcci distinti in base ad algoritmi a direzione singola (D8) (figura 3.1) o Multipla (Dinf) (figura 3.2)([21]), a seconda che si assuma che una cella possa drenare solo verso una delle otto celle adiacenti oppure che il flusso proveniente da una cella si possa ripartire verso più celle adiacenti. Successivamente si procede al calcolo dell'area drenata da ciascun pixel (ossia quella porzione di area del bacino che contribuisce al deflusso che attraversa il pixel considerato): si calcola la quantità di flusso che confluisce su ogni singola cella, derivante dalla somma delle celle vicine; ogni cella infatti versa sulla cella a valle il proprio contributo sommato al contributo che le singole celle vicine le apportano. Ora si andranno a descrivere più approfonditamente i diversi algoritmi del TauDEM.

### 3.1.1 Pit Removal algorithm

L'algoritmo *Pit Removal* permette di individuare e rimuovere quelle celle aventi altezze anomale all'interno del DTM e le porta allo stesso valore di elevazione delle celle presenti sul loro bordo. Spesso all'interno di un DTM esistono dei siti caratterizzati da una quota più bassa rispetto a quelle di tutti i pixel circostanti, per i quali quindi non è possibile determinare una direzione di drenaggio; essi sono considerati dall'algoritmo come dei punti che interferiscono nel percorso del flusso dell'acqua lungo il DTM, così vengono rimossi modificando la loro quota



e riportandola ad un livello coerente con tale flusso.

### 3.1.2 D8 Flow Directions algorithm

L'algoritmo *D8 Flow Directions* crea due griglie: la prima contiene la direzione di flusso di ogni cella, calcolata con la direzione di massima pendenza. Si considera ogni singolo pixel e si osserva quale tra gli 8 pixel circostanti fornisce la massima pendenza, considerando la quota del pixel e le quote dei pixel adiacenti nelle 4 direzioni cardinali e nelle 4 direzioni diagonali. La codifica della direzione del flusso è rappresentata numericamente con una serie finita di valori interi: 1=Est, 2=Nord Est, 3=Nord, 4=Nord-Ovest, 5=Ovest, 6=Sud-Ovest, 7=Sud, 8=Sud-Est (figura 3.1). La seconda griglia contiene la pendenza calcolata nella direzione della discesa massima ed è restituita come distanza percorsa dal salto, utilizzando la tangente dell'angolo.

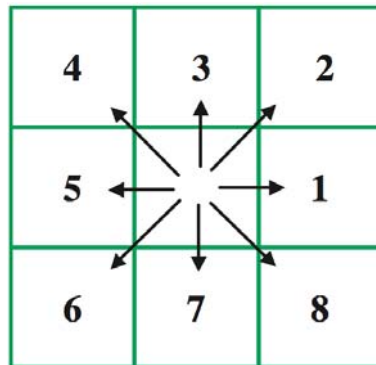


Figura 3.1: *Rappresentazione dello schema ad otto direzioni di drenaggio.*

### 3.1.3 D8 Contributing Area algorithm

L'algoritmo *D8 Contributing Area* calcola la quantità di flusso che confluisce su ogni singolo pixel del nostro modello; calcola una griglia di aree contribuenti utilizzando il modello di direzione del flusso unico D8. Il contributo di ogni pixel della griglia sui pixel a valle interessati è unitario. L'area contribuyente per

ogni pixel della griglia è valutata come il suo contributo unitario a cui si somma il contributo da parte dei pixel vicini di monte che drenano in esso secondo il modello di flusso D8. Quindi ogni pixel versa sul pixel a valle il proprio contributo unitario sommato al contributo che altri singoli pixel vicini apportano ad esso.

### 3.1.4 $D_{\infty}$ Flow Directions algorithm

Similmente all'algoritmo *D8 Flow Directions* l'algoritmo  *$D_{\infty}$  Flow Directions* restituisce la pendenza e la relativa direzione del flusso idrologico per ciascuna cella, ma in questo caso tali parametri vengono calcolati tenendo conto dell'angolo della direzione del flusso calcolato lungo la pendenza maggiore, misurato in radianti ed in senso antiorario a partire dalla direzione Est. La direzione del flusso è definita come la pendenza più ripida verso il basso su facce triangolari planari su una griglia blocco centrata. La codifica relativa alla direzione del flusso può assumere quindi valori in radianti decimali e positivi interni all'intervallo  $0 \div 2\pi$  (figura 3.2). Il flusso risultante in una griglia viene quindi generalmen-

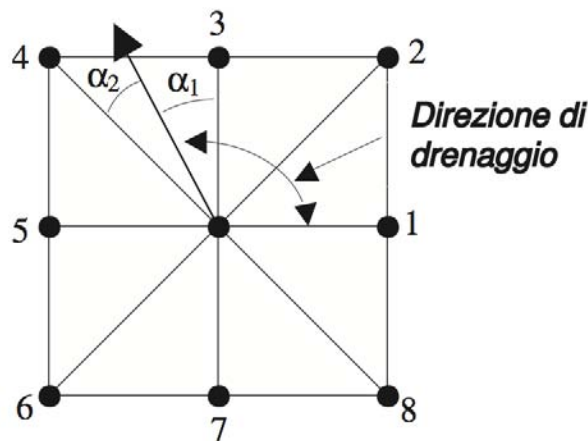


Figura 3.2: *Rappresentazione dello schema ad infinite direzioni di drenaggio.*

te interpretato come proporzionato tra le due celle adiacenti che definiscono la faccia triangolare con la più ripida pendenza. Anche in questo caso la pendenza

è calcolata nella direzione della discesa massima ed è restituita come distanza percorsa dal salto, utilizzando la tangente dell'angolo.

### 3.1.5 $D_{\infty}$ Contributing Area algorithm

Similmente all'algoritmo *D8 Contributing Area* l'algoritmo  *$D_{\infty}$  Contributing Area* calcola la quantità di flusso che confluisce su ogni singolo pixel del nostro modello; calcola le aree contribuenti utilizzando il modello di direzione del flusso multiplo D-Infinity. Il contributo di ogni singolo pixel sui pixel a valle interessati è pari alla lunghezza del pixel. Ogni pixel versa sul pixel a valle il proprio contributo sommato al contributo che i singoli pixel vicini apportano ad esso in relazione e proporzione all'angolo di flusso: per particolari angoli intermedi alle 8 direzioni principali il flusso viene distribuito non ad una singola ma a due diverse celle a valle, in percentuali proporzionali alla vicinanza della direzione del flusso alle due direzioni dirette tra il centro della cella a monte e le due celle a valle. L'area contribuyente per ogni pixel della griglia è valutata come il proprio contributo a cui si somma il contributo da parte dei pixel vicini di monte che hanno qualche frazione drenante in esso secondo il modello di flusso D-Infinity.

### 3.1.6 Grid Network algorithm

L'algoritmo *Grid Network* crea tre griglie che contengono per ogni cella della griglia:

- il numero di ordine di Strahler;
- il percorso più lungo;
- il percorso totale.

Questi valori derivano dalla rete definita dal modello di flusso D8. L'ordine di Strahler definisce l'ordine di ogni tratto d'asta fluviale in relazione alla gerarchia dei tributari; il metodo si fonda sulle seguenti regole:

- le sorgenti hanno numero di ordine di Strahler pari ad uno;

- il ramo generato dalla confluenza di due rami di ordine diverso assume l'ordine del maggiore;
- il ramo generato dalla confluenza di due rami di ordine uguale assume l'ordine originale incrementato di uno;
- quando più di due rami si uniscono, il ramo generato assume l'ordine più elevato dei rami in entrata oppure il secondo ordine più grande aumentato di uno.

Il percorso più lungo rappresenta la lunghezza del percorso di flusso dalla cella più lontana che drena in ciascuna cella, ovvero restituisce per ogni cella il valore relativo alla lunghezza del percorso seguito dal flusso che parte dalla cella affluente più lontana.

Il percorso totale rappresenta invece per ogni cella il valore della lunghezza del percorso prodotto dall'intera rete di flussi del bacino sotteso dalla cella considerata; ovvero rappresenta la somma delle lunghezze dei percorsi seguiti da ogni flusso che, partendo da ciascuna cella appartenente al relativo bacino a monte, affluiscono nella cella per cui è calcolato il valore. Le lunghezze descritte sono misurate tra i centri dei pixel tenendo conto delle dimensioni dei pixel e se la direzione è adiacente o diagonale.

## 3.2 Individuazione dei siti canalizzati

L'individuazione dei siti canalizzati appartenenti alla regione studiata è ottenuta tramite l'imposizione di soglie topografiche che sono proporzionali alle portate minime in corrispondenza delle quali si ha l'incisione del sedimento. La corretta determinazione della rete canalizzata svolge un ruolo importante nella caratterizzazione idrologica di un bacino montano: la struttura di drenaggio determina infatti l'imprinting geomorfologico della risposta idrologica del corso d'acqua e modula in maniera decisiva anche gli effetti macroscopici dovuti alla presenza di pattern caratteristici di pioggia, oppure legati alle diverse dinamiche di propagazione tipiche dei versanti e dei canali (e.g. [2]).

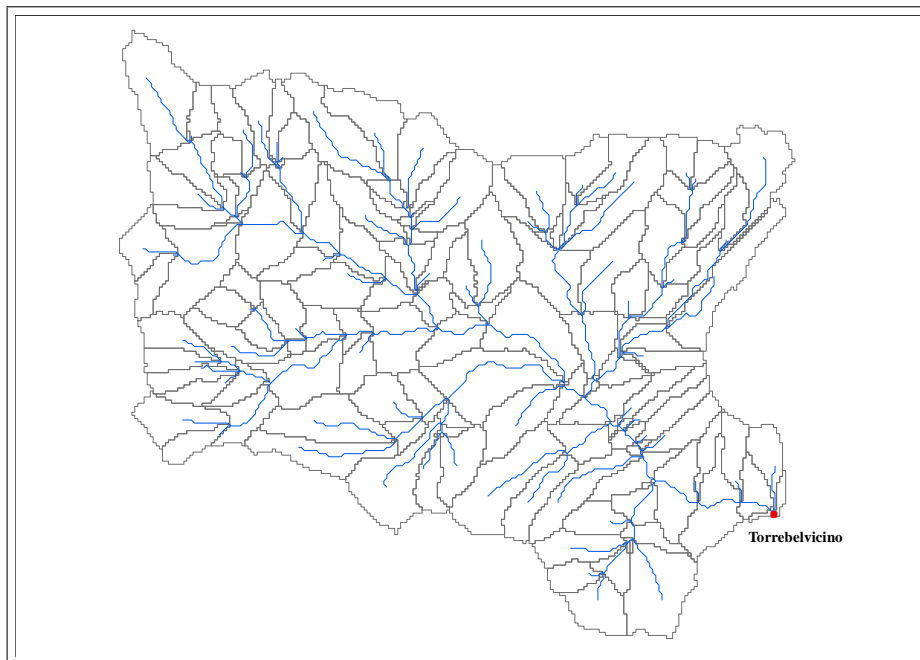


Figura 3.3: Estrazione della rete con un valore di treshold pari a 100.

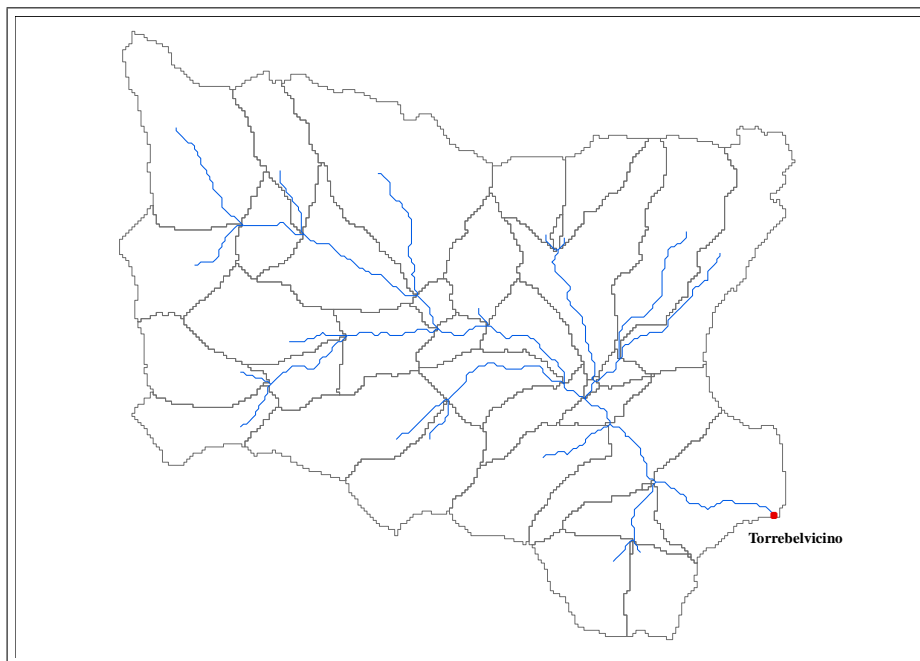


Figura 3.4: Estrazione della rete con un valore di treshold pari a 475.

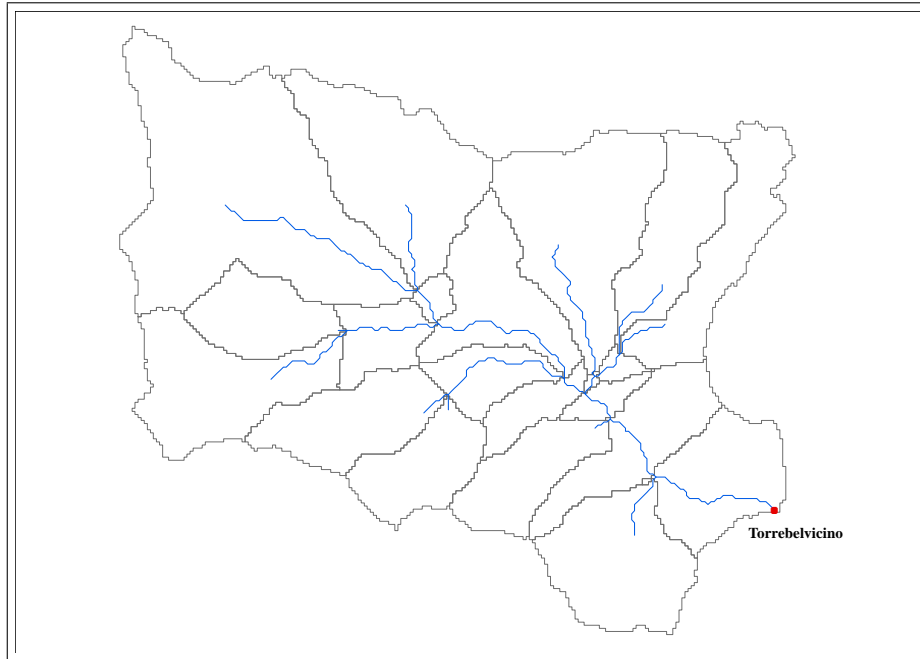


Figura 3.5: Estrazione della rete con un valore di treshold pari a 1000.

L'individuazione dei pixel canalizzati all'interno della mappa è avvenuta tramite un criterio geomorfologico basato sulla soglia sull'area drenata. Il metodo è stato verificato variando il valore della soglia di canalizzazione (vedi figure 3.3, 3.4, 3.5), in modo da ottenere reticoli idrografici caratterizzati da diverse densità di drenaggio. Questa grandezza rappresenta il reciproco della distanza media da percorrere all'interno del bacino seguendo le direzioni di drenaggio prima di incontrare il primo pixel canalizzato (Tabella 3.1). Note le lunghezze  $L_i$  dei collettori costituenti la rete idrografica e l'area totale  $S$  del bacino sotteso dalla sezione considerata si è ricavata la densità di drenaggio  $d_d$  mediante la seguente relazione ([4]):

$$d_d = \frac{\sum L_i}{S} \quad (3.1)$$

In questo lavoro di tesi si è deciso di usare una soglia sull'area drenata poiché si è osservato che la descrizione delle rete idrografica tramite tale criterio presenta

Soglia	Lunghezza tot. rete [km]	Densità di drenaggio [km <sup>-1</sup> ]
100	94,13	1,389
475	42,10	0,621
1000	27,92	0,412

Tabella 3.1: Valori della lunghezza totale della rete e della densità di drenaggio per ciascun valore di soglia.

un buon grado di accuratezza; il principale motivo di ciò è dovuto al fatto che si sta trattando un bacino montano.

### 3.2.1 Soglia sull'area drenata

Inizialmente è stata imposta una soglia per la canalizzazione sulla sola area cumulata, classificando cioè come canalizzati quei pixel per cui il valore dell'area drenata  $A_i$  ecceda una soglia fissata  $A_s$ :

$$A_i \geq A_s \quad (3.2)$$

Questo metodo si fonda sull'ipotesi che le strutture permanenti di drenaggio si formino nelle zone di un bacino dove il flusso maggiormente si concentra. Solitamente la soglia  $A_s$  si sceglie cercando di approssimare al meglio le reti idrografiche riportate nella cartografia ufficiale, sebbene essa sia generalmente "povera" e tralasci molti canali di primo ordine.

In linea generale osserviamo che al crescere della densità di drenaggio aumenta la precisione con cui vengono individuate le strutture permanenti di drenaggio presenti nel territorio. Al di sotto di un certo valore di soglia, tuttavia, la rete estratta si infittisce fino a comprendere anche strutture di drenaggio temporanee (e.g. rivoli) caratterizzate da proprietà dinamiche chiaramente distinte da quelle dei veri e propri canali. È inoltre evidente come, ai fini della determinazione della risposta globale del bacino, il prezzo da pagare in termini computazionali per ottenere il massimo dettaglio possibile sia del tutto inadeguato rispetto ai vantaggi che una simile operazione comporterebbe: se infatti il numero dei canali

fosse eccessivamente elevato si allungherebbero i tempi di calcolo della risposta idrologica in modo sensibile. Nella scelta della soglia di canalizzazione più opportuna è importante considerare il legame tra le caratteristiche geomorfologiche del sito in esame ed i processi di concentrazione del flusso, se si vuole conferire a tale soglia un più preciso significato fisico. Quando si assuma che la “testa” del canale possa essere individuata sulla base della mole di materiale trasportato dal flusso, appare adeguato porre una soglia sull’area cumulata; secondo questa impostazione, il depositarsi del trasporto solido nei versanti darebbe luogo a profili *convessi*, mentre nei canali produrrebbe profili *concavi* (e.g. [6]). La testa dei canali coinciderebbe quindi con il punto di transizione tra forme *concave* e *convesse* della topografia (e.g. [22]). Si sono eseguite diverse prove di estrazione della rete variando il valore di soglia; la soglia definitiva scelta risulta pari a 475 pixel, ovvero pari a un’area di  $1,19 \text{ km}^2$ . In generale si osserva come al diminuire del valore di soglia la densità di drenaggio aumenti. Il criterio basato sulla sola area cumulata risulta più adatto ad individuare il passaggio da versante a valle che non il punto di transizione tra versanti e canali.

### 3.2.2 Soglia sul prodotto fra area cumulata e quadrato della pendenza

Un’altro modo per definire il passaggio fra versanti e canali è quello basato sulla relazione tra area drenata e pendenza, in grado quindi di discriminare gli stati versante da quelli canale sulla base delle differenze nei processi di incisione che hanno luogo (secondo l’ipotesi che il canale inizi dopo che una certa zona è stata erosa oltre un assegnato limite). Questa metodologia di estrazione è basata sull’imposizione di soglie topografiche che coinvolgano tanto l’area cumulata quanto la pendenza, ed è in grado quindi di riprodurre la disuniformità spaziale delle densità di drenaggio tipica dei bacini reali. Con tale criterio di estrazione ([11]) risultano canalizzati quei siti per i quali il prodotto fra l’area drenata  $A_i$  e la potenza  $k$ -sima della pendenza locale  $\nabla z_i$  ecceda un certo valore di soglia  $S$ :

$$A_i \nabla z_i^k \geq S \quad (3.3)$$



Questo criterio rende conto di come i fenomeni di canalizzazione siano, a parità di flusso, favoriti dalla presenza di zone ad elevata pendenza. Nel considerare una soglia che tenga conto anche della pendenza locale del sito allo studio, si assume che il meccanismo dominante sia l'erosione, ossia che la testa del canale si verifichi in corrispondenza di un cambiamento nei processi di trasporto. È stato infatti dimostrato (e.g. [5]) che al di sotto di una certa area critica i meccanismi di trasporto dipendono solo dalla pendenza, mentre al di sopra di tale soglia diventa limitante la portata. Il criterio basato sull'imposizione di una soglia sul prodotto area-pendenza, è stato validato anche sperimentalmente in numerosi bacini (e.g. [12]), per i quali è stato dimostrato come i punti di inizio dei canali siano caratterizzati da un valore costante del prodotto fra area cumulata e quadrato della pendenza.

Generalmente le reti di drenaggio estratte mediante l'applicazione di una soglia sul prodotto area-pendenza risultano caratterizzate da densità di drenaggio decrescenti da monte verso valle, per via della naturale diminuzione delle pendenze in gioco nelle zone più prossime alla sezione di chiusura del bacino, rendendo conto pertanto delle disomogeneità spaziali delle reti naturali. Si noti infine che il valore prescelto dell'esponente  $k$  nell'equazione (3.3) è solitamente assunto pari a 2, cosicché la quantità a primo membro nell'equazione (3.3) possa essere proporzionale al quadrato dello sforzo tangenziale al fondo prodotto dal flusso in transito (e.g. [13]).

### 3.3 Identificazione della rete e dei sottobacini

Si è giunti quindi all'individuazione dei pixel canalizzati ottenendo una griglia che indica con il codice 1 i pixel canalizzati e quindi la presenza di flusso e con il codice 0 i pixel non canalizzati e quindi l'assenza di flusso. Successivamente si implementa l'algoritmo *Stream Reach and Watershed* ottenendo una rappresentazione della rete idrografica e dei sottobacini generata dall'analisi delle informazioni prodotte dagli algoritmi precedenti. In particolare tale algoritmo genera in output:

- *Output Stream Order Grid*: una griglia con valori dei pixel appartenenti alla rete di flusso ordinati secondo l'ordine di Strahler (vedi paragrafo 3.1.6);
- *Output Network Connectivity Tree*: file che descrive la connettività topologica della rete;
- *Output Network Coordinates*: file che contiene le coordinate e gli attributi dei punti lungo la rete di flusso;
- *Output Stream Reach Shapefile*: è uno shapefile che fornisce i collegamenti in una rete di flusso; rappresenta l'intera rete idrografica del bacino considerato;
- *Output Watershed Grid*: griglia che fornisce la rappresentazione dei singoli sottobacini in relazione a ciascun tratto della rete idrografica.

È interessante osservare in particolare i file *Output Network Connectivity Tree* e *Output Network Coordinates* che poi saranno inseriti come dati di input nel modello geomorfologico. Il file *Network Connectivity Tree* contiene nelle diverse colonne:

- colonna 1: numero che identifica ciascun collegamento della rete;
- colonna 2: numero che identifica il punto iniziale del tratto nel file *Network Coordinates*;

- colonna 3: numero che identifica il punto finale del tratto nel file *Network Coordinates*;
- colonna 4: indica il numero di collegamento del tratto successivo (a valle); se uguale a -1 indica che non è presente alcun tratto a valle, ovvero indica un tratto terminale della rete;
- colonne 5 e 6: indicano i numeri di collegamento dei tratti precedenti (a monte); se uguale a -1 indica che non sono presenti tratti a monte, ovvero indica un tratto iniziale della rete;
- colonna 7: ordine di Strahler del tratto considerato;
- colonna 8: indica il punto di monitoraggio identificatore dell'estremità a valle del collegamento; se uguale a -1 indica che l'estremità a valle non è un punto di monitoraggio;
- colonna 9: indica il numero di tratti sorgenti a monte del tratto considerato; se uguale a 1 indica che è un tratto sorgente.

Invece il file *Network Coordinates* contiene nelle diverse colonne per ciascun pixel canalizzato:

- colonna 1: coordinata X;
- colonna 2: coordinata Y;
- colonna 3: distanza, lungo il canale, dalla sezione di chiusura;
- colonna 4: elevazione;
- colonna 5: area contribuyente.

A partire quindi dalle mappe digitali del terreno e utilizzando gli algoritmi del TauDEM si è estratta la rete idrografica del bacino considerato; in questo modo si è riusciti ad estrapolare informazioni su alcune proprietà geomorfologiche, come ad esempio la pendenza, le direzioni di drenaggio, la curvatura e l'area drenata da

ogni singola cella ed è stato inoltre possibile ottenere una descrizione dettagliata della rete idrografica e dei diversi sottobacini afferenti a ciascun tratto della rete.

## Capitolo 4

# Tecniche d'interpolazione geostatistica

In molti problemi di interesse idrologico nasce la necessità di stimare il valore assunto in un punto da una grandezza variabile nello spazio, sulla base dei valori osservati in altri punti dello spazio. Le tecniche di interpolazione geostatistica permettono, a partire da un campione di dati distribuiti sul dominio di interpolazione, la stima di una certa variabile in punti in cui essa non è nota a priori. Un'operazione importante nella valutazione di un modello di risposta idrologica è la determinazione della precipitazione che incide sul bacino nelle sue diverse parti sulla base di misure pluviografiche di tipo puntuale. La precipitazione è un fenomeno che presenta una grande variabilità sia spaziale che temporale e quindi nei modelli di previsione dei deflussi è necessario descrivere con precisione i campi di pioggia a partire dalle misure registrate nelle stazioni pluviometriche sparse nel territorio. Per realizzare una descrizione dei campi di precipitazione il più dettagliata possibile sia nello spazio che nel tempo è necessario avere un numero sufficiente di punti di misura a scala temporale adeguata. Nel caso in cui il bacino idrografico abbia dimensione confrontabile con le dimensioni caratteristiche dei fronti perturbativi, come per il bacino in esame, è possibile ritenere l'evento di precipitazione costante nello spazio; se, invece, la dimensione del bacino è maggiore di quella dell'evento di pioggia, risulta inaccettabile l'assunzione

di una precipitazione spazialmente omogenea. In questo caso, la tecnica di interpolazione delle precipitazioni da utilizzare è quella del Kriging, di cui si fornisce un'approfondita descrizione.

## 4.1 Il Kriging

Il Kriging rappresenta un efficace mezzo di interpolazione statistica dei dati di pioggia misurati, essendo uno strumento di stima lineare ed ottimale (privo di errore sistematico). Esso permette, a partire da una serie di dati osservati in diverse stazioni di misura, di calcolare il più probabile valore di precipitazione in un punto generico. Ripetendo il calcolo per i centri di ogni cella di una griglia regolare è possibile determinare la distribuzione della pioggia nello spazio.

Si assume che la precipitazione al suolo  $z(\bar{x})$  sia una funzione delle coordinate spaziali  $\bar{x}$  che costituisce la realizzazione di un campo aleatorio. Tale funzione non è nota in tutti i punti della regione ma deve essere ricostruita a partire dalle misure disponibili e da considerazioni legate alla natura del fenomeno fisico che è alla sua origine. Per questo motivo la funzione  $z(\bar{x})$  viene considerata una tra le infinite possibili realizzazioni generabili da un campo aleatorio. Per descrivere in maniera sperimentalmente accessibile tale funzione aleatoria continua si utilizzano solitamente i suoi momenti fino al secondo ordine:

- la *media*

$$\mu = E(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} z \cdot d[F(z)] = \int_{-\infty}^{+\infty} z \cdot f(z) \cdot dz \quad (4.1)$$

- la *varianza*

$$\sigma_z^2 = E[(z - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (z - \mu)^2 \cdot d(F(z)) = \int_{-\infty}^{+\infty} (z - \mu)^2 \cdot f(z) \cdot dz \quad (4.2)$$

- il *variogramma*

$$\begin{aligned} \gamma(\bar{x}, \bar{h}) &= 1/2 \sigma^2 [Z(\bar{x} + \bar{h}) - Z(\bar{h})] = \\ &= 1/2 E \left\{ \left[ [Z(\bar{x} + \bar{h}) - Z(\bar{x})] - E[Z(\bar{x} + \bar{h}) - Z(\bar{x})] \right]^2 \right\} \end{aligned} \quad (4.3)$$

dove  $\bar{x}$  rappresenta il vettore coordinate di un punto generico dello spazio e  $\bar{x} + \bar{h}$  il vettore coordinate di un punto che dista  $\bar{h}$  da  $\bar{x}$ ;

- l' *autocovarianza*

$$C(\bar{x}, \bar{h}) = E\{[Z(\bar{x} + \bar{h}) - \mu] \cdot [Z(\bar{x}) - \mu]\}. \quad (4.4)$$

Tra le ultime due grandezze, nell'ipotesi che sia definita la varianza  $\sigma^2(\bar{x})$ , esiste una relazione, che può essere ricavata partendo dalla definizione di variogramma, sviluppandone il quadrato e sfruttando le proprietà di linearità dell'operatore valore atteso:

$$2\gamma(\bar{x}, \bar{h}) = \sigma^2(\bar{x}, \bar{h}) + \sigma^2(\bar{x}) - 2C(\bar{x}, \bar{h}) \quad (4.5)$$

Per rendere trattabile il problema dell'interpolazione spaziale si assumono valere due proprietà statistiche:

- *omogeneità* (o *stazionarietà*): in un campo omogeneo e stazionario le proprietà statistiche del campo stesso non variano nello spazio e nel tempo;
- *ergodicità*: le realizzazioni disponibili sono rappresentative dell'intera popolazione in esame, cioè possiedono le stesse proprietà statistiche dell'insieme di tutte le possibili realizzazioni.

In particolare, la stazionarietà del secondo ordine implica le seguenti proprietà:

$$\begin{aligned} E[z(\bar{x})] &= \mu \\ C(\bar{x}, \bar{h}) &= C(\bar{h}) \\ \gamma(\bar{x}, \bar{h}) &= \gamma(\bar{h}) \end{aligned}$$

Si noti come, nel caso di campo omogeneo, l'equazione (4.5) si possa scrivere:

$$\gamma(\bar{h}) = \sigma^2(z) - C_z(h) \quad (4.6)$$

Al tendere di  $h$  ad infinito, la covarianza tende ad annullarsi e quindi il variogramma tende alla varianza; mentre al tendere di  $h$  a 0, anche il variogramma

tende a 0. Questo significa che il valore assunto dalla variabile aleatoria in un punto dello spazio è tanto più correlato al valore assunto in un altro punto quanto minore è la distanza che separa i due punti. Quindi il variogramma fornisce una misura del grado di correlazione del campo: meno il campo è correlato e più rapidamente il variogramma si avvicina al suo valore massimo, cioè alla varianza. Nel caso del campo delle precipitazioni si approssima usualmente l'andamento del variogramma al crescere della distanza tramite una legge esponenziale:

$$\gamma_h(r) = \sigma_h^2[1 - e^{-Z}] \quad Z = \sqrt{\left(\frac{r_x}{I}\right)^2 + \left(\frac{r_y}{I}\right)^2} \quad (4.7)$$

dove  $r_x$  e  $r_y$  rappresentano le componenti secondo gli assi coordinati della distanza fra i due punti rispetto ai quali il variogramma è calcolato,  $\sigma^2(h)$  è la varianza della variabile aleatoria  $h$ ,  $I$  è una grandezza chiamata *scala integrale* di  $h$ , che rappresenta la distanza alla quale il campo aleatorio cessa di essere correlato.

#### 4.1.1 Il Kriging nel campo omogeneo

Si consideri una variabile aleatoria  $z(x,y)$  appartenente ad un campo omogeneo (Eq. 4.6) di cui sia noto il valore misurato in alcuni punti di un determinato dominio e si voglia stimare  $z$  in un generico punto di coordinate  $(x_0, y_0)$ . Una stima ottimale  $\hat{z}(x_0, y_0)$  è definita dalle condizioni: i) assenza di errore sistematico (i.e. errore medio nullo) e ii) varianza dell'errore minima:

$$\begin{aligned} E(\hat{z}_0 - z_0) &= 0 \\ \text{var}(\hat{z}_0 - z_0) &= \min \end{aligned} \quad (4.8)$$

Il Kriging si limita a considerare le possibili stime lineari del tipo:

$$\hat{z} = \sum \lambda_{i0} \cdot z_i \quad (4.9)$$

dove  $z_i(x_i, y_i)$  sono i valori di  $z$  in  $n$ . Sostituendo l'espressione (4.9) nella prima delle (4.8) e sfruttando la linearità dell'operatore valore atteso, si ottiene una prima condizione per la stima ottimale:

$$E[\hat{z}_0 - z_0] = E\left[\sum \lambda_{i0} z_i - z_0\right] = \mu - \mu = 0 \quad (4.10)$$



La seconda condizione, introducendo la definizione di varianza e sfruttando la relazione appena ricavata (Eq. 4.10), risulta

$$\text{var}(\hat{z}_0 - z_0) = E[(\hat{z}_0 - z_0) - E(\hat{z}_0 - z_0)]^2 = E[(\hat{z}_0 - z_0)^2] = \min \quad (4.11)$$

Al fine di semplificare la trattazione è opportuno trasformare il campo originario in un campo a media nulla, definendo la variabile  $Y(x, y)$ :  $[Y(x, y) = z(x, y) - \mu]$ , in modo da ridurre il problema ad una stima lineare:

$$\hat{Y}_0 = \sum \lambda_i \cdot Y_i \quad (4.12)$$

L'equazione (4.11) diventa quindi:

$$\text{var}(\hat{z}_0 - z_0) = \text{var}(\hat{Y}_0 - Y_0) = E[(\hat{Y}_0 - Y_0)^2] \quad (4.13)$$

Sviluppando il quadrato e sfruttando la proprietà di linearità del valore atteso, si ottiene:

$$E[(\hat{Y}_0 - Y_0)^2] = \sum_i \sum_j \lambda_{0i} \lambda_{0j} E[Y_i Y_j] + \sigma_Y^2 - 2 \sum_i \lambda_{0i} E[Y_0 Y_i] \quad (4.14)$$

dove  $E[(Y_i Y_k)]$  rappresenta l'autocovarianza della variabile aleatoria  $Y(x, y)$ , valutata nei punti  $(x_i, y_i)$  e  $(x_k, y_k)$ :

$$E[(Y_i Y_k)] = C[(x_i, y_i) - (x_k, y_k)] = C(\bar{r}_{ik}) \quad (4.15)$$

avendo posto  $\sum \lambda_{0i} C(\bar{r}_{ik}) = C(\bar{r}_{0k})$  e  $\bar{r}_{ik} = (x_i - x_k)$ ,  $\bar{r}_{0k} = (x_0 - x_k)$ .

Sostituendo l'equazione (4.15) nella (4.14) si ottiene l'espressione finale per la funzione obiettivo:

$$\text{var}(\hat{Y}_0 - Y_0) = \sum_i \sum_j \lambda_{0i} \lambda_{0j} C(\bar{r}_{ij}) + \sigma_Y^2 - 2 \sum \lambda_{0i} C(\bar{r}_{0i}) \quad (4.16)$$

Si tratta ora di determinare i valori dei parametri  $\lambda$  che minimizzano tale funzione:

$$\frac{\partial[\text{var}(\hat{Y}_0 - Y_0)]}{\partial \lambda_{k0}} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (4.17)$$

La soluzione delle (4.17) è data dal seguente sistema lineare, scritto in forma matriciale:

$$\tilde{C}\bar{\lambda} = \bar{C}_0 \quad (4.18)$$

da cui si possono ricavare i valori dei parametri  $\bar{\lambda} = \tilde{C}^{-1} \cdot \bar{C}_0$ , dove

- $\tilde{C}$  è la matrice delle covarianze, in cui il generico elemento  $\tilde{C}_{ij}$  rappresenta l'autocovarianza della variabile aleatoria fra punti che distano tra loro  $r_{ij}$ , cioè  $C(\bar{r}_{ij})$ :

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{n1} & \dots & \dots & C_{nn} \end{bmatrix};$$

- $\bar{C}_0$  è il vettore il cui generico elemento  $C_{0i}$  rappresenta l'autocovarianza della variabile aleatoria valutata nel punto  $(x_0, y_0)$  per tutte le  $n$  osservazioni.

Risolvendo il sistema lineare si determinano quindi i pesi  $\lambda_{0i}$  che inseriti nell'Equazione (4.9) permettono il calcolo di  $\hat{z}_0$ . In corrispondenza della soluzione del sistema lineare la funzione obiettivo (Equazione 4.14) presenta un minimo:

$$\sum \lambda_{0i} C(\bar{r}_{ik}) = C(\bar{r}_{0k})$$

Quindi:

$$[var(\hat{Y}_0 - Y_0)]_{MIN} = \sigma_Y^2 - \sum \lambda_i C(\bar{r}_{0i}) \quad (4.19)$$

da cui si deduce infine che la varianza dell'errore è più piccola della varianza della variabile. Quanto più il campo è correlato, tanto più grande è  $C(\bar{r}_{0i})$  e tanto minore è l'errore che viene commesso nella stima.

### 4.1.2 Il Kriging nel campo non omogeneo

Si consideri un dominio nello spazio, per semplicità quadrato, di lato  $L$  in cui sia possibile definire le grandezze

$$m_z = \frac{1}{L^2} \int_{L \times L} z(\bar{x}) d\bar{x} \quad (4.20)$$

$$s^2(z) = \frac{1}{L^2} \int_{L \times L} [z(\bar{x}) - m_z]^2 d\bar{x} \quad (4.21)$$

Mentre in generale al tendere di  $L$  ad infinito  $m_z$  tende alla media, non in tutti i campi di variabili aleatorie al tendere di  $L$  ad infinito, la  $s^2(z)$  tende asintoticamente ad un valore finito pari alla varianza. In alcuni casi, infatti, intervengono delle eterogeneità tali per cui la  $s^2(z)$  tende ad infinito. Questo implica la non esistenza della varianza. Per lavorare in campi non omogenei si presenta quindi la necessità di utilizzare uno strumento più generale (i.e. l'autocovarianza). Al fine di poter applicare ugualmente le tecniche di Kriging per interpolare i dati osservati, si introduce l'*ipotesi intrinseca*, assumendo che il campo degli incrementi sia omogeneo:

$$\begin{aligned} E[z(\bar{x} + \bar{h}) - z(\bar{x})] &= \mu_\Delta(\bar{h}) \\ var[z(\bar{x} + \bar{h}) - z(\bar{x})] &= 2\gamma(\bar{x}, \bar{h}) = 2\gamma(\bar{h}) \end{aligned} \quad (4.22)$$

La funzione variogramma,  $\gamma$ , è una generalizzazione della funzione di autocovarianza, in quanto, a differenza di quest'ultima, il variogramma esiste anche quando la varianza non è finita. La formulazione del Kriging nell'ipotesi intrinseca risulta essere analoga a quella del caso omogeneo:

$$\begin{aligned} E(\hat{z}_0) &= \mu \\ var(\hat{z}_0 - z_0) &= \min \end{aligned} \quad (4.23)$$

Sviluppando la prima delle (4.23), si ottiene

$$E\left(\sum_i^n \lambda_{i0} z_i\right) = \sum_i^n \lambda_{i0} E(z_i) = \mu \sum_i^n \lambda_{i0} \quad (4.24)$$

da cui

$$\sum_i^n \lambda_{i0} = 1 \quad (4.25)$$

In questo modo si ottiene un vincolo in più rispetto al caso stazionario, che potrà essere usato per la determinazione della soluzione. Dalla seconda delle (4.23), si ottiene

$$E \left[ \sum_i^n (\lambda_{i0} z_i - z_0)^2 \right] = \min \quad (4.26)$$

Il variogramma fornisce informazioni sulla correlazione dei diversi valori del campo. Nell'ipotesi in cui la varianza,  $\sigma_z^2$ , esista, si può valutare la relazione tra covarianza e variogramma:

$$\gamma(\bar{r}) = \frac{1}{2} E[z^2(\bar{x} + \bar{r}) + z^2(\bar{x}) - 2z(\bar{x} + \bar{r})z(\bar{x})] \quad (4.27)$$

Nel caso di stazionarietà del secondo ordine  $E[z(\bar{x})] = \mu = \text{cost}$ , sfruttando la proprietà di linearità del valore atteso, è possibile scrivere l'uguaglianza:

$$\sigma_z^2 = E[(z(\bar{x} + \bar{r}) - \mu)^2] = E[z^2(\bar{x} + \bar{r})] - \mu^2 \quad (4.28)$$

Sostituendo l'equazione (4.28) nella (4.27), si ottiene:

$$\gamma(\bar{r}) = (\sigma_z^2 + \mu^2) - E[z(\bar{x} + \bar{r}) \cdot z(\bar{x})]; \quad (4.29)$$

Ricordando la definizione di covarianza:

$$C(\bar{r}) = E[z(\bar{x} + \bar{r}) \cdot z(\bar{x})] - \mu^2 \quad (4.30)$$

Sviluppando il prodotto a secondo termine dell'equazione (4.30), ed utilizzando le proprietà di linearità del valore atteso E, si perviene alla seguente espressione:

$$\gamma(\bar{r}) = \sigma_z^2 - C(\bar{r}) \quad (4.31)$$

in cui si nota come il variogramma contenga informazioni sulla correlazione del campo, anche nel caso in cui la varianza non esista, e  $\sigma_z^2$  e  $C(\bar{r})$  perdano di significato. Nel caso non stazionario, in cui il variogramma non sia asintotico ad un valore finito, il problema può essere ugualmente risolto richiamando l'ipotesi intrinseca:

$$\begin{aligned} E[z(\bar{x})] &= \mu \\ \gamma(\bar{r}) &= 1/2 E \left[ (z(\bar{x} + \bar{r}) - z(\bar{x}))^2 \right] \end{aligned} \quad (4.32)$$

Si deve ora minimizzare la (4.26). Sviluppando il quadrato come prodotto di due sommatorie si ottiene:

$$E[(\hat{z}_0 - z_0)^2] = E\left[\left(\sum_i \lambda_{0i}(z_i - z_0)\right) \cdot \left(\sum_j \lambda_{0j}(z_j - z_0)\right)\right] \quad (4.33)$$

Aggiungendo e sottraendo  $z_0$  nell'Equazione (4.27) si ottiene:

$$\gamma(\bar{r}_{ij}) = \frac{1}{2}E[(z_i - z_j)^2] = \frac{1}{2}E[((z_i - z_0) - (z_j - z_0))^2] \quad (4.34)$$

Sviluppando questo quadrato, sostituendo nella (4.33) e applicando il vincolo espresso dall'equazione (4.25) si ricava:

$$E[(\hat{z}_0 - z_0)^2] = 2 \sum_i \lambda_{i0} \gamma(\bar{r}_{i0}) - \sum_i \sum_j \lambda_{i0} \lambda_{0j} \gamma(\bar{r}_{ij}) \quad (4.35)$$

L'espressione ottenuta ha una forma molto simile a quella del caso omogeneo (i.e. equazione (4.14)), con la differenza che qui si ha un caso di *minimizzazione vincolata*. Per determinare la soluzione si utilizza il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, ovvero si costruisce una nuova funzione obiettivo in cui sia presente quella di partenza, imponendo il vincolo sui pesi. Il problema diventa, allora, ricercare la seguente condizione:

$$\min \left\{ \frac{1}{2}E[(\hat{z}_0 - z_0)^2] - \alpha \left( \sum \lambda_{i0} - 1 \right) \right\} \quad (4.36)$$

a cui imporre il vincolo:

$$\sum_i^n \lambda_{i0} = 1.$$

Derivando l'Equazione (4.36), rispetto a  $\lambda_{i0}$  e  $\alpha$ , si ottengono le seguenti condizioni:

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial \lambda_{0k}} = \gamma(\bar{r}_{0k}) - \sum \lambda_{i0} \gamma(\bar{r}_{ik}) - \alpha = 0 & k = 1, 2, \dots, n \\ \frac{\partial f}{\partial \alpha} = \sum \lambda_i - 1 = 0 \end{cases} \quad (4.37)$$

La soluzione del problema diviene

$$\begin{cases} \gamma(\bar{r}_{k0}) = \sum \lambda_{0i} \gamma(\bar{r}_{ik}) + \alpha = 0 \\ \sum \lambda_i = 1 \end{cases}$$

Scrivendo il sistema in forma compatta:

$$\begin{cases} \bar{\gamma}_0 = \tilde{\Gamma} \bar{\lambda} + \alpha \\ \sum \lambda_i = 1 \end{cases}$$

dove

$$\bar{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \alpha] \quad \bar{\gamma}_0 = [\gamma_{10}, \gamma_{20}, \dots, \gamma_{n0}, \alpha]$$

$$\tilde{\Gamma} = \begin{bmatrix} \gamma(r_{11}) & \dots & \gamma(r_{1n}) & 1 \\ \gamma(r_{21}) & \dots & \gamma(r_{2n}) & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

si ottiene una rappresentazione della soluzione generale del problema di interpolazione spaziale di dati misurati in campi aleatori, valida quindi anche nel caso di campo omogeneo.

### 4.1.3 Distribuzione delle precipitazioni nello spazio e nel tempo

Per ciascun evento di piena osservato, in corrispondenza del quale si dispone di misure puntuali di precipitazione, è possibile determinare, quando non si assuma una pioggia omogenea sull'intero bacino, la distribuzione delle precipitazioni nello spazio e nel tempo a partire dalle misure dei pluviografi. Questa operazione viene eseguita in due fasi :

1. calcolo del variogramma sperimentale e delle proprietà statistiche del campo di pioggia (Varianza e scala integrale);

2. determinazione della distribuzione spaziale della pioggia attraverso l'interpolazione delle misure, effettuata utilizzando l'interpolatore geostatistico Kriging.

Per ogni evento viene calcolato il variogramma della variabile aleatoria  $h$ , l'altezza di precipitazione misurata nell'intervallo temporale di riferimento. Il variogramma è ottenuto come media dei variogrammi calcolati in ognuno degli intervalli temporali considerati. Il variogramma sperimentale viene poi interpolato mediante la seguente legge esponenziale:

$$\gamma_h(r) = \sigma_h^2[1 - e^{-Z}] \quad Z = \sqrt{\left(\frac{r_x}{I}\right)^2 + \left(\frac{r_y}{I}\right)^2} \quad (4.38)$$

nella quale  $r_x$  e  $r_y$  rappresentano le componenti secondo gli assi coordinati della distanza fra i due punti rispetto ai quali il variogramma è calcolato,  $I$  è la scala integrale di  $h$  e  $\sigma_h^2$  è la varianza della variabile aleatoria  $h$ . Questo modo di operare implica a priori un'ipotesi di stazionarietà nello spazio e nel tempo delle caratteristiche delle precipitazioni. La stima dei parametri del modello,  $\sigma^2(h)$  e  $I$ , è stata ottenuta mediante il metodo dei minimi quadrati. Nell'ipotesi di stazionarietà del campo di pioggia la macroscale  $I$  dipende solamente dalla distanza  $r_i$  tra i due punti rispetto ai quali il variogramma è calcolato; indicando con  $\gamma_i(r_i)$  la serie dei variogrammi sperimentali l'equazione (4.38) si può scrivere nel modo seguente:

$$\gamma_i(r_i) = \sigma^2[1 - e^{-r_i/I}] \quad (4.39)$$

dove, per non appesantire la notazione, si è ommesso il pedice  $h$ . Si tratta di determinare i valori dei parametri che meglio approssimano la serie sperimentale ovvero di determinare i valori dei parametri che rendono minimo l'errore quadratico  $\Phi$  definito come:

$$\Phi = \sum_{i=1}^n [\gamma_i(r_i) - \sigma^2[1 - e^{-r_i/I}]]^2 \quad (4.40)$$

dove  $n$  è il numero di dati sperimentali. Imponendo la condizione di minimo:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma^2} = \frac{\partial \Phi}{\partial I} = 0 \quad (4.41)$$

si ottiene il seguente sistema:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i(r_i)(1 - e^{-r_i/I})}{\sum_{i=1}^n (1 - e^{-r_i/I})^2}$$

$$\sum_{i=1}^n \gamma_i(r_i)r_i e^{-r_i/I} - \sigma^2 \sum_{i=1}^n (r_i)e^{-r_i/I}(1 - e^{-r_i/I}) = 0 \quad (4.42)$$

Risolvendo la seconda equazione delle (4.42) per tentativi (e.g. mediante il metodo della bisezione), si ricava il valore della scala integrale  $I$ , che, sostituito nella prima, permette di determinare  $\sigma^2$ .

Una volta stimate le proprietà statistiche, attraverso l'interpolatore geostatistico Kriging, a partire dalle osservazioni puntuali registrate in corrispondenza delle stazioni pluviografiche sparse sul territorio, è possibile determinare la distribuzione spaziale della pioggia, in corrispondenza ad una maglia con risoluzione 50  $m$  comprendente l'intero bacino.



# Capitolo 5

## Modelli matematici

### 5.1 I modelli della risposta idrologica

La risposta idrologica di un bacino è il risultato di complessi processi fisici e biologici (e.g. l'evapotraspirazione). Tali processi vanno spesso valutati a scale spaziali relativamente ampie per determinare la risposta di un bacino ad un evento meteorico.

I principali processi che determinano la risposta idrologica di un bacino idrografico possono essere enumerati come segue:

1. processi di infiltrazione e separazione dei deflussi alla superficie e all'interno del suolo come risultato dell'interazione tra l'intensità della precipitazione e le dinamiche del contenuto d'acqua del suolo;
2. le diverse componenti del deflusso, superficiale, sub-superficiale e profondo si muovono all'interno dei versanti (o al di sopra di essi) fino a raggiungere la rete canalizzata;
3. il trasporto all'interno dei canali della rete di drenaggio e l'interazione fra i diversi contributi idrologici originati dalle diverse porzioni del bacino danno luogo alla formazione della portata.

Il modello utilizzato in questo studio è concentrato nei parametri ma distribuito nella descrizione dei processi, poichè utilizza informazioni ottenute dai modelli digitali del terreno, da interpolazioni geostatistiche delle osservazioni puntuali di pioggia e da tecniche di telerilevamento delle caratteristiche dell'uso del suolo. I meccanismi di infiltrazione e separazione dei diversi contributi che concorreranno alla formazione del deflusso complessivo sono descritti attraverso un approccio che trae ispirazione dal Topmodel ([1]), il quale permette di descrivere con un modello semplice e basato sulle caratteristiche topografiche i meccanismi di produzione di deflusso superficiale, subsuperficiale e profondo. I processi di trasporto, illustrati nei paragrafi successivi, sono invece descritti utilizzando un approccio stocastico Lagrangiano basato sulle distribuzioni dei tempi di residenza dell'acqua all'interno del bacino. Il metodo trova il suo fondamento nella teoria geomorfologica della risposta idrologica per cui le distribuzioni dei tempi di residenza nei possibili percorsi all'interno del sistema sono legate all'idrogramma unitario istantaneo del bacino (e.g. [20]).

### 5.1.1 Separazione dei contributi di deflusso

La descrizione dei meccanismi di infiltrazione e redistribuzione dell'acqua alla superficie del suolo utilizzati all'interno del modello idrologico sviluppato, come precedentemente accennato, trae ispirazione dalla formulazione del Topmodel ([1]). A partire dalla descrizione delle caratteristiche topografiche del bacino prodotta dal DTM è possibile calcolare, per ciascun sottobacino la percentuale di aree sature. L'individuazione delle aree sature, che si dimostrano essere strettamente connesse ai pixel canale, consente di assumere che la pioggia che cade su di esse concorra tutta alla formazione di deflusso superficiale, mentre la precipitazione che cade su terreno non saturo si infiltra completamente. La portata superficiale viene dunque calcolata esclusivamente attraverso un meccanismo di Dunne, secondo il quale il suolo è caratterizzato da un volume finito. Terminato il volume disponibile per l'invaso della precipitazione il suolo si satura e la precipitazione è convertita in deflusso superficiale. Le zone sature del bacino

sono anche quelle che danno luogo alla produzione di portata subsuperficiale, mentre il deflusso profondo è costituito dai contributi di percolazione provenienti dalle aree insature del bacino; i contributi provenienti dalle aree sature vengono trascurati, poichè in queste zone è dominante il flusso laterale che determina la formazione di portata subsuperficiale.

Nella valutazione del deflusso superficiale si tiene conto di un contributo, denominato urbano, legato esclusivamente alle aree impermeabili. Tali deflussi, insieme al subsuperficiale e al profondo, vengono definiti tramite l'introduzione di serbatoi lineari. I volumi d'acqua contenuti nei diversi serbatoi vengono calcolati risolvendo i seguenti bilanci:

- deflusso superficiale:

$$\frac{dV_{sup}}{dt} = P \cdot (A_{sat}) - Q_{sup} \quad (5.1)$$

dove  $A_{sat}$  indica le aree sature e  $Q_{sup}$  viene espresso attraverso la convoluzione:

$$Q_{sup} = K_{sup} \cdot V_{sup} \quad (5.2)$$

dove  $K_{sup}$  è il coefficiente di propagazione del deflusso superficiale.

- deflusso urbano:

$$\frac{dV_{urb}}{dt} = P \cdot (A_{urb}) - Q_{urb} \quad (5.3)$$

dove  $A_{urb}$  indica le aree impermeabili e  $Q_{urb}$  viene espresso attraverso la convoluzione:

$$Q_{urb} = K_{urb} \cdot V_{urb} \quad (5.4)$$

dove  $K_{urb}$  è il coefficiente di propagazione del deflusso urbano.

- deflusso subsuperficiale:

$$\frac{dV_{sub}}{dt} = L_{sub} - Q_{sub} \quad (5.5)$$

dove  $L_{sub}$  indica il flusso d'acqua in uscita dal volume di controllo e  $Q_{sub}$  viene espresso attraverso la convoluzione:

$$Q_{sub} = K_{sub} \cdot V_{sub} \quad (5.6)$$

dove  $K_{sub}$  è il coefficiente di propagazione del deflusso subsuperficiale.

- deflusso profondo:

$$\frac{dV_{prof}}{dt} = L_{prof} - Q_{prof} \quad (5.7)$$

dove  $L_{prof}$  indica il flusso d'acqua in uscita dal volume di controllo e  $Q_{prof}$  viene espresso attraverso la convoluzione:

$$Q_{prof} = K_{prof} \cdot V_{prof} \quad (5.8)$$

dove  $K_{prof}$  è il coefficiente di propagazione del deflusso profondo.

Per poter risolvere l'equazione (5.1) è necessario conoscere la variazione dell'area satura  $A_{sat}$  di ciascun sottobacino in funzione del contenuto medio d'acqua  $s$ . L'area satura è definita tramite la seguente relazione:

$$A_{sat} = s^b \cdot (A_{sc}) + A_{cu} \quad (5.9)$$

Il termine  $A_{sc}$  indica l'area dello strato collaborante coincidente con l'area del bilancio di ogni singolo sottobacino:

$$A_{sc} = AA - A_{urb} - A_{cu} \quad (5.10)$$

dove  $AA$  e  $A_{cu}$  indicano rispettivamente le aree totali e le aree concave.

Della precipitazione caduta sul bacino di studio, si ha una frazione che concorre alla formazione del deflusso superficiale relativa alle aree urbane e sature e una frazione che contribuisce ad innescare il deflusso subsuperficiale e profondo. Quest'ultima si ricava dalla relazione:

$$I = P \cdot \left(1 - \frac{A_{sat} + A_{urb}}{AA}\right) \quad (5.11)$$

Dunque, il bilancio del contenuto d'acqua del suolo all'interno di un volume di controllo corrispondente alla strato di suolo collaborante (Figura 5.1) si esprime:

$$\frac{dV_{sc}}{dt} = I - L - ET \quad (5.12)$$

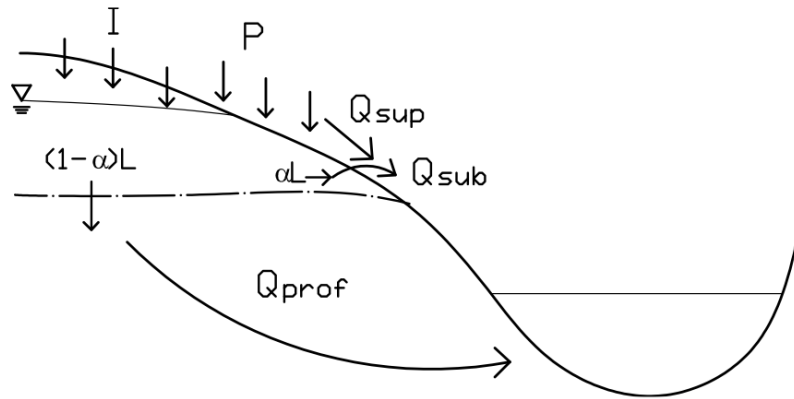


Figura 5.1: Schema del volume di controllo utilizzato nella formulazione del modello di separazione dei contributi di deflusso.

Dove il volume  $V_{sc}$  è definito:

$$V_{sc} = A_{sc} \cdot n \cdot Z \cdot s \quad (5.13)$$

I termini  $n$  e  $Z$  indicano rispettivamente la porosità del suolo e lo spessore dello strato collaborante di ciascun sottobacino. Il flusso d'acqua in uscita dal volume di controllo è:

$$L = K_0 s^c \quad (5.14)$$

dove  $K_0$  rappresenta la conducibilità idraulica a saturazione e  $c$  è il coefficiente di Clapp e Hornberger ([3]).

Il flusso d'acqua in uscita si suddivide nelle due componenti subsuperficiale e profonda:

$$L_{sub} = \alpha \cdot L \cdot A_{sc} \quad (5.15)$$

$$L_{prof} = (1 - \alpha) \cdot L \cdot A_{sc} \quad (5.16)$$

indicando con  $\alpha$  il parametro di calibrazione che determina la ripartizione tra i percorsi subsuperficiale e profondo del flusso d'acqua.

### 5.1.2 L'idrogramma unitario istantaneo

Il problema della trasformazione degli afflussi di precipitazione ad un bacino idrologico nei deflussi alla sua sezione di chiusura si traduce nella ricerca di un operatore  $F(\theta, t, \tau)$  che effettui la trasformazione:

$$Q(t) = F(\theta, t, \tau)[j(\tau)]$$

Il tempo  $\tau$  è calcolato rispetto all'inizio dell'evento corrente  $j(\tau)$ . Il tempo  $\theta$  viene computato da un'origine lontana del tempo e quindi tiene conto della "storia" del bacino precedente all'evento attuale. Il tempo  $t$  è un tempo cronologico che considera la dipendenza dei processi idrologici dal periodo considerato (potendosi pensare, cioè, di distinguere, ad esempio, tra estate ed inverno). L'approccio scelto tiene in considerazione la dipendenza della risposta idrologica sia dagli eventi precedenti, sia dal tempo cronologico. I processi di trasporto all'interno di un bacino idrologico possono essere infatti assunti sostanzialmente costanti rispetto alla 'storia idrologica' del sistema e rispetto alla stagione; la variabilità delle caratteristiche delle superfici, invece, dipende dal loro stato di umidità e risulta pesantemente influenzata da questi due fattori.

La teoria dell'idrogramma unitario istantaneo si fonda su due ipotesi: l'invarianza e la linearità del processo che trasforma i deflussi efficaci in portate. L'invarianza dell'operatore comporta che la risposta idrologica del bacino sia indipendente dal tempo: cioè che essa dipenda solo dall'intensità dell'impulso senza riguardo al momento nel quale esso sia prodotto (i.e. lo stesso impulso deve dare sempre la stessa risposta). La linearità impone che, date le intensità di precipitazione efficace  $j_{eff}^{(1)}(\tau)$ ,  $j_{eff}^{(2)}(\tau)$  e le relative risposte idrologiche del bacino  $Q_1(t)$ ,  $Q_2(t)$ , la risposta ad una precipitazione del tipo:

$$j_{eff}(\tau) = \alpha_1 j_{eff}^{(1)}(\tau) + \alpha_2 j_{eff}^{(2)}(\tau), \quad (5.17)$$

sia:

$$Q(t) = \alpha_1 Q_1(t) + \alpha_2 Q_2(t). \quad (5.18)$$

Un modo del tutto generale di rappresentare la risposta di un bacino, nell'ipotesi di linearità, fa capo alla definizione della risposta impulsiva del sistema. È questa la risposta del bacino (i.e. l'idrogramma di piena) corrispondente ad un volume di pioggia unitario iniettato istantaneamente nel sistema ed uniformemente nello spazio. Tale risposta impulsiva  $u(t)$  è detta idrogramma unitario istantaneo. Si sostituisce, così, ad una distribuzione discreta di  $j$ , una continua; si può dimostrare che la risposta  $Q(t)$  ( $[L^3/T]$ ) prodotta da una precipitazione efficace  $j(t)$  ( $[L/T]$ ) su di un bacino di superficie  $S$  ( $[L^2]$ ) può essere espressa mediante la:

$$Q(t) = S \int_0^t j(\tau) u(t - \tau) d\tau, \quad (5.19)$$

dove con  $j(t)$  si intende un'intensità mediata sull'area del bacino, assumendo che la scala caratteristica dei fronti di perturbazione sia molto più grande della scala del bacino stesso. La formulazione che si basa sull'idrogramma unitario istantaneo può dare luogo ad una quantità di modelli diversi; le differenze dipendono dalla forma attribuita alla funzione  $u(t)$ .

### 5.1.3 Il modello geomorfologico

Il modello utilizzato nel presente lavoro appartiene alla classe di modelli descritti in precedenza ed è il modello geomorfologico: tale modello consente di determinare la risposta idrologica di un bacino a partire dalle sue caratteristiche morfologiche. Il modello geomorfologico si fonda sulla considerazione che il tempo necessario ad una goccia d'acqua, iniettata in un punto generico del bacino, per giungere alla sezione di controllo è legato al cammino percorso e quindi alla morfologia della rete di drenaggio. La molteplicità delle situazioni che caratterizzano le vicende delle gocce d'acqua all'interno di un bacino rende inverosimile una trattazione deterministica del problema e richiede il ricorso ad un'impostazione probabilistica. Devono quindi essere specificate le grandezze probabilistiche associate a ciascun possibile cammino della goccia d'acqua individuato dallo studio cartografico della morfologia del bacino in esame. A questo proposito vale la pe-

na notare come la scala utilizzata abbia una grande influenza sulle caratteristiche attribuite al bacino. Per tale ragione la scala deve essere scelta sulla base delle dimensioni del bacino considerato, richiedendosi, generalmente, una definizione più precisa della rete per i bacini di dimensioni inferiori.

Lo studio delle distribuzioni dei tempi di residenza è lo strumento adatto a trattare i complessi processi coinvolti nella risposta idrologica a scala di bacino. Tale complessità deriva dal fatto che i mezzi fisici in cui hanno luogo i processi di trasformazione afflussi/deflussi costituiscono un insieme di formazioni naturali eterogenee. In base a questa eterogeneità è accettato che i modelli deterministici siano troppo grossolani per descrivere i processi idrologici (e.g. [17]).

Si consideri una particella in moto all'interno di un volume di controllo, soggetta ad un moto convettivo di natura idrologica; tale particella possiede una traiettoria che, al tempo  $t \neq 0$  sia solo parzialmente nota, ovvero, sia nota con una certa probabilità.

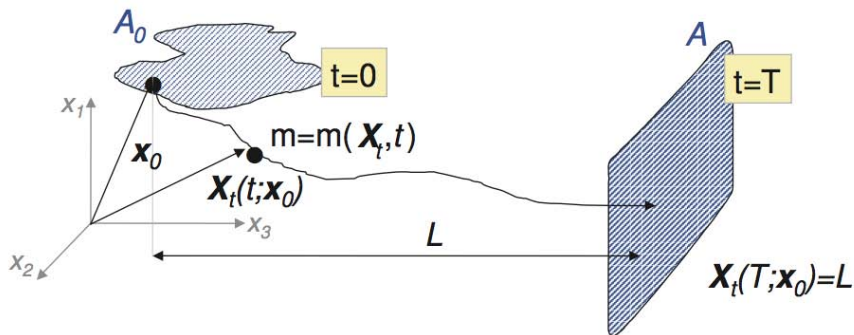


Figura 5.2: Schematizzazione della traiettoria di una particella di massa  $m$ .

Sia  $m(\mathbf{x}_0, t_0)$  la massa iniziale di una particella d'acqua iniettata al tempo  $t_0$  nella posizione iniziale  $\mathbf{X}_0(t_0) = \mathbf{x}_0$  (si veda la Figura 5.2); ogni traiettoria è definita dalle coordinate lagrangiane:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}(t; \mathbf{x}_0, t_0) = \mathbf{x}_0 + \int_0^t \mathbf{u}(\mathbf{X}(\tau), \tau) d\tau \quad (5.20)$$



dove  $\mathbf{u}(\mathbf{X}, t)$  rappresenta il vettore velocità. Si noti come la notazione (cfr. equazione 5.20) sottolinei il carattere lagrangiano dell'analisi in cui tutte le proprietà dipendono dalla traiettoria della particella. La distribuzione spaziale della concentrazione nel volume di controllo  $\nu$  è data da (Taylor, 1921):

$$C(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, t_0) = \frac{m}{\phi} \cdot \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}(t; \mathbf{x}_0, t_0)) \quad (5.21)$$

dove:

- i)  $\phi$  è la porosità del terreno, ovvero la porzione attiva del volume di trasporto;
- ii)  $\int_{\nu} C \phi d\mathbf{x} = m$ ;
- iii)  $\delta()$  è la funzione Delta di Dirac.

La distribuzione  $\delta$  è definita, semplicemente, da due proprietà integrali:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{x} \delta(\mathbf{x}) = 1 \quad (5.22)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x} = f(\mathbf{x}_0) \quad (5.23)$$

L'equazione (5.21) indica che la concentrazione è diversa da zero solo nel punto in cui si trova la particella (i.e. sulla sua traiettoria). È da notare come il sistema sopra descritto debba essere generalizzato al fine di essere applicato alla teoria della risposta idrologica, la quale è tipicamente caratterizzata da vaste aree di iniezione e da pronunciate variabilità temporali.

I processi idrologici definiscono l'evoluzione nel tempo e nello spazio della traiettoria della particella,  $\mathbf{X}(t; \mathbf{x}_0, t_0)$ , la quale è trattata come una variabile aleatoria, caratterizzata dalla distribuzione di probabilità degli spostamenti  $g(\mathbf{x}, t)$ ; quindi  $g(\mathbf{x}, t)d\mathbf{X}$  è la probabilità che la particella si trovi, al tempo  $t$ , nell'intorno di un generico punto  $\mathbf{x}$ . La media d'insieme sulle  $n$  possibili realizzazioni (i.e. percorsi delle particelle), diverse a causa della natura strutturalmente non ripetitiva dei sistemi naturali, porta alla relazione (e.g. Dagan, 1989; Taylor, 1921):

$$\langle C(\mathbf{x}, t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{m(\mathbf{X}, t)}{\phi} \cdot \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}) g(\mathbf{X}, t) d\mathbf{X} \quad (5.24)$$

Il caso particolare di soluto passivo, ovvero di un soluto la cui massa si conserva nel tempo e nello spazio, risulta significativo per lo studio dei processi di trasporto rilevanti alla risposta idrologica a scala di bacino. Nell'ipotesi di soluto passivo si può quindi porre  $m(\mathbf{x}, t) \approx m$ , ed assumere che la materia trasportata non influenzi il campo di moto. L'integrazione dell'equazione (5.24) (e.g. Taylor, 1921) porta alla:

$$\langle C(\mathbf{x}, t) \rangle = \frac{m}{\phi} g(\mathbf{x}, t) \quad (5.25)$$

nella quale la media d'insieme della concentrazione è proporzionale alla densità di probabilità degli spostamenti delle particelle.

Un'importante connessione tra il metodo lagrangiano descritto ed un approccio euleriano consiste nella determinazione di una relazione tra la densità di probabilità degli spostamenti delle particelle,  $g(\mathbf{x}, t)$ , e la distribuzione dei tempi di residenza in una sezione di controllo coincidente con la sezione di chiusura del bacino; tale sezione viene rappresentata come una barriera assorbente attraverso cui ogni particella iniettata nel volume di controllo,  $\nu$ , debba transitare in un tempo finito,  $\tau$ , con probabilità pari ad uno. Il tempo di primo passaggio,  $\tau$ , o tempo di residenza, è definito come l'intervallo di tempo tra l'iniezione della particella ed il transito di essa attraverso la sezione di controllo.

L'incertezza che caratterizza la traiettoria  $\mathbf{X}$  implica che il tempo di arrivo  $\tau$  sia una variabile aleatoria caratterizzata da una probabilità di non superamento  $P(\tau < t) = P(t; \mathbf{x}_0, t_0)$ . Il collegamento tra gli approcci euleriano e lagrangiano è definito dalla seguente relazione:

$$P(\tau < t) = 1 - P(\tau > t) = 1 - \int_{\nu} g(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, t_0) d\mathbf{x} \quad (5.26)$$

Infatti  $\int_{\nu} g(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, t_0) d\mathbf{x}$  rappresenta la probabilità che la particella si trovi all'interno del volume di controllo al tempo  $t$ , ossia che il tempo di residenza sia maggiore di  $t$ .

Sostituendo la (5.25) nella (5.26), si ottiene la fondamentale relazione:

$$P(\tau > t) = \frac{\phi}{m} \int_{\nu} \langle C(\mathbf{x}, t) \rangle d\mathbf{x} = \frac{\langle M(t) \rangle}{m}$$

dove  $\langle M(t) \rangle$  è la media d'insieme della massa presente nel volume di controllo al tempo  $t$ , mentre  $m$  rappresenta la massa totale iniettata. Derivando ambo i membri e ricordando che  $f(t)$  è la densità di probabilità dei tempi di residenza, si ottiene, per un'iniezione di massa unitaria:

$$f(t) = \frac{dP(\tau < t)}{dt} = -\frac{dP(\tau > t)}{dt} = -\frac{1}{m} \frac{d\langle M(t) \rangle}{dt} \quad (5.27)$$

Per intervalli di tempo successivi all'iniezione, il bilancio di massa all'interno del volume di controllo impone che:

$$\frac{d\langle M \rangle}{dt} = -Q(t) \quad (5.28)$$

dove  $Q(t)$  è la portata di massa in uscita dal volume di controllo,  $\nu$ . Da quest'ultima osservazione e dalla (5.27), si ottiene:

$$f(t) = \frac{Q(t)}{m} \quad (5.29)$$

La densità di probabilità dei tempi di residenza coincide, quindi, con la portata di massa in uscita dal volume di controllo a seguito di una iniezione istantanea di massa unitaria  $m$ ; il significato fisico risulta evidente: nell'idrologia superficiale, quando l'input è la pioggia efficace unitaria, la densità di probabilità dei tempi di residenza risulta essere l'idrogramma unitario istantaneo. La determinazione di  $f(t)$  si riconduce all'identificazione della distribuzione di probabilità relativa ai diversi percorsi disponibili alle particelle che cadano sulla superficie del bacino. Per fare questo si individuano, all'interno del bacino, degli stati, dalla cui composizione si ottengono tutti i percorsi possibili attraverso i quali le particelle d'acqua devono transitare. Indicato con  $\Omega$  l'ordine del bacino, si definisce  $c_i$ ,  $1 \leq i \leq \Omega$ , lo stato *canale*  $i$  secondo la numerazione di Strahler; si definisce  $v_i$ ,  $1 \leq i \leq \Omega$ , lo stato *versante* del bacino che drena nel canale  $i$ . Si assume ([19]) che le particelle si trovino, inizialmente, negli stati *versante*. Di conseguenza le

particelle, inizialmente poste in una delle regioni  $v_i$ , si trovano a dover seguire le seguenti regole:

- a) l'unica transizione fuori da uno stato  $v_i$  permessa è del tipo  $v_i \longrightarrow c_i$ ,  $1 \leq i \leq \Omega$ ;
- b) l'unica transizione fuori da uno stato  $c_i$  permessa è del tipo  $c_i \longrightarrow c_j$  con  $j \geq i$ ,  $i = 1, 2, \dots, \Omega$ ;
- c) lo stato  $c_{\Omega+1}$  definisce la sezione di chiusura del bacino idrografico (i.e. la barriera assorbente).

Tali regole definiscono un insieme,  $\Gamma$ , di percorsi,  $\gamma$ , che una particella potrebbe seguire nel suo percorso fino alla sezione di chiusura (e.g. 5.3). Ogni particella d'acqua passerà un certo tempo,  $T_x$ , in ogni singolo stato che attraversa; tale tempo è una variabile aleatoria caratterizzata da una densità di probabilità  $f_x(t)$ . Nell'ipotesi di indipendenza statistica dei tempi di residenza all'interno di due stati differenti, si ha che il tempo di residenza complessivo all'interno del generico percorso  $\gamma_i$ , è dato da:

$$T_\gamma = T_{x_1} + T_{x_2} + \dots + T_{x_k} \quad (5.30)$$

con  $x_1, \dots, x_k \in (v_1, \dots, v_\Omega, c_1, \dots, c_\Omega)$ . Dall'indipendenza statistica della variabile aleatoria  $T_{x_i}$  risulta che la densità di probabilità della somma dei tempi di residenza,  $T_\gamma$ , è la convoluzione delle singole densità di probabilità:

$$f_\gamma(t) = f_{x_1} * \dots * f_{x_k} \quad (5.31)$$

dove l'asterisco indica il termine di convoluzione.

La distribuzione della densità dei tempi di residenza  $f(t)$  alla sezione di chiusura di un sistema la cui massa iniziale sia distribuita sull'intero dominio (e.g. [19]; [8]) è data da:

$$f(t) = \sum_{\gamma \in \Gamma} p(\gamma) f_\gamma(t) \quad (5.32)$$

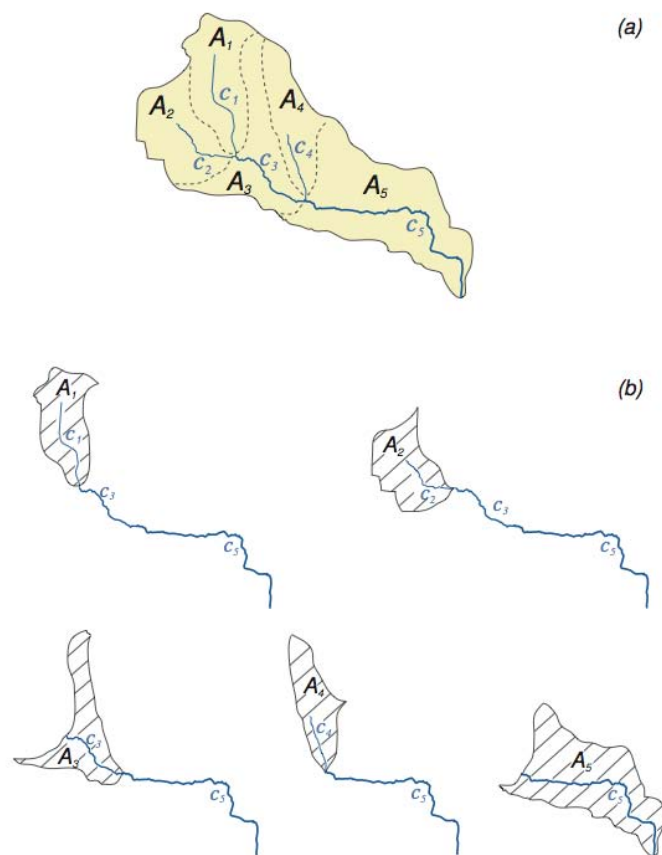


Figura 5.3: *Identificazione dei percorsi accessibili ad una particella d'acqua in un generico bacino idrografico.*

dove  $p(\gamma)$  rappresenta la probabilità che una particella si trovi a seguire il generico percorso  $\gamma = \{x_1, \dots, x_k\}$ ; tale probabilità, nel caso di precipitazione uniforme, è data dal rapporto tra l'area afferente al percorso  $\gamma$  e l'area totale. L'equazione (5.32) mostra come, durante il processo di trasporto, l'impulso di precipitazione subisca una dispersione legata all'eterogeneità dei possibili percorsi delle particelle (i.e. dispersione geomorfologica, e.g. [17]). La questione dei tempi di residenza nello stato *versante* impone alcune considerazioni con riferimento sia ai processi di trasporto della massa sia al fatto che la velocità delle particelle aumenti di almeno un ordine di grandezza una volta che l'acqua abbia raggiunto gli stati *canale*. Al fine di determinare i tempi di residenza fuori rete si introduce una densità di probabilità di tipo esponenziale:

$$f_{h_i}(t) = \lambda_{h_i} e^{-\lambda_{h_i} t} \quad (5.33)$$

dove con  $h_i$  si indica l' $i$ -esimo stato fuori rete, e

$$\lambda_{h_i} = \frac{1}{2D \cdot V_h},$$

dove  $D$  è la densità di drenaggio locale e  $V_h$  è una caratteristica scala di velocità nei versanti.

## Il trasporto di massa con dispersione

La componente geomorfologica non è l'unica sorgente di dispersione presente nel sistema; esiste infatti una componente dispersiva idrodinamica agente nei singoli tratti dei corsi d'acqua legata alle fluttuazioni turbolente di velocità.

Per rendere conto di tali fenomeni e quantificarli si consideri il moto del fluido in un generico tratto di corso d'acqua di lunghezza  $L$ . Il campo di moto  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  all'interno del tratto al tempo  $t$  può essere scomposto in due termini: una componente media  $\langle \mathbf{u} \rangle = E[\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)]$  ed una fluttuante  $\mathbf{u}'(\mathbf{x}, t)$ :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \langle \mathbf{u} \rangle + \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t) \quad (5.34)$$

Integrando l'equazione (5.34) è possibile esprimere la posizione  $\mathbf{x}(t)$  della particella, al tempo  $t$ :

$$\mathbf{X}(t) = \langle \mathbf{X} \rangle + \mathbf{X}'(t; \mathbf{X}_0, t_0) + \mathbf{X}_B(t)$$

dove

$$\langle \mathbf{X} \rangle = \langle \mathbf{u} \rangle t$$

$$\mathbf{X}'(t) = \int_0^t \mathbf{u}'(\mathbf{x}(\tau), \tau) d\tau$$

e  $\mathbf{x}_0$  è la posizione della particella al tempo  $t = 0$ ; il termine  $\mathbf{X}_B(t)$  definisce una componente isotropica e browniana del moto, la quale viene matematicamente definita da  $\langle \mathbf{X}_B \rangle = 0$ , media nulla, e varianza pari a  $\langle \mathbf{X}_B^2 \rangle = 2D_B t$ , con  $D_B$  coefficiente di diffusione.

Al fine di caratterizzare la densità di probabilità degli spostamenti  $g(\mathbf{x}, t)$ , si utilizza il modello di Fokker-Planck:

$$\frac{\partial g(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \sum_i \langle u \rangle_i \frac{\partial g(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i} = \sum_i \sum_j D_{ij}(t) \frac{\partial^2 g(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i \partial x_j} \quad (5.35)$$

dove  $D_{ij}(t)$  è il tensore di dispersione. La funzione  $g(\mathbf{x}, t)$  caratterizza la probabilità che la traiettoria di una particella sia in  $\mathbf{x}$ , al tempo  $t$ ; la probabilità massima è data dalla traiettoria media  $\langle X \rangle_i = \langle u \rangle_i t$ . Il termine  $\sum_i \langle u \rangle_i \frac{\partial g(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i}$  tende a spostare la probabilità massima lungo la traiettoria media, mentre il secondo membro dell'uguaglianza considera la probabilità di avere degli scostamenti dalla traiettoria media, dovuti alle fluttuazioni turbolente della velocità. È da notare che, matematicamente, il termine diffusivo è generalmente anisotropo e dipendente dal tempo (poichè è legato alla struttura eterogenea dei campi convettivi), ma indipendente dallo spazio (e.g. [20]), in contrasto con i modelli di tipo Fickiano.

Si vogliono, ora, tradurre le equazioni di fondamento idrodinamico che descrivono la dipendenza spazio-temporale della profondità  $y(x, t)$  del moto, in equazioni che determinano la forma della densità di probabilità  $g(x, t)$ . Si consideri, pertanto, l'equazione di De Saint-Venant:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha \frac{v^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + h \right) = -\frac{\beta}{g} \frac{\partial V}{\partial t} - j \quad (5.36)$$

dove  $v$  è la velocità media nella sezione,  $P$  la pressione in un generico punto al suo interno e  $h$  la quota di tale punto rispetto ad un piano di riferimento. Si noti che:

$$\frac{P}{\gamma} + h = y + z$$

dove  $y$  è appunto la profondità del moto, mentre  $z$  è la quota del fondo rispetto al piano di riferimento. Ponendo  $\alpha$ , il coefficiente di Coriolis, pari ad 1, come usuale i problemi fluviali (e.g. Rodriguez-Iturbe e Rinaldo, 1997) l'equazione (5.36) diviene:

$$\frac{1}{g} V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} - j \quad (5.37)$$

ovvero:

$$\frac{1}{g} V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + i_f - j \quad (5.38)$$

dove  $i_f = -\partial z/\partial x$  è la pendenza del fondo.

A questa equazione si aggiunga l'equazione di continuità per una corrente lineare:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (5.39)$$

Il sistema di equazioni dato dalla (5.38) e dalla (5.39) permette di risolvere la propagazione di un'onda di piena.

Se si ipotizza una successione di moti permanenti ( $\partial V/\partial t = 0$ ) e, se si trascurano le accelerazioni locali ( $\partial V/\partial x = 0$ ), si ottiene il modello dell'onda parabolica:

$$j = i_f - \frac{\partial y}{\partial x} \quad (5.40)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (5.41)$$

È questa una buona approssimazione quando le onde non sono molto ripide e dunque ben sia adatta allo studio della propagazione di un'onda di piena in un corso d'acqua.



Supponiamo ora, per semplicità di calcolo, che il canale sia rettangolare, cioè che valga:  $A = B y$ . Le equazioni che reggono il moto sono dunque:

$$j = i_f - \frac{\partial y}{\partial x} \quad (5.42)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (5.43)$$

Assumendo valide le formule di moto permanente si ha:

$$Q = CA^\gamma j^{1/2} = CA^\gamma \left( i_f - \frac{\partial y}{\partial x} \right) \quad (5.44)$$

dove  $\gamma = 3/2$ .

La derivata spaziale della portata è dunque:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial j} \frac{\partial j}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial A} B \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{\partial Q}{\partial j} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (5.45)$$

nella cui formulazione si è sfruttata la (5.42) per esprimere la derivata spaziale di  $j$ . Utilizzando la (5.45), la (5.43) può ora essere riscritta:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial A} \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial j} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (5.46)$$

Si utilizzi ora la (5.44) per esprimere le derivate di  $Q$  rispetto ad  $A$  e  $j$ :

$$\frac{\partial Q}{\partial A} = C\gamma A^{\gamma-1} j^{1/2} = \frac{3}{2} V = a \quad (5.47)$$

$$\frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial j} = \frac{A}{B\gamma j} C\gamma A^{\gamma-1} \frac{1}{2} j^{-1/2} = \frac{ay}{3\sqrt{i_f - \frac{\partial y}{\partial x}}} \cong \frac{ay_0}{3i_f} = D_H$$

Il parametro  $a$  si definisce celerità di propagazione dell'onda di piena, mentre  $D_H$  rappresenta il coefficiente di dispersione idrodinamica.

La (5.46) diviene quindi:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + a \frac{\partial y}{\partial x} = D_H \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (5.48)$$

che è un'equazione del tipo dispersione-diffusione (dispersione idrodinamica espressa da  $D_H$ ) con una componente di natura convettiva (celerità di propagazione  $a$ );

tale equazione è del tipo della (5.35). Infatti si può dimostrare che, nelle ipotesi descritte, valga la proporzionalità  $y(x, t) \propto g(x, t)$ <sup>1</sup>.

Senza perdita di generalità si può semplificare la (5.48) introducendo la nuova variabile indipendente  $s = x - at$ . La (5.48) diviene così:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = D_H \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} \quad (5.49)$$

Moltiplicando la (5.49) per  $s^2$  e integrando tra  $-\infty$  e  $+\infty$ , si ottiene:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s^2 \frac{\partial y}{\partial t} ds = \int_{-\infty}^{+\infty} D_H s^2 \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} ds = D_H \left[ s^2 \frac{\partial y}{\partial s} - 2sy \right] + 2D_H \int_{-\infty}^{+\infty} y ds \quad (5.50)$$

Se:

$$\lim_{s \rightarrow \pm\infty} s^2 \frac{\partial y}{\partial s} = 0$$

e:

$$\lim_{s \rightarrow \pm\infty} sy = 0$$

allora la (5.50) può essere riscritta:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{+\infty} s^2 y ds = 2D_H \int_{-\infty}^{+\infty} y ds \quad (5.51)$$

Si noti che, assumendo come riferimento di coordinate il baricentro di  $y(s)$ , la varianza di  $y(s)$  è definita:

$$\sigma^2(t) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} s^2 y ds}{\int_{-\infty}^{+\infty} y ds} \quad (5.52)$$

La varianza costituisce una misura di quanto “dispersa” sia la massa rispetto al baricentro della distribuzione. La (5.51) fornisce allora:

$$\frac{d\sigma^2}{dt} = 2D_H \quad (5.53)$$

---

<sup>1</sup>Indicata con  $x$  la coordinata intrinseca, parallela in ogni sezione alla velocità media  $\langle \mathbf{u} \rangle$ , sia  $g(x, t)$  la probabilità che la particella rilasciata in  $x_0$  in  $t = 0$  si trovi in  $(x, x + dx)$  al tempo  $t$ . La probabilità che al tempo  $t$  la particella si trovi ancora all'interno del ramo considerato è  $P[T \geq t] = \int_0^L g(x, t) dx$ , ovvero  $P[T \leq t] = 1 - \int_0^L g(x, t) dx$ . La densità di probabilità del tempo di residenza nel tratto considerato è dunque  $f(t) = -\frac{d}{dt} \int_0^L g(x, t) dx$ , e ricordando che  $f(t) = u(t) = -\frac{dV}{dt}$ , si ha  $\frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} \int_0^L g(x, t) dx$ , ovvero  $V = \int_0^L g(x, t) dx$ . Se il canale è prismatico si ha d'altra parte  $V = \int_0^L y(x, t) dx$ , da cui  $y(x, t) \propto g(x, t)$ , c.v.d.

nella quale si è tenuto conto del fatto che

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{+\infty} y ds = \frac{\partial M}{\partial t} = 0$$

poichè la massa totale  $M$  deve conservarsi.

La (5.53) porge allora:

$$\sigma^2(t) \propto 2D_H t \quad (5.54)$$

Questa relazione indica che la varianza di  $y(s)$  cresce linearmente nel tempo e proporzionalmente al coefficiente di dispersione. È questa una proprietà generale dell'equazione della dispersione (5.48).

### L'idrogramma unitario istantaneo geomorfologico

Dalla relazione  $f(t) = -d/dt \int_V g(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x}$  e risolvendo la (5.35) con le opportune condizioni al contorno, si ottiene la densità di probabilità dei tempi di residenza. Le appropriate condizioni al contorno per risolvere la (5.35) sono le seguenti:

i)  $g(x, 0) = 0$  per  $x \neq 0$ ; per  $x = 0$  vale:

$$| \langle u \rangle g(x, t) - D_L \frac{\partial g}{\partial x} |_{x=0} = \delta(t) \quad (5.55)$$

ii) barriera assorbente per  $x = L$ , per cui  $g(L, t) = 0$ .

Al fine di ottenere una soluzione forma chiusa è utile introdurre la trasformata di Laplace:

$$\hat{f}(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

Mentre la sua inversa è:

$$f(t) = \int_0^{\infty} \hat{f}(s) e^{st} ds$$

La trasformata di Laplace gode della proprietà seguente:

$$(f * g)(s) = \hat{f}(s) \hat{g}(s)$$

La soluzione risulta, quindi:

$$f_x(t) = \frac{L(\gamma)}{(4\pi D_H t^3)^{1/2}} \exp \left\{ \left( -\frac{(L - at)^2}{4 D_H t} \right) \right\}, \quad (5.56)$$

Dal sistema di equazioni composto dalla (5.32) e dalla (5.56) si ottiene la soluzione, per una rete di canalizzazioni:

$$f(t) = \frac{1}{(4\pi D_H)^{1/2}} \sum_{\gamma \in \Gamma} p(\gamma) L(\gamma) * t^{-3/2} \exp \left\{ \left( -\frac{(L(\gamma) - at)^2}{4 D_H t} \right) \right\}, \quad (5.57)$$

dove  $L(\gamma)$  è la lunghezza del percorso  $\gamma$ .

## Capitolo 6

# Applicazione del modello di risposta idrologica al bacino del torrente Leogra

Il modello di risposta idrologica è costituito da due distinti moduli:

1. un modulo per il calcolo della distribuzione spazio-temporale delle precipitazioni a partire dalle osservazioni puntuali disponibili;
2. un modulo che procede alla separazione dei volumi affluiti nei diversi termini di deflusso superficiale, subsuperficiale e profondo e che effettua la convoluzione dei diversi contributi con gli appropriati idrogrammi unitari istantanei.

Si riportano nel seguito la caratterizzazione della struttura della rete ottenuta dal DTM e la risultante suddivisione in sottobacini, componenti essenziali del modello idrologico geomorfologico sviluppato. Si esegue inoltre un'analisi di sensibilità del modello rispetto ai principali parametri e si illustra la calibrazione definitiva del modello stesso e delle sue performance.

## 6.1 Estrazione della rete e suddivisione in sottobacini

La rete di drenaggio del bacino del torrente Leogra (Figura 6.1), ottenuta attraverso l'analisi geomorfologica delle carte digitali del terreno (DTM con pixel di 50 m) è costituita da 33 sottobacini, con il bacino più piccolo di superficie pari a 0,052 km<sup>2</sup> e quello più grande pari a 6,115 km<sup>2</sup>. Il bacino del Leogra chiuso a Torrebelticino si estende per una superficie totale pari a circa 68 km<sup>2</sup>. L'estrazione è stata ottenuta ponendo una soglia sull'area cumulata pari a 475 pixel, ovvero pari a 1,19 km<sup>2</sup> ottenendo una densità di drenaggio pari a 0,621 km<sup>-1</sup>. La dimensione dei sottobacini risulta fondamentale per la corretta definizione dei parametri del modello idrologico, assunti uniformi all'interno degli stessi sottobacini, considerati come unità morfologiche elementari.

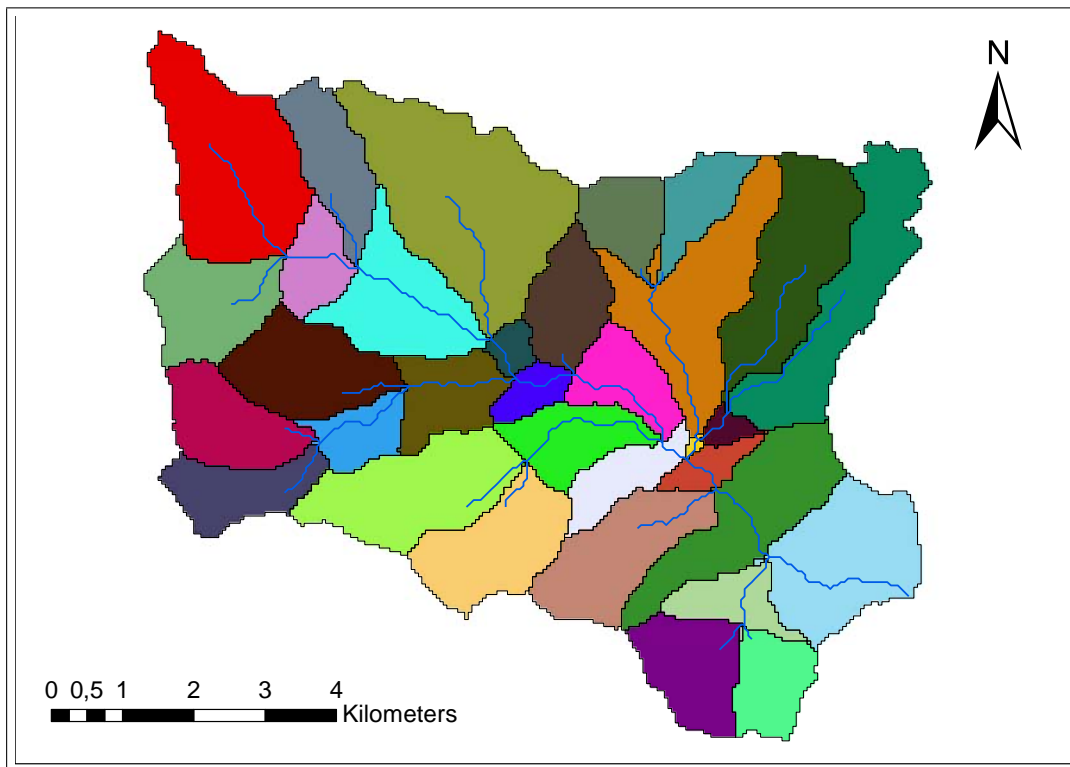


Figura 6.1: Estrazione del reticolo idrografico: rete estratta con 33 sottobacini.

La soglia sull'area cumulata è stata identificata dopo diverse prove in modo che la rete estratta riproducesse in maniera soddisfacente l'idrografia reale disponibile in formato shapefile (Figura 6.2); si osserva come in alcune zone la rete idrografica estratta sia più dettagliata dell'idrografia di riferimento, mentre in altre zone la rete estratta non riesce a individuare dei tratti della rete idrografica di riferimento. Si è quindi cercato di giungere a una soluzione che riuscisse a descrivere al meglio la rete idrografica ricordando comunque che l'idrografia di riferimento può essere soggetta ad errori di valutazione.

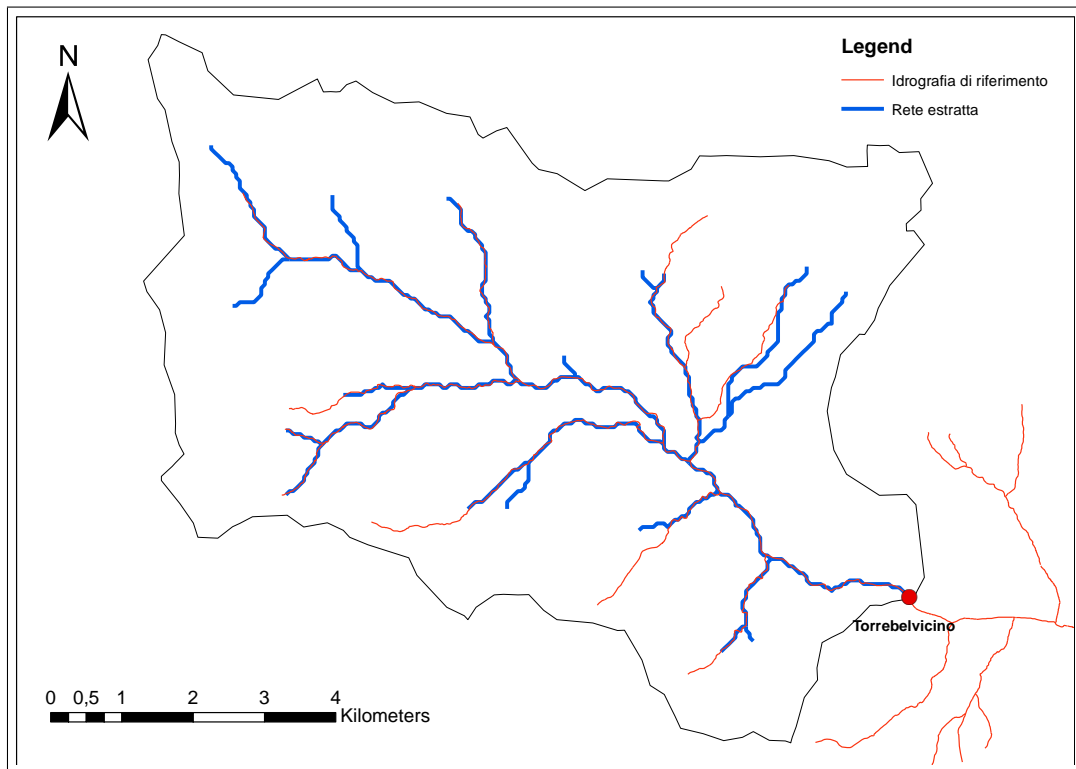


Figura 6.2: Confronto tra la rete estratta con densità di drenaggio pari a  $0,621 \text{ km}^{-1}$  e l'idrografia di riferimento (da shapefile).

## 6.2 Riassegnazione dei codici dei sottobacini

Come visto nel paragrafo 3.3, dall'estrazione della rete si ottiene in output il file *Output Network Connectivity Tree* che descrive la connettività topologica della rete; questo file per essere usato nel modello geomorfologico deve essere modificato, infatti il codice gestisce file in cui la numerazione dei singoli tratti della rete è crescente da 0 a 32 (si sta considerando un'estrazione della rete con 33 sottobacini), mentre il TauDEM produce in output un file che ha la numerazione decrescente da 32 a 0. L'operazione da compiere consiste nel modificare la quarta colonna del file *Output Network Connectivity Tree*, che indica il codice del tratto di valle (Paragrafo 3.3) in modo da renderla coerente con la numerazione relativa al codice. Successivamente si riassegna il codice di ogni sottobacino dello shapefile watershed: la numerazione originale parte dal codice 0 (sottobacino più lontano) e arriva al codice 32 (sottobacino più vicino). In questo caso si inverte l'ordine e al nuovo ordine si aggiunge 1 definendo un nuovo codice  $I_{def}$  (figura 6.3).

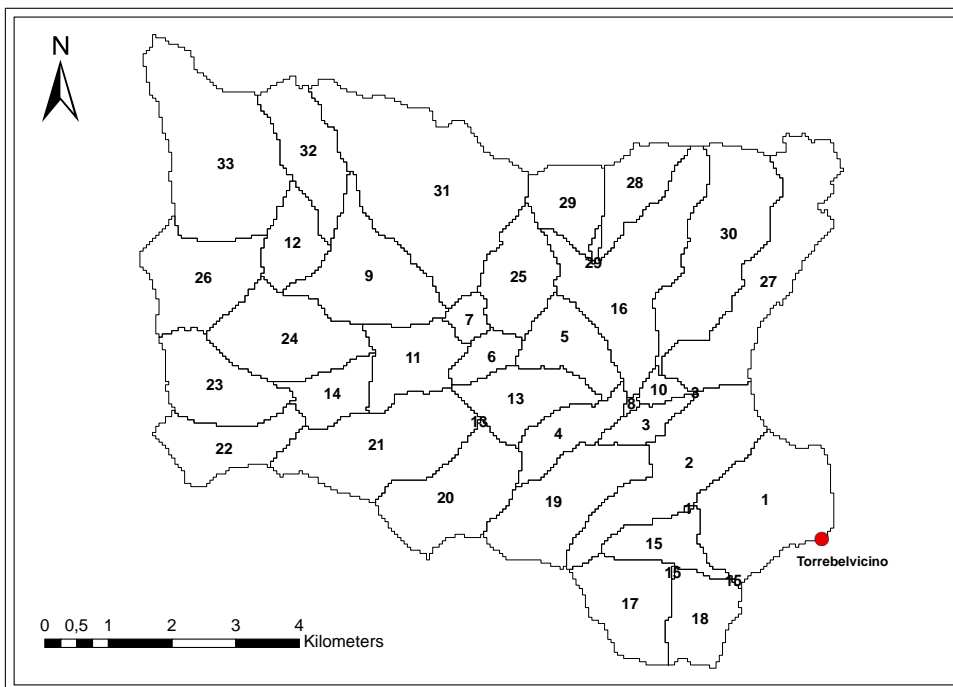


Figura 6.3: *Rappresentazione dei sottobacini appartenenti al bacino del Leogra.*



### 6.3 Determinazione dello spessore dello strato collaborante dei sottobacini

La separazione dei volumi affluiti nei diversi termini di deflusso superficiale, sub-superficiale e profondo è di fondamentale importanza nella descrizione della risposta idrologica di un bacino; per cercare di ottenere una buona descrizione dei diversi termini di deflusso si è eseguita un'accurata caratterizzazione delle eterogeneità dei suoli, in particolare per quanto riguarda le differenze dello spessore di suolo collaborante ai fini idrologici nelle diverse zone del bacino. Si considera quindi che lo spessore dello strato collaborante sia variabile all'interno del bacino a seconda della curvatura del terreno presente. Per riuscire a valutare la diversità dello spessore collaborante si è eseguita un'analisi riguardante le curvature del terreno del bacino del Leogra. Si ricorda che in Arcgis la curvatura negativa indica le aree concave e viceversa la curvatura positiva le aree convesse. Inizialmente si sono eseguite 10 operazioni di filtraggio del Dem originale in modo da ottenere un Dem più smussato e da ridurre l'importanza delle celle anomale (asperità locali). Sulla base del Dem filtrato 10 volte si è valutata la curvatura del terreno interessato e si è quindi suddiviso l'intero territorio in tre classi (Figura 6.4) imponendo diversi valori di soglia sulla curvatura:

- $\nabla^2 z < -0,2$ : per valori di curvatura minori di questo limite si hanno le aree concave, che saranno indicate con  $A_{CU}$  (fondovalle);
- $-0,2 < \nabla^2 z < 0,02$ : a questo intervallo appartengono le aree che hanno curvatura nulla, ovvero le aree piatte che si indicheranno con  $A_{CN}$ ;
- $\nabla^2 z > 0,02$ : per valori di curvatura maggiori di tale limite si hanno le aree convesse, che saranno indicate con  $A_{CD}$  (spartiacque).

Successivamente si deve considerare il diverso contributo che offrono al deflusso le zone occupate da terreno impermeabile; alle tre classi viste sopra quindi se ne aggiunge una quarta che indica le aree impermeabili presenti nel bacino oggetto di studio (Figura 6.5). Si andranno quindi a considerare tra le aree concave,

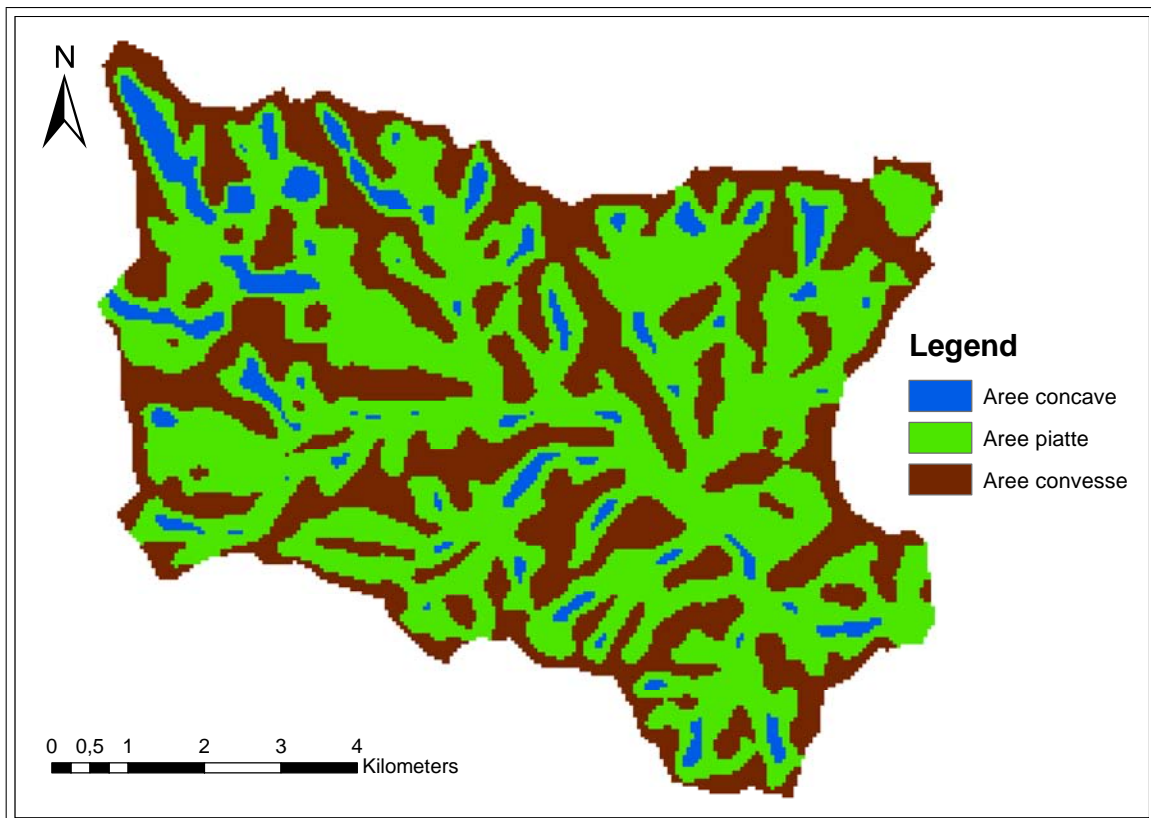


Figura 6.4: *Rappresentazione del bacino del Leogra secondo le tre diverse tipologie di aree: aree concave, aree piatte e aree convesse.*

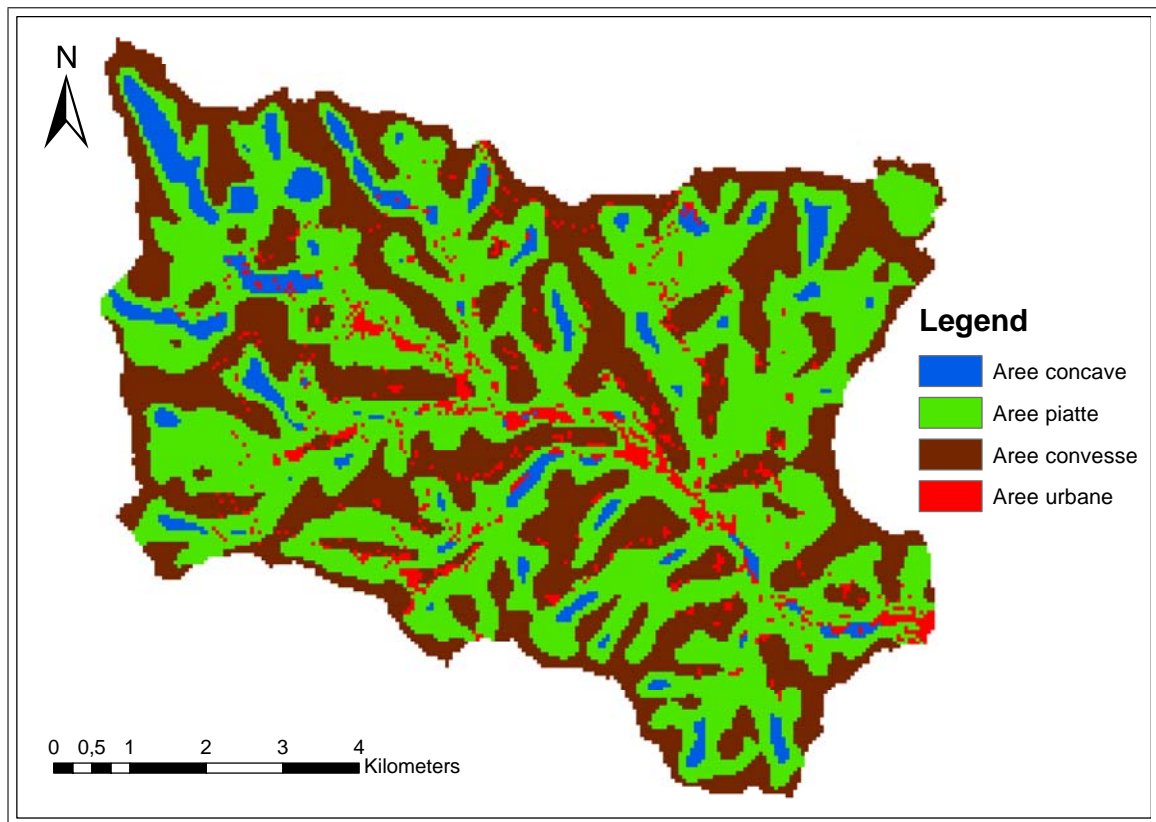


Figura 6.5: Rappresentazione del bacino del Leogra secondo le quattro diverse tipologie di aree: aree concave, aree piatte, aree convesse e aree impermeabili.

le aree piatte e le aree convesse quelle che sono occupate da aree impermeabili indipendentemente dal tipo di curvatura che presentano. È interessante osservare come le aree concave occupano la zona relativa al fondovalle alluvionale, mentre le aree convesse occupano la zona relativa agli spartiacque, ovvero i confini di ciascun sottobacino. Si osserva come nel territorio interessato siano prevalenti le aree piatte  $A_{CN}$  e le aree convesse  $A_{CD}$  che occupano rispettivamente il 50,8% e il 38,7% dell'intera superficie del bacino. Al contrario le aree concave  $A_{CU}$  e le aree urbane  $A_{URB}$  occupano una porzione di territorio più limitata, pari rispettivamente al 5,8% e al 4,7% dell'intera superficie del bacino (vedi tabella 6.1).

Tipo di area	Area [ $Km^2$ ]	Percentuale Area [%]
<b>Aree concave</b> $A_{CU}$	3,94	5,8
<b>Aree piatte</b> $A_{CN}$	34,43	50,8
<b>Aree convesse</b> $A_{CD}$	26,23	38,7
<b>Aree urbane</b> $A_{URB}$	3,15	4,7

Tabella 6.1: *Superfici e relative percentuali delle quattro diverse tipologie di aree del bacino del Leogra: aree concave, aree piatte, aree convesse e aree impermeabili.*

A seconda della diversa curvatura si assegnerà un diverso valore dello strato collaborante  $Z_r$ ; in particolare nelle aree concave  $A_{CU}$  e nelle aree urbane  $A_{URB}$  si assegna uno spessore collaborante nullo, dato che in queste zone l'acqua che cade si trasforma totalmente in deflusso superficiale. Nelle zone piatte  $A_{CN}$  si assegna invece uno spessore collaborante costante e pari al valore di  $Z_r$  che si introduce nei parametri di input (Tabella 6.2). Per quanto riguarda le aree convesse  $A_{CD}$  la procedura risulta più elaborata: si deve innanzitutto calcolare la curvatura media di ogni sottobacino nelle sole aree convesse e successivamente assegnare a ciascun sottobacino un valore dello spessore collaborante relativo a tali aree. Si sono quindi isolate le aree convesse  $A_{CD}$  appartenenti al bacino e si è calcolata la curvatura media delle aree convesse per ognuno dei 33 sottobacini (Figura 6.6); a seconda della diversa convessità che presenta il terreno varierà il volume d'acqua invasabile a causa del diverso spessore dello strato collaborante. Per tenere conto di tale differenziazione si assegna il valore dello spessore relativo alle sole aree convesse del singolo sottobacino mediante una funzione lineare dipendente proprio dalla curvatura media calcolata:

$$Z_{CD}(i) = \frac{1}{0,2} \cdot Z_r \cdot (0,2 - Curv_{CD}(i)) \quad (6.1)$$

dove:

- $Z_{CD}(i)$  è lo spessore dello strato collaborante delle sole aree convesse  $A_{CD}$  nel sottobacino  $i$ -esimo;

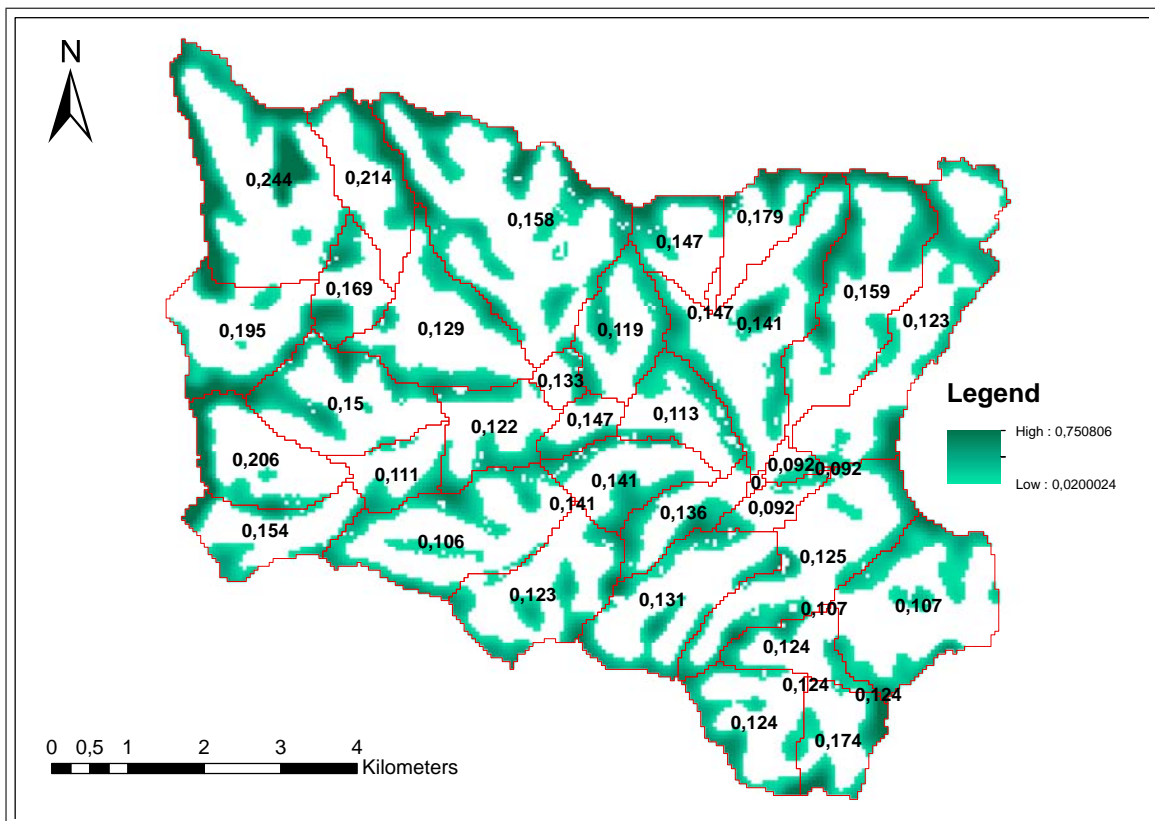


Figura 6.6: *Rappresentazione delle curvature delle sole aree convesse  $A_{CD}$  del bacino dell'Leogra. I valori segnati indicano il valore della curvatura media delle sole aree convesse  $A_{CD}$  in ciascun sottobacino.*

- $Z_r$  è un parametro di taratura;
- $Curv_{CD}(i)$  è il valore della curvatura media nelle sole aree convesse relativa al sottobacino  $i$ -esimo.

Tale funzione lineare è limitata superiormente se  $Curv_{CD} = 0$  ed è pari a  $Z_{CD} = Z_r$ ; è limitata inferiormente se  $Curv_{CD} = 0,2$  ed è pari a  $Z_{CD} = 0$ . La relazione (6.1) permette quindi, a partire da un unico valore di input dello spessore collaborante  $Z_r$ , di attribuire ad ogni singolo sottobacino un valore diverso dello spessore collaborante relativo alle sole aree convesse  $Z_{CD}$ , dipendente dalla curvatura media delle sole aree convesse presenti nel sottobacino.

<b>Tipo di area</b>	<b><math>Z</math>[mm]</b>
<b>Aree concave</b> $A_{CU}$	0
<b>Aree piatte</b> $A_{CN}$	$Z_r$
<b>Aree convesse</b> $A_{CD}$	$0 \div Z_r$
<b>Aree urbane</b> $A_{URB}$	0

Tabella 6.2: *Spessore dello strato collaborante delle quattro diverse tipologie di aree del bacino del Leogra: aree concave, aree piatte, aree convesse e aree impermeabili.*

Infine per valutare lo spessore medio ( $Z$ ) dello strato collaborante in ogni sottobacino si esegue una media pesata tra lo spessore  $Z_r$  relativo alle aree piatte  $A_{CN}$  e lo spessore  $Z_{CD}$  relativo alle aree convesse  $A_{CD}$ :

$$Z(i) = \frac{Z_r \cdot A_{CN} + Z_{CD}(i) \cdot A_{CD}}{A_{CN} + A_{CD}} \quad (6.2)$$

Quindi per ogni sottobacino si può ottenere un valore medio dello strato collaborante che dipende dal tipo di curvatura caratteristica del sottobacino. In questo modo si riescono a valutare in maniera più accurata i diversi contributi dovuti al deflusso superficiale, al deflusso subsuperficiale e al deflusso profondo.

## 6.4 Determinazione della conducibilità idraulica dei sottobacini

Un ulteriore parametro che influenza notevolmente la separazione nei diversi contributi dei deflussi è la conducibilità idraulica; tale parametro dipende dalla natura del terreno e, dunque, dalla caratterizzazione geo-pedologica dello stesso ([14]). Per l'applicazione del metodo di separazione dei deflussi si individuano all'interno del bacino cinque zone omogenee dal punto di vista pedo-morfologico (Figura 6.7), ciascuna caratterizzata da un valore tipico di conducibilità, come riportato nella Tabella 6.3 ([25]). Le diverse classi di tipo di suolo sono:

- PD: a tale classe appartengono i versanti prealpini costituiti prevalentemente da rocce sedimentarie calcaree e terrigene;
- VB: tale classe identifica la zona del fondovalle alluvionale;
- SM: a tale classe appartengono le zone con versanti rettilinei molto pendenti e costituite prevalentemente da rocce dolomitiche;
- SA: tale classe identifica i rilievi costituiti principalmente da calcari duri e calcari marnosi;
- AR: questa classe individua l'alta pianura di natura ghiaiosa o calcarea.

In virtù di tali considerazioni si assume un valore di conducibilità per l'n-esimo sottobacino calcolato come:

$$(K_0)_n = K_c \cdot \sum_{i=1}^N \frac{p_i \cdot k_i}{k_{med}} \quad (6.3)$$

dove

- $K_c$  è un parametro di taratura;
- $p_i$  è la frazione di area dell'n-esimo sottobacino ricadente nella i-esima zona;
- $k_i$  è la conducibilità idraulica attribuita alla i-esima zona;

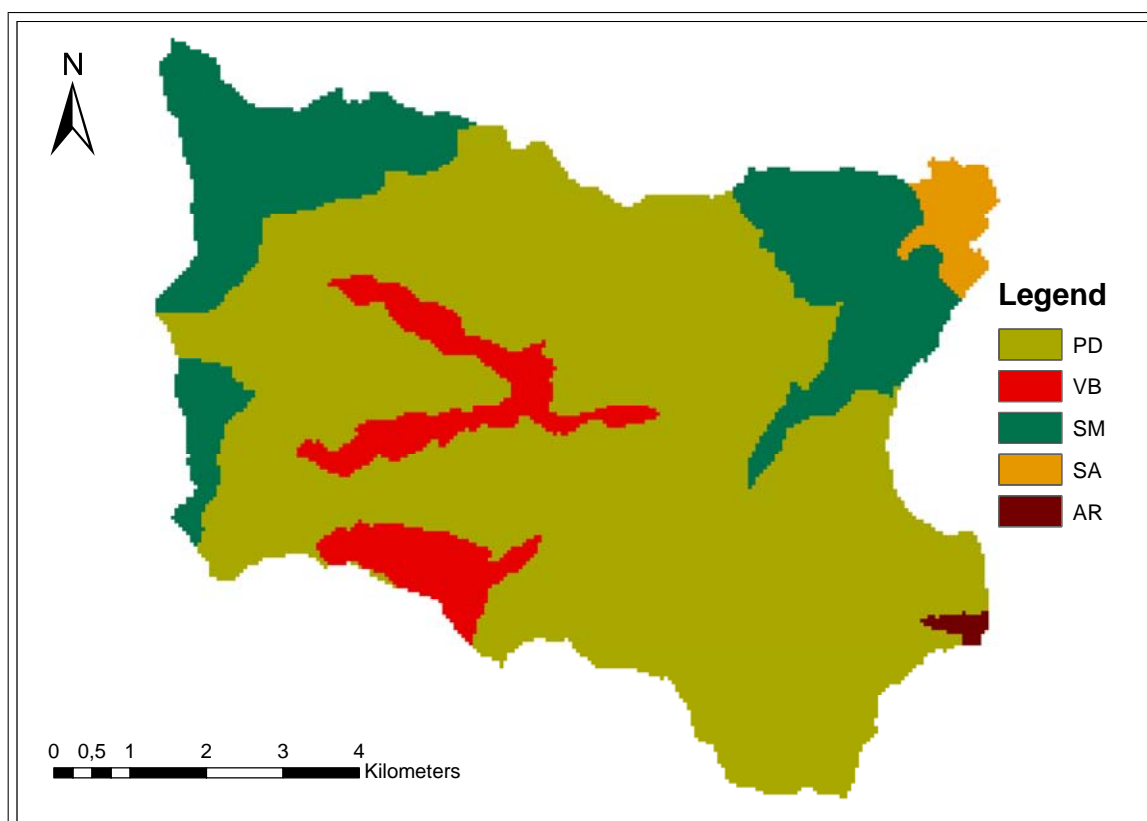


Figura 6.7: *Rappresentazione delle diverse classi di tipo di suolo all'interno del bacino del Leogra.*



- $k_{med}$  è la conducibilità idraulica media all'interno del bacino;
- $N$  è il numero di zone pedologiche (in questo caso  $N = 5$ ).

Si sono valutate all'interno di ogni sottobacino le aree occupate da ciascuna classe di tipo di suolo e le relative percentuali rispetto all'area totale del sottobacino; ciascuna percentuale si è poi moltiplicata per il valore di conducibilità idraulica attribuita alla classe del tipo di suolo e si è diviso per la conducibilità idraulica media all'interno del bacino. La sommatoria rappresenta quindi il peso per ogni sottobacino da assegnare all'unico valore  $K_c$  di taratura. Questo peso moltiplicato per la conducibilità idraulica del terreno a saturazione  $K_c$  (parametro unico) fornisce la conducibilità idraulica per ciascun sottobacino. La relazione (6.3) permette quindi, a partire da un unico valore di input della conducibilità idraulica del terreno a saturazione  $K_c$ , di attribuire ad ogni singolo sottobacino un valore specifico della conducibilità idraulica  $K_0$  dipendente dal tipo di suolo presente nel sottobacino stesso. Si osserva come in realtà le classi presenti all'interno del bacino siano quattro, poichè le classi PD e SA sono caratterizzate da un valore uguale della conducibilità idraulica (6.3). In tal modo si è ottenuto una

Classe	Area classe ( $km^2$ )	%	$k$ ( $mm/h$ )	$k$ ( $m/s$ )
PD	48,16	71,09	36	$10^{-5}$
VB	4,83	7,14	360	$10^{-4}$
SM	13,18	19,45	3,60	$10^{-6}$
SA	1,34	1,98	36	$10^{-5}$
AR	0,23	0,34	2880	$8 \cdot 10^{-4}$

Tabella 6.3: Valori di area, percentuale relativa e conducibilità idraulica per ciascuna classe di tipo di suolo.

rappresentazione parsimoniosa del parametro di conducibilità idraulica basata su informazioni distribuite sulle condizioni pedo-morfologiche del bacino.

## 6.5 Analisi di sensibilit  e taratura del modello

### 6.5.1 Parametri

Il modello sviluppato (Capitolo 5) si basa sui seguenti parametri:

- conducibilit  idraulica del terreno in condizioni di saturazione,  $K_c$  [ $mm/h$ ];
- coefficiente di ripartizione,  $\alpha$ , dell'infiltrazione tra i percorsi subsuperficiale e profondo;
- spessore dello strato collaborante,  $Z_r$ ;
- esponente di Clapp-Hornberger,  $c$  ([3]), che consente di esprimere il termine di percolazione come funzione non lineare del contenuto d'acqua;
- contenuto d'acqua medio del suolo all'inizio dell'evento di precipitazione ( $s_0$ );
- esponente  $b$  che relaziona il contenuto d'acqua del suolo con la percentuale di aree sature ( $b$ );
- celerit  di propagazione dell'onda di piena  $a$ , calcolata tramite la seguente legge empirica:

$$a = \frac{3}{2} \cdot v$$

dove  $v$  rappresenta la velocit  del corso d'acqua;

- tempo medio di residenza urbano  $t_{urb}$ ;
- tempo medio di residenza superficiale  $t_{sup}$ ;
- tempo medio di residenza subsuperficiale  $t_{sub}$ ;
- tempo medio di residenza profondo  $t_{prof}$ ;
- livello iniziale nel serbatoio profondo  $h_{prof}$ ;

- porosità del suolo  $n$ ;
- coefficiente di dispersione idrodinamica  $D_h$ .

Si nota come il contenuto d'acqua medio all'inizio di un evento  $s_0$  e il livello iniziale nel serbatoio profondo  $h_{prof}$  non rappresentano delle proprietà intrinseche del sistema. Tali parametri potranno quindi variare da evento a evento. Sono stati considerati uniformi e non soggetti ad alcuna taratura i seguenti parametri:

- coefficiente di dispersione idrodinamica  $D_h$ :

$$D_h = \frac{y \cdot a}{3i_f} \quad (6.4)$$

essendo  $i_f$  la pendenza dell'alveo e  $y$  il tirante d'acqua;

- celerità di propagazione dell'onda di piena  $a$ .

Tali parametri sono stati fissati in dipendenza dalle caratteristiche pedologiche e topografiche del terreno e dell'alveo. I valori a loro assegnati in questo studio sono:  $D_h = 100$  e  $a = 3, 5$ .

### 6.5.2 Parametri caratteristici di ogni sottobacino

Nei paragrafi precedenti si sono descritti i parametri usati nel modello geomorfologico e in particolare si è approfondita la modalità di calcolo dello spessore dello strato collaborante  $Z_r$  e della conducibilità idraulica  $K_c$ . Questi due parametri sono fondamentali nella determinazione dei diversi contributi dovuti al deflusso superficiale, al deflusso subsuperficiale e al deflusso profondo. Si ricorda che ad ogni sottobacino appartenente al bacino montano del Leogra viene assegnato un valore specifico dello spessore dello strato collaborante e di conducibilità idraulica. Nel modello si ha quindi un unico parametro di input relativo allo spessore dello strato collaborante, indicato con  $Z_r$  e successivamente, tramite la relazione (6.2), si assegna a ciascun sottobacino un valore specifico dello spessore di strato collaborante indicato con  $Z$ . Quindi il parametro  $Z_r$  è unico (modificabile in fase di taratura) mentre i valori di  $Z$  sono pari al numero di sottobacini presenti. Allo

stesso modo nel modello si ha un unico parametro di input relativo alla conducibilità idraulica, indicata con  $K_c$  e successivamente, tramite la relazione (6.3), si assegna a ciascun sottobacino un valore specifico della conducibilità idraulica indicata con  $K_0$ . Quindi il parametro  $K_c$  è unico (modificabile in fase di taratura) mentre i valori di  $K_0$  sono pari al numero di sottobacini presenti.

Imponendo come valore di partenza per lo spessore dello strato collaborante  $Z_r = 500 \text{ mm}$  (che potrà essere modificato in fase di taratura) si osserva che lo  $Z$  presenta valori mediamente maggiori nelle zona di fondo valle, mentre nella parte occidentale del bacino lo spessore  $Z$  presenta valori mediamente minori. La variazione di tale parametro determina un diverso comportamento del bacino: le zone caratterizzate da valori di  $Z$  minori avranno una risposta alle precipitazioni più rapida dato che il volume d'acqua invasabile nel terreno sarà minore e quindi si tenderà a raggiungere più frequentemente la saturazione del terreno. Le zone caratterizzate da valori di  $Z$  maggiori invece avranno una risposta alle precipitazioni più lenta dato che il volume d'acqua invasabile nel terreno sarà maggiore e quindi si impiegherà maggior tempo a raggiungere la saturazione del terreno.

Imponendo come valore di partenza per la conducibilità idraulica  $K_c = 20 \text{ mm/h}$  (che potrà essere modificato in fase di taratura) si osserva che  $K_0$  presenta valori mediamente maggiori nei sottobacino più a valle e in una zona centrale più estesa, che comprende le aree rosse in figura 6.9. Si nota invece come nella parte restante del bacino la conducibilità  $K_0$  presenta valori mediamente minori. La variazione di tale parametro determina un diverso comportamento del bacino: le zone caratterizzate da valori di  $K_0$  maggiori sono quelle più permeabili, dove l'acqua quindi può infiltrarsi con maggiore facilità. Le zone caratterizzate da valori di  $K_0$  minori invece sono quelle meno permeabili, dove l'acqua quindi presenta maggiori difficoltà ad infiltrarsi.

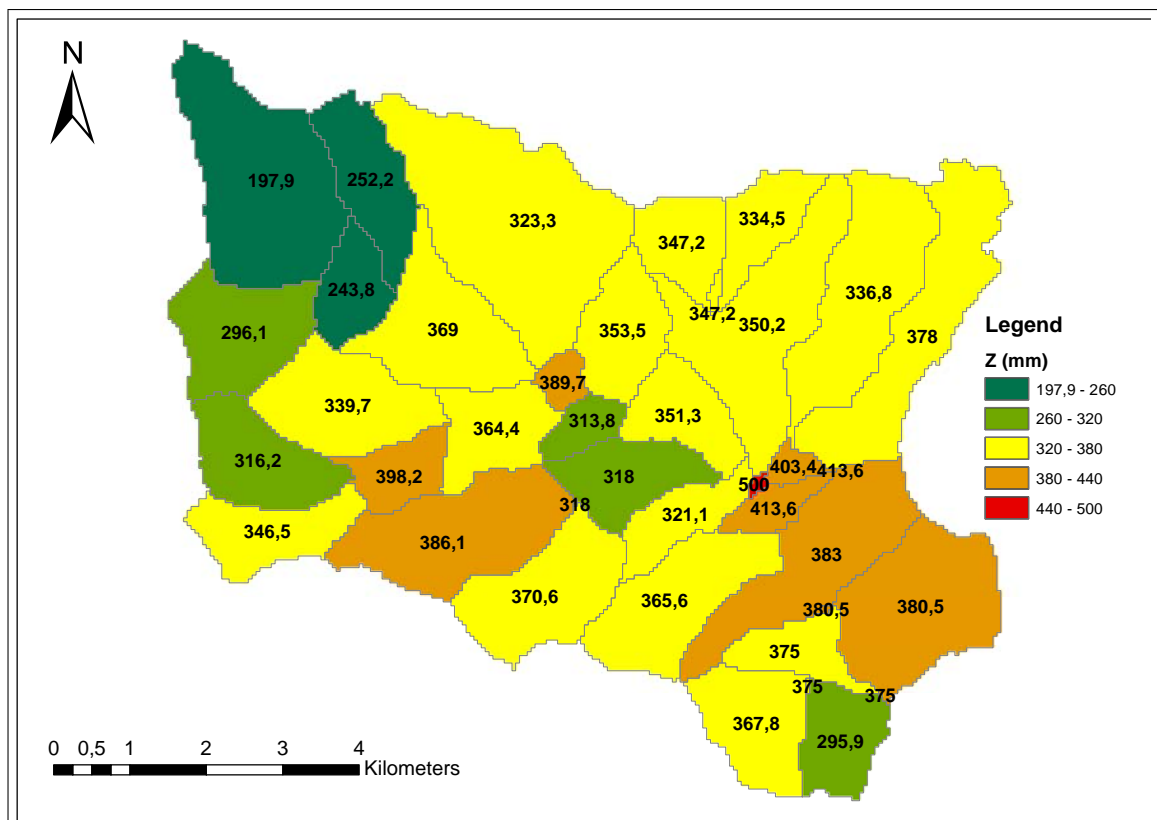


Figura 6.8: Rappresentazione dei diversi valori di spessore collaborante. Il valore di partenza è  $Z_r = 500$  mm.



### 6.5.3 Analisi di sensibilità

Per comprendere le variazioni della risposta idrologica del bacino al variare dei diversi parametri si è eseguita un'analisi di sensibilità del modello idrologico; tale analisi faciliterà la successiva calibrazione del modello. Si riportano nel seguito delle considerazioni in merito all'analisi di sensibilità svolta. In questa analisi la portata superficiale comprende il deflusso relativo alle aree sature e il deflusso relativo alle aree urbane.

La variazione della conducibilità idraulica a saturazione,  $K_c$ , modifica la risposta del modello significativamente perchè comporta la variazione della distribuzione del deflusso tra i contributi superficiale, subsuperficiale e profondo. Per valori di  $K_c$  maggiori la portata superficiale tende a diminuire (Figura 6.11), poichè aumenta la velocità con cui viene ricaricato il serbatoio profondo e il serbatoio subsuperficiale, i quali aumentano in deflusso. Valori di  $K_c$  più bassi determinano una più rapida recessione della piena insieme a un importante incremento della portata superficiale. L'esempio preso in considerazione (Figura 6.10) mostra come al diminuire di  $K_c$  si verifica un picco di piena maggiore, poichè, se il bacino viene sollecitato da nuove piogge, il maggior contenuto d'acqua nel suolo, conseguente il lento svuotamento del terreno, determina una portata maggiore. I deflussi subsuperficiale e profondo invece aumentano per valori di  $K_c$  maggiori (Figura 6.12 e Figura 6.13).

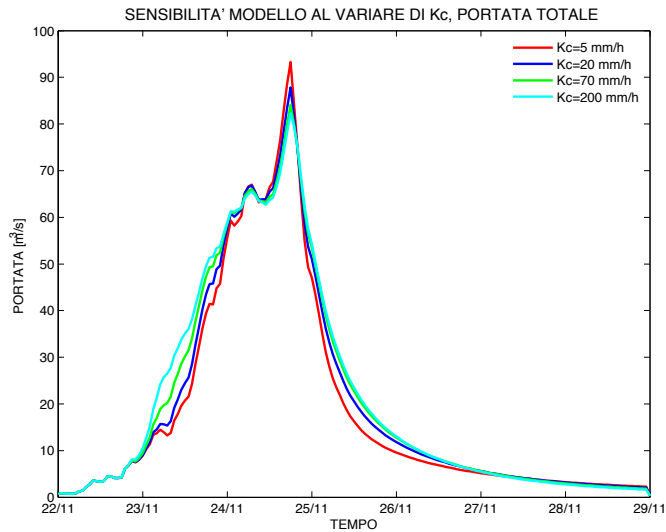


Figura 6.10: Risposta idrologica del modello al variare di  $K_c$  (conducibilità idraulica a saturazione).

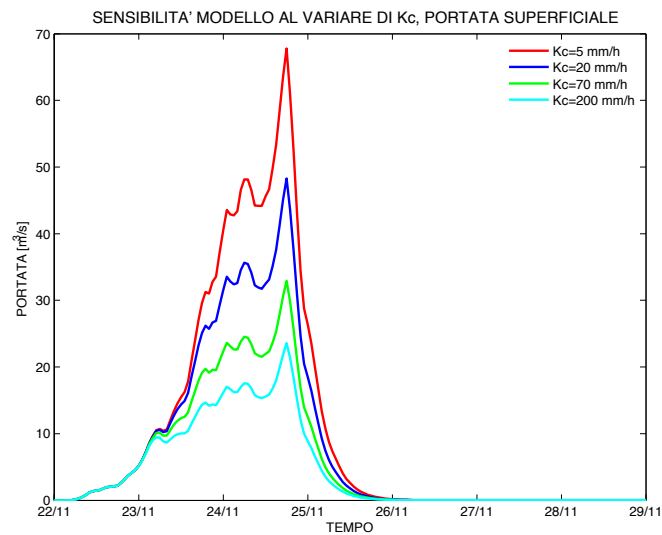


Figura 6.11: Portata superficiale al variare del parametro  $K_c$  (conducibilità idraulica a saturazione).



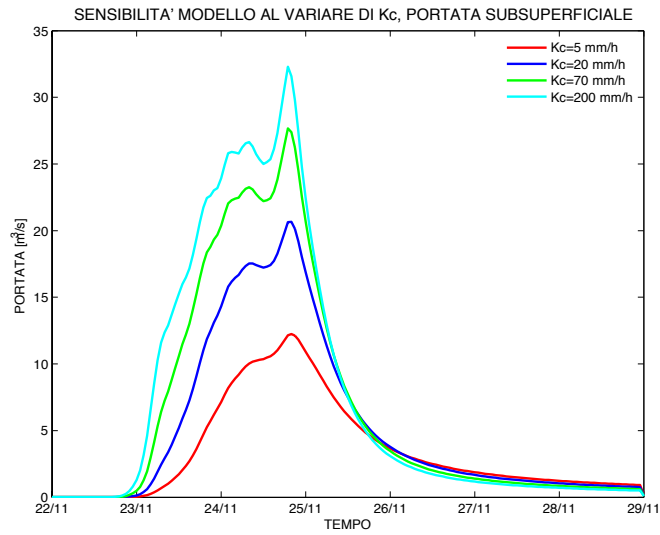


Figura 6.12: *Portata subsuperficiale al variare del parametro  $K_c$  (conducibilità idraulica a saturazione).*

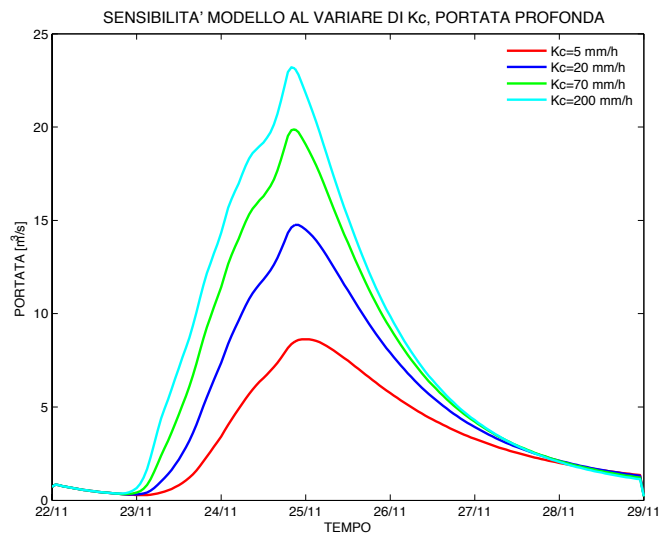


Figura 6.13: *Portata profonda al variare del parametro  $K_c$  (conducibilità idraulica a saturazione).*

La variazione della profondità dello strato collaborante  $Z_r$  determina due cambiamenti significativi nella risposta idrologica del bacino. Il primo cambiamento interessa il picco di piena che, come si può osservare nella Figura 6.14, tende ad abbassarsi per valori di  $Z_r$  maggiori e ad alzarsi per  $Z_r$  minori. Questo effetto è determinato dal fatto che al diminuire di  $Z_r$ , il massimo volume invasabile nel terreno diminuisce e quindi il contenuto d'acqua medio presenta più spesso valori vicini alla saturazione o comunque più alti; di conseguenza aumentano sia la portata subsuperficiale (Figura 6.16) che la portata superficiale (Figura 6.15). Per  $Z_r$  più grandi, al contrario, la portata subsuperficiale diminuisce, in relazione al fatto che il contenuto d'acqua medio assume valori minori, essendo necessaria una maggiore quantità di pioggia per riempire il maggiore volume disponibile nel terreno. Il secondo effetto indotto dal valore dello spessore dello strato radicale riguarda la forma della curva in fase di recessione: per  $Z_r$  minore la diminuzione della portata è più veloce e viceversa se lo strato collaborante è più spesso. Lo spessore dello strato collaborante, quindi, determina un differente comportamento del bacino che mostra una risposta di maggiore entità e una fase di decrescita più rapida se  $Z_r$  è minore.

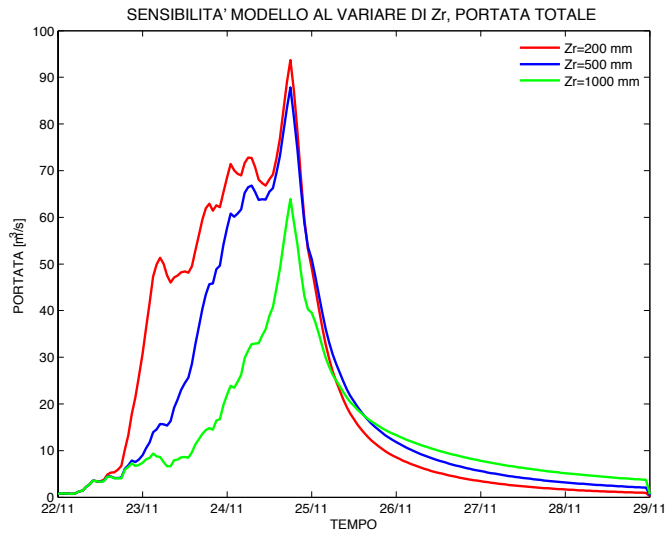


Figura 6.14: Risposta idrologica del modello al variare del parametro  $Z_r$  (spessore di suolo collaborante).

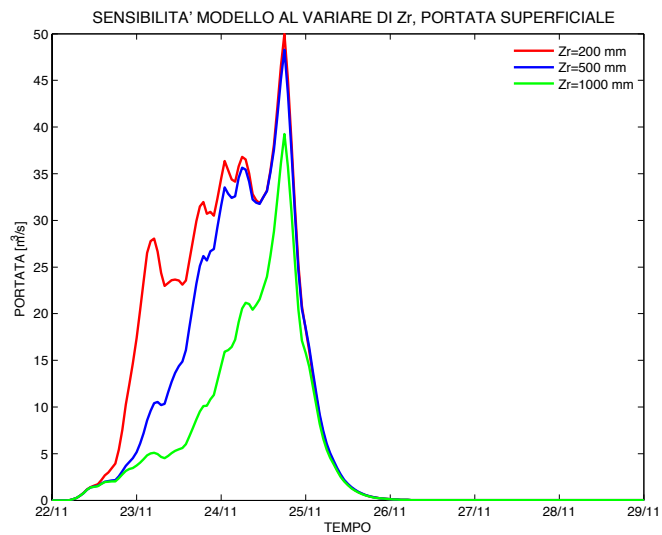


Figura 6.15: Portata superficiale al variare del parametro  $Z_r$  (spessore di suolo collaborante).

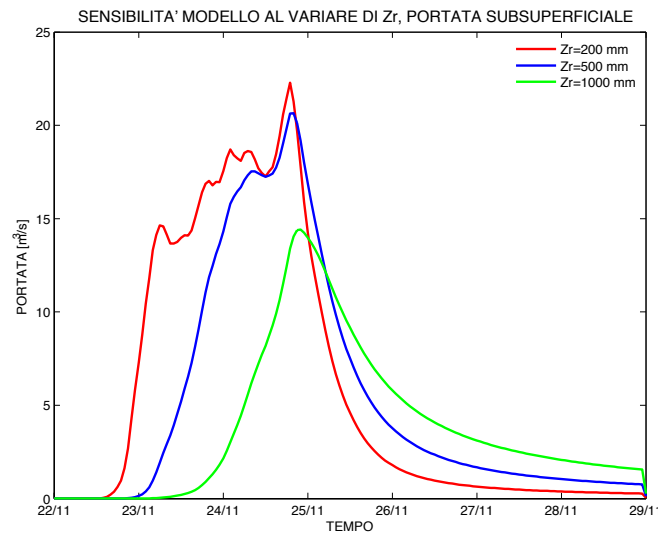


Figura 6.16: *Portata subsuperficiale al variare del parametro  $Z_r$  (spessore di suolo collaborante).*

La variazione della celerità di propagazione dell'onda di piena determina dei cambiamenti nei risultati del modello: per valori di  $a$  molto bassi, infatti, il colmo di piena viaggia più lentamente e l'onda di piena tende ad allargarsi e ad avere code più alte, mentre per valori di  $a$  maggiori il picco viene anticipato e l'onda si restringe, determinando anche un innalzamento dei valori di portata al picco (Figura 6.17).

In Figura 6.18 si può apprezzare l'effetto del coefficiente  $\alpha$ : quando questo tende a zero scompare il contributo subsuperficiale (Figura 6.19). Inoltre, la portata nell'intervallo temporale analizzato tende a presentare valori minori, poichè aumenta il volume d'acqua immagazzinato negli strati profondi che viene restituito molto più lentamente rispetto a quello che segue il percorso subsuperficiale. Quando invece  $\alpha$  tende a 1 si annulla il contributo profondo (Figura 6.20) e si presenta un deflusso subsuperficiale maggiore che determina anche una portata totale maggiore a scala di evento (Figura 6.18). Anche la curva di recessione presenta caratteristiche differenti a seconda del valore di  $\alpha$ , essendo più ripida per

valori maggiori di  $\alpha$ , che determinano un maggiore contributo subsuperficiale, caratterizzato da tempi di risposta minori rispetto al deflusso profondo.

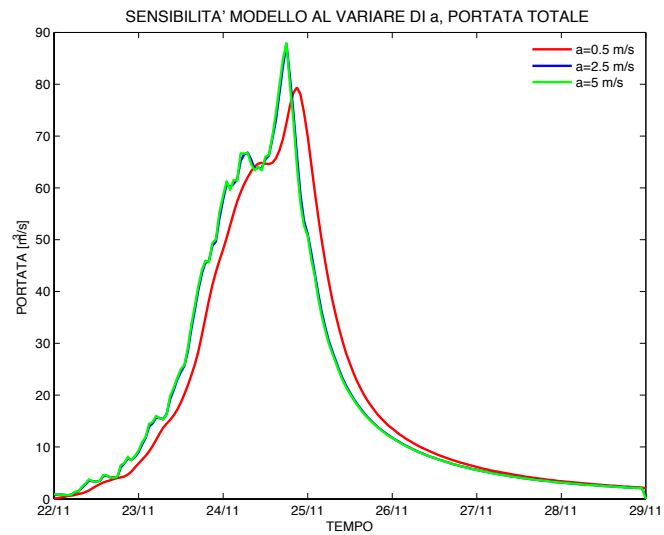


Figura 6.17: Risposta idrologica del modello al variare del parametro  $\alpha$  (celerità di propagazione dell'onda).

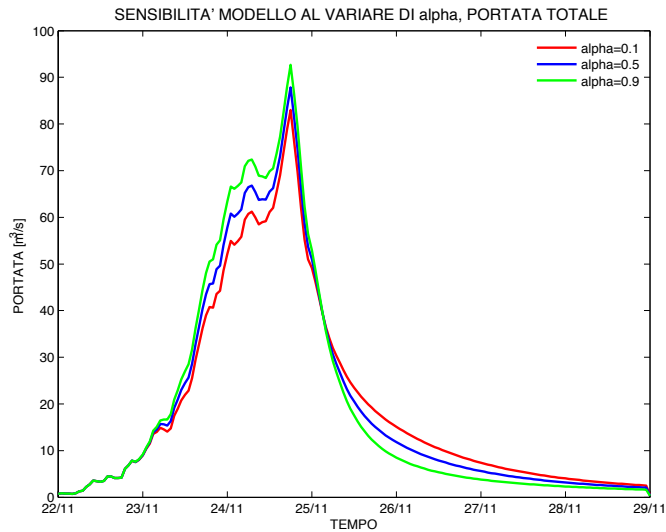


Figura 6.18: *Risposta idrologica del modello al variare del parametro  $\alpha$  (coefficiente di ripartizione tra i percorsi subsuperficiali e profondi).*

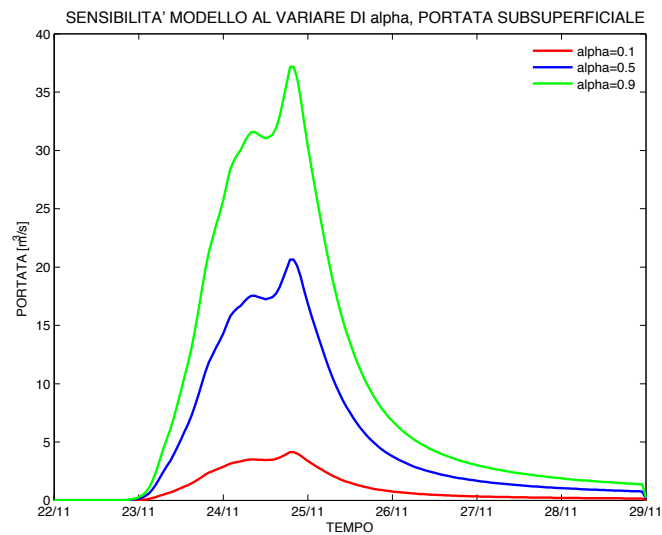


Figura 6.19: *Portata subsuperficiale al variare del parametro  $\alpha$  (coefficiente di ripartizione tra i percorsi subsuperficiali e profondi).*

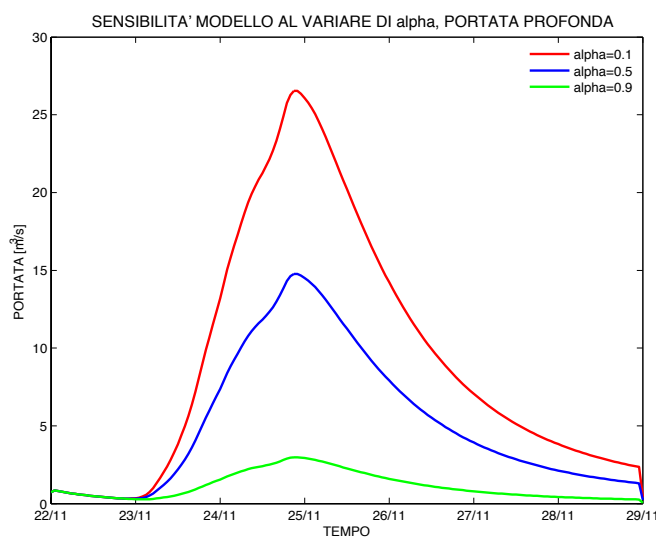


Figura 6.20: *Portata profonda del modello al variare del parametro  $\alpha$  (coefficiente di ripartizione tra i percorsi subsuperficiali e profondi).*

Il modello idrologico formulato risulta molto sensibile al parametro  $c$  e la risposta che consegue alla sua variazione è molto complessa. Come si osserva in figura 6.22, per valori di  $c$  grandi la portata superficiale aumenta molto significativamente, perchè la quantità d'acqua che concorre alla formazione di portata subsuperficiale e profonda risulta molto ridotta; all'aumentare di  $c$ , infatti, la frazione che percola dallo strato radicale tende a zero causando un aumento cospicuo della portata superficiale dovuto al maggior contenuto d'acqua nello strato collaborante. Se invece  $c$  è minore, il maggior flusso di percolazione tende a formare principalmente deflusso subsuperficiale e profondo, riducendo di molto il contributo superficiale. Analizzando la risposta subsuperficiale (Figura 6.23) si nota che, oltre al verificarsi di deflussi subsuperficiali maggiori al diminuire di  $c$  per i motivi appena visti, anche la curva di recessione ne risente: la restituzione dell'acqua al ricettore infatti sarà tanto più rapida quanto più il valore di  $c$  è piccolo. Anche il contributo profondo (Figura 6.24) risente del valore del parametro  $c$ , essendo maggiore per valori di  $c$  più piccoli e minore per valori di  $c$  più grandi.

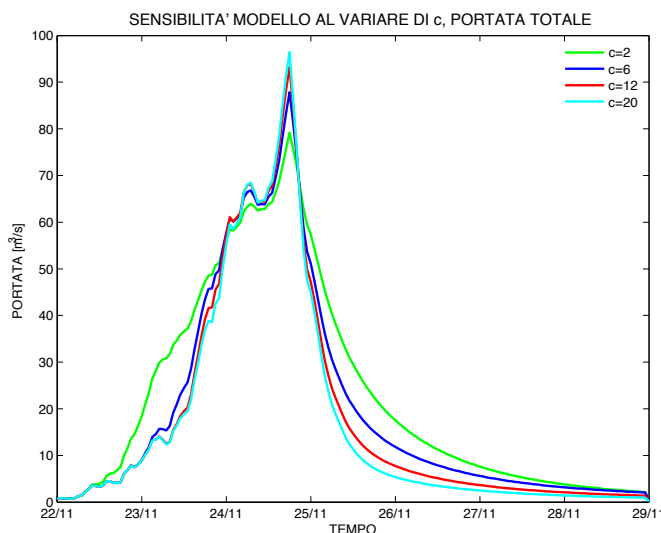


Figura 6.21: *Risposta idrologica del modello al variare del parametro  $c$  (esponente di Clapp-Hornberger).*

Un ulteriore parametro che comporta la variazione della distribuzione del deflusso tra i contributi superficiale, subsuperficiale e profondo è l'esponente  $b$  che lega il contenuto d'acqua del suolo con la percentuale di aree sature (Figura 6.25). Si osserva che per valori di  $b$  minori tende ad aumentare la portata superficiale (Figura 6.26). Infatti al diminuire di  $b$  la percentuale di aree sature aumenta dato che il contenuto d'acqua è compreso tra 0 e 1; di conseguenza aumenta il volume di aree sature e quindi anche la portata superficiale. All'aumentare di  $b$  inoltre il picco di piena diminuisce e la curva di recessione risulta meno ripida. Si nota infine che per valori molto bassi di questo parametro la portata superficiale inizia a crescere in anticipo rispetto a quanto accade per valori maggiori di  $b$ . La porosità del suolo  $n$  è un altro parametro che influisce sull'altezza del picco dell'onda di piena, il quale aumenta per i valori più bassi di  $n$  come si osserva in Figura 6.27. Questo effetto è dovuto al fatto che se la porosità del suolo è bassa l'acqua dispone di meno spazio in cui infiltrarsi e quindi la risposta idrologica



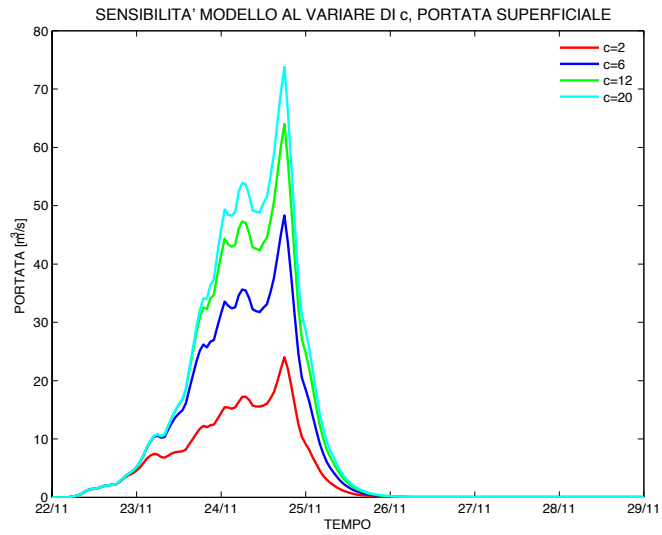


Figura 6.22: *Portata superficiale al variare del parametro c (esponente di Clapp-Hornberger).*

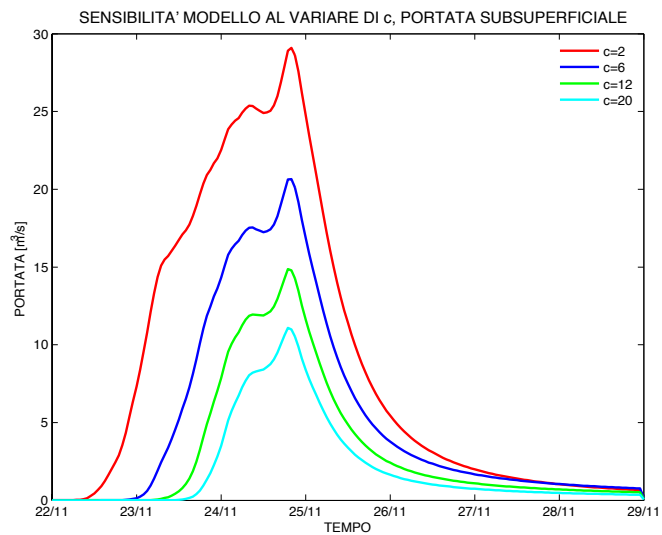


Figura 6.23: *Portata subsuperficiale al variare del parametro c (esponente di Clapp-Hornberger).*

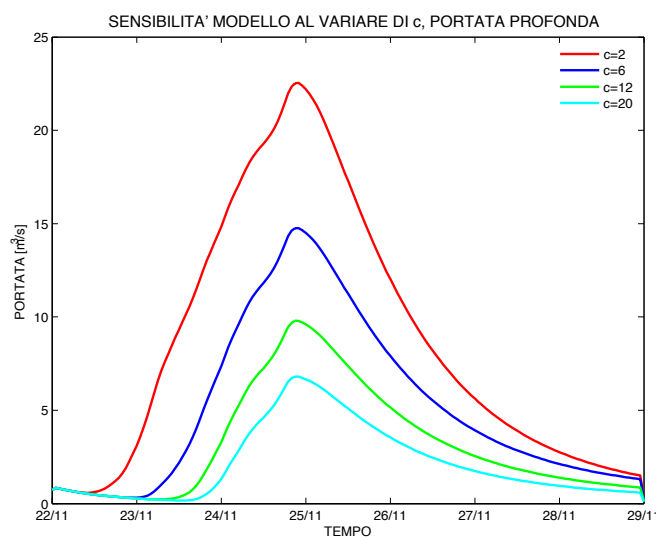


Figura 6.24: *Portata profonda al variare del parametro  $c$  (esponente di Clapp-Hornberger).*

viene aumentata e accelerata nella fase di crescita.

È interessante valutare l'influenza dei diversi tempi medi di residenza sulla risposta del modello, dato che essi avranno un ruolo importante nella determinazione della forma dell'onda di piena. La variazione del tempo medio di residenza urbano influenza in modo impercettibile la risposta idrologica poichè le aree di tipo impermeabile presenti nel bacino di studio occupano una superficie molto ridotta ( $3,15 \text{ km}^2$ ). I valori più bassi di  $t_{urb}$  comportano una risposta alla sollecitazione piovosa più rapida del sistema (Figura 6.28). Per valori crescenti del tempo medio di residenza superficiale  $t_{sup}$  il picco di piena diminuisce e inoltre l'onda di piena presenta un andamento meno ripido (Figura 6.29). La diminuzione di tale parametro comporta una risposta molto più rapida del sistema, perchè significa che l'acqua caduta nel bacino contribuisce immediatamente alla formazione della portata. In generale al diminuire di  $t_{sup}$  i picchi nell'andamento della portata superficiale risultano più accentuati come si può osservare in figura 6.30. L'aumento del tempo medio di residenza subsuperficiale  $t_{sub}$  comporta una di-

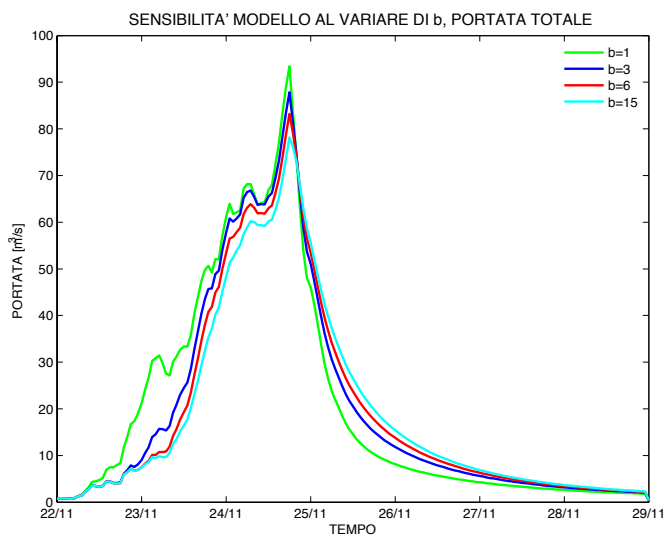


Figura 6.25: Risposta idrologica del modello al variare dell'esponente  $b$  che lega le aree sature al contenuto d'acqua.

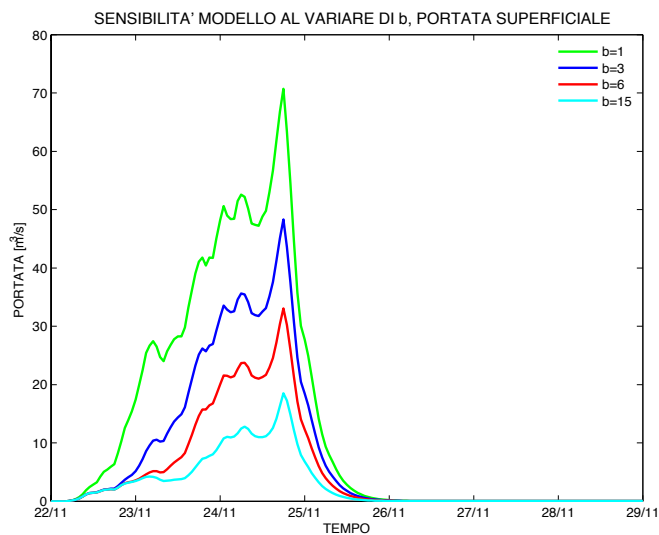


Figura 6.26: Portata superficiale al variare dell'esponente  $b$  che lega le aree sature al contenuto d'acqua.

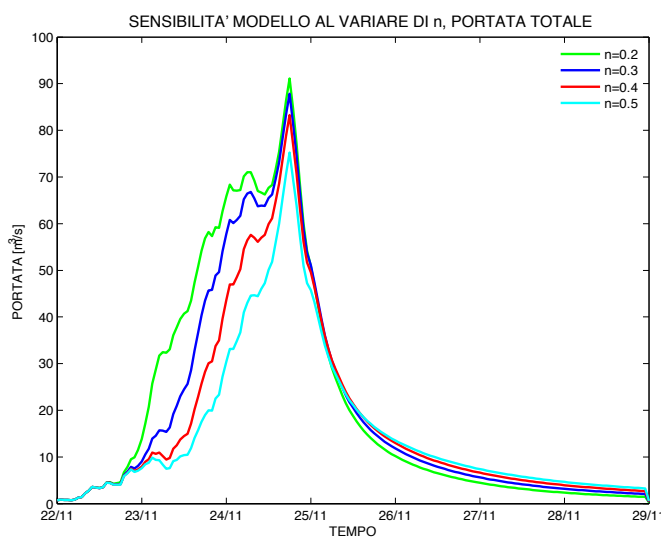


Figura 6.27: Risposta idrologica del modello al variare della porosità del suolo.

minuzione della portata subsuperficiale (Figura 6.32), infatti valori alti di tale parametro indicano che il contributo relativo al deflusso subsuperficiale è restituito con notevole ritardo. In generale all'aumentare di  $t_{sub}$  il picco diminuisce (Figura 6.31) e la curva di recessione risulta meno ripida.

All'aumentare del tempo medio di residenza profondo  $t_{prof}$  si osserva come la portata profonda tende a diminuire (Figura 6.34), poichè l'acqua che ha ricaricato il volume profondo viene restituita con notevole ritardo e quindi il suo contributo non è visibile a scala di evento. In generale all'aumentare di  $t_{prof}$ , come per gli altri tempi medi di residenza, il picco di piena diminuisce (Figura 6.33).

Per quanto riguarda il livello iniziale nel serbatoio profondo  $h_{prof}$  esso influenza solamente la parte di deflusso relativa alla portata profonda. L'aumento di tale parametro comporta un innalzamento dei valori della portata profonda nella fase iniziale del periodo considerato; aumento che si attenua dopo circa un giorno e mezzo dall'inizio dell'evento (Figura 6.35). Il modello risulta sensibile al diverso

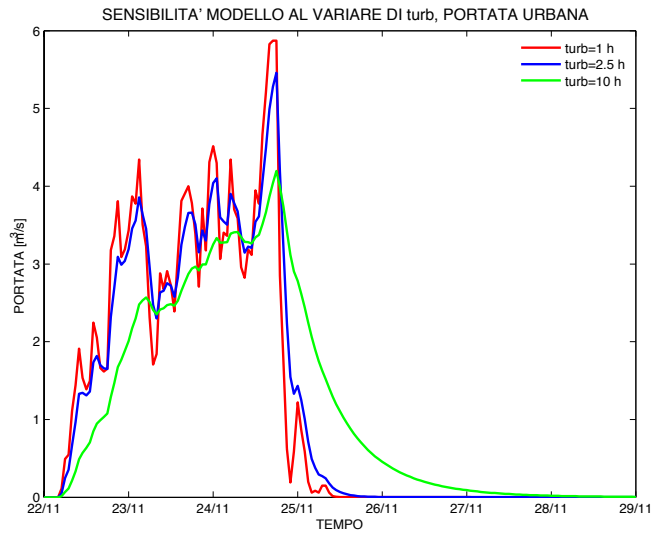


Figura 6.28: Risposta idrologica del modello al variare del parametro  $t_{urb}$  (tempo medio di residenza urbano).

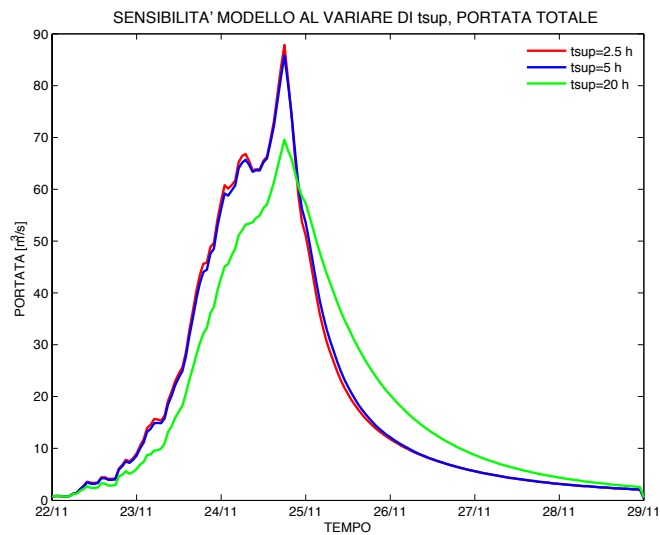


Figura 6.29: Risposta idrologica del modello al variare del parametro  $t_{sup}$  (tempo medio di residenza superficiale).

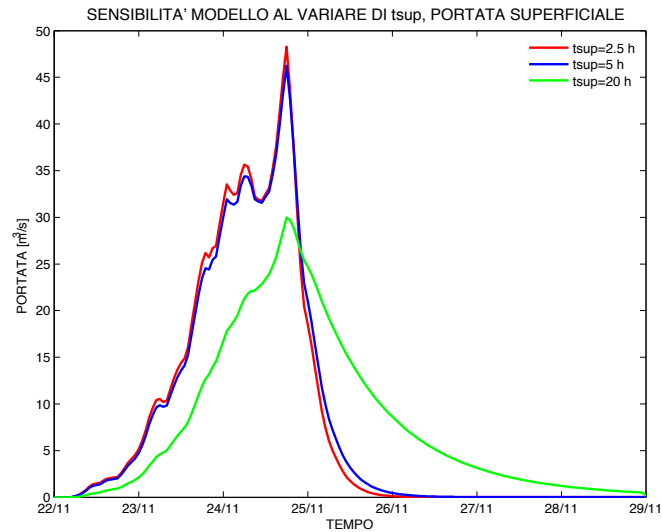


Figura 6.30: *Portata superficiale al variare del parametro  $t_{sup}$  (tempo medio di residenza superficiale).*

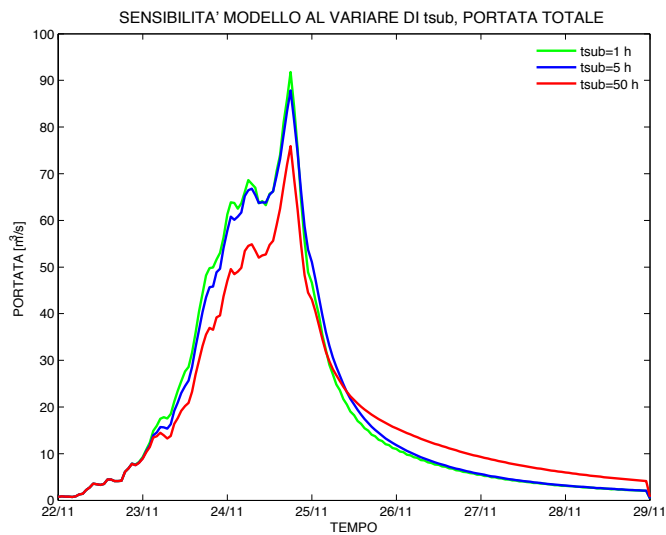


Figura 6.31: *Risposta idrologica del modello al variare del parametro  $t_{sub}$  (tempo medio di residenza subsuperficiale).*

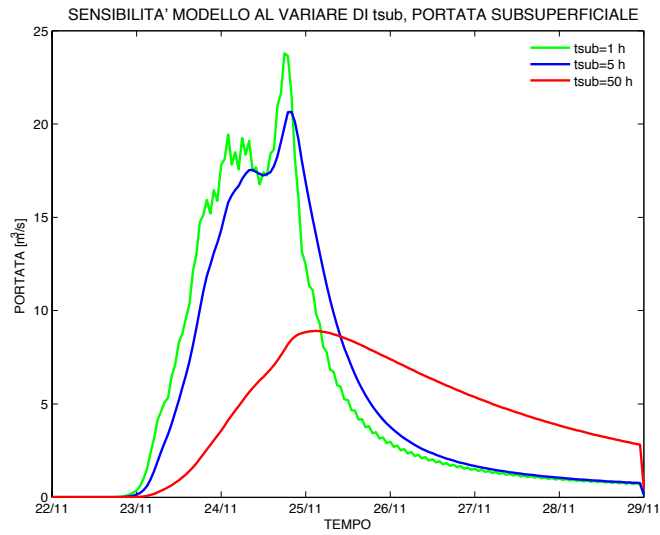


Figura 6.32: Portata subsuperficiale al variare del parametro  $t_{sub}$  (tempo medio di residenza subsuperficiale).

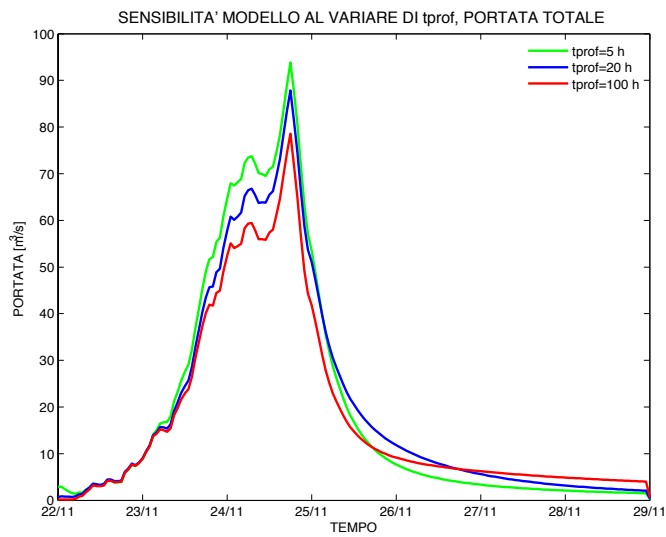


Figura 6.33: Risposta idrologica del modello al variare del parametro  $t_{prof}$  (tempo medio di residenza profondo).

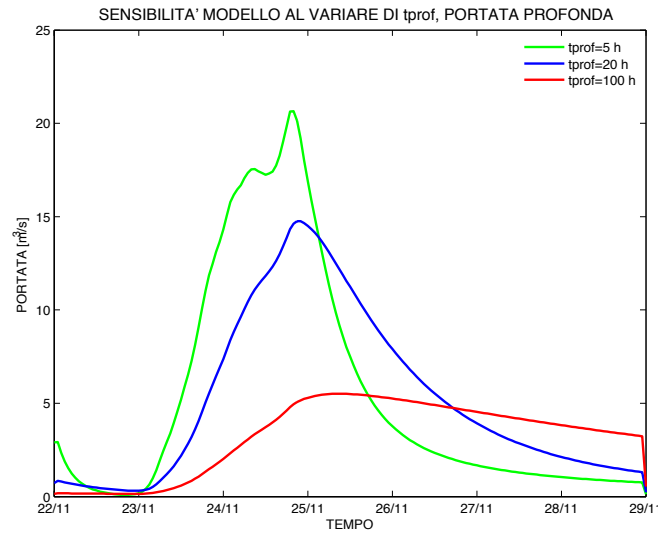


Figura 6.34: *Portata profonda al variare del parametro  $t_{prof}$  (tempo medio di residenza profondo).*

contenuto d'acqua medio del suolo  $s_0$  all'inizio dell'evento di precipitazione; tale parametro fornisce un'informazione iniziale sul livello di umidità del terreno: al crescere del contenuto d'acqua iniziale il picco di piena aumenta leggermente e in generale la risposta del sistema risulta più rapida (Figura 6.36). Valori di  $s_0$  tendenti a 1 indicano terreni saturi, dove il volume d'acqua invasabile è ridotto e questo comporta un aumento della portata superficiale e della portata subsuperficiale poichè l'acqua non riesce ad infiltrarsi a causa dell'elevato contenuto d'acqua iniziale. Al contrario valori di  $s_0$  tendenti a 0 indicano terreni non saturi, dove è presente un maggiore volume d'acqua invasabile e questo comporta una risposta più lenta del sistema dovuta al fatto che il suolo può assorbire nella prima fase molta acqua dato il basso  $s_0$ . L'influenza di tale parametro dopo il verificarsi del picco di piena si riduce notevolmente fino ad annullarsi durante la fase calante dell'idrogramma.



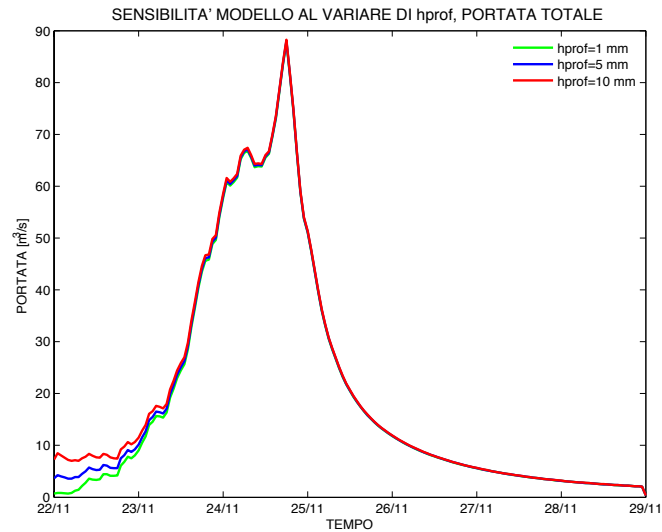


Figura 6.35: Portata profonda al variare del parametro  $h_{prof}$  (livello iniziale nel serbatoio profondo).

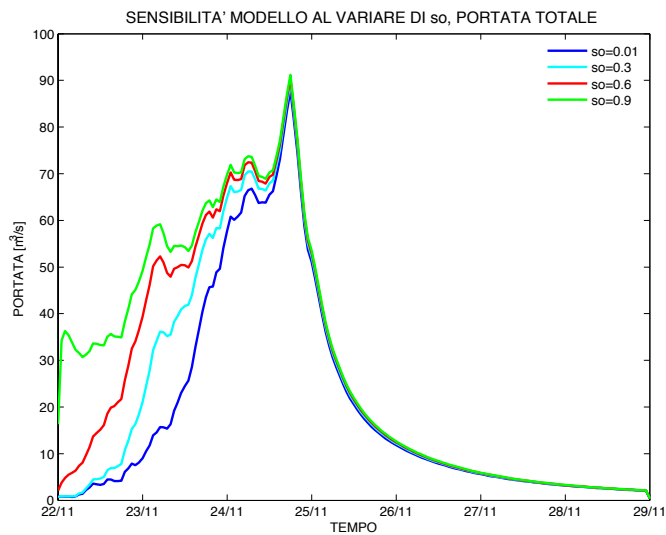


Figura 6.36: Risposta idrologica del modello al variare del parametro  $s_0$  (contenuto d'acqua medio del suolo all'inizio dell'evento di precipitazione).

### 6.5.4 Calibrazione e validazione del modello

Dopo aver valutato gli effetti di ciascun parametro sull'andamento delle portate si è deciso di procedere, in una prima analisi, alla calibrazione del modello considerando una distribuzione delle precipitazioni uniforme sull'intero bacino. Sono stati utilizzati a questo scopo i dati di pioggia registrati durante i vari eventi nella stazione pluviometrica di Valli del Pasubio, la quale è sostanzialmente situata nel centro del bacino del Leogra. L'ipotesi di pioggia uniforme è assumibile dal momento che l'estensione della superficie del bacino studiato ( $68 \text{ km}^2$ ) può ragionevolmente ritenersi "piccolo" rispetto alla scala di correlazione caratteristica della pioggia, la quale è data dall'integrale della covarianza spaziale delle intensità di pioggia misurate in diversi punti nello stesso istante. La scala integrale della precipitazione rappresenta quindi la distanza alla quale il segnale misurato in un punto cessa di essere correlato. La calibrazione del modello è stata effettuata facendo riferimento a due eventi di piena: il primo avvenuto nel novembre del 2000 e il secondo durante la primavera del 2009. Si sono quindi modificati manualmente i diversi parametri al fine di ottenere una buona risposta idrologica del modello. La bontà della simulazione è stata valutata sia mediante il confronto grafico tra le portate modellate e quelle osservate (Figura 6.37 e Figura 6.40) sia confrontando i volumi defluiti reali e modellati alla sezione di chiusura. Il set ottimale scelto è riportato nella Tabella 6.4. La valutazione della risposta è stata inoltre fatta considerando il valore assunto dal punteggio di Nash-Sutcliffe. La valutazione delle performance di un modello richiede la definizione di una metrica che permetta di quantificare l'adattamento della risposta idrologica modellata a quella osservata. La maggior parte delle misure di adattamento per idrogrammi di piena è basata sullo scarto quadratico medio o varianza dell'errore, definito come:

$$\sigma_\epsilon^2 = \frac{1}{N-1} \sum_N^{t=1} (\hat{y}_t - y_t)^2 \quad (6.5)$$

dove  $\hat{y}_t$  è il valore predetto della variabile  $y$  al tempo  $t = 1, 2, \dots, N$  e  $y_t$  è il valore reale.

Una metrica molto diffusa basata su  $\sigma^2$  è l'efficienza di Nash-Sutcliffe:

$$E = \left[ 1 - \frac{\sigma_\epsilon^2}{\sigma_o^2} \right] \quad (6.6)$$

dove  $\sigma_o^2$  è la varianza delle osservazioni. Questo punteggio ha valore  $E = 1$  per un adattamento perfetto (cioè quando  $\sigma_\epsilon^2 = 0$ ) e valori tanto più bassi quanto più la curva modellata si discosta da quella osservata. Nel caso degli eventi di riferimento per la calibrazione si sono ottenuti dei valori dell'efficienza di Nash-Sutcliffe pari rispettivamente a  $E = 0,97$  per l'evento del 2000 e pari a  $E = 0,98$  per l'evento del 2009.

<b>Parametri di calibrazione</b>	
$K_c$ [mm/h]	20
$Z_r$ [mm]	450
$\alpha$	0.45
$c$	5
$b$	6
$n$	0.35
$t_{urb}$ [ore]	3
$t_{sup}$ [ore]	5
$t_{sub}$ [ore]	20
$t_{prof}$ [ore]	70

Tabella 6.4: *Set di parametri ottenuti dalla calibrazione sulla base degli eventi del 2000 e del 2009.*

Una volta eseguita la calibrazione del modello riferita agli eventi del 2000 e 2009, si procede alla validazione della taratura verificando la bontà della risposta idrologica del modello per un ulteriore evento, utilizzando il set di parametri precedentemente scelto. L'evento che si è deciso di analizzare per la validazione è quello del novembre 2010, il più intenso in termini di precipitazione ed anch'esso caratterizzato da un picco principale. Si riscontra come il set di parametri porti

ad un risultato soddisfacente sia nel confronto tra portate modellate e osservate, sia in termini di volumi defluiti. Il contenuto d'acqua nell'istante iniziale e il livello iniziale nel serbatoio profondo sono diversi per ciascun evento, in quanto essi non rappresentano una caratteristica intrinseca del sistema, ma solamente il suo stato iniziale, frutto delle dinamiche precedenti l'evento. Nella Tabella 6.5 si riportano le condizioni iniziali di contenuto d'acqua del suolo  $s_0$  e livello iniziale  $h_{prof}$  utilizzate per ciascun evento.

	2000	2009	nov 2010
$s_0$	0.25	0.15	0.15
$h_{prof}(mm)$	10	5	3

Tabella 6.5: *Condizioni iniziali di contenuto d'acqua nel suolo  $s_0$  e livello iniziale nel serbatoio profondo  $h_{prof}$  per i diversi eventi.*

Nei grafici riportati si osserva in generale un buon accordo tra gli idrogrammi di piena calcolati dal modello matematico e le osservazioni registrate durante gli eventi di piena considerati.

Il modello idrologico permette di riprodurre in maniera più che soddisfacente l'evento del 2000 alla sezione di chiusura di Torrebelficino (Figura 6.37); in particolare il valore del picco di piena è stimato con un errore dello 0,3%. Inoltre il modello descrive in maniera accurata le fasi di crescita e di recessione della piena.

Per l'evento del 2009 (Figura 6.40) si osserva come il modello tende a sottostimare il picco di piena commettendo un errore del 10%, mentre viene dettagliatamente descritta la forma dell'idrogramma di piena compreso il picco di valore contenuto che si realizza un giorno dopo il colmo di piena.

Nell'evento del novembre del 2010 (Figura 6.43) la fase di crescita iniziale viene perfettamente descritta dal modello, mentre il picco di piena risulta sovrastimato dell' 8% e la fase di esaurimento superficiale viene leggermente sottostimata. Sono invece ben descritti dal modello le tre leggere riprese di pioggia che si verificano nei giorni finali dell'evento.

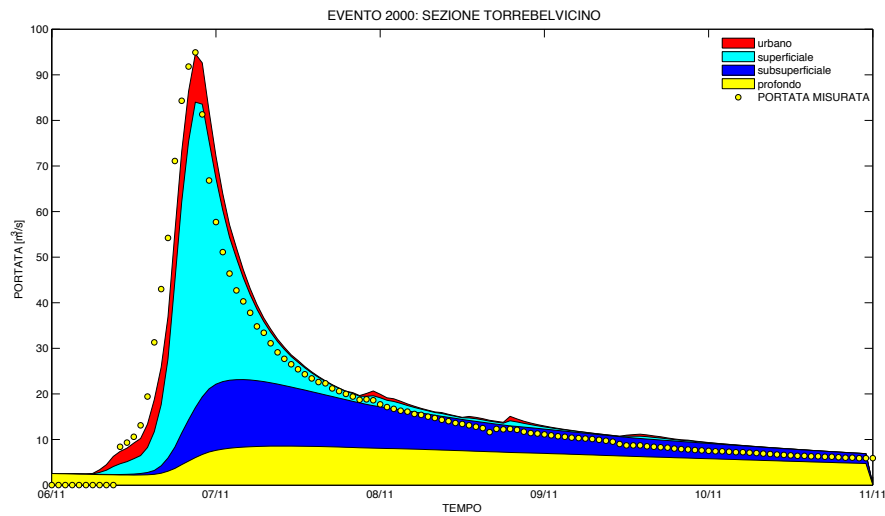


Figura 6.37: *Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2000.*

Si mostrano di seguito i confronti tra le portate modellate e le portate registrate durante gli eventi del 2000, del 2009, e del novembre 2010 e l'andamento delle precipitazioni uniformi sul bacino durante l'evento considerato (Figure 6.39, 6.42, 6.51). Inoltre si riportano per ciascun evento i contributi relativi al deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo (Figure 6.38, 6.41, 6.50).

Per gli altri eventi analizzati in questo lavoro, per esempio quello del 2002 e quello del dicembre 2010, si osserva invece che tale set di parametri (Tabella 6.4) presenta delle piccole imperfezioni nella rappresentazione della risposta idrologica. Infatti il modello tende a sovrastimare il picco principale della piena del 2002 del 13% e a sottostimare quello del dicembre 2010 del 16%. Per quanto riguarda l'evento del 2002, il più lungo di tutti e caratterizzato da tre picchi di portata, il modello sovrastima anche la fase calante della piena, ritardandola leggermente (Figura 6.46). Dall'altra parte però si nota come i due picchi minori, avvenuti uno prima e l'altro dopo quello principale, siano precisamente resi dal modello sia in termini di valore della portata che di tempistica. L'evento del dicembre

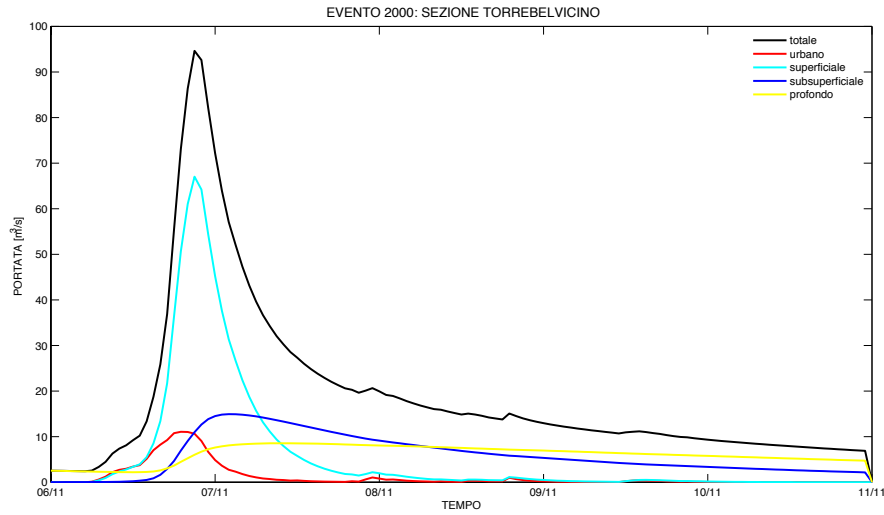


Figura 6.38: Contributi di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2000.

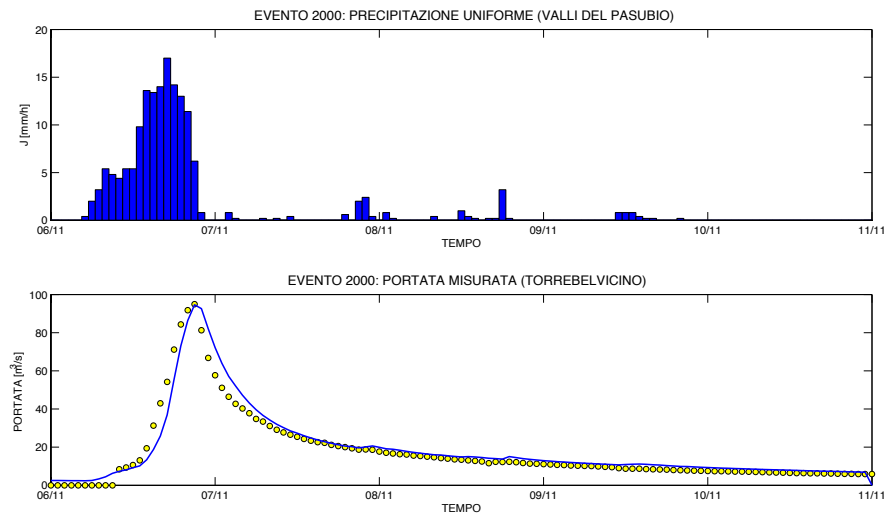


Figura 6.39: Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformi sul bacino e della portata (osservata e modellata) alla sezione di Torrebelvicino durante l'evento del 2000.

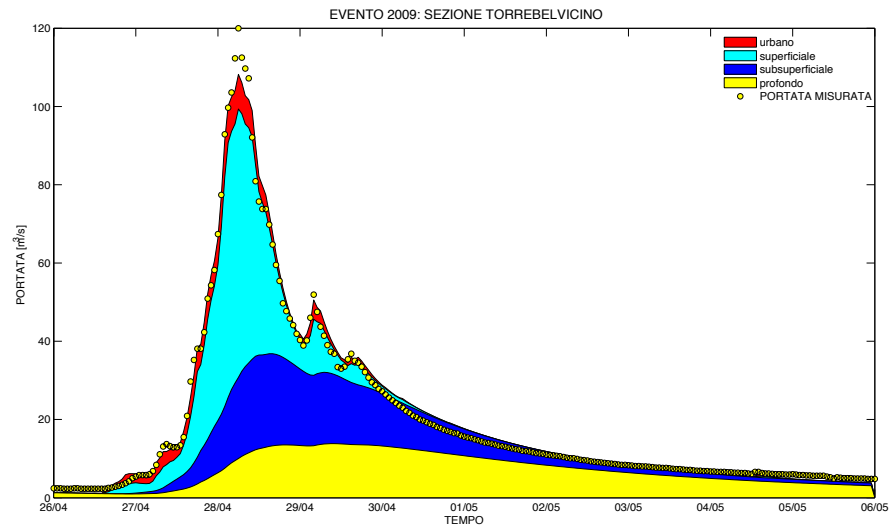


Figura 6.40: Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2009.

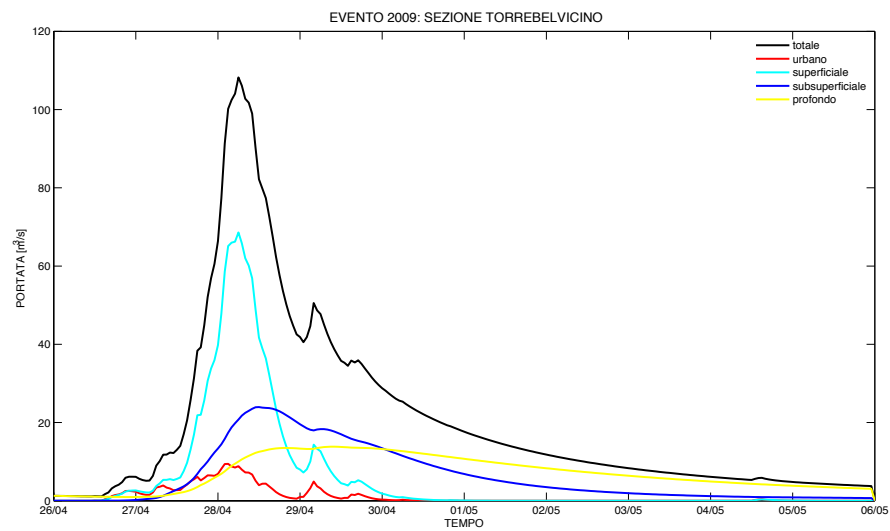


Figura 6.41: Contributi di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2009.

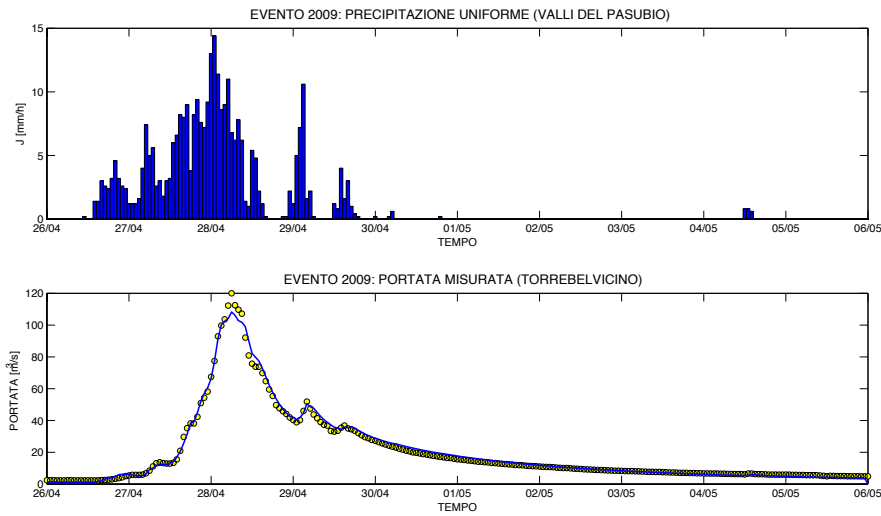


Figura 6.42: *Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformi sul bacino e della portata (osservata e modellata) alla sezione di Torrebelvicino durante l'evento del 2009.*

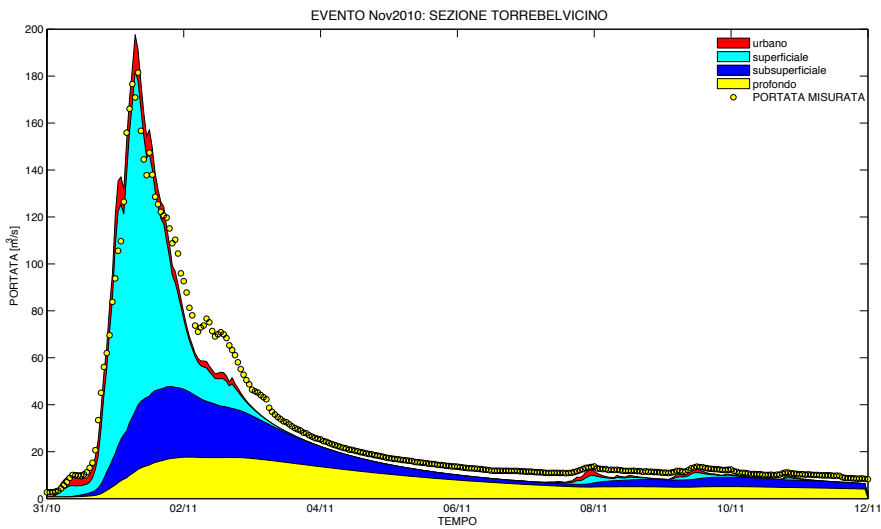


Figura 6.43: *Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del novembre 2010.*



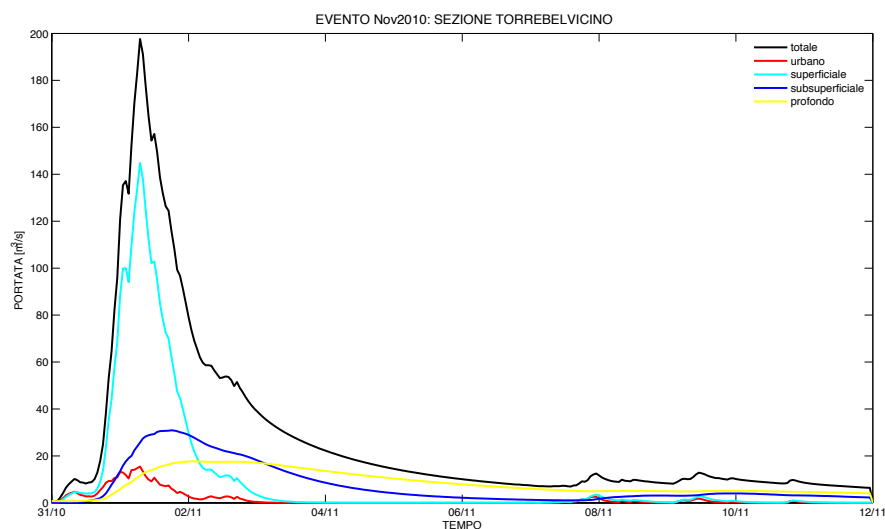


Figura 6.44: Contributi di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del novembre 2010.

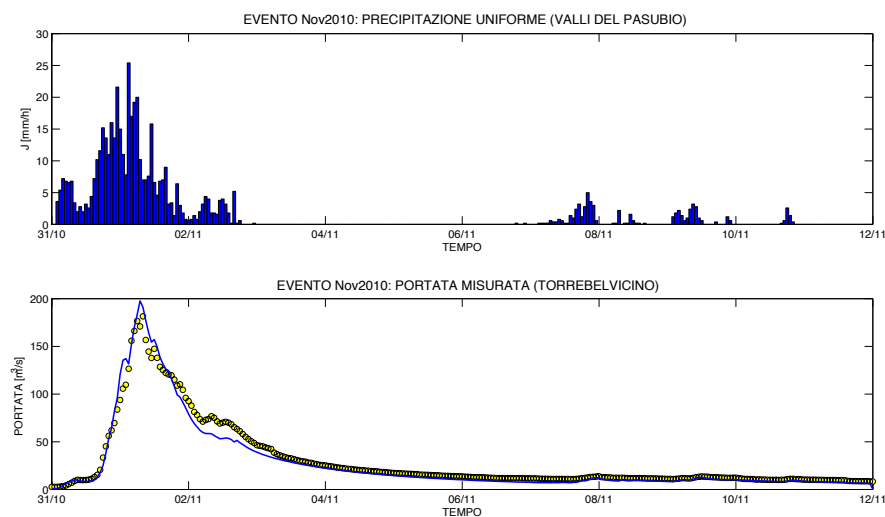


Figura 6.45: Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformi sul bacino e della portata (osservata e modellata) alla sezione di Torrebelvicino durante l'evento del novembre 2010.

2010 reso dal modello approssima bene la prima fase di esaurimento superficiale dopo il colmo della piena, mentre ne sottostima la fase conclusiva legata all'esaurimento profondo della piena( Figura 6.49). La fase crescente dell'idrogramma viene invece ben rappresentata dal modello. Nella Tabella 6.6 si riportano le condizioni iniziali di contenuto d'acqua del suolo utilizzate per ciascun evento.

	2002	dic 2010
$s_0$	0.01	0.6
$h_{prof}(mm)$	17	5

Tabella 6.6: *Condizioni iniziali di contenuto d'acqua nel suolo  $s_0$  e livello iniziale nel serbatoio profondo  $h_{prof}$  per gli eventi del 2002 e del dicembre 2010.*

Non sorprende il fatto che il contenuto d'acqua iniziale per l'evento del dicembre 2010 sia così elevato ( $s_0 = 0,6$ ), si ricorda infatti come questo evento sia avvenuto solo un mese dopo l'evento che provocò la devastante alluvione del novembre dello stesso anno. Si può quindi ritenere che l'elevato contenuto d'acqua all'inizio dell'evento sia dovuto alla impressionante quantità di pioggia caduta sul bacino durante il vicino evento precedente. Si mostrano di seguito i confronti tra le portate modellate e le portate registrate durante gli eventi del 2002 e del dicembre del 2010 e l'andamento delle precipitazioni uniformi sul bacino durante l'evento considerato (Figure 6.48, 6.51). Inoltre si riportano per ciascun evento i contributi relativi al deflusso urbano, superficiale, subsuperficiale e profondo (Figure 6.47, 6.50).

Analizzando infine i due eventi del 2003 e del 2007, si riscontra come il set di parametri, determinati dalla calibrazione e confermati dalla successiva validazione del modello, non permettono una buona simulazione dell'onda di piena che transita a Torrebelvicino. La discordanza tra l'idrogramma misurato e quello modellato risulta evidente osservando il confronto tra le portate rilevate e modellate nelle figure 6.52 e 6.55, le quali mettono in luce una evidente eccedenza

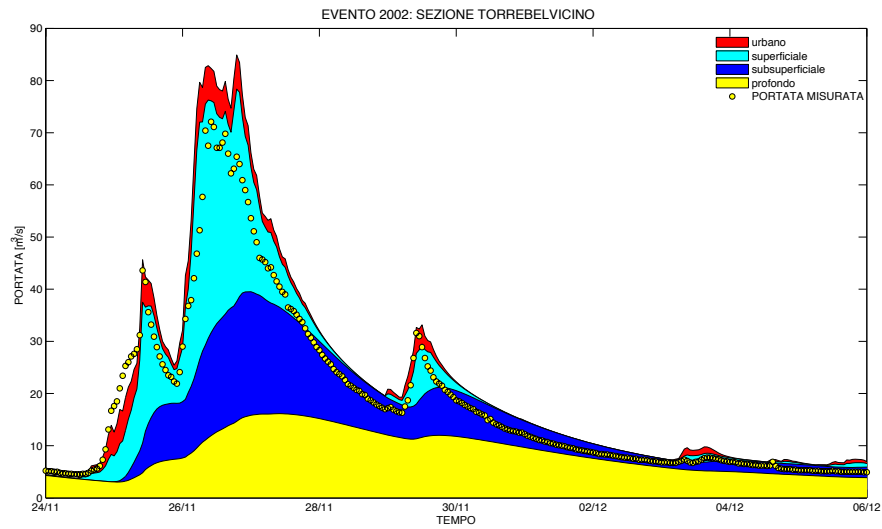


Figura 6.46: Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2002.

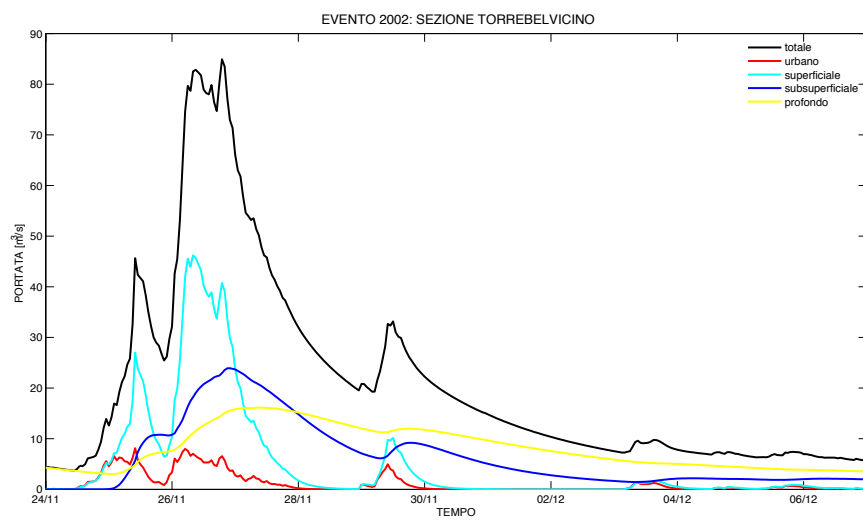


Figura 6.47: Contributi di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2002.

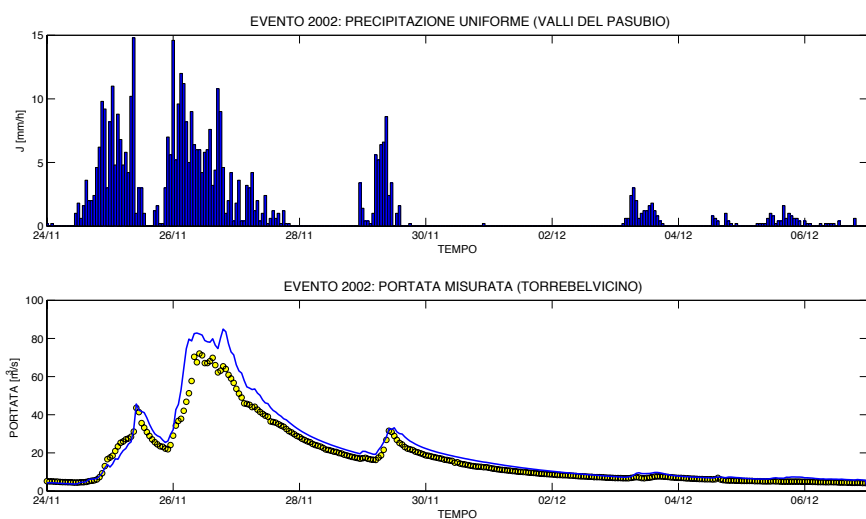


Figura 6.48: *Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformi sul bacino e della portata (osservata e modellata) alla sezione di Torrebelvicino durante l'evento del 2002.*

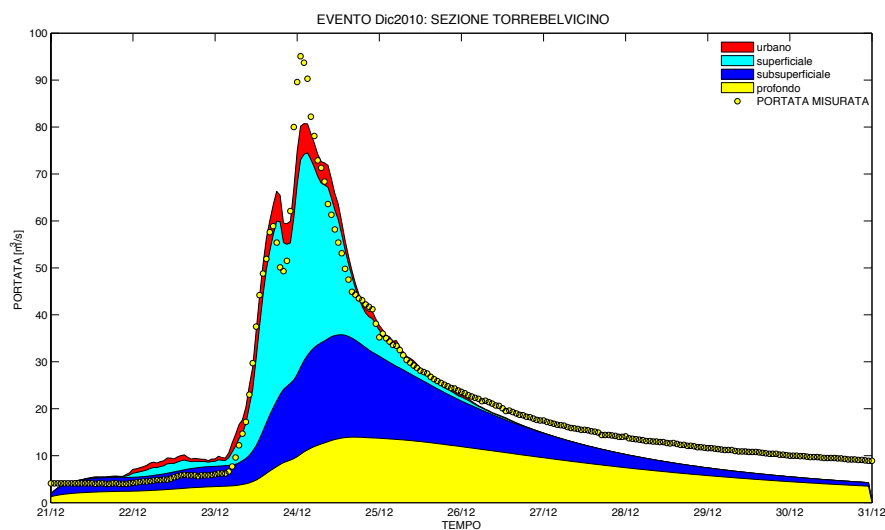


Figura 6.49: *Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del dicembre 2010.*

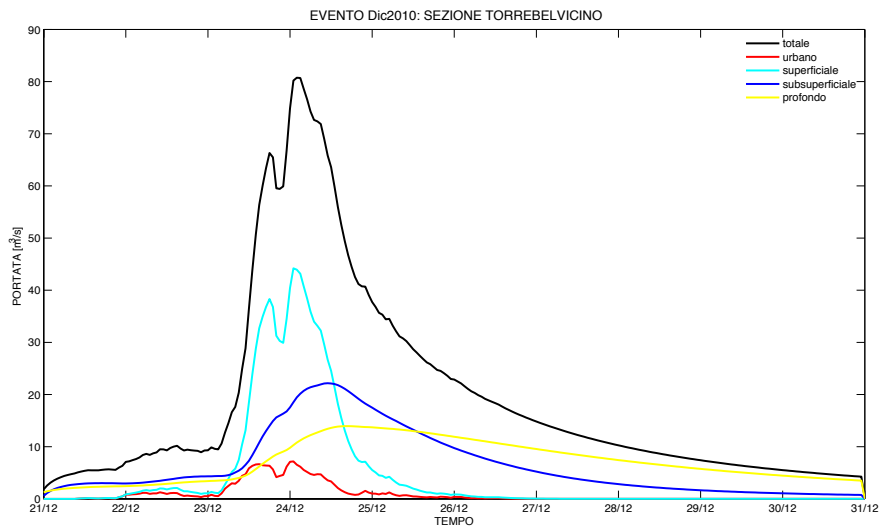


Figura 6.50: Contributi di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del dicembre 2010.

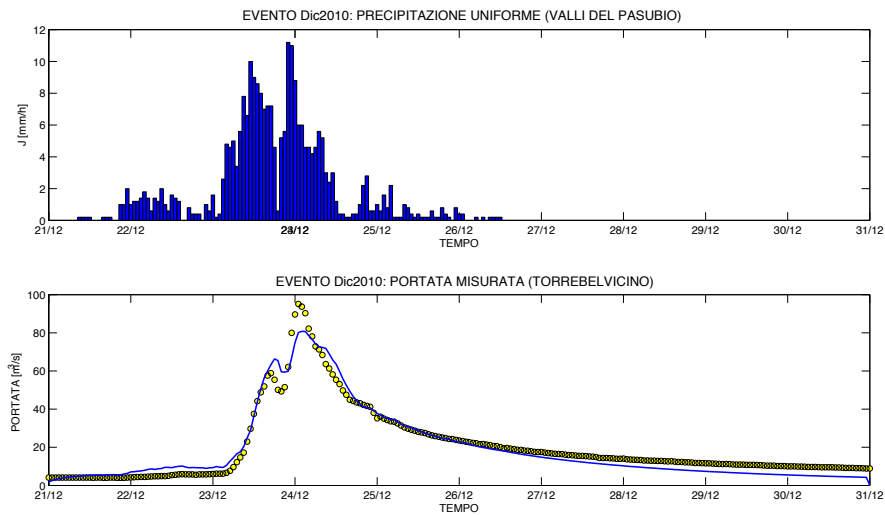


Figura 6.51: Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformi sul bacino e della portata (osservata e modellata) alla sezione di Torrebelvicino durante l'evento del dicembre 2010.

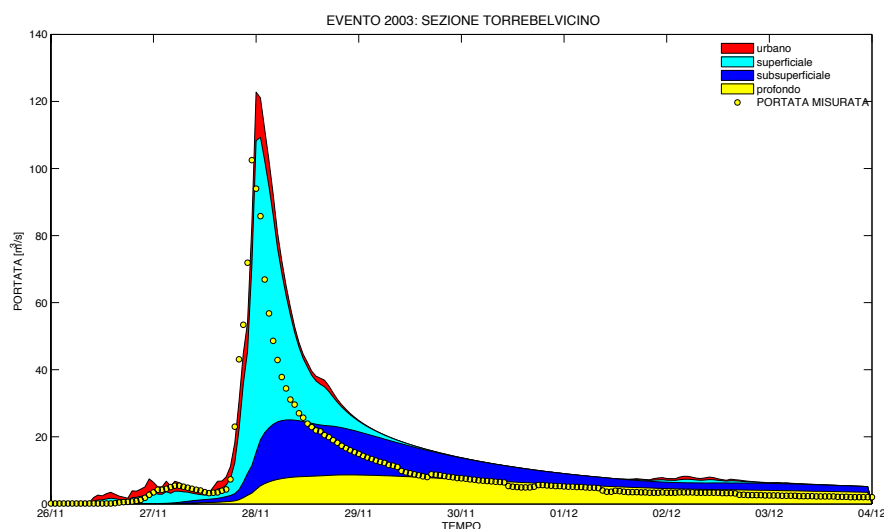


Figura 6.52: *Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2003.*

dei volumi calcolati dal modello rispetto a quelli osservati alla sezione di Torrebelvicino. Inoltre si riportano per ciascun evento i contributi relativi al deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo (Figure 6.53, 6.56) e l'andamento delle precipitazioni uniformi cadute sul bacino durante l'evento considerato (Figure 6.54, 6.57).

Nell'evento del 2003 il modello sovrastima sia il picco di piena (17%) che la fase di recessione della piena, la quale presenta un andamento con valori di portata quasi maggiori del 50% rispetto a quelli della portata misurata a Torrebelvicino. Contrariamente la fase crescente della piena viene ben descritta dal modello così come anche l'istante temporale in cui si verifica il picco dell'onda. Nel caso dell'evento del 2007 il modello sovrastima del 13% il picco principale dell'onda di piena. Una sovrastima maggiore emerge invece se si valuta la rilevazione del picco inferiore precedente il colmo di piena, risultante incrementato del 37% rispetto ai dati reali. La restituzione da parte del modello di un'onda di

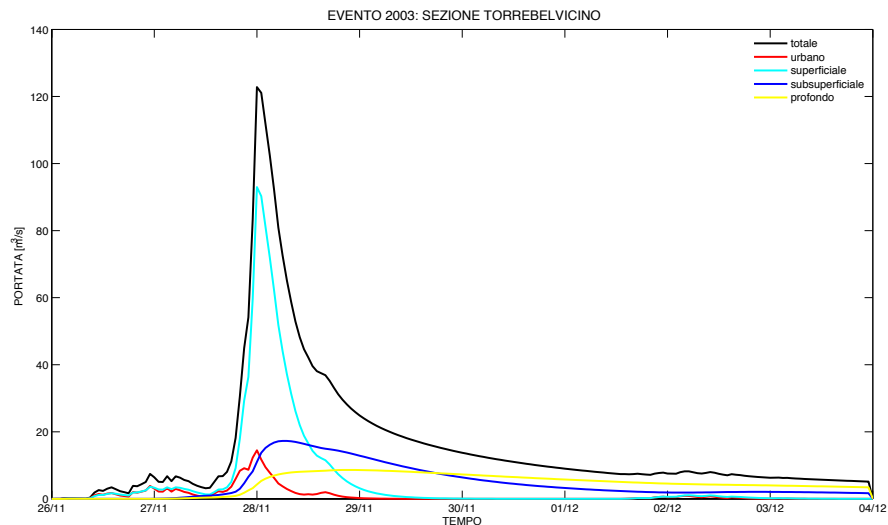


Figura 6.53: Contributi di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2003.

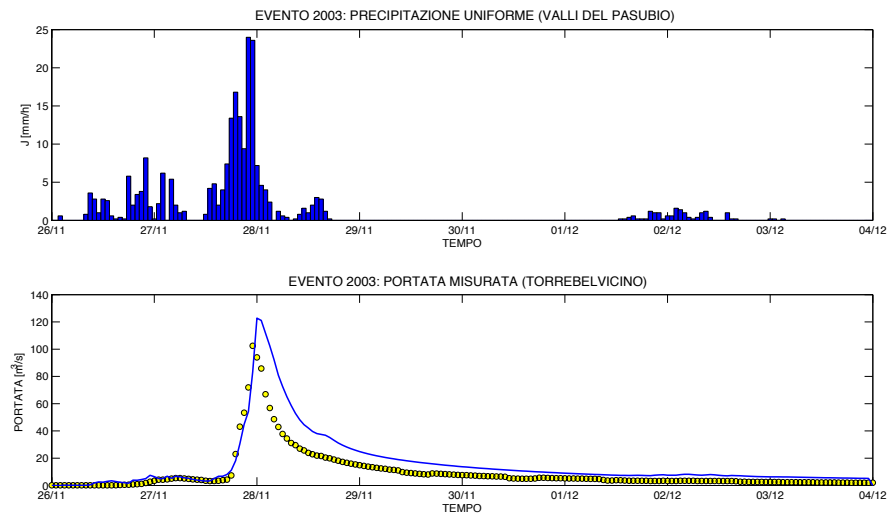


Figura 6.54: Evoluzione temporale delle precipitazioni medie sul bacino e della portata (osservata e modellata) alla sezione di Torrebelvicino durante l'evento del 2003.

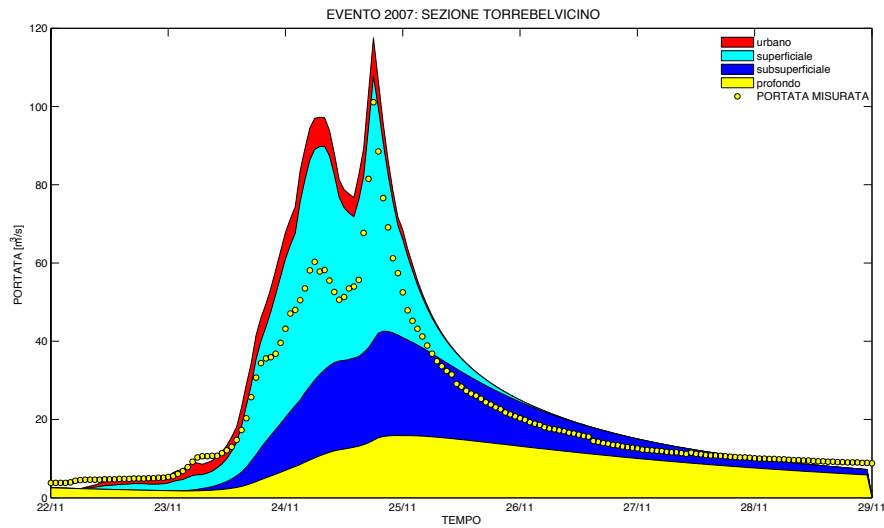


Figura 6.55: Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2007.

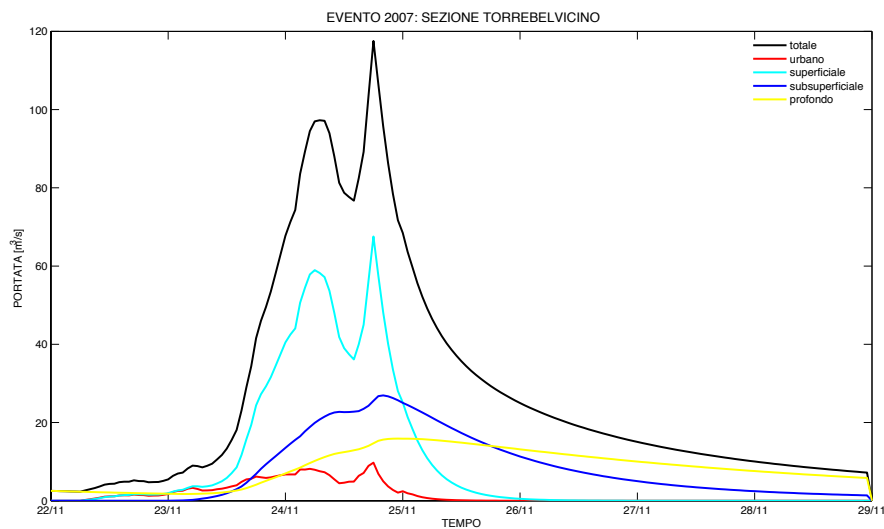


Figura 6.56: Contributi di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2007.



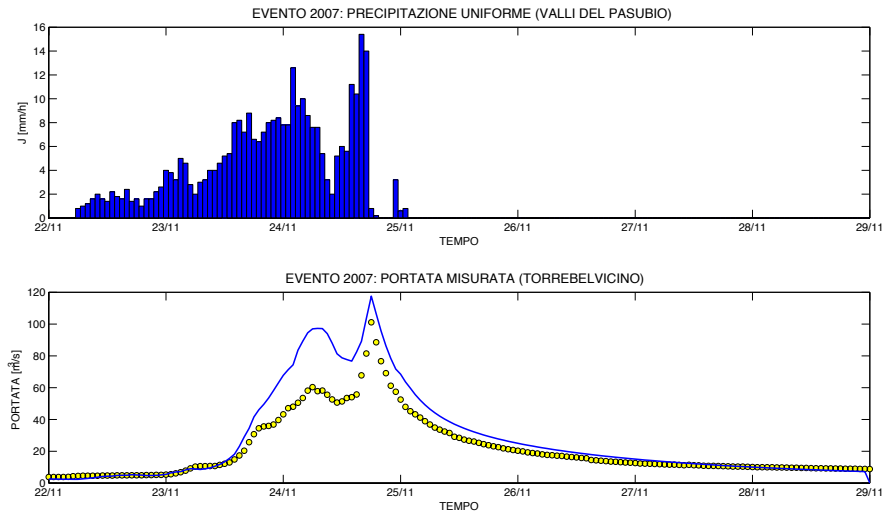


Figura 6.57: *Evoluzione temporale delle precipitazioni medie sul bacino e della portata (osservata e modellata) alla sezione di Torrebelvicino durante l'evento del 2007.*

piena sovrastimata lungo quasi tutta la durata dell'evento per questi due eventi verrà confermata in seguito dall'analisi dei volumi.

Nella Tabella 6.7 si riportano le condizioni iniziali di contenuto d'acqua del suolo utilizzate per ciascun evento.

	2003	2007
$s_0$	0.001	0.001
$h_{prof}(mm)$	0	10

Tabella 6.7: *Condizioni iniziali di contenuto d'acqua nel suolo  $s_0$  e livello iniziale nel serbatoio profondo  $h_{prof}$  per gli eventi del 2003 e del 2007.*

### 6.5.5 Analisi dei risultati

Si sono confrontati per ciascun evento i volumi piovuti con i volumi defluiti ottenuti dal modello e i volumi defluiti reali; si è eseguito inoltre un ulteriore confronto tra il valore del picco di piena modellato e il valore del picco di piena registrato. Ricordando l'ipotesi iniziale che la precipitazione insistente sul bacino durante i vari eventi è stata considerata uniformemente distribuita e caratterizzata dai valori orari misurati nella stazione di Valli del Pasubio, si riportano per ciascuno degli eventi:

- il valore del volume di pioggia caduto durante l'evento, calcolato considerando una precipitazione uniforme;
- il valore del volume defluito e del picco di piena calcolati dal modello;
- il valore del volume defluito e del picco di piena misurati a Torrebelvicino;
- gli errori relativi ottenuti dal confronto tra i vari volumi e tra il picco di piena misurato e modellato.

Nelle colonne relative agli errori i valori che presentano segno '+' indicano i casi in cui il modello fornisce valori sovrastimati rispetto a quelli registrati a Torrebelvicino; viceversa i valori con segno '-' indicano i casi in cui il modello fornisce valori sottostimati rispetto a quelli registrati.

EVENTO 2000		
Tipologia	Volume [ $m^3$ ]	Picco [ $m^3/s$ ]
<i>Piovuto uniforme</i>	$11 \cdot 10^6$	/
<i>Defluito modello</i>	$8,2 \cdot 10^6$	95
<i>Defluito misurato</i>	$7,6 \cdot 10^6$	95
<i>Piovuto-Misurato [%]</i>	+31	/
<i>Modellato-Misurato [%]</i>	+8	+0

Tabella 6.8: Valori dei volumi piovuti e defluiti e dei picchi di piena con relativi errori durante l'evento del 2000.

EVENTO 2002		
Tipologia	Volume [ $m^3$ ]	Picco [ $m^3/s$ ]
<i>Piovuto uniforme</i>	$28,6 \cdot 10^6$	/
<i>Defluito modello</i>	$23,5 \cdot 10^6$	83
<i>Defluito misurato</i>	$20 \cdot 10^6$	72
<i>Piovuto-Misurato [%]</i>	+31	/
<i>Modellato-Misurato [%]</i>	+15	+13

Tabella 6.9: Valori dei volumi piovuti e defluiti e dei picchi di piena con relativi errori durante l'evento del 2002.

EVENTO 2003		
Tipologia	Volume [ $m^3$ ]	Picco [ $m^3/s$ ]
<i>Piovuto uniforme</i>	$15,7 \cdot 10^6$	/
<i>Defluito modello</i>	$10,7 \cdot 10^6$	123
<i>Defluito misurato</i>	$6,6 \cdot 10^6$	102,5
<i>Piovuto-Misurato [%]</i>	+58	/
<i>Modellato-Misurato [%]</i>	+39	+17

Tabella 6.10: Valori dei volumi piovuti e defluiti e dei picchi di piena con relativi errori durante l'evento del 2003.

EVENTO 2007		
Tipologia	Volume [ $m^3$ ]	Picco [ $m^3/s$ ]
<i>Piovuto uniforme</i>	$21,5 \cdot 10^6$	/
<i>Defluito modello</i>	$16,8 \cdot 10^6$	117,5
<i>Defluito misurato</i>	$13,1 \cdot 10^6$	101
<i>Piovuto-Misurato [%]</i>	+39	/
<i>Modellato-Misurato [%]</i>	+22	+14

Tabella 6.11: Valori dei volumi piovuti e defluiti e dei picchi di piena con relativi errori durante l'evento del 2007.

EVENTO 2009		
Tipologia	Volume [ $m^3$ ]	Picco [ $m^3/s$ ]
<i>Piovuto uniforme</i>	$20,8 \cdot 10^6$	/
<i>Defluito modello</i>	$17,7 \cdot 10^6$	108
<i>Defluito misurato</i>	$17,5 \cdot 10^6$	120
<i>Piovuto-Misurato [%]</i>	+16	/
<i>Modellato-Misurato [%]</i>	+2	+10

Tabella 6.12: Valori dei volumi piovuti e defluiti e dei picchi di piena con relativi errori durante l'evento del 2009.

EVENTO NOVEMBRE 2010		
Tipologia	Volume [ $m^3$ ]	Picco [ $m^3/s$ ]
<i>Piovuto uniforme</i>	$33,5 \cdot 10^6$	/
<i>Defluito modello</i>	$28,3 \cdot 10^6$	197,6
<i>Defluito misurato</i>	$31,2 \cdot 10^6$	181,5
<i>Piovuto-Misurato [%]</i>	+7	/
<i>Modellato-Misurato [%]</i>	-10	+8

Tabella 6.13: Valori dei volumi piovuti e defluiti e dei picchi di piena con relativi errori durante l'evento del novembre 2010.

EVENTO DICEMBRE 2010		
Tipologia	Volume [ $m^3$ ]	Picco [ $m^3/s$ ]
<i>Piovuto uniforme</i>	$16,9 \cdot 10^6$	/
<i>Defluito modello</i>	$16,6 \cdot 10^6$	81
<i>Defluito misurato</i>	$17,5 \cdot 10^6$	95
<i>Piovuto-Misurato [%]</i>	-3	/
<i>Modellato-Misurato [%]</i>	-5	-15

Tabella 6.14: Valori dei volumi piovuti e defluiti e dei picchi di piena con relativi errori durante l'evento del dicembre 2010.

Dai risultati riportati nelle tabelle e dall'osservazione dei corrispettivi grafici si può affermare che per gli eventi del del 2000, del 2009 e del novembre 2010 il modello restituisce un'ottima approssimazione dell'onda di piena osservata a Torrebelticino. Per questi eventi infatti sia la forma dell'idrogramma di piena che il valore della portata al colmo sono molto prossimi ai dati reali. Inoltre la differenza percentuale tra il volume defluente modellato e misurato risulta adeguatamente contenuta (Tabelle 6.8, 6.12, 6.13). Per gli eventi del 2002 e del dicembre 2010 il modello fornisce un'onda di piena simulata leggermente discordante da quella registrata soprattutto per quanto riguarda la stima del picco principale e della fase calante dell'onda di piena (Tabelle 6.9, 6.14). Gli eventi che presentano un andamento delle portate modellate maggiormente soggetto ad errore sono quelli del 2003 e del 2007. Si osserva dalle corrispondenti tabelle 6.10 e 6.11 che i picchi di piena sono sovrastimati e che il volume defluente modellato risulta eccessivamente maggiore di quello registrato. La sovrastima dei volumi defluenti forniti dal modello è pari al 39% e al 22% rispettivamente per il 2003 e per il 2007. Questa discordanza è sicuramente legata alla importante differenza percentuale che si osserva tra il volume piovuto durante l'evento ed il volume effettivamente transitato a Torrebelticino. Dall'analisi dei dati di pioggia eseguita ipotizzando una precipitazione uniforme sul bacino, si riscontra per gli eventi del 2003 e del 2007 un volume di pioggia caduto superiore rispettivamente del 58% e del 39% rispetto a quello defluente misurato. Nei paragrafi successivi si cercherà di individuare i motivi che originano la rilevante discordanza in termini di volumi caratterizzante questi due eventi.

### 6.5.6 Studio delle modifiche per il miglioramento della modellazione idrologica dell'evento del 2003

Il 2003 viene ricordato per la grande siccità estiva che causò importanti danni all'agricoltura ed una carenza idrica su tutta la pianura padana. I quantitativi di pioggia caduta quella estate non superarono i 150 *mm*, raggiungendo pertanto deficit del 50-60% rispetto alla pioggia normale. Le piogge totali dall'inizio 2003 fino al 31 agosto registrarono a Vicenza quantitativi che mediamente dovrebbero essere raggiunti nei primi 4-5 mesi (tra aprile e maggio), con uno scarto rispetto alla norma del -46%. Inoltre si osserva che l'altezza di precipitazione cumulata, misurata a Valli del Pasubio nel periodo che va dal 1 settembre 2003 al 25 novembre 2003 ( il giorno precedente l'inizio dell'evento considerato), non superò i 450 *mm*. Per dare una spiegazione della considerevole differenza in termini di volume tra la pioggia caduta sul bacino e l'acqua transitata nella sezione di Torbelvicino durante l'evento considerato, il dato più significativo è rappresentato dall'andamento del livello della falda nel corso degli ultimi 40 anni (Figura 6.58). Durante gli ultimi mesi del 2003 il livello della falda toccò il minimo storico di 48,5 *m s.l.m.m.*. Sicuramente questo fatto può spiegare dove finisca gran parte del volume piovuto e non transitato dalla sezione Torbelvicino. Si può infatti ritenere che, dopo il lungo periodo di siccità estiva e l'autunno fino a quella data poco piovoso, l'evento di fine novembre 2003 sia stato caratterizzato da una considerevole infiltrazione del volume di pioggia nel suolo, andando ad alimentare la depressa falda freatica di quel periodo.

Il problema nella modellazione di questo evento risiede quindi nella determinazione del deflusso profondo che assume una notevole importanza durante la fase di recessione della piena, la quale viene abbondantemente sovrastimata dal set di parametri scelti per la taratura. I parametri  $s_0$  (contenuto d'acqua iniziale) e  $h_{prof}$  (valore del livello iniziale nel serbatoio profondo), che rappresentano due condizioni iniziali del sistema vengono mantenuti invariati poichè non possono assumere valori inferiori di quelli che sono già stati assegnati nella prima analisi (Tabella 6.7). Il parametro su cui si apporta una modifica rispetto al set origi-

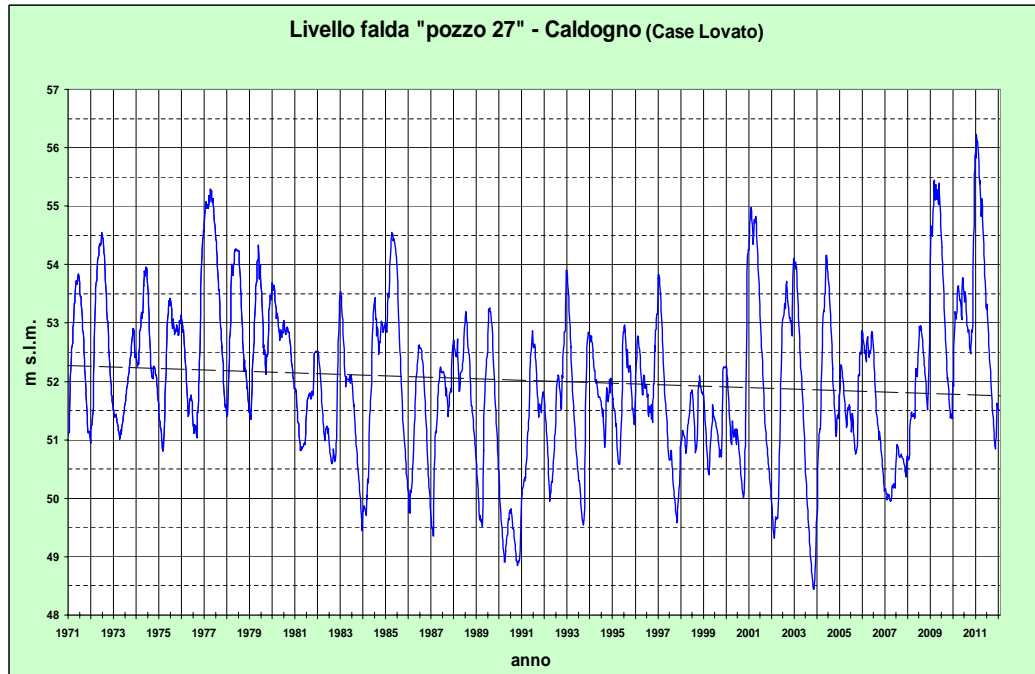


Figura 6.58: *Rappresentazione dell'andamento del livello della falda misurata a Caldogno negli ultimi 40 anni (<http://www.centroidriconovoledo.it/>).*

nale (Tabella 6.4) è il tempo medio di residenza profondo  $t_{prof}$ . Per ottenere una buona modellazione di questo evento si è quindi deciso di aumentare significativamente il valore del parametro ponendolo pari a  $t_{prof} = 500$  ore, in modo che il contributo dovuto al deflusso profondo cominci più avanti nel tempo e sia quindi di minore entità. In questo modo si tiene conto del fatto che l'acqua che si infiltra nel serbatoio profondo impiega un tempo maggiore rispetto al solito per dar vita al deflusso profondo proprio a causa del basso livello della falda verificatosi in quei giorni. Per perfezionare il risultato si è deciso inoltre di aumentare il tempo medio di residenza subsuperficiale raddoppiando il rispettivo parametro ( $t_{sub} = 40$  ore). Tutti gli altri parametri sono invece mantenuti invariati.

Si riporta in tabella 6.15 i valori del tempo medio di residenza subsuperficiale  $t_{sub}$

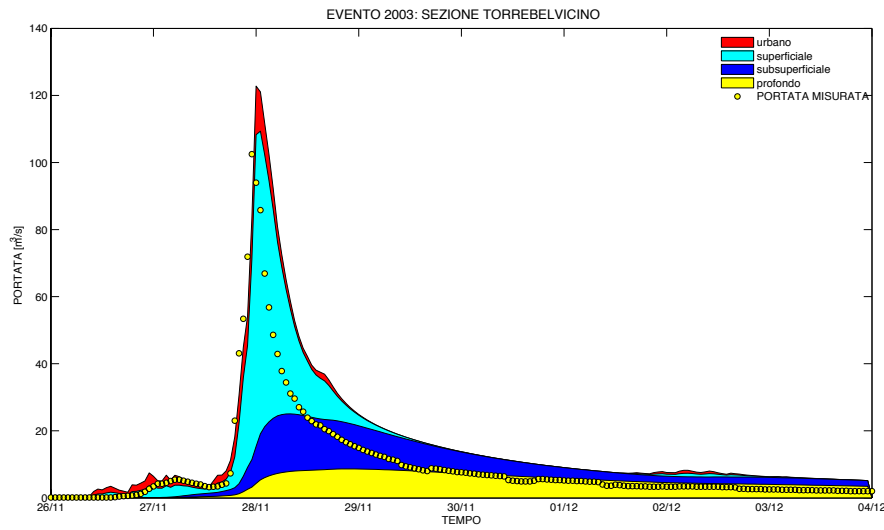


Figura 6.59: Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2003.

e del tempo medio di residenza profondo  $t_{prof}$  prima e dopo la modifica del set originale di parametri per l'evento del 2003. Di seguito si mostra il confronto tra l'andamento delle portate modellate nel caso originale e nel caso con la modifica dei parametri  $t_{prof}$  e  $t_{sub}$ .

EVENTO 2003		
	set originale	set modificato
$t_{sub}$ [ore]	20	40
$t_{prof}$ [ore]	70	500

Tabella 6.15: Valori del tempo medio di residenza sub-superficiale  $t_{sub}$  e del tempo medio di residenza profondo  $t_{prof}$  prima e dopo la modifica del set originale di parametri per l'evento del 2003



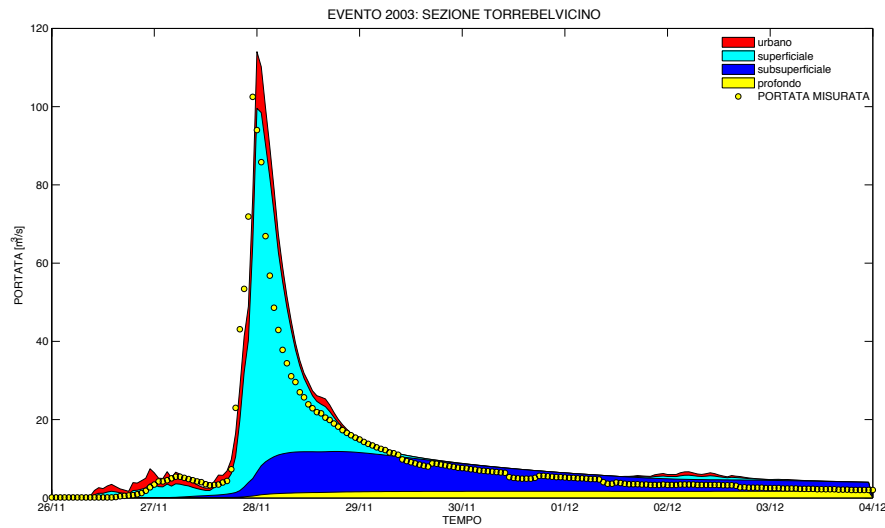


Figura 6.60: *Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2003 con il set di parametri modificato [ $t_{sub} = 40h$  e  $t_{prof} = 500h$ ].*

Le modifiche apportate ai tempi medi di residenza subsuperficiale e profondo comportano un apprezzabile miglioramento della modellazione dell'evento. Come mostra la tabella 6.16 il picco di piena viene abbassato e l'errore rispetto al picco misurato scende al 10%. La differenza percentuale tra il volume defluito modellato con i nuovi parametri e quello misurato si dimezza rispetto al caso implementato con il set di parametri originale. Osservando la figura 6.60 si può affermare in conclusione come la modifica dei due parametri comporti una migliore descrizione della fase calante dell'onda di piena ed in generale una più dettagliata rappresentazione dell'idrogramma misurato nella sezione di Torrebelvicino.

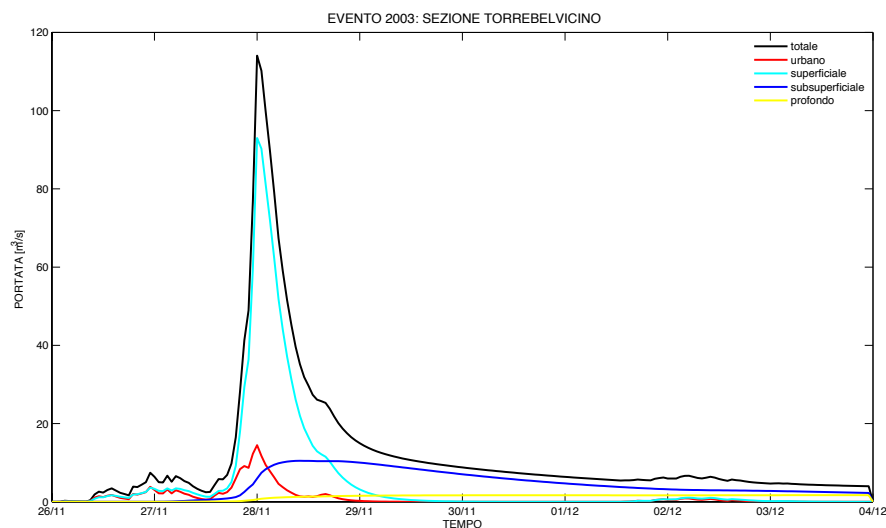


Figura 6.61: Contributi di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2003 con il set di parametri modificato [ $t_{sub} = 40h$  e  $t_{prof} = 500h$ ].

EVENTO 2003				
Tipologia	Volume [ $m^3$ ]	Errore [%]	Picco [ $m^3/s$ ]	Errore [%]
<i>Defluvio misurato</i>	$6,6 \cdot 10^6$	/	102,5	/
<i>Defluvio modellato originale</i>	$10,7 \cdot 10^6$	+39	123	+17
<i>Defluvio modellato modificato</i>	$8,2 \cdot 10^6$	+20	114	+10

Tabella 6.16: Confronto tra i volumi defluiti e tra i valori dei picchi di piena con relativi errori, ricavati prima e dopo la modifica del set di parametri, per l'evento del 2003.

### 6.5.7 Studio delle modifiche per il miglioramento della modellazione idrologica dell'evento del 2007

La modellazione dell'evento del 2007, così come evidenziato nell'analisi precedente, non conduce ad una rappresentazione soddisfacente del reale andamento delle portate. Infatti, come si può notare osservando la figura 6.63, il modello sovrastima eccessivamente la parte centrale dell'idrogramma di piena. La differenza tra misurato e modellato appare maggiormente evidente se si focalizza l'attenzione sulla rappresentazione da parte del modello del primo picco dell'onda, il quale viene infatti sovrastimato del 37%. Quanto appena affermato trova conferma nel dato relativo alla differenza percentuale (39%) tra il volume piovuto ed il volume defluito misurato. L'analisi condotta su tutti i dati disponibili lascia intravedere la possibilità di una sovrastima del volume effettivamente piovuto sul bacino. Tale eventualità verrebbe confermata se si dimostrasse l'inadeguatezza dell'ipotesi di distribuzione uniforme delle piogge per l'evento oggetto di studio. Si vuole dunque verificare la possibilità che, utilizzando la sola stazione di Valli del Pasubio per la determinazione della precipitazione sull'intero bacino, si stia sovrastimando il volume d'acqua piovuto durante l'evento. Per fare ciò si ritiene opportuno calcolare il volume piovuto sul bacino utilizzando anche i dati di precipitazione misurati nella diverse stazioni pluviometriche dislocate nei dintorni dello stesso. Si è quindi deciso di utilizzare i dati di pioggia provenienti da 12 delle 20 stazioni disponibili adiacenti al bacino e di rappresentare la distribuzione spaziale della precipitazione mediante l'utilizzo di tecniche d'interpolazione geostatistica. Utilizzando il metodo del Kriging si è provveduto quindi a rappresentare la variazione nello spazio delle altezze di pioggia cumulata durante l'evento del 2007 (Figura 6.62). Dall'osservazione della figura 6.62 appare evidente come l'accumulo delle piogge più intense sia concentrato nella parte centrale del bacino dove è situata la stazione di Valli del Pasubio, mentre nelle zone nord-ovest e sud-est la precipitazione cumulata appare di minore intensità. Pertanto, per l'evento del novembre 2007, la sola rilevazione delle altezze di pioggia nella stazione di Valli del Pasubio e la conseguente ipotesi di distribuzione

uniforme su tutto il bacino non risulta sufficiente a rappresentare la reale quantità di acqua caduta effettivamente durante l'evento meteorologico indagato. Si è quindi provveduto ad effettuare una nuova modellazione idrologica dell'evento avvalendosi del Kriging effettuato utilizzando le misurazioni di 12 stazioni pluviometriche indicate in figura 6.62. Di seguito, per l'evento del 2007, si mostra il confronto tra l'andamento della portata misurata e quella modellata sia nel caso di pioggia uniforme che nel caso di utilizzo del Kriging per la determinazione della distribuzione spaziale delle piogge. Si riporta inoltre l'andamento delle piogge nel tempo che nel primo caso sono precipitazioni rilevate a Valli del Pasubio e considerate uniformi su tutto il bacino, mentre nel secondo caso sono la media pesata delle piogge dei vari sottobacini calcolata utilizzando come pesi le aree dei sottobacini stessi.

In tabella 6.17 si riporta il confronto tra i dati relativi all'evento del 2007 ricavati prima con le piogge uniformi e successivamente applicando il Kriging. Nelle colonne relative agli errori i valori che presentano segno '+' indicano i casi in cui il modello fornisce valori sovrastimati rispetto a quelli registrati a Torrebelvicino; viceversa i valori con segno '-' indicano i casi in cui il modello fornisce valori sottostimati rispetto a quelli registrati.

EVENTO 2007				
Tipologia	Volume [ $m^3$ ]	Errore [%]	Picco [ $m^3/s$ ]	Errore [%]
<i>Piovuto prec. unif.</i>	$21,5 \cdot 10^6$	+39	/	/
<i>Piovuto kriging</i>	$18,8 \cdot 10^6$	+30	/	/
<i>Transitato</i>	$13,1 \cdot 10^6$	/	101,1	/
<i>Modellato prec. unif.</i>	$16,8 \cdot 10^6$	+22	117,5	+14
<i>Modellato Kriging</i>	$13,2 \cdot 10^6$	+1	75	-26

Tabella 6.17: Confronto tra i volumi piovuti, tra volumi defluiti e tra i valori dei picchi di piena con relativi errori, ricavati con e senza l'utilizzo del Kriging, per l'evento del 2007.

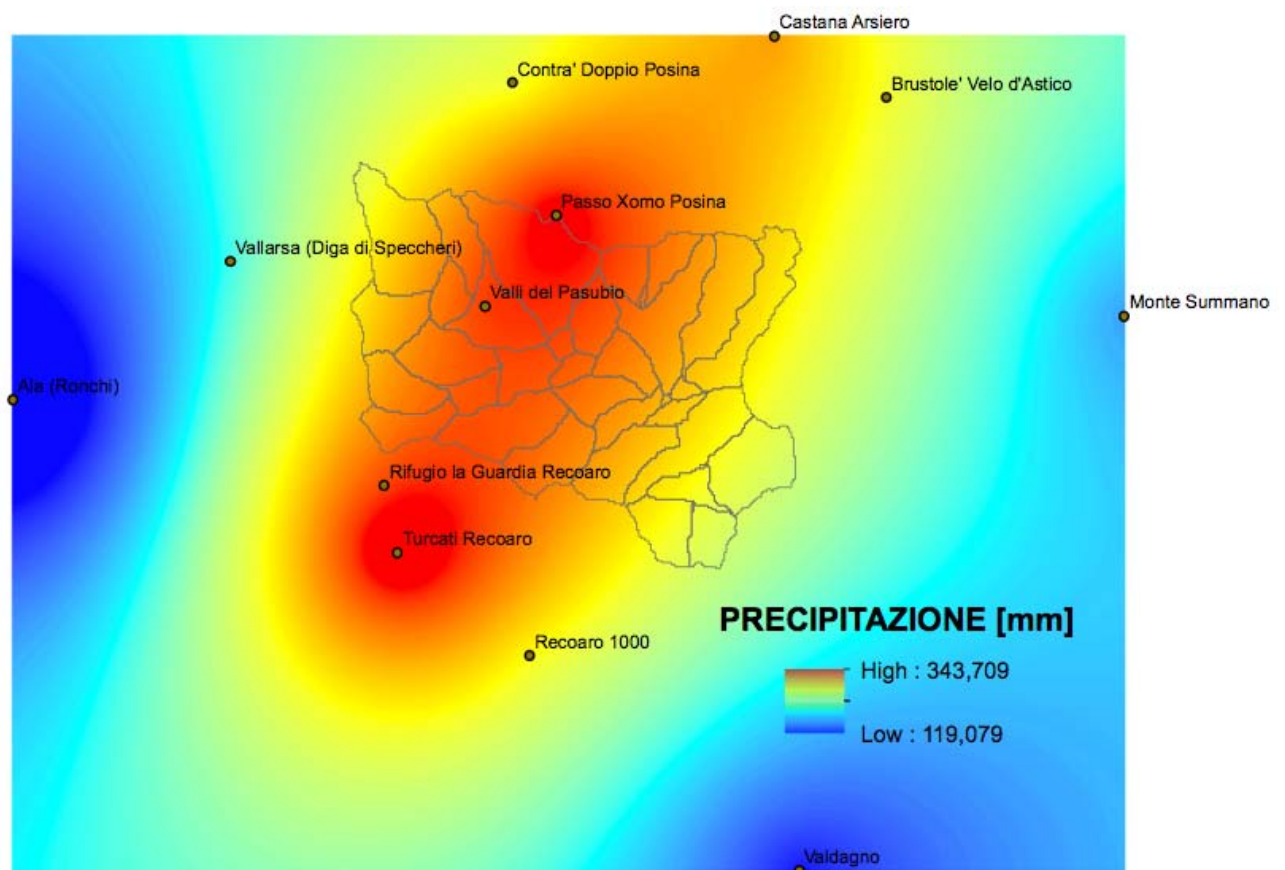


Figura 6.62: *Distribuzione spaziale delle piogge cumulate per l'evento del 2007.*

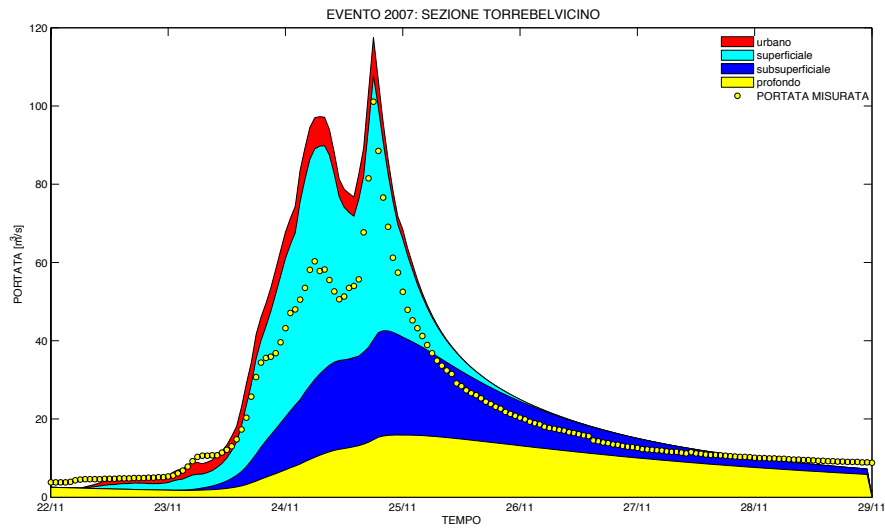


Figura 6.63: Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2007 ricavati con l'ipotesi di pioggia uniforme.

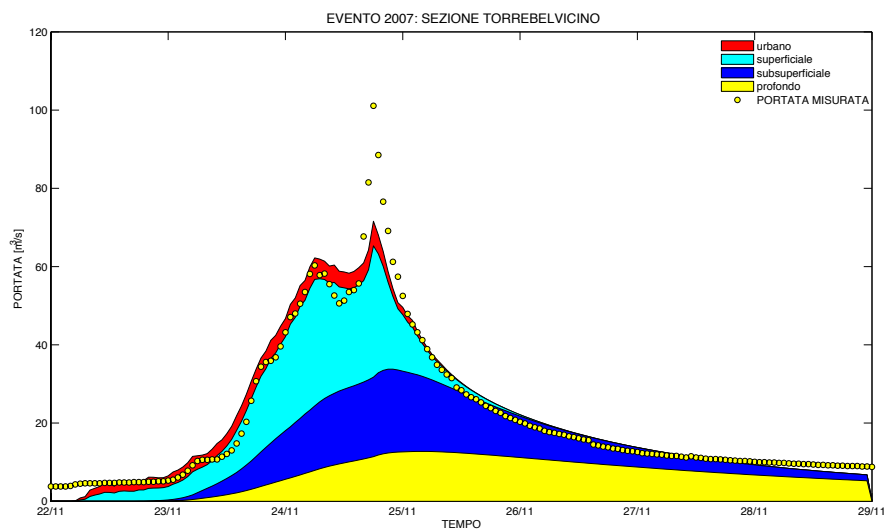


Figura 6.64: Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo alla portata durante l'evento del 2007 ricavati utilizzando i Kriging.

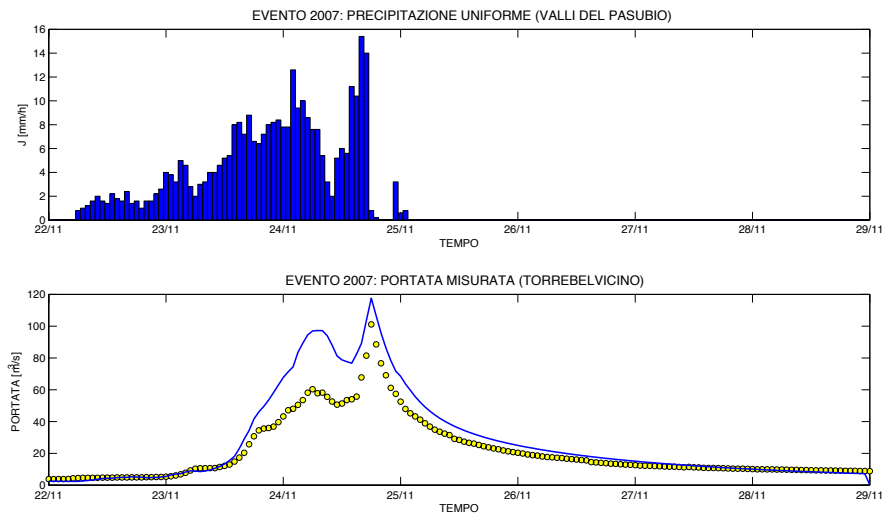


Figura 6.65: *Evoluzione temporale delle precipitazioni uniformi sul bacino e della portata (osservata e modellata) alla sezione di Torrebelvicino durante l'evento del 2007.*

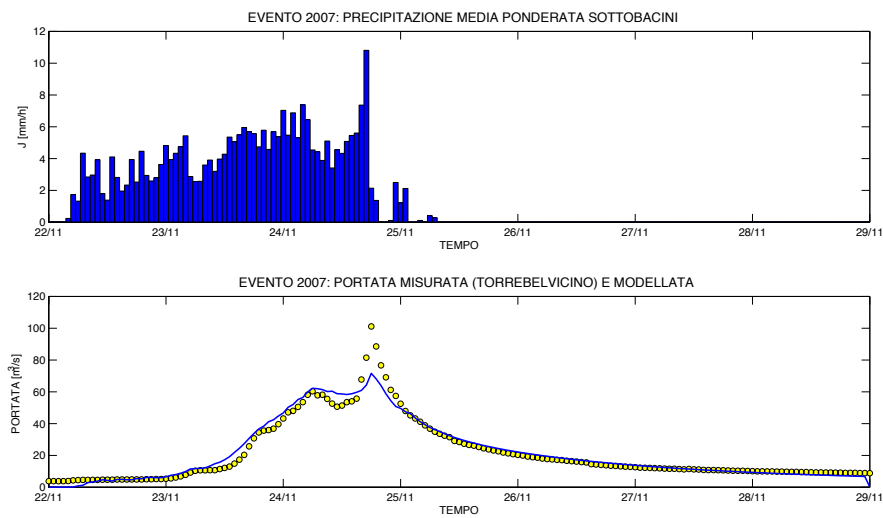


Figura 6.66: *Evoluzione temporale delle precipitazioni medie ponderate calcolate con il Kriging sul bacino e della portata (osservata e modellata) alla sezione di Torrebelvicino durante l'evento del 2007.*

Si ritiene quindi di poter affermare che l'utilizzo del Kriging per la determinazione della distribuzione della pioggia istante per istante nei vari sottobacini conduce ad una migliore rappresentazione da parte del modello dell'onda di piena misurata a Torrebelvicino. Diversamente dal caso caratterizzato da un input di piogge uniformi, l'utilizzo del metodo di interpolazione geostatistica fornisce una stima più fedele delle portate reali sia in termini di forma dell'idrogramma di piena che in termini di volumi transitati (1%). L'unica discrepanza dai valori osservati è relativa al picco principale della piena che viene sottostimato del 25%. Vengono invece raffigurati con buona precisione sia la fase crescente della piena con il primo picco meno elevato che la fase di recessione dell'onda di piena (Figura 6.64).



# Conclusioni

Il presente lavoro ha consentito di sviluppare un modello idrologico per il bacino idrografico del torrente Leogra in grado di simulare la formazione di eventi di piena. Nello sviluppo del modello è stato possibile determinare una caratterizzazione fisico-morfologica molto dettagliata del bacino, introducendo la dipendenza della conducibilità idraulica dalle tipologie di suolo e la dipendenza dello spessore dello strato collaborante dalla curvatura del terreno. L'obiettivo di un buon modello idrologico è riprodurre correttamente i picchi di piena, in termini di tempo e valore di portata, e i volumi defluiti rispetto ai dati registrati.

Si osserva come per gli eventi del 2000, del 2009 e del novembre 2010 ci sia una buona corrispondenza tra i volumi defluiti relativi alle portate registrate e quelli relativi alle portate modellate. Gli errori che si possono osservare sono causati dalla contenuta sottostima del colmo per l'evento del 2009 e dalla modesta sovrastima per l'evento del novembre 2010. Per gli eventi del 2002 e del dicembre 2010 la risposta del modello presenta dei marginali difetti relativamente alla determinazione del valore del picco principale dell'idrogramma e della fase calante della piena. A tal proposito si osserva infatti una sovrastima delle portate per il 2002 ed una sottostima per il dicembre 2010. Per tali eventi si osserva inoltre che i volumi defluiti modellati approssimano sufficientemente quelli misurati a Torrebelvicino. Per quanto riguarda invece gli eventi del 2003 e del 2007, l'iniziale modellazione idrologica ha portato a risultati insoddisfacenti rendendo conseguentemente necessario un approfondimento delle cause che li hanno determinati. La notevole discordanza tra il volume piovuto e quello defluito misurato a Torrebelvicino è stata imputata al fatto che i giorni in cui si è verificato l'evento

del 2003 corrispondono al periodo caratterizzato dal minimo storico del livello della falda nella zona. Questa situazione ha orientato la strategia di indagine al cambiamento dei parametri  $t_{sub}$  e  $t_{prof}$  per tener conto dell'allungamento del tempo di risposta subsuperficiale e soprattutto profondo, dovuti alla straordinaria carenza di acqua nel suolo durante il periodo analizzato. Le suddette modifiche hanno prodotto soddisfacenti risultati sia in termini di volumi defluiti che in termini di determinazione del colmo dell'onda. Nell'analisi dell'evento di piena del 2007 si è invece riconosciuta come causa degli errori di modellazione, per quanto concerne la forma dell'onda di piena, l'adozione dell'ipotesi iniziale di poter considerare il bacino abbastanza piccolo da consentire di uniformare su tutta la sua estensione i dati di pioggia rilevati da una sola stazione pluviometrica. Si è quindi provveduto ad integrare gli stessi con le rivelazioni di altre undici stazioni nei dintorni del bacino. L'indagine si è avvalsa dell'utilizzo del Kriging per l'interpolazione geostatistica dei dati di pioggia e la definizione della distribuzione spaziale delle precipitazioni all'interno del bacino. La modellazione idrologica dell'evento con i nuovi input di pioggia ha condotto ad un miglioramento della stima delle portate realmente transitate a Torrebelvicino sia in termini di volumi defluiti che relativamente alla fase crescente e calante dell'onda di piena. Le osservazioni sopra riportate confermano come alcune assunzioni comuni nei modelli idrologici, quali l'uniforme distribuzione delle piogge nello spazio, siano una delle possibili concause di incertezza nella capacità predittiva dei modelli utilizzati. Inoltre si deve considerare la possibilità che altri errori di risposta del modello possano essere imputati alla qualità dei dati di precipitazione disponibili ed alla precisione delle misurazioni delle portate registrate. Nello sviluppo di questa tesi si è quindi implementato un modello idrologico, legato alle caratteristiche morfologiche e fisiche del bacino idrografico del torrente Leogra, che è risultato fondamentale per la valutazione e la previsione di eventi di piena. La taratura del modello, eseguita attraverso la scelta del set ottimale dei parametri, consente il suo utilizzo per predire il comportamento del sistema in relazione all'input meteorologico utilizzato e alle diverse condizioni dello stato iniziale del bacino.

# Bibliografia

- [1] Beven, K.J. (2001), *Rainfall-Runoff Modelling*, Wiley., Chichester.
- [2] Botter, G., e A. Rinaldo (2003), Scale effect on geomorphologic and kinematic dispersion, *Water Resources Research*, 39 (10), 1286.
- [3] Clapp, R.B., e G.N. Hornberger (1978), Empirical equations for some soils hydraulic properties, *Water Resour. Res.*, 14(8), 601-604.
- [4] Da Deppo L., C. Datei, e P. Salandin (2004), *Sistemazione dei corsi d'acqua*, Edizioni Libreria Cortina, Padova.
- [5] Dietrich, W.E., e T., Dunne (1993), The channel head, in *Channel Network Hydrology*, edited by K. Beven and M.J. Kirkby, pp. 176-219, John Wiley, New York.
- [6] Gilbert, G. K. (1909), The convexity of hilltops, *J. Geol.*, 17, 344-350.
- [7] Gobbo, I. (2006), *Analisi della dispersione profonda nella rete idrografica nel comprensorio alto vicentino*, Tesi di laurea, Università degli studi di Padova, Facoltà di Ingegneria.
- [8] Gupta, V.K., E. Waymire e C.T. Wang (1980), A Representation of a Unit Hydrograph from Geomorphology, *Water Resources Research*, 16, 5, 855-862.
- [9] Marani, M., et al., *Modellazione matematica del bacino idrografico del fiume Brenta Volume I*, Modellazione idrologica, Padova 2010.

- [10] Marani, M., *Processi e Modelli dell'Idrometeorologia*, Università degli Studi di Padova - Dip. IMAGE, 2003.
- [11] Montgomery, D.R., e W.E. Dietrich (1989), Source areas, drainage density and channel initiation, *Water Resour. Res.*, 25, 1907-1918.
- [12] Montgomery, D.R., e W.E. Dietrich (1992), Channel initiation and the problem of landscape scale, *Science*, 255, 826-830.
- [13] Montgomery, D.R. (1991), *Channel initiation and landscape evolution*, Univ. of Calif., Berkeley.
- [14] Schwartz F.W., e H. Zhang (2003), *Fundamentals of groundwater*, Wiley International.
- [15] Servizio Risorse Idriche Energetiche Alternative della provincia di Vicenza (2011), *Calcolo del Bilancio Idrico e del Deflusso Minimo Vitale mediante metodologia IFIM del bacino Leogra*, Raggruppamento Temporaneo: C. Mastella, A. Nardini, M. A. Riva.
- [16] Rinaldo, A., et al., *Modello matematico della risposta idrologica del fiume Tanaro*, Relazione, Rapporto intermedio, 2004.
- [17] Rinaldo A., e I. Rodriguez-Iturbe (1996), Geomorphological theory of the hydrologic response, *Hydrol. Processes*, 10(6), 803-844.
- [18] Rinaldo, A., L. Altissimo, M. Putti, G. Passadore, M. Monego, A. Sottani (2010), *Modello matematico di flusso nei sistemi acquiferi dei territori dell'Autorità d'Ambito Territoriale Ottimale A.A.T.O. Brenta*. Università degli studi di Padova e Centro Idrico di Novoledo S.r.l.
- [19] Rodriguez-Iturbe I. e J.B. Valdes (1979), The geomorphologic structure of hydrologic response, *Water Resour. Res.*, 15(6), 1409-1420.
- [20] Rodriguez-Iturbe, I., e A. Rinaldo (1997), *Fractal River Basins*, Cambridge University Press.

- [21] Tarboton D. G. (1997), A new method for the determination of flow directions and upslope areas in grid digital elevation models, *Water Resour. Res.*, 33, 309-319.
- [22] Tarboton, D. G., R. L. Bras e I. Rodriguez-Iturbe (1992), A physical basis for drainage density, *Geomorphology*, 5(1/2): 59-76.
- [23] Tarboton, D. G., R. L. Bras e I. Rodriguez-Iturbe (1991), On the Extraction of Channel Networks from Digital Elevation Data, *Hydrologic Processes*, 5(1): 81-100.
- [24] Tarboton, D. G., Utah State University, TauDEM versione 5.1 dal sito [hydrology.uwrl.usu.edu](http://hydrology.uwrl.usu.edu)
- [25] Uccelli, A., T. Settin, M. Marani, e A. Rinaldo (2004), Sui modelli matematici di fondamento geomorfologico per la produzione del deflusso, *Atti del XXIX Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, Trento.



# Appendice A

## Modalità di funzionamento del modello idrologico del torrente Leogra

### File di input

Riportiamo la lista dei file di input per il modello idrologico del torrente Leogra e una breve spiegazione del loro contenuto.

- *param.txt*: contiene il valore dei parametri di calibrazione del modello, il valore delle condizioni di contenuto d'acqua del suolo all'istante iniziale del periodo di interesse e la frazione di ora che si desidera utilizzare come passo temporale di calcolo;
- *date.txt*: contiene le date di inizio e fine del periodo di interesse e una data di riferimento per l'evento in analisi pari al 31 dicembre dell'anno precedente a quello in cui si è verificato l'evento;
- *sezioni\_controllo.txt*: contiene il codice identificativo delle sezioni in cui si desidera conoscere i valori della portata modellata.
- *precipitazioni.mat*: valori di precipitazione a passo orario per ciascun sottobacino appartenente al bacino del Leogra (quando non si considera la pioggia uniformemente distribuita sull'intero bacino, si ottiene questo file al termine delle operazioni di interpolazione geostatistica);

- *MODE.txt*: contiene le scelte riguardanti l'attivazione o meno del modulo di accumulo e scioglimento nivale e del modulo di evapotraspirazione; nel nostro caso non saranno attivi nessuno dei due moduli;
- *Aree.txt*: contiene per ciascun sottobacino i valori dell'area totale, dell'area urbana, dell'area concava, dell'area piatta, dell'area convessa, della curvatura media della sola area convessa e i pesi per il calcolo della conducibilità idraulica.
- *Leograceord.dat*: file ottenuto dall'estrazione della rete;
- *Leogratree.dat*: file ottenuto dall'estrazione della rete;
- *Torrebelvicino.txt*: contiene le registrazioni della portata osservata nella sezione di chiusura a Torrebelvicino.

## File di output

Riportiamo la lista dei file forniti come output dal modello idrologico del torrente Leogra e una breve spiegazione del loro contenuto.

- *portate.mat*: valori delle portate (in  $m^3/s$ ) con passo temporale pari a quello scelto per la simulazione a Torrebelvicino, sezione di chiusura del bacino montano del torrente Leogra (variabile *Qtot\_fin*) e alle sezioni intermedie, quando queste siano richieste (variabile *Qtot\_int*);
- *moisture.mat*: contiene il valore del contenuto d'acqua dello strato radicale del suolo (variabile *s\_start*) e il volume d'acqua contenuto negli strati più profondi del suolo (variabile *Sprof\_start*) nell'ultimo istante temporale della simulazione, dati che permettono di utilizzare il modello "in continuo" utilizzandoli come condizioni iniziali di simulazioni successive;
- *Q\_contributi.fig*: figura che mostra i contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, subsuperficiale e profondo alla portata modellata alla sezione di chiusura di Torrebelvicino;



- *Q\_deflussi.fig*: figura che mostra i contributi di deflusso urbano, superficiale, subsuperficiale e profondo alla portata modellata alla sezione di chiusura di Torrebelvicino;
- *Q-P.fig*: figura che mostra l'evoluzione temporale delle precipitazioni e delle portate osservate e modellate alla sezione di chiusura di Torrebelvicino;
- *Q-confronto.fig*: figura che mostra il confronto tra la portata misurata e quella modellata alla sezione di chiusura di Torrebelvicino.