



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”
Corso di Laurea Triennale in Fisica

Caratterizzazione di cristalli dielettrici non lineari per la generazione di microonde con un mode-locked laser

LAUREANDO:
Alessandro Caria
Matricola 1014256

RELATORE:
Ch.mo Prof. Armando Francesco Borghesani

CORRELATORE:
Dott.ssa Caterina Braggio

Anno Accademico 2014/2015

Indice

1	Ottica non lineare	5
1.1	Introduzione	5
1.2	Cenni di ottica non lineare	7
1.2.1	Effetti non lineari del secondo ordine	7
2	Esperimento	11
2.1	Realizzazione sperimentale	11
2.2	Schema generale	12
2.3	Sorgente laser	13
2.3.1	Caratterizzazione del fascio	14
2.4	Apparati di acquisizione	16
2.4.1	Network analyzer	16
2.4.2	Oscilloscopio	16
2.5	Cavità risonante	17
2.5.1	Risposta in frequenza della cavità	21
2.5.2	Risposta in frequenza della cavità con cristallo	23
2.5.3	Laser sweep	24
2.6	Cristalli	26
2.6.1	KTP	26
2.6.2	LBO	26
2.6.3	Niobato di litio	27
2.7	Apparati ottici	27
2.7.1	Filtri neutri	27
2.7.2	Lamina mezz'onda	28
2.7.3	Separatori d'armonica	28
3	Risultati sperimentali	29
3.1	Analisi al variare dell'intensità del laser	29
3.1.1	Emissione nella regione delle microonde	29
3.1.2	Emissione nella regione del visibile	31
3.2	Analisi della dipendenza angolare dell'emissione	33
3.2.1	Emissione della regione delle microonde	33
3.2.2	Emissione nella regione del visibile	35
4	Modello teorico e analisi dati	37
4.1	Sistemi di riferimento	37
4.1.1	Accoppiamento	39
4.2	Analisi dei dati sperimentali	39
4.2.1	KTP	40
4.2.2	LBO	41
4.2.3	Niobato di litio	43
5	Conclusioni	47
	Bibliografia	49

Capitolo 1

Ottica non lineare

1.1 Introduzione

I materiali possono essere classificati, per la maggior parte, in due grandi categorie: conduttori ed isolanti (o dielettrici). I primi contengono delle cariche che si possono muovere lungo tutto l'oggetto, ossia elettroni delocalizzati all'interno di tutto il conduttore. I secondi, invece, presentano delle cariche che sono vincolate a muoversi all'interno di un piccolo volume corrispondente a uno specifico atomo o molecola. In presenza di un campo elettrico esterno nei dielettrici non vi sono effetti globali di riarrangiamento della carica paragonabili a quelli dei conduttori, ma è comunque presente un effetto cumulativo della modifica locale della carica.

È possibile schematizzare l'atomo come un dipolo elettrico in cui si ha un nucleo positivo ed una nube elettronica negativa, che in assenza di campi esterni hanno la stessa carica e lo stesso baricentro e di conseguenza momento di dipolo nullo. In presenza di un campo elettrico esterno \vec{E} la nube elettronica tende a spostarsi rispetto al nucleo, producendo un momento di dipolo \vec{p} che punta nella stessa direzione del campo elettrico ed è proporzionale ad esso. Nel caso di un dielettrico esteso si può definire una polarizzazione \vec{P} come il momento di dipolo per unità di volume [1]. In questa descrizione la polarizzazione dipende linearmente dal campo elettrico applicato mediante un coefficiente di proporzionalità $\epsilon_0\chi$. Il primo fattore è la permittività dielettrica del vuoto ed il secondo è la cosiddetta suscettività lineare. In natura esistono materiali la cui risposta dielettrica risulta essere non lineare rispetto al campo elettrico applicato. I fenomeni che derivano da queste caratteristiche sono oggetto di studio dell'ottica non lineare.

Le prime osservazioni di questi fenomeni risalgono agli anni '60 del 1900. Franken ed altri compirono un esperimento facendo incidere degli impulsi di luce prodotti da un laser a rubino su un cristallo di quarzo. Analizzando, per mezzo di uno spettrometro, il fascio emesso dal laser dopo l'attraversamento del cristallo si trovò una componente a frequenza doppia rispetto a quella emessa dal laser. L'utilizzo di impulsi di luce della durata di un millisecondo e con campi elettrici molto intensi, dell'ordine di 10^7 V/m, permise infatti di ottenere una risposta non lineare da parte del cristallo. Questo fenomeno è chiamato generazione di seconda armonica (*Second Harmonic Generation*, SHG) [2].

Lo stesso gruppo di ricerca osservò un altro fenomeno non lineare con un differente cristallo, il KDP (diidrogeno fosfato di potassio). Il cristallo era posto due piastre metalliche, parallele tra loro ed ortogonali alla direzione del fascio incidente, formando un condensatore. La differenza di potenziale tra le piastre, data dalla polarizzazione del cristallo, era misurabile nel tempo mediante un oscilloscopio. Confrontando il segnale ottenuto dal condensatore con quello relativo all'intensità del fascio laser ottenuto mediante una fotocellula posta sul cammino ottico si trovò una coincidenza tra i due segnali. Questo fenomeno è chiamato "rettificazione ottica" (*Optical Rectification*, OR) in quanto ad un campo elettrico periodico (la luce laser) viene associato un campo elettrico costante nel tempo [3].

Una spiegazione di questi fenomeni si ha esprimendo la polarizzazione come un'espansione in serie del campo elettrico incidente mediante opportuni coefficienti. Considerando, per semplicità, un modello scalare si può scrivere:

$$P(t) = \epsilon_0 [\chi^{(1)}E(t) + \chi^{(2)}E^2(t) + \chi^{(3)}E^3(t) + \dots] \quad (1.1)$$

Da questa espressione si può mostrare che i due fenomeni della generazione di seconda armonica e di rettificazione ottica sono legati tra loro. Considerando un'onda elettromagnetica monocromatica la cui ampiezza del campo elettrico è data da:

$$E(t) = E_0 \cos(\omega t) \quad (1.2)$$

Il termine della polarizzazione del secondo ordine, ossia il termine proporzionale al quadrato del campo elettrico, risulta essere:

$$P^{(2)}(t) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E^2(t) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_0^2 \cos^2(\omega t) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_0^2 [1 + \cos(2\omega t)] \quad (1.3)$$

Si ha dunque un termine a frequenza doppia rispetto all'onda elettromagnetica incidente ed uno non dipendente dal tempo, corrispondenti rispettivamente al fenomeno di generazione di seconda armonica e di rettificazione ottica. In presenza di più onde monocromatiche incidenti sul materiale esistono altri fenomeni, sempre legati al termine del secondo ordine della polarizzazione, che producono somme e differenze di queste frequenze, ma non sono d'interesse per questo lavoro.

I coefficienti χ dei termini di ordine superiori al primo sono tali da dare un contributo alla polarizzazione solo per campi elettrici incidenti di ampiezza molto grande. Questo spiega perché non si siano osservati fenomeni non lineari prima dello sviluppo dei laser, che forniscono intensità elevate. È possibile dare una stima dei coefficienti del secondo ordine, e quindi dell'intensità necessaria affinché si possa osservare il fenomeno, sfruttando considerazioni sul comportamento elettronico dell'atomo [4]. Nel modello di Bohr dell'atomo di idrogeno il campo elettrico a cui è sottoposto l'elettrone per via dell'interazione con il nucleo positivo è:

$$E_{\text{at}} \sim \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 a_0^2} = 5.14 \cdot 10^{11} \frac{\text{V}}{\text{m}} \quad (1.4)$$

Ove $a_0 = 529 \text{ pm}$ è il raggio di Bohr. Ci si aspetta che, per eccitazioni non risonanti, il valore dei coefficienti del secondo ordine sia $\chi^{(2)} \approx \chi^{(1)}/E_{\text{at}}$. Essendo $\chi^{(1)} \approx 1$ per materiali comuni si trova:

$$\chi^{(2)} \sim \frac{1}{E_{\text{at}}} = 1.94 \frac{\text{pm}}{\text{V}} \quad (1.5)$$

Questa stima, basata su un modello semplificato, corrisponde all'ordine di grandezza dei coefficienti ottici non lineari del secondo ordine di molti cristalli [5].

Noti i coefficienti si può stimare l'intensità della luce necessaria ad osservare il fenomeno. Per transizioni di tipo dipolo elettrico l'intensità di un processo di scattering di un certo ordine è più bassa di quella di un processo di ordine immediatamente inferiore di un fattore $(E_I/E_{\text{at}})^2$, ove E_I è il campo elettrico incidente [6]. Le tecniche sperimentali permettono di discernere tra i processi di diverso ordine quando il rapporto tra campo elettrico della radiazione incidente e campo elettrico atomico è dell'ordine di almeno $(E_I/E_{\text{at}})^2 \sim 10^{-10}$. A questo rapporto corrisponde una intensità della luce emessa pari a:

$$I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_I^2 c \sim 1 \frac{\text{MW}}{\text{cm}^2} \quad (1.6)$$

Il fenomeno della generazione di seconda armonica è ad oggi sfruttato per ottenere emissione nelle lunghezze d'onda del visibile da parte di diodi laser a stato solido drogati al neodimio, che sono compatti e poco costosi ma emettono nella regione dell'infrarosso (oltre i 900 nm). Grazie ai cristalli ottici non lineari è possibile raddoppiare in frequenza queste emissioni con efficienze ormai prossime all'unità, da confrontare con efficienze dell'ordine di 10^{-8} ottenute nei primi esperimenti su questi cristalli [7]. Di converso, benché la rettificazione ottica sia un fenomeno scoperto poco dopo la generazione di seconda armonica, questa non ha avuto molti impieghi pratici su larga scala fino ad ora. A partire dall'ultimo decennio del '900 il crescente interesse nei riguardi della radiazione terahertz ha portato all'utilizzo della rettificazione ottica come mezzo per generare radiazione in questa banda di frequenza mediante la rettificazione di impulsi laser di durata inferiore al picosecondo [8].

Presso i Laboratori Nazionali di Legnaro dell'INFN, nell'ambito dell'esperimento MIR, sono stati svolti degli esperimenti di ottica non lineare dal gruppo di ricerca composto dal prof. Francesco Armando Borghesani e dalla dott.ssa Caterina Braggio. È stato investigato il fenomeno della

rettificazione ottica sfruttando un laser mode-locked di alta frequenza di ripetizione [9]. Questi studi hanno portato allo sviluppo di un metodo per la caratterizzazione di laser ad alta frequenza di ripetizione grazie al fenomeno della rettificazione ottica [10].

Nel contesto di questi esperimenti si sono svolti, nel corso degli anni, diversi lavori di tesi volti alla caratterizzazione dei cristalli ottici non lineari e allo studio del fenomeno della rettificazione ottica. In questi lavori sono stati studiati diversi cristalli: KTP (titanil ortofosfato di potassio), LBO (triborato di litio) e ZnSe (seleniuro di zinco). In un lavoro è stato studiato il solo cristallo di KTP mediante una cavità risonante in rame per raccogliere il segnale emesso dal cristallo per rettificazione ottica [11]. In un altro lavoro l'analisi è stata svolta per tutti e i tre cristalli mediante una guida d'onda coassiale [12].

Questo lavoro di tesi riprende i sopracitati esperimenti, con alcune analogie e alcune novità. È stata utilizzata una cavità risonante in alluminio per l'analisi dei fenomeni di rettificazione ottica con emissione di microonde e la caratterizzazione di materiali ottici non lineari. Sono stati utilizzati alcuni cristalli già presi in analisi, KTP e LBO, ed introdotto un materiale diverso, il niobato di litio (LiNbO₃). Questo approccio ha permesso di paragonare i risultati ottenuti precedentemente con i diversi set-up sperimentali e di condurre delle nuove misure con il niobato di litio.

1.2 Cenni di ottica non lineare

Per formalizzare gli aspetti dell'ottica non lineare è possibile scrivere una relazione vettoriale tra campo elettrico applicato al materiale e la sua polarizzazione con una espansione in serie del campo elettrico [7]:

$$P_i = \varepsilon_0 \chi_{ij} E_j + 2d_{ijk} E_j E_k + 4\xi_{ijkl} E_j E_k E_l + \dots \quad (1.7)$$

ε_0 è la costante dielettrica del vuoto, χ_{ij} è un tensore di rango 2, d_{ijk} un tensore di rango 3 e così via. Vi è la corrispondenza $i, j, k \equiv x, y, z$ e si adotta la convenzione di somma sugli indici ripetuti.

1.2.1 Effetti non lineari del secondo ordine

Per descrivere i processi ottici non lineari del secondo ordine, argomento di questo lavoro, si considerano due onde elettromagnetiche di pulsazione ω_m con $m = 1, 2$. La j -esima componente del campo elettrico è:

$$E_j^{\omega_m}(t) = \text{Re} \left(E_{0,j}^{\omega_m} e^{i\omega_m t} \right) = \frac{1}{2} \left(E_{0,j}^{\omega_m} e^{i\omega_m t} + \text{c.c.} \right) \quad (1.8)$$

Ove con c.c. si indica il complesso coniugato del primo termine e $E_{0,j}^{\omega_m}$ è l'ampiezza del campo elettrico.

La polarizzazione risultante dalla sovrapposizione di due onde piane monocromatiche con pulsazioni rispettivamente ω_1 e ω_2 , limitandosi al termine di secondo ordine dell'equazione 1.7, risulta essere:

$$\begin{aligned} P_i^{\omega_3}(t) &= 2d_{ijk} E_j(t) E_k(t) \\ &= 2d_{ijk} \cdot \frac{1}{2} \left(E_{0,j}^{\omega_1} e^{i\omega_1 t} + E_{0,j}^{\omega_2} e^{i\omega_2 t} + \text{c.c.} \right) \cdot \left(E_{0,k}^{\omega_1} e^{i\omega_1 t} + E_{0,k}^{\omega_2} e^{i\omega_2 t} + \text{c.c.} \right) \end{aligned} \quad (1.9)$$

È da notare che gli elementi del tensore d_{ijk} presentano contributi sia dalla parte ionica che elettronica del cristallo [13] e dunque dipenderanno dalla frequenza della polarizzazione. Questa dipendenza viene esplicitata mediante degli apici. Svolgendo i prodotti, notando che j e k sono interscambiabili in quanto indici muti della sommatoria:

$$\begin{aligned} P_i^{\omega_3}(t) &= 2d_{ijk}^{(0)} \left(E_{0,j}^{\omega_1} E_{0,k}^{\omega_1*} + E_{0,j}^{\omega_2} E_{0,k}^{\omega_2*} \right) + \\ &+ d_{ijk}^{(2\omega_1)} \left(E_{0,j}^{\omega_1} E_{0,k}^{\omega_1} e^{i2\omega_1 t} \right) + d_{ijk}^{(2\omega_2)} \left(E_{0,j}^{\omega_2} E_{0,k}^{\omega_2} e^{i2\omega_2 t} + \text{c.c.} \right) + \\ &+ 2d_{ijk}^{(\omega_1+\omega_2)} \left(E_{0,j}^{\omega_1} E_{0,k}^{\omega_2} e^{i(\omega_1+\omega_2)t} + \text{c.c.} \right) + \\ &+ 2d_{ijk}^{(\omega_1-\omega_2)} \left(E_{0,j}^{\omega_1} E_{0,k}^{\omega_2*} e^{i(\omega_1-\omega_2)t} + \text{c.c.} \right) \end{aligned} \quad (1.10)$$

Si ottengono sei termini. I primi due sono indipendenti dal tempo, e quindi descrivono una componente della polarizzazione costante corrispondente al fenomeno della rettificazione ottica. I secondi due corrispondono alla componente della polarizzazione a frequenza doppia, ossia alla generazione di seconda armonica. Gli ultimi due termini corrispondono rispettivamente a componenti della polarizzazione la cui frequenza è la somma e la differenza delle due frequenze di partenza. Questi ultimi fenomeni sono utilizzati per produrre radiazione nell'ultravioletto o nell'infrarosso mediante la combinazione di due fasci ottici nello spettro del visibile generati da due laser, uno a frequenza variabile ed uno fisso [4]. Questi effetti di generazione di frequenze somma e differenza non sono presenti in questo lavoro e dunque verranno nel seguito trascurati.

Per quanto riguarda la dipendenza dalla frequenza del tensore d_{ijk} , si nota che è possibile utilizzare un campo elettrico costante abbastanza intenso per ottenere una risposta non lineare da parte del cristallo. In questo caso, tuttavia, si avrebbe un contributo da parte degli ioni del cristallo a questa risposta, in quanto il contributo ionico del cristallo alla polarizzazione varia in modo inversamente proporzionale al quadrato della frequenza della radiazione elettromagnetica incidente, mentre il contributo elettronico è pressoché costante [14]. Utilizzando pertanto frequenze corrispondenti a lunghezze d'onda dell'ordine del micron e materiali per i quali l'assorbimento della luce da parte del reticolo cristallino sia marginale si può trascurare il contributo ionico alla polarizzazione rispetto al contributo elettronico e dunque asserire che i tensori elettro-ottici della rettificazione ottica e della generazione di seconda armonica siano praticamente uguali. D'ora in avanti si ometterà quindi l'apice riguardante la frequenza [9].

Nel caso di una singola onda luminosa di pulsazione ω incidente sul cristallo la 1.10 si riduce a:

$$P_i^\omega(t) = 2d_{ijk}E_jE_k = d_{ijk}E_{0,j}E_{0,j}^* + \frac{1}{2}d_{ijk}\left(E_{0,j}^2e^{i2\omega t} + \text{c.c.}\right) \quad (1.11)$$

Il primo termine corrisponde alla componente della rettificazione ottica ed è indipendente dal tempo mentre il secondo corrisponde alla generazione di seconda armonica.

Per quanto riguarda il tensore del secondo ordine, notando che i due indici j e k sono intercambiabili essendo indici muti, ossia vale $ijk = ikj$, è possibile riscriverlo come un tensore 3×6 di 18 elementi mediante le identificazioni:

$$\begin{aligned} ii &\equiv xx && \longrightarrow 1 \\ jj &\equiv yy && \longrightarrow 2 \\ kk &\equiv zz && \longrightarrow 3 \\ jk &= kj \equiv yz = zy && \longrightarrow 4 \\ ik &= ki \equiv xz = zx && \longrightarrow 5 \\ ij &= ji \equiv xy = yx && \longrightarrow 6 \end{aligned}$$

In questo modo è possibile scrivere le componenti della polarizzazione come:

$$\begin{pmatrix} P_x(t) \\ P_y(t) \\ P_z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x(t)E_x(t) \\ E_y(t)E_y(t) \\ E_z(t)E_z(t) \\ E_y(t)E_z(t) \\ E_z(t)E_x(t) \\ E_x(t)E_y(t) \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

La forma di questi tensori dipende dall'interazione del campo esterno con gli elettroni del cristallo. Questa interazione dipende a sua volta dall'energia potenziale degli elettroni e, in ultima analisi, dalla struttura cristallina del materiale.

Per descrivere questo legame a livello atomico si sfrutta un semplice modello unidimensionale di oscillatore anarmonico forzato [15]. Denotando con x lo spostamento dell'elettrone dalla posizione di equilibrio, con N la densità elettronica e con e la carica dell'elettrone si può scrivere la polarizzazione come:

$$P(t) = -Nex(t) \quad (1.13)$$

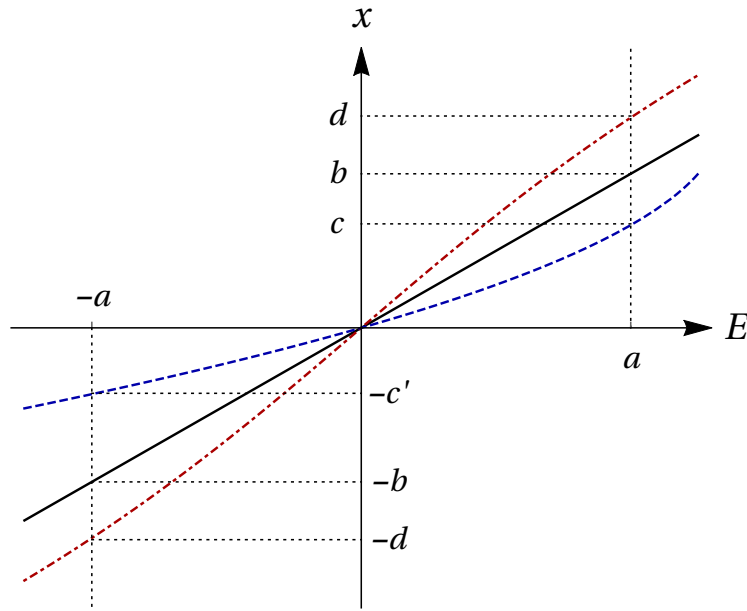


Figura 1.1: Posizione di equilibrio in presenza di un campo elettrico per cristalli centrosimmetrici (rosso tratto-puntato), non centrosimmetrici (blu tratteggiato) ed in approssimazione armonica (nero).

Per cristalli centrosimmetrici, ossia che possiedono un centro di inversione, l'energia potenziale deve rispettare la simmetria del cristallo e dunque presenta solamente potenze pari della x :

$$U(x) = \frac{m}{2}\omega_0^2 x^2 + \frac{m}{4}Bx^4 + \dots \quad (1.14)$$

ω_0 (corrispondente alla frequenza di risonanza dell'oscillatore elettronico) e B sono delle costanti. Per via della simmetria l'energia potenziale risulta essere una funzione pari rispetto alla x . La forza di richiamo è data dalla derivata rispetto alla x :

$$F(x) = -\frac{\partial U(x)}{\partial x} = -m\omega_0^2 x - mBx^3 \quad (1.15)$$

Per un cristallo non centrosimmetrico, ossia mancante di centro di inversione, l'energia potenziale può contenere anche potenze dispari della x :

$$U(x) = \frac{m}{2}\omega_0^2 x^2 + \frac{m}{3}Dx^3 + \dots \quad (1.16)$$

D è una costante. In questo caso la forza di richiamo elettronica risulta essere:

$$F(x) = -\frac{\partial U(x)}{\partial x} = -m\omega_0^2 x - mDx^2 \quad (1.17)$$

In presenza di un campo elettrico esterno che vari lentamente (ossia tale che la sua pulsazione sia molto minore rispetto alla frequenza di risonanza ω_0) si ha una condizione di equilibrio tra la forza esercitata dal campo elettrico sull'elettrone e la forza di richiamo. Per i cristalli centrosimmetrici si ha l'equazione:

$$eE(t) = -m\omega_0^2 x(t) - mBx^3(t) \quad (1.18)$$

Mentre per i cristalli non centrosimmetrici si ha:

$$eE(t) = -m\omega_0^2 x(t) - mDx^2(t) \quad (1.19)$$

Da queste relazioni si ricava lo spostamento dalla posizione di equilibrio mostrato in figura 1.1. Per la relazione 1.13 la polarizzazione è legata direttamente allo spostamento dalla posizione di

equilibrio, e quindi anche al campo elettrico mediante le relazioni scritte sopra. Nel caso di un campo elettrico che vari sinusoidalmente si ottiene perciò una polarizzazione il cui andamento è illustrato in figura 1.2. Per cristalli non centrosimmetrici, mediante l'analisi di Fourier, si trova che questa funzione si decompone nella somma di una componente con pulsazione ω corrispondente a quella del campo elettrico esterno, una componente di pulsazione 2ω ed una componente costante. Questo è il motivo fisico della presenza dei fenomeni di rettificazione ottica e di generazione di seconda armonica nei soli cristalli non centrosimmetrici.

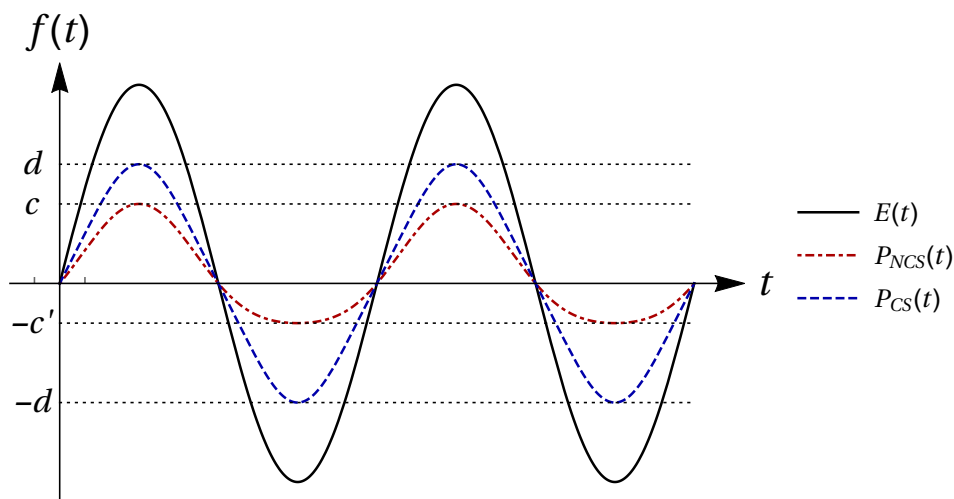


Figura 1.2: Andamento della polarizzazione in presenza di un campo elettrico variabile nel campo sinusoidalmente per cristalli centrosimmetrici ($P_{CS}(t)$) e non centrosimmetrici ($P_{NCS}(t)$).

È da notare che, per campi elettrici incidenti sufficientemente piccoli, lo spostamento dalla posizione di equilibrio sarà anch'esso piccolo. In questo caso è possibile considerare solamente il primo termine delle equazioni 1.14 e 1.16, trascurando gli ordini successivi. Con questa approssimazione si nota che la forza di richiamo presenta il solo termine in x e dà luogo ad una polarizzazione simmetrica. Ciò spiega perché in queste condizioni anche i cristalli non centrosimmetrici non presentino fenomeni non lineari.

In generale l'energia potenziale del cristallo ha una forma più complicata rispetto a quella utilizzata in questo semplice modello. Sarà comunque dipendente dalla struttura cristallina del materiale in esame, ed in particolare si ha una funzione pari rispetto alla posizione di equilibrio per cristalli centrosimmetrici e dispari per cristalli non centrosimmetrici. Ad una diversa struttura spaziale del cristallo corrisponderà quindi una diversa forza di richiamo tra elettroni e ioni quando i primi vengono eccitati mediante un campo elettrico esterno e, in ultima analisi, una diversa polarizzazione.

Ricordando che vi è una relazione tensoriale tra campo elettrico esterno e polarizzazione data dalla 1.12 allora la struttura cristallina del materiale influisce sulla forma del tensore d_{ij} , ossia sull'estinzione di alcuni termini del tensore e sul rapporto tra di essi. Delle 32 strutture cristalline note 11 sono centrosimmetriche e dunque hanno un tensore nullo, mentre le rimanenti 21 presentano diverse forme del tensore. Per i cristalli d'interesse in questo lavoro verranno presentati il tensore ed i valori trovati delle sue componenti nella sezione 2.6.

Capitolo 2

Esperimento

In questa sezione viene presentato l'apparato sperimentale utilizzato per le misure e le procedure utilizzate per ottimizzarlo al fine di compiere le misure. In questo lavoro si sfruttano gli effetti di rettificazione ottica per la caratterizzazione di cristalli ottici non lineari grazie a degli impulsi laser ad alta intensità. Ciò richiede una sorgente laser impulsata molto potente, un sistema che consenta di modificare le caratteristiche del fascio laser (intensità e piano di polarizzazione) ed un apparato che sia in grado di rilevare emissione elettromagnetica nel range di frequenze dato dalla rettificazione ottica. Per questo lavoro la sorgente laser è progettata per emettere impulsi con frequenza del gigahertz, ossia delle microonde, ed è stata utilizzata una cavità risonante come filtro passa-banda per selezionare questa frequenza.

2.1 Realizzazione sperimentale

Per studiare sperimentalmente gli effetti della rettificazione ottica in questo lavoro è stata sfruttata una sorgente laser capace di produrre degli impulsi raccolti in dei treni d'impulsi. Questi hanno una durata ΔT di circa 500 ns con una frequenza di ripetizione di 1 Hz. Ognuno è costituito da circa 2300 impulsi della durata Δt di 12 ps con un intervallo t_I di circa 200 ps l'uno dall'altro. L'intervallo di ripetizione degli impulsi può essere regolato in modo da ottenere una frequenza di ripetizione ν^{RF} compresa tra 4.6 GHz e 4.7 GHz.

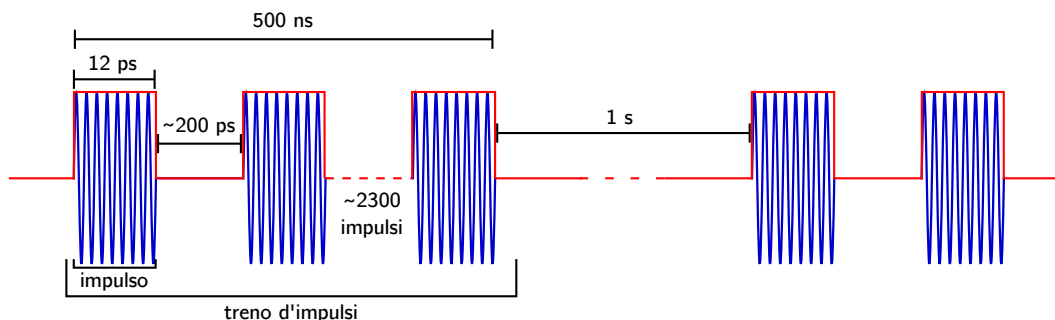


Figura 2.1: Schema non in scala del segnale prodotto dal laser mode-locked. In blu è mostrata la forma d'onda del segnale, in rosso l'involuppo dato dalla modulazione degli impulsi e dei treni d'impulsi.

Il campo elettrico incidente sul cristallo, presentato graficamente in figura 2.1, può essere visto come il prodotto di un termine oscillante $O(t)$ a frequenza ω pari alla frequenza di emissione del laser (in blu) e da un termine modulante $L(t)$ dell'ampiezza dipendente dal tempo che descrive i singoli impulsi ed il treno d'impulsi (in rosso). Quest'ultimo può essere descritto da una somma di funzioni a gradino:

$$L(t) = \sum_{n=0}^N [\theta(t - nt_I) - \theta(t - \Delta t - nt_I)] \quad (2.1)$$

Ove θ è la funzione di Heaviside e N è il numero totale di impulsi (ossia la durata del treno d'impulsi diviso l'intervallo tra gli impulsi). L'ampiezza delle componenti del campo elettrico

incidente si potrà scrivere come:

$$E_i(t) = O_i(t) \cdot L(t) = E_{0,i} \cos(\omega t) \sum_{n=0}^N [\theta(t - nt_I) - \theta(t - \Delta t - nt_I)] \quad (2.2)$$

La polarizzazione non lineare del secondo ordine è data dalla relazione:

$$P_i(t) = d_{ij} E_{0,i} E_{0,j} L^2(t) + d_{ij} E_{0,i} E_{0,j} L^2(t) \cos(2\omega t) \quad (2.3)$$

Il termine di rettificazione ottica, a frequenza 0, ammette una espansione in serie di Fourier:

$$P^{\text{OR}}(t) = d_{ij} E_{0,i} E_{0,j} \sum_m p_m \cos(m\omega^{\text{RF}} t) \quad (2.4)$$

Ove $\omega^{\text{RF}} = 2\pi\nu^{\text{RF}}$ corrisponde alla frequenza di ripetizione degli impulsi, ossia alla frequenza di ripetizione del laser [10]. Si ha pertanto una serie di dipoli oscillanti all'interno del cristallo a frequenze multiple della fondamentale. Un dipolo oscillante di questo tipo produce un campo elettrico proporzionale alla derivata seconda del momento di dipolo. Essendo il volume costante si può sostituire la polarizzazione al momento di dipolo. Quindi:

$$E_i^{\text{RF}} \propto \ddot{P}_i^{\text{OR}} = -d_{ij} E_{0,i} E_{0,j} (\omega^{\text{RF}})^2 \sum_m m^2 p_m \cos(m\omega^{\text{RF}} t) \quad (2.5)$$

Generando pertanto radiazione elettromagnetica di frequenza ν^{RF} , ossia delle microonde.

Per quanto riguarda la generazione di seconda armonica, l'intensità del processo in un punto dello spazio lontano dalla sorgente è proporzionale al quadrato del valor medio della derivata seconda del momento di dipolo [1], e dunque della polarizzazione. Pertanto si considera il secondo termine della 2.3, trascurando la modulazione di ampiezza:

$$P_i^{\text{SHG}}(t) = d_{ij} E_{0,i} E_{0,j} \cos(2\omega t) \quad (2.6)$$

La derivata seconda della polarizzazione risulta essere:

$$\ddot{P}_i^{\text{SHG}}(t) = -4d_{ij} E_{0,i} E_{0,j} \omega^2 \cos(2\omega t) \quad (2.7)$$

Il cui quadrato è:

$$(\ddot{P}_i^{\text{SHG}}(t))^2 = 16d_{ij}^2 E_{0,i}^2 E_{0,j}^2 \omega^4 \cos^2(2\omega t) \quad (2.8)$$

Poiché la funzione $\cos^2(2\omega t)$ è periodica, si può mediare in un periodo ottenendo una costante non nulla. Allora l'intensità del processo di generazione di seconda armonica è pari a:

$$I^{\text{SHG}} \propto \langle (\ddot{P}_i^{\text{SHG}}(t))^2 \rangle \propto d_{ij}^2 E_{0,i}^2 E_{0,j}^2 \omega^4 \quad (2.9)$$

2.2 Schema generale

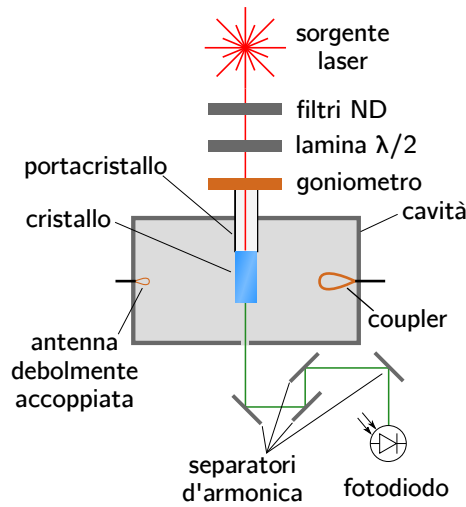


Figura 2.2: Schema dell'apparato.

La sorgente di radiazione elettromagnetica è costituita da un laser mode-locked operante nella regione del vicino infrarosso (1064 nm), utilizzato nell'ambito dell'esperimento MIR presso i Laboratori Nazionali di Legnaro dell'INFN [16]. Il fascio generato da questo sistema laser può essere ridotto d'intensità mediante l'interposizione di opportuni filtri ottici a densità neutra (ND) sul suo percorso. Mediante una lamina mezz'onda è possibile variare il piano di polarizzazione del fascio laser rispetto agli assi ottici del cristallo per studiare l'emissione a diversi angoli di polarizzazione.

Il cristallo in esame è tagliato a forma di prisma rettangolare con due spigoli di lunghezza uguale, formanti due facce quadrate, ed un terzo lato più lungo. Il cristallo viene posto all'interno di una cavità in alluminio per mezzo di un supporto cavo in polietilene fatto passare attraverso un foro nella cavità. Il supporto consente al fascio laser di incidere sulla faccia quadrata del cristallo e di percorrerlo nella direzione del lato lungo. Il cristallo può essere ruotato rispetto a questo asse mediante un goniometro esterno alla cavità e solidale al supporto.

Lungo la direzione di propagazione del fascio laser è presente un foro che consente l'uscita della luce dalla cavità dopo l'attraversamento del cristallo. La cavità presenta inoltre due fori sull'asse perpendicolare al fascio del laser per consentire l'introduzione al suo interno di due antenne. Una di queste, chiamata coupler, consente di captare le microonde all'interno della cavità generate dalla rettificazione ottica. La seconda antenna viene utilizzata per eccitare la cavità mediante microonde fornite da un generatore in modo da poter caratterizzare le proprietà della cavità contenente il cristallo. La radiazione ottica uscente dalla cavità viene fatta incidere su dei separatori d'armonica che consentono di bloccare la frequenza fondamentale del laser selezionando solamente la seconda armonica. Il fascio così modificato incide su un fotodiodo che permette di acquisire questa componente ottica. Tutto l'apparato è montato su un banco ottico disaccoppiato dal terreno mediante degli isolatori pneumatici.

2.3 Sorgente laser

La sorgente laser utilizzata è un laser mode locked [15]. Il sistema laser è formato da un oscillatore principale e da una catena di amplificazione del segnale. L'oscillatore è costituito da una cavità di circa 3 cm di lunghezza in cui si ottiene un *mode-locking* passivo per mezzo di un *saturable absorption mirror* (SAM), che funge anche da specchio della cavità. Il mode locking consiste nella presenza di un certo numero di modi all'interno della cavità che abbiano una relazione di fase tra loro fissata. Questi modi quindi interferiranno costruttivamente e distruttivamente in modo periodico nel tempo, dando luogo a dei massimi d'intensità [17]. Uno specchio SAM è costituito da un materiale la cui trasmissività dipende dall'intensità della radiazione incidente su di esso, ed in particolare è nulla a basse intensità ed elevata ad alte intensità. Quando i modi di cavità interferiscono costruttivamente, l'intensità della radiazione diventa sufficientemente elevata affinché avvenga la trasmissione dell'impulso al di fuori della cavità.

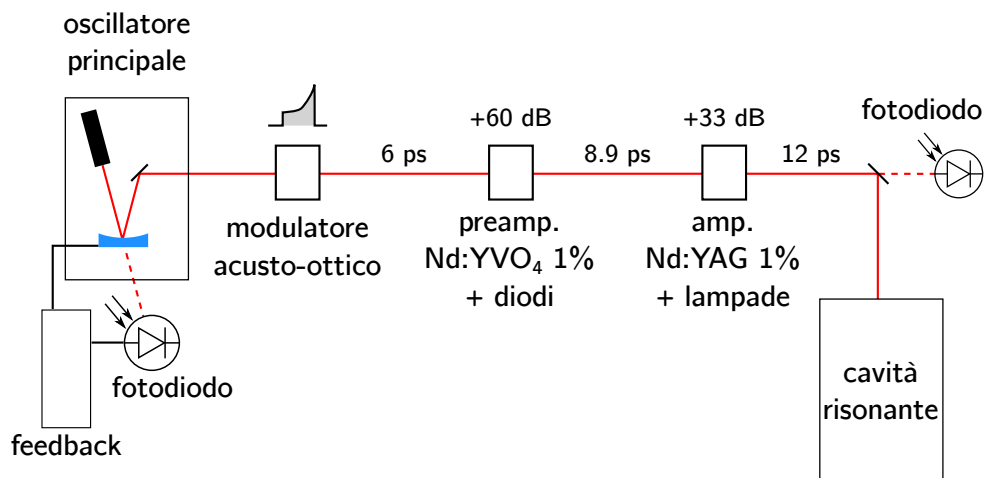


Figura 2.3: Schema semplificato del laser.

Grazie a questo sistema è possibile produrre degli impulsi della durata di circa 6 ps ad una frequenza regolabile tra 4.6 GHz e 4.7 GHz. Questa frequenza si ottiene dalla relazione $\nu = c/2L$, ove c è la velocità della luce e L è la lunghezza della cavità. Questa lunghezza è regolabile tramite un sistema meccanico ed è presente un sistema di feedback attivo che ne garantisce la stabilità temporale nei confronti di perturbazioni esterne o di derive termiche. Questo sistema è costituito da un fotodiodo che monitora l'andamento del segnale e da un cristallo piezoelettrico che muove lo specchio della cavità compensandone variazioni della lunghezza e quindi della frequenza di ripetizione.

In cascata all'oscillatore è presente un modulatore acusto-ottico, che seleziona un certo numero di impulsi per produrre un treno d'impulsi. Il modulatore acusto-ottico, oltre a selezionare gli impulsi, ne modula la distribuzione d'energia all'interno del treno d'impulsi. Questo è necessario perché gli stadi di amplificazione successivi vengono pompate per ottenere una inversione di popolazione al loro interno che viene sfruttata per l'amplificazione. Se tutti gli impulsi del treno avessero la stessa energia, la prima parte del treno d'impulsi porterebbe ad un esaurimento precoce della popolazione invertita e dunque non si avrebbe un treno d'impulsi amplificato in modo omogeneo. Agendo quindi sul voltaggio di guida del modulatore è possibile formare un treno d'impulsi tale che il segnale alla fine degli stadi di amplificazione sia uniforme.

I treni d'impulsi così selezionati passano quindi attraverso due stadi di amplificazione. Un primo stadio di preamplificazione è costituito da due lamine di Nd:YVO₄ drogate all'1% e pompate da un diodo laser con potenza di picco pari a 150 W. Il fascio le percorre, venendo riflesso totalmente al loro interno. Questo stadio consente un'amplificazione superiore a 60 dB e un prolungamento della durata dell'impulso a 8.9 ps. Il secondo stadio di amplificazione è costituito da due barre di Nd:YAG drogate all'1% lunghe 12 cm e con diametro di 6 mm pompate da delle lampade. Questo stadio consente un guadagno di 33 dB e allunga la durata dell'impulso a 12 ps. All'uscita di questo stadio uno specchio semitrasparente consente di poter analizzare il profilo temporale del treno d'impulsi mediante un fotodiodo.

2.3.1 Caratterizzazione del fascio

Per caratterizzare l'intensità del fascio laser è stato utilizzato un bolometro (Coherent J-25MB-LE) posto sul percorso del fascio, opportunamente schermato da un filtro a densità neutra di trasmittanza nota per evitare di danneggiare l'apparato di misura. Per conoscere l'intensità del fascio (potenza per unità d'area) è necessario conoscere la distribuzione spaziale del fascio. Questo è possibile mediante l'utilizzo di una camera CCD (Coherent LaserCam-HR), che produce un'immagine del fascio andando a rilevarne l'intensità su ogni pixel del sensore.

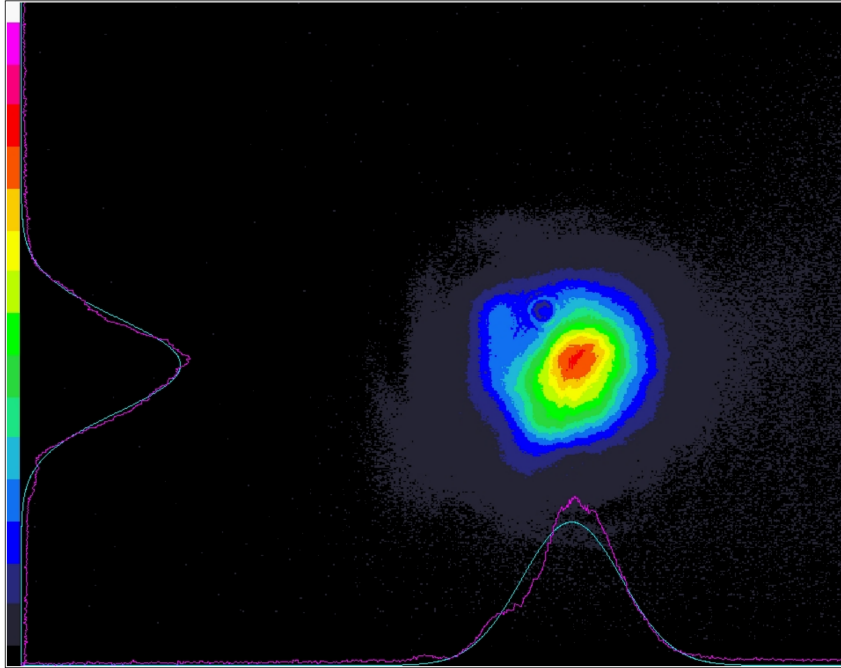


Figura 2.4: Profilo del fascio rilevato con la camera CCD e fit gaussiano bidimensionale. I colori rappresentano l'intensità, espressa in scala arbitraria. Al rosso/magenta corrisponde intensità maggiore, al blu/nero intensità minore.

Nell'ipotesi di un fascio gaussiano, si considerano le proiezioni dell'intensità del fascio lungo due assi x e y e le si interpolano con una curva normale con centroide rispettivamente μ_x e μ_y . Per il calcolo dell'area del fascio A_B si considera un ellissoide con due diametri d_x e d_y . Il diametro d_x è il valore per cui l'integrale della funzione gaussiana interpolante nell'intervallo $[\mu_x - d_x, \mu_x + d_x]$ è pari al 86.5% dell'integrale nell'intervallo $[-\infty, +\infty]$, ed analogamente per il diametro d_y .

d_x	2.06 mm
d_y	1.94 mm
A_B	2.60 mm ²

Tabella 2.1: Risultati del fit gaussiano dell'area del fascio.

La potenza per impulso W del fascio è calcolata dividendo l'energia totale del treno d'impulsi E_L per il numero N di impulsi al suo interno (dato dal prodotto della frequenza di ripetizione del laser per la durata del treno d'impulsi) e per la durata del singolo impulso. Per ottenere l'intensità I si divide ulteriormente per l'area A_B del fascio, ottenendo i valori in tabella 2.2.

Cristallo	E_L	ν_R	N	W	I
KTP	84.00 mJ	4.6213 GHz	2311	3.03 MW	116.5 $\frac{\text{MW}}{\text{cm}^2}$
LBO	86.45 mJ	4.6134 GHz	2307	3.12 MW	120.1 $\frac{\text{MW}}{\text{cm}^2}$
LiNbO ₃	72.55 mJ	4.6130 GHz	2307	2.62 MW	100.8 $\frac{\text{MW}}{\text{cm}^2}$

Tabella 2.2: Calcolo dell'intensità di picco del laser.

Questi dati sono utili sia per per analizzare alcune proprietà dei cristalli in funzione dell'intensità del fascio che per la scelta di opportuni filtri ottici a densità neutra atti a schermare il fascio onde evitare danneggiamenti del cristallo. I cristalli utilizzati, infatti, possono essere danneggiati se l'intensità della radiazione incidente è troppo elevata. Le soglie di danneggiamento dei cristalli in analisi verranno presentate nella sezione 2.6.

2.4 Apparat di acquisizione

Gli apparati utilizzati per l'acquisizione sono stati due: un oscilloscopio (LeCroy WaveMaster 8600A) ed un network analyzer (Agilent 8720ES).

2.4.1 Network analyzer

Il network analyzer è un apparato che consente lo studio delle proprietà di una rete elettrica, tra cui la risposta in frequenza. Questo strumento è stato utilizzato per studiare la frequenza di risonanza della cavità. Grazie alle due antenne presenti all'interno della cavità è possibile effettuare l'analisi dei cosiddetti *parametri di scattering S* del sistema: il parametro S22 misura il coefficiente di riflessione di un'onda che viene emessa e quindi ricevuta dal coupler mentre il parametro S12 misura il coefficiente di trasmissione di un'onda che viene emessa dall'antenna debolmente accoppiata e ricevuta dal coupler.

Il network analyzer scandisce in frequenza lo spettro elettromagnetico all'interno di un certo intervallo che è possibile impostare sullo strumento. Nel caso di misure in trasmissione questa radiazione elettromagnetica viene emessa da un canale del network analyzer e ricevuta nell'altro canale. Nel caso del funzionamento in riflessione l'apparato utilizza lo stesso canale sia in trasmissione che in riflessione. È possibile discriminare tra il segnale in entrata ed in uscita mediante un circolatore interno allo strumento. Il circolatore è una rete con almeno tre porte che consente al segnale di propagarsi solamente in un verso tra porte adiacenti. Se ad esempio si indicano le porte con 1, 2, 3 un segnale in ingresso sulla porta 1 potrà passare solamente alla porta 2. Analogamente un segnale sulla porta 2 passerà alla 3 e dalla 3 alla 1. In questo modo è possibile discriminare tra il segnale emesso dal network analyzer e il segnale di ritorno.

2.4.2 Oscilloscopio

L'oscilloscopio serve per acquisire e visualizzare i segnali forniti dal coupler e dai fotodiodi. L'oscilloscopio utilizzato ha una larghezza di banda di 6 GHz, con una frequenza di campionamento pari a 20 GS/s. La frequenza di campionamento è espressa in *samples* (campioni) al secondo e suoi multipli o sottomultipli. Un campione corrisponde ad una quantità digitale discreta ottenuta dal segnale analogico continuo.

Per amplificare i segnali troppo piccoli per essere visualizzati direttamente con l'oscilloscopio è stato utilizzato un amplificatore (Miteq AFS3-00100200-10-CR-4) con guadagno 38 dB.

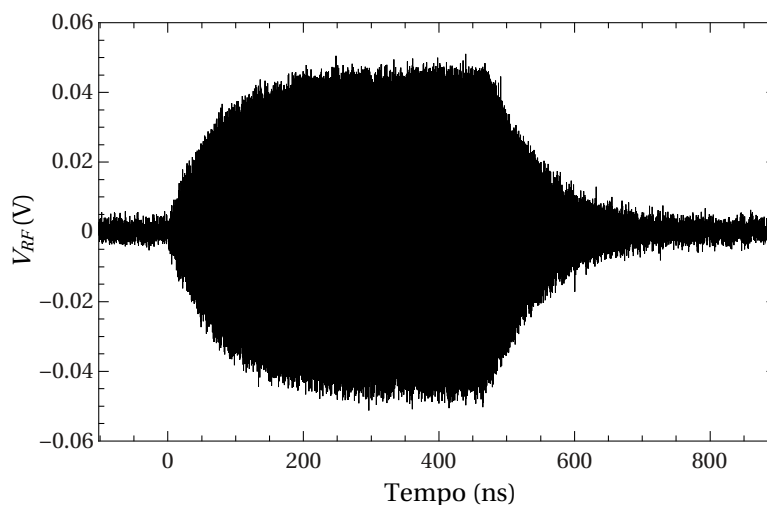


Figura 2.5: Traccia tipica del segnale di microonde rilevato dal coupler.

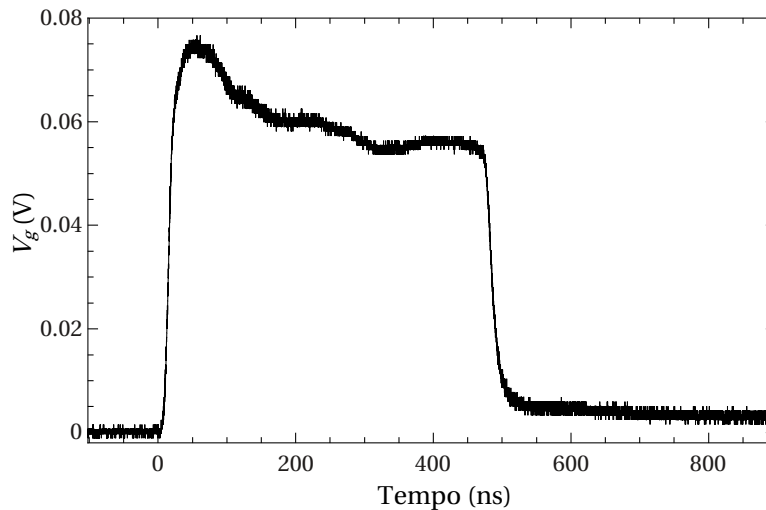


Figura 2.6: Risposta del fotodiodo per la misurazione dell'intensità di generazione di seconda armonica a 532 nm.

Una piccola frazione del fascio laser viene trasmessa da uno specchio semitrasparente e rilevata da un fotodiodo (Thorlabs DET10A/M), il cui segnale è campionato dall'oscilloscopio. La salita di questo segnale fornisce il trigger per i segnali del coupler e del fotodiodo preposto all'analisi del verde. Inoltre è possibile anche visualizzare il profilo di intensità del pacchetto d'impulsi del laser per poter effettuare eventuali compensazioni in modo da ottenere una forma del treno d'impulsi il più rettangolare possibile.

2.5 Cavità risonante

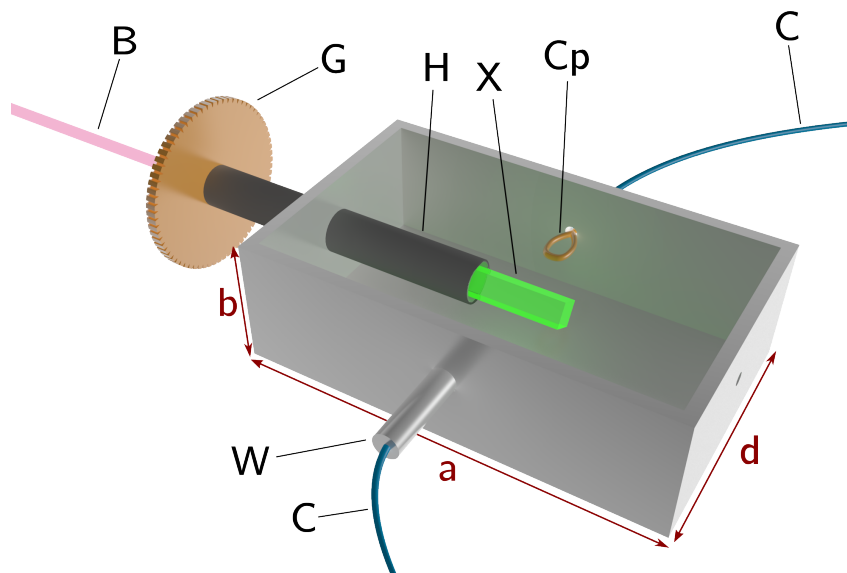


Figura 2.7: Rappresentazione assonometrica della cavità in alluminio. a,b,d = dimensioni della cavità, B = fascio laser incidente ($\lambda = 1064$ nm), G = goniometro, H = supporto portacristallo, X = cristallo, Cp = coupler (non in scala, ingrandito per esigenze grafiche), W = antenna debolmente accoppiata (non visibile, all'interno del cilindro), C = cavi coassiali.

Per captare il segnale in radiofrequenza emesso dal cristallo è stata utilizzata una cavità risonante in alluminio che agisce come filtro passa-banda altamente selettivo. Una cavità risonante [18] è un contenitore metallico con geometria qualunque. Per questo lavoro è stata scelta una cavità a forma di parallelepipedo di dimensioni interne $a \times d \times b = 62 \times 36.5 \times 18 \text{ mm}^3$. Una tale cavità è facile da progettare e da realizzare, e inoltre supporta un solo modo risonante principale nella regione d'interesse.

Un campo elettromagnetico può esistere all'interno di una cavità solamente se la sua frequenza è pari alla frequenza naturale di risonanza della cavità, chiamata modo di risonanza della cavità, o a suoi multipli interi. Se la cavità è ideale, ossia non dissipativa, in uno stato risonante si ha la massima concentrazione di energia elettrica e magnetica e si ha una conversione periodica dell'una nell'altra, con la presenza di oscillazioni elettromagnetiche stazionarie. Nel caso in cui all'interno della cavità vi sia un materiale dielettrico, oppure vi sia una perdita di energia per effetto Joule, l'oscillazione del campo elettromagnetico verrà smorzata nel tempo. Sarà dunque necessaria una sorgente che compensi la perdita di energia.

La curva di risposta in frequenza di una cavità risonante è la stessa di un circuito risonante RLC. Pertanto, come per ogni circuito risonante, anche per una cavità risonante è possibile definire un fattore di qualità o di merito Q . Questo fornisce informazioni sull'efficienza di conservazione dell'energia elettromagnetica in essa immagazzinata, ossia sulla porzione di energia dissipata per ogni ciclo di oscillazione. La definizione di fattore di qualità è:

$$Q = \frac{\text{energia media nel tempo immagazzinata nella cavità}}{\text{perdita di energia per ogni ciclo di oscillazione del sistema}}$$

In questo esperimento l'energia è fornita dalle microonde irradiata dal cristallo. Il campo di queste trasferisce energia sul modo di cavità che viene rilevato grazie al coupler. Questo è una spira atta a rilevare le variazioni di flusso del campo magnetico.

Affinché si abbia il massimo trasferimento dalla cavità al circuito esterno è necessario che il coupler sia accoppiato alla cavità in modo critico [19]. In particolare, definendo un fattore di merito Q_e del coupler, il fattore di merito totale del sistema quando vi è accoppiamento è:

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q} + \frac{1}{Q_e} \quad (2.10)$$

Si può definire un coefficiente di accoppiamento η come:

$$\eta = \frac{Q}{Q_e} \quad (2.11)$$

Il sistema si dirà sottoaccoppiato se $\eta < 1$, sovraccoppiato se $\eta > 1$ e accoppiato criticamente se $\eta = 1$. In quest'ultimo caso si ha $Q = Q_e$ e dunque $Q_L = Q/2$.

Per quanto riguarda la progettazione e la realizzazione della cavità, queste possono supportare dei modi TE (*transverse electric*) oppure TM (*transverse magnetic*) [19], caratterizzati dalla presenza di una componente longitudinale del campo magnetico (TE) o elettrico (TM). Per una cavità a forma di parallelepipedo di lati a, b, d i vettori d'onda dei modi permessi sono dati da:

$$k_{mnl} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{\ell\pi}{d}\right)^2} \quad (2.12)$$

m, n, ℓ sono numeri interi non negativi. A questi numeri d'onda corrispondono le frequenze:

$$f_{mnl} = \frac{ck_{mnl}}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{\ell\pi}{d}\right)^2} \quad (2.13)$$

Ove c è la velocità della luce mentre μ_r e ϵ_r sono rispettivamente la permittività magnetica relativa e la costante dielettrica relativa del mezzo all'interno della cavità. In aria queste sono praticamente unitarie. I modi all'interno della cavità sono indicati con la notazione TE_{mnl} oppure TM_{mnl} . Per cavità con $b < a < d$ il modo TE dominante è il modo TE_{101} . In questo modo il campo elettrico forma un'onda stazionaria lungo a e d con due soli nodi sulle pareti per via delle condizioni al contorno.

Una trattazione analitica di questo tipo non è sufficiente per la progettazione della cavità utilizzata in questo lavoro, in quanto vi è un dielettrico all'interno della cavità (il cristallo e il suo supporto). Per determinare le dimensioni ideali della cavità e trovarne i modi risonanti bisognerebbe risolvere le equazioni di Maxwell all'interno della cavità considerando i diversi mezzi al suo interno e le condizioni al contorno. Operativamente è stato quindi necessario utilizzare un metodo numerico per ottenere le frequenze di risonanza dei modi mediante il software HFSS (Ansoft). Questo programma, impostate le dimensioni geometriche della cavità, il materiale di cui composta e i parametri fisici dei materiali all'interno della cavità, sfrutta uno schema alle differenze finite per risolvere le equazioni di Maxwell e ottenere una stima delle frequenze di risonanza della cavità e del fattore di merito corrispondente. Consente inoltre di ottenere una rappresentazione visuale dei campi elettrico e magnetico all'interno della cavità. Grazie a questa simulazione è possibile trovare delle misure per realizzare la cavità tali che le frequenze dei modi di risonanza siano compatibili col range di ripetizione del laser.

	f_0 (GHz)	Q
Cavità vuota	4.716	17487
Cavità con KTP e portacristallo	4.5628	13025

Tabella 2.3: Risultati della ricerca numerica della frequenza di risonanza e del fattore di merito della cavità.

La simulazione è stata compiuta per una cavità vuota e per una cavità con all'interno il cristallo di KTP e il portacristallo. Si è tenuto conto della natura tensoriale della permittività elettrica del KTP, ma non potendo conoscere a priori l'orientazione degli assi cristallografici si è usata una posizione arbitraria. Con l'introduzione dei dielettrici all'interno della cavità si nota un abbassamento sia della frequenza di risonanza che del fattore di merito della cavità.

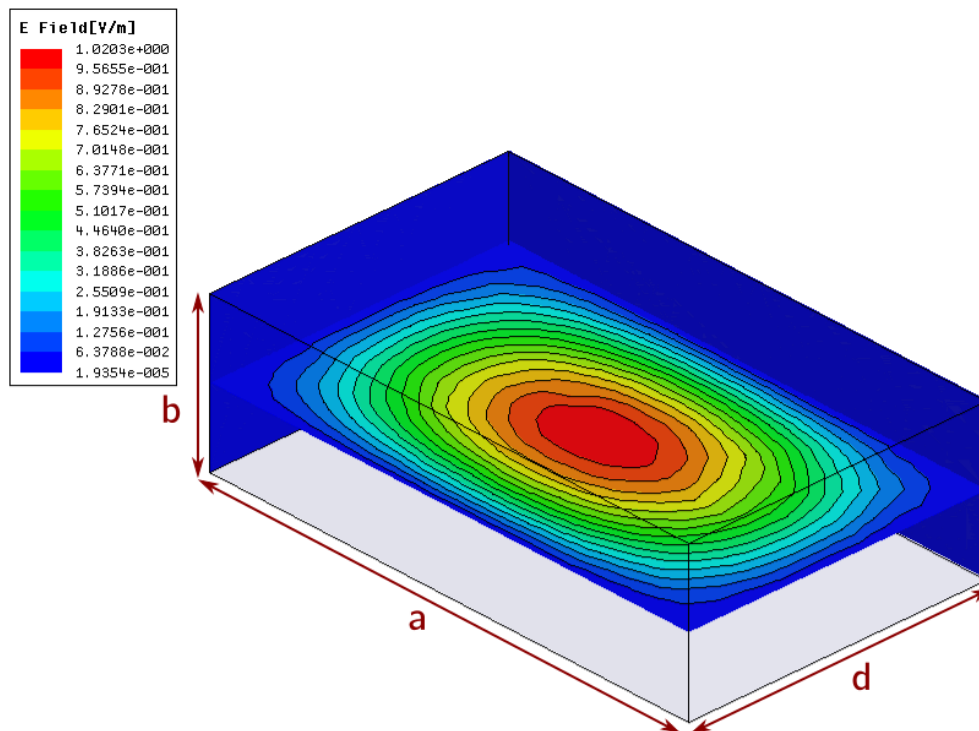


Figura 2.8: Rappresentazione grafica delle isoipse del campo elettrico \vec{E} sulle pareti ab e bd e sul piano mediano parallelo alla parete ad all'interno della cavità vuota.

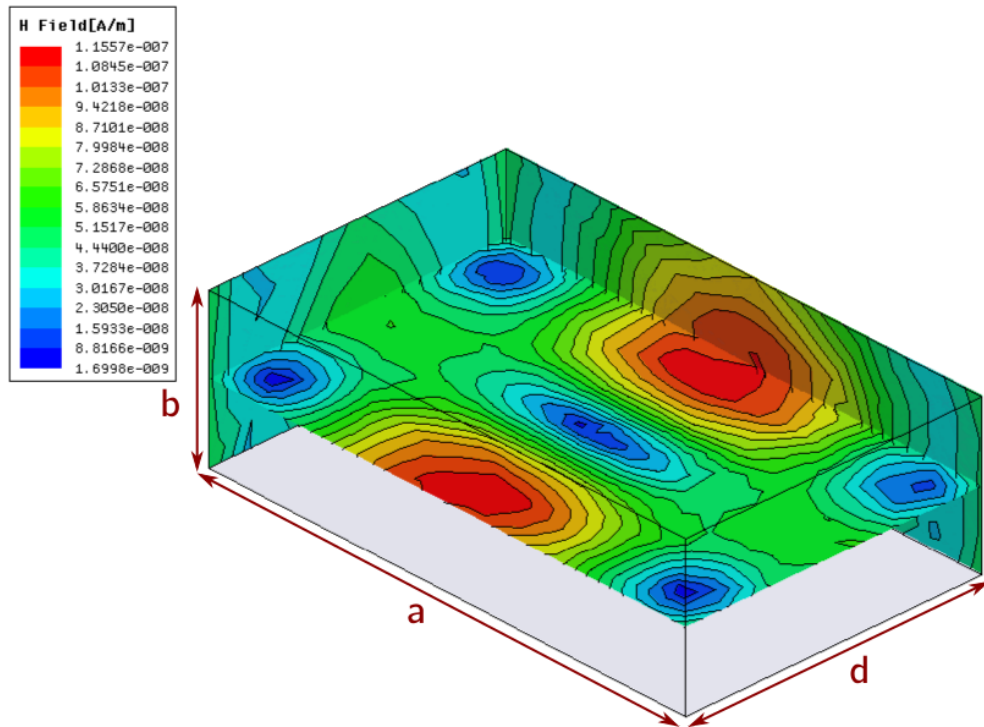


Figura 2.9: Rappresentazione grafica delle isoipse del campo \vec{H} sulle pareti ab e bd e sul piano mediano parallelo alla parete ad all'interno della cavità vuota.

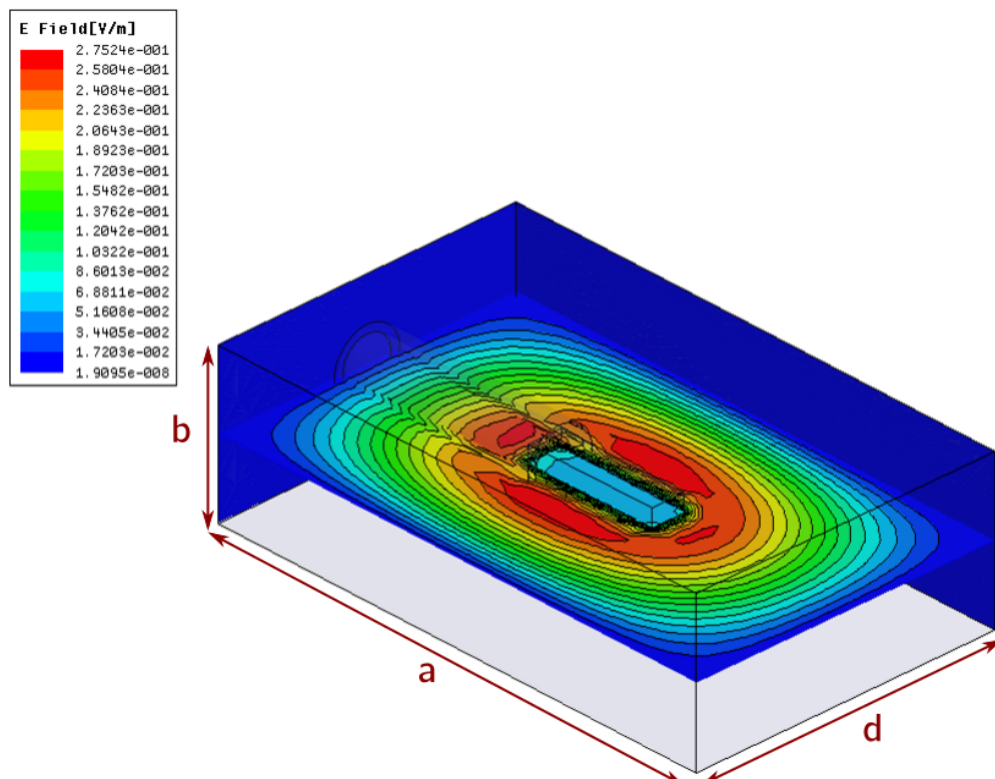


Figura 2.10: Rappresentazione grafica delle isoipse del campo elettrico \vec{E} sulle pareti ab e bd e sul piano mediano parallelo alla parete ad all'interno della cavità con cristallo.

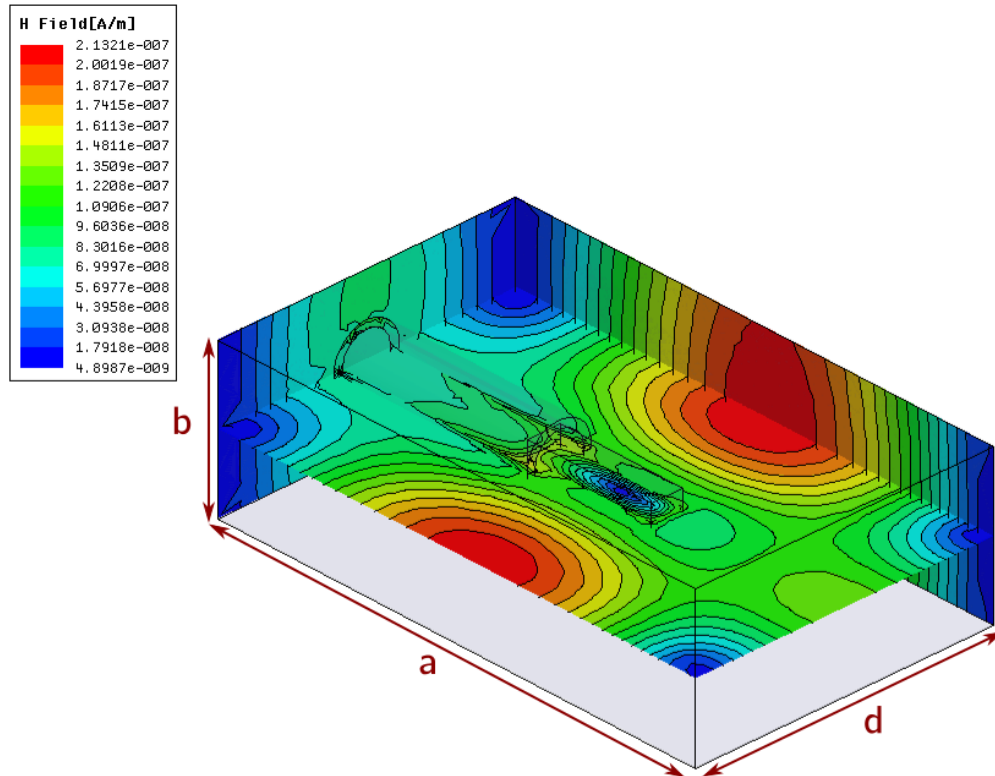


Figura 2.11: Rappresentazione grafica delle isoipse del campo \vec{H} sulle pareti ab e bd e sul piano mediano parallelo alla parete ad all'interno della cavità con cristallo.

Nelle figure 2.8, 2.9, 2.10 e 2.11 sono rappresentati i campi elettrici \vec{E} ed il campo \vec{H} simulati mediante il software. Il campo \vec{H} è definito come:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} \quad (2.14)$$

Ove \vec{B} è il campo magnetico e μ_0 è la permeabilità magnetica del materiale. In aria, che è assimilabile al vuoto, $\mu = \mu_0$. All'interno degli altri materiali μ si discosta leggermente dal suo valore nel vuoto e dunque \vec{H} è leggermente diverso da \vec{B}/μ_0 . Dall'analisi dei campi elettrici e magnetici all'interno della cavità si possono trarre alcune considerazioni. Per quanto riguarda la cavità in assenza di cristallo e linee di uguale intensità del campo elettrico in figura 2.8 hanno un andamento concentrico, in quanto il modo stazionario presenta massimo al centro e si annulla sulle pareti. Il campo \vec{H} , raffigurato in figura 2.9, ha invece un andamento più complesso, con massimi sui punti centrali delle facce e minimi in corrispondenza degli spigoli della cavità.

L'introduzione del cristallo e del supporto all'interno della cavità non cambia molto l'andamento qualitativo globale delle superfici di pari intensità dei due campi, in figura 2.10 e 2.11. Localmente si notano piccole discontinuità di entrambi i campi causate dal portacristallo e una grande variazione in corrispondenza del cristallo. Confrontando le scale si nota che il massimo del campo elettrico è inferiore di un fattore circa 5, come ci si aspetta dalle caratteristiche dielettriche del cristallo di KTP. Per quanto riguarda il campo \vec{H} si nota che in corrispondenza del cristallo di KTP, al centro della cavità, questo presenta un minimo che risulta essere più grande rispetto alla cavità vuota, nei limiti della precisione della simulazione. Da questo si deduce $\mu < \mu_0$ e dunque il KTP presenta delle caratteristiche diamagnetiche.

2.5.1 Risposta in frequenza della cavità

Per la caratterizzazione della cavità, sia a vuoto che in presenza del cristallo, è stato utilizzato il network analyzer, che permette l'analisi della risposta in frequenza della cavità ottenendo i parametri di scattering S definiti in precedenza. Sono state condotte misure sia in trasmissione che

in riflessione. Le curve dei parametri S ottenute in questo modo sono state interpolate mediante una funzione lorentziana:

$$A(f) = a + \frac{b}{1 + 4Q^2 \left(\frac{f}{f_0} - 1\right)^2} \quad (2.15)$$

Questa fornisce direttamente la frequenza di risonanza f_0 ed il fattore di merito della cavità.

Per l'analisi è stata utilizzata l'antenna debolmente accoppiata per le misure in trasmissione ed è stato mosso il coupler in diverse posizioni in modo tale da osservare le perturbazioni introdotte nella cavità dal coupler stesso. In particolare si sono studiate 4 posizioni, P1, P2, P3 e P4. La posizione P1 corrisponde ad un coupler molto debolmente accoppiato, il più esterno possibile rispetto alla cavità, con un picco di risonanza rilevato appena al di sopra del rumore di fondo, mentre la posizione P4 corrisponde alla posizione del coupler tale per cui si abbia un minimo di risonanza in riflessione, che corrisponde all'accoppiamento critico. Le altre due sono posizioni intermedie acquisite per verificare le caratteristiche della risposta in frequenza della cavità al variare dell'accoppiamento.

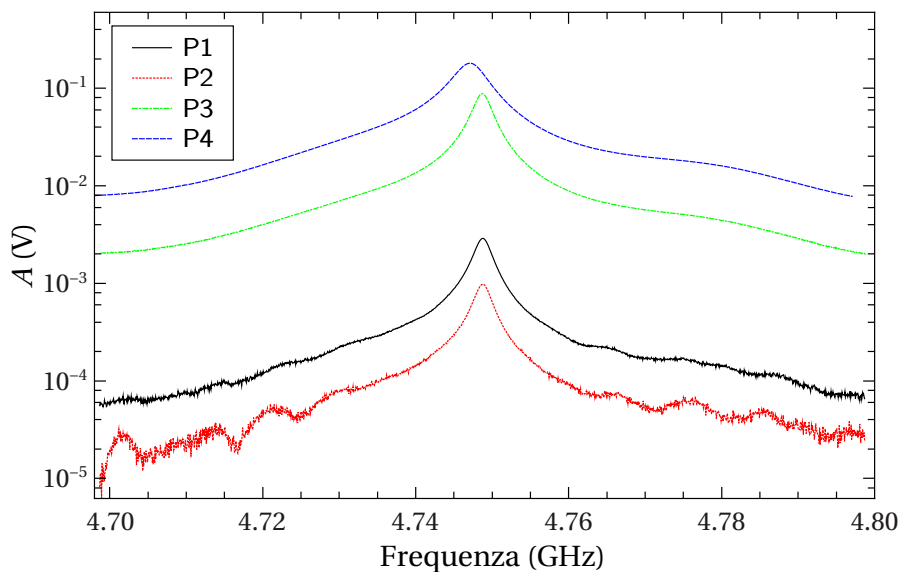


Figura 2.12: Curva di risonanza in trasmissione della cavità vuota per diverse posizioni del coupler (notare la scala logaritmica in ordinata).

Posizione coupler	Cavità vuota		Cavità con portacristallo		Cavità con portacristallo e cristallo	
	f_0 (GHz)	Q	f_0 (GHz)	Q	f_0 (GHz)	Q
P1	4.7487	2121 ± 10	4.7282	1794 ± 7	4.6270	1769 ± 9
P2	4.7487	2104 ± 8	4.7282	1766 ± 5	4.6270	1779 ± 8
P3	4.7487	2016 ± 7	4.7282	1705 ± 4	4.6269	1723 ± 7
P4	4.7469	1044 ± 5	4.7263	920 ± 4	4.6249	935 ± 5

Tabella 2.4: Frequenza di risonanza e fattore di qualità per cavità vuota e con portacristallo con coupler in diverse posizioni. L'errore sulla frequenza è trascurabile.

Dalla figura 2.12 si nota come, al variare della posizione del coupler, vari il valore del massimo di ampiezza della risonanza di circa 2 ordini di grandezza tra coupler debolmente accoppiato e coupler criticamente accoppiato. Dall'analisi riportata in tabella 2.4 si nota come vi sia una piccola variazione della frequenza di risonanza al raggiungimento dell'accoppiamento critico. Un fattore di alterazione più grande è dato dall'introduzione del supporto portacristallo in polietilene, che causa una variazione di circa 20 MHz a parità di posizione del coupler.

Si nota che il fattore di merito della cavità si dimezza quando il coupler è accoppiato con la cavità rispetto al caso disaccoppiato, sia per la cavità vuota che per la cavità con portacristallo al suo interno, come previsto per l'accoppiamento critico. L'introduzione del supporto causa un lieve abbassamento del fattore di merito, come ci si attende introducendo un dielettrico, mentre l'introduzione del cristallo lascia pressoché invariato il fattore di merito ma riduce notevolmente la frequenza di risonanza.

Dal confronto con i dati ottenuti mediante la simulazione numerica presenti in tabella 2.3 si nota che il valore del coefficiente di merito stimato risulta essere superiore a quello misurato di un fattore circa 10, mentre per quanto riguarda la frequenza di risonanza si ottiene una frequenza superiore alla stima sia con cavità vuota che in presenza del cristallo. La differenza per quanto riguarda il fattore di merito può essere spiegata dal fatto di avere utilizzato nella realizzazione della cavità un materiale diverso rispetto a quello utilizzato per la simulazione, che dunque causa una maggiore dissipazione dell'energia contenuta nella cavità. La differenza di frequenza è imputabile a diverse cause, tra cui le tolleranze di costruzione della cavità rispetto ai dati del progetto e la posizione del cristallo all'interno della cavità.

2.5.2 Risposta in frequenza della cavità con cristallo

Si è misurata la dipendenza della frequenza di risonanza f_0 della cavità dall'orientamento del cristallo variando l'angolo di rotazione θ_C del goniometro su cui è montato il portacristallo. La frequenza di risonanza è ottenuta interpolando con una curva lorentziana la risposta in frequenza della cavità ottenuta con mediante il network analyzer con misura in trasmissione. Per questa misura è stata fissata la posizione del coupler nella posizione di accoppiamento critico.

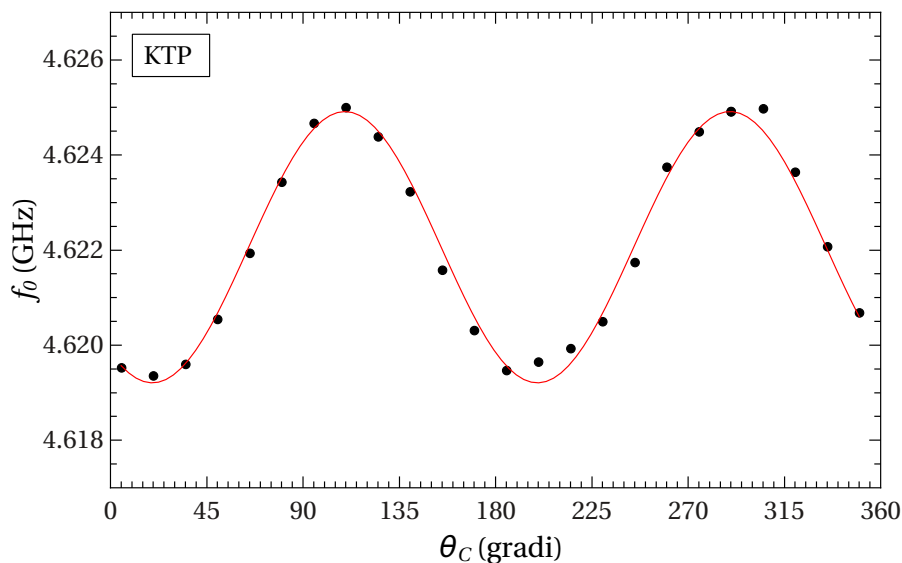


Figura 2.13: f_0 in funzione di θ_C per il cristallo di KTP. Le barre di errore sono più piccole della dimensione dei punti.

Si nota come queste curve abbiano tutte una periodicità di π , presentando due massimi e due minimi. Da ciò si può dedurre che la variazione nella frequenza di risonanza non dipende dalla forma geometrica del cristallo, ma dal fatto che la polarizzazione indotta si accoppia due volte per periodo al modo di cavità.

Si nota come, per i diversi cristalli, vi sia una differenza nel massimo valore della frequenza di risonanza in funzione dell'angolo di rotazione. Inoltre varia l'ampiezza della modulazione della frequenza, ossia la differenza tra il massimo e il minimo valore della frequenza di risonanza del cristallo. Mentre il secondo fattore è ragionevolmente associabile alla disposizione degli assi ottici del cristallo ed al valore del tensore di permittività dielettrica, il primo aspetto è legato anche al posizionamento del cristallo all'interno della cavità. Sperimentalmente è stato osservato che un diverso posizionamento del cristallo lungo l'asse del fascio laser altera la frequenza di risonanza

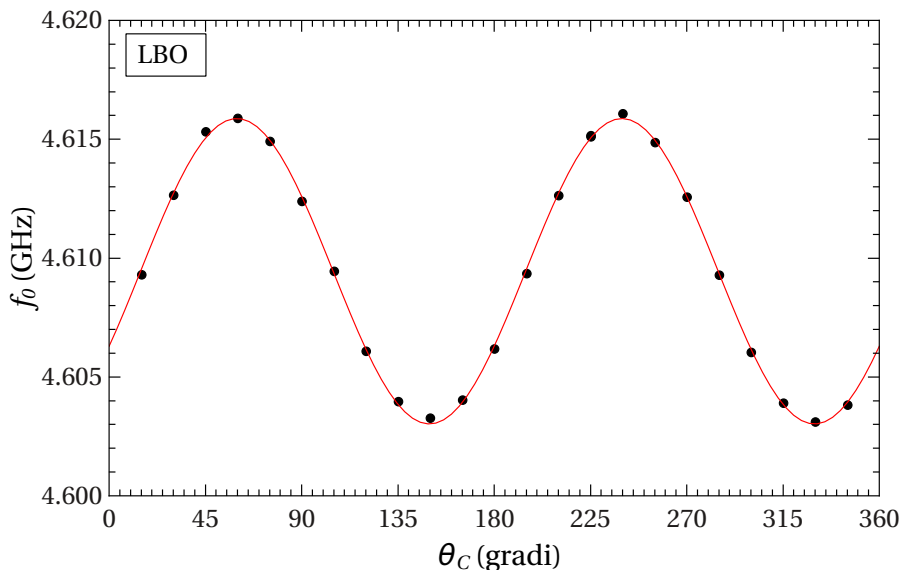


Figura 2.14: f_0 in funzione di θ_C per il cristallo di LBO. Le barre di errore sono più piccole della dimensione dei punti.

della cavità. Questo fattore è stato sfruttato per variare la frequenza di risonanza della cavità, a parità di altri parametri del sistema, in modo da poter impostare la frequenza di ripetizione del sistema laser in una regione di lavoro ove il laser fosse il più stabile possibile.

2.5.3 Laser sweep

Per il solo KTP è stata compiuta una misura dell'ampiezza dell'emissione di microonde al variare della frequenza di ripetizione del laser, fissata la posizione del cristallo all'interno della cavità. In

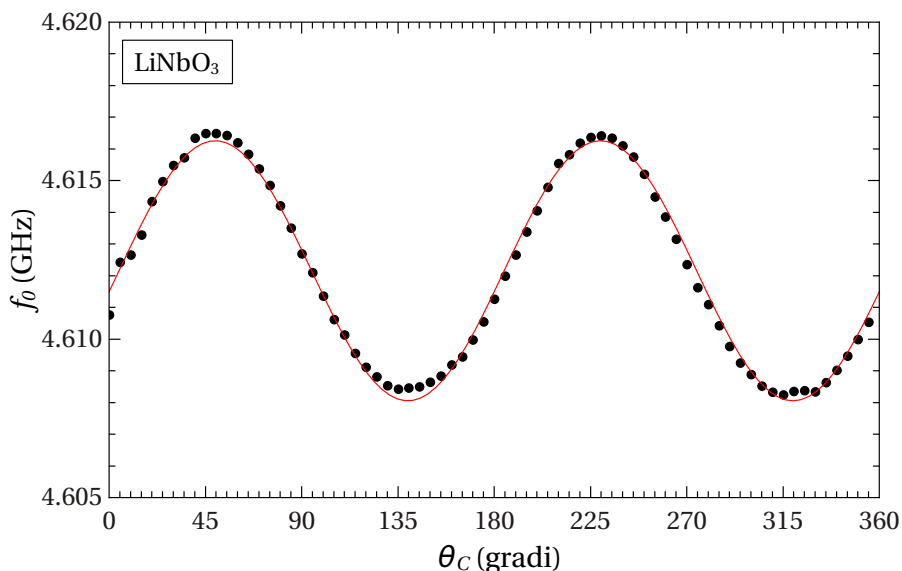


Figura 2.15: f_0 in funzione di θ_C per il cristallo di LiNbO₃. Le barre di errore sono più piccole della dimensione dei punti.

questo modo è possibile indagare il comportamento della cavità al variare della frequenza ed in particolare il suo comportamento come filtro passa-banda. Ci si aspetta infatti che, variando la frequenza di ripetizione del laser rispetto alla frequenza di risonanza della cavità, l'ampiezza del segnale delle microonde segua una curva lorentziana con un massimo in corrispondenza della frequenza di risonanza della cavità e con un fattore di merito uguale a quello ottenuto dall'analisi dei parametri S mediante il network analyzer.

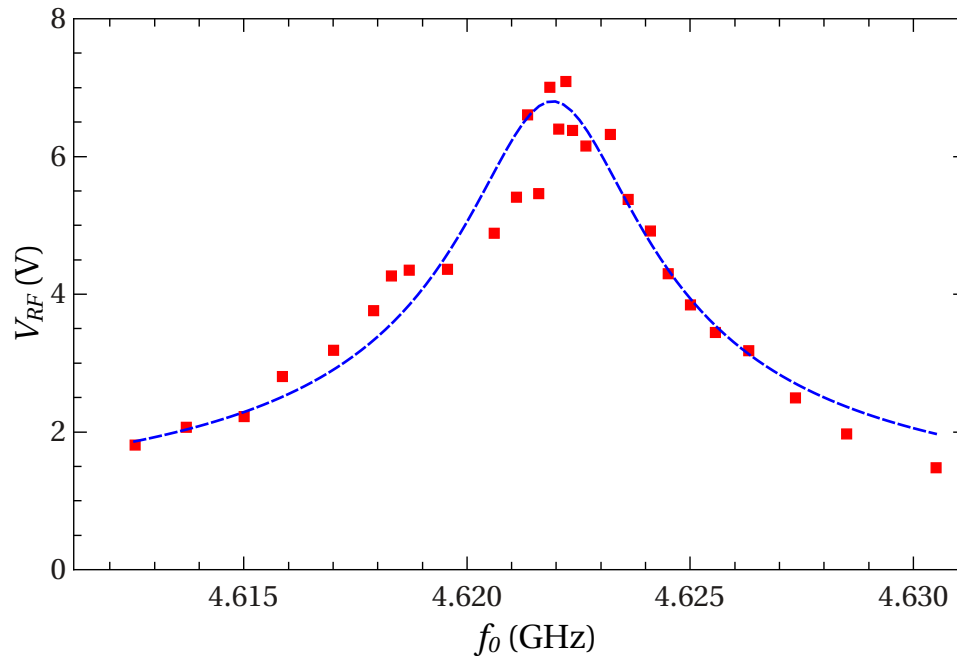


Figura 2.16: Curva di risonanza della cavità e frequenza di risonanza al variare della frequenza di ripetizione del laser.

	f_0 (GHz)	Q
S12	4.621263	1058 ± 2
Sweep	4.6219	1167 ± 2

Tabella 2.5: Risultati del fit di V_{RF} relativo allo sweep in frequenza del laser e di V_{S12} . Gli errori sulla frequenza sono trascurabili.

Da questa analisi si trova che la componente nelle microonde al variare della frequenza di ripetizione si può ragionevolmente interpolare con una curva lorentziana. Il fattore di merito di questa è confrontabile con quello della curva di risonanza ottenuta mediante l'analisi con il network analyzer, mentre per quanto riguarda la frequenza di risonanza vi è una discrepanza tra le due inferiore al MHz. Le differenze tra i dati, che in linea di principio dovrebbero essere perfettamente compatibili, possono essere spiegate con delle piccole variazioni dell'apparato di misura. Infatti, come visto in precedenza, sia la frequenza di risonanza che il fattore di merito sono fortemente dipendenti dall'accoppiamento, e quindi dalla posizione, del coupler. Bastano minime variazioni di questa posizione perché le due quantità vengano modificate. Tuttavia questo non è un problema, in quanto non è necessario lavorare con una frequenza di ripetizione del laser che sia identica a quella di risonanza della cavità (benché questo sia desiderabile per massimizzare il segnale), ma è sufficiente che si lavori in condizioni omogenee per ogni set di misure effettuato.

2.6 Cristalli

In questo lavoro sono stati utilizzati tre materiali, KTP, LBO e niobato di litio. I campioni utilizzati sono cristalli a forma di parallelepipedo con due lati uguali tra loro ed il terzo lato più lungo, nella cui direzione si propaga l'impulso generato dal laser.

2.6.1 KTP

Il titanil ortofostato di potassio (formula chimica KTiOPO_4 , comunemente chiamato KTP) è un cristallo trasparente con indici di rifrazione, lungo i tre assi ottici, $n_x = 1.7381$, $n_y = 1.7458$ e $n_z = 1.8302$ a 1064 nm [20]. Ha una struttura ortorombica e appartiene del gruppo puntuale $mm2$ e del gruppo spaziale $Pna2$. Questo materiale fa parte della classe dei composti MTiOXO_4 , ove M può essere K, Rb, Tl, NH_4 oppure Cs e X può essere P oppure As, che hanno tutti una struttura cristallina simile. Il KTP si distingue per avere un'alta soglia di danneggiamento (15 GW/cm^2 per impulsi di 1 ns a 1064 nm), elevati coefficienti ottici non lineari, ampi angoli di accettazione e proprietà di phase-matching termicamente stabili che lo rendono un buon cristallo per la generazione di seconda armonica [21]. A causa della struttura si trova [7] che il tensore del secondo ordine è del tipo:

$$d_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

In letteratura [22] si sono trovati i seguenti valori per i coefficienti:

$$d_{31} = d_{15} = 1.73 \text{ pm/V}$$

$$d_{32} = d_{14} = 3.45 \text{ pm/V}$$

$$d_{33} = 13.5 \text{ pm/V}$$

Il campione a disposizione ha forma di parallelepipedo di dimensioni $4 \times 4 \times 16 \text{ mm}^3$.

2.6.2 LBO

Il triborato di litio (formula chimica LiB_3O_5 , noto come LBO) è un cristallo con indici di rifrazione $n_x = 1.56487$, $n_y = 1.59072$ e $n_z = 1.60515$ a 1064.2 nm. Analogamente al KTP ha una struttura ortorombica e fa parte del gruppo puntuale $mm2$ e del gruppo spaziale $Pna2$ [23]. È trasparente nel range tra il vicino infrarosso e il vicino ultravioletto, ha un'alta soglia di danneggiamento (11.2 GW/cm^2 per impulsi di 25 ns a 1064 nm [24]), è chimicamente stabile e non igroscopico e ha delle caratteristiche superficiali che lo rendono ideale per applicazioni di generazione di seconda armonica o di amplificazione ottica parametrica [25]. Il tensore elettro-ottico del secondo ordine ha la stessa struttura di quello del KTP. Si trovano come valori dei coefficienti [5]:

$$d_{31} = d_{15} = 0.85 \text{ pm/V}$$

$$d_{32} = d_{14} = -0.67 \text{ pm/V}$$

$$d_{33} = 0.04 \text{ pm/V}$$

Rispetto al KTP i valori dei coefficienti sono notevolmente più bassi. Ci si attende pertanto che, a parità di energia del laser e di orientazione degli assi cristallografici, l'intensità di emissione delle microonde del cristallo di LBO sia significativamente più bassa di quella del cristallo di KTP. Il campione a disposizione ha forma di parallelepipedo di dimensioni $4 \times 4 \times 16 \text{ mm}^3$.

2.6.3 Niobato di litio

Il niobato di litio (formula chimica LiNbO_3) è un materiale ferroelettrico che si presenta sotto forma di cristallo trasparente. È un cristallo monoassico con indice di rifrazione $n_e = 2.1440$ a 1064.2 nm lungo l'asse ottico principale e $n_o = 2.2339$ a 1064.2 nm lungo gli assi ad esso ortogonali. Presenta una struttura trigonale ed appartiene al punto puntuale $3m$ ed al gruppo spaziale $R3c$ [26]. È un materiale che presenta elevati coefficienti piroelettrici, piezoelettrici, elettro-ottici e fotoelastici, e per questo viene utilizzato in molti ambiti dell'ottica (ad esempio per la fabbricazione di modulatori di fase ottici, guide d'onda dielettriche, filtri acustici, ecc.), tra cui la generazione di seconda armonica. Tuttavia presenta una soglia di danneggiamento più bassa rispetto agli altri due materiali presi in considerazione, pari a $0.5 \div 2$ GW/cm^2 per impulsi di 10 ns a 1064.2 nm [27]. Il tensore elettro-ottico del secondo ordine ha dunque una struttura differente rispetto a quella degli altri due cristalli:

$$d_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Per quanto riguarda il valore dei coefficienti si trova [5]:

$$d_{22} = -d_{21} = -d_{16} = 2.1 \text{ pm/V}$$

$$d_{31} = d_{32} = d_{15} = d_{24} = -4,3 \text{ pm/V}$$

$$d_{33} = -27 \text{ pm/V}$$

Questi valori sono simili con quelli del KTP e pertanto anche l'intensità di emissione delle microonde dovrebbe essere comparabile. Il campione utilizzato ha forma di parallelepipedo con dimensioni $4 \times 4 \times 10$ mm^3 .

2.7 Apparatı ottici

2.7.1 Filtri neutri

Per variare l'intensità del fascio laser incidente sono stati utilizzati dei filtri ottici neutri (Thorlabs ND filters) e loro combinazioni. Questi sono stati dapprima calibrati mediante l'uso di un bolometro, valutando il rapporto tra energia del fascio prima e dopo l'inserimento del filtro. Di seguito vengono presentati i filtri utilizzati e la loro trasmittanza.

Filtro	Trasmittanza
F1	0.761
F2	0.467
F3	0.362
F4	0.480
F5	0.347
F6	0.261
Fe	0.256
F04	0.258

Tabella 2.6: Trasmittanza dei filtri ND utilizzati.

Non è stato riportato un errore associato alla trasmittanza dei filtri ND. Tuttavia è stato osservato che lo stesso filtro, in diverse condizioni, presenta dei valori di trasmittanza leggermente diversi. Questo è dovuto a diversi fattori, tra i quali l'impossibilità di garantire una incidenza sempre

perfettamente normale alla superficie, eventuale sporcizia presente sulla superficie dei filtri e differenze a livello locale di trasmittanza dovute a tolleranze di lavorazione o a danni ed usura nel tempo. L'errore inoltre si propaga in quanto per le misure di trasmittanza vengono utilizzati più filtri in cascata per evitare di erogare una potenza eccessiva sul bolometro in assenza del filtro in esame. Si stima pertanto l'errore nell'ordine del percento.

2.7.2 Lamina mezz'onda

Una lamina mezz'onda è un materiale birfrangente che consente di variare l'angolo di polarizzazione per un'onda elettromagnetica polarizzata linearmente [28]. Il cristallo birfrangente è tagliato in modo tale che la superficie d'entrata del fascio sia parallela all'asse ottico. Si può supporre che l'asse ottico sia parallelo all'asse x e che quindi la superficie giaccia sul piano xy . Il cristallo avrà indice di rifrazione ordinario n_o e straordinario n_s .

Se si ha un'onda elettromagnetica polarizzata linearmente che viaggia lungo la direzione z , il suo campo elettrico si potrà scrivere mediante le proiezioni lungo x e y :

$$E_x = E_0 \cos \theta \cos(kx - \omega t) \quad (2.18)$$

$$E_y = E_0 \sin \theta \cos(kx - \omega t) \quad (2.19)$$

Essendo θ l'angolo della polarizzazione rispetto all'asse ottico, e dunque rispetto all'asse x . Per via della differenza di cammino ottico si trova che il campo elettrico uscente dalla lamina sarà:

$$E'_x = E_0 \cos \theta \cos(kx + k_s d - \omega t) \quad (2.20)$$

$$E'_y = E_0 \sin \theta \cos[kx + k_s d - \omega t - (2m + 1)\pi] = -E_0 \sin \theta \cos(kx + k_s d - \omega t) \quad (2.21)$$

Dunque la polarizzazione avrà un angolo $-\theta$ rispetto all'asse ottico della lamina, ed in sostanza la polarizzazione verrà ruotata di un angolo $\beta = 2\theta$ rispetto all'angolo originario.

La lamina è chiamata "a mezz'onda" in quanto si trova che, affinché si abbia uno sfasamento multiplo dispari di π , lo spessore dev'essere:

$$d = \frac{(2m + 1)\pi}{k(n_s - n_o)} = \frac{\lambda}{2(n_s - n_o)}(2m + 1) \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.22)$$

Ossia d è proporzionale a $\lambda/2$.

2.7.3 Separatori d'armonica

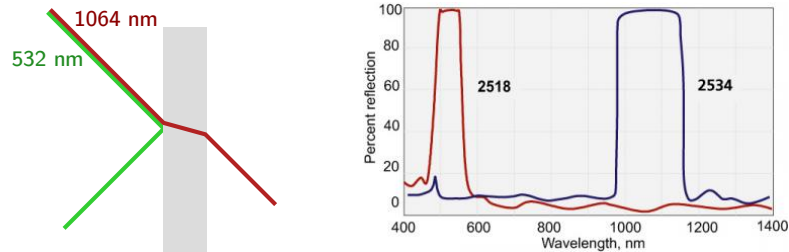


Figura 2.17: Schema di un separatore di armonica con incidenza a 45° (a sinistra) e riflettività a diverse lunghezze d'onda per due diversi modelli (EKSMA Optics, a destra).

Il cristallo genera la componente a frequenza doppia lungo la direzione di propagazione del laser e dunque questa sarà mescolata alla componente a frequenza originaria generata dal laser. Per la misura della generazione di seconda armonica del cristallo mediante il fotodiode (Thorlabs DET10A/M) è necessario perciò filtrare la componente a 1064 nm rimanente dopo il passaggio all'interno del cristallo e selezionare solamente la componente a frequenza doppia e quindi con una lunghezza d'onda di 532 nm, in quanto il fotodiode è sensibile ad entrambe le frequenze. Per questo all'uscita della cavità sono stati posti quattro separatori d'armonica in successione. Questi sono dei materiali ottici che garantiscono un elevato coefficiente di riflessione per la lunghezza d'onda d'interesse ed un'elevata trasmittanza per quanto riguarda la lunghezza d'onda indesiderata.

Capitolo 3

Risultati sperimentali

In questo capitolo vengono esposti i risultati sperimentali ottenuti. Per tutti i cristalli utilizzati è stata misurata l'ampiezza delle microonde in funzione dell'intensità del laser ad angolo della lamina mezz'onda fissato per verificare che il fenomeno fosse effettivamente del secondo ordine. Fissata l'energia del laser si è misurato il segnale nelle microonde al variare dell'angolo di polarizzazione del fascio in quanto questo dipende dalla struttura cristallografica del materiale. Per i soli cristalli di LBO e LiNbO₃ sono state compiute analoghe misure per la generazione di seconda armonica nel verde rilevando l'intensità del segnale emesso mediante un fotodiodo.

3.1 Analisi al variare dell'intensità del laser

È stato acquisito il segnale emesso dal cristallo nelle regione delle microonde e nella regione del visibile variando l'intensità del laser, ossia l'ampiezza del campo elettrico incidente, fissati tutti gli altri parametri del sistema. In questo modo è stato possibile capire se il fenomeno osservato fosse effettivamente un fenomeno del secondo ordine, come ci si attende dalla teoria presentata nel capitolo 1.

3.1.1 Emissione nella regione delle microonde

L'emissione di onde elettromagnetiche nella regione delle microonde è stata misurata acquisendo il segnale tramite l'antenna accoppiata nella cavità. Ci si attende che la componente nelle microonde abbia un andamento lineare al variare dell'intensità del fascio laser, in quanto il campo elettrico emesso dal cristallo descritto dall'equazione 2.5 è proporzionale alla polarizzazione del cristallo. Al campo elettrico emesso dal cristallo, per via dell'equazione di Maxwell:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.1)$$

È legato un campo magnetico, anch'esso sinusoidale, la cui ampiezza è data dalla relazione [1]:

$$B = \frac{E}{c} \propto E_0^2 \quad (3.2)$$

Il campo magnetico variabile nel tempo induce una forza elettromotrice nel coupler proporzionale alla variazione del suo flusso. In definitiva il segnale V_c rilevato dal coupler risulta essere proporzionale al campo elettrico all'interno della cavità, e dunque ha una dipendenza quadratica dal campo elettrico E_0 emesso dal laser. Poiché per un'onda elettromagnetica vale la relazione:

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 c \quad (3.3)$$

Allora si conclude che deve valere la proporzionalità $V_c \propto I$.

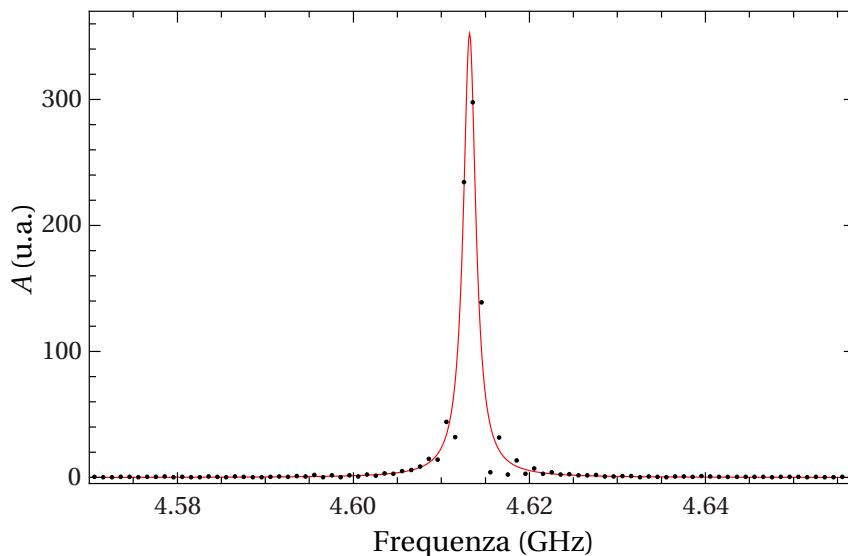


Figura 3.1: Spettro della trasformata di Fourier del segnale rilevato nelle microonde e fit lorentziano.

Al fine di ottenere una stima affidabile dell'ampiezza è stato sfruttato lo spettro del segnale nel dominio della frequenza, ossia la sua trasformata di Fourier. Poiché la cavità ha un fattore di merito finito, la curva di risonanza presenta una certa larghezza e dunque la trasformata di Fourier mostra uno spettro con un andamento lorentziano centrato attorno alla frequenza di risonanza propria di cavità f_0 , con una larghezza dipendente da Q ed un'altezza V_{RF} dipendente dall'ampiezza del segnale. Per ottenere l'ampiezza del segnale nelle microonde si è sfruttata quindi la curva lorentziana analoga alla 2.15:

$$\mathcal{F}[V_c](f) = \frac{V_{RF}}{1 + 4Q^2 \left(\frac{f}{f_0} - 1\right)^2} \quad (3.4)$$

Per ogni valore di intensità del fascio laser è stato acquisito un numero di segnali sufficiente per avere una buona statistica. I valori del parametro V_{RF} così ottenuti sono stati mediati tra loro al fine di ottenere uno scarto quadratico medio delle misure.

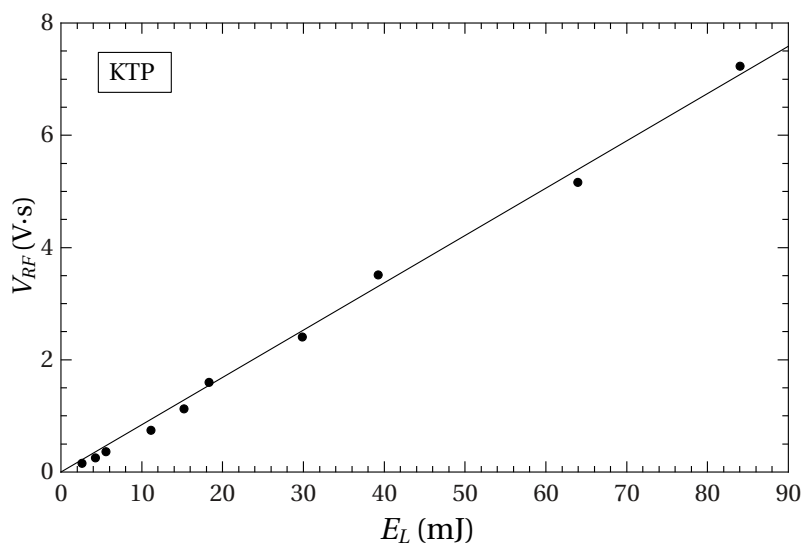


Figura 3.2: V_{RF} in funzione di E_L per il cristallo di KTP. Le barre di errore sono più piccole della dimensione dei punti.

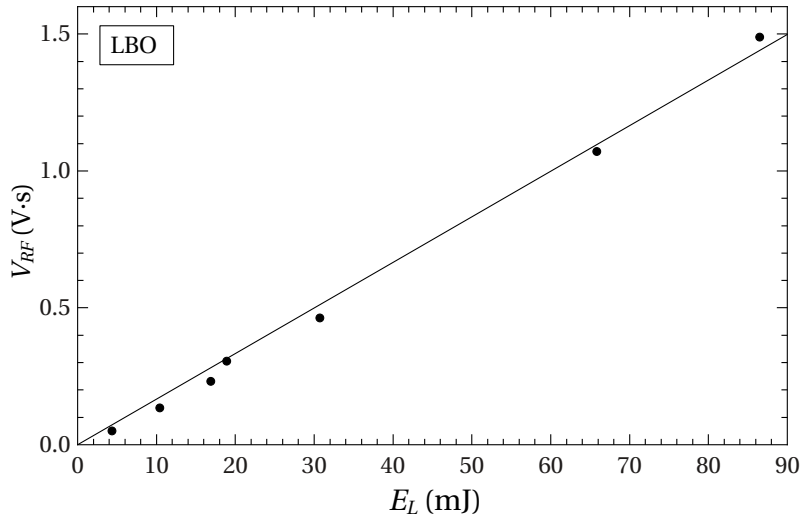


Figura 3.3: V_{RF} in funzione di E_L per il cristallo di LBO. Le barre di errore sono più piccole della dimensione dei punti.

Per tutti e tre i cristalli si è trovata una buona interpolazione sfruttando rette passanti per l'origine, segno che il processo in questione è legato in maniera lineare all'intensità del laser.

3.1.2 Emissione nella regione del visibile

L'emissione nel visibile avviene per effetti del secondo ordine che portano ad un raddoppio della frequenza della radiazione elettromagnetica incidente sul cristallo. Essendo la lunghezza d'onda del laser di 1064 nm l'emissione da parte del cristallo avviene per una lunghezza d'onda di 532 nm, che corrisponde ad una luce visibile di colore verde, e sarà per questo indicata con *G* (*green*).

La luce visibile è stata rilevata da un fotodiodo, il cui segnale è stato acquisito mediante un oscilloscopio. La misura è stata ripetuta un numero adeguato di volte in modo da avere una buo-

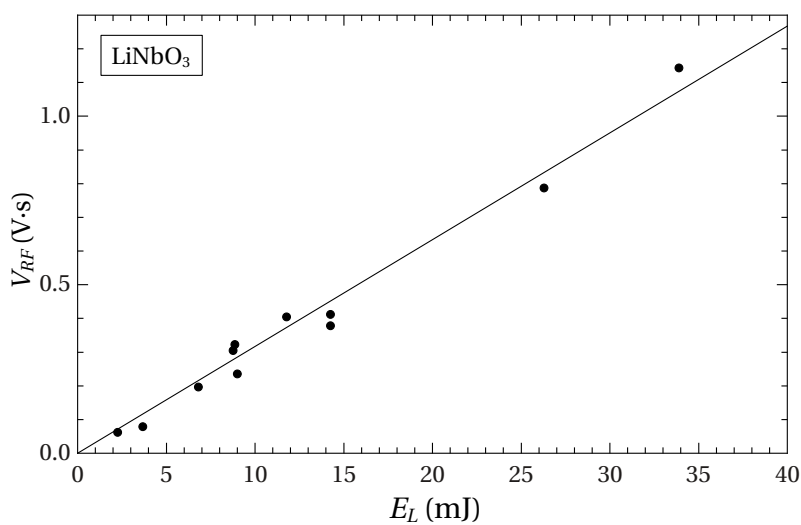


Figura 3.4: V_{RF} in funzione di E_L per il cristallo di LiNbO_3 . Le barre di errore sono più piccole della dimensione dei punti.

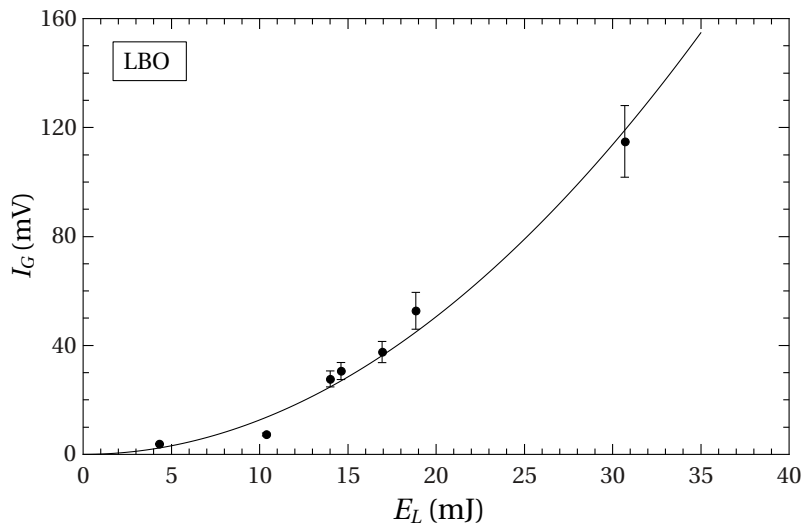


Figura 3.5: I_G in funzione di E_L per il cristallo di LBO.

na statistica. Il fotodiode produce un segnale in tensione che è proporzionale all'intensità del fascio incidente. Per le caratteristiche del segnale questo viene mediato nel tempo, integrandolo e quindi dividendolo per la durata del treno d'impulsi, ottenendo così una stima consistente. L'intensità del fascio incidente sul fotodiode, per la relazione 2.9, è proporzionale alla quarta potenza del campo elettrico del laser, ossia al quadrato dell'intensità del laser per via della relazione 3.3. La misura è stata compiuta solamente per i cristalli di LBO e di LiNbO_3 .

Si è trovata una buona compatibilità con una proporzionalità di tipo quadratico tra intensità del fascio laser incidente ed intensità dell'emissione nel verde.

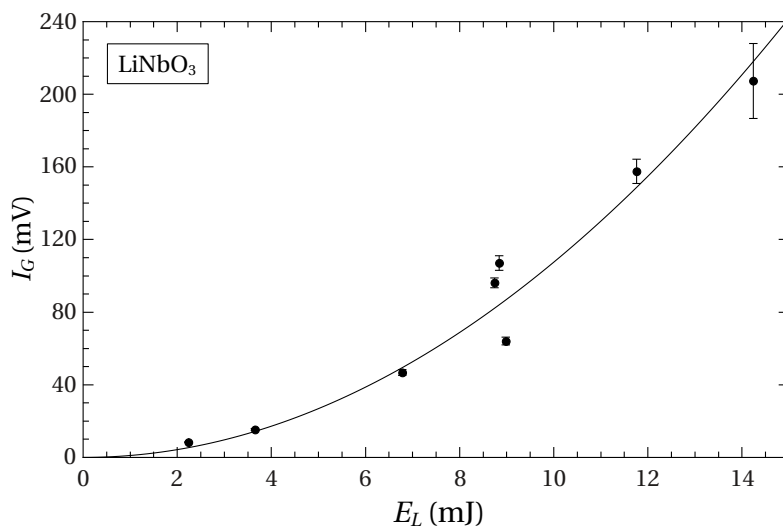


Figura 3.6: I_G in funzione di E_L per il cristallo di LiNbO_3 .

3.2 Analisi della dipendenza angolare dell'emissione

Per investigare sperimentalmente la relazione tra polarizzazione e campo elettrico incidente 1.12, che dipende dalla disposizione degli assi ottici e dal tensore d_{ij} , è stata compiuta un'analisi dell'emissione dei cristalli ruotando la lamina mezz'onda di un certo angolo arbitrario θ_L , fissata la posizione del cristallo e l'energia del laser. In questo modo è stato possibile variare il piano di polarizzazione del fascio laser incidente sul cristallo.

3.2.1 Emissione della regione delle microonde

Per quanto riguarda l'emissione in radiofrequenza dei cristalli è stata misurata l'ampiezza della trasformata di Fourier del segnale mediante il metodo prima presentato, utilizzando dei fit lorentziani e mediando sulle ripetizioni dell'evento.

KTP

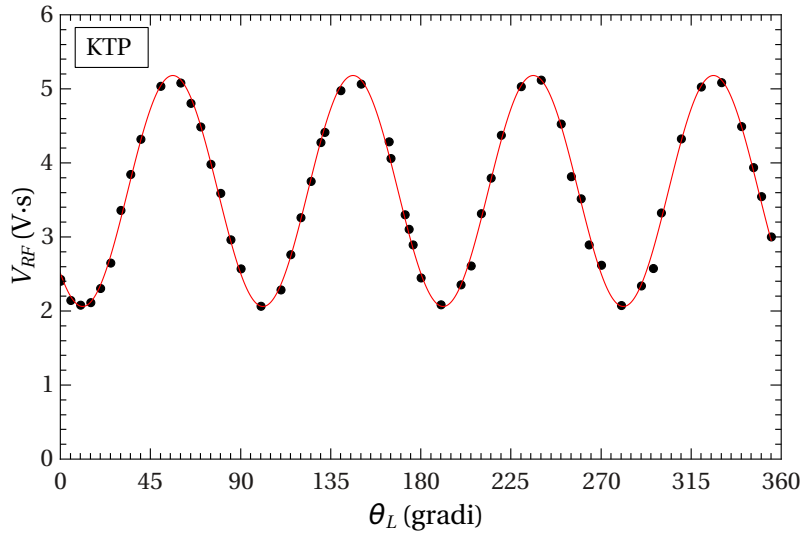


Figura 3.7: V_{RF} in funzione di θ_L per il cristallo di KTP e sua interpolazione sinusoidale. Le barre di errore sono più piccole della dimensione dei punti.

Come visibile in figure 3.7 i dati hanno un andamento sinusoidale con periodicità $\pi/2$. Pertanto questi sono stati interpolati mediante una funzione del tipo:

$$V_{RF} = V_0 + c_4 \sin(4\theta + \varphi_4) \quad (3.5)$$

Il parametro φ_4 rappresenta una fase che non ha nessun interesse, in quanto è dipendente dalla posizione iniziale della lamina mezz'onda. Per il KTP si è trovato:

V_0	$(3.62 \pm 0.01) V$
c_4	$(1.56 \pm 0.02) V$
φ_4	$(3.932 \pm 0.009) \text{ rad}$

Tabella 3.1: Risultati del fit sinusoidale di V_{RF} in funzione di θ_L per il cristallo di KTP.

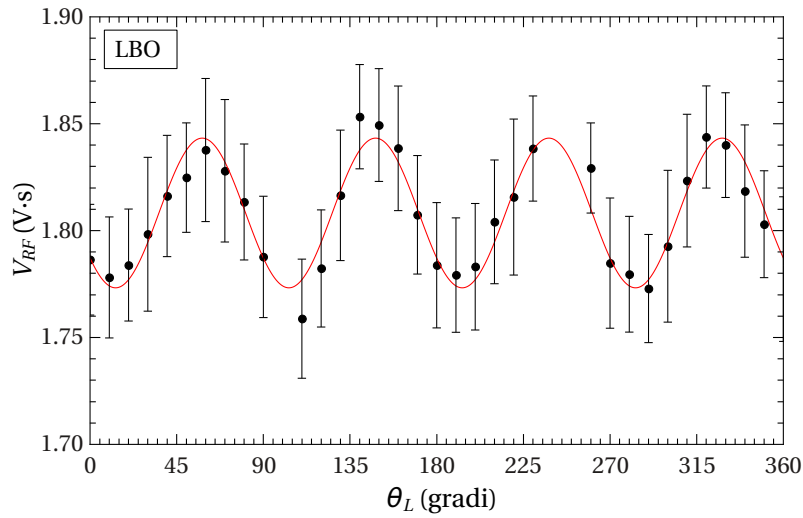
LBO

Figura 3.8: V_{RF} in funzione di θ_L per il cristallo di LBO e sua interpolazione sinusoidale. Le barre di errore sono più piccole della dimensione dei punti.

Per il cristallo di LBO si è proceduto allo stesso modo del cristallo di KTP. Si può notare dalla figura 3.8 che in questo caso è presente un grande offset rispetto alla 0 e la modulazione è molto più piccola rispetto al KTP, e di conseguenza l'errore relativo delle misure è molto grande (come è evidente dalle barre d'errore). La periodicità è anche in questo caso di $\pi/2$. La funzione di fit utilizzata è stata dunque la 3.5, ottenendo come risultati:

V_0	$(1.808 \pm 0.001) \text{ V}$
c_4	$(3.5 \pm 0.2) \cdot 10^{-2} \text{ V}$
φ_4	$(3.79 \pm 0.05) \text{ rad}$

Tabella 3.2: Risultati del fit sinusoidale di V_{RF} in funzione di θ_L per il cristallo di LBO.

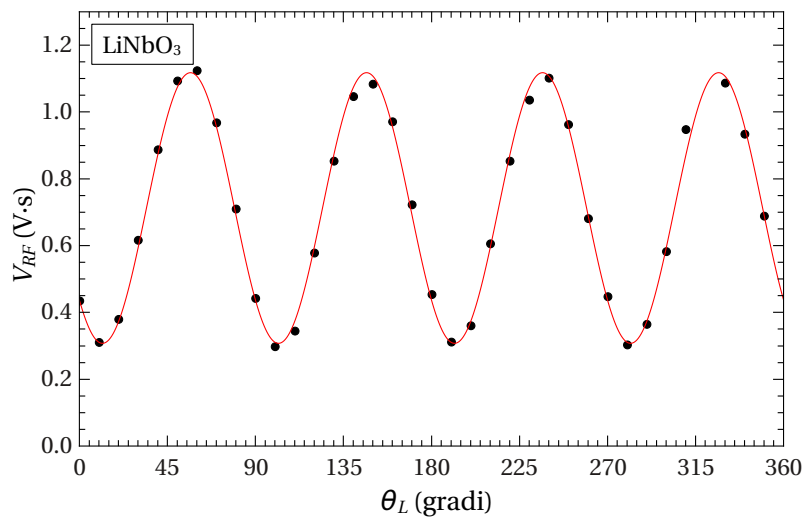
Niobato di litio

Figura 3.9: V_{RF} in funzione di θ_L per il cristallo di niobato di litio e sua interpolazione sinusoidale. Le barre di errore sono più piccole della dimensione dei punti.

Lo stesso discorso fatto nel caso di KTP e LBO vale anche per il niobato di litio, come si vede dal grafico 3.9. L'interpolazione mediante la funzione 3.5 ha fornito i seguenti risultati:

V_0	$(7.12 \pm 0.04) \cdot 10^{-1} \text{ V}$
c_4	$(4.05 \pm 0.05) \cdot 10^{-1} \text{ V}$
φ_4	$(3.89 \pm 0.01) \text{ rad}$

Tabella 3.3: Risultati del fit sinusoidale di V_{RF} in funzione di θ_L per il cristallo di niobato di litio.

3.2.2 Emissione nella regione del visibile

L'emissione nella regione del visibile è stata valutata con un procedimento analogo a quello descritto precedentemente per le misure compiute al variare dell'intensità del laser.

LBO

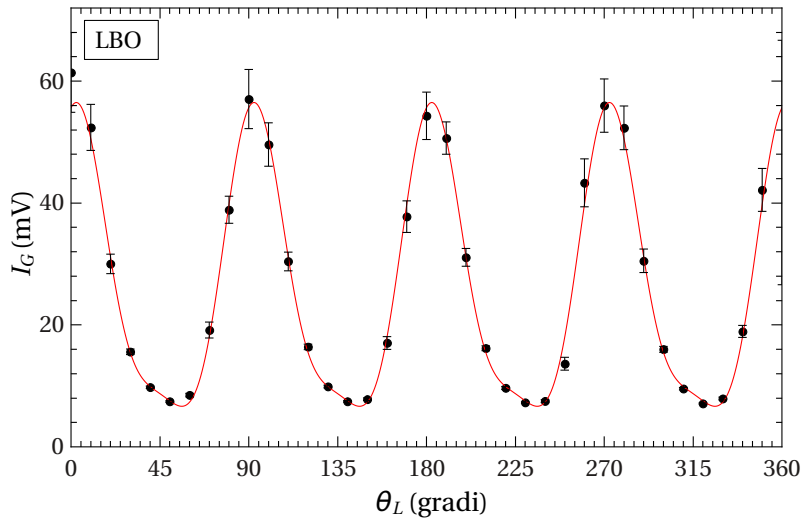


Figura 3.10: I_G in funzione di θ_L per il cristallo di LBO e sua interpolazione.

Per quanto riguarda il cristallo di LBO la dipendenza può essere espressa dalla combinazione di due componenti sinusoidali, una di periodo $\pi/2$ (quattro massimi per rotazione completa) ed una componente, di minore ampiezza ma ben evidente, di periodo $\pi/4$ (otto massimi per rotazione completa). La funzione utilizzata per il fit è stata:

$$I_G = I_0 + d_4 \sin(4\theta + \psi_4) + d_8 \sin(8\theta + \psi_8) \quad (3.6)$$

Come la φ_4 , anche la ψ_4 e la ψ_8 rappresentano delle fasi dipendenti dall'orientazione iniziale della lamina e dunque non hanno alcun interesse fisico. I coefficienti trovati con questa interpolazione sono:

I_0	$(13.1 \pm 0.2) \text{ nV}\cdot\text{s}$
d_4	$(12.1 \pm 0.3) \text{ nV}\cdot\text{s}$
ψ_4	$(1.31 \pm 0.02) \text{ rad}$
d_8	$(3.1 \pm 0.3) \text{ nV}\cdot\text{s}$
ψ_8	$(1.33 \pm 0.09) \text{ rad}$

Tabella 3.4: Risultati del fit sinusoidale di I_G in funzione di θ_L per il cristallo di LBO.

Niobato di litio

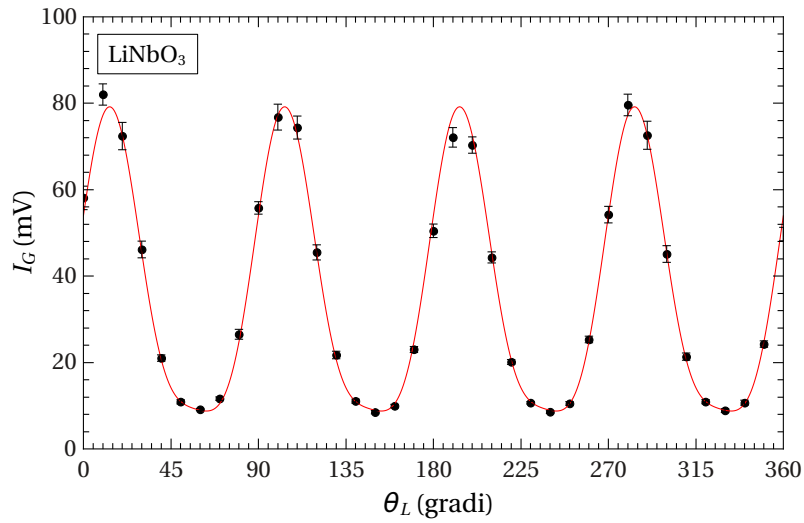


Figura 3.11: I_G in funzione di θ_L per il cristallo di niobato di litio e sua interpolazione.

Per quanto riguarda il niobato di litio valgono le stesse considerazioni fatte nel caso dell'emissione nel verde del cristallo di LBO. I coefficienti ricavati dal fit con la funzione 3.6 per i due set di dati sono:

I_0	$(18.1 \pm 0.2) \text{ nV}\cdot\text{s}$
d_4	$(17.5 \pm 0.2) \text{ nV}\cdot\text{s}$
ψ_4	$(0.60 \pm 0.01) \text{ rad}$
d_8	$(4.0 \pm 0.2) \text{ nV}\cdot\text{s}$
ψ_8	$(6.02 \pm 0.06) \text{ rad}$

Tabella 3.5: Risultati del fit sinusoidale di I_G in funzione di θ_L per il cristallo di niobato di litio.

Capitolo 4

Modello teorico e analisi dati

In questo capitolo verrà presentato un modello teorico basato sulla teoria dell'ottica non lineare presentata nel capitolo 1. Questo modello verrà quindi utilizzato per analizzare i dati ricavati sperimentalmente ed interpretarli alla luce delle caratteristiche fisiche del sistema in analisi.

4.1 Sistemi di riferimento

Nell'apparato sperimentale usato è nota la direzione di propagazione del fascio laser e la polarizzazione di questo, che è lineare su un piano perpendicolare alla direzione di propagazione. In generale, è possibile scrivere l'ampiezza del campo elettrico del laser come:

$$\vec{E}'_\ell = \begin{pmatrix} E'_{0,x} \\ E'_{0,y} \\ 0 \end{pmatrix} = E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Supponendo che la direzione di propagazione sia lungo z e che $E'_{0,x} = E'_{0,y} = E_0$. Essendo E_0 costante, è conveniente adottare la notazione:

$$\vec{E}' = \frac{\vec{E}'_\ell}{E_0} \quad (4.2)$$

La polarizzazione del fascio laser può essere variata mediante la lamina mezz'onda. Questa, come illustrato nella sezione 2.7.2, causa una rotazione della direzione di polarizzazione del fascio pari ad un angolo $2\theta_L$, ove θ_L è l'angolo di rotazione della lamina rispetto all'asse di polarizzazione originario del fascio laser. Perciò l'ampiezza del campo elettrico dopo il passaggio attraverso la lamina sarà:

$$E_0 \vec{E}' = E_0 \begin{pmatrix} \cos(2\theta_L) \\ \sin(2\theta_L) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

A questo punto, il fascio luminoso incide su una faccia del cristallo. Tuttavia gli assi cristallografici non sono allineati rispetto al sistema di riferimento del laboratorio, in cui si considera il fascio laser, ma saranno ruotati.

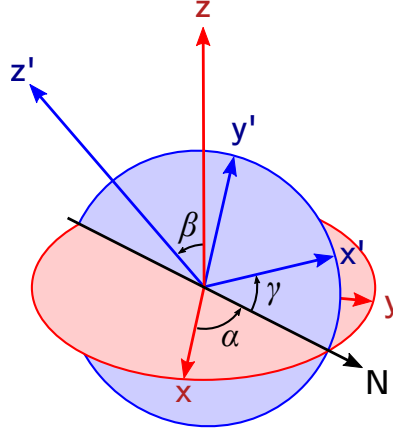


Figura 4.1: Angoli di Eulero per due sistemi di riferimento xyz e $x'y'z'$.

Per mettere in relazione i due sistemi di riferimento si utilizzano gli angoli di Eulero nello spazio: si considera un sistema di riferimento xyz (corrispondente al sistema di riferimento degli assi cristallografici) ed un sistema di riferimento ruotato $x'y'z'$ (corrispondente a quello del laboratorio). Si considera quindi la retta intersezione tra il piano xy e il piano $x'y'$, chiamata linea dei nodi. L'angolo $\alpha \in [0, 2\pi[$ corrisponde all'angolo tra linea dei nodi e asse x , l'angolo $\beta \in [0, \pi]$ corrisponde all'angolo tra gli assi z e z' , l'angolo $\gamma \in [0, 2\pi[$ corrisponde all'angolo tra la linea dei nodi e l'asse x' . Si introducono le tre matrici di rotazione:

$$R_\alpha = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

$$R_\beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

$$R_\gamma = \begin{pmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

Se $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ sono i versori nel sistema di riferimento del cristallo e $(\hat{i}', \hat{j}', \hat{k}')$ sono i versori nel sistema di riferimento del laboratorio la relazione tra i due sistemi di riferimento risulta essere:

$$\begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = R_\gamma R_\beta R_\alpha \begin{pmatrix} \hat{i}' \\ \hat{j}' \\ \hat{k}' \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

È così possibile scrivere l'ampiezza del campo elettrico nel sistema di riferimento degli assi del cristallo:

$$\begin{aligned} \vec{E}_c = E_0 \vec{E} = E_0 \begin{pmatrix} E_{0,x} \\ E_{0,y} \\ E_{0,z} \end{pmatrix} &= R_\gamma R_\beta R_\alpha E_0 \begin{pmatrix} \cos(2\theta_L) \\ \sin(2\theta_L) \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= E_0 \begin{pmatrix} \cos(\gamma) \cos(\alpha - 2\theta_L) - \cos(\beta) \sin(\gamma) \sin(\alpha - 2\theta_L) \\ \sin(\gamma) (-\cos(\alpha - 2\theta_L)) - \cos(\beta) \cos(\gamma) \sin(\alpha - 2\theta_L) \\ \sin(\beta) \sin(\alpha - 2\theta_L) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Riscritta l'ampiezza campo elettrico del laser nel sistema di riferimento cristallografico è possibile scrivere l'ampiezza della polarizzazione mediante la 1.12:

$$\vec{P} = E_0 \vec{P}_0 = E_0 \begin{pmatrix} P_{0,x} \\ P_{0,y} \\ P_{0,z} \end{pmatrix} = E_0 \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{0,x}^2 \\ E_{0,y}^2 \\ E_{0,z}^2 \\ E_{0,y}E_{0,z} \\ E_{0,z}E_{0,x} \\ E_{0,x}E_{0,y} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Questa relazione vale sia per quanto riguarda la rettificazione ottica che per quanto riguarda la generazione di seconda armonica.

4.1.1 Accoppiamento

Un aspetto da valutare nella rilevazione del segnale è come il segnale in radiofrequenza sia emesso all'interno della cavità e in che modo il coupler stesso si accoppi ai modi risonanti della cavità. In tutta generalità, questo non è noto a priori né è predicibile. Per gestire questo problema, è possibile parametrizzare l'emissione nelle tre direzioni spaziali mediante dei coseni direttori $\vec{G} = (g_x, g_y, g_z)$ tali che:

$$g_x^2 + g_y^2 + g_z^2 = 1 \quad (4.10)$$

In questo modo è possibile riscrivere la V_{RF} come:

$$V_{\text{RF}} \propto \vec{G} \cdot \vec{P} = E_0 \vec{G} \cdot \vec{P}_0 = E_0 \begin{pmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_{0,x} \\ P_{0,y} \\ P_{0,z} \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

La costante di proporzionalità dipenderà dai parametri del sistema di acquisizione, quali il volume d'interazione del cristallo, l'area del coupler per le microonde oppure l'efficienza quantica del fotodiodo per la componente ottica nel verde. In questa viene conglobata anche l'ampiezza E_0 del campo elettrico, che è costante. In generale si potrà considerare la costante di proporzionalità come un parametro M_{RF} costante per ogni set di misure, e quindi si potrà scrivere:

$$V_{\text{RF}} = M_{\text{RF}} \begin{pmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_{0,x} \\ P_{0,y} \\ P_{0,z} \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Analogo discorso può essere fatto per l'emissione della seconda armonica. Anche in questo caso, per parametrizzare l'emissione nelle tre direzioni spaziali, si sfruttano i coseni direttori $\vec{U} = (u_x, u_y, u_z)$ con la condizione:

$$u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 = 1 \quad (4.13)$$

Per quanto riguarda l'emissione, questa è proporzionale al quadrato della polarizzazione. Introducendo la costante di proporzionalità M_G , analoga alla M_{RF} per le microonde, vale la relazione:

$$I_G = M_G \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_{0,x} \\ P_{0,y} \\ P_{0,z} \end{pmatrix}^2 \quad (4.14)$$

4.2 Analisi dei dati sperimentali

L'analisi dati è stata compiuta utilizzando le funzioni 4.12 e 4.14 rispettivamente per interpolare la componente in radiofrequenza e la componente visibile. Queste funzioni dipendono, oltre che dai coseni direttori e dalla costante di proporzionalità, anche dai tre angoli di Eulero α, β, γ precedentemente introdotti per orientare il sistema degli assi cristallografici rispetto al sistema di riferimento di laboratorio. In definitiva si utilizzano le funzioni 4.12 e 4.14 per fare un'interpolazione ai minimi quadrati rispetto ai sette parametri da cui dipendono (i tre angoli di Eulero, i tre coseni direttori e la costante di proporzionalità) per trovare il fit migliore in funzione della variabile θ_L per i dati sperimentali.

La bontà del fit è stata valutata mediante il χ^2 ridotto, ossia diviso per il numero di gradi di libertà (NDF) del fit. Il χ^2 è definito come:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(E_i - f_i)^2}{w_i} \quad (4.15)$$

Ove N è il numero di punti sperimentali, E_i è l' i -esimo dato sperimentale, f_i è la funzione di fit valutata nell' i -esimo punto e w_i è un peso legato all'errore della misura mediante la relazione:

$$w_i = \frac{1}{\sigma_{E_i}^2} \quad (4.16)$$

Ove σ_{E_i} è l'errore associato all' i -esimo punto sperimentale. Il numero di gradi di libertà del fit è dato dal numero di punti sperimentali meno le condizioni imposte sul fit (ad esempio, gli intervalli entro i quali possono variare gli angoli di Eulero e la somma dei quadrati dei coseni direttori).

Nella presentazione dei dati viene indicato il range entro il quale i singoli parametri possono essere modificati senza che il χ^2 vari significativamente.

4.2.1 KTP

Per il KTP sono disponibili solamente i dati relativi all'emissione nelle microonde. Il tensore del secondo ordine ha la forma 2.16. La funzione di fit è data dalla 4.12:

$$V_{RF}(\theta_L) = M_{RF} \left[g_x d_{15} E_{0,x} E_{0,z} + g_y d_{24} E_{0,y} E_{0,z} + g_z \left(d_{31} E_{0,x}^2 + d_{32} E_{0,y}^2 + d_{33} E_{0,z}^2 \right) \right] \quad (4.17)$$

Scrivendo esplicitamente i campi elettrici mediante la 4.8, ponendo per brevità $\delta := \alpha - 2\theta_L$, si trova:

$$\begin{aligned} V_{RF}(\delta) = M_{RF} \left\{ g_x d_{15} (\sin \beta \cos \gamma \sin \delta \cos \delta - \sin \beta \cos \beta \sin \gamma \sin^2 \delta) + \right. \\ - g_y d_{24} (-\sin \beta \sin \gamma \sin \delta \cos \delta - \sin \beta \cos \beta \sin^2 \delta) + \\ + g_z \left[d_{31} (\cos^2 \gamma \cos^2 \delta + \cos^2 \beta \sin^2 \gamma \sin^2 \delta - 2 \cos \beta \sin \gamma \sin \beta \cos \delta \sin \delta) + \right. \\ + d_{32} (\sin^2 \gamma \cos^2 \delta + \cos^2 \beta \cos^2 \gamma \sin^2 \delta + 2 \cos \beta \sin \gamma \cos \gamma \sin \delta \cos \delta) + \\ \left. \left. + d_{33} \sin^2 \beta \sin^2 \delta \right] \right\} \quad (4.18) \end{aligned}$$

Sfruttando le relazioni trigonometriche:

$$\sin \delta \cos \delta = \frac{1}{2} \sin(2\delta) = \frac{1}{2} \sin(2\alpha - 4\theta_L) \quad (4.19)$$

$$\sin^2 \delta = \frac{1}{2} (1 - \cos(2\delta)) = \frac{1}{2} (1 - \cos(2\alpha - 4\theta_L)) \quad (4.20)$$

$$\cos^2 \delta = \frac{1}{2} (\cos(2\delta) + 1) = \frac{1}{2} (\cos(2\alpha - 4\theta_L) + 1) \quad (4.21)$$

Si nota come la V_{RF} dipenda da funzioni trigonometriche con argomento $4\theta_L$ e dunque sia una funzione con periodo $\pi/2$ rispetto a θ_L , come messo in evidenza anche dai dati sperimentali raccolti.

	Valore	Range
M_{RF} ($V^2 \cdot s/pm$)	3.28	0.05
g_x	0.98	0.07
g_y	0.21	0.03
g_z	0.053	0.001
α ($^\circ$)	199.2	1.2
β ($^\circ$)	28.7	0.4
γ ($^\circ$)	85	2
$\chi^2/NDF = 5.388$		

Tabella 4.1: Risultati dell'interpolazione della V_{RF} con la funzione fornita dal modello presentato per il cristallo di KTP.

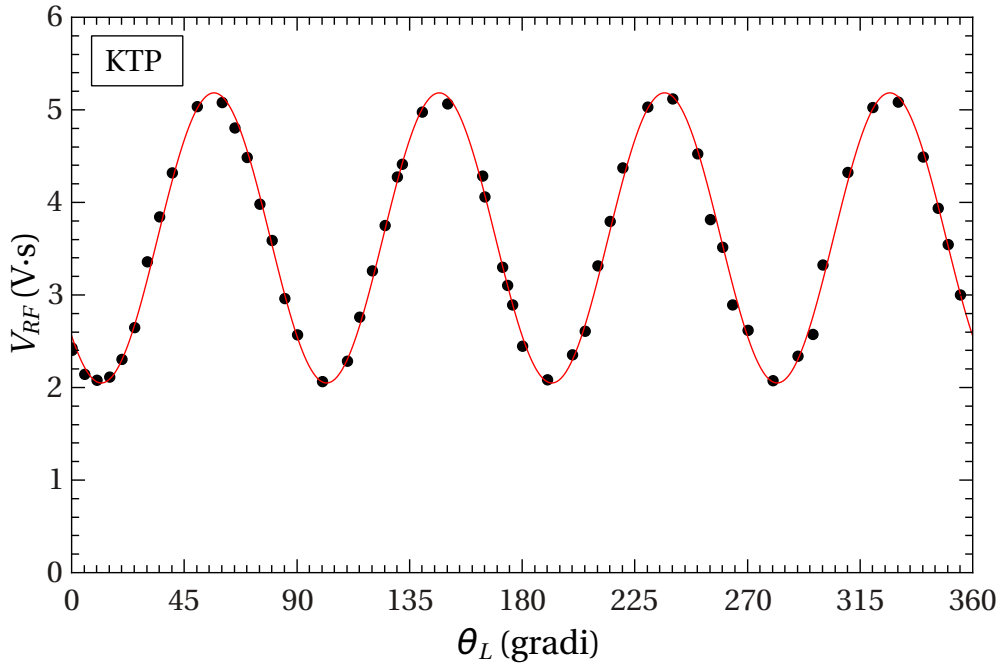


Figura 4.2: Risultato del fit di V_{RF} con la funzione data dal modello per il KTP con i coefficienti riportati nella tabella 4.1. Le barre di errore sono più piccole della dimensione dei punti.

Si noti che il fit può non essere univoco a causa della periodicità della funzione sia in termini dell'angolo θ_L che degli angoli di Eulero, in quanto non è noto come sia stato tagliato il cristallo. In sostanza, esistono diverse scelte dei parametri che sono tra loro equivalenti. Variando le direzioni degli assi (corrispondenti agli angoli) e contemporaneamente i fattori di accoppiamento (coseni direttori e costante moltiplicativa) è possibile ottenere un fit altrettanto buono.

4.2.2 LBO

Per quanto riguarda il cristallo di LBO, sono disponibili sia i dati relativi all'emissione RF che i dati relativi all'emissione nel verde. In questo caso i fit delle due componenti hanno dei parametri indipendenti (i coseni direttori e le costanti moltiplicative) che sono legati alla relazione tra emissione e apparati di acquisizione, ma hanno anche dei parametri in comune, che sono quelli relativi all'orientazione geometrica del cristallo, in quanto questa è certamente uguale per le due misure.

È stata interpolata la componente verde con la funzione 4.14, che nel caso del cristallo di LBO è:

$$I_G(\theta_L) = M_G \left[u_x d_{15}^2 E_{0,x}^2 E_{0,z}^2 + u_y d_{24}^2 E_{0,y}^2 E_{0,z}^2 + u_z \left(d_{31} E_{0,x}^2 + d_{32} E_{0,y}^2 + d_{33} E_{0,z}^2 \right)^2 \right] \quad (4.22)$$

Gli angoli ricavati da questa interpolazione sono stati utilizzati anche per l'interpolazione dell'emissione nelle microonde.

Come per la V_{RF} , è possibile esplicitare le dipendenze degli angoli di Eulero dei campi elettrici nel sistema di riferimento cristallografico. Siccome la scrittura della funzione esplicitata risulta essere eccessivamente prolissa, basti notare che nella I_G esplicita si trova il quadrato dei termini della 4.18 (che risulta essere la stessa per KTP e LBO) che moltiplicano i coseni direttori. Questi portano ad una serie di termini trigonometrici che si possono riscrivere mediante relazioni trigonometriche come:

$$\sin^4 \delta = \frac{1}{8} (-4 \cos(2\delta) + \cos(4\delta) + 3) = \frac{1}{8} (-4 \cos(2\alpha - 4\theta_L) + \cos(4\alpha - 8\theta_L) + 3) \quad (4.23)$$

$$\cos^4 \delta = \frac{1}{8} (4 \cos(2\delta) + \cos(4\delta) + 3) = \frac{1}{8} (4 \cos(2\alpha - 4\theta_L) + \cos(4\alpha - 8\theta_L) + 3) \quad (4.24)$$

$$\sin^2 \delta \cos^2 \delta = \frac{1}{8}(1 - \cos(4\delta)) = \frac{1}{8}(1 - \cos(4\alpha - 8\theta_L)) \quad (4.25)$$

$$\sin \delta \cos^3 \delta = \frac{1}{8}(2 \sin(2\delta) + \sin(4\delta)) = \frac{1}{8}(2 \sin(2\alpha - 4\theta_L) + \sin(4\alpha - 8\theta_L)) \quad (4.26)$$

$$\sin^3 \delta \cos \delta = \frac{1}{8}(2 \sin(2\delta) - \sin(4\delta)) = \frac{1}{8}(2 \sin(2\alpha - 4\theta_L) - \sin(4\alpha - 8\theta_L)) \quad (4.27)$$

Pertanto la funzione I_G dipende dalla somma di termini trigonometrici con argomenti $4\theta_L$ e $8\theta_L$, e dunque si ha la somma di una funzione con periodo $\pi/2$ con una di periodo $\pi/4$. Questo è effettivamente quanto visto nella presentazione dei dati sperimentali relativi alla dipendenza dell'emissione nel verde dall'angolo di rotazione della lamina.

	Valore	Range
M_G ($\text{V}^3/(\text{pm})^2$)	$134 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$
u_x	0.74	0.04
u_y	0.35	0.02
u_z	0.58	0.04
α ($^\circ$)	199	1
β ($^\circ$)	56.6	0.6
γ ($^\circ$)	169.7	0.9
$\chi^2/NDF = 1.537$		

Tabella 4.2: Risultati dell'interpolazione della I_G con la funzione fornita dal modello presentato per il cristallo di LBO.

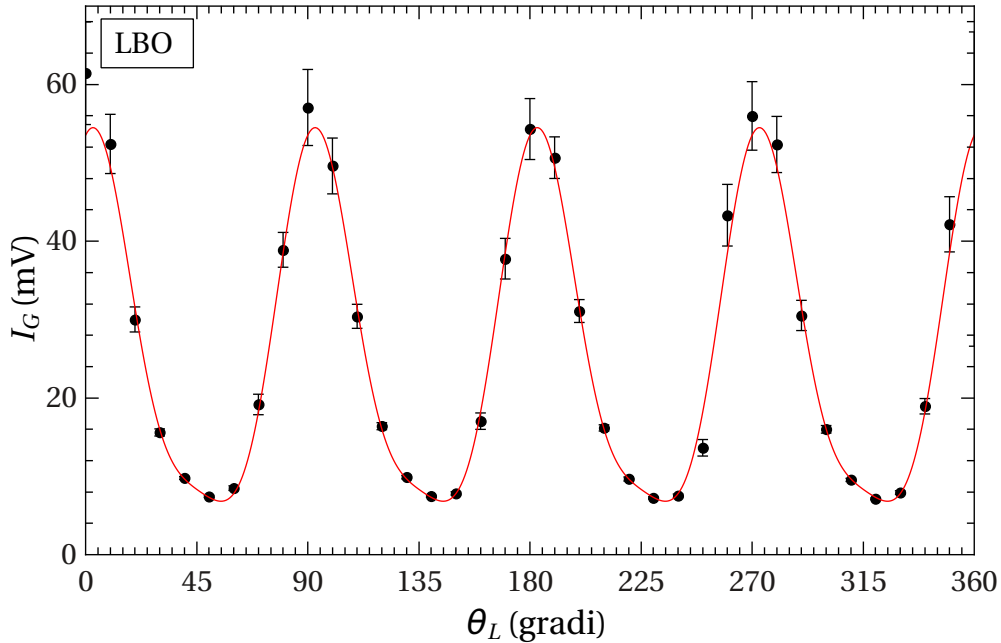


Figura 4.3: Risultato del fit di I_G con la funzione data dal modello per l'LBO con i coefficienti riportati nella tabella 4.2.

Per quanto riguarda il fit dell'emissione RF nel caso del cristallo di LBO, avendo tensore del secondo ordine della stessa forma di quello del KTP, è stata usata la stessa funzione 4.17 con angoli fissati dal fit della componente verde e con i valori delle componenti del tensore riportati nella sezione 2.6.2.

	Valore	Range
M_{RF} ($V^2 \cdot s/pm$)	7.55	0.02
g_x	-0.02	0.03
g_y	-0.96	0.01
g_z	0.292	0.002
α ($^\circ$)	199	4
β ($^\circ$)	56.6	0.2
γ ($^\circ$)	169.7	0.4
$\chi^2/NDF = 5.388$		

Tabella 4.3: Risultati dell'interpolazione della V_{RF} con la funzione fornita dal modello presentato per il cristallo di LBO.

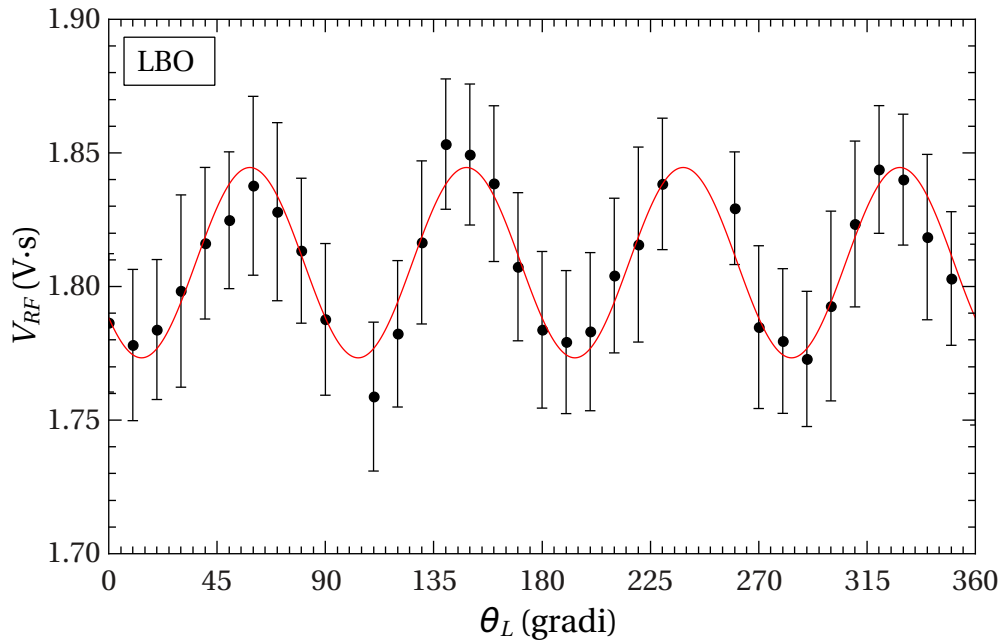


Figura 4.4: Risultato del fit di V_{RF} con la funzione data dal modello per l'LBO con i coefficienti riportati nella tabella 4.3.

Si nota che, indipendentemente dagli angoli trovati mediante il fit dell'intensità del verde, si riesce a ottimizzare la funzione relativa all'emissione nelle microonde variando solamente i parametri di accoppiamento.

4.2.3 Niobato di litio

Anche per il niobato di litio si è proceduto con l'interpolazione dell'emissione di seconda armonica, per poi utilizzare gli angoli così trovati per l'interpolazione della radiofrequenza. Per quanto riguarda il verde, la funzione di fit esplicita derivata dalla 4.14 è:

$$\begin{aligned}
 I_G(\theta_L) = M_G \Big[& u_x (d_{15} E_{0,x} E_{0,y} + d_{16} E_{0,y} E_{0,z})^2 + \\
 & + u_y (d_{21} E_{0,x}^2 + d_{22} E_{0,y}^2 + d_{24} E_{0,x} E_{0,y})^2 + \\
 & + u_z (d_{31} E_{0,x}^2 + d_{32} E_{0,y}^2 + d_{33} E_{0,z}^2) \Big] \quad (4.28)
 \end{aligned}$$

Così come per il cristallo di LBO, anche in questo caso la funzione esplicita rispetto agli angoli di Eulero presenta dei termini trigonometrici con argomento $4\theta_L$ e $8\theta_L$, giustificando anche in questo caso gli andamenti visti sperimentalmente.

Anche in questo caso si sono ottenuti plurimi valori dei coefficienti per i quali la funzione ha fornito un buon fit e ne è stato selezionato uno rappresentativo.

	Valore	Range
M_G ($V^3/(\text{pm})^2$)	$5.6 \cdot 10^{-3}$	$0.2 \cdot 10^{-3}$
u_x	0.93	0.07
u_y	-0.36	0.02
u_z	0.59	0.01
α ($^\circ$)	129.7	0.9
β ($^\circ$)	45.1	0.5
γ ($^\circ$)	32	1
$\chi^2/NDF = 1.807$		

Tabella 4.4: Risultati dell'interpolazione della I_G con la funzione fornita dal modello presentato per il cristallo di LiNbO_3 .

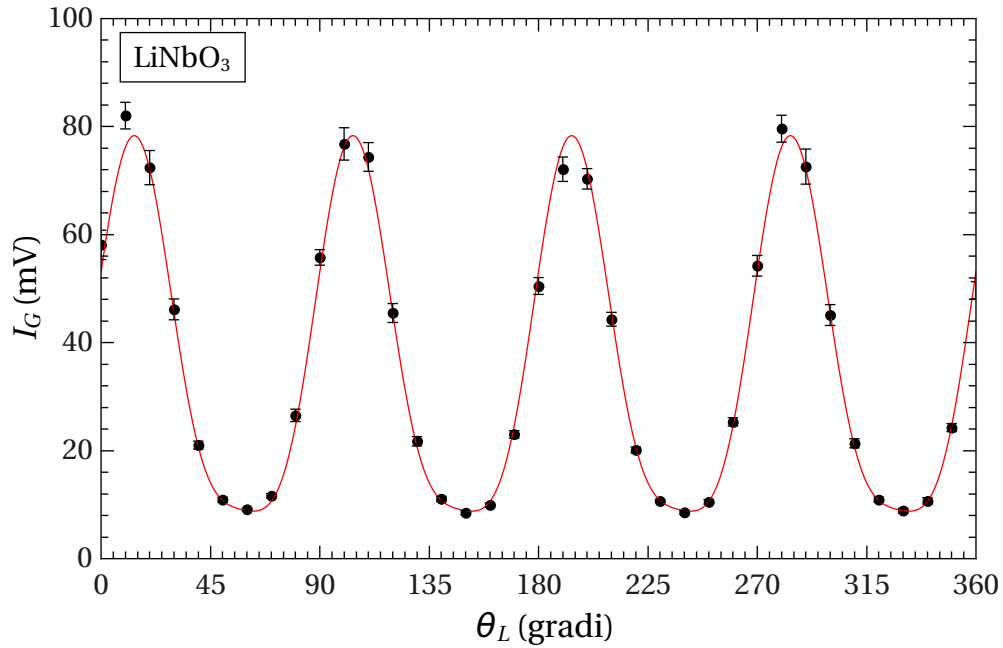


Figura 4.5: Risultato del fit di I_G con la funzione data dal modello per il LiNbO_3 con i coefficienti riportati nella tabella 4.4.

Per quanto riguarda il fit della emissione nella radiofrequenza la funzione di fit esplicita ricavata dalla 4.12 è:

$$\begin{aligned}
 V_{\text{RF}}(\theta_L) = M_{\text{RF}} \left[g_x (d_{15} E_{0,x} E_{0,z} + d_{16} E_{0,x} E_{0,y}) + \right. \\
 + g_y (d_{21} E_{0,x}^2 + d_{22} E_{0,y}^2 + d_{24} E_{0,y} E_{0,z}) + \\
 \left. + g_z (d_{31} E_{0,x}^2 + d_{32} E_{0,y}^2 + d_{33} E_{0,z}^2) \right] \quad (4.29)
 \end{aligned}$$

Analogamente al KTP è interessante esplicitare questa funzione mediante la 4.8, ponendo anche qui $\delta := \alpha - 2\theta_L$. Si trova:

$$\begin{aligned}
V_{\text{RF}}(\delta) = M_{\text{RF}} \{ & g_x \left[d_{15} (-\sin \beta \cos \gamma \sin \delta \cos \delta - \sin \beta \cos \beta \sin \gamma \sin^2 \delta) + \right. \\
& + d_{16} \left(-\sin \gamma \cos \gamma \cos^2 \delta + \cos \beta \sin \gamma \cos \gamma \sin \delta \cos \delta + \right. \\
& \left. \left. - \cos \beta \cos^2 \gamma \sin \delta \cos \delta + \cos^2 \beta \sin \gamma \cos \gamma \sin^2 \delta \right) \right] + \\
& + g_y \left[d_{21} (\cos^2 \gamma \cos^2 \delta + \cos^2 \beta \sin^2 \gamma \sin^2 \delta - 2 \cos \beta \sin \gamma \sin \beta \cos \delta \sin \delta) + \right. \\
& + d_{22} (\sin^2 \gamma \cos^2 \gamma + \cos^2 \beta \cos^2 \gamma \sin^2 \delta + 2 \cos \beta \sin \gamma \cos \gamma \sin \delta \cos \delta) + \\
& \left. - d_{24} (\sin \beta \sin \gamma \sin \delta \cos \delta + \sin \beta \cos \beta \sin^2 \delta) \right] + \\
& + g_z \left[d_{31} (\cos^2 \gamma \cos^2 \delta + \cos^2 \beta \sin^2 \gamma \sin^2 \delta - 2 \cos \beta \sin \gamma \sin \beta \cos \delta \sin \delta) + \right. \\
& + d_{32} (\sin^2 \gamma \cos^2 \delta + \cos^2 \beta \cos^2 \gamma \sin^2 \delta + 2 \cos \beta \sin \gamma \cos \gamma \sin \delta \cos \delta) + \\
& \left. + d_{33} \sin^2 \beta \sin^2 \delta \right] \} \quad (4.30)
\end{aligned}$$

Sfruttando le relazioni trigonometriche 4.19, 4.20 e 4.21 anche in questo caso si trova una dipendenza da $4\theta_L$ e quindi V_{RF} è una funzione con periodo $\pi/2$. Gli angoli utilizzati nell'interpolazione sono quelli trovati nel fit dell'emissione nel verde.

	Valore	Range
$M_{\text{RF}} (\text{V}^2 \cdot \text{s}/\text{pm})$	17.3	0.3
g_x	0.91	0.01
g_y	0.404	0.003
g_z	0.098	0.001
α (°)	130	1
β (°)	45.11	0.05
γ (°)	31.9	0.1
$\chi^2/NDF = 3.550$		

Tabella 4.5: Risultati dell'interpolazione della V_{RF} con la funzione fornita dal modello presentato per il cristallo di LiNbO_3 .

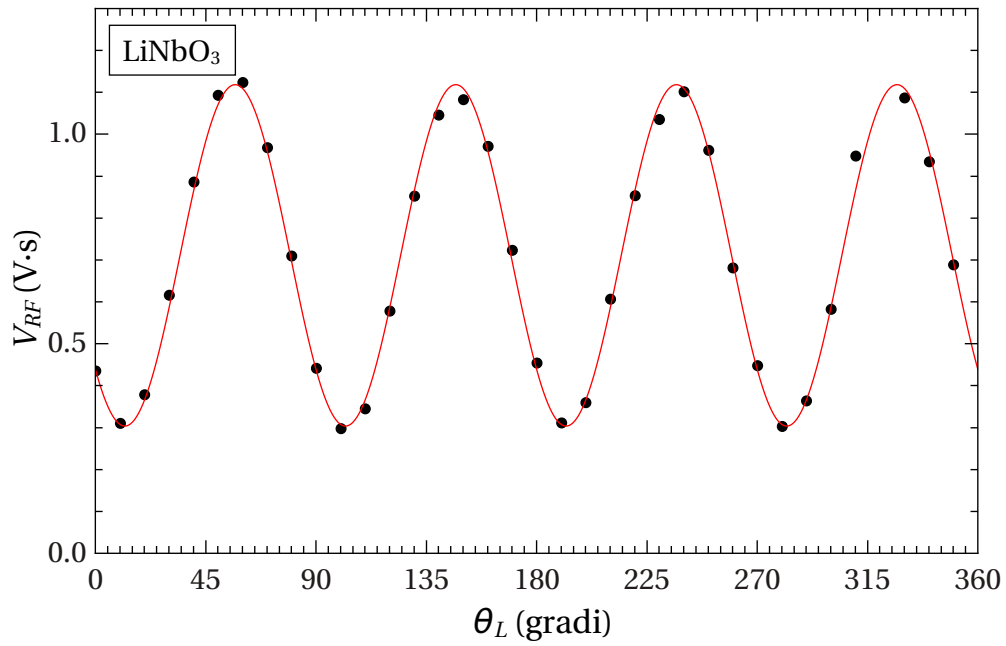


Figura 4.6: Risultato del fit di V_{RF} con la funzione data dal modello per il LiNbO_3 con i coefficienti riportati nella tabella 4.5. Le barre di errore sono più piccole della dimensione dei punti.

Anche nel caso del cristallo di LiNbO_3 si nota come, fissando gli angoli trovati con l'interpolazione dell'emissione verde nel fit della componente a microonde, si riesca comunque a trovare un fit accettabile, e come la bontà del fit RF non sia influenzata dal set di angoli scelto in partenza.

In conclusione, il modello teorico dà un ottimo accordo con i dati sperimentali.

Capitolo 5

Conclusioni

Questo lavoro di tesi ha consentito di ampliare lavori precedenti e di affinarne il metodo, mettendo alla luce potenzialità e limiti dell'impiego di laser mode-locked ad alta frequenza di ripetizione per la caratterizzazione di cristalli ottici non lineari mediante l'utilizzo di una cavità risonante.

L'analisi fatta mostra come sia effettivamente possibile avere dei dati sperimentali coerenti con quanto predetto dalla teoria e dai modelli sviluppati. Gli andamenti dell'emissione di seconda armonica e nella radiofrequenza in funzione dell'intensità incidente sui cristalli sono in linea con quelli attesi, così come l'andamento qualitativo delle curve che descrivono il segnale generato al variare della polarizzazione del fascio laser incidente.

Questo metodo ha dunque un'alta sensibilità nei confronti dei parametri fisici del sistema, ma non consente una loro determinazione univoca. Il limite di questo tipo di analisi è infatti dato dalla scarsa conoscenza della struttura cristallografica. Si è resa evidente la necessità di conoscere la disposizione degli assi cristallografici del materiale in analisi per poter procedere ad una caratterizzazione approfondita, ad esempio la stima dei coefficienti elettro-ottici. In alternativa un problema di questo genere potrebbe essere risolto, ad esempio, riuscendo a caratterizzare meglio l'accoppiamento dell'emissione visibile con la direzione di uscita della radiazione e dell'emissione nelle microonde con i modi della cavità, in modo tale da eliminare dei parametri di interpolazione che non sono propriamente appartenenti al sistema fisico in esame (il cristallo) ma solamente all'apparato mediante il quale si compie la misura (la cavità).

Un punto di forza di questo set-up sperimentale è sicuramente la possibilità, a parità di configurazione fisica del sistema, di poter avere due grandezze fisiche tra loro indipendenti ed acquisite in modo distinto: la componente ottica, che viene acquisita mediante un fotodiodo, e la componente nelle microonde, acquisita mediante la cavità ed il coupler. La possibilità di operare indipendentemente su queste due grandezze è preziosa in quanto permette di correggere eventuali errori e di poter aumentare la qualità dei risultati ottenuti. Il metodo di stima utilizzato nel capitolo 4 è un esempio di questo approccio: il fatto che si possano ottenere dei buoni dati sfruttando dei parametri in comune tra le due misure significa che vi è una corrispondenza tra le due misure, e dunque si possono utilizzare entrambe per analizzare al meglio il sistema.

Bibliografia

- [1] D. J. Griffiths, R. College, *Introduction to electrodynamics*, (Prentice Hall, Upple Saddle River, 1999).
- [2] P. Franken, A. Hill, C. Peters, G. Weinreich, *Generation of optical harmonics*, Phys. Rev. Lett. **7**, 118 (1961).
- [3] M. Bass, P. A. Franken, J. F. Ward, G. Weinreich, *Optical rectification*, Phys. Rev. Lett. **9**, 446 (1962).
- [4] R. W. Boyd, *Nonlinear optics*, (AP, New York, 2003).
- [5] D. A. Roberts, *Simplified characterization of uniaxial and biaxial nonlinear optical crystals: a plea for standardization of nomenclature and conventions*, IEEE J. Quantum Elect. **28**, 2057 (1992).
- [6] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, P. S. Pershan, *Interactions between light waves in a nonlinear dielectric*, Phys. Rev. **127**, 1918 (1962).
- [7] A. Yariv, P. Yeh, *Photonics: optical electronics in modern communications*, (OUP, New York, 2007).
- [8] X. C. Zhang, Y. Jin, X. F. Ma, *Coherent measurement of THz optical rectification from electro-optic crystals*, Appl. Phys. Lett. **61**, 2764 (1992).
- [9] A. F. Borghesani, C. Braggio, G. Carugno, *Generation of microwave radiation by nonlinear interaction of a high-power, high-repetition rate, 1064 nm laser in KTiOPO 4 crystals*, Opt. Lett. **38**, 4465 (2013).
- [10] C. Braggio, A. Borghesani, *A contactless microwave-based diagnostic tool for high repetition rate laser systems*, Rev. Sci. Instrum. **85**, 023105 (2014).
- [11] E. Appi, *Generazione di microonde da cristalli dielettrici non lineari irraggiati con impulsi laser infrarossi*, Università degli Studi di Padova (2013).
- [12] F. Doglioni, *Emissione di microonde da parte di cristalli dielettrici non lineari eccitati con impulsi laser infrarossi*, Università degli Studi di Padova (2014).
- [13] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, (Wiley, New York, 2005).
- [14] D. A. Kleinman, *Nonlinear dielectric polarization in optical media*, Phys. Rev. **126**, 1977 (1962).
- [15] A. Yariv, *Optical Electronics in Modern Communications*, (OUP, New York, 1997).
- [16] A. Agnesi, C. Braggio, G. Carugno, F. D. Valle, G. Galeazzi, G. Messineo, F. Pirzio, G. Reali, G. Ruoso, *A laser system for the parametric amplification of electromagnetic fields in a microwave cavity*, Rev. Sci. Instrum. **82**, 115107 (2011).
- [17] S. T. Cundiff, J. Ye, *Colloquium: Femtosecond optical frequency combs*, Rev. Mod. Phys. **75**, 325 (2003).

-
- [18] K. Zhang, D. Li, *Electromagnetic theory for microwaves and optoelectronics*, (Springer, New York, 2008).
- [19] D. M. Pozar, *Microwave engineering*, (Wiley, New York, 2009).
- [20] D. N. Nikogosyan, *Nonlinear Optical Crystals: A Complete Survey*, (Springer, New York, 2006).
- [21] J. D. Bierlein, H. Vanherzeele, *Potassium titanyl phosphate: properties and new applications*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 622 (1989).
- [22] M. V. Pack, D. J. Armstrong, A. V. Smith, *Measurement of the χ (2) tensors of KTiOPO 4, KTiOAsO 4, RbTiOPO 4, and RbTiOAsO 4 crystals*, Appl. Opt. **43**, 3319 (2004).
- [23] S. Lin, Z. Sun, B. Wu, C. Chen, *The nonlinear optical characteristics of a LiB₃O₅ crystal*, J. Appl. Phys. **67**, 634 (1990).
- [24] Y. Furukawa, S. A. Markgraf, M. Sato, H. Yoshida, T. Sasaki, H. Fujita, T. Yamanaka, S. Nakai, *Investigation of the bulk laser damage of lithium triborate, LiB₃O₅, single crystals*, Appl. Phys. Lett. **65**, 1480 (1994).
- [25] D. Nikogosyan, *Lithium triborate (LBO)*, Appl. Phys. A **58**, 181 (1994).
- [26] R. S. Weis, T. K. Gaylord, *Lithium niobate: summary of physical properties and crystal structure*, Appl. Phys. A **37**, 191 (1985).
- [27] R. Wood, R. Taylor, R. Rouse, *Laser damage in optical materials at 1.06 μ m*, Opt. Laser Technol. **7**, 105 (1975).
- [28] E. Hecht, *Optics*, (Addison-Wesley, San Francisco, 2002).