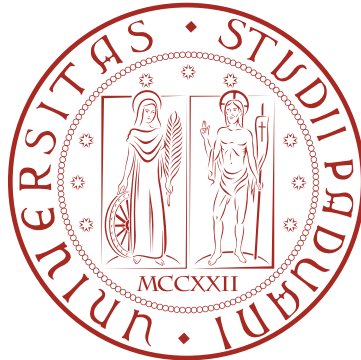


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA
DELL'ENERGIA ELETTRICA



MTPA Tracking per azionamenti con motori
sincroni a riluttanza mediante pendolazione del
vettore spaziale delle correnti

Relatore:

Ch.mo Prof. Silverio BOLOGNANI

Correlatore:

PhD. Francesco Toso

Laureando:

Gianni REGINATO

MATRICOLA N. 1128623

Anno accademico 2017/2018

Indice

Introduzione	1
1 Generalità sulla macchina sincrona a riluttanza	3
1.1 Motore sincrono a riluttanza	3
1.2 Configurazioni del motore a riluttanza	4
1.3 Campi di applicazione del motore sincrono a riluttanza	6
2 Azionamento motore sincrono a riluttanza	7
2.1 Equazioni di bilancio delle tensioni	7
2.2 Limiti e regioni di funzionamento	8
3 Teoria di implementazione del metodo di stima	13
3.1 Metodo di stima basato sull'iniezione	13
3.2 Funzionamento del controllo con tracking automatico di MT-PA attraverso la pendolazione di coppia	15
3.3 Funzionamento del controllo con tracking automatico di MT-PA attraverso la pendolazione di velocità	17
3.4 Funzionamento del controllo con tracking automatico di MT-PA attraverso la pendolazione di velocità con l'aggiunta di un oscillatore armonico	18
3.5 Problemi e limiti di implementazione del metodo	19
4 Implementazione del modello Simulink	21
4.1 Regolatore di velocità	21
4.2 Controllo di corrente	22
4.3 Modello del motore sincrono a riluttanza	23
4.4 MTPA Automatic Tracking	24
4.5 Oscillatore armonico	25
4.6 Schemi complessivi dei modelli implementati in Simulink	25

5	Simulazioni	29
5.1	MTPA tracking utilizzando la pendolazione di coppia	29
5.1.1	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = 0$	29
5.1.2	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \beta_{MTPA} = \frac{\pi}{4}$	33
5.1.3	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \frac{\pi}{3}$	34
5.1.4	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \frac{\pi}{6}$	35
5.2	MTPA tracking utilizzando la pendolazione di velocità	36
5.2.1	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \beta_{MTPA} = \frac{\pi}{4}$	36
5.2.2	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \frac{\pi}{3}$	38
5.2.3	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \frac{\pi}{6}$	39
5.3	MTPA tracking utilizzando la pendolazione di velocità con l'aggiunta di un oscillatore armonico	40
5.3.1	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \beta_{MTPA} = \frac{\pi}{4}$	41
5.3.2	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \frac{\pi}{3}$ e $\beta = \frac{\pi}{6}$	42
5.4	Simulazioni a diverse velocità	43
5.4.1	Prova a $\omega_{ref} = 500[rad/s]$	43
5.4.2	Prova a $\omega_{ref} = 1000[rad/s]$	44
6	Conclusioni	47
A	Sistemi di riferimento $\alpha\beta$ e dq	51
B	Motore a riluttanza nel sistema di riferimento $\hat{d}\hat{q}$	53
C	Moto armonico	57
C.1	Moto armonico semplice	57
	Bibliografia	61

Elenco delle figure

1.1	Motore sincrono a riluttanza con rotore ad Alta Anisotropia.[4]	4
1.2	Configurazioni del motore sincrono a riluttanza.[4]	5
2.1	Schema a blocchi di un motore sincrono a riluttanza.	8
2.2	Limiti di funzionamento di un motore sincrono a riluttanza.[5]	9
2.3	Regioni di funzionamento del motore.[5]	11
3.1	Rappresentazione di un ipotetico punto di MTPA, ad un certo valore di coppia, nel nuovo sistema di riferimento.	13
3.2	Rappresentazione in condizioni di MTPA.	14
3.3	Rappresentazione in condizioni fuori del punto di MTPA.	15
3.4	Schema di controllo che usa la pendolazione della coppia.	16
3.5	Schema di controllo che usa la pendolazione della velocità.	17
3.6	Esempio funzionamento oscillatore armonico.	18
3.7	Risultato funzionamento oscillatore armonico.	19
4.1	Schema a blocchi regolatore di velocità.	21
4.2	Struttura interna regolatore di velocità.	22
4.3	Schema a blocchi regolatore di corrente.	22
4.4	Struttura interna regolatore di corrente di asse d .	23
4.5	Modello Simulink del motore sincrono a riluttanza.	23
4.6	Schema Simulink MTPA Automatic Tracking.	25
4.7	Struttura interna blocchetto MTPA Automatic Tracking.	25
4.8	Schema Simulink oscillatore armonico.	25
4.9	Schema MTPA tracking con pendolazione di coppia.	26
4.10	Schema MTPA tracking con pendolazione di velocità.	27
4.11	Schema ottimizzato MTPA tracking con pendolazione di velocità.	28
5.1	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = 0$.	30
5.2	Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = 0$.	30

Elenco delle figure

5.3	MTPA tracking con $\beta = 0$ e disturbo β_d	31
5.4	Andamento della frequenza tra il segnale iniettato e l'oscillazione del segnale di coppia applicando un β_d negativo.	31
5.5	Andamento della frequenza tra il segnale iniettato e l'oscillazione del segnale di coppia applicando un β_d positivo.	32
5.6	Altri risultati ottenuti dalla simulazione con condizione iniziale $\beta = 0$ e con disturbo β_d	32
5.7	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/4$	33
5.8	Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = \pi/4$	33
5.9	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/3$	34
5.10	Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = \pi/3$	34
5.11	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/6$	35
5.12	Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = \pi/6$	35
5.13	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/4$ e con variazione di coppia carico.	36
5.14	Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = \pi/4$ e variazione di coppia di carico.	37
5.15	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/3$ e con variazione di coppia carico.	38
5.16	Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = \pi/3$ e variazione di coppia di carico.	39
5.17	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/6$ e con variazione di coppia carico.	39
5.18	Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = \pi/6$ e variazione di coppia di carico.	40
5.19	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/4$, oscillatore armonico e con variazione di coppia carico.	41
5.20	Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = \pi/4$, oscillatore armonico e variazione di coppia di carico.	42
5.21	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/3$ e $\beta = \pi/6$, oscillatore armonico e con variazione di coppia carico.	42
5.22	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/4$ e $\omega_{ref} = 500[rad/s]$	43
5.23	Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = \pi/4$ e $\omega_{ref} = 500[rad/s]$	44
5.24	MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/4$ e $\omega_{ref} = 1000[rad/s]$	44
5.25	Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = \pi/4$ e $\omega_{ref} = 1000[rad/s]$	45
A.1	Vettore spaziale secondo il riferimento dq	52
B.1	Vettore spaziale secondo il riferimento $\hat{d}\hat{q}$	53

C.1	Ampiezza dell'oscillazione di un moto armonico.	57
C.2	Diagramma dello spostamento (a) della velocità, (b) dell'accelerazione e (c) di un moto armonico semplice.[7]	59

Introduzione

Negli ultimi anni, il motore sincrono a riluttanza ha ricevuto particolare attenzione per molte applicazioni grazie alle sue caratteristiche, quali: bassa temperatura del rotore, costruzione semplice e robusta, particolarità di non essere basati su magneti permanenti, maggiore efficienza e densità di coppia e maggiore capacità di sovraccarico. Questi vantaggi hanno reso la tecnologia dei motori sincroni a riluttanza attraente anche nelle applicazioni ad alta velocità o come generatori. Questo ha portato allo studio di una moltitudine di soluzioni per il controllo di questo tipo di motori. Inoltre, il problema del risparmio energetico basato sulla massima coppia-per-Ampère (MTPA) è stato considerato per le unità elettriche in generale e per i motori sincroni a riluttanza, in particolare utilizzando approcci diversi. Le strategie MTPA sono una risposta intelligente alla richiesta di efficienza. In linea di principio, l'obiettivo delle strategie MTPA è di fornire la coppia elettromagnetica con il valore di corrente più basso. Questo è il metodo più comune per massimizzare la produzione di coppia di un motore per una certa quantità di corrente e quindi anche svolgere un ruolo per migliorare l'efficienza complessiva.

L'obiettivo di questo elaborato è quello di implementare un metodo di riconoscimento e inseguimento automatico del luogo di MTPA per azionamenti con motori sincroni a riluttanza mediante la pendolazione del vettore spaziale delle correnti. Nel primo capitolo, saranno riportate le generalità di questa tipologia di macchina elettrica, come le diverse configurazioni e i campi d'applicazione.

Successivamente verrà trattato l'azionamento del motore sincrono a riluttanza fornendo una panoramica delle equazioni elettriche che lo caratterizzano, dello schema a blocchi e delle regioni di funzionamento. Nel terzo capitolo sarà presentata la teoria di implementazione del metodo stima di tracking automatico del punto di MTPA usando, in una prima trattazione, la pendolazione della coppia generata dal motore. Si proseguirà poi, ad estendere lo studio del metodo di stima per una trattazione più realistica utilizzando l'oscillazione della velocità del motore al posto di quella della coppia e suc-

cessivamente aggiungendo al metodo un oscillatore armonico che permetterà di ottenere una stima del segnale di velocità non affetto da disturbi elettrici e rumore. In seguito, nel quarto capitolo, si presenterà la costruzione generale del modello Simulink che si andrà ad utilizzare descrivendo i vari blocchi di cui è composto. Si concluderà, poi, con l'ultimo capitolo dove saranno presentate tutte le simulazioni effettuate.

Capitolo 1

Generalità sulla macchina sincrona a riluttanza

Il concetto di motore sincrono a riluttanza è molto vecchio. La versione assialmente laminata di questo motore è stata intensamente studiata negli anni Sessanta e successivi. Inizialmente questo motore non poteva essere azionato in modo soddisfacente dalla rete poiché la macchina soffriva di stabilità e mancanza di coppia all'avvio. Tuttavia, la sua adozione negli anni ha richiesto il superamento di questi inconvenienti attraverso lo sviluppo di moderni sistemi di alimentazione e controllo per l'azionamento del motore stesso.[1] Ad oggi la macchina sincrona a riluttanza è applicabile nella quasi totalità dei settori industriali ed è la reale alternativa per l'industria dei motori a velocità variabile grazie al suo basso costo intrinseco, alla sua precisione nei controlli di coppia e velocità, alla sua robustezza e affidabilità superiore addirittura a quella della macchine asincrone e ai motori a magneti.

1.1 Motore sincrono a riluttanza

La macchina sincrona a riluttanza è un tipo di macchina elettrica rotante, in cui non sono presenti avvolgimenti di eccitazione in rame sul rotore. La coppia elettromagnetica sviluppata è dovuta esclusivamente alla struttura anisotropa del rotore. Questa tipologia di macchina fa parte della categoria di macchine sincrone brushless, con la particolare caratteristica di non essere costituita da magneti permanenti sul rotore, il quale presenta una struttura esclusivamente in ferro.

Lo statore è del tutto equivalente a quello delle macchine brushless sinusoidali e delle macchine ad induzione, e presenta un avvolgimento trifase in rame. Il rotore, invece, si differenzia dalle macchine AC della stessa categoria ed è

essenziale che la sua struttura consenta di ottenere un'elevata anisotropia.¹ Il livello di anisotropia può essere valutato attraverso il fattore di salienza, ovvero un importante parametro che caratterizza questo tipo di macchine, che è dato dal rapporto tra l'induttanza di asse d e l'induttanza di asse q. Il fattore di salienza nelle macchine sincrone a riluttanza deve essere superiore a 10 e ciò permette di definirle macchine ad Alta Anisotropia. Un elevato livello di anisotropia, e quindi un elevato fattore di salienza, è ottenuto inserendo nel rotore delle isole magnetiche, magneticamente isolate tra loro, come illustrato nella figura seguente.

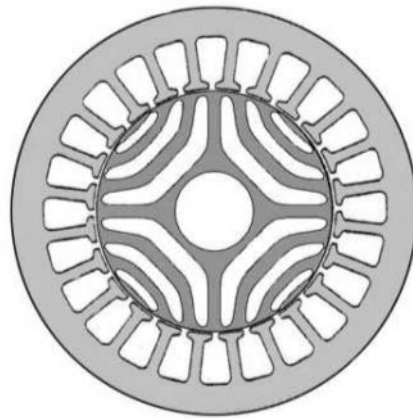


Figura 1.1: Motore sincrono a riluttanza con rotore ad Alta Anisotropia.[4]

Usando la precedente configurazione è possibile impiegare tutto lo spazio polare per sviluppare il flusso di asse diretto con lo scopo di massimizzare il valore dell'induttanza di asse diretto. Inoltre, si può ridurre l'induttanza di asse q attraverso un opportuno dimensionamento delle parti in aria del rotore che sono definite barriere di flusso.[2]

1.2 Configurazioni del motore a riluttanza

I motori sincroni a riluttanza ad alta anisotropia possono avere principalmente due configurazioni che sono rappresentate in Figura 1.2. La prima si riferisce ad un motore a laminazione trasversale, la seconda ad un motore a laminazione assiale. La convenzione comunemente usata per porre gli assi diretto ed in quadratura è riportata in Figura 1.2, ponendo l'asse diretto lungo il percorso di maggior permeanza.

¹L'anisotropia è dovuta alla diversità tra la riluttanza legata al circuito magnetico di asse d e quella legata al circuito magnetico di asse q.

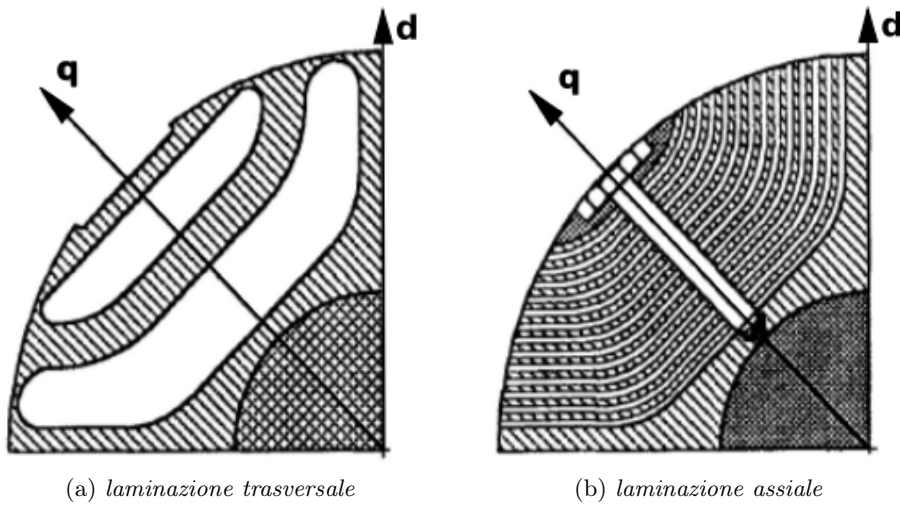


Figura 1.2: Configurazioni del motore sincrono a riluttanza.[4]

Nel caso di motore a riluttanza a laminazione trasversale, Figura 1.2(a), il rotore è composto da un pacco di lamierini tranciati. Le barriere di flusso sono formate direttamente nella fase di tranciatura. La tenuta meccanica del rotore è ottenuta grazie a sottili ponticelli magnetici il cui spessore è dimensionato meccanicamente. Questi, sono disposti al traferro in modo tangenziale e radiale per garantire una maggiore tenuta meccanica.

Un vantaggio di questa configurazione sta nel poter dimensionare in modo ottimale le permeanze delle singole barriere di flusso al fine di ottimizzare la struttura di rotore rendendo la distribuzione del campo d'induzione in quadratura il più sinusoidale possibile, ottenendo così una bassa ondulazione di coppia. Uno svantaggio, invece, sta nel non poter conferire anisotropia distribuita, ovvero le barriere di flusso non possono tendere ad infinito.

Il motore a riluttanza a laminazione assiale, Figura 1.2(b), è ottenuto assemblando lamierini magnetici interposti a lamine isolanti amagnetiche, che sono di seguito piegati e disposti in senso assiale all'albero del rotore. La loro disposizione gli permette di eseguire la duplice funzione di barriera di flusso e di gabbia rotorica. Per sostenere la struttura, sono impiegati spaziatori amagnetici e l'albero del motore è anch'esso amagnetico.[3]

Un vantaggio di questa configurazione sta nel poter ottenere elevati fattori di salienza portando ad un miglior rendimento e un maggior fattore di potenza. Tuttavia, ci sono anche degli inconvenienti dovuti all'elevato livello di saturazione superficiale dei lamierini di rotore, per via delle cave statoriche, e alle elevate perdite nel ferro di rotore dovute a fluttuazioni del flusso nelle lamine magnetiche della dentatura di statore.

1.3 Campi di applicazione del motore sincrono a riluttanza

Le macchine sincrone a riluttanza vengono impiegate in azionamenti con ampi range di velocità, infatti, l'assenza di magneti agevola velocità di rotazione molto elevate. L'utilizzo di questo tipo di motore garantisce un ampio funzionamento a potenza costante, delle elevate prestazioni dinamiche e un elevato rendimento. La robustezza di un motore di questo tipo permette una manutenzione nulla. Questa tipologia di motore ha numerose applicazioni nel campo dell'industria tessile o del vetro, nel campo delle materie plastiche e di qualsiasi settore dove si necessita di una velocità costante quando variano i carichi applicati. Il motore sincrono a riluttanza riesce a trovare anche applicazioni rilevanti negli impianti di riscaldamento e di condizionamento o più comunemente negli impianti per la distribuzione di acqua potabile o anche nel trattamento delle acque.[4]

Capitolo 2

Azionamento motore sincrono a riluttanza

2.1 Equazioni di bilancio delle tensioni

Come già introdotto nel capitolo precedente, il motore sincrono a riluttanza è ottenuto asportando i magneti da una macchina sincrona a magneti permanenti. Tenendo conto di questo possiamo ricavare le equazioni di bilancio delle tensioni del motore sincrono a riluttanza partendo dalle equazioni del motore brushless anisotropo ponendo il flusso dei magneti uguale a zero, ovvero $\Lambda_{mg} = 0$.

Il modello matematico del motore sarà sviluppato rispetto ad un sistema di riferimento rotante dq con asse q allineato con l'asse a riluttanza maggiore e sul quale quindi si ha flusso minore. Allo stesso tempo, si assumerà una distribuzione sinusoidale degli avvolgimenti in modo che gli stessi generino una forza magnetica motrice sinusoidale al traferro. Considerando quanto appena detto, le equazioni delle tensioni risultano:

$$\begin{cases} u_d = R_d i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega_{me} L_q i_q \\ u_q = R_q i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega_{me} L_d i_d \end{cases} \quad (2.1)$$

dove

- u_d, u_q sono le componenti d e q del vettore tensione di statore
- i_d, i_q sono le componenti d e q del vettore corrente di statore
- L_d, L_q sono le componenti d e q dell'induttanza sincrona di statore
- ω_{me} è la velocità elettromeccanica

La coppia elettromagnetica generata dal motore si esprime con la seguente equazione:

$$M = \frac{3}{2}p(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) = \frac{3}{2}p(L_d - L_q)i_d i_q \quad (2.2)$$

dove

- p è il numero di coppie polari
- λ_d, λ_q sono le componenti d e q del vettore flusso di statore
- L_d, L_q sono le induttanze apparenti d e q , escludendo effetti di cross saturation

Un possibile schema a blocchi, ricavato dalle equazioni precedenti, che rappresenta la dinamica elettrica e meccanica del motore sincrono a riluttanza, nel sistema di riferimento dq , è rappresentato nella seguente Figura 2.1:

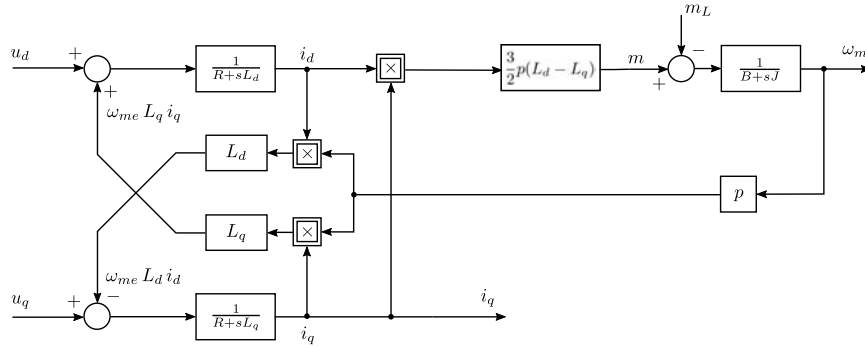


Figura 2.1: Schema a blocchi di un motore sincrono a riluttanza.

2.2 Limiti e regioni di funzionamento

Le tensioni e le correnti che possono essere applicate al motore devono rimanere entro specificati limiti che sono costituiti da valori di targa del motore o dai valori nominali, oppure costituiti dagli analoghi valori nominali del sistema di alimentazione. Per determinare i corrispondenti limiti e le regioni di funzionamento del motore si considera il suo funzionamento a regime.¹ Per soddisfare le limitazioni, la corrente e la tensione di statore dovranno avere ampiezze in valore efficace non superiore ai valori nominali

¹Si intende funzionamento a regime quello in cui le tensioni e correnti di ogni fase sono sinusoidali nel tempo con ampiezza e frequenza costanti, mentre la velocità ω è costante e pari a Ω .

I_{nom} e U_{nom} . Il limite di funzionamento a regime per la corrente è:

$$I_d^2 + I_q^2 \leq I_N^2 \quad (2.3)$$

dove $I_N = \sqrt{2}I_{nom}$. Analogamente il limite per la tensione sarà:

$$U_d^2 + U_q^2 \leq U_N^2 \quad (2.4)$$

dove $U_N = \sqrt{\frac{2}{3}}U_N$. Ora, per studiare i limiti di funzionamento consideriamo il motore sincrono a riluttanza con rotore anisotropo. Le tensioni che compaiono nella (2.4) si ricavano dalle (2.1) assumendo valori costanti di tensione e corrente e risultano espresse da:

$$\begin{cases} U_d = RI_d - \Omega_{me}L_qI_q \\ U_q = RI_q + \Omega_{me}L_dI_d \end{cases} \quad (2.5)$$

nella quale possiamo trascurare la caduta di tensione resistiva poiché piccola rispetto alla tensione nominale. Esprimendo il limite di tensione in funzione delle correnti, andando a sostituire le (2.5) nella (2.4), troviamo:

$$I_d^2 + \left(\frac{L_q}{L_d}I_q\right)^2 \leq \frac{U_N^2}{(\Omega_{me}L_d)^2} \quad (2.6)$$

I limiti di corrente (2.3) e tensione (2.6) sopra esposti producono corrispondenti limiti di coppia e velocità. Tutto ciò può essere evidenziato su un piano I_d - I_q sul quale si possono rappresentare i luoghi limite di corrente e di tensione per diversi valori di velocità.[5]

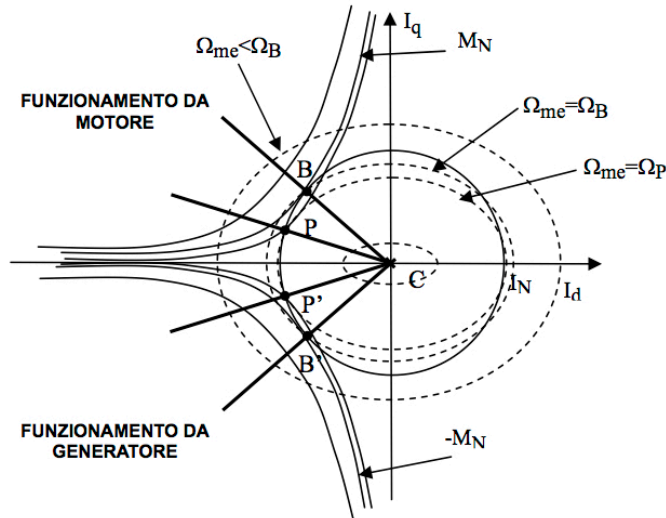


Figura 2.2: Limiti di funzionamento di un motore sincrono a riluttanza.[5]

Come possiamo vedere, il limite di corrente (2.3) rappresenta nel piano I_d - I_q una circonferenza di raggio I_N mentre il limite di tensione (2.6) descrive una famiglia di ellissi concentriche, gli assi di ciascuna delle quali dipendono dal reciproco della velocità. Il centro C delle ellissi si trova nell'origine del piano, questo perché la corrente di corto circuito è nulla essendo la macchina sincrona a riluttanza priva di magneti permanenti. Nella stessa Figura 2.2 sono riportati anche i luoghi a coppia costante (curve isocoppia) che sono iperboli aventi gli assi I_d e I_q come asintoti orizzontali e verticali. Si può arrivare facilmente a questo risultato prendendo in esame l'equazione della coppia (2.2) e risolvendola, per ogni prefissato valore di coppia, per la corrente I_q in funzione della I_d trovando:

$$I_q = \frac{2}{3p} \frac{M}{(L_d - L_q)I_d} \quad (2.7)$$

che è l'espressione cercata delle curve isocoppia.

La curva B-B' è il luogo dei punti di tangenza fra le iperboli isocoppia e diversi limiti di corrente e rappresenta l'insieme dei punti di lavoro per i quali si manifesta il massimo rapporto coppia su corrente (MTPA).² Nel punto B si ha la coppia nominale positiva e in B' la stessa coppia ma di segno negativo. L'espressione del luogo MTPA si ottiene imponendo l'ortogonalità della retta tangente la curva isocoppia in un dato punto con la retta che congiunge quel punto all'origine del piano. La retta tangente ha coefficiente angolare m_1 data dalla derivata dell'espressione della curva isocoppia che risulta:

$$\frac{dI_q}{dI_d} = \frac{I_q(L_d L_q)}{(L_d - L_q)I_d} \quad (2.8)$$

mentre la retta uscente dall'origine ha coefficiente angolare $m_2 = I_q/I_d$. La condizione di ortogonalità si esprime imponendo $m_1 = -1/m_2$ che porta all'espressione cercata per il luogo MTPA data dalla:

$$I_q = \pm I_d \quad (2.9)$$

dove il segno positivo vale per la coppia positiva e viceversa.

Il funzionamento del motore, ad una data velocità di lavoro, nel rispetto dei limiti di tensione e di corrente corrisponde ad un punto di lavoro interno sia al limite di corrente che al limite di tensione che corrisponde a quella velocità di lavoro. Per basse velocità di funzionamento, il limite di tensione è molto ampio e pertanto è più restrittivo il limite di corrente. In tali condizioni conviene far funzionare il motore in un punto del luogo B-B', a seconda della coppia che si deve produrre, assicurando comunque la minima corrente assorbita e minime perdite. Il tutto si può attuare fino a che il luogo B-B' è

²MTPA = Maximum Torque Per Ampere.

interno al limite di tensione ovvero fino alla velocità $\Omega_{me} = \Omega_B^3$ per la quale la corrispondente ellisse, che esprime il limite di tensione, passa per i punti B e B'. Il valore della velocità base si calcola imponendo il limite di tensione (2.6) in funzione delle correnti con $I_d = -\frac{I_N}{\sqrt{2}}$ e $I_q = \frac{I_N}{\sqrt{2}}$ ottenendo così:

$$\Omega_B = \frac{U_N}{\sqrt{(L_q I_q)^2 + (L_d I_d)^2}} \quad (2.10)$$

Per velocità superiori alla velocità base la maggiore coppia disponibile si ottiene operando lungo P-P' che è il luogo dei punti che assicurano il massimo rapporto coppia su tensione (MTPV).⁴ Con procedimento simile a quello svolto per trovare l'espressione del luogo di MTPA si calcola il luogo di MTPV che è dato dalla:

$$I_q = \pm \frac{L_d}{L_q} I_d \quad (2.11)$$

Si riconosce che in questo caso non esiste un limite massimo di velocità, il punto C si raggiunge con velocità infinita e pertanto la regione di funzionamento sul piano coppia-velocità risulta:

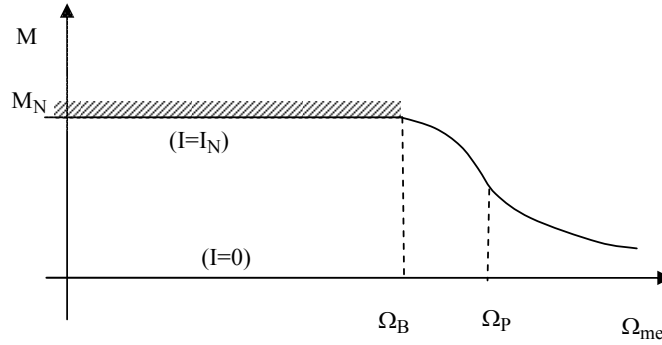


Figura 2.3: Regioni di funzionamento del motore.[5]

Trattando motori a riluttanza, è importante ricordare che, l'effetto della saturazione del ferro non è trascurabile. Le curve isocoppia e i luoghi a tensione costante differiscono pertanto da quelli analiticamente ricavati in precedenza e descritti nella Figura 2.2 che ha quindi valore qualitativo.

³ Ω_B rappresenta la velocità base del motore.

⁴MTPV = Maximum Torque Per Voltage.

Capitolo 3

Teoria di implementazione del metodo di stima

3.1 Metodo di stima basato sull'iniezione

Il metodo di stima del tracciamento di MTPA, sviluppato in questo elaborato, si basa sull'iniezione di un vettore spaziale di corrente oscillante attorno alla componente di stato stazionario della corrente che produce un certo livello di coppia, durante le condizioni di regime e di coppia stazionaria. Viene introdotto per comodità un nuovo sistema di riferimento chiamato $\hat{d}\hat{q}$, il cui approfondimento si rimanda all'Appendice B, dove l'asse $i_{\hat{q}}$ è scelto lungo la linea che collega l'origine del piano e il punto P (vedi Figura 3.1), dove P è un ipotetico punto di MTPA ad un certo valore di coppia.

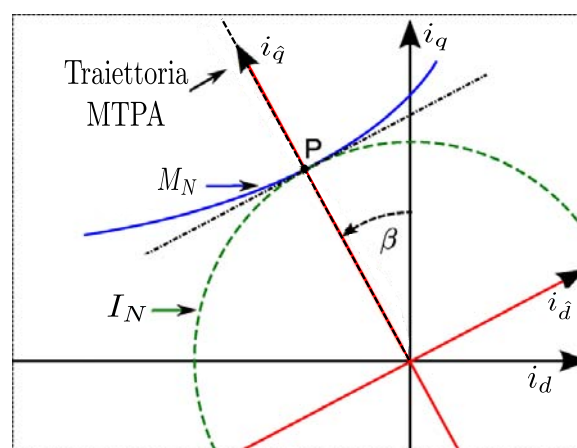


Figura 3.1: Rappresentazione di un ipotetico punto di MTPA, ad un certo valore di coppia, nel nuovo sistema di riferimento.

Il nuovo sistema di riferimento è sfasato di un angolo β rispetto al sistema di riferimento dq convenzionale e in questo nuovo sistema di riferimento, la componente della corrente $i_{\hat{q}}$ rappresenta l'ampiezza del vettore spaziale di corrente, mentre $i_{\hat{d}} = 0$.

Una corrente pulsante addizionale \vec{i}_{ac} alla frequenza f_{ac} , scelta opportunamente, è diretta lungo la direzione dell'asse $i_{\hat{d}}$ e produce un'ondulazione di coppia elettromagnetica (alla frequenza f_{ac}) la cui relazione di fase con il segnale iniettato dipende dalla posizione del vettore di corrente rispetto alla direzione di MTPA. [6] Sulla base dell'evidenza che il punto P sia realmente il punto di MTPA o meno, sono possibili i seguenti tre casi:

1. Il punto P si trova sulla traiettoria attuale di MTPA (Figura 3.2): l'angolo β è in realtà quello che fornisce l'MTPA, cioè β_{MTPA} . La coppia di riferimento è ottenuta dal vettore spaziale di corrente di ampiezza minima \vec{i}_{MTPA} (termine medio). L'asse $i_{\hat{q}}$ è la direzione di minima corrente. La componente di corrente pulsante \vec{i}_{ac} produce una componente molto piccola di coppia addizionale avente frequenza doppia rispetto alla frequenza iniettata. Infatti, per ogni passaggio per lo zero del segnale iniettato esso produce la coppia di riferimento (massima), mentre ciascun massimo o minimo del segnale sovrapposto sposta il vettore corrente lontano dalla condizione di MTPA producendo un valore di coppia inferiore. L'ampiezza di questa oscillazione è relativamente piccola dato che, vicino al punto di tangenza P c'è un basso range di variazione di coppia.

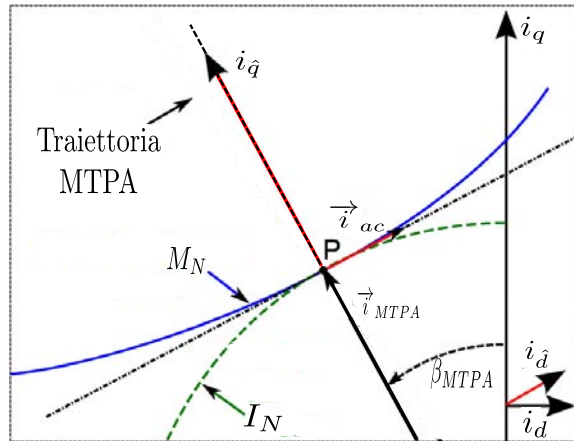


Figura 3.2: Rappresentazione in condizioni di MTPA.

2. Il punto P si trova al di fuori della traiettoria di MTPA (Figura 3.3): l'angolo $\beta < \beta_{MTPA}$ non è quello che fornisce l'MTPA. La coppia di riferimento sarebbe ottenuta con un vettore spaziale di corrente di ampiezza superiore, \vec{i}_x (termine medio). L'asse $i_{\hat{q}}$ non è più la direzione

di minima corrente. La componente di corrente pulsante \vec{i}_{ac} produce una componente di coppia addizionale alla stessa frequenza di quella iniettata, essendo fuori fase rispetto alla corrente iniettata poichè ogni minimo (picco negativo) dell'oscillazione sovrapposta fornisce la coppia (massima) di riferimento.

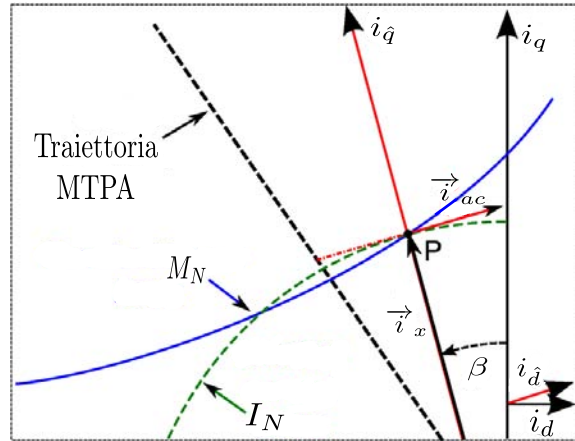


Figura 3.3: Rappresentazione in condizioni fuori del punto di MTPA.

3. Una soluzione simile si applica per $\beta > \beta_{MTPA}$. La componente di coppia addizionale alla frequenza iniettata è in fase con la corrente iniettata, cioè i picchi positivi della corrente iniettata producono la coppia massima.

Pertanto, la presenza di una componente di coppia pulsante ad una frequenza uguale a quella della corrente addizionale iniettata è un'indicazione che si è al di fuori della traiettoria di MTPA e fornisce un metodo per correggere le componenti di corrente applicata verso l'MTPA, cioè per correggere il valore dell'angolo β .

3.2 Funzionamento del controllo con tracking automatico di MTPA attraverso la pendolazione di coppia

Lo schema di controllo che implementa il tracciamento del punto di MTPA è rappresentato in Figura 3.4 ed è basato sul controllo del motore sincrono a riluttanza dotato di controllo di velocità e controllo di corrente interno funzionanti nel sistema di riferimento sincrono. Il set point di corrente è dato nel sistema di riferimento $\hat{d}\hat{q}$, dove i_q^* rappresenta l'ampiezza del vettore spaziale di corrente ed è generato dal controllo di velocità, mentre il riferimento dell'asse \hat{d} è mantenuto a zero aggiungendo la sovrapposizione della componente

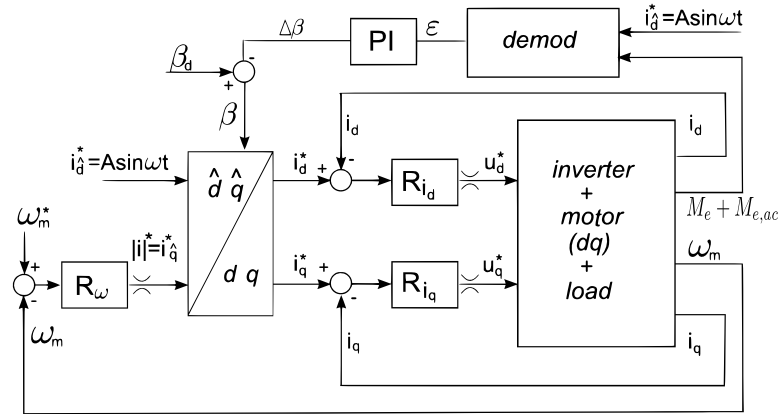


Figura 3.4: Schema di controllo che usa la pendolazione della coppia.

di corrente pulsante a frequenza f_{ac} necessaria per il tracciamento automatico dell'MTPA. Questi riferimenti espressi in $\hat{d}\hat{q}$ vengono portati nel sistema di riferimento sincrono dq secondo il valore dell'angolo β , corrispondente alla condizione effettiva del vettore spaziale di corrente; il valore dell'angolo β potrebbe essere preimpostato, ad esempio in stato di avviamento o in stato transitorio di velocità, quindi il sistema di controllo si comporta come un sistema convenzionale con riferimenti di corrente preimpostati. In modalità di tracciamento automatico del punto di MTPA, l'angolo β viene invece corretto in tempo reale per applicare il punto di lavoro stimato di MTPA utilizzando le informazioni fornite dall'iniezione sinusoidale nell'asse \hat{d} . Infatti, questo segnale sovrapposto fa oscillare il vettore spaziale di corrente attorno al punto di lavoro attuale introducendo un'oscillazione di coppia associata al segnale iniettato. Scegliendo una frequenza di iniezione maggiore della banda passante del controllo di velocità, le oscillazioni di coppia non saranno compensate dalla dinamica del circuito di velocità. Pertanto, una semplice ed efficace strategia di tracciamento MTPA deriva dai tre casi discussi in precedenza i quali mettevano in relazione di fase la coppia e la corrente iniettata. La correzione dell'angolo β si ottiene misurando l'ondulazione della coppia introdotta dall'iniezione e forzandola a zero.

Più in dettaglio, il contenuto di coppia ad alta frequenza viene:

1. moltiplicato per il segnale iniettato (demodulazione)
2. il prodotto ottenuto passa attraverso un filtro passa-basso (estrazione)

Il risultato fornisce informazioni su quanto il punto operativo è lontano dal punto di MTPA. [6] Infatti, il punto di lavoro ottimale separa due casi in cui l'oscillazione sovrapposta ha errore di fase rispettivamente $\varepsilon > 0$ o $\varepsilon < 0$ rispetto all'ondulazione della coppia meccanica, mentre in condizione MTPA il prodotto è a segnale zero (in valor medio). Pertanto un controllo PI a bassa

dinamica produce un segnale di correzione addizionale $\Delta\beta$ che compensa i disallineamenti della posizione attuale del vettore rispetto alla direzione di MTPA a causa di incertezze e variazioni del modello del motore.

3.3 Funzionamento del controllo con tracking automatico di MTPA attraverso la pendolazione di velocità

Le oscillazioni di coppia, usate fino a questo momento, non possono essere misurate direttamente a causa dell'assenza dei sensori di coppia e quindi il tracciamento MTPA viene ottenuto da un'analisi di ondulazione di velocità (Figura 3.5) considerando uno sfasamento di fase costante (-90°) introdotto dal carico meccanico alla frequenza iniettata. La costante di tempo meccanica J/B introduce un polo di frequenza molto bassa sulla funzione di trasferimento $\Omega(s)/T(s)$, quindi considerando anche una frequenza di iniezione proporzionalmente bassa, la velocità può essere considerata di 90° in anticipo rispetto alla coppia. Pertanto, per ottenere i risultati corrispondenti in termini di relazione di fase tra coppia e segnale iniettato e quindi ottenere la giusta correzione di fase, è sufficiente eseguire una demodulazione tra il contenuto di f_{ac} della velocità misurata e il segnale iniettato con uno sfasamento di $+90^\circ$.

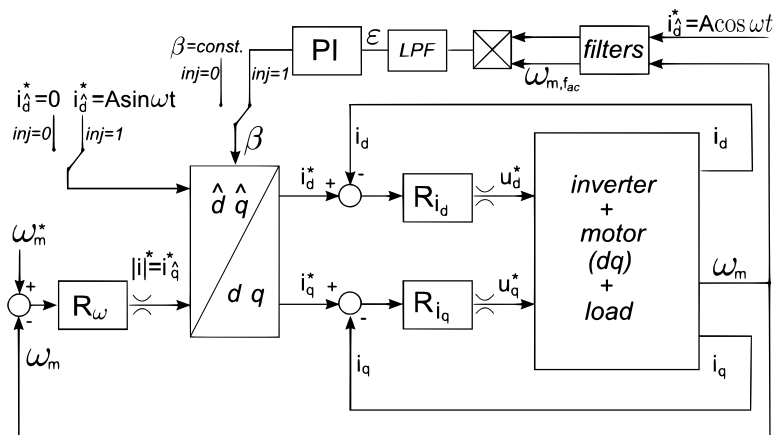


Figura 3.5: Schema di controllo che usa la pendolazione della velocità.

3.4 Funzionamento del controllo con tracking automatico di MTPA attraverso la pendolazione di velocità con l'aggiunta di un oscillatore armonico

Come già detto nel paragrafo precedente il tracking di MTPA viene ottenuto da un'analisi di ondulazione di velocità. Un'ulteriore implementazione che può essere fatta per andare ad ottimizzare il controllo e ottenere risultati migliori è quella di "filtrare" il segnale di velocità che andiamo a misurare nel motore e successivamente mandarlo in ingresso al blocchetto MTPA Automatic Tracking. Un metodo noto, ben studiato e molto semplice è quello di utilizzare un oscillatore armonico grazie al quale è possibile stimare un qualsiasi segnale togliendo dallo stesso la presenza di eventuali disturbi elettrici in modo da produrre con precisione la frequenza data. L'oscillatore sfrutta la conoscenza della frequenza delle oscillazioni e il suo principio di funzionamento si basa sul moto armonico ed in particolare sul sistema massa-molla.¹ Con l'aggiunta dell'oscillatore armonico riusciamo quindi a risolvere il problema dei disturbi elettrici e ad eliminare in maniera molto importante la presenza di eventuali rumori presenti nel segnale.

Per far comprendere meglio la potenza di questo strumento andiamo a vedere l'esempio seguente:

Supponiamo di avere un qualsiasi segnale sinusoidale alla quale andiamo ad aggiungere del rumore in modo da ottenere un segnale disturbato da mandare in ingresso all'oscillatore armonico.

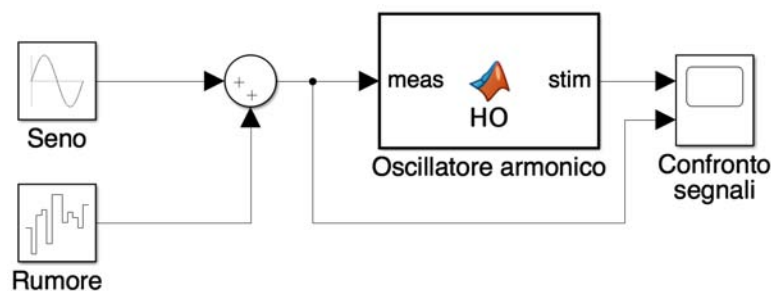


Figura 3.6: Esempio funzionamento oscillatore armonico.

All'uscita del nostro oscillatore armonico, come già anticipato in precedenza, troveremo una stima del segnale sinusoidale che abbiamo iniettato privo di qualsiasi rumore o disturbo. La Figura 3.7 rappresenta quanto ap-

¹Per un breve richiamo al moto armonico si rimanda all'Appendice C.

pena descritto e mostra il confronto tra il segnale disturbato che diamo in ingresso all'oscillatore e quello stimato che troviamo in uscita dello stesso.

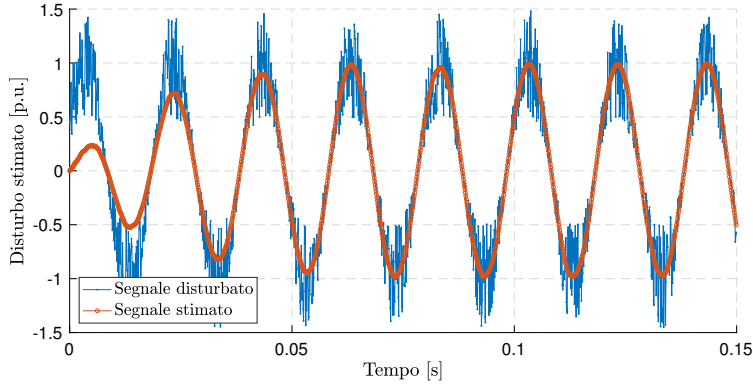


Figura 3.7: Risultato funzionamento oscillatore armonico.

3.5 Problemi e limiti di implementazione del metodo

La frequenza di iniezione deve essere più alta possibile per aumentare le prestazioni dinamiche di inseguimento del motore, ma comunque in accordo con la banda passante del controllo di corrente. La scelta esatta della frequenza di iniezione è cruciale, anche a causa di due tipi di problemi, quali: la risoluzione dei sensori di velocità e le diverse dinamiche del circuito di corrente. Infatti, il requisito per poter estrarre il segnale iniettato dalle informazioni sulla velocità potrebbe introdurre un limite superiore al valore di f_{ac} , in base alla risoluzione del sensore della velocità e all'algoritmo di misura della velocità che viene adottato. Per ottenere un migliore feedback di velocità, è possibile implementare un'elaborazione media dei campioni di posizione (se viene usato un encoder incrementale) o implementare algoritmi più accurati. Se la risoluzione del sensore è abbastanza alta, la frequenza di iniezione potrebbe essere teoricamente alzata, ma deve comunque essere incluso un algoritmo di compensazione per uguagliare le possibili differenti dinamiche del circuito di corrente. Infatti, al fine di ottenere un auto-tuning più accurato della fase del vettore di corrente ottimale, è necessaria un'oscillazione accurata del vettore spaziale di corrente, essendo perpendicolare rispetto alla direzione che fornisce il punto di tangenza provvisorio al luogo di MTPA effettivo. A questo scopo i due circuiti di controllo di corrente devono avere la stessa risposta in frequenza, cioè devono introdurre la stessa attenuazione e ritardo di fase alla frequenza iniettata. Diversi ritardi di fase e attenuazione potrebbero causare rispettivamente un'oscillazione ellittica e non perpendicolare del bordo del vettore spaziale di corrente, portando ad una stima

errata della traiettoria di MTPA. Pertanto, al fine di evitare tali problemi, la frequenza di iniezione deve essere inferiore alla banda passante del controllo di corrente perché i segnali sovrapposti devono essere generati correttamente per evitare il corrispondente cambiamento di coppia. Allo stesso tempo la frequenza di iniezione deve essere superiore alla banda passante del controllo di velocità per evitare che il controllore di velocità compensi il ripple del segnale di velocità.[6]

Capitolo 4

Implementazione del modello Simulink

In questo capitolo viene mostrato come si è costruito il modello Simulink per andare ad implementare il metodo di stima automatica di tracking dell'MTPA. Nel dettaglio verranno descritte le parti più importanti e fondamentali per la realizzazione del modello, che è stato rappresentato usando il sistema di riferimento sincrono dq .¹ Nella parte finale del capitolo verranno rappresentati i modelli Simulink dei diversi metodi con cui si sono effettuate le simulazioni, che saranno oggetto del capitolo successivo.

4.1 Regolatore di velocità

Il regolatore di velocità ha lo scopo di assicurare che il carico meccanico giri alla velocità desiderata nonostante il manifestarsi di possibili cause capaci di modificarla. Il controllo è attuato a catena chiusa quando la velocità di funzionamento del carico è misurata e il segnale risultante è confrontato con un segnale di riferimento che rappresenta la velocità desiderata. Un esempio di schema di controllo di velocità a catena chiusa è rappresentato di seguito (Figura 4.1):

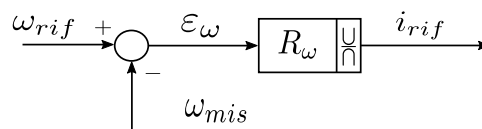


Figura 4.1: Schema a blocchi regolatore di velocità.

¹Per approfondimenti sul sistema di riferimento si rimanda all'Appendice A.

Il segnale di ingresso è il segnale di riferimento di velocità ω_{rif} e viene confrontato con il segnale di reazione ω_{mis} che rappresenta la velocità vera del motore. Il segnale di reazione è misurato dal trasduttore di velocità T_w . La differenza tra i due segnali costituisce l'errore, o segnale di errore, di velocità ε_ω che viene elaborato dal regolatore di velocità per produrre il riferimento di corrente i_{rif} da dare al motore elettrico. Lo schema contiene anche il limitatore L il cui scopo è quello di limitare adeguatamente il segnale di riferimento della corrente a stare nel campo ammesso di $\pm I_N$. Per il corretto funzionamento del controllo di velocità, la presenza dei limitatori richiede opportune limitazioni della parte integrale del regolatore PI, oltre che all'uscita, per evitare il fenomeno di wind-up.

La struttura interna del regolatore di velocità è illustrata in Figura 4.2:

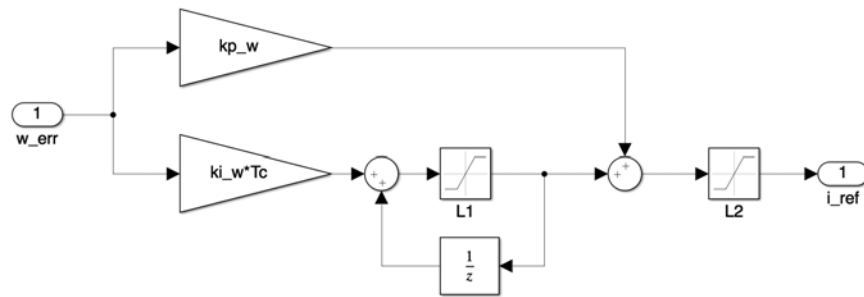


Figura 4.2: Struttura interna regolatore di velocità.

4.2 Controllo di corrente

Il controllo di corrente ha lo scopo di generare i riferimenti di tensione da dare in ingresso al motore elettrico. Anche in questo caso, il controllo è attuato a catena chiusa quando le correnti in uscita del motore sono misurate e il segnale risultante è confrontato con la corrente di riferimento del rispettivo asse. Un esempio di schema del controllo di corrente, per un generico asse di riferimento, è rappresentato nella Figura 4.3:

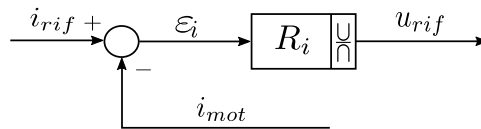


Figura 4.3: Schema a blocchi regolatore di corrente.

Il segnale in ingresso è il segnale di riferimento di corrente i_{rif} e viene confrontato con il segnale di reazione i_{mot} che è la corrente misurata all'uscita del motore. La differenza tra i due segnali costituisce l'errore di corrente ε_i che viene elaborato dal regolatore di corrente per produrre il riferimento di

tensione u_{rif} da dare in ingresso al motore elettrico. Lo schema contiene anche il limitatore L il cui scopo è quello di limitare adeguatamente il segnale di riferimento della tensione a stare nel campo ammesso $\pm U_N$. Oltre al limitatore, il controllo di corrente è dotato anche di disaccoppiamento degli assi in modo da rendere i due anelli di corrente indipendenti tra loro. Di seguito, in Figura 4.4, viene rappresentata la struttura interna del regolatore di corrente di asse d .

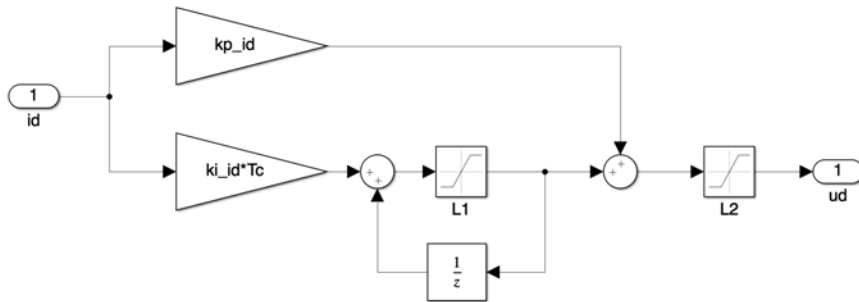


Figura 4.4: Struttura interna regolatore di corrente di asse d .

La struttura del regolatore di corrente di asse q è identica a quella di asse d e l'unica differenza sta nei guadagni della parte proporzionale e integrale del PI.

4.3 Modello del motore sincrono a riluttanza

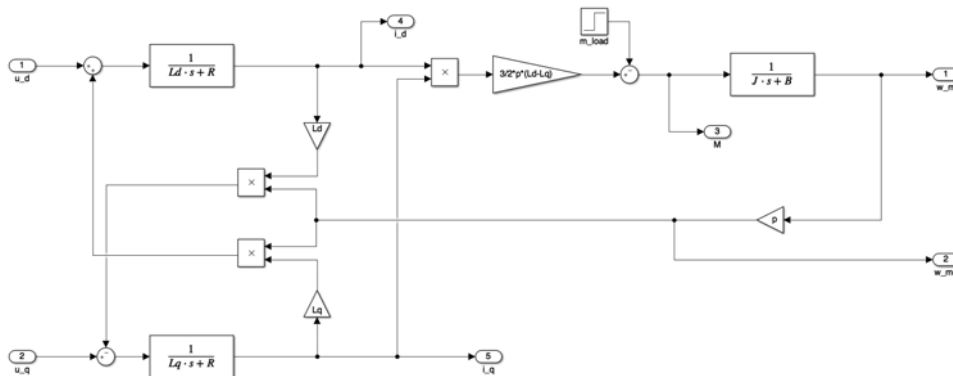


Figura 4.5: Modello Simulink del motore sincrono a riluttanza.

In Figura 4.5 si è riportato il modello elettrico del motore a riluttanza costruito in Simulink, che è uguale a quello già presentato nel Paragrafo 2.1. Gli ingressi sono costituiti dalle tensioni di asse d e q sul motore, rispettivamente u_d e u_q . Le uscite, invece, sono le correnti assorbite dal motore i_d e i_q , la velocità meccanica ω_m , la velocità meccanica elettrica ω_{me} e la coppia

M fornita dal motore. Nel modello è stata inserita anche la coppia di carico o coppia di disturbo m_{load} che è dovuta a cause autonome esterne.

Per completezza si riportando di seguito i parametri e i dati di targa del motore sincrono a riluttanza usato:

Motore sincrono a riluttanza		
U_N	300	[V]
I_N	5	[A]
p	2	
R	15,6	[Ω]
L_d	0,26	[mH]
L_q	1,06	[mH]
B	0,01	[Nms]
J	0,03	[kgm ²]

4.4 MTPA Automatic Tracking

Lo schema dell'MTPA Automatic Tracking è già stato in parte visto nel Capitolo 3. In questo paragrafo andremo a vedere in particolare il blocco "MTPA Automatic Tracking" (Figura 4.6) e nel dettaglio lo schema Simulink di com'è stato implementato facendo una panoramica sugli ingressi e le uscite dei vari blocchi. Gli ingressi sono costituiti dal nostro segnale che andiamo ad iniettare i_d e dal segnale di coppia (velocità) che abbiamo in uscita del motore. I due segnali passano attraverso un demodulatore (Figura 4.7) dove, una volta estratta la componente di alta frequenza sul segnale di coppia (velocità) mediante l'uso di un filtro passa-alto, vengono moltiplicati tra di loro e il loro prodotto passa attraverso un filtro passa-basso. All'uscita del blocco di demodulazione abbiamo un segnale di errore di fase che dopo essere passato attraverso un regolatore PI a bassa dinamica diventa il segnale di correzione $\Delta\beta$. Successivamente il segnale $\Delta\beta$ viene sottratto dalla posizione attuale del vettore β_d fornendo il valore dell'angolo β che porta l'azionamento nelle condizioni di MTPA. Tra il demodulatore e il regolatore PI è presente uno switch che è stato inserito per "nascondere" la parte di transitorio che non è di nostro interesse in quanto il modello di tracking funziona correttamente solo quando siamo in condizione di regime.

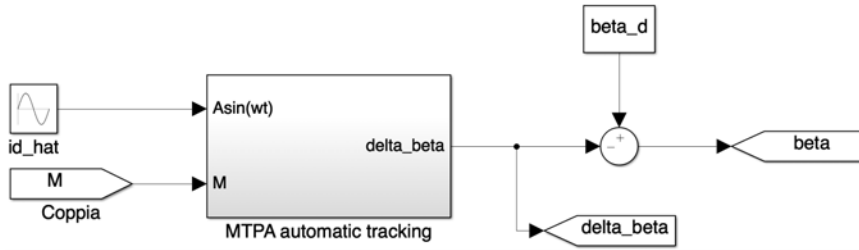


Figura 4.6: Schema Simulink MTPA Automatic Tracking.

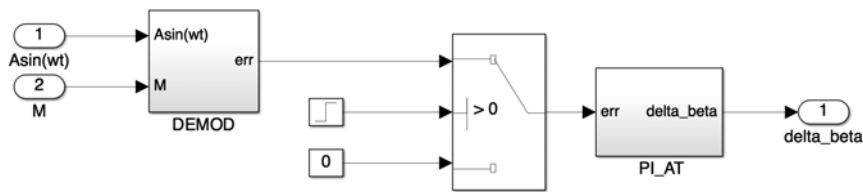


Figura 4.7: Struttura interna blocchetto MTPA Automatic Tracking.

4.5 Oscillatore armonico

L'oscillatore armonico (Figura 4.8) è stato implementato per andare a migliorare il segnale della velocità in modo da avere la stima del tracking dell'MTPA più precisa possibile. In ingresso al blocco oscillatore dobbiamo avere un segnale con valor medio nullo, in modo da permettere all'oscillatore di lavorare in modo ottimale, quindi alla velocità misurata viene sottratta la velocità di riferimento ottenendo così la sola componente oscillante della velocità lungo l'asse delle ascisse. In uscita del blocco otteniamo il segnale della velocità con frequenza nota depurato di eventuali disturbi elettrici e rumori.

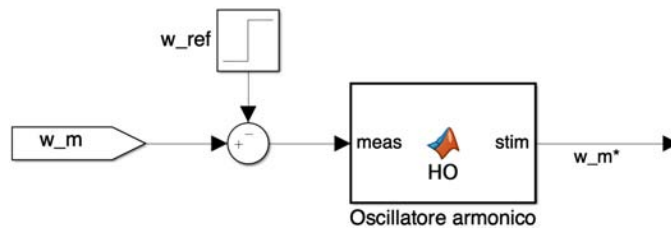


Figura 4.8: Schema Simulink oscillatore armonico.

4.6 Schemi complessivi dei modelli implementati in Simulink

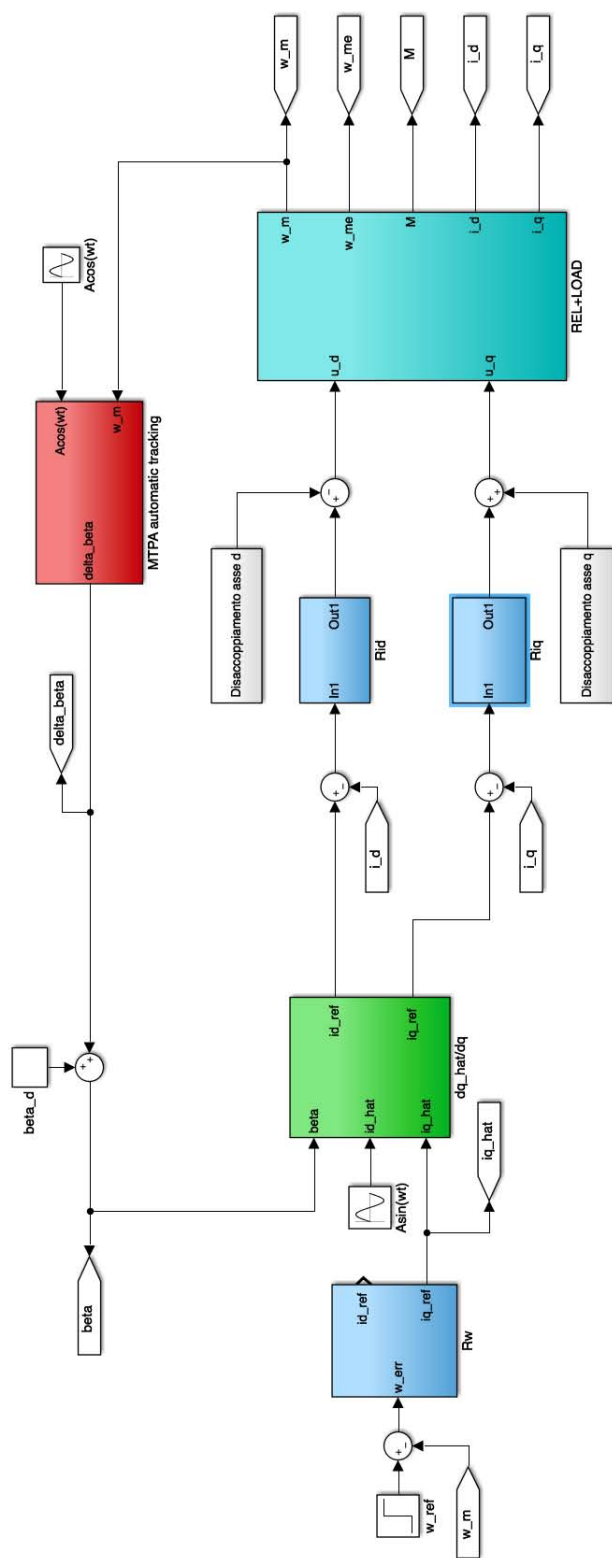


Figura 4.10: Schema MTPA tracking con pendolazione di velocità.

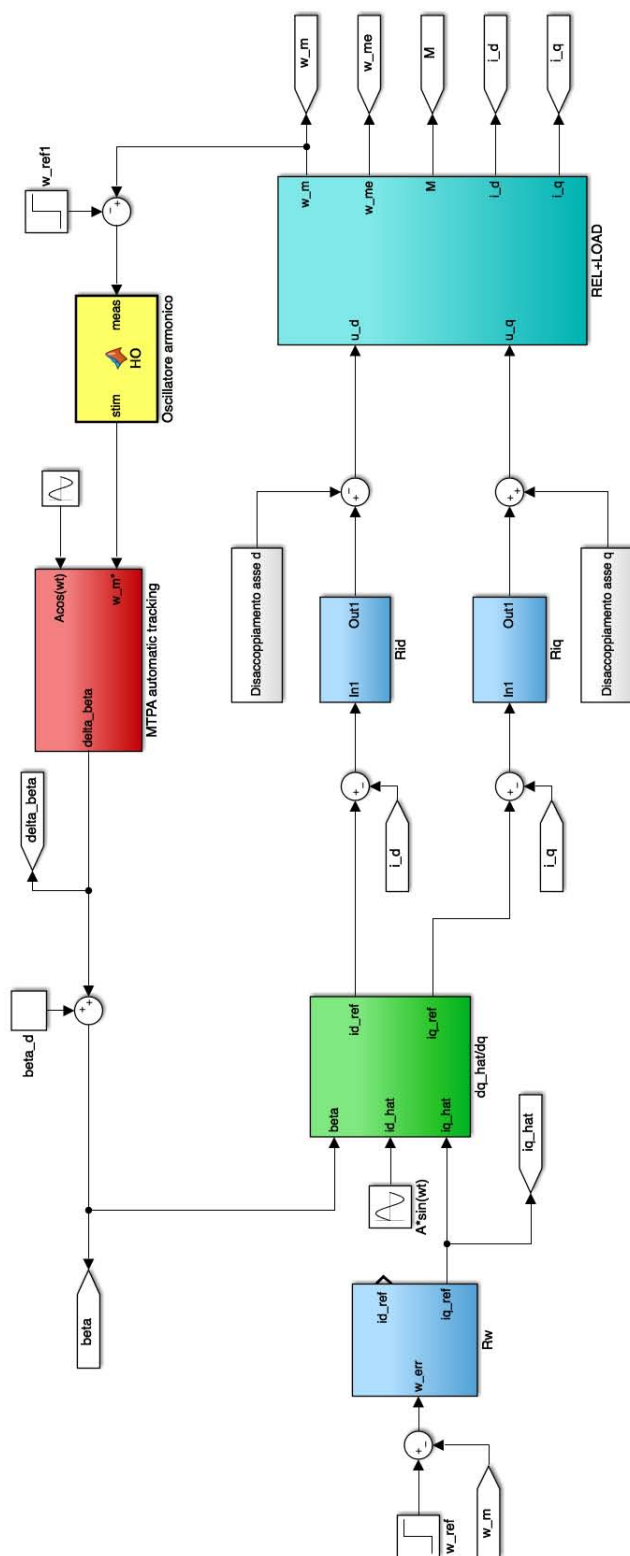


Figura 4.11: Schema ottimizzato MTPA tracking con pendolazione di velocità.

Capitolo 5

Simulazioni

Lo scopo di questo capitolo è quello di mostrare la validità dell'approccio di tracciamento MTPA mediante la simulazione dei sistemi descritti precedentemente. Le simulazioni che seguono sono state effettuate tutte con i seguenti parametri:

- Iniezione di corrente $i_{\hat{j}} = A \sin \omega t$ dove $A = 0.1$ e $\omega = 45[Hz]$
- Riferimento gradino di velocità $\omega_{ref} = 300[rad/s]$ a $t = 0.2[s]$
- Switch che nasconde il transitorio fino a $t = 0.5[s]$
- Coppia di carico $m_L = 1[Nm]$ a $t = 2.5[s]$

5.1 MTPA tracking utilizzando la pendolazione di coppia

5.1.1 MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = 0$

Nel caso di tracking automatico dell'MTPA utilizzando la pendolazione della coppia è stato considerato lo schema 4.9. Il sistema è avviato senza alcuna conoscenza dell'effettivo β (cioè con $\beta = 0$); dopo il transitorio, viene raggiunta la condizione operativa di MTPA allo stato stazionario ($\beta = \beta_{MTPA} = \pi/4[rad] = 0,785[rad]$). Nella Figura 5.1 si può vedere quanto appena descritto:

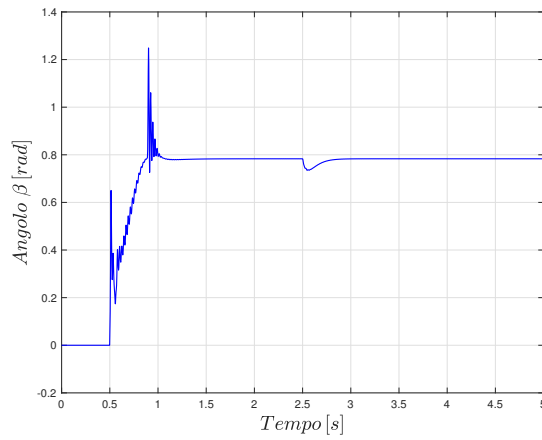


Figura 5.1: MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = 0$.

Oltre all'andamento dell'angolo β , per vedere se si sono raggiunte le condizioni di MTPA, sono stati analizzati anche gli andamenti delle correnti (dalle quali possiamo vedere che siamo nel punto di MTPA perché $i_d = -i_q$), della coppia, della velocità e dell'errore di fase tra il segnale iniettato e la coppia.

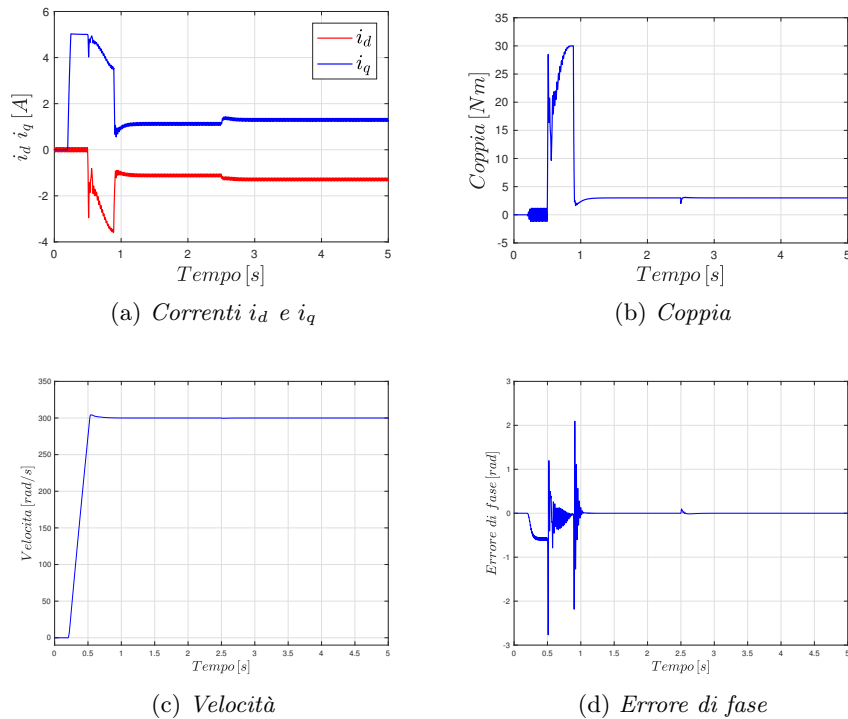


Figura 5.2: Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = 0$.

Successivamente nelle stesse condizioni viene introdotto un disturbo β_d . Il disturbo di gradino negativo e positivo β_d è simulato rispettivamente a $t=4$ [s] e $t=6$ [s]. La risposta del sistema è rappresentata nella seguente Figura 5.3:

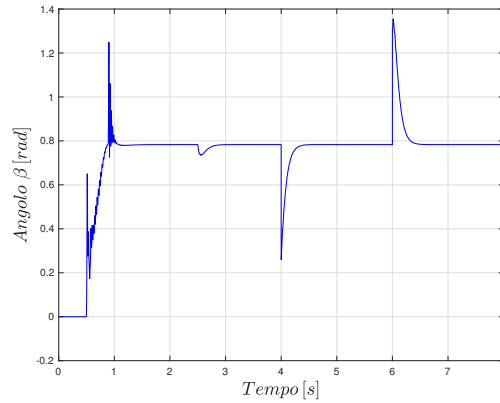


Figura 5.3: MTPA tracking con $\beta = 0$ e disturbo β_d .

Come discusso nell'analisi teorica, prima dell'applicazione del disturbo il segnale di coppia in altra frequenza è al doppio della frequenza iniettata, ovvero a $\omega_{Mac} = 90[Hz]$ e ha un ampiezza molto piccola. Dopo l'applicazione del disturbo, viene visualizzata un'oscillazione della coppia relativamente elevata alla frequenza iniettata, che spinge il motore a cercare il nuovo tracciamento dell'MTPA. Quanto appena detto si può vedere nel risultato ottenuto andando ad analizzare il segnale iniettato e l'oscillazione del segnale di coppia in alta frequenza nell'intorno di $t=4$ [s], ovvero quando viene dato un disturbo negativo, (Figura 5.4):

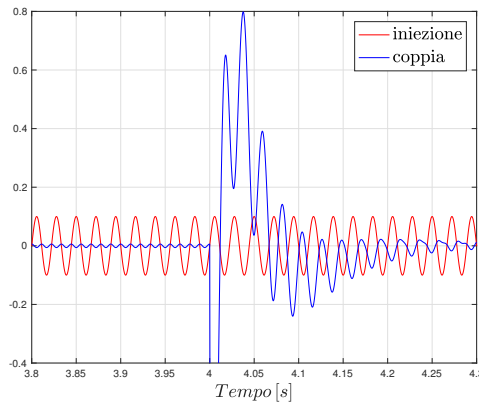


Figura 5.4: Andamento della frequenza tra il segnale iniettato e l'oscillazione del segnale di coppia applicando un β_d negativo.

Si può anche notare che un disturbo negativo provoca l'oscillazione della coppia in opposizione di fase con la perturbazione di corrente (Figura 5.4), mentre un disturbo positivo provoca l'oscillazione della coppia in fase con la perturbazione di corrente (Figura 5.5).

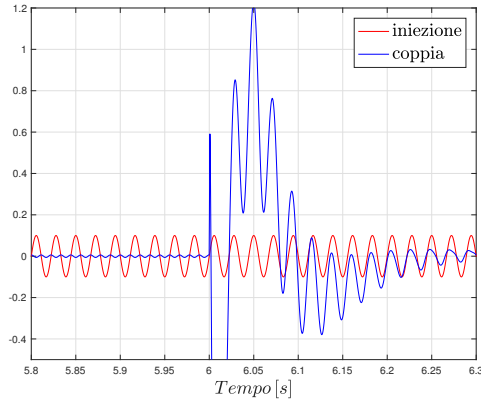


Figura 5.5: Andamento della frequenza tra il segnale iniettato e l'oscillazione del segnale di coppia applicando un β_d positivo.

Anche per le seguenti condizioni, oltre all'andamento dell'angolo β , per vedere se si sono raggiunte le condizioni di MTPA, sono stati analizzati anche gli andamenti delle correnti e della coppia..

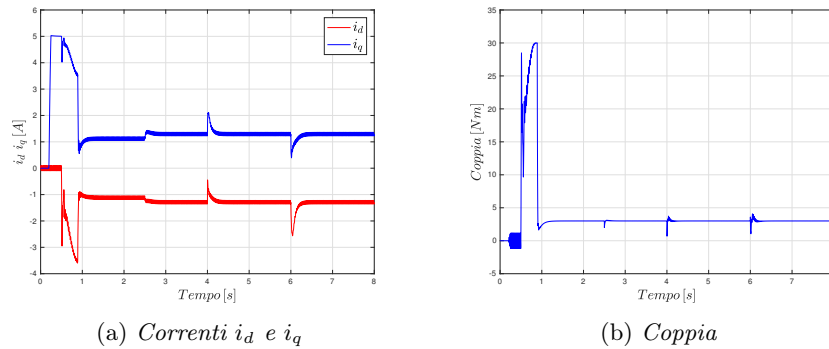


Figura 5.6: Altri risultati ottenuti dalla simulazione con condizione iniziale $\beta = 0$ e con disturbo β_d .

Dopo avere visto la validità dell'approccio nel caso il sistema fosse avviato senza la conoscenza dell'effettivo angolo β si sono ripetute le simulazioni supponendo, stavolta, di conoscere l'angolo di posizione del rotore e preimpostandolo a $\beta = \beta_{MTPA} = \pi/4$, a $\beta = \pi/3$ e a $\beta = \pi/6$.

5.1.2 MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \beta_{MTPA} = \frac{\pi}{4}$

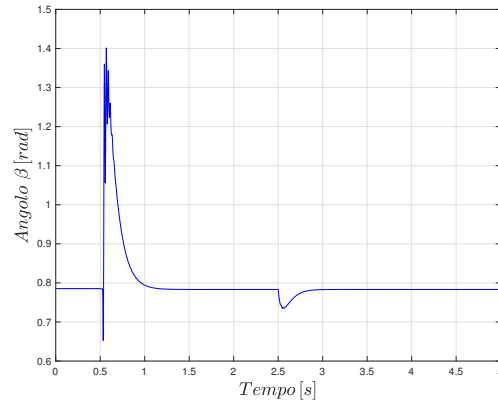
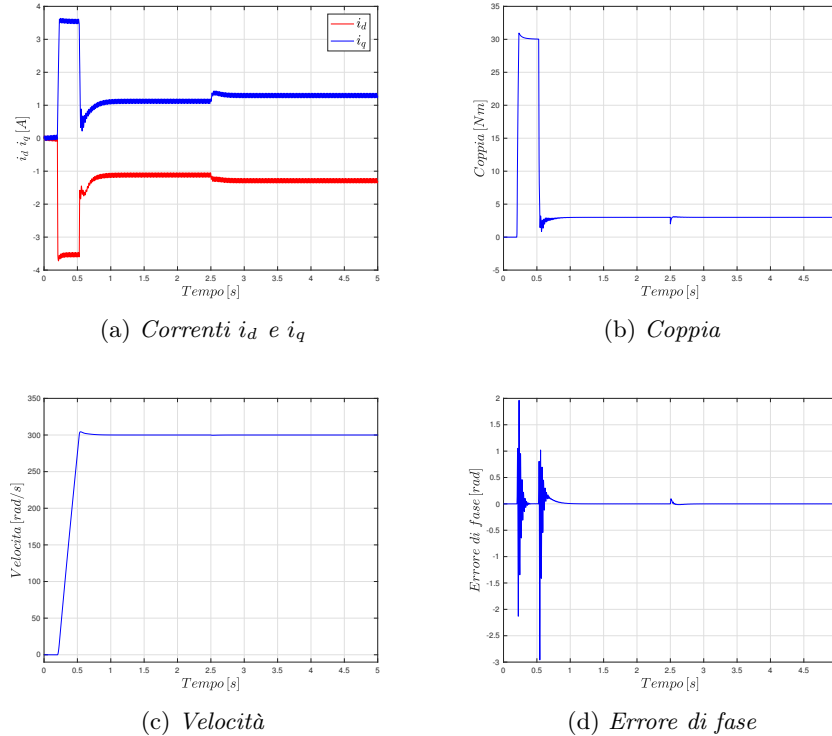


Figura 5.7: MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/4$.

Per dare una panoramica completa del funzionamento dell'azionamento vengono illustrati anche gli andamenti delle correnti, della coppia, della velocità e dell'errore di fase tra il segnale iniettato e l'oscillazione di coppia.



(a) Correnti i_d e i_q

(b) Coppia

(c) Velocità

(d) Errore di fase

Figura 5.8: Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = \pi/4$.

5.1.3 MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \frac{\pi}{3}$

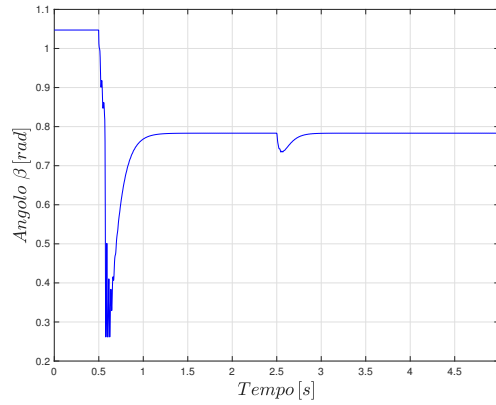


Figura 5.9: MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/3$.

Di seguito vengono riportati anche gli andamenti delle correnti, della coppia, della velocità e dell'errore di fase tra il segnale iniettato e l'oscillazione di coppia.

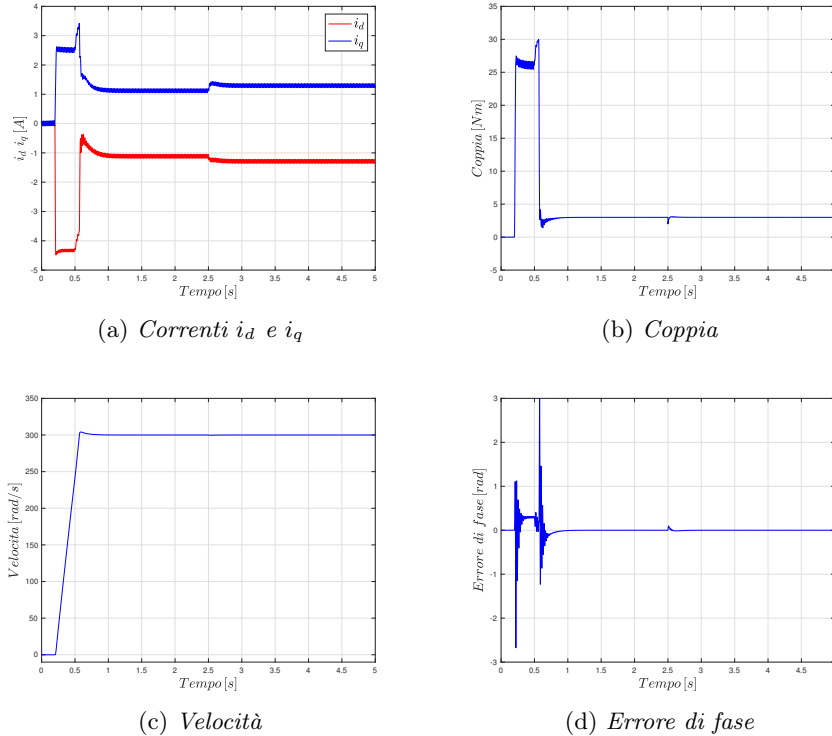


Figura 5.10: Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = \pi/3$.

5.1.4 MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \frac{\pi}{6}$

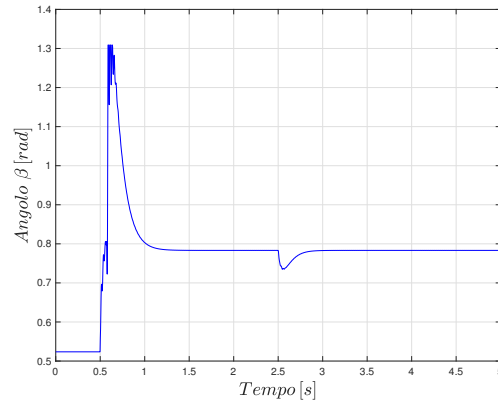


Figura 5.11: MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/6$.

Anche per questo caso si riportano gli andamenti delle correnti, della coppia, della velocità e dell'errore di fase tra il segnale iniettato e l'oscillazione di coppia.

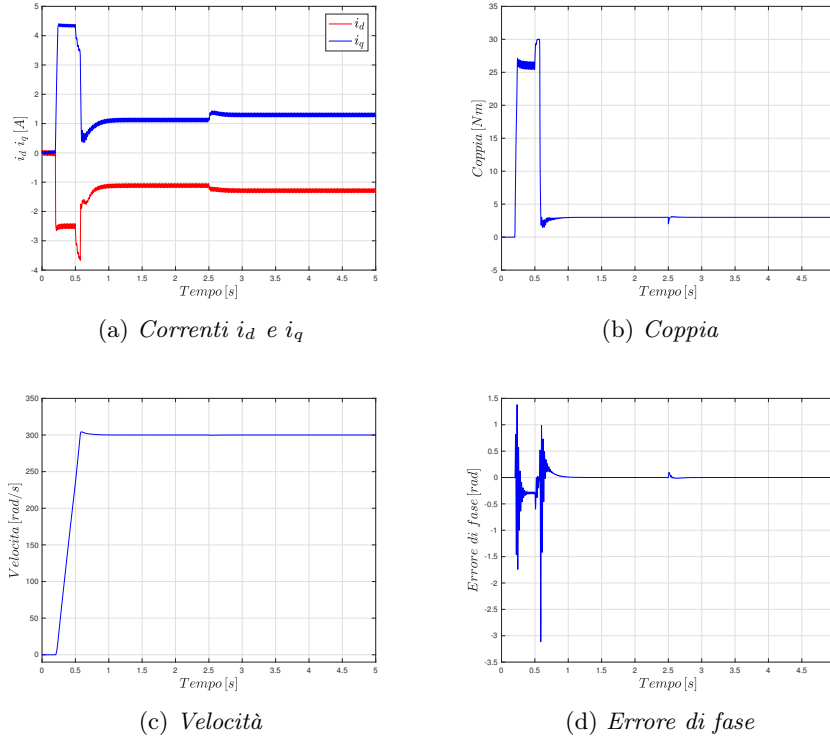


Figura 5.12: Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = \pi/6$.

5.2 MTPA tracking utilizzando la pendolazione di velocità

Nel caso di tracking automatico dell'MTPA utilizzando la pendolazione della coppia è stato considerato lo schema 4.10.

Prima di tutto, sono state analizzate le relazioni di fase tra i due segnali coinvolti nella demodulazione per generare il segnale di errore di fase ε confermando che in condizioni di regime (prima dell'applicazione del disturbo) il segnale in alta frequenza della velocità è al doppio della frequenza iniettata, mentre, in condizioni di transitorio (dopo l'applicazione del disturbo) i due segnali presentano la stessa frequenza e questo spinge il motore a cercare nuovamente il punto di MTPA. Il segnale di errore ε è maggiore o minore di zero in base al segnale di disturbo iniettato e la componente in alta frequenza del segnale di velocità è rispettivamente in o fuori fase, cioè la fase del vettore corrente β è maggiore o minore del valore di fase ottimale β_{MTPA} .

Dopo aver verificato le precedenti condizioni iniziali si sono eseguite le simulazioni preimpostando la posizione corrente dell'angolo β ; nel primo caso $\beta = \beta_{MTPA} = \pi/4$, nel secondo caso a $\beta = \pi/3$ e nel terzo caso a $\beta = \pi/6$. Ad ogni simulazione oltre alla coppia di carico m_L inserita a 2.5 [s] è stata inserita e disinserita, una volta raggiunta la condizione di regime, una seconda coppia di carico pari a $2m_L$ per avere un'ulteriore prova della validità e della prontezza del metodo di tracking.

5.2.1 MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \beta_{MTPA} = \frac{\pi}{4}$

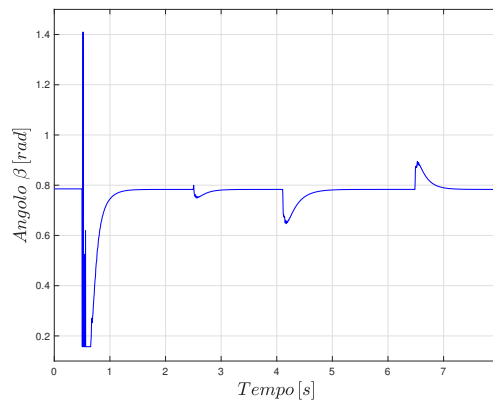
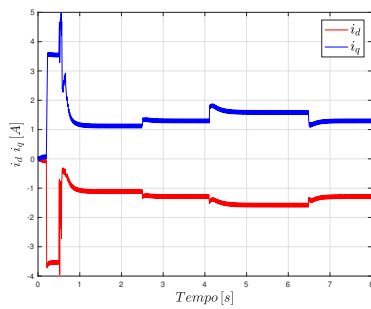
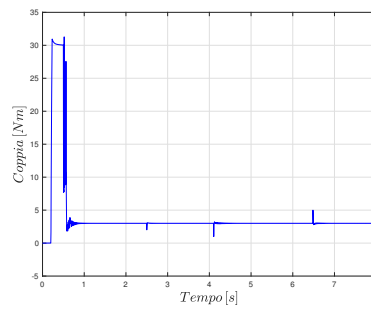


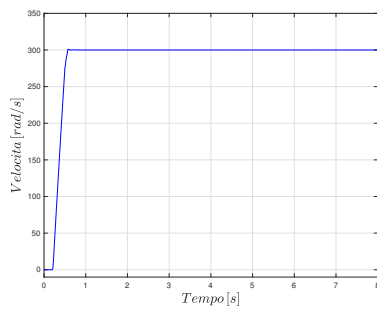
Figura 5.13: MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/4$ e con variazione di coppia carico.



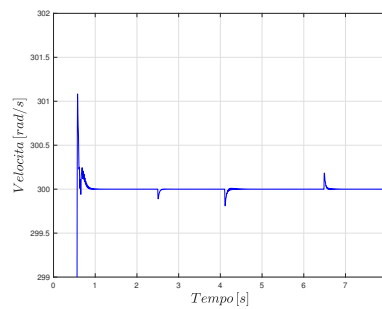
(a) Correnti i_d e i_q



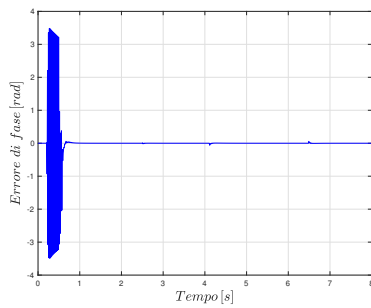
(b) Coppia



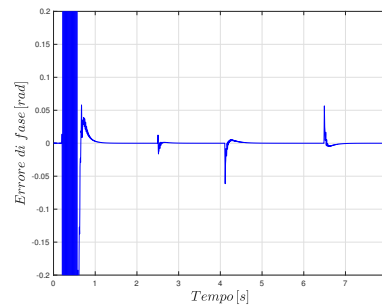
(c) Velocità



(d) Zoom andamento velocità



(e) Errore di fase



(f) Zoom andamento errore di fase

Figura 5.14: Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = \pi/4$ e variazione di coppia di carico.

5.2.2 MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \frac{\pi}{3}$

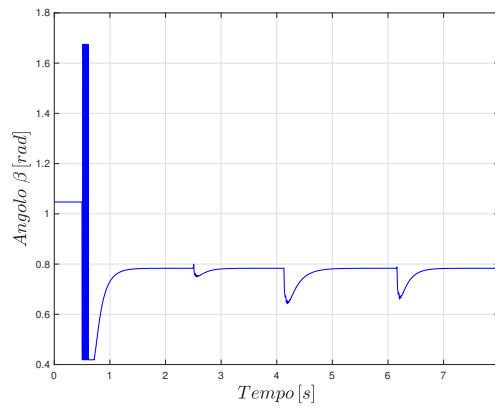
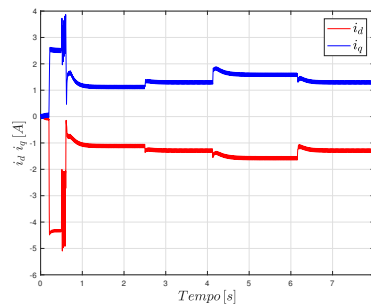
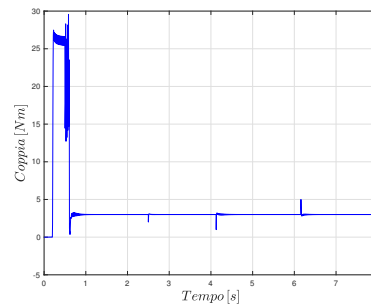


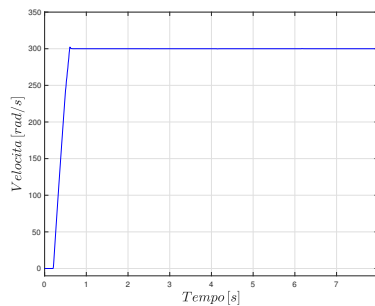
Figura 5.15: MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/3$ e con variazione di coppia carico.



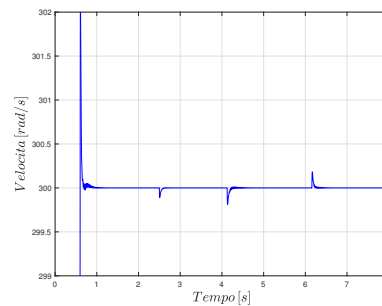
(a) Correnti i_d e i_q



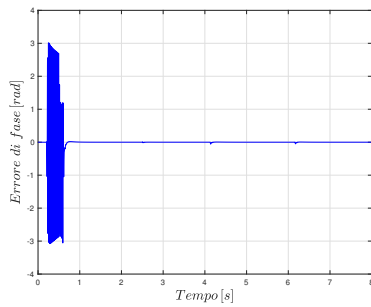
(b) Coppia



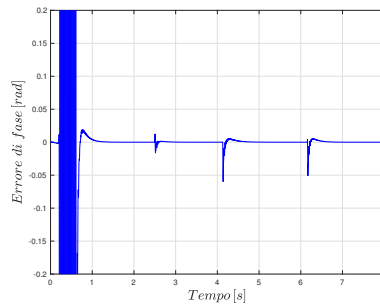
(c) Velocità



(d) Zoom andamento velocità



(e) Errore di fase



(f) Zoom andamento errore di fase

Figura 5.16: Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = \pi/3$ e variazione di coppia di carico.

5.2.3 MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \frac{\pi}{6}$

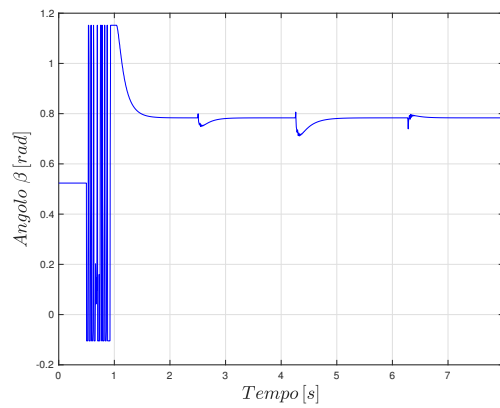
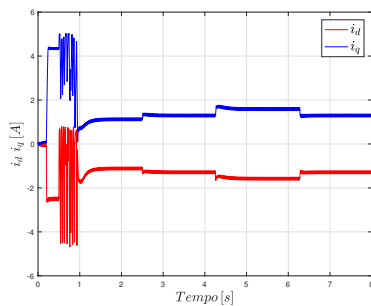
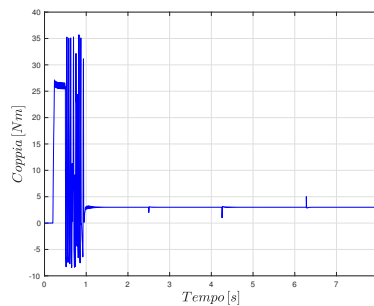


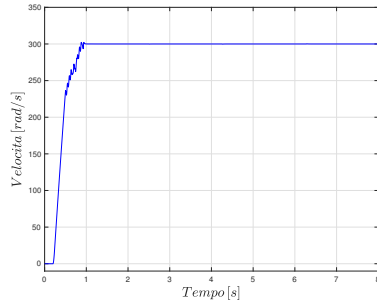
Figura 5.17: MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/6$ e con variazione di coppia carico.



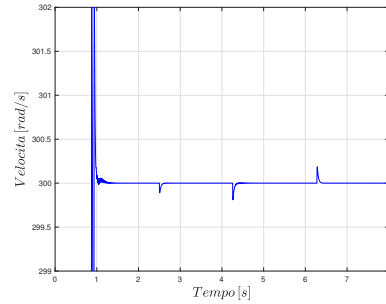
(a) Correnti i_d e i_q



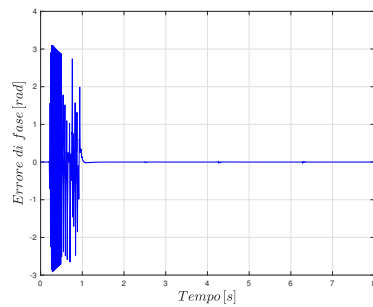
(b) Coppia



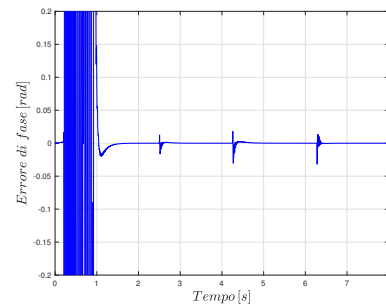
(c) Velocità



(d) Zoom andamento velocità



(e) Errore di fase



(f) Zoom andamento errore di fase

Figura 5.18: Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = \pi/6$ e variazione di coppia di carico.

5.3 MTPA tracking utilizzando la pendolazione di velocità con l'aggiunta di un oscillatore armonico

Nel caso di tracking automatico dell'MTPA utilizzando la pendolazione della coppia e l'implementazione di un oscillatore armonico è stato preso in considerazione lo schema 4.11. Le simulazioni che sono state effettuate sono le stesse trattate nel Paragrafo 5.2 e allo stesso modo anche i risultati trovati sono gli stessi ma con il vantaggio di avere un andamento più pulito e lineare. Tutto questo è possibile grazie all'oscillatore armonico il quale fornisce una stima dell'andamento del segnale di velocità, privo di disturbi elettrici e rumori, che sarà poi demodulato con il segnale iniettato. In questo paragrafo per non essere ripetitivi saranno riportati i risultati del caso con angolo $\beta = \pi/4$ e l'andamento del solo angolo β per gli altri due casi ($\beta = \pi/3$ e $\beta = \pi/6$).

5.3.1 MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \beta_{MTPA} = \frac{\pi}{4}$

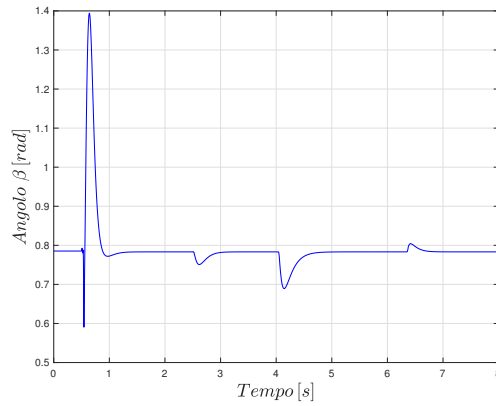
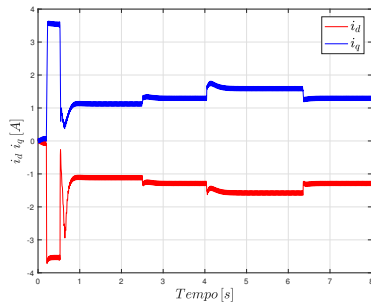
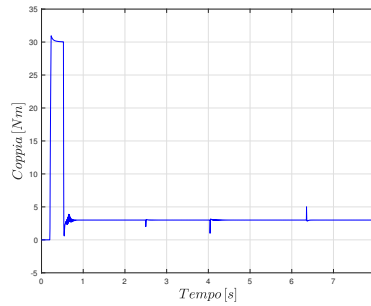


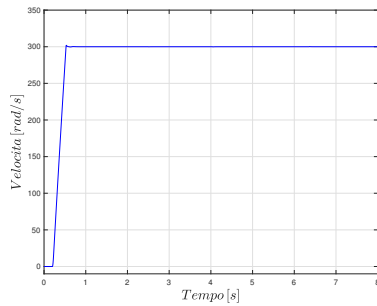
Figura 5.19: MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/4$, oscillatore armonico e con variazione di coppia carico.



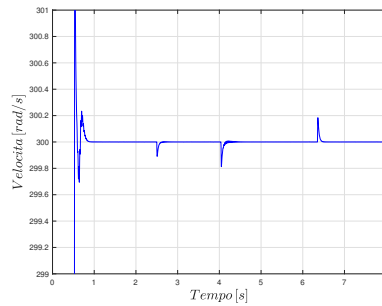
(a) Correnti i_d e i_q



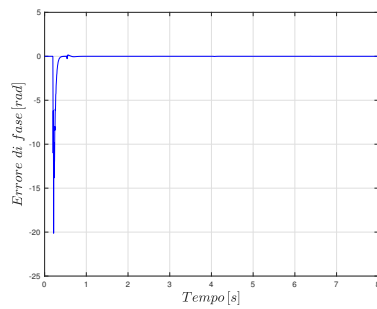
(b) Coppia



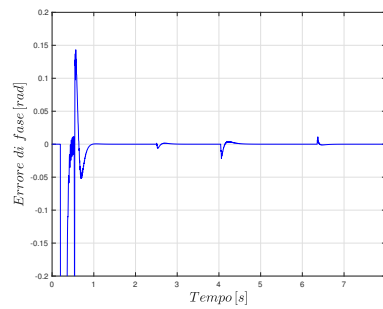
(c) Velocità



(d) Zoom andamento velocità



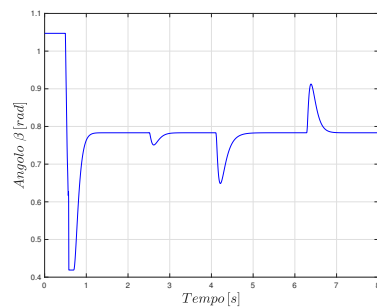
(e) Errore di fase



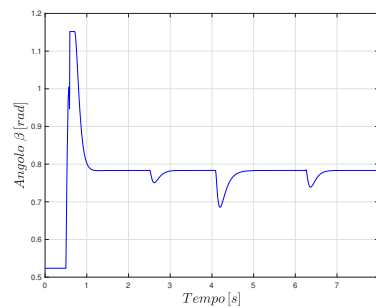
(f) Zoom andamento errore di fase

Figura 5.20: Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = \pi/4$, oscillatore armonico e variazione di coppia di carico.

5.3.2 MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \frac{\pi}{3}$ e $\beta = \frac{\pi}{6}$



(a) Caso con $\beta = \pi/3$



(b) Caso con $\beta = \pi/6$

Figura 5.21: MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/3$ e $\beta = \pi/6$, oscillatore armonico e con variazione di coppia carico.

5.4 Simulazioni a diverse velocità

Tutte le simulazioni effettuate fin'ora sono state eseguite alla medesima velocità di 300 [rad/s]. Questo valore di velocità è stato scelto casualmente come valore di riferimento osservando solo che tale velocità sia inferiore a quella base. In questo paragrafo si andranno ad effettuare delle prove a diverse velocità tenendo in considerazione dei seguenti parametri:

- Iniezione di corrente $i_d = A \sin \omega t$ dove $A = 0.1$ e $\omega = 45[Hz]$
- Switch che nasconde il transitorio fino a $t = 0.5[s]$
- Coppia di carico $m_L = 1[Nm]$ a $t = 2.5[s]$
- Riferimento gradino di velocità prova 1 $\omega_{ref} = 500[rad/s]$ a $t = 0.2[s]$
- Riferimento gradino di velocità prova 2 $\omega_{ref} = 1000[rad/s]$ a $t = 0.2[s]$

5.4.1 Prova a $\omega_{ref} = 500[rad/s]$

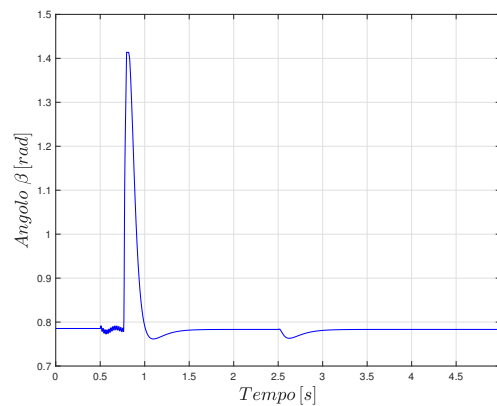


Figura 5.22: MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/4$ e $\omega_{ref} = 500[rad/s]$.

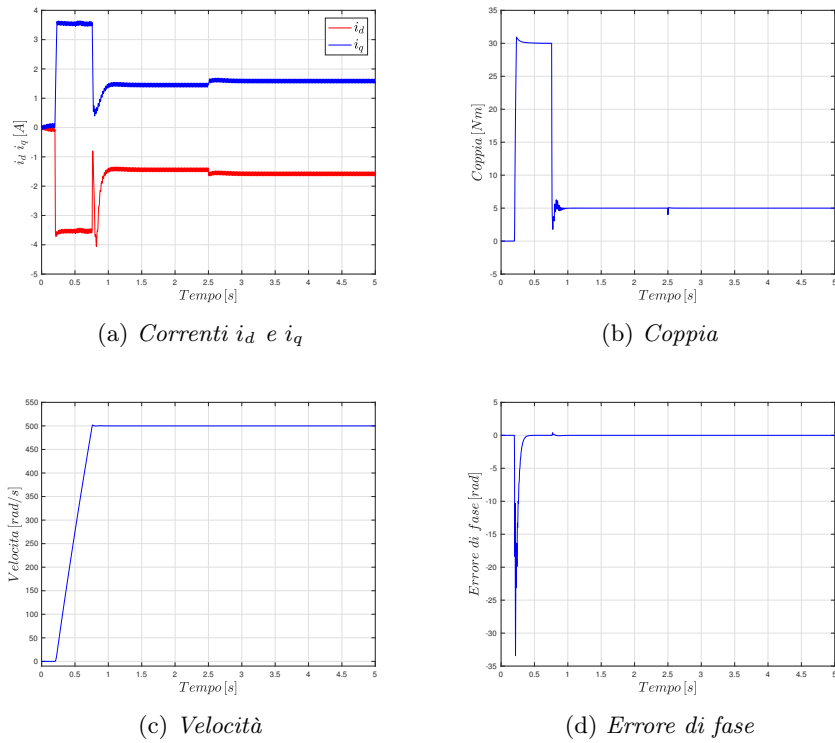


Figura 5.23: Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = \pi/4$ e $\omega_{ref} = 500[\text{rad/s}]$.

5.4.2 Prova a $\omega_{ref} = 1000[\text{rad/s}]$

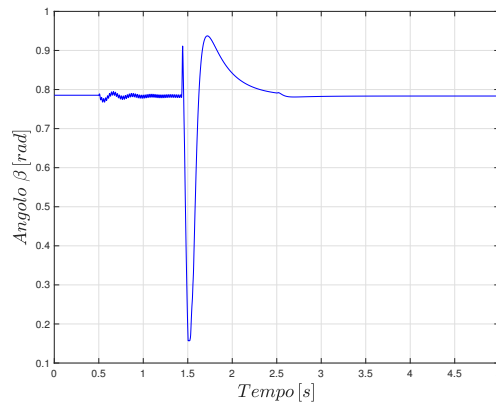


Figura 5.24: MTPA tracking con condizione iniziale $\beta = \pi/4$ e $\omega_{ref} = 1000[\text{rad/s}]$.

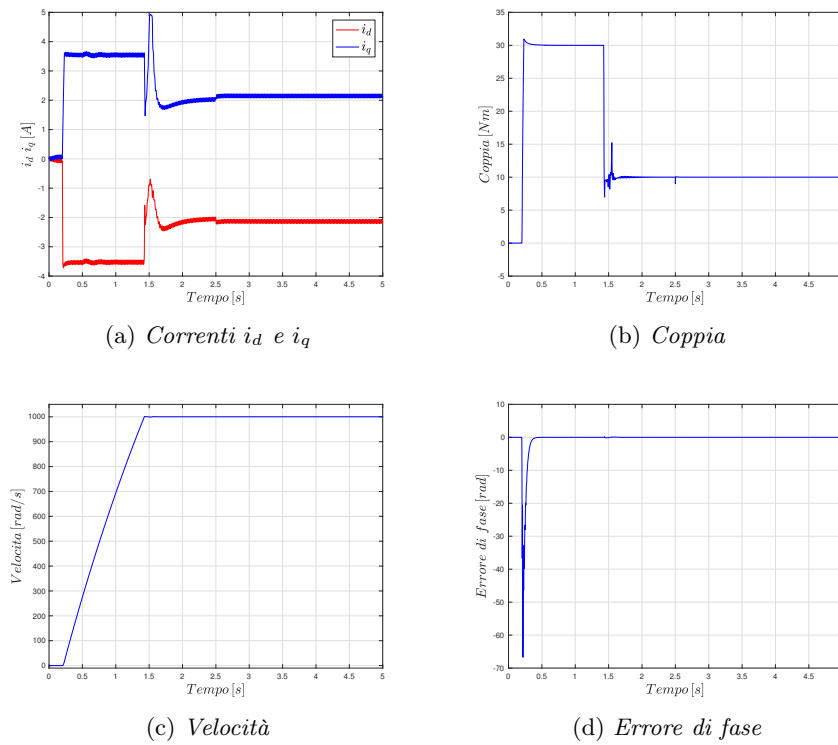


Figura 5.25: Altri risultati ottenuti dalla simulazione con $\beta = \pi/4$ e $\omega_{ref} = 1000[\text{rad/s}]$.

Come si può vedere dai risultati ottenuti il metodo di stima del tracciamento automatico dell'MTPA svolge egregiamente il suo lavoro anche a diverse velocità. Analizzando più nel dettaglio i grafici possiamo anche dedurre che siamo ancora al di sotto della velocità base del motore, infatti aumentando la velocità abbiamo un aumento dei valori delle correnti i_d e i_q e conseguentemente un aumento della coppia generata dal motore.

Capitolo 6

Conclusioni

In questo lavoro di tesi è stato presentato un nuovo algoritmo di identificazione (tracking) del luogo di massima coppia per amperaggio (luogo MTPA) per motori sincroni a riluttanza, basato sull'iniezione nell'avvolgimento statorico di appropriati segnali, che consente il riconoscimento e l'inseguimento automatico del luogo di MTPA. L'approccio proposto non dipende da parametri o caratteristiche del motore calcolati o stimati e si basa solo sull'analisi della risposta del motore all'eccitazione aggiuntiva che viene sovrapposta alle tensioni o correnti di potenza, senza influire sulle prestazioni generali dell'azionamento. Il tracking in tempo reale dell'MTPA è stato analizzato attraverso delle simulazioni che hanno confermato con buona approssimazione la validità del metodo. Si è visto anche come l'aggiunta di un strumento noto come un oscillatore armonico porti in maniera visibile ad un miglioramento dei risultati in termini di pulizia del segnale e affidabilità del metodo. Infatti, carichi meccanici rumorosi, disturbi elettrici o risonanze meccaniche potrebbero introdurre un'incertezza nel tracciamento automatico di MTPA a causa di un rilevamento errato della componente di frequenza iniettata. In questi casi, il tracciamento potrebbe essere disabilitato temporaneamente e potrebbe essere utilizzato un luogo MTPA memorizzato dalle precedenti misurazioni o calcolato da una caratterizzazione preliminare del motore.

La strategia proposta, come illustrato nell'elaborato, risulta efficace se la frequenza di iniezione è inferiore alla banda passante del controllo di corrente perché i segnali addizionali devono essere generati correttamente dal controllo di corrente per attivare la corrispondente risposta oscillante di coppia. Allo stesso tempo, la frequenza di iniezione deve essere superiore alla banda passante del controllo della velocità, per evitare che il controllore di velocità compensi gli effetti del segnale iniettato ritenendolo un disturbo nell'anello di velocità.

Conclusioni

La principale limitazione del metodo è legata alla frequenza iniettata, che a sua volta dipende dalla possibilità di rilevare le oscillazioni indotte nella velocità. Pertanto, un possibile passo per migliorare il processo di tracking potrebbe essere quello di adottare un sensore di velocità ad alta risoluzione o implementare un algoritmo di calcolo della velocità ad alte prestazioni oppure utilizzare dei segnali iniettati indipendenti dal carico o specifici del carico rendendo così il tracciamento automatico robusto ai vari rumori meccanici e ambientali.

Sistemi di riferimento $\alpha\beta$ e dq

Partendo dalle grandezze elettriche (u_a, u_b, u_c) nel sistema di riferimento abc , in questo elaborato si useranno la trasformazione $\alpha\beta$, per ottenere le grandezze rispetto al sistema di riferimento $\alpha\beta$ fisso rispetto al sistema abc e la trasformazione dq per passare alle grandezze nel sistema di riferimento rotante che ruota con velocità $\omega_{me} = \frac{d\theta_{me}}{dt}$ rispetto ad $\alpha\beta$. [5]
 La trasformazione $\alpha\beta$, meglio nota come trasformazione di Park, può essere rappresentata dal seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} u_\alpha = \frac{2}{3} \left(u_a - \frac{1}{2}u_b - \frac{1}{2}u_c \right) \\ u_\beta = \frac{2}{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}u_b - \frac{\sqrt{3}}{2}u_c \right) \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

che può anche essere espresso in forma compatta attraverso la seguente espressione matriciale:

$$\underline{u}_{\alpha\beta} = \underline{T}_{abc \rightarrow \alpha\beta} \underline{u}_{abc} \quad (\text{A.2})$$

dove $\underline{u}_{\alpha\beta}$ è la matrice (colonna) $[u_\alpha, u_\beta]^t$, \underline{u}_{abc} è la matrice $[u_a, u_b, u_c]^t$ e la trasformazione è definita dalla matrice, ricavata dalla A.1, che risulta:

$$\underline{T}_{abc \rightarrow \alpha\beta} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Ora vediamo, come il vettore spaziale $\bar{u} = u_\alpha + ju_\beta$ associato alla generica terna (u_a, u_b, u_c) possa essere espresso secondo un sistema di riferi-

mento ortogonale dq rotante con velocità angolare ω_{me} rispetto al sistema stazionario $\alpha\beta$ considerato in precedenza. Il tutto è ottenuto attraverso la trasformazione dq nota anche come trasformazione di Clark.

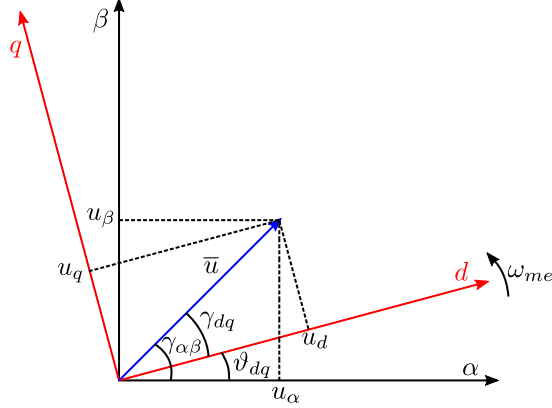


Figura A.1: Vettore spaziale secondo il riferimento dq .

Per distinguere le due rappresentazioni, si indica con $\bar{u}_{\alpha\beta} = u_\alpha + ju_\beta = |\bar{u}|e^{j\gamma_{\alpha\beta}}$ la rappresentazione nel sistema di riferimento $\alpha\beta$ e con $\bar{u}_{dq} = u_d + ju_q = |\bar{u}|e^{j\gamma_{dq}}$ quella in dq , figura A.1. Naturalmente vale:

$$|\bar{u}_{\alpha\beta}| = |\bar{u}_{dq}| = |\bar{u}| \quad e \quad \gamma_{\alpha\beta} = \gamma_{dq} + \vartheta_{dq} \quad (\text{A.4})$$

dove ϑ_{dq} è la posizione istantanea del sistema dq rispetto al sistema $\alpha\beta$. Con l'aiuto della figura A.1 risulta immediato scrivere:

$$\bar{u}_{\alpha\beta} = |\bar{u}|e^{j(\gamma_{dq} + \vartheta_{dq})} = |\bar{u}|e^{j\gamma_{dq}}e^{j\vartheta_{dq}} = \bar{u}_{dq}e^{j\vartheta_{dq}} \quad (\text{A.5})$$

dalla quale facilmente risulta che:

$$\bar{u}_{dq} = \bar{u}_{\alpha\beta}e^{-j\vartheta_{dq}} \quad (\text{A.6})$$

La precedente può anche essere scritta in forma matriciale separando la parte reale ed immaginaria:

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta_{dq} & \sin \vartheta_{dq} \\ -\sin \vartheta_{dq} & \cos \vartheta_{dq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = \underline{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

dove la matrice di trasformazione $\underline{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq}$ è ortonormale, dunque la sua inversa coincide con la sua trasposta:

$$\underline{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} = \underline{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta_{dq} & -\sin \vartheta_{dq} \\ \sin \vartheta_{dq} & \cos \vartheta_{dq} \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Appendice **B**

Motore a riluttanza nel sistema di riferimento $\hat{d}\hat{q}$

Per completezza, le equazioni dinamiche del motore sincrono a riluttanza nel sistema di riferimento $\hat{d}\hat{q}$ sono riportate di seguito.[6] Esse possono essere derivate dalle equazioni convenzionali nel sistema di riferimento sincrono dq , cioè:

$$\bar{u}_{dq} = R\bar{i}_{dq} + \underline{L} \frac{d\bar{i}_{dq}}{dt} + \omega_{me} \underline{L}' i_{dq} \quad (\text{B.1})$$

Considerando la Figura B.1 e i relativi risultati delle equazione del vettore spaziale risulta:

$$\bar{g}_{dq} = \bar{g}_{\hat{d}\hat{q}} e^{j\beta} \quad (\text{B.2})$$

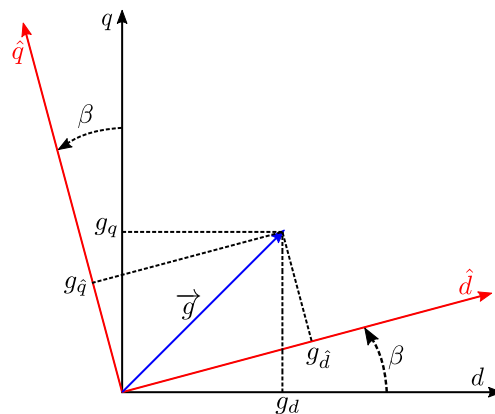


Figura B.1: Vettore spaziale secondo il riferimento $\hat{d}\hat{q}$.

da cui è possibile ottenere la matrice di trasformazione $T = T_{dq \rightarrow \hat{d}\hat{q}}$ nel modo seguente:

$$\bar{g}_{dq} = \underline{T} \bar{g}_{\hat{d}\hat{q}} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \bar{g}_{\hat{d}\hat{q}} \quad (\text{B.3})$$

Applicando la trasformazione a (B.1) risulta:

$$\underline{T} \bar{u}_{\hat{d}\hat{q}} = R \underline{T} \bar{i}_{\hat{d}\hat{q}} + \underline{L} \frac{d}{dt} \underline{T} \bar{i}_{\hat{d}\hat{q}} + \omega_{me} \underline{L}' \underline{T} \bar{i}_{\hat{d}\hat{q}} \quad (\text{B.4})$$

$$\bar{u}_{\hat{d}\hat{q}} = R \bar{i}_{\hat{d}\hat{q}} + \underline{T}^{-1} \underline{L} \underline{T} \frac{d \bar{i}_{\hat{d}\hat{q}}}{dt} + \left(\underline{T}^{-1} \underline{L} \frac{d \underline{T}}{dt} + \omega_{me} \underline{T}^{-1} \underline{L}' \underline{T} \right) \bar{i}_{\hat{d}\hat{q}}$$

In condizioni stazionarie risulta:

$$\bar{u}_{\hat{d}\hat{q}} = R \bar{i}_{\hat{d}\hat{q}} + \omega_{me} \underline{T}^{-1} \underline{L}' \underline{T} \bar{i}_{\hat{d}\hat{q}} \quad (\text{B.5})$$

Dalla valutazione della matrice $T^{-1} L' T$, le componenti di tensione in $\hat{d}\hat{q}$ risultano:

$$\begin{aligned} u_{\hat{d}} &= R i_{\hat{d}} + \omega_{me} (L'_{11} i_{\hat{d}} + L'_{12} i_{\hat{q}}) \\ u_{\hat{q}} &= R i_{\hat{q}} + \omega_{me} (L'_{21} i_{\hat{d}} + L'_{22} i_{\hat{q}}) \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

nelle quali:

$$\begin{aligned} L'_{11} &= L_{\Delta} \sin 2\beta & L'_{12} &= -L_{\Sigma} + L_{\Delta} \cos 2\beta \\ L'_{21} &= L_{\Sigma} + L_{\Delta} \cos 2\beta & L'_{22} &= -L_{\Delta} \sin 2\beta \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

dove:

$$L_{\Delta} = \frac{L_d - L_q}{2} \quad L_{\Sigma} = \frac{L_d + L_q}{2} \quad (\text{B.8})$$

Analizzando il bilancio energetico, possiamo ricavare la seguente espressione di coppia meccanica:

$$M = \frac{3}{2} p \left[i_{\hat{d}}^2 + (L'_{12} + L'_{21}) i_{\hat{d}} i_{\hat{q}} + L'_{22} i_{\hat{q}}^2 \right] \quad (\text{B.9})$$

alla quale possiamo andare a sostituire le (B.7) e successivamente le (B.8) ottenendo:

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{3}{2}p \left[(L_\Delta \sin 2\beta) i_d^2 + (2L_\Delta \cos 2\beta) i_d i_{\hat{q}} + (-L_\Delta \sin 2\beta) i_{\hat{q}}^2 \right] \\
 &= \frac{3}{2}p \left[\left(\frac{L_d - L_q}{2} \sin 2\beta \right) i_d^2 + (L_d - L_q \cos 2\beta) i_d i_{\hat{q}} - \left(\frac{L_d - L_q}{2} \sin 2\beta \right) i_{\hat{q}}^2 \right]
 \end{aligned} \tag{B.10}$$

Nel caso in cui fosse $\beta = 0$ in (B.10), cioè facendo coincidere il sistema di riferimento $\hat{d}\hat{q}$ con il sistema dq , la coppia risulterebbe:

$$M = \frac{3}{2}p(L_d - L_q) i_d i_q \tag{B.11}$$

che è l'equazione della coppia meccanica per un motore sincrono a riluttanza nel sistema di riferimento dq .

Moto armonico

In fisica, il moto armonico è il particolare moto vario descritto da un oscillatore armonico, ovvero un sistema meccanico che reagisce ad una perturbazione dell'equilibrio con una accelerazione di richiamo $a_x = d^2x/dt^2$ proporzionale allo spostamento subito x . La costante di proporzionalità è sempre negativa e si può quindi intendere come l'opposto di un quadrato di un altro numero costante ω , detto pulsazione, così indicato in quanto dimensionalmente simile alla velocità angolare. Quindi l'equazione del moto di un oscillatore armonico è:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \quad (\text{C.1})$$

C.1 Moto armonico semplice

Un punto esegue un moto armonico semplice quando la legge oraria è definita dalla relazione

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) \quad (\text{C.2})$$

Nella formula precedente A , ω , ϕ sono grandezze costanti: A è detta ampiezza del moto, $\omega t + \phi$ fase del moto, ϕ fase iniziale, ω pulsazione. Dunque il moto armonico semplice è un moto vario, in cui tutte le grandezze cinematiche che lo descrivono, $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$, variano nel tempo.

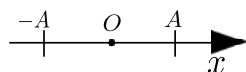


Figura C.1: Ampiezza dell'oscillazione di un moto armonico.

Discutendo le caratteristiche spaziali di questo moto assumiamo i valori estremi della funzione seno sono $+1$ e -1 : pertanto il punto che obbedisce alla

C.2 percorre un segmento di ampiezza $2A$ con centro nell'origine (Figura C.1); il massimo spostamento dall'origine è pari ad A , da qui il nome di ampiezza del moto. Al tempo $t = 0$ il punto occupa la posizione $x(0) = A \sin \phi$: note le costanti A e ϕ , possiamo determinare la posizione iniziale del punto (solo se $\phi = 0$ o $\phi = \pi$ il punto è nell'origine per $t = 0$). [7] Il moto armonico, considerando che la funzione seno è periodica con periodo 2π , risulta essere periodico: in effetti il punto descrive oscillazioni di ampiezza A rispetto al centro O , tutte uguali tra loro e caratterizzate dalla durata, detta periodo T del moto armonico. Ciò rientra nella definizione generale: il moto di un punto si dice periodico quando ad intervalli di tempo uguali il punto ripassa nella stessa posizione con la stessa velocità.

Per determinare il periodo T consideriamo due tempi t' e t , con $t' - t = T$; per definizione $x(t') = x(t)$ e quindi da C.2, dovendo le fasi nei due istanti differire da 2π , periodo della funzione seno, abbiamo $\omega t' + \phi = \omega t + \phi + 2\pi$: ne segue che $T = t' - t$ vale:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{ovvero} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (\text{C.3})$$

Capiamo così il significato di ω : il moto si ripete velocemente (piccoli valori di T) quando la pulsazione è grande mentre il moto è lento (T grande) per bassi valori della pulsazione. Si definisce frequenza ν del moto il numero di oscillazioni in un secondo:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (\text{C.4})$$

È molto importante osservare che il periodo, e quindi la frequenza, di un moto armonico semplice sono indipendenti dall'ampiezza del moto. Fissato il valore della pulsazione abbiamo una classe di moti armonici, caratterizzati dallo stesso periodo, che differiscono tra loro per i diversi valori dell'ampiezza e della fase iniziale, cioè per le diverse condizioni iniziali. La velocità del punto che si muove con moto armonico si ottiene derivando $x(t)$:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{C.5})$$

Con una ulteriore derivazione si ottiene l'accelerazione del punto:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 x(t) \quad (\text{C.6})$$

In Figura C.2 sono rappresentate le funzioni $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$; si è posto $\phi = 0$. La velocità assume il valore massimo nel centro di oscillazione dove vale ω e si annulla agli estremi ($x = A$ e $x = -A$) dove si inverte il senso di moto.

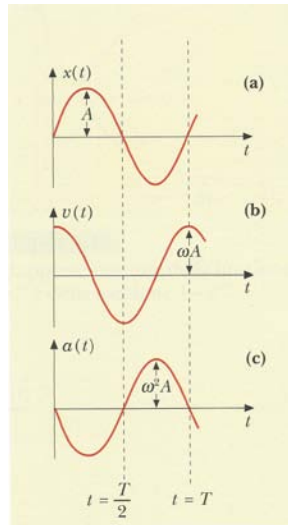


Figura C.2: Diagramma dello spostamento (a) della velocità, (b) dell'accelerazione e (c) di un moto armonico semplice.[7]

L'accelerazione si annulla nel centro di oscillazione e assume valore massimo in modulo ($\omega^2 A$) agli estremi, dove si inverte la velocità; inoltre essa è sempre proporzionale ed opposta allo spostamento dal centro di oscillazione.[7]

A parte il valore dell'ampiezza, le tre funzioni $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$ mostrano lo stesso andamento temporale: la forma e il periodo sono eguali, c'è solo uno spostamento di una rispetto all'altra lungo l'asse dei tempi. Quest'ultima caratteristica viene indicata dicendo che le funzioni sono sfasate tra di loro. In particolare la velocità è sfasata di $\pi/2$ rispetto allo spostamento (è in quadratura di fase), mentre l'accelerazione è sfasata di π sempre rispetto allo spostamento (è in opposizione di fase).

Le costanti A e ϕ individuano le condizioni iniziali:

$$x(0) = x_0 = A \sin \phi \quad v(0) = v_0 = \omega A \cos \phi \quad (\text{C.7})$$

Viceversa, note le condizioni iniziali x_0 e v_0 , si calcolano A e ϕ :

$$\tan \phi = \frac{\omega x_0}{v_0} \quad A^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} \quad (\text{C.8})$$

Dalla legge oraria (C.2) abbiamo ricavato che l'accelerazione è proporzionale allo spostamento, con segno negativo: $a = -\omega^2 x$. Se invece si trova che in un certo moto l'accelerazione risulta proporzionale allo spostamento con costante di proporzionalità negativa si dimostra che quel moto è armonico semplice. In altre parole, la condizione necessaria e sufficiente perchè un

moto sia armonico è data dall'equazione

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega^2x(t) = 0 \tag{C.9}$$

detta del moto armonico.

Le funzioni seno e coseno, e le loro combinazioni lineari, sono tutte e sole le funzioni che soddisfano alla condizione C.2 nel campo reale. [7] Quest'ultimo fatto ci porta ad osservare che le proprietà generali del moto armonico semplice restano uguali se invece della funzione seno utilizziamo la funzione coseno, infatti le due funzioni differiscono solo per un termine di sfasamento pari a $\pi/2$.

Bibliografia

- [1] A Vagati. «The synchronous reluctance solution: a new alternative in AC drives». In: *Industrial Electronics, Control and Instrumentation, 1994. IECON '94., 20th International Conference on*. Vol. 1. 1994, 1–13 vol.1. ISBN: VO - 1. DOI: 10.1109/IECON.1994.397741. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/ielx2/3173/8996/00397741.pdf?tp={\& }arnumber=397741{\&}isnumber=8996>.
- [2] A. Vagati. *Video lezioni corso di Azionamenti Elettrici II, Prof. A. Vagati Politecnico di Torino, Consorzio Uninettuno*. 2013. URL: <https://www.youtube.com/playlist?list=PLzz3KcpmIGDxhTVg5zqilQAanFUTHQypG>.
- [3] N. Bianchi. *Calcolo delle macchine elettriche col metodo degli elementi finiti*. A cura di Cleup. Padova, 2001, pp. 200–204.
- [4] L. Limuti. «Progetto di macchina sincrona a riluttanza basata su lamiere commerciali di statore». Tesi Magistrale. Università degli studi di Padova, 2015.
- [5] Silverio Bolognani. *Dispense delle lezioni del corso di Azionamenti Elettrici, A.A. 2016/2017, Università degli Studi di Padova*.
- [6] Silverio Bolognani et al. «Automatic tracking of MTPA trajectory in IPM motor drives based on AC current injection». In: *2009 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*. IEEE, 2009, pp. 2340–2346. ISBN: 978-1-4244-2893-9. DOI: 10.1109/ECCE.2009.5316066. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5316066/>.
- [7] Paolo. Mazzoldi, Massimo. Nigro e Cesare. Voci. *Fisica. 1, Meccanica, termodinamica*. 2°. EdiSES, 2008. ISBN: 8879594189.