

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI FISICA & ASTRONOMIA G. GALILEI
CORSO DI LAUREA IN FISICA



TESI DI LAUREA MAGISTRALE

*L'elemento mancante nella descrizione
della fusione sotto-barriera dei sistemi
Si+Si*

Relatore:
Prof. GIOVANNA MONTAGNOLI

Corelatore:
Prof. ALBERTO STEFANINI

Controrelatore:
Prof. DANIELE MENGONI

Laureando: GIULIA COLUCCI
Matricola N: 1061430

ANNO ACCADEMICO 2014-2015

Sommario

Questa tesi riguarda lo studio sperimentale e l'analisi del processo di fusione per il sistema $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ ad energie attorno alla barriera Coulombiana.

La scelta del sistema è motivata dalla mancanza di dati sperimentali di fusione al di sotto di circa 4 mb; questo impedisce di estrarre dalla funzione di eccitazione informazioni rilevanti sia sui possibili effetti della struttura nucleare che sulla possibile presenza del fenomeno di "hindrance della fusione". La mancanza di tali informazioni inoltre non permette un confronto significativo con le reazioni $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ e $^{28}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$. Infatti esperimenti di fusione $^{28}\text{Si} + ^{30,28}\text{Si}$ sono stati ampiamente studiati evidenziando nell'andamento della funzione di eccitazione possibili effetti associati al trasferimento di neutroni e alla deformazione oblata del ^{28}Si , che occorre verificare in un confronto con il comportamento di $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$, essendo il ^{30}Si sferico e avendo il sistema Q-valori di trasferimento tutti negativi.

L'esperimento è stato realizzato presso i Laboratori Nazionali di Legnaro, in cui l'acceleratore XTU Tandem ha permesso l'accelerazione del fascio di ^{30}Si ad energie tra i 48 e 90 MeV. L'apparato sperimentale consente la rivelazione dei residui di fusione-evaporazione (ER), è costituito da un separatore elettrostatico ed un telescopio E-TOF- ΔE composto da due rivelatori a microchannel plates (MCP), da una camera di ionizzazione a campo trasverso e da un rivelatore al silicio. È stata ottenuta quindi la sezione d'urto di fusione a molte energie attorno alla barriera. L'esperimento ha permesso di estendere la funzione di eccitazione fino a circa $3.5 \mu\text{b}$.

I dati ottenuti sono stati confrontati con il modello a canali accoppiati includendo le vibrazioni a bassa energia sia di quadrupolo che di ottupolo. Dalla funzione di eccitazione sono stati ottenuti il fattore astrofisico S e la derivata logaritmica che permettono di mettere in evidenza l'eventuale presenza della hindrance, che tuttavia non viene osservata nell'intervallo di energia misurato.

Infine il confronto di $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ con $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ indica un diverso comportamento sotto barriera che può essere associato alla deformazione permanente del ^{28}Si .

Abstract

This thesis deals with the experimental study and analysis of the fusion reaction of the system $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ at energies near and below the Coulomb barrier.

The choice of system is motivated by the lack of experimental fusion data below 4 mb ; This prevents to extract by the excitation function relevant information both about the possible effects of nuclear structure that the possible appearance of “hindrance” phenomenon. The lack of such information also does not allow a meaningful comparison with the reactions $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ e $^{28}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$. Indeed fusion experiments of $^{28}\text{Si} + ^{30,28}\text{Si}$ have been extensively studied identifying in the fusion excitation function trend possible effects associated with the transfer of neutrons and the oblate deformation of ^{28}Si . This must be ascertained in a comparison with the behavior of $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ system, by using the spherical shape of the ^{30}Si and the presence of no positive Q-transfer values.

The XTU Tandem accelerator of the Laboratori Nazionali di Legnaro provides ^{30}Si beams in the anergy range of 48 - 90 MeV. The evaporation residues (ER) were detected by using the setup based on an electrostatic deflector and a E-TOF- ΔE telescope, made up of two microchannel plate detectors (MCP), a transverse-field ionization chamber and a silicon detector. Fusion-evaporation cross sections were then mesured at several energies around the barrier. The experiment has allowed to extend the excitation function up to about 3.5μ .

The experimental data have been compared to coupled-channel model including low energy quadrupole and octupole vibrations. Both the astrophysic factor and the the logarithmic derivative were obtained by the excitation function, these parameters allow to mark off the possible presence of hindrance which is not observed in the energy range measured. At last the comparison of $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ with $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ highlights a different behavior at energies below the barrier that can be associated to the permanent deformation of silicon.

Indice

1	Introduzione	9
1.1	Motivazioni	9
1.2	Perchè il sistema $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$	11
2	Fusione sotto-barriera	15
2.1	Dinamica delle reazioni di fusione	15
2.1.1	Potenziale di interazione	15
2.1.2	Barriera Coulombiana e nucleo composto	19
2.2	Modello unidimensionale	21
2.3	Modello a canali accoppiati	25
2.3.1	Matrice di accoppiamento	26
2.3.2	Approssimazioni	28
2.3.3	Il programma CCFULL	33
2.4	Distribuzione di barriera	39
2.4.1	Estrazione da dati sperimentali	43
2.5	Hindrance	44
2.5.1	Derivata Logaritmica e Fattore Astrofisico	46
3	Apparato e procedura sperimentale	49
3.1	Sezione d'urto di fusione	50
3.2	Apparato sperimentale	51
3.2.1	Camera di reazione	51
3.2.2	Separatore elettrostatico	55
3.2.3	Telescopio di rivelatori	56
3.2.4	Camera di ionizzazione	59
3.3	Elettronica e sistema di acquisizione	59
3.4	CRACOW	60
4	Analisi dei dati ed interpretazione	65
4.1	Procedura sperimentale	65
4.1.1	Trasmissione ed ottimizzazione del separatore	66

4.1.2	Perdita di energia nel bersaglio	67
4.1.3	Misure di distribuzione angolare	67
4.1.4	Normalizzazione dell'angolo solido	69
4.2	Estrazione delle sezioni d'urto di fusione	71
4.2.1	Funzione di eccitazione	72
4.3	Analisi teorica con CCFULL	72
4.4	Distribuzione di barriere	80
4.5	Fenomeno della "hindrance" della fusione a bassa energia . . .	81
4.5.1	Fattore Astrofisico	81
4.5.2	Derivata logaritmica	82
4.6	Confronto con $^{28}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ e $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$	84
5	Conclusioni	89
A	Tabelle di dati sperimentali	91
A.1	Distribuzione angolare	91
A.2	Sezioni d'urto	93

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Motivazioni

L'interesse nei confronti della fusione tra ioni pesanti è nata dalla richiesta di estendere la carta dei nuclidi oltre gli elementi sintetizzabili mediante arricchimento neutronico o particelle cariche. Nella fusione sono gli stessi nuclei proiettili e bersaglio che forniscono i neutroni e i protoni che compongono il nuovo elemento.

Ad energie sotto barriera tale processo è strettamente legato al fenomeno del tunnelling quantistico attraverso una regione classicamente proibita. Le caratteristiche principali della reazione di fusione sono state inizialmente descritte mediante un'interazione, funzione della sola distanza tra i centri di massa del bersaglio e del proiettile, e costituita da un termine repulsivo Coulombiano e una componente attrattiva nucleare a corto raggio. In tale configurazione il potenziale totale possiede un massimo alla distanza per la quale le forze si bilanciano, definita come barriera di potenziale, e l'energia del moto relativo deve essere sufficientemente grande da poterla superare per permettere la fusione dei nuclei.

La descrizione del processo con una barriera unidimensionale, dipendente da un solo grado di libertà, ha trovato notevole successo nella descrizione della fusione tra nuclei leggeri, mentre non è stato possibile riscontrare il medesimo accordo per le interazioni coinvolgenti nuclei pesanti. Infatti dagli esperimenti svolti a partire dagli anni '80 su processi di fusione tra ioni pesanti, è stato osservato un aumento ("enhancement") di diversi ordini di grandezza delle sezioni d'urto sperimentali rispetto all'andamento teorico previsto dal modello a penetrazione quantistica unidimensionale. Tale disaccordo ha suggerito l'importanza nel processo di fusione di altri gradi di libertà oltre al solo moto relativo, per esempio quelli connessi alla struttura dei due nuclei.

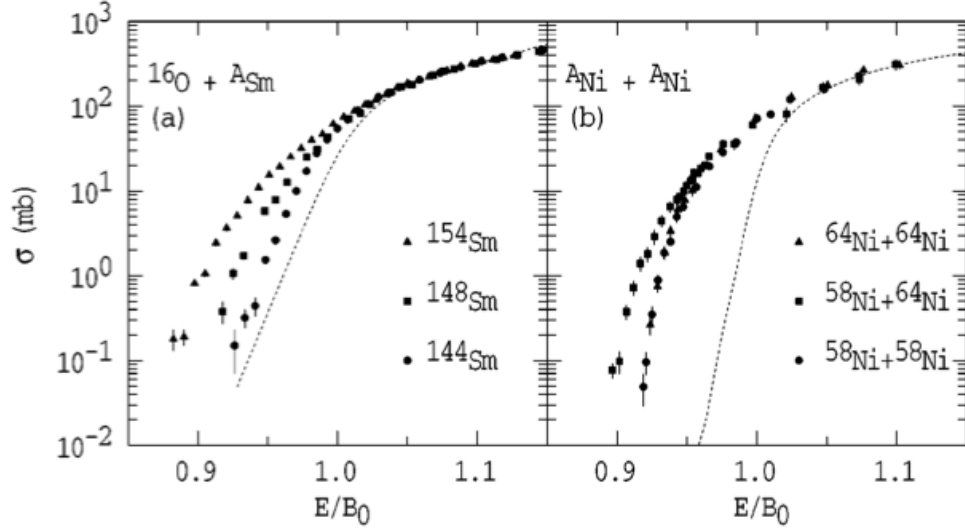


Figura 1.1: (a) La funzione di eccitazione del ^{16}O su isotopi di samario mostra un marcato aumento della sezione d'urto con il numero di massa e la deformazione degli isotopi. (b) Differente andamento della sezione d'urto dei sistemi $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$ e $^{64}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$ rispetto a $^{58}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$ dovuto all'influenza dei canali di trasferimento di nucleoni sul processo di fusione. Le curve tratteggiate corrispondono alla funzione di eccitazione per il modello che tiene conto del solo moto relativo dei due nuclei [1].

Il lavoro di Stokstad et al [2] ha fornito un'evidenza dell'influenza della struttura dei nuclei interagenti sulla sezione d'urto di fusione. Infatti misure per i sistemi $^{16}\text{O} + ^{144,148,154}\text{Sm}$ hanno mostrato un accrescimento della sezione d'urto di fusione all'aumentare del numero dei neutroni. Questa forte dipendenza dalla massa isotopica non è interpretabile mediante il modello a barriera unidimensionale, mentre trova spiegazione nella struttura degli isotopi di samario: il ^{144}Sm è sferico, il ^{148}Sm è vibrazionale mentre il ^{154}Sm ha una deformazione permanente. Si deduce quindi la necessità di includere nello studio delle reazioni l'influenza della struttura nucleare.

Nell'esperimento di Beckerman et al [3] invece i tre sistemi $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$, $^{58}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$ e $^{64}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$ oltre alla presenza dell'enhancement della fusione, mostrano una decrescita più graduale della funzione di eccitazione per la reazione $^{58}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$ rispetto agli altri due sistemi, un comportamento non interpretabile semplicemente sulla base della struttura dei due isotopi

del nickel. Tale andamento è associato al Q -valore positivo per le reazioni di trasferimento di neutroni fra ^{58}Ni e ^{64}Ni , invece negativo per gli altri sistemi, da cui l'ipotesi che quello specifico canale di reazione influenzi il processo di fusione.

Da questi risultati e da quelli ottenuti in studi successivi, l'enhancement è stato attribuito alla presenza di stati di eccitazione collettiva di natura rotazionale o vibrazionale, ed in alcuni casi al processo di trasferimento durante l'interazione.

Un'interpretazione teorica del fenomeno è stata ottenuta (Dasso, Landowne e Winther, 1983) [4] [5] tramite la teoria a canali accoppiati, che ha fornito una base formale per tener conto dei diversi gradi di libertà ed ha permesso una buona descrizione dell'enhancement sotto barriera e dei differenti effetti isotopici nelle funzioni di eccitazione vicino alla barriera.

Nella suddetta trattazione la singola barriera Coulombiana è sostituita da una distribuzione di barriere, le cui energie e probabilità di attraversamento sono dovute alla matrice di accoppiamento per ciascun grado di libertà.

Nel 1991 [6] è stato introdotto un metodo che ha permesso di estrarre la distribuzione di barriere direttamente dalle misure della sezione d'urto attraverso una doppia derivazione rispetto all'energia della funzione di eccitazione. Le distribuzioni di barriera hanno forme caratteristiche che riflettono gli specifici accoppiamenti alla struttura interna dei nuclei collidenti. In tale modo è stato possibile apprezzare la differenza tra i diversi schemi di accoppiamento corrispondenti al medesimo aumento di sezione d'urto, non rilevabile dalle sole funzioni di eccitazioni.

L'efficacia dell'utilizzo delle distribuzioni di barriera in tal senso è stata verificata in vari esperimenti tra cui risulta particolarmente rilevante una misura dettagliata per il sistema $^{58}\text{Ni} + ^{60}\text{Ni}$ [7]. In particolare la distribuzione ricavata presenta numerosi picchi ben definiti che sono stati spiegati mediante accoppiamenti agli stati vibrazionali di più fononi.

Sperimentalmente lo sviluppo di nuovi strumenti e metodi di misura hanno permesso di estendere recentemente le misure ad energie molto sotto barriera. Questo ha messo in luce un'imprevista rapida decrescita della sezione d'urto ("hindrance"), non spiegabile mediante la teoria a canali accoppiati e sulla cui causa sono ancora allo studio varie ipotesi.

1.2 Perché il sistema $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$

Le reazioni di fusione sono molto sensibili alle proprietà dimensionali e strutturali dei nuclei interagenti ed un modo per rilevare tale sensibilità è comparare i dati per isotopi vicini. Infatti l'influenza dei canali di trasferimento

è stato osservato dal confronto sia degli isotopi del nichel [3] sia per quelli del calcio [8], mentre gli effetti dovuti al cambiamento della forma da sferica a deformata sono stati osservati nella fusione del ^{16}O con diversi isotopi del samario.

In quest'ottica le reazioni di fusione che coinvolgono i due isotopi del silicio ^{28}Si e ^{30}Si sono particolarmente interessanti perchè il nucleo ^{30}Si è sferico, mentre il ^{28}Si è fortemente deformato con una forma oblata. Tale differenza ha un forte impatto sulla dipendenza energetica della sezione d'urto di fusione sotto barriera per i sistemi $^{28}\text{Si} + ^{28,30}\text{Si}$, come dimostrato dai più recenti studi [9].

L'analisi di queste reazioni è stata eseguita utilizzando la teoria a canali accoppiati, includendo tutte le eccitazioni a bassa energia di quadrupolo e ottupolo. Tali calcoli sono stati applicati ai due sistemi simmetrici $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ e $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ e i parametri del potenziale di interazione usati per descrivere questi due sistemi sono stati quindi utilizzati per analizzare il caso asimmetrico $^{28}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$.

Per tale reazione sono state misurate sezioni d'urto fino a circa $\sim 4\mu\text{b}$, e il

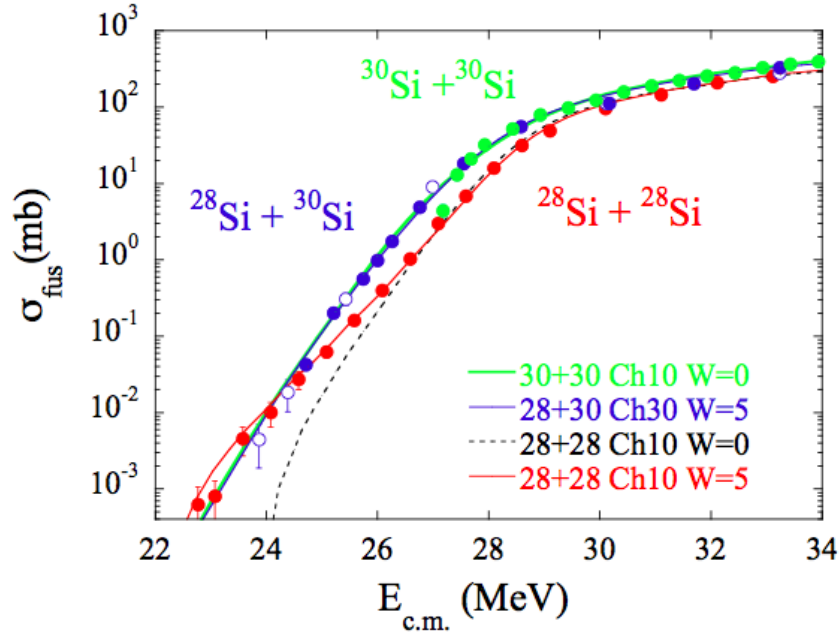


Figura 1.2: Funzione di eccitazione per i sistemi $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$, $^{28}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ e $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ [9].

modello a canali accoppiati riproduce bene i dati. Per ottenendo il miglior

accordo occorre includere anche i canali di trasferimento di singolo e doppio neutrone tra ^{28}Si e ^{30}Si .

Il sistema simmetrico $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ è stato studiato accuratamente, fino a sezioni d'urto di $\sim 600\text{nb}$ e l'ampio range di energia così misurato ha permesso di rilevare una chiara ed insolita irregolarità nella pendenza della funzione di eccitazione. In particolare i calcoli a canali accoppiati basati sul potenziale standard di Woods-Saxon mostrano una marcata sovrastima della sezione d'urto per energie poco sotto barriera, che indica la presenza del fenomeno di hindrance, ma tale effetto tende a scomparire per energie più basse. Tale effetto potrebbe essere dovuto alla deformazione obblata del ^{28}Si tuttavia occorrerebbe un riscontro sperimentale per un sistema simile con nuclei sferici, perchè le conclusioni raggiunte negli studi precedenti sono fortemente basate sui dati a disposizione per il sistema $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ ove la funzione di eccitazione è stata misurata solo fino a $\sim 4\text{mb}$. Il ^{30}Si non ha una deformazione permanente e presenta stati di eccitazione a bassa energia solo di tipo vibrazionale.

Al fine di ottenere una migliore comprensione della dinamica della fusione degli isotopi del silicio in questa tesi la funzione di eccitazione per $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ è stata misurata estendendola fino ad energie molto al di sotto della barriera. I dati ottenuti sono stati analizzati nell'ambito del modello a canali accoppiati e i risultati sono qui presentati.

Capitolo 2

Fusione sotto-barriera

2.1 Dinamica delle reazioni di fusione

2.1.1 Potenziale di interazione

L'approccio più semplice alle reazioni di fusione tra ioni pesanti consiste nell'utilizzo del modello di potenziale unidimensionale, in cui viene trascurata la struttura interna dei nuclei bersaglio e proiettile ed il potenziale tra di essi è funzione solo della distanza relativa r tra i due centri. Tale potenziale è generalmente dato dalla somma di tre contributi, provenienti dalla distribuzione di carica dei nuclei interagenti, dalle forze nucleari tra di essi e dalle onde parziali coinvolte nella reazione:

$$V_{tot}(r) = V_{coul}(r) + V_{nucl}(r) + V_{cent}(r, l) \quad (2.1)$$

in cui V_{coul} è il potenziale coulombiano, V_{nucl} è il potenziale nucleare e V_{cent} è il potenziale centrifugo.

Potenziale Coulombiano

Il potenziale elettrostatico di interazione tra due particelle cariche puntiformi poste ad una distanza relativa r è espresso nel seguente modo:

$$V_{coul}(r) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2}{r} \quad (2.2)$$

dove Z_1 e Z_2 sono il numero atomico dei due nuclei interagenti. Tale trattazione approssimativa che trascura la struttura estesa dei nuclei è valida nella regione esterna dove la sovrapposizione del proiettile e del bersaglio è

trascurabile, ovvero quando la distanza che li separa è maggiore della somma dei due raggi. In alternativa è possibile trattare il solo nucleo proiettile come puntiforme di carica Z_p mentre il bersaglio come una sfera con carica Z_t uniformemente distribuita e raggio R_C , il cui potenziale di interazione Coulombiano risulta essere:

$$V(r) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} Z_p Z_t \begin{cases} \frac{1}{r} & r > R_C \\ \frac{1}{2R_C} \left(3 - \frac{r^2}{R_C^2}\right) & r < R_C \end{cases} \quad (2.3)$$

In questa definizione R_C è dato dalla somma dei raggi dei due nuclei interagenti, ovvero $r_0(A_p^{1/3} + A_t^{1/3})$ con $r_0 \simeq 1.2fm$, e corrisponde al raggio della barriera Coulombiana. La dipendenza dai numeri atomici fa sì che tale componente del potenziale sia di notevole importanza nelle reazioni che coinvolgono nuclei pesanti.

Potenziale centrifugo

Il potenziale centrifugo repulsivo tiene conto della difficoltà di avvicinamento per ioni con momento angolare relativamente alto. Compare nell'equazione di Schrödinger per un sistema a simmetria sferica a seguito della separazione delle variabili radiali da quelle angolari. Questo termine dipende dal momento angolare e dalla coordinata relativa tra i due nuclei

$$V_{cent}(r, l) = \frac{l(l+1) \hbar^2}{r^2 2\mu} \quad (2.4)$$

in cui μ è la massa ridotta del sistema.

Potenziale nucleare

Il potenziale nucleare V_{nucl} è una componente critica del potenziale totale, soprattutto nell'ambito della teoria a canali accoppiati, infatti questo determina non solo l'altezza della barriera ma anche l'accoppiamento degli stati eccitati dei nuclei interagenti, come verrà illustrato successivamente.

Non è nota tutt'oggi una forma esplicita del potenziale nucleare, di cui tuttavia si conoscono proprietà fondamentali, come l'influenza a corto raggio. Dalle caratteristiche fenomenologiche del potenziale di interazione nucleone-nucleone è quindi possibile risalire ad alcune parametrizzazioni del potenziale che ne riproducono le proprietà fondamentali. Una delle parametrizzazioni più utilizzate è quella di Woods-Saxon, il cui andamento è il seguente:

$$V_{nucl}(r) = -\frac{V_0}{1 + \exp[(r - R_0)/a_0]} \quad (2.5)$$

dove V_0 è la profondità della buca di potenziale, R_0 il raggio e a_0 la diffusività; tali parametri possono essere modificati per ottimizzare l'interpolazione con dati sperimentali.

Per la descrizione di ioni pesanti spesso viene utilizzata la parametrizzazione di Akyüz e Winther del potenziale di Woods-Saxon [10], in cui i valori del potenziale, del raggio e della diffusività sono stati ottenuti da esperimenti di diffusione elastica e fusione di nuclei leggeri e pesanti

$$V_0 = 16\pi\gamma a_0 \frac{R_p R_t}{R_p + R_t}$$

$$R_0 = R_p + R_t \quad (2.6)$$

$$a_0 = \frac{1}{1.17[1+0.53(A_p^{-1/3} + A_t^{-1/3})]}$$

in cui $R_i = (1.2A_i^{1/3} - 0.09)$ e $\gamma = 0.95(1 - 1.8(A_p - 2Z_p)(A_t - 2Z_t)/(A_p/A_t))$. Negli esperimenti di fusione sotto barriera si definiscono al meglio i parametri del potenziale ed in seguito si introducono i gradi di libertà interni che producono l'enhancement della funzione di eccitazione, come le eccitazioni della superficie nucleare e gli effetti di trasferimento.

Il potenziale di Woods-Saxon riproduce le distribuzioni angolari sperimentali di scattering elastici e inelastici di molti sistemi, tuttavia sovrastima le sezioni d'urto per energie vicine e sotto la barriera Coulombiana, mostrando una dipendenza dall'energia inconsistente con la funzione di eccitazione sperimentale [11].

Un modo per superare questo problema è utilizzare un potenziale double-folding ed adattarlo alla sovrapposizione dei nuclei in modo tale che possa descrivere la fusione a basse energie. Il potenziale è dato da:

$$V(\mathbf{r}) = \int dr_1 \int dr_2 \int dr_2 \rho_1(r_1) \rho_2(r_2) v_{NN}(r + r_2 - r_1) \quad (2.7)$$

dove ρ_i sono le densità dei nuclei interagenti, mentre v_{NN} è il potenziale di interazione effettiva nucleone-nucleone.

Un interazione che viene spesso applicata [12] è la M3Y, di cui si è usufruito anche nell'analisi sui sistemi di silicio analizzati negli esperimenti precedenti. Il potenziale ottenuto con tale interazione è in buon accordo con l'andamento di Wood-Saxon per lo scattering di tipo elastico e permette una buona stima dell'altezza della barriera Coulombiana. Nelle reazioni di fusione tuttavia il potenziale del canale di entrata ricavato mediante l'interazione M3Y risulta essere più profondo dello stato fondamentale nel nucleo composto, rivelan-

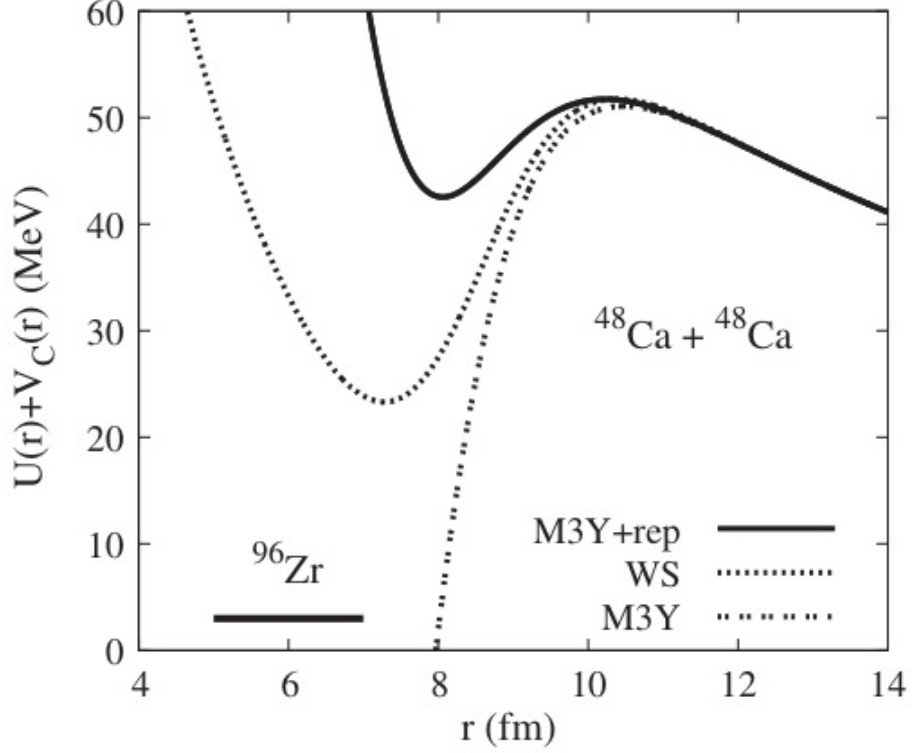


Figura 2.1: Confronto del potenziale Woods-Saxon (linea tratteggiata con punti) con il potenziale M3Y senza (curva tratteggiata) e con (linea continua) termine repulsivo, per il sistema $^{48}\text{Ca} + ^{48}\text{Ca}$. La barra orizzontale indica lo stato fondamentale del nucleo composto ^{96}Zr [13]

dosi quindi non realistico per una sovrapposizione dei nuclei. Per ovviare al problema si introduce un potenziale repulsivo $v_{NN}^{rep}(r)$ che ne diminuisce la profondità.

$$v_{NN}^{rep}(r) = v_0 \delta(r) \quad (2.8)$$

Il potenziale repulsivo si ottiene dunque sostituendo questo termine costante come interazione nel potenziale double-folding 2.7, in particolare l'ampiezza v_0 viene calibrata per riprodurre un'incompressibilità ragionevole dei nuclei che si sovrappongono, mentre la diffusività viene modificata al fine di ottenere il migliore accordo dei dati sperimentali con l'andamento previsto con i canali accoppiati.

Un esempio di potenziale del canale di entrata per la reazione di fusione del sistema simmetrico $^{48}\text{Ca} + ^{48}\text{Ca}$ è riportato nella figura 2.1, in cui è osservabile la profondità eccessiva dell'interazione M3Y e la sua riduzione a seguito dell'introduzione del potenziale repulsivo, i cui parametri modificabili sono il raggio dei nuclei interagenti e la diffusività.

2.1.2 Barriera Coulombiana e nucleo composto

Il potenziale totale V_{tot} presenta un massimo alla distanza per la quale la forza repulsiva coulombiana e quella nucleare a corto raggio si bilanciano. Su tale massimo è basato il concetto della barriera di potenziale, che viene indicata con il termine di *Barriera Coulombiana*, e che una particella sufficientemente energetica deve superare per dar luogo al processo di fusione.

La presenza di una buca del potenziale nucleone-nucleone permette l'utilizzo di un criterio di fusione concettualmente semplice che prevede la cattura e la successiva fusione del sistema se quest'ultimo "entra" nella buca. Questa ipotesi è valida per energie cinetiche che non sono troppo maggiori della barriera di fusione, poichè per alte energie diventano rilevanti barriere a momento angolare maggiore e la buca di potenziale diminuisce la propria profondità fino a scomparire oltre un valore critico l_{crit} [14]

$$l_{crit} = R_0 \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} (E_{CM} - B)} \quad (2.9)$$

Questo valore si ricava dalla conservazione del momento angolare e dipende dall'energia E , dall'altezza della barriera B e dalla posizione della barriera Coulombiana R_0 . Per valori inferiori di l_{crit} il sistema è catturato all'interno della buca a causa della diminuzione del moto relativo indotto dall'attrito nucleare, legato a forze dissipative che riducono il momento angolare orbitale iniziale e conseguentemente il potenziale centrifugo, aumentando la probabilità di fusione. Il potenziale può allora evolvere verso la formazione del nucleo composto. Nel caso di valore maggiore invece la cattura non si verifica e i due ioni collidenti si separano dopo una fase di contatto nella quale avviene dissipazione di energia e scambio di nucleoni.

Il nucleo composto è solitamente prodotto in uno stato eccitato. Questi nuclei sono in condizione metastabile e tendono a decadere secondo due schemi principali: evaporazione e fissione.

Il primo fenomeno consiste nell'emissione di particelle leggere come neutroni, protoni e particelle alfa, il nucleo rimanente così formato è detto *residuo di evaporazione* e presenta una massa leggermente inferiore del nucleo composto dato che ne contiene lo stesso numero di nucleoni ad eccezione

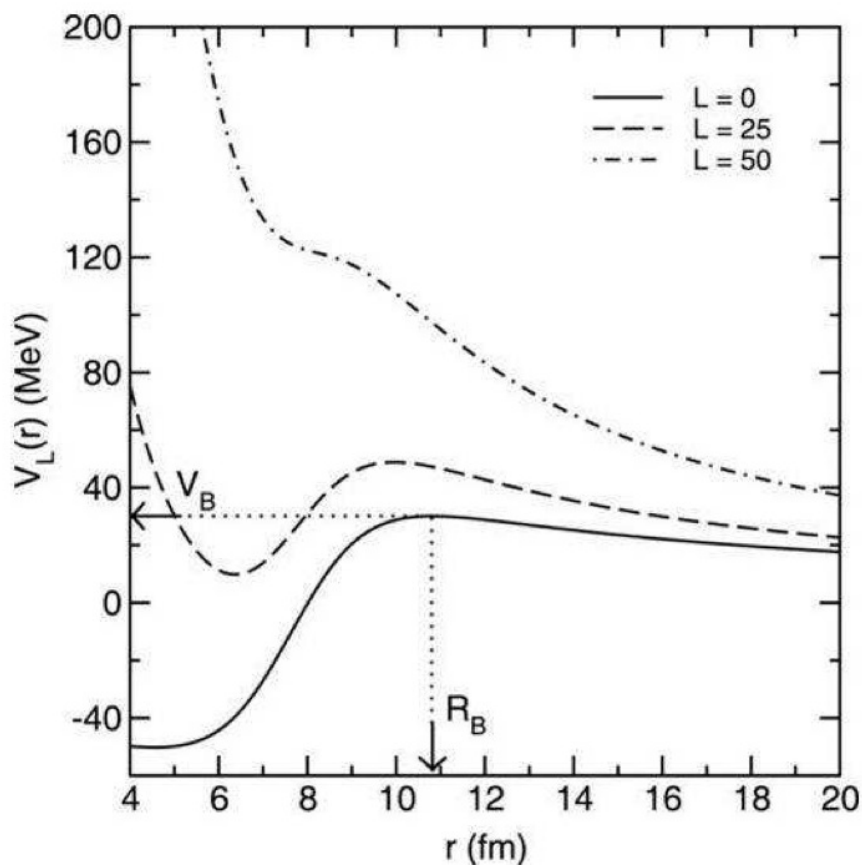


Figura 2.2: Progressiva diminuzione fino a scomparsa della buca di potenziale totale al variare del momento angolare l , dovuto al contributo del potenziale centrifugo.

di quelli evaporati. Se l'energia di eccitazione del nucleo composto è elevata, gran parte di questa viene conservata dal residuo di evaporazione, il quale può decadere ancora nel caso risulti altamente eccitato dando luogo ad un processo a cascata che si conclude una volta raggiunta un'energia inferiore alla minima di emissione.

Nel processo di fissione invece il nucleo composto si separa in due frammenti di massa confrontabile, in cui l'energia di eccitazione viene trasferita non solo al moto relativo dei prodotti di fissione ma anche ai gradi di libertà interni di ciascuno di essi. È un fenomeno caratteristico dei nuclei con numero di massa elevato ed è dovuto alla competizione tra la forza repulsiva dei protoni che inducono forti deformazioni e gli effetti di superficie che tendono a ristabilire la sfericità.

bilire una forma sferica; tali quantità sono messe in relazione dal parametro di fissilità $x = \frac{E_C}{2E_S} \sim \frac{Z^2}{50A}$, in cui E_C e E_S rappresentano rispettivamente l'energia coulombiana e di superficie; dalla relazione si deduce che nuclei con Z molto alto tendono a fissionare [15].

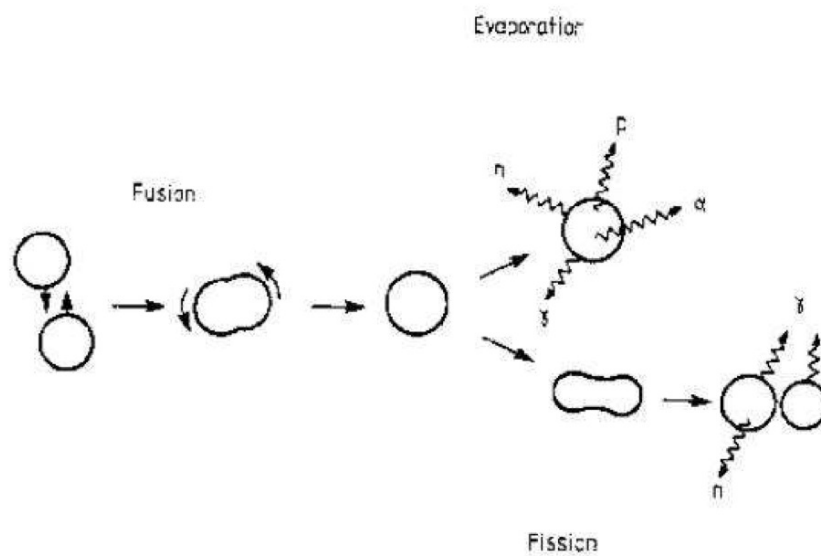


Figura 2.3: Rappresentazione grafica dei canali di evaporazione e fissione, a seguito del processo di fusione di due nuclei

2.2 Modello unidimensionale

Il modello unidimensionale è il modello di penetrazione di barriera più semplice, data la sua dipendenza dal solo moto relativo dei due nuclei collidenti. La barriera, definita come il valore massimo del potenziale totale, presenta un'altezza proporzionale al prodotto delle cariche dei due nuclei, il che implica la necessità di una maggiore sovrapposizione delle densità dei nuclei interagenti per sistemi con elevato prodotto di carica. Una volta che la sovrapposizione è sufficiente l'interazione nucleone-nucleone diventa dominante, risultando in una sostanziale perdita di energia cinetica e momento angolare del moto relativo, così che i nuclei non possano sfuggire alla buca di potenziale e dar luogo alla fusione.

In questo modello l'interazione è quindi strettamente legata alla probabili-

tà che il sistema con momento angolare l attraversi la barriera superando il potenziale totale definito secondo l'espressione 2.1. Trascurando lo spin, questa probabilità è espressa mediante il coefficiente di trasmissione $T_l(E)$ relativamente all'energia E e all'onda parziale l -esima, che è proporzionale alle componenti multipolari della sezione d'urto di interazione mediante la relazione:

$$\sigma_l(E) = \pi\lambda^2(2l+1)T_l(E) \quad (2.10)$$

in cui λ è la lunghezza ridotta di De Broglie del moto relativo.

La sezione d'urto totale di interazione dei due nuclei collidenti è data dalla somma sulle onde parziali

$$\sigma(E) = \sum_{l=0}^{\infty} \pi\lambda^2(2l+1)T_l(E) \quad (2.11)$$

Non tutte le onde parziali partecipano al canale di fusione, infatti al di sopra del valore critico l_{crit} (2.9) il processo di fusione non è permesso. La sezione d'urto di fusione è quindi minore di quella totale e può essere espressa dalla relazione:

$$\sigma^{fus}(E) = \sum_{l=0}^{\infty} \pi\lambda^2(2l+1)T_l(E)P_l^{fus}(E) \quad (2.12)$$

dove $P_l^{fus}(E)$ è la probabilità che l -esima onda parziale dia luogo alla fusione una volta superata la barriera

$$P_l^{fus}(E) = \begin{cases} 0 & l > l_{crit} \\ 1 & l < l_{crit} \end{cases} \quad (2.13)$$

ottenendo:

$$\sigma^{fus}(E) = \sum_{l=0}^{l_{crit}} \pi\lambda^2(2l+1)T_l(E) \quad (2.14)$$

Il coefficiente di trasmissione viene ricavato a partire dalla risoluzione dell'equazione di Schrödinger mediante le condizioni a contorno imposte alla funzione d'onda $\Psi_l(r)$

$$[H(r) + V_l(r)]\Psi_l(r) = E\Psi_l(r) \quad (2.15)$$

in cui con $V_l(r)$ si indica il potenziale totale, dipendente dal momento angolare l tramite la componente centrifuga.

Nell'approssimazione WKB del coefficiente di trasmissione, $T_l(r)$ per l'onda parziale l nel caso della fusione è

$$T_l(r) = \frac{1}{1 + e^{2\phi}} \quad (2.16)$$

dove ϕ è l'integrale d'azione tra i punti di inversione della barriera di potenziale r_1 e r_2 .

$$\begin{aligned} \phi &= \int_{r_1}^{r_2} k_l(r) dr \\ k_l(r) &= \pm \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} [E(r) - V_l(r)]} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Approssimando il potenziale ad un andamento parabolico, ovvero assumendo che la forma della barriera sia una parabola rivolta verso il basso con altezza B_l e curvatura ω_l in onda l , è possibile ridefinire il potenziale $V_l(r)$ come

$$V_l(r) = B_l - \frac{1}{2} \mu \omega_l^2 (r - R_{bl})^2 \quad (2.18)$$

dove R_{bl} indica la posizione della barriera. In tale approssimazione il coefficiente di trasmissione è ottenibile tramite la formula di Hill-Wheeler [16]

$$T_l^{HW}(E) = \frac{1}{1 + \exp\left[-\frac{2\pi}{\hbar\omega_l}(E - B_l)\right]} \quad (2.19)$$

in cui

$$\hbar\omega_l = \sqrt{\left. -\frac{\hbar^2}{\mu} \frac{\delta^2 V_l(r)}{\delta r^2} \right|_{r=R_{bl}}} \quad (2.20)$$

Sostituendo il valore $T_l(E)$ così trovato è possibile ricavare la sezione d'urto totale di fusione nel modello a penetrazione di barriera unidimensionale:

$$\sigma^{fus}(E) = \sum_{l=0}^{l_{crit}} \pi \lambda^2 \frac{2l + 1}{1 + \exp\left[-\frac{2\pi}{\hbar\omega_l}(E - B_l)\right]} \quad (2.21)$$

Un'espressione più semplice è ottenibile assumendo che la posizione e la curvatura della barriera dipendano debolmente dal momento angolare l , condizione che permette di sostituire tali valori con quelli corrispondenti a $l = 0$

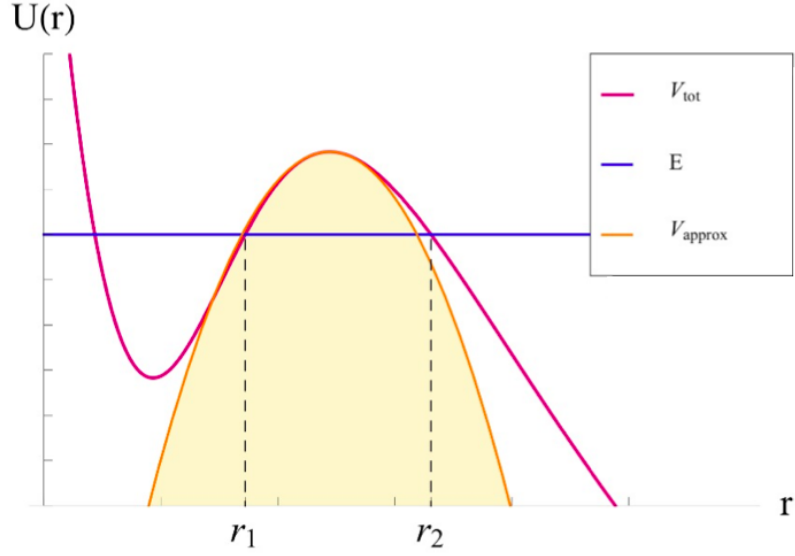


Figura 2.4: Raffigurazione del potenziale di interazione V_{tot} e dello stesso in approssimazione parabolica V_{approx} , in cui sono riportate i punti di inversione r_1 e r_2 relativi all'energia del centro di massa E

$$\begin{cases} R_l \simeq R_0 \\ \hbar\omega_l \simeq \hbar\omega_0 \end{cases} \quad (2.22)$$

conseguentemente l'altezza di barriera per l'onda l -esima è funzione della barriera Coulombiana B_0

$$B_l = B_0 + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu R_0^2} \quad (2.23)$$

Analogamente si ottiene il coefficiente di trasmissione T_l per l'onda l all'energia E , il quale è ora esprimibile come il coefficiente in onda s all'energia E diminuita di un termine rotazionale

$$T_l(E) = T_0 \left(E - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu R_0^2} \right) \quad (2.24)$$

Sostituendo il coefficiente così espresso nell'equazione 2.11 e passando dalla sommatoria all'integrazione su l , si ottiene la formula di Wong [17] per la sezione d'urto di fusione

$$\sigma^{fus}(E) = \frac{\hbar\omega_0 R_0}{2E} \ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{2\pi}{\hbar\omega_0} (E - B_0) \right] \right\} \quad (2.25)$$

Nei limiti ad alta e bassa energia la sezione d'urto può essere approssimata dalle espressioni

$$\sigma^{fus}(E) = \begin{cases} \pi R_o^2 \left(1 - \frac{B_0}{E}\right) & E \gg B_0 \\ \frac{\hbar\omega_0 R_0}{2E} \exp \left[\frac{2\pi}{\hbar\omega_0} (E - B_0) \right] & E \ll B_0 \end{cases} \quad (2.26)$$

Per energie molto al di sotto della barriera Coulombiana quindi la sezione d'urto dipende esponenzialmente dalla differenza $(E - B_0)$.

Un'altra osservazione è che, nel limite di alte energie, l'espressione trovata coincide con quella prevista dalla teoria classica ottenuta a partire dalla 2.11, assumendo una probabilità di transizione di barriera nulla per valori di momento angolare superiori a quello critico l_{crit} e unitaria per valori minori. Così facendo si ottiene

$$\sigma(E) = \sum_{l=0}^{\infty} \pi \lambda^2 (2l + 1) \simeq \pi \lambda^2 l_{crit}^2 \quad (2.27)$$

dalla quale, sostituendo il valore di l_{crit} riportato nella sezione precedente (2.9), si riottiene la sezione d'urto nel limite di bassa energia 2.26.

Il modello di penetrazione di singola barriera ha ottenuto un grande successo nella descrizione della sezione d'urto di fusione per sistemi leggeri, tuttavia le misure sui sistemi più pesanti ad energie sotto barriera coulombiana si sono dimostrate più grandi di quanto previsto. In particolare Balantekin et al. [18] mostrarono i limiti di tale modello estraendo un potenziale effettivo dai dati sperimentali; da tale analisi è evidente un enorme disaccordo per i sistemi pesanti, in contrasto con l'ottimo accordo delle collisioni tra nuclei leggeri con i modelli fenomenologici. Questo ha permesso di associare la discrepanza non ad un'errata forma del potenziale, quanto all'inadeguatezza dell'utilizzo di nuclei sferici ed inerti, interagenti mediante un potenziale effettivo unidimensionale.

2.3 Modello a canali accoppiati

Nel trattare i processi di fusione non è possibile trascurare la struttura interna dei nuclei, come avviene nella trattazione a singola barriera in cui l'unico grado di libertà deriva dalla distanza relativa; ne sono prova fenomeni come

l'enhancement della sezione d'urto di fusione rispetto a quella prevista dal modello unidimensionale che è associato all'influenza dei contributi derivanti dall'eccitazioni degli stati inelastici di natura collettiva. In particolare i principali contributi derivano dai gradi di libertà di superficie, ovvero dagli stati di eccitazione vibrazionali e rotazionali, ed anche dal processo di trasferimento di nucleoni durante l'interazione.

Un mezzo che viene utilizzato per poter tenere conto di questi effetti è la teoria a canali accoppiati, introducendo nello schema di accoppiamento anche i canali di eccitazione elastica e di trasferimento [11].

Utilizzando questo metodo è possibile ottenere una sezione d'urto di fusione, in cui il potenziale di barriera coulombiana unidimensionale è sostituito da uno spettro di barriere coulombiane, ognuna caratterizzata da un proprio coefficiente di trasmissione, ricavato dalla risoluzione delle equazioni.

Tale condizione si ottiene inserendo nell'equazione di Schrödinger unidimensionale un'Hamiltoniana intrinseca $H_o(\xi)$, dipendente dai soli gradi di libertà interni, e una di accoppiamento $V_{cpt}(r, \xi)$ che dipenda anche essa dai gradi di libertà interni e dal moto relativo dei nuclei interagenti.

Conseguentemente la funzione d'onda associata alla nuova hamiltoniana dipende sia dai gradi di libertà interni che dal moto relativo, ed ipotizzando che le variabili siano separabili, si può esprimere come il prodotto di due funzioni, una dipendente dalla variabile r e l'altra da ξ , ovvero $\Psi(r, \xi) = \phi(r)\chi(\xi)$.

2.3.1 Matrice di accoppiamento

Come anticipato, l'hamiltoniana utilizzata nella trattazione di due nuclei interagenti con diversi gradi di libertà interni accoppiati tra di loro è

$$H(r, \xi) = H_o(\xi) + T + V(r) + V_{cpt}(r, \xi) \quad (2.28)$$

in cui all'hamiltoniana unidimensionale $T(r) + V(r)$ se ne somma una dipendente dai gradi di libertà interni $H_o(\xi)$ e un potenziale di accoppiamento $V_{cpt}(r, \xi)$ tra i gradi di libertà interni ed il moto relativo dei due nuclei. L'equazione di Schrödinger stazionaria che si ottiene è

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) - E\right]\Psi(r, \xi) = -[H_o(\xi) + V_{cpt}(r, \xi)]\Psi(r, \xi) \quad (2.29)$$

Data la presenza del potenziale di accoppiamento che dipende da entrambi i tipi di variabili, non è possibile la separazione delle variabili nella funzione

$\Psi(r, \xi)$.

L'hamiltoniana $H_o(\xi)$ ha come autostati le funzioni $\chi_j(\xi)$ corrispondenti agli autovalori ϵ_j , che indicano le energie degli stati di eccitazione intrinseca. Tali autofunzioni costituiscono un sistema ortonormale e completo per lo spazio di Hilbert in cui sono definite le soluzioni dell'equazione 2.29, il che permette di esprimere la funzione d'onda $\Psi(r, \xi)$ tramite lo sviluppo nelle autofunzioni $\chi_j(\xi)$

$$\Psi(r, \xi) = \sum_j \phi_j(r) \chi_j(\xi) \quad (2.30)$$

in cui $\phi_j(r)$ rappresenta l'onda distorta dovuta al moto relativo del canale j -esimo. Utilizzando il formalismo di Dirac è possibile riesprimere la funzione d'onda utilizzando i ket $|j\rangle$ per indicare gli autostati della base ortonormale completa dell'hamiltoniana $H_0|j\rangle = \epsilon_j|j\rangle$

$$\Psi(r) = \sum_j \phi_j(r) |j\rangle \quad (2.31)$$

L'equazione 2.29 equivale quindi ad un set di equazioni differenziali accoppiate

$$\sum_j \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) - E \right] \phi_j(r) |j\rangle = - \sum_j [H_o(\xi) + V_{cpt}(r, \xi)] \phi_j(r) |j\rangle \quad (2.32)$$

Sfruttando l'ortonormalità della base degli autostati interni $|j\rangle$ è possibile applicare i bra $\langle j|$ all'equazione precedente, ottenendo in tal modo un nuovo sistema di equazioni accoppiate le cui soluzioni sono le funzioni d'onda $\phi(r)$ del moto relativo dei due nuclei.

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) - E \right] \phi_i(r) = - \sum_j M_{ij} \phi_j(r) \quad (2.33)$$

Nell'equazione sono stati introdotti con M_{ij} gli elementi di matrice del potenziale di accoppiamento dei vari autostati relativi all'energia interna, ovvero

$$M_{ij} = \epsilon_i \delta_{ij} + \langle i | V_{cpt}(r, \xi) | j \rangle \quad (2.34)$$

La matrice M_{ij} è simmetrica e nel caso sia diagonale si può fattorizzare permettendo il disaccoppiamento delle soluzioni. In particolare nel caso di potenziali armonici gli elementi diagonali sono gli autovalori ϵ_i relativi agli autostati interni $|i\rangle$.

2.3.2 Approssimazioni

La trattazione della teoria a canali accoppiati prevede la risoluzione del sistema di equazioni differenziali trovate nella sezione precedente 2.33, in cui ogni i -esimo canale denota uno stato eccitato. In particolare si richiede che ognuna delle equazioni associata all'onda parziale l_i sia risolta considerando tutti gli ordini di accoppiamento tra canali che portino al medesimo momento angolare totale del sistema J .

Tale risoluzione può avvenire per via numerica, mediante l'utilizzo di alcuni programmi, quali per esempio CCFULL che è stato utilizzato nella presente tesi, o disaccoppiandole.

Uno dei principali problemi legati alla trattazione di questo metodo è il numero di canali che è necessario includere per descrivere la reazione, che può essere molto grande rendendo difficile il disaccoppiamento e lungo il calcolo numerico. Vengono dunque utilizzate assunzioni e approssimazioni che permettono di ridurre il numero dei canali e quindi semplificare i calcoli.

Condizioni a contorno

Le equazioni accoppiate vengono risolte mediante l'utilizzo delle condizioni a contorno tipiche del processo di scattering, che per grandi distanze del proiettile dal target sono

$$\Psi(r) \rightarrow \delta_{i,0} e^{-ik_i r} + r_i e^{ik_i r} \quad r \rightarrow \infty \quad (2.35)$$

in cui si considera un'onda entrante solo nel canale elastico, indicato con l'indice $i = 0$ e con $\epsilon_i = 0$, ed un onda uscente per ogni canale, dove r_i è il coefficiente di riflessione.

I processi di fusione vengono simulati aggiungendo alla precedente una condizione al contorno di onda entrante (In-going Wave Boundary Condition, IWCB)

$$\Psi(r) \rightarrow t_i e^{-ik_i r} \quad r \rightarrow r_{min} \quad (2.36)$$

che viene imposta successivamente alla penetrazione della barriera alla distanza r_{min} , convenzionalmente corrispondente alla posizione del minimo di potenziale di interazione. Il coefficiente di trasmissione dell' i -esimo canale è indicato con il termine t_i , mentre il vettore d'onda k_i è dato dalla relazione

$$\frac{\hbar^2 k_i^2}{2\mu} = E - \epsilon_i \quad (2.37)$$

che nell'ipotesi di energie incidenti maggiori di quelle intrinseche è approssimabile a $\frac{\hbar^2 k_i^2}{2\mu} \simeq E$.

Queste condizioni a contorno sono valide per reazioni tra ioni pesanti, dove è presente un forte assorbimento all'interno della barriera Coulombiana.

Approssimazione iso-centrifuga

L'approssimazione iso-centrifuga è di grande importanza nella trattazione a canali accoppiati, poichè permette di ridurre i canali in entrata e conseguentemente la dimensione della matrice di accoppiamento da risolvere.

Infatti un problema legato al metodo dei canali accoppiati riguarda la condizione per cui uno stato eccitato di spin interno I genera $I + 1$ canali quando è accoppiato al momento angolare l_i del moto relativo, in quanto ogni momento angolare orbitale del tipo $l'_i = |l_i - I|, \dots, |l_i + I|$ soddisfa la condizione $J = I + l_i$.

L'approssimazione permette di ridurre i canali, sfruttando l'assunzione che il momento angolare orbitale, o equivalentemente il potenziale centrifugo (2.4), sia lo stesso in tutti canali di reazione

$$\frac{\hbar^2 l_i(l_i + 1)}{2\mu r^2} \approx \frac{\hbar^2 J(J + 1)}{2\mu r^2} \quad (2.38)$$

Questo permette di trascurare l'accoppiamento dello spin I al momento angolare orbitale l e conseguentemente di considerare un solo canale effettivo per ciascuno stato eccitato (invece che $I+1$).

L'approssimazione è applicabile con successo nelle collisioni tra ioni pesanti [11], data la loro grande massa ridotta e raggio di barriera, ed in generale negli accoppiamenti inelastici di varia complessità, sia rotazionali che vibrazionali.

Approssimazione adiabatica ed accoppiamento costante

Si introducono altre due approssimazioni, che permettono di rivelare analiticamente la corrispondenza univoca tra canali e barriere, e come le precedenti permettono di facilitare il disaccoppiamento delle equazioni e semplificarne lo svolgimento.

La prima di queste, detta "adiabatica" ("sudden approximation"), si basa sull'assunzione che la struttura nucleare non venga perturbata durante l'attraversamento della barriera Coulombiana, permettendo di trascurare le energie di eccitazione interne rispetto all'interazione di accoppiamento. Tale condizione si ottiene quindi ponendo $\epsilon_i \sim 0$ nella matrice M_{ij} .

$$M_{ij} = \epsilon_i \delta_{ij} + \langle i | V_{cpl}(r, \xi) | j \rangle \simeq \langle i | V_{cpl}(r, \xi) | j \rangle \quad (2.39)$$

La sua validità tuttavia è verificata solo per i nuclei fortemente deformati [1]. Supponendo che la massa ridotta e l'energia potenziale siano le medesime per tutti i canali, è possibile fattorizzare il potenziale di accoppiamento [5] in due termini che risultino separatamente funzioni del moto intrinseco e relativo

$$\langle i | V_{cpl}(r, \xi) | j \rangle = \langle i | F(r) \Gamma(\xi) | j \rangle = F(r) \Gamma_{ij} \quad (2.40)$$

A seguito di ciò si usufruisce della seconda approssimazione annunciata, relativa al modello di accoppiamento costante, mediante la quale è possibile assumere che i fattori di forma di tutti i canali abbiano la stessa dipendenza radiale $F(r)$. In tal modo, indicando con $F(r_b)$ il fattore calcolato alla barriera dove l'accoppiamento è più forte, si può porre $F(r) = F(r_b)$ ed ottenere la semplificazione

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) - E \right] \phi_i(r) = - \sum_j M_{ij} \phi_j(r) = -F(r_b) \sum_i \Gamma_{ij} \phi_j(r) \quad (2.41)$$

Questa ulteriore approssimazione, assieme alle precedenti, rende possibile la diagonalizzazione della matrice mediante l'utilizzo di una trasformazione unitaria.

Infatti introdotta una matrice unitaria U , indipendente dalla distanza relativa r , si diagonalizza la matrice di accoppiamento rispetto ad una base di autofunzioni $\chi_j(r)$, indicando con λ_j gli autovalori ad essa associati.

$$\chi_j(r) = \sum_i U_{ji} \phi_i(r) \quad \sum_{mn} U_{im} M_{mn} U_{nj}^\dagger = \delta_{ij} \lambda_j \quad (2.42)$$

Si ottiene dunque un sistema di equazioni differenziali di secondo grado disaccoppiate che soddisfano le condizioni a contorno IWBC (2.35 e 2.36 con vettore d'onda corrispondente al caso di energia interna trascurabile).

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \lambda_i F(r) - E \right] \chi_i(r) = 0 \quad (2.43)$$

Il problema è stato quindi ridotto alla risoluzione di un set di equazioni disaccoppiate, ognuna corrispondente ad un diverso canale inelastico i e a cui

è associato un determinato potenziale $V(r) + \lambda_i F(r)$. Il modello a canali accoppiati con le sue approssimazioni ha quindi permesso di sostituire alla singola barriera Coulombiana del modello unidimensionale, uno spettro di barriere di potenziale $V(r) + \lambda_i F(r)$, a ognuna delle quali è assegnato un determinato coefficiente di trasmissione $T_l(E, V(r) + \lambda_i F(r))$.

Il coefficiente di trasmissione totale si ottiene dalla somma pesata dei coefficienti di trasmissioni di ciascuna barriera relativa al singolo canale di reazione

$$T_l(E) = \sum_i |U_{i1}|^2 T_l(E, V(r) + \lambda_i F(r)) \quad (2.44)$$

I fattori di peso $W_i = |U_{i1}|^2$ sono ottenuti dalla sovrapposizione della funzione d'onda entrante, indicata con l'indice 1, e quella del canale uscente considerato $| < i | 1 > |^2$, e rappresentano il contributo della i -esima barriera alla sezione d'urto di fusione.

Quest'ultima si ottiene dunque dalla somma pesata delle sezioni d'urto di ciascun canale

$$\sigma^{fus}(E) = \sum_i W_i \sigma_i^{fus} \quad (2.45)$$

dove σ_i^{fus} è espressa dalla relazione 2.14, utilizzando come potenziale relativo alla specifica i -esima barriera $V(r) + \lambda_i F(r)$

$$\sigma_i^{fus}(E) = \sum_l \pi \lambda^2 (2l + 1) T_l(E, V(r) + \lambda_i F(r)) \quad (2.46)$$

Esempio accoppiamento a due canali

Come esempio applicativo di quanto trattato si considera un sistema accoppiato a soli due canali. In particolare si studia il caso di un canale elastico accoppiato ad un canale con Q -valore negativo e fattore di forma costante F . In base a quanto visto in precedenza le equazioni disaccoppiate per il presente sistema sono:

$$\begin{cases} \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \lambda_+ F - E \right] \chi_+(r) = 0 \\ \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \lambda_- F - E \right] \chi_-(r) = 0 \end{cases} \quad (2.47)$$

in cui con λ_{\pm} e $\chi_{\pm}(r)$ si indicano rispettivamente gli autovalori e le autofunzioni associate alla matrice di accoppiamento diagonalizzata. La matrice di accoppiamento per questo sistema è

$$M = \begin{pmatrix} 0 & F \\ F & -Q \end{pmatrix} \quad (2.48)$$

in cui $-Q = \epsilon$ è l'energia di eccitazione intrinseca dello stato accoppiato al canale di entrata. Gli autovalori e i rispettivi fattori di peso sono:

$$\lambda_{\pm} = \frac{-Q \pm \sqrt{Q^2 + F^2}}{2} \quad W_{\pm} = \frac{F^2}{F^2 + \lambda_{\pm}^2} \quad (2.49)$$

Dai risultati si osserva che la singola barriera si scinde in due barriere, di cui una più alta della quantità λ_+ rispetto alla singola barriera $V(r)$, e la seconda più bassa della quantità λ_- , ognuna con un peso W_+ e W_- .

Il coefficiente di trasmissione che si ricava è

$$T = \begin{cases} 0 & E < V_b + \lambda_- \\ W_- & V_b + \lambda_- < E < V_b + \lambda_+ \\ 1 & E > V_b + \lambda_+ \end{cases} \quad (2.50)$$

da cui è evidente un aumento del range di energie per il quale è possibile la penetrazione di barriera rispetto a quello previsto dal caso unidimensionale $T = \delta(E - V_b)$

L'aumento di probabilità di transizione avviene sia nel caso di $Q < 0$ che

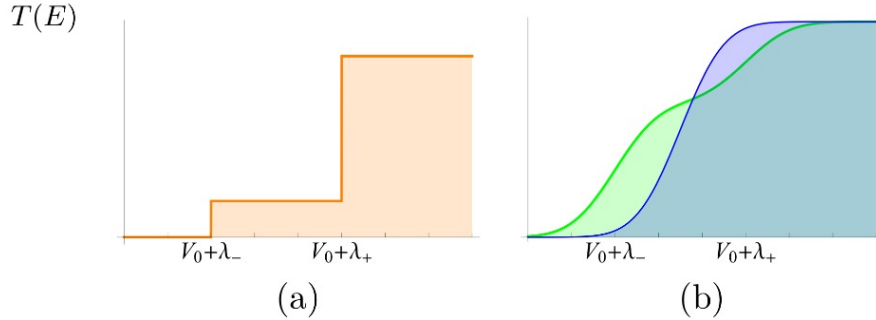


Figura 2.5: Coefficiente di trasmissione in funzione dell'energia in trattazione classica (a) e quantistica (b) per sistema a due canali accoppiati

di $Q > 0$, le differenze dei due casi riguardano il peso corrispondente alle barriere. Per un $Q > 0$ è chiaro dalla 2.49 che il peso maggiore è associato alla barriera $V_b + \lambda_+$, mentre nel caso di $Q < 0$ la barriera più bassa ha il peso maggiore.

2.3.3 Il programma CCFULL

CCFULL è un programma che per una dato sistema permette di calcolare la sezione d'urto di fusione ed il momento angolare del nucleo composto, tenendo conto dell'accoppiamento tra il moto relativo dei due nuclei interagenti e gli altri moti nucleari intrinseci [19].

Il programma opera mediante il metodo dei canali accoppiati, risolvendo le equazioni per via numerica ed usufruendo di due delle approssimazioni descritte precedentemente, ovvero iso-centrifuga e IWBC, onde ridurre i tempi di calcolo.

In particolare impone le condizioni a contorno di onda "in-going" (IWBC), adottando come posizione r_{min} il valore minimo del potenziale Coulombiano all'interno della barriera. La soluzione numerica è ottenuta tramite una combinazione lineare di onde entranti ed uscenti e funzioni d'onda coulombiane entro una distanza finita r_{max} , oltre la quale l'accoppiamento del potenziale nucleare e coulombiano è sufficientemente piccolo. Si riesprimono le condizioni a contorno 2.35 e 2.36 nel seguente modo

$$\begin{aligned}
 \Psi_n(r) &\rightarrow T_n \exp\left(-i \int_{r_{min}}^r k_n(r') dr'\right) & r \ll r_{min} \\
 &\rightarrow H_J^-(k_n, r) \delta_{n,0} + R_n H_J^+(k_n, r) & r \gg r_{max} \\
 k_n(r) &= \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} \left(E - \epsilon_n - \frac{J(J+1)\hbar^2}{2\mu r^2} - V_N(r) - \frac{Z_p Z_T e^2}{r} - V_{nn}(r) \right)}
 \end{aligned} \tag{2.51}$$

dove il vettore d'onda rispetto al caso 2.38, dipende dalla distanza relativa r e tiene conto anche dell'energia di eccitazione degli stati interni e del potenziale di accoppiamento all'interno dello stesso canale V_{nn} . Con H_J^+ e H_J^- si indicano invece rispettivamente le funzioni d'onda entranti e uscenti relative al termine coulombiano.

A partire da tali condizioni a contorno CCFULL risolve le equazioni a canali accoppiati mediante un integrazione numerica, attuata con il metodo Runge-Kutta e di Numerov [20], ricavando per ogni onda parziale il coefficiente di transizione T_J .

La sezione d'urto e il momento angolare del nucleo composto sono quindi ottenuti sommando su tutte le onde parziali

$$\begin{aligned}
 \sigma^{fus}(E) &= \sum_J \sigma_J(E) = \pi \lambda^2 \sum_J (2J+1) T_J(E) \\
 \langle l \rangle &= \sum_J J \sigma_J / \sum_J \sigma_J
 \end{aligned} \tag{2.52}$$

in cui il programma tronca la sommatoria al momento angolare il cui contributo alla sezione d'urto è minore di un fattore 4 rispetto alla sezione d'urto totale.

Il potenziale nucleare che viene utilizzato è quello relativo alla parametrizzazione di Woods-Saxon, mentre non è impiegabile un potenziale immaginario. Nel file di input vengono specificati i dati del sistema, ovvero numero e massa atomica dei nuclei e le proprietà del potenziale nucleare del canale di entrata, definite attraverso profondità del potenziale V_0 , il raggio R_0 e la diffusività a_0 . Per tenere conto dei moti vibrazionali è necessario specificare per ogni livello l'energia di eccitazione E_x , il parametro di deformazione β_λ , la multipolarità dell'accoppiamento vibrazionale λ ed il numero massimo di fononi che si vuole considerare n . È anche possibile inserire l'intervallo ed il passo energetico per i quali si misurano le sezioni d'urto di fusione. Per l'accoppiamento rotazionale invece sono richiesti l'energia di eccitazione del primo stato 2^+ della banda rotazionale del nucleo bersaglio, il parametro di deformazione quadrupolare ed esadecupolare β_2 e β_4 ed il numero di livelli nella banda rotazionale da includere. Infine per il trasferimento di nucleoni si inserisce il Q -valore del canale di trasferimento, la forza dell'accoppiamento definito successivamente in 2.66 e il numero di nucleoni trasferiti; il programma inoltre permette anche di considerare tutte le possibili mutue eccitazioni.

Eccitazione dei modi superficiali

Per tenere conto dell'aumento della sezione d'urto di fusione sotto-barriera rispetto alle previsioni di penetrazione di barriera singola, è fondamentale includere nell'accoppiamento gli stati di eccitazione intrinseci dei nuclei interagenti, in particolare quelli associati alle eccitazioni superficiali.

L'accoppiamento degli stati di eccitazione superficiali di un nucleo sono generati dall'interazione $V(r - \delta R)$, dove $V(r)$ è il potenziale ione-ione, mentre δR è la distorsione superficiale, espressa come

$$\delta R = \sum_{n\lambda\mu} R\alpha_{n\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(r) \quad (2.53)$$

in cui $\alpha_{n\lambda\mu}$ è l'ampiezza di deformazione statica o dinamica. L'espressione può essere notevolmente semplificata associando nel sistema rotazionale la direzione \hat{r} tra i nuclei collidenti con l'asse z , ed ottenendo in tal modo $\mu = 0$

$$\delta R = \sum_{n\lambda} R\alpha_{n\lambda 0} \sqrt{\frac{2\lambda + 1}{4\pi}} \quad (2.54)$$

È possibile quindi definire l'elemento di matrice dell'ampiezza di distorsione superficiale tra lo stato fondamentale ed il primo stato eccitato, la cui espressione è applicabile a deformazioni statiche e dinamiche, ovvero eccitazioni rotazionali e vibrazionali dei nuclei interagenti.

$$\langle n\lambda|\delta R|00\rangle = \frac{\beta_{n\lambda}R}{\sqrt{4\pi}} \quad (2.55)$$

I potenziali, Coulombiano e nucleare, si possono esprimere sviluppandoli rispetto al parametro di deformazione δR . In particolare per l'interazione Coulombiana è sufficiente un troncamento al primo ordine e gli elementi non diagonali della matrice di accoppiamento sono

$$\delta V_C = \sum_n \frac{3Z_1Z_2e^2}{2\lambda+1} \frac{R^\lambda}{r^{\lambda+1}} \alpha_{n\lambda 0} \sqrt{\frac{2\lambda+1}{4\pi}} \quad (2.56)$$

Inizialmente il troncamento dello sviluppo al primo ordine era effettuato anche per il potenziale nucleare, tuttavia alcuni risultati [7] hanno dimostrato che un'approssimazione non lineare del potenziale favorisce la simulazione della forma delle distribuzioni di barriera, il che ha portato l'espansione oltre al secondo ordine, un cui sviluppo relativamente semplice è quello introdotto da Esbensen e Landowne (1987) [21]

$$U(r - \delta R) \sim U(r) + \delta V_N \quad (2.57)$$

$$\delta V_N = -\frac{dU}{dr}\delta R + \frac{1}{2}\frac{d^2U}{dr^2}[(\delta R)^2 - \langle 0|(\delta R)^2|0\rangle]$$

dove il termine al secondo ordine è costruito in modo tale da annullarsi allo stato fondamentale del nucleo.

Il programma CCFULL permette di calcolare l'accoppiamento delle eccitazioni superficiali a tutti gli ordini dell'ampiezza di deformazione dinamica e statica, non troncando lo sviluppo al secondo ordine. Questo lo rende estremamente adatto per la trattazione dei processi di fusione tra ioni sia pesanti che leggeri, in cui le eccitazioni a multifonone sono cruciali.

Le principali eccitazioni che influenzano la reazione di fusione tra ioni pesanti sono gli stati di bassa energia 2^+ e 3^- , ed occasionalmente anche gli stati 4^+ e 5^- .

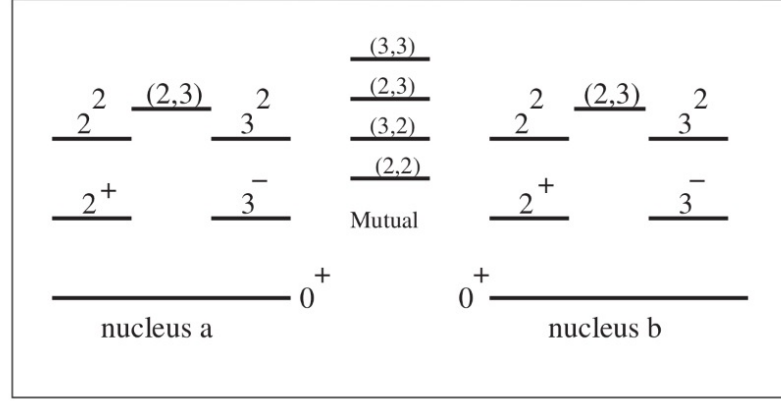


Figura 2.6: Stati di eccitazioni inclusi nei calcoli a canali accoppiati a due fononi in una fusione di nucleo pari-pari [12]

Accoppiamento vibrazionale

Il programma permette la risoluzione delle equazione di accoppiamento in presenza di stati di eccitazione vibrazionale dei nuclei interagenti. In particolare CCFULL rende possibile l'accoppiamento vibrazionale parametrizzando il potenziale vibrazionale mediante un oscillatore armonico.

Tale approssimazione è eseguita introducendo un operatore dinamico che dipende a sua volta dagli operatori di creazione $a_{\lambda 0}^\dagger$ e distruzione $a_{\lambda 0}$ di fononi e che viene sommato al raggio che compare nel potenziale di Woods-Saxon

$$R_{00} + \hat{O} = R_0 + \frac{\beta_\lambda}{\sqrt{4\pi}} R_t (a_{\lambda 0}^\dagger + a_{\lambda 0}) \quad (2.58)$$

in cui λ indica la multipolarità, β_λ il parametro di deformazione ad essa associata e il raggio del bersaglio $R_t = r_{cp} A_t^{\frac{1}{3}}$ è espresso in funzione del raggio dell'accoppiamento.

L'elemento di matrice tra lo stato ad n -fononi $|n\rangle$ ed a m -fononi $|m\rangle$ è dato da

$$\hat{O}_{nm} = \langle n | \hat{O} | m \rangle = \frac{\beta_\lambda}{\sqrt{4\pi}} R_t (\sqrt{m} \delta_{n,m-1} + \sqrt{n} \delta_{n,m+1}) \quad (2.59)$$

Diagonalizzando l'operatore dinamico \hat{O} è possibile ricavare gli elementi di matrice del potenziale nucleare

$$V_{nm}^N = \langle n | V^N(r, \hat{O}) | m \rangle - V_0^N \delta_{n,m} \quad (2.60)$$

in cui il termine $V_0^N \delta_{n,m}$ evita un doppio conteggio del medesimo termine nelle componenti diagonali.

Il programma sfrutta l'approssimazione di accoppiamento lineare per l'accoppiamento del potenziale coulombiano con i gradi di libertà vibrazionali, ottenendo l'elemento di matrice V_{nm}^C che va a sommarsi all'elemento nucleare V_{nm}^N .

$$V_{nm}^C = \frac{\beta_\lambda}{\sqrt{4\pi}} \frac{3}{2\lambda + 1} Z_P Z_T e^2 \frac{R_T^\lambda}{r^{\lambda+1}} (\sqrt{m} \delta_{n,m-1} + \sqrt{n} \delta_{n,m+1}) \quad (2.61)$$

Tale approssimazione pone dei limiti alla validità delle misure ottenute dal programma, poichè nei casi realistici lo spettro dei fononi è troncato ad un certo livello e quindi il moto intrinseco devia dal limite armonico, anche quando i livelli sono equamente spazati e le transizioni elettromagnetiche non alterano l'approssimazione lineare.

Accoppiamento rotazionale

Nel caso di nuclei con spettri rotazionali, il programma permette di includere anche l'accoppiamento con gli stati di eccitazione rotazionale. Il metodo utilizzato è molto simile a quello descritto precedentemente nel caso vibrazionale, infatti anche in questa trattazione si introduce un operatore dinamico \hat{O} che viene sommato al raggio relativo alla buca di potenziale parametrizzata secondo Wood-Saxon

$$R_{00} + \hat{O} = R_0 + \beta_2 R_t Y_{20} + \beta_4 R_t Y_{40} \quad (2.62)$$

in cui β_2 e β_4 sono le deformazioni quadrupolari ed esadecapolari del nucleo bersaglio deformato. Una volta sostituita la nuova espressione del raggio all'interno dell'espressione del potenziale nucleare è possibile calcolare l'elemento di matrice dell'accoppiamento tra gli stati fondamentali $|n \rangle = |I0 \rangle$ e $|m \rangle = |I'0 \rangle$ della banda rotazionale. A tale scopo si diagonalizza l'operatore dinamico, i cui elementi di matrice sono dati da

$$\begin{aligned} \hat{O}_{II'} = & \sqrt{\frac{5(2I+1)(2I'+1)}{4\pi}} \beta_2 R_t \begin{pmatrix} I & 2 & I \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 + \\ & + \sqrt{\frac{9(2I+1)(2I'+1)}{4\pi}} \beta_4 R_t \begin{pmatrix} I & 4 & I \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \end{aligned} \quad (2.63)$$

Introducendo tali elementi nell'espressione del potenziale si ottiene l'elemento di matrice dell'accoppiamento del potenziale nucleare

$$V_{nm}^N = \langle n | V^N(r, \hat{O}) | m \rangle - V_0^N \delta_{n,m} = \sum_{\alpha} \langle I0 | \alpha \rangle \langle \alpha | I'0 \rangle V_N(r, \lambda_{\alpha}) - V_0^N \delta_{n,m} \quad (2.64)$$

Per l'interazione coulombiana del nucleo bersaglio deformato si ottiene invece la seguente espressione per l'accoppiamento con gli stati rotazionali, il cui contributo va sommato all'elemento di matrice dell'accoppiamento nucleare onde ottenere la matrice di accoppiamento totale.

$$V_{mn}^C = \frac{3Z_P Z_T}{5} \frac{R_T^2}{r^3} \sqrt{\frac{5(2I+1)(2I'+1)}{4\pi}} (\beta_2 + \frac{2}{7} \sqrt{\frac{5}{\pi}} \beta_2^2) \begin{pmatrix} I & 2 & I \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 + \frac{3Z_P Z_T}{9} \frac{R_T^4}{r^5} \sqrt{\frac{9(2I+1)(2I'+1)}{4\pi}} (\beta_4 + \frac{9}{7} \beta_2^2) \begin{pmatrix} I & 4 & I \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \quad (2.65)$$

Il limite dell'accoppiamento rotazionale così ottenuto consiste nell'approssimazione che viene attuata nei confronti del nucleo che viene trattato come puro rotatore rigido quantistico.

Trasferimento di nucleoni

I recenti studi hanno mostrato una importante influenza dei fenomeni di trasferimento nei processi di fusione sotto barriera, per le quali energie si osserva un aumento delle sezioni d'urto rispetto all'andamento ottenuto includendo l'accoppiamento agli stati vibrazionali e rotazionali.

Il programma permette quindi anche di includere l'accoppiamento del trasferimento di coppie di nucleoni tra gli stati fondamentali dei nuclei interagenti. In particolare questo è stato reso possibile includendo un fattore di forma macroscopico [11]

$$F_{trans}(r) = F_t \frac{dV_0^N}{dr} \quad (2.66)$$

in cui F_t ne indica la forza di accoppiamento.

2.4 Distribuzione di barriera

Un ottimo metodo per ottenere informazioni sugli effetti di struttura, evidenti nella dipendenza energetica della sezione d'urto di fusione per energie prossime alla barriera Coulombiana, è quello di ricavare la distribuzione di barriera. Infatti diversamente dalla funzione di eccitazione, l'estrazione di barriere mostra delle significative differenze tra un sistema e l'altro, che sono strettamente correlate alla struttura dei nuclei interagenti o alla dinamica della reazione. Il metodo è stato introdotto da N.Rowley [6] e la sua diffusa applicazione è anche dovuta alla semplicità con cui è ottenibile la distribuzione, che è proporzionale alla derivata seconda della sezione d'urto pesata in energia

$$D(E) \sim \frac{d^2(E\sigma_{fus}(E))}{dE^2} \quad (2.67)$$

È possibile ricavare tale espressione a partire dalla stima della sezione d'urto totale, calcolata mediante il modello a canali accoppiati e le approssimazioni precedentemente descritte, che corrisponde alla sommatoria delle sezioni d'urto relative alle singole barriere $B_i = V(r) + \lambda_i$

$$\sigma_{fus}(E) = \sum_i W_i \sigma_i^{fus}(E, V + \lambda_i) \quad (2.68)$$

in cui W_i è il fattore di peso di ciascuna sezione d'urto σ_i^{fus} , definita come in 2.45. Assumendo una distribuzione continua è possibile sostituire la sommatoria con un integrale

$$\sigma_{fus}(E) = \int_0^\infty \sigma^{fus}(E, B) D(B) dB \quad (2.69)$$

in cui $\sigma^{fus}(E, B)$ è la sezione d'urto di fusione corrispondente alla singola barriera B con la condizione di normalizzazione $\int_0^\infty D(B) dB = 1$. In particolare la quantità introdotta $D(B)$ si definisce assumendo che per ogni i -esimo canale avvenga la fusione solo in seguito all'attraversamento della corrispondente barriera B_i ; in tal modo $D(B)$ è quindi esprimibile come lo spettro discreto di barriere ottenuto dall'accoppiamento di tutti i canali di reazione con barriera B_i

$$D(B) = \sum_i W_i \delta(B - B_i) \quad (2.70)$$

Nella trattazione classica di barriera di potenziale, in cui il coefficiente di

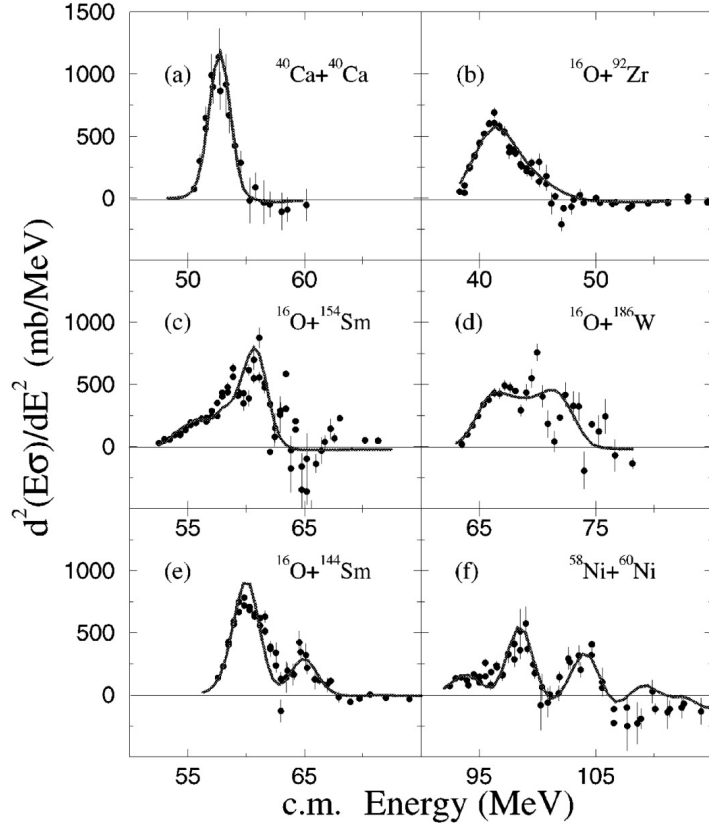


Figura 2.7: Distribuzioni di barriera per sei diversi sistemi. (a) Il sistema $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ presenta la tipica forma di barriera singola grazie alla struttura sferica di nuclei doppiamente magici del proiettile e del bersaglio. (c) (d) Il $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$ e a $^{16}\text{O} + ^{186}\text{W}$ mostrano la tipica distribuzione continua dei nuclei deformati, differendo per parametro di deformazione β_4 positivo per i ^{154}Sm e negativo per ^{186}W . (e) I due picchi nel $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Sm}$ sono associati all'accoppiamento degli stati vibrazioni multifononici del bersaglio (f) La struttura a tre barriere del sistema $^{58}\text{Ni} + ^{60}\text{Ni}$ è dovuto alle complesse vibrazioni superficiali indotte dalla reazione [1]

trasmissione è una funzione gradino dell'energia, per ogni singola barriera la sezione d'urto pesata in energia è

$$E\sigma_{cl}^{fus}(E, B) = \begin{cases} \pi R^2(E - B) & E > B \\ 0 & E < B \end{cases} \quad (2.71)$$

dalla quale è possibile effettuare una doppia derivazione per valori di energia

sopra barriera, ottenendo

$$\frac{d^2(E\sigma_{cl}^{fus}(E, B))}{dE^2} = \pi R^2 \delta(E - B) \quad (2.72)$$

Sostituendo tale espressione in 2.69 ed integrando sulla distribuzione continua di barriere si ricava la definizione di $D(E)$ precedentemente annunciata

$$\frac{1}{\pi R^2} \frac{d^2(E\sigma_{cl}^{fus}(E))}{dE^2} = \frac{1}{\pi R^2} \int \frac{d^2(E\sigma_{cl}^{fus}(E, B))}{dE^2} D(B) dB \quad (2.73)$$

$$= \int \delta(E - B) D(B) dB = D(E) \quad (2.74)$$

Da tale espressione si evince dunque che la distribuzione di barriera è direttamente ottenibile dalla sezione d'urto sperimentale pesata in energia, mediante una doppia derivazione.

Tuttavia per una trattazione completa del problema è necessario introdurre gli effetti quantistici di penetrazione di barriera, i quali sono dominanti ad energie sotto-barriera, per le quali il modello classico non prevede interazioni. L'introduzione del tunnelling quantistico è attuato utilizzando la formula di Wong 2.25, precedentemente ottenuta partendo dall'approssimazione parabolica del potenziale di barriera, la quale permette di ottenere la seguente espressione della sezione d'urto pesata in energia

$$E\sigma^{fus}(E, B) = \frac{\hbar\omega R^2}{2} \ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{2\pi}{\hbar\omega} (E - B) \right] \right\} \quad (2.75)$$

Proseguendo similmente a quanto fatto nel caso classico si effettua una doppia derivazione rispetto all'energia, indicando per semplificare l'espressione il parametro $x = \frac{2\pi}{\hbar\omega} (E - B)$:

$$\frac{1}{\pi R^2} \frac{d^2(E\sigma^{fus}(E, B))}{dE^2} = \frac{2\pi}{\hbar\omega} \frac{e^x}{(1 + e^x)^2} = G(E - B) \quad (2.76)$$

Con un integrazione sulla distribuzione continua di barriera si ottiene dunque un'espressione di $D(E)$ per il caso quantistico.

$$\frac{1}{\pi R^2} \frac{d^2(E\sigma^{fus}(E))}{dE^2} = \int \frac{2\pi}{\hbar\omega} \frac{e^x}{(1 + e^x)^2} D(B) dB \quad (2.77)$$

$$= \int G(E - B)D(B)dB = D(E) \quad (2.78)$$

La funzione $G(E - B)$ introdotta è una generalizzazione della δ di Dirac, infatti assume un massimo per $E = B$, è simmetrica rispetto a tale punto e nel limite classico $\hbar\omega \rightarrow 0$ converge a $\delta(E - B)$. La principale differenza tra le due funzioni risiede nell'ampiezza a metà altezza che per $G(E - B)$ assume un valore finito di $FWHM \simeq 0.57\hbar\omega$.

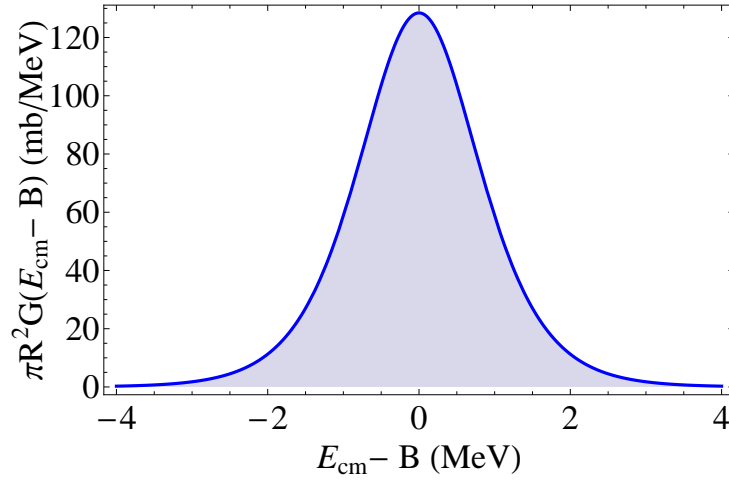


Figura 2.8: Rappresentazione della funzione $\pi R^2 G(E_B)$ per valori $R = 9.31 fm$, $B = 28.15 MeV$ e $\hbar\omega = 3.33 MeV$

Supponendo che la distribuzione di barriera $D(B)$ sia discreta, ad ogni picco corrispondente alla funzione $G(E - B_i)$, avente sempre la medesima ampiezza $FWHM \simeq 0.57\hbar\omega$, è associato un canale della reazione e quindi lo spettro di barriere $D(E)$ è esprimibile come

$$D(E) = \sum_i^N W_i G(E - B_i) = \frac{1}{\pi R^2} \frac{d^2(E\sigma_W^{fus}(E))}{dE^2} \quad (2.79)$$

La differenza principale tra le due distribuzioni trovate 2.70 e 2.79 è legata all'ampiezza del picco associato a ciascuna barriera, che in quest'ultimo caso è rappresentato da una distribuzione a campana con una struttura e ampiezza finita. Da questa condizione deriva la necessità che la spaziatura tra due successive barriere sia maggiore della loro singola larghezza a metà altezza affinché siano distinguibili come due diversi contributi.

2.4.1 Estrazione da dati sperimentali

L'estrazione della distribuzione di barriera a partire dai dati sperimentali si è rivelata un ottimo metodo [22] per ottenere evidenze sugli effetti di struttura nei processi di fusione, soprattutto ad energie sotto barriera Coulombiana. Tuttavia, mentre la sezione d'urto teorica è ricavabile analiticamente, permettendo una determinazione esatta della distribuzione, i valori sperimentali costituiscono un numero finito di misure e la funzione di eccitazione derivante da questi non essendo continua non consente un'estrazione della distribuzione di barriera mediante una doppia derivazione, con il metodo illustrato precedentemente.

In tali casi la derivata seconda della sezione d'urto pesata può essere ottenuta tramite la definizione di rapporto incrementale, mediante il quale la derivata prima della sezione d'urto pesata può essere calcolata utilizzando la formula delle differenze finite (point-difference formula). Tramite queste misure è quindi possibile ottenere una seconda derivazione dello stesso quantità considerando tre valori della sezione d'urto $\sigma_{1,2,3}$ misurati ad energie consecutive $E_{1,2,3}$, a partire dai quali la derivata seconda relativa all'energia media $(E_1 + 2E_2 + E_3)/4$ è esprimibile come

$$\frac{d^2(E\sigma(E))}{dE^2} \simeq 2\left(\frac{E_3\sigma_3 - E_2\sigma_2}{E_3 - E_2} - \frac{E_2\sigma_2 - E_1\sigma_1}{E_2 - E_1}\right)\left(\frac{1}{E_3 - E_1}\right) \quad (2.80)$$

Nel caso di intervalli fissati $\Delta E = (E_3 - E_2) = (E_2 - E_1)$, l'espressione precedente assume la forma

$$D(E) = \frac{d^2(E\sigma(E))}{dE^2} \simeq \left(\frac{E_3\sigma_3 - 2E_2\sigma_2 + E_1\sigma_1}{\Delta E^2}\right) \quad (2.81)$$

L'errore statistico δ_c associato alla derivata seconda è ottenuto mediante la propagazione quadratica degli errori statistici assoluti $(\delta\sigma)_i$ della sezione d'urto, ovvero

$$\delta_c = \left(\frac{E}{\Delta E^2}\right) [(\delta\sigma)_1^2 + 4(\delta\sigma)_2^2 + (\delta\sigma)_3^2]^{\frac{1}{2}} \quad (2.82)$$

In una misura generalmente l'errore percentuale $\delta\sigma/\sigma$ raggiunge i valori minimi all'aumentare della sezione d'urto, e quindi oltre tale minimo l'errore statistico δ_c è proporzionale alla sezione d'urto σ ed aumenta proporzionalmente all'energia del fascio. Assumendo tale rapporto costante si ottiene l'espressione

$$\delta_c \simeq \sqrt{6} \left(\frac{\delta\sigma}{\sigma} \right) \frac{E\sigma(E)}{(\Delta E)^2} \quad (2.83)$$

La distribuzione di barriera è quindi ben definita alle energie più basse, dove la sezione d'urto è minore, anche se l'errore percentuale può risultare relativamente grande, mentre perde definizione all'aumentare dell'energia.

Il valore δ_c è inversamente proporzionale all'intervallo energetico ΔE^2 , quindi in linea di principio può essere ridotto aumentandone l'ampiezza, tuttavia un grande valore di ΔE allarga la distribuzione di barriere smorzandone eventuali strutture caratteristiche degli accoppiamenti a diversi canali inelastici. Infatti dall'equazione 2.80 è evidente che quanto è più piccolo il valore ΔE tanto più l'approssimazione del rapporto incrementale si avvicina al valore effettivo della derivata seconda e quindi aumenta la sensibilità della distribuzione di barriera alla struttura.

Risulta quindi di fondamentale importanza la scelta del valore del passo energetico per una stima ben definita della distribuzione di barriera. Solitamente un buon compromesso tra la sensibilità e la precisione è quello di utilizzare diversi intervalli ΔE_i nel calcolo, ovvero step minimi a bassa energia, in modo tale da rendere visibili le strutture sotto barriera, e step grandi ad energie maggiori, intorno al valore della barriera, onde ridurre l'errore.

Le misure della sezione d'urto attuate per estrarre la distribuzione di barriere necessitano di una elevata precisione ed accuratezza, poichè valori anomali nella funzione di eccitazione comportano forti fluttuazioni della distribuzione. Infatti mediante l'utilizzo del rapporto incrementale la derivata seconda è determinata dalle variazioni della sezione d'urto di tre punti vicini, e quindi la fluttuazione di un dato si sviluppa in uno spostamento di tre punti della distribuzione. È quindi importante non introdurre errori della sezione d'urto che comporterebbero la generazione di strutture fittizie nella distribuzione di barriera e delle errate conclusioni su di essa.

2.5 Hindrance

La hindrance è un fenomeno che si verifica nei processi di fusione e consiste in un cambiamento della pendenza della funzione di eccitazione per energie al di sotto della barriera Coulombiana, per le quali la sezione d'urto di fusione assume valori inferiori rispetto a quelli previsti dalla teoria a canali accoppiati quando si usa un potenziale standard.

Questo fenomeno osservato ormai in molti sistemi è ancora oggetto di indagine sia teorica che sperimentale poichè la sua origine non è ancora ben

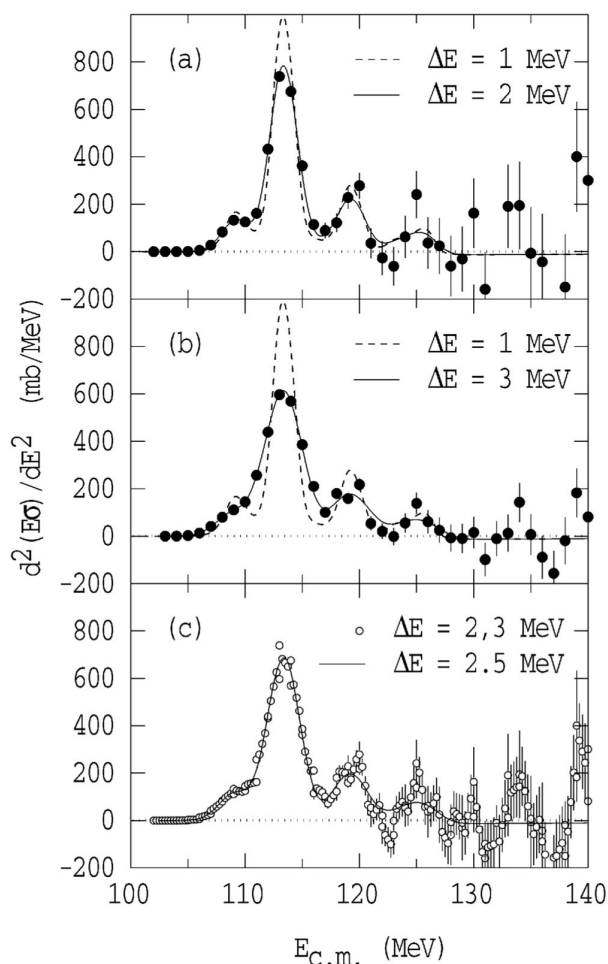


Figura 2.9: Le curve riportate nella figura mostrano delle distribuzioni di barriera per sistemi ipotetici, valutate utilizzando il rapporto incrementale a partire dalle sezioni d'urto calcolate mediante il metodo dei canali accoppiati ad intervalli energetici di 1MeV . Dai grafici è evidente come all'aumentare del passo energetico, da 2MeV a 3MeV , le distribuzioni ottenute dal rapporto incrementale mostrino strutture sempre più smorzate rispetto alle stesse ottenute per intervalli di 1MeV a basse energie, mentre risulta una migliore definizione della struttura ad alte energie. L'errore invece decresce all'aumentare del passo energetico [1].

compresa.

Al fine di poter evidenziare la hindrance direttamente dalle misure sperimentali senza ricorrere all'uso di modelli teorici, si utilizzano due rappresentazioni

della funzione di eccitazione: la derivata logaritmica della sezione d'urto pesata per l'energia $L(E)$ e il fattore astrofisico $S(E)$.

2.5.1 Derivata Logaritmica e Fattore Astrofisico

La pendenza della funzione di eccitazione viene rappresentata opportunamente estraendo la derivata logaritmica della sezione d'urto pesata per l'energia [23]

$$L(E) = \frac{d[\ln(E\sigma)]}{dE} = \frac{1}{E\sigma} \frac{d(E\sigma)}{dE} \quad (2.84)$$

in cui E è riferito al sistema del centro di massa. $L(E)$ cresce al diminuire dell'energia, come si può vedere nell'esempio riportato in figura 2.10.

Il fattore astrofisico è un parametro largamente utilizzato in astrofisica nucleare per lo studio delle reazioni nucleari a bassa energia. Tale parametro è definito come [24]:

$$S(E) = E\sigma(E)e^{2\pi\eta} \quad (2.85)$$

dove η è il parametro di Sommerfeld : $\eta = (0.157Z_1Z_2)/\sqrt{\epsilon}$ e $\epsilon = E_{CM}/\mu$. Nella presente tesi, a causa dei grandi valori che assume, il parametro viene scalato del fattore $e^{2\pi\eta_0}$ in cui η_0 è il parametro di Sommerfeld calcolato all'energia della barriera.

Cioè:

$$S(E) = E\sigma(E)e^{2\pi(\eta-\eta_0)} \quad (2.86)$$

Il fattore S è molto utile per lo studio delle reazioni nucleari al di sotto della barriera Colombiana poichè elimina la forte dipendenza dall'energia che si ha in quel range. Un esempio di tale andamento è mostrato in figura 2.10.

Esiste un legame tra i due parametri $S(E)$ e $L(E)$ che può essere compreso derivando il fattore S . Infatti

$$\frac{dS(E)}{dE} = S(E) \left[L(E) - \frac{\pi\eta}{E} \right] \quad (2.87)$$

É quindi evidente che la derivata di $S(E)$ si annulla per

$$L(E) = L_{CS}(E) = \frac{\pi\eta}{E} \quad (2.88)$$

e quindi all'energia E_S in cui la derivata logaritmica raggiunge il valore L_{CS}

il fattore S sviluppa un massimo. E_S viene identificata fenomenologicamente come energia di soglia della hindrance. Sia $S(E)$ che $L(E)$ sono quindi fondamentali nell'individuazione della hindrance, poichè in questo [25] modo si mette in grande evidenza la possibile presenza di tale fenomeno. Uno dei primi sistemi in cui è stata osservata la hindrance è $^{64}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$ come mostrato in dettaglio in Fig. 2.10.

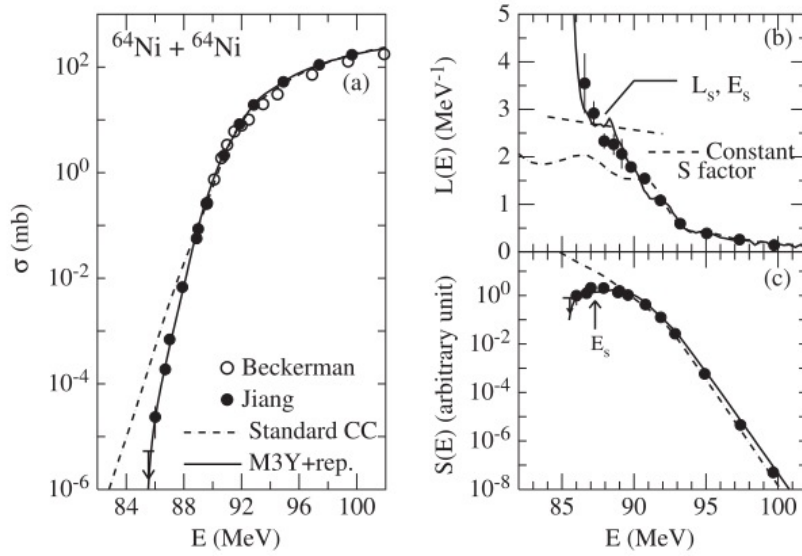


Figura 2.10: La figura mostra il risultato di uno dei primi esperimenti in cui è stata individuata la hindrance nel sistema simmetrico $^{64}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$. La misura è stata eseguita da Jiang et al. [26] e Beckerman et al. [27]. In (a) è riportata la funzione di eccitazione, in (b) la derivata logaritmica $L(E)$ con la funzione L_{CS} e in (c) il fattore astrofisico $S(E)$ [12].

Capitolo 3

Apparato e procedura sperimentale

L'esperimento di fusione trattato nella presente tesi è stato realizzato presso i Laboratori Nazionali di Legnaro (LNL), Padova, nel mese di giugno 2015. Il fascio di ^{30}Si è stato accelerato dal Tandem XTU, che ha fornito energie comprese tra 48 MeV e 90 MeV (terminale del Tandem tra 6.8 e 11.4 MV), con un intensità media di corrente di circa 110 enA (con stato di carica $q=6^+$ e quindi circa 17 pA). Il fascio di ^{30}Si è stato inizialmente ionizzato negativamente ($q=1^-$) per poter essere accelerato fino al terminale del Tandem che è a potenziale positivo. Le particelle di ^{30}Si , dopo essere state ionizzate positivamente per il passaggio attraverso un sottile foglio di carbonio, hanno subito un'ulteriore accelerazione nella seconda parte dell'acceleratore. L'energia degli ioni in uscita è stata quindi definita da un magnete analizzatore a 90° .

La collisione con il bersaglio, sempre di ^{30}Si è avvenuta in una camera di reazione a tenuta strisciante che permette la rotazione della camera intorno al bersaglio mantenendone il vuoto all'interno, mentre quattro rivelatori al silicio, posti a circa 16° rispetto alla direzione del fascio, avevano la funzione di controllare le condizioni del fascio e di normalizzare la sezione d'urto di fusione rispetto alla sezione d'urto di Mott. Inoltre la rotazione della camera a tenuta strisciante ha permesso di effettuare misure a diversi angoli, da cui è stato possibile risalire alla distribuzione angolare degli eventi di fusione-evaporazione.

I residui di evaporazione (ER) del nucleo composto di ^{60}Ni sono stati separati dal fascio uscente mediante l'utilizzo di due apparati: un deflettore elettrostatico e un telescopio "Energia- ΔE -Tempo di volo" costituito da due Micro-Channel Plates (MCP), una camera di ionizzazione (IC) a campo trasverso e un rivelatore al silicio all'interno della IC.

Tutto il set-up è schematizzato in Fig. 3.1.

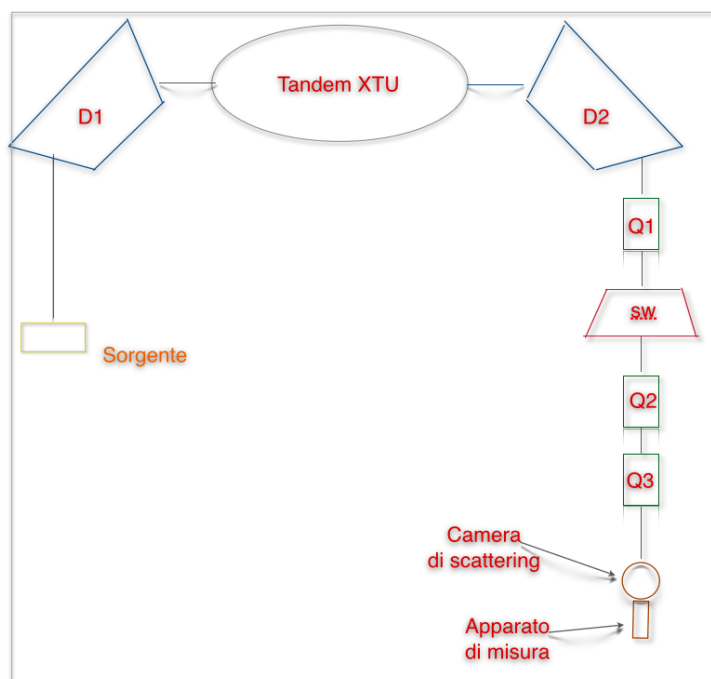


Figura 3.1: Schema del sistema di accelerazione e dell'apparato sperimentale.

3.1 Sezione d'urto di fusione

Il nucleo composto prodotto in seguito alla fusione di due nuclei ad energie ≤ 10 MeV/A tende a decadere sostanzialmente in due possibili modi, ovvero l'evaporazione di particelle cariche e la fissione, processi descritti brevemente nel capitolo precedente.

Ne consegue che sperimentalmente la sezione d'urto di fusione è definita come la somma delle sezioni d'urto dei due singoli canali, che sono in competizione tra di loro:

$$\sigma^{fus} = \sigma^{ER} + \sigma^{fis} \quad (3.1)$$

Il prevalere dell'uno o dell'altro canale di decadimento dipende dalla massa del nucleo composto, dalla sua energia di eccitazione e dal suo momento angolare. In sistemi relativamente leggeri come $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$, ad energie vicine alla Barriera Colombiana, si ha come canale di diseccitazione dominante quello evaporativo. Questo permette di identificare la sezione d'urto totale

con quella di evaporazione $\sigma^{fus} \simeq \sigma^{ER}$, che è quindi direttamente ottenibile dalla misura della sezione d'urto dei residui di evaporazione, che può essere determinata principalmente attraverso due metodi: la rivelazione diretta dei residui o quella delle radiazioni emesse a seguito della loro diseccitazione.

La rivelazione diretta è il metodo più preciso anche se comporta la soluzione di alcuni problemi tecnici. Tra questi la necessità di disporre di un sistema di rivelazione situato a piccoli angoli rispetto al fascio incidente dato che il massimo della sezione d'urto differenziale dei residui è un picco molto stretto centrato a 0° , di larghezza a metà altezza di pochi gradi. Inoltre è necessaria una soppressione del fascio trasmesso e diffuso a 0° , per evitare il danneggiamento del sistema di rivelazione.

Tipicamente il fascio è costituito da circa 10^{10} particelle al secondo, di cui la frazione che porta alla fusione può essere valutata a partire dal numero degli eventi di fusione, ottenuti come

$$\frac{N_{fus}}{N_{beam}} = \frac{\sigma_{fus} N_A t}{A} \quad (3.2)$$

dove N_A è il numero di Avogadro ($6.022 \cdot 10^{23}$ particelle/mole), A il numero atomico del nucleo bersaglio e t lo spessore in unità di massa per superficie. Da tale espressione, sostituendo valori tipici del sistema trattato, ovvero $A=30$ g/mole, $t \sim 80 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ e $\sigma^{fus} \sim 100$ mb, si ottiene una piccola frazione di conteggi, di circa 10^{-7} . È quindi necessaria la loro separazione dall'intenso flusso di particelle del fascio trasmesso o che hanno subito altri tipi di interazioni, come lo scattering elastico. La separazione viene sperimentalmente eseguita mediante il deflettore elettrostatico e il telescopio, descritti nella sezione seguente.

3.2 Apparato sperimentale

L'apparato sperimentale si compone di tre parti principali, illustrate nello schema sottostante nella Fig. 3.2, che sono la camera di reazione, il sistema di separazione del fascio, ovvero il deflettore elettrostatico, e il telescopio "Energia- ΔE -Tempo di volo" con la camera di ionizzazione IC.

3.2.1 Camera di reazione

Il processo di fusione avviene all'interno della camera di reazione, in acciaio e a sezione circolare, con un raggio interno di 50 cm. Una delle caratteristiche principali della camera è quella di essere a tenuta strisciante, ovvero di poter

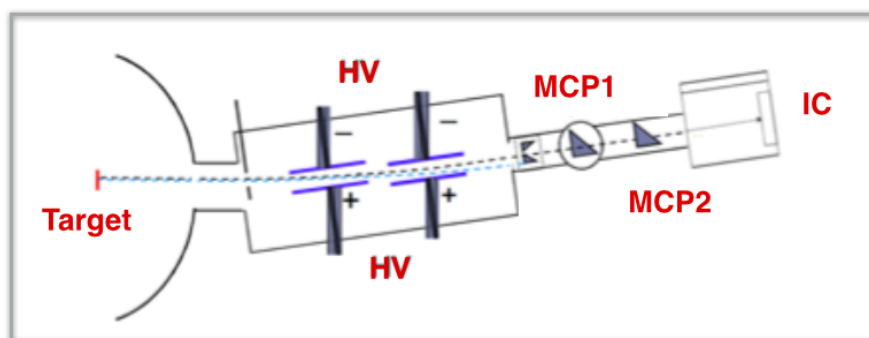


Figura 3.2: Schema dell'apparato sperimentale.

essere ruotata mantenendo il vuoto all'interno a livello di circa 10^{-6} mbar, indispensabile per una corretta riuscita dell'esperimento.

Target

Il bersaglio di ^{30}Si è montato in un supporto a sei posizioni; la prima contiene una piastrina di quarzo forata, utilizzata per la focalizzazione del fascio. Infatti il quarzo colpito dal fascio produce un'emissione luminescente a seguito del riscaldamento (fenomeno di termoluminescenza). Tramite una telecamera che guarda l'interno della camera, è possibile controllare la posizione del fascio affinché risulti centrato e ben focalizzato.

Nelle altre cinque posizioni è possibile installare i bersagli; in questo esperimento sono stati inseriti bersagli di ^{30}Si con uno spessore di $50 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ su un supporto di carbonio di $30 \mu\text{g}/\text{cm}^2$. Il supporto dei bersagli è fissato sul coperchio superiore della camera, e viene mosso tramite un sistema di controllo esterno, in modo tale da poter focalizzare il fascio ad ogni cambio di energia (inserendo il quarzo sulla linea di fascio) ed in caso di necessità effettuare un cambio di bersaglio.

Monitoraggio del fascio tramite i rivelatori al silicio

I rivelatori al silicio, indicati in figura 3.4 con i termini "Up", "Down", "Left" e "Right", sono posti all'interno della camera di reazione ognuno ad un angolo di circa 16° rispetto alla direzione del fascio su un supporto circolare.

Questi rivelatori sono fondamentali per le misure di precisione necessarie per ottenere la funzione di eccitazione. Essi infatti permettono di controllare le

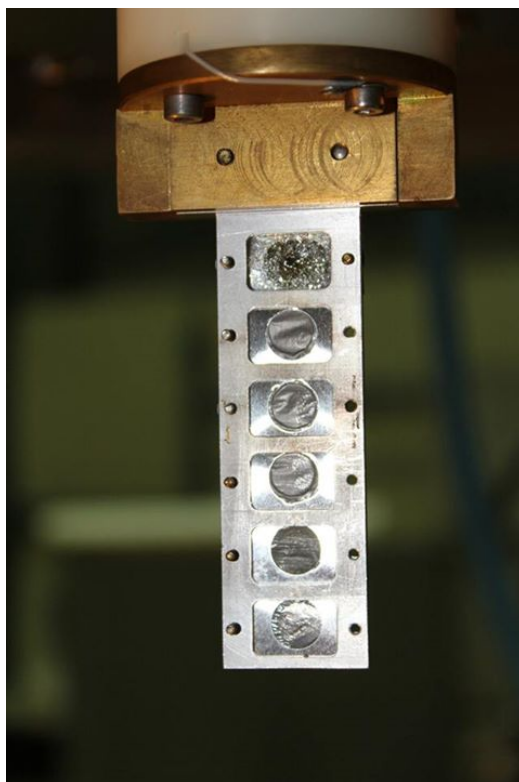


Figura 3.3: Foto del supporto a sei posizioni per i bersagli. Nell prima posizione in alto si può notare il quarzo con il suo buco centrale.

variazioni di posizione del fascio rispetto al bersaglio e di ottenere, dai conteggi rivelati, la sezione d'urto di elastica, utilizzata per la normalizzazione della sezione d'urto dei residui di evaporazione.

Normalmente viene usata la sezione d'urto di Rutherford, in questo caso tuttavia, poichè il sistema è simmetrico occorre fare riferimento alla sezione d'urto Mott.

In particolare, definendo con θ l'angolo a cui è posto il singolo monitor rispetto al fascio e con $\Delta\Omega$ l'angolo solido che sottende, il numero di eventi di diffusione Mott N_M rivelati al secondo è esprimibile in funzione della sezione d'urto differenziale relativa a quell'angolo mediante la seguente equazione:

$$N_M = \frac{d\sigma_{Mott}}{d\Omega} \Delta\Omega I N_A \frac{t}{A} \quad (3.3)$$

in cui compare l'intensità del fascio I (particelle al secondo), lo spessore areale del bersaglio t (g/cm^2), il numero di Avogadro N_A e il peso atomico del bersaglio A (g).

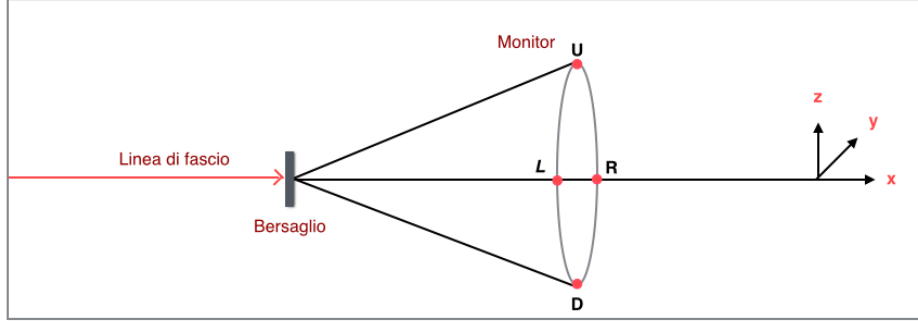


Figura 3.4: Schema della posizione dei monitor.

La sezione d'urto Mott nel riferimento del centro di massa è

$$\frac{d\sigma_{Mott}}{d\Omega}(\theta) = \left(\frac{\eta}{2k}\right)^2 \left\{ \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} + \frac{1}{\cos^4(\theta/2)} + \frac{2(-)^{2s} \cos[2\eta \ln(\tan(\theta/2))]}{2s+1 \sin(\theta/2)^2 \cos(\theta/2)^2} \right\} \quad (3.4)$$

in cui η è il parametro di Sommerfeld, k è il numero d'onda asintotico del moto relativo [15] e s è lo spin intrinseco dei due nuclei.

Tenendo conto della conversione al sistema di riferimento del laboratorio risulta quindi che la sezione d'urto differenziale dei residui di evaporazione è

$$\frac{d\sigma^{ER}}{d\Omega}(E, \theta_{ER}) = \frac{d\sigma_{Mott}}{d\Omega_{lab}}(E, \theta_{Mon}) \frac{N^{ER}}{N^{Mon}} \frac{\Delta\Omega^{Mon}}{\Delta\Omega^{ER}} \frac{1}{\epsilon} \quad (3.5)$$

In cui N^{Mon} è il numero di eventi di diffusione elastica rivelato dai monitor posti ad un angolo $\theta_{Mon} = 16^\circ$ rispetto l'asse del fascio e $\Delta\Omega^{Mon}$ è l'angolo solido sotteso da ognuno di essi, mentre N^{ER} è il numero di eventi dei residui registrati dal rivelatore al silicio, con angolo solido $\Delta\Omega^{ER}$, posto nella camera di ionizzazione. La quantità ϵ invece rappresenta l'efficienza dell'apparato, data dal prodotto dell'efficienza dei rivelatori, per la trasparenza dei due rivelatori MCP e della griglia della camera di ionizzazione e per la trasmissione del deflettore.

Come anticipato, l'utilità dei monitor non risiede solo nella normalizzazione Mott, ma anche nella rivelazione di possibili deviazioni del fascio dalla direzione impostata per le diverse energie. Tali deviazioni sono solitamente associate agli effetti degli elementi magnetici installati sulla linea del fascio tra l'acceleratore e la camera di reazione. I quattro monitor permettono quindi di correggere le deviazioni orizzontali tramite i rivelatori "Left" e "Right",

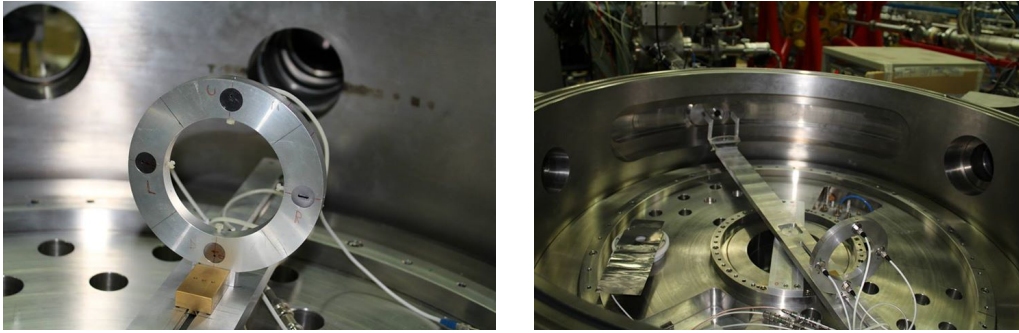


Figura 3.5: A sinistra il supporto circolare dei quattro monitor visto dalla direzione del fascio e a destra l'interno della camera di reazione con il foro di ingresso del fascio stesso.

mediandone i conteggi e analogamente le deviazioni verticali usando i monitor “Up” e “Down”. I monitor hanno dei collimatori con diametro di 1.5 mm per ottenere una migliore definizione dell'angolo θ_{Mon} , di ridurre la frequenza di conteggio e di conseguenza il loro danneggiamento.

3.2.2 Separatore elettrostatico

I residui di evaporazione, che sono concentrati entro qualche grado nella direzione del fascio incidente, sono separati da quest'ultimo mediante un separatore elettrostatico [28]. Il separatore si trova in un contenitore metallico dalla forma cilindrica, di 30 cm di diametro e 85 cm di lunghezza, ed è costituito da due coppie di elettrodi rettangolari metallici dalle superfici accuratamente levigate e con dimensioni di 25 cm di lunghezza e 12 cm di larghezza con spessore di 0.5 cm. Questa configurazione è particolarmente utile poichè, essendo la distanza tra le piastre regolabile esternamente e separatamente per le due coppie, permette di ottenere due regioni di campo diverse e indipendenti, che consentono un migliore adattamento alle differenti condizioni sperimentali, minimizzando lo scattering del fascio sugli elettrodi stessi. Due generatori di alta tensione possono applicare differenze di potenziale agli elettrodi fino ad alcune decine di kV , da cui si produce un determinato campo ε .

Un collimatore posto tra il bersaglio e il campo elettrostatico permette di definire l'angolo solido di ingresso del deflettore.

Il deflettore sfrutta la differente rigidità elettrica dei nuclei prodotti a seguito dell'evaporazione del nucleo composto rispetto alle particelle del fascio trasmesso. Tale rigidità è definita come $\eta = E/q$, in cui E è l'energia e q è lo stato di carica ionico. Grazie quindi alla differente rigidità elettrica tra i residui e il fascio, i due tipi di particelle possono essere separate, tipicamente di

pochi centimetri. L'angolo di deflessione totale del deflettore è stato fissato a 4.7° . Per angoli di deflessione di quest'ordine è possibile approssimare la traiettoria delle particelle cariche tra i due elettrodi ad un arco di circonferenza, il cui raggio r di curvatura è dato dalla relazione

$$\frac{mv^2}{r} \sim q\varepsilon \quad (3.6)$$

in cui v ed m sono la velocità e la massa dello ione e ε il campo elettrico trasverso prodotto dal deflettore. Da tale espressione è possibile ricavare il rapporto tra i raggi di curvatura dei residui (r_{ER}) e delle particelle del fascio (r_b), che è proporzionale alle rispettive rigidità elettriche

$$\frac{r_{ER}}{r_b} \sim \frac{(E/q)_{ER}}{(E/q)_b} \sim \frac{(mq)_b}{(mq)_{ER}} \quad (3.7)$$

La seconda uguaglianza si ricava dalla conservazione dei momenti, per la quale la quantità di moto dei residui e delle particelle del fascio possono essere considerate approssimativamente uguali ($(mv)_{ER} = (mv)_b$), poichè il momento trasportato dalle particelle evaporate è trascurabile. La massa e lo stato di carica dei residui sono maggiori di quelli degli ioni del fascio, il che comporta dalla precedente formula che i residui di evaporazione abbiano una curvatura più accentuata. Questo permette una buona separazione tra i due tipi di particelle, anche per misure attuate a 0° . Il fattore di reiezione, definito come il rapporto tra il numero di particelle del fascio entranti ed uscenti dal deflettore, per il sistema trattato è di $\simeq 10^8$. La combinazione delle tensioni applicate e della geometria del sistema è tale da deviare il fascio primario e bloccarlo su un collimatore posto all'uscita del deflettore, permettendo invece ai residui di uscire dal separatore e di entrare nel sistema di rivelazione. Tuttavia, nonostante la tensione sia scelta al fine di rendere massima la trasmissione dei residui, non tutto il fascio primario viene bloccato, in particolare avviene il passaggio di quei nuclei che a seguito di urti multipli, con gli elettrodi o i bordi del collimatore, assumono un'energia tale da avere una rigidità molto simile a quella dei residui. Risulta quindi necessaria una seconda separazione dei due tipi di ioni, che viene attuata mediante l'utilizzo del telescopio di rivelatori a valle del collimatore di uscita.

3.2.3 Telescopio di rivelatori

Il telescopio “ ΔE -Energia-Tempo di volo” è lo strumento che viene utilizzato per discriminare le particelle uscenti dal deflettore elettrostatico e sfrutta la

proprietà per la quale particelle più massive impiegano un tempo maggiore per percorrere una certa distanza d a parità di energia cinetica. I residui di evaporazione viaggiano ad una velocità non relativistica con un rapporto $\beta = \frac{v}{c} \simeq 0.02$; ne consegue la possibilità di esprimere classicamente la velocità v delle particelle in funzione della distanza percorsa e del tempo impiegato a percorrerla $v = \frac{d}{t}$ e, mettendola in relazione con la loro energia cinetica $E = \frac{1}{2}Mv^2$, si ottiene la seguente relazione:

$$M = \frac{2Et^2}{d^2} \quad (3.8)$$

I residui di evaporazione, dunque, a parità di energia, avendo una massa maggiore hanno un tempo di volo più grande degli ioni del fascio per percorrere la lunghezza del telescopio, condizione che permette di distinguere i due tipi di eventi in un diagramma riportante il tempo di volo in funzione dell'energia delle particelle.

La risoluzione di massa dell'apparato permette la discriminazione del fascio anche se non l'identificazione dei vari canali di evaporazione, che non è d'altra parte lo scopo dell'esperimento.

La risoluzione si ottiene dall'equazione della propagazione degli errori, trattando l'energia E ed il tempo t come variabili indipendenti

$$\left(\frac{\Delta M}{M}\right)^2 = \left(\frac{\Delta E}{E}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2 \quad (3.9)$$

in cui l'errore relativo su t si può ridurre aumentando la base di volo, limitando in tale modo l'errore sulla massa al solo contributo della risoluzione energetica.

In particolare, il telescopio utilizzato nell'esperimento è composto da 3 rivelatori, di cui due micro-channel plates MCP, che forniscono un segnale di tempo di tipo "START", e da un rivelatore al silicio a barriera di superficie che oltre a dare un segnale di "STOP" rivela anche l'energia della particella. Considerando quindi le distanze dei singoli MCP dal rivelatore al silicio, non è possibile trascurare i valori del tempo di volo nella risoluzione della massa 3.9, essendo le due basi di volo di 666 mm e 1047 mm. Data quindi una risoluzione temporale intrinseca dei rivelatori di $200 \div 250$ ps, il cui contributo $\frac{\Delta t}{t} \sim 0.5\%$ è quindi confrontabile con quello energetico $\frac{\Delta E}{E} \sim 1\%$, si ottiene una risoluzione di massa di $\frac{\Delta M}{M} \sim \frac{1}{70}$.

Il tempo di volo viene misurato inviando i segnali di start e stop ad un convertitore tempo-ampiezza (TAC). Prima di raggiungere il rivelatore al silicio le particelle attraversano una camera di ionizzazione utilizzata al fine di misurare la perdita di energia ΔE dei nuclei.

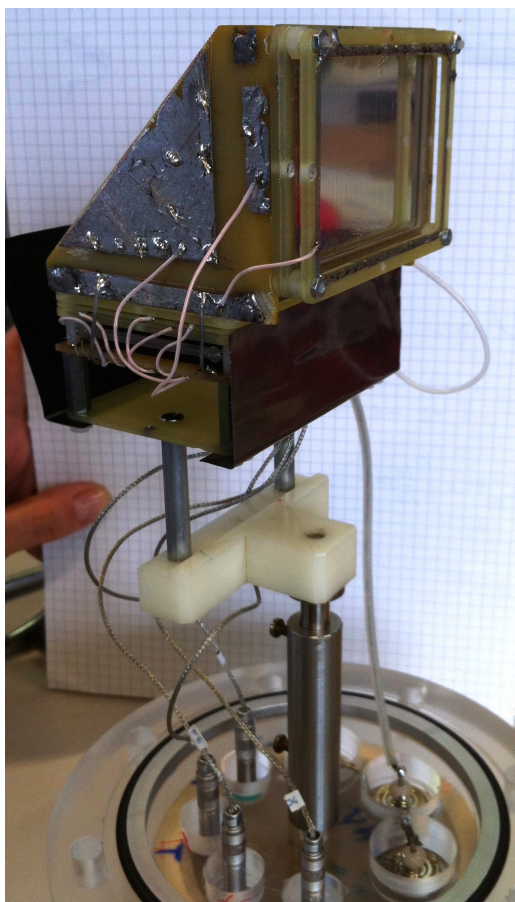


Figura 3.6: Rivelatore a MCP con il suo specchio elettrostatico.

Rivelatori a micro-channel plates

L'utilizzo dei micro-channel plates è dettato dalla necessità di rivelare il passaggio di ioni pesanti senza alterarne sensibilmente l'energia.

I rivelatori MCP sono basati su piastrine di vetro $43 \times 63 \text{ mm}^2$ opportunamente costruite per fungere da moltiplicatori di elettroni molto compatti e con alto guadagno, che forniscono in uscita un segnale di tempo veloce. Devono operare in condizioni di alto vuoto (10^{-5} - 10^{-6} mbar) [29].

Gli ioni non collidono direttamente sulle piastrine: dopo aver attraversato una prima griglia costituita da fili di tungsteno dorato spazati di 1 mm, attraversano un sottile foglio di carbonio, di circa $20 \mu\text{g}/\text{cm}^2$, posto perpendicolarmente alla loro direzione; a seguito dell'interazione con il carbonio vengono emessi elettroni successivamente accelerati e deviati sulle piastrine da uno specchio elettrostatico a 45° , a cui è applicata una differenza di po-

tenziale di circa 1 kV.

I segnali negativi così prodotti hanno ampiezze di circa 200-300 mV e un tempo di salita di alcuni nanosecondi. La geometria dei rivelatori permette l'isocronismo dei segnali generati dagli elettroni indipendentemente dal punto di attraversamento del foglio di carbonio; inoltre gli MCP hanno una trasparenza dell'85%, a causa della presenza delle griglie, mentre l'efficienza, misurata sperimentalmente, è prossima al 100% per ioni pesanti.

3.2.4 Camera di ionizzazione

La camera di ionizzazione permette di misurare la perdita di energia delle particelle da cui si può ricavare il loro numero atomico Z usando la formula di Bethe-Bloch. Rivelatori a gas di questo tipo sono molto utili negli esperimenti con ioni pesanti. Infatti, comportano una minima perdita di energia delle particelle, tramite l'utilizzo di gas a bassa pressione e finestre di entrata sottili, il che è molto importante per lo studio di ioni a bassa energia; essi sono caratterizzati da una grande adattabilità della struttura geometrica e subiscono un minimo danneggiamento per le radiazioni mantenendo stabilità su lunghi tempi di misura.

La camera utilizzata nel presente esperimento è mostrata in Fig.3.7. Si tratta di una camera a campo trasverso lunga 30 cm che permette una schermatura dell'anodo mediante l'utilizzo della griglia di Frisch [30]. Questa griglia limita la dipendenza dell'impulso dalla posizione in cui è avvenuta la ionizzazione. Il gas utilizzato è metano CH_4 che è stato mantenuto in flusso durante la misura ad una pressione di 13.5 mbar. Gli ioni del fascio e i residui di evaporazione uscenti dai rivelatori MCP entrano nella camera attraverso una sottile finestra di mylar da $200 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ sostenuta da una griglia metallica, attraversano il gas e si fermano in un rivelatore al silicio da 300mm^2 (successivamente cambiato con uno da 600mm^2 per le misure alle energie più basse) [31], che fornisce un segnale proporzionale alla loro energia residua.

3.3 Elettronica e sistema di acquisizione

Dalla carica raccolta da ogni rivelatore al silicio, ovvero i monitor e quello posto nella camera di ionizzazione, vengono derivati tramite il preamplificatore due segnali, di cui uno proporzionale all'energia dello ione e un altro invece di tipo veloce da utilizzare o come trigger o per misurare il tempo di volo. I segnali energetici prodotti sono lineari, e come tali vengono inviati ad un amplificatore e trattati con un modulo LGS (linear gate and stretcher) per sincronizzare i dati rispetto al trigger dell'evento. Tali segnali infine tramite

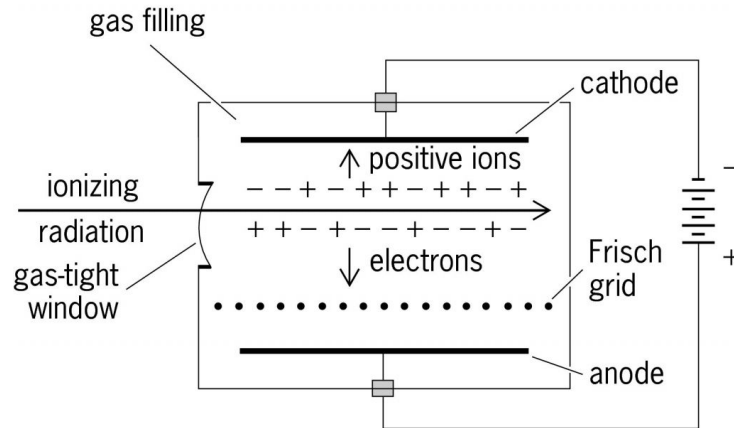


Figura 3.7: Schema della camera di ionizzazione con griglia di Frisch utilizzata nell'esperimento. Il rivelatore al silicio non è riportato nello schema.

l'utilizzo di un ADC (convertitore analogico digitale) vengono digitalizzati e inviati al sistema di acquisizione.

I segnali temporali sono amplificati da un fast amplifier (FA) e inviati ad un modulo CFD (constant fraction discriminator) affinché la temporizzazione risulti indipendente dall'ampiezza del segnale. In seguito un "gate generator" (GG) permette di avere un segnale logico regolabile temporalmente, mentre un'unità logica permette di costruire un OR dei segnali dei monitor e del Silicio che agisce come trigger del sistema di acquisizione.

I segnali di tempo di volo sono determinati da convertitori tempo-ampiezza (TAC), la cui rampa parte con il segnale temporale del silicio nella camera a ionizzazione e viene fermata con il segnale dei MCP.

Il sistema di acquisizione (DAQ) è basato su elettronica VME collegata ad un server di controllo e di "storage" dei dati evento per evento. Gli spettri di energia dei monitor e gli spettri bidimensionali tempo di volo (ToF)-Energia (E), ΔE -E e ΔE -ToF sono ottenuti mediante l'utilizzo di un software chiamato CRACOW per il controllo online e per la successiva analisi offline.

3.4 CRACOW

Il software CRACOW [32] è stato utilizzato per ottenere il numero di conteggi degli eventi di diffusione elastica registrati dai quattro monitor e per identificare e contare i residui di evaporazione rivelati dal telescopio ToF- ΔE -E.

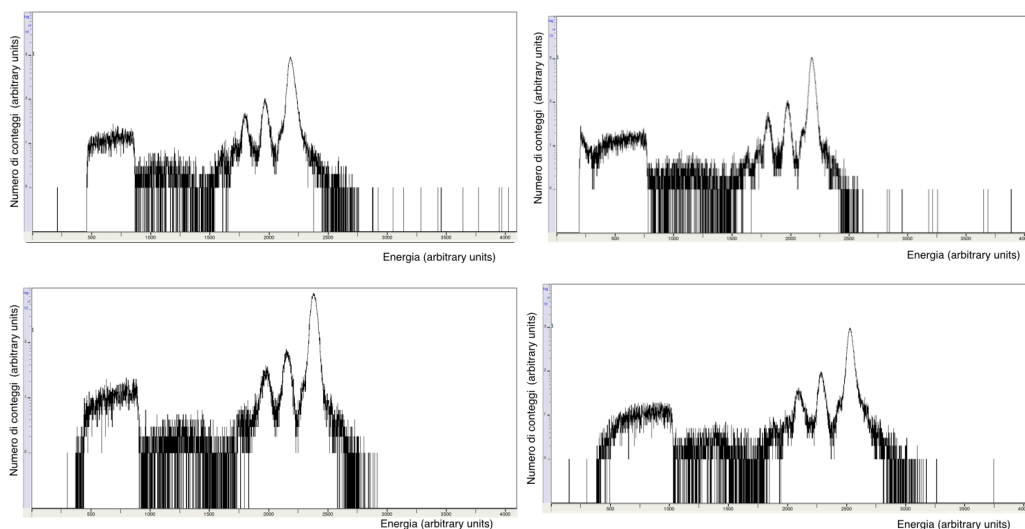


Figura 3.8: Spettri energetici dei quattro monitor per un'energia nominale del fascio E_{lab} pari a 80 MeV. La scala dei conteggi è logaritmica.

Tale software fornisce i quattro spettri energetici dei monitor; negli spettri sono visibili più picchi (vedi Fig.3.8), di cui quello più intenso e ad energia più alta corrisponde agli eventi di diffusione elastica, mentre i restanti sono ricollegabili alla diffusione del ^{30}Si sul carbonio del supporto del target o su impurità (soprattutto ossigeno) presenti nel bersaglio.

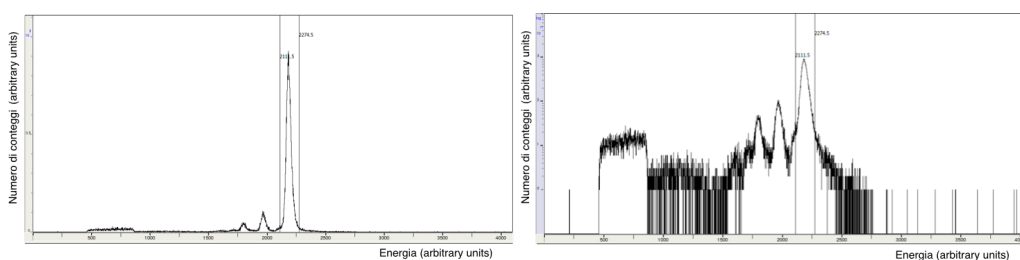


Figura 3.9: Esempio di metodo di selezione del picco dello spettro di energia del monitor Left a $E_{lab}= 80$ MeV. Il primo grafico è in scala lineare mentre il secondo è in scala logaritmica.

Il numero di conteggi degli eventi di diffusione elastica è stato ottenuto integrando il picco di interesse (vedi Fig.3.9). Come controllo è stato anche ricavato il rapporto tra l'area del picco selezionato e quella dello spettro totale che si è mantenuto approssimativamente costante al variare dell'energia.

Il software fornisce anche gli spettri di tempo di volo, energia e perdita di energia rivelati dal telescopio, che vengono riportati in diversi grafici come mostrato a titolo di esempio in Fig. 3.10; essi riportano il tempo di volo relativo a tre diverse distanze in funzione della perdita di energia ΔE misurata dalla camera di ionizzazione. Con $\Delta E - TOF_1$ si indica la matrice ΔE -ToF con il ToF relativo alla distanza tra MCP1 e il rivelatore al silicio, $\Delta E - TOF_2$ si riferisce invece al ToF tra i due MCP e infine $\Delta E - TOF_3$ è costruita con il ToF tra MCP2 e il rivelatore al silicio. La Fig.3.11 riporta invece le matrici $E - TOF_1$, $E - TOF_2$ e $\Delta E - E$.

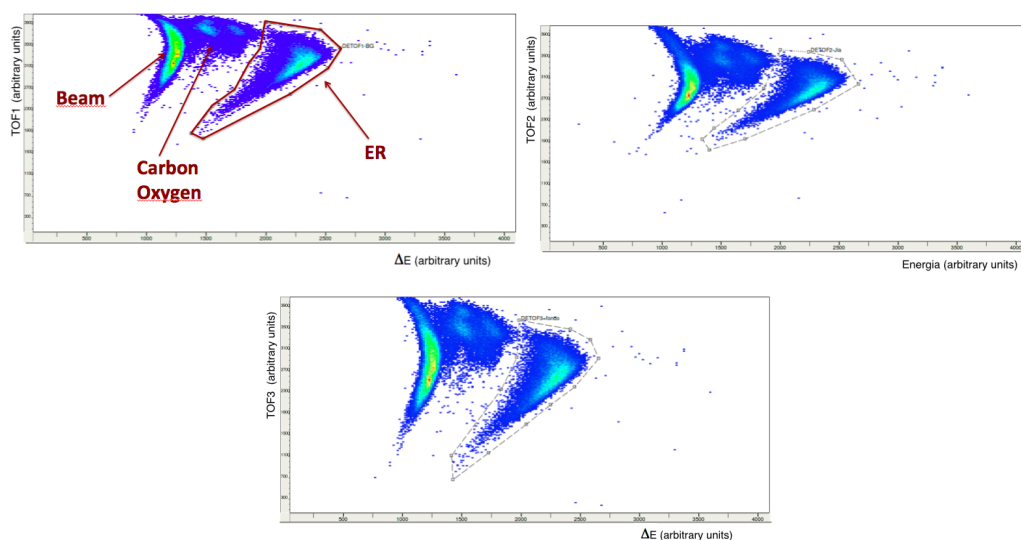


Figura 3.10: Grafici in ordine $\Delta E - TOF_1$, $\Delta E - TOF_2$ e $\Delta E - TOF_3$ per $E_{lab}=80$ MeV. Il poligono in ciascuna matrice delimita gli eventi dei residui di evaporazione.

Non tutti i segnali registrati dagli MCP presentano un corrispettivo segnale del rivelatore al silicio posto alla fine del telescopio, poichè parte del flusso di particelle incidenti sugli MCP vengono perse lungo il tragitto che separa i due rivelatori. Per tale motivo il tempo di volo riportato nelle matrici è ottenuto utilizzando il segnale del silicio come “START” e quello degli MCP, a cui viene aggiunto un appropriato ritardo, come “STOP”; la scala dei tempi risulta quindi invertita nei vari spettri e matrici cioè tempi di volo maggiori corrispondono a canali più piccoli.

Nelle matrici risulta quindi possibile distinguere chiaramente gli eventi as-

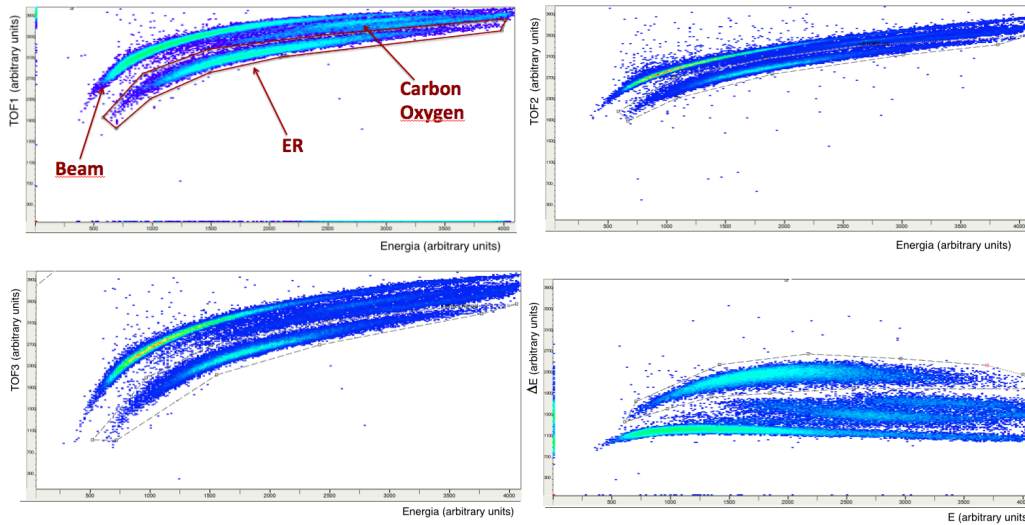


Figura 3.11: I primi due grafici corrispondono alle matrici $E - TOF_1$ ed $E - TOF_2$, il terzo invece riguarda $\Delta E - E$. Questi grafici sono stati ottenuti ad $E_{lab} = 80$ MeV. Anche in questi casi i poligoni identificano i residui di evaporazione.

sociati ai residui, che avendo un massa maggiore del fascio sono facilmente individuabili. Gli eventi relativi a particelle del fascio che subiscono diffusione elastica, straggling che urtano varie parti dell'apparato hanno una distribuzione di energia più larga. Nel grafico $\Delta E - E$ invece i residui sono posizionati nella parte alta della matrice, essendo caratterizzati da una maggiore perdita di energia.

Tra i residui e le particelle simili al fascio sono visibili altri gruppi ben delimitati di eventi dovuti alla fusione degli ioni di ^{30}Si con nuclei di carbonio e ossigeno presenti nel bersaglio.

Una volta quindi identificati sulle matrici gli eventi associati ai residui, il programma permette di delimitare l'area che li contiene all'interno di un poligono e ne fornisce il numero.

La Fig.3.12 mostra gli spettri ottenuti ad un'energia bassa misurata dove gli eventi di fusione sono pochi e difficili da identificare. In questi casi (ad energie molto inferiori alla barriera Coulombiana o ad angoli molto piccoli) è stato necessario costruire una matrice "condizionata" per individuare i residui, ovvero sono stati contati nella matrice $E - TOF_1$ soltanto quegli eventi che contemporaneamente cadevano nei poligoni scelti nella $E - TOF_3$ e nella $\Delta E - TOF_1$. In questo modo il fondo di eventi di coincidenze casuali

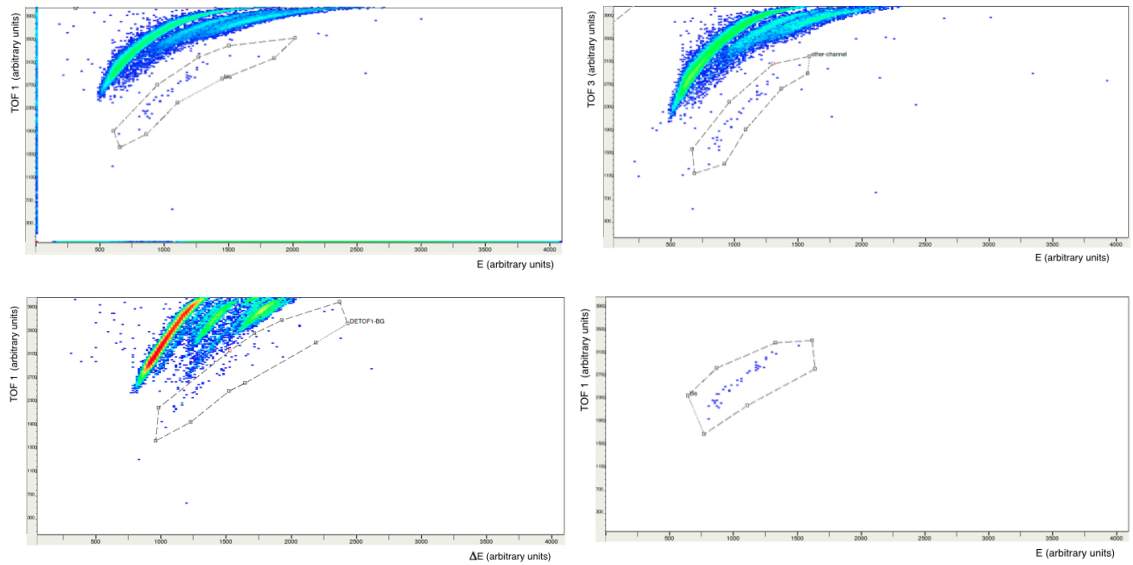


Figura 3.12: Le matrici $E - TOF_1$, $E - TOF_3$ e $\Delta E - TOF_1$ ottenute all'energia di $E_{lab} = 50.20$ MeV. Si nota la forte diminuzione degli eventi dei residui rispetto alle misure mostrate in Fig.3.10 e Fig.3.11. In basso a destra è riportata la matrice “condizionata” $E - TOF_1$ dalla quale è evidente l'efficacia della procedura nell'eliminazione degli eventi di fondo.

o di “pile-up” è stato drasticamente ridotto come si nota nell'ultima matrice riportata nell'esempio della Fig.3.12.

Capitolo 4

Analisi dei dati ed interpretazione

4.1 Procedura sperimentale

L'esperimento ha avuto una durata di otto giorni, durante i quali sono state eseguite le misure di sezione d'urto di fusione ad un angolo fisso variando l'energia del fascio per determinare la funzione di eccitazione; successivamente per $E_{lab} = 80$ MeV sono state eseguite le misure relative alla distribuzione angolare dei residui di evaporazione. L'analisi di questa tesi ha anche usufruito dei dati raccolti per lo stesso sistema in un esperimento precedente di novembre 2014, durante il quale è stata eseguita l'ottimizzazione della trasmissione del separatore e la misura di due distribuzioni angolari ad altre due energie $E_{lab} = 70$ e 58 MeV.

L'intervallo di energie della funzione di eccitazione è stato scelto intorno al valore della barriera Coulombiana stimata usando il potenziale nucleare di Akyüz-Winther 2.6. I parametri del potenziale nucleare e della barriera risultante sono riportati nella tabella 4.1.

V_0 (MeV)	r_0 (fm)	a_0 (fm)
54.92	1.17	0.64

B_0 (MeV)	R_b (fm)	$\hbar\omega$ (MeV)
28.15	9.31	3.33

Tabella 4.1: Profondità V_0 , raggio r_0 e diffusività a_0 del potenziale di Akyüz-Winther. Sotto vengono riportati l'altezza B_0 , la posizione R_b e la curvatura $\hbar\omega$ della barriera per il sistema $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$.

Nel sistema del laboratorio l'altezza della barriera è di 56.30 MeV, quindi le

misure di sezioni d'urto sono state ottenute per valori di energia del fascio variabile tra un minimo di circa 51 MeV e un massimo di 90 MeV. L'energia è stata variata gradualmente partendo dal valore più alto, al fine di evitare fenomeni di isteresi nel magnete analizzatore all'uscita del Tandem, ad eccezione delle misure attuate a 80 MeV, 85 MeV e 90 MeV che sono state eseguite come ultime. Ad ogni variazione di energia è stata controllata la focalizzazione del fascio, ed eventualmente modificata ove necessario per mezzo del quarzo.

I bersagli di ^{30}Si avevano spessore di $50 \mu\text{g}/\text{cm}^2$, erano stati evaporati su un foglio di $30 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ di carbonio e la composizione isotopica del materiale usato è riportata in tabella.

<i>Isotopi</i>	<i>Arricchimento (%)</i>
^{28}Si	0.32
^{29}Si	0.04
^{30}Si	99.64

Tabella 4.2: Abbondanza isotopica del bersaglio di ^{30}Si .

Le misure sono state effettuate a 2° , successivamente aumentato a 3° per energie sotto barriera, al fine di diminuire gli eventi di fondo. Durante l'esperimento è stato anche attuato un cambio del bersaglio e del rivelatore al silicio della camera di ionizzazione, aumentandone la superficie da 300mm^2 a 600mm^2 , per ottenere una maggiore efficienza per gli eventi di fusione-evaporazione. Sia del cambio dell'angolo di misura che della superficie del rivelatore, e quindi del suo angolo solido si è tenuto conto nell'analisi dei dati come descritto nei paragrafi successivi.

4.1.1 Trasmissione ed ottimizzazione del separatore

La trasmissione del separatore è definita come il rapporto tra il numero di eventi dei residui di evaporazione N^{ER} che raggiungono il rivelatore al silicio del telescopio ($E\text{-ToF}-\Delta E$) in presenza ed assenza della differenza di potenziale applicata ai due elettrodi

$$T = \frac{N^{ER}(V \neq 0)}{N^{ER}(V = 0)} \quad (4.1)$$

L'azione del deflettore sugli ioni non dipende solo dal loro stato di carica, dipendenza espressa mediante la rigidità elettrica, ma anche dalla forma geometrica degli elettrodi e dalla tensione ad essi applicata. Questa può essere

ottenuta da simulazioni che usano delle formule semiempiriche per lo stato di carica medio con cui i residui lasciano il bersaglio. È comunque preferibile una verifica sperimentale della trasmissione. In questo esperimento ci si è basati su una sistematica ottenuta in passato per diversi sistemi simili a $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ che fornisce il valore di $T = 0.75 \pm 0.04$.

Nell'esperimento precedente [33], la tensione applicata agli elettrodi è stata variata per massimizzare il numero di particelle rivelate dopo il separatore ricavando in tal modo una curva di trasmissione relativa. Pertanto alla prima energia misurata di 80 MeV è stata usata la tensione di ± 23.5 kV. Per le energie successive la tensione applicata è stata scelta scalando questo valore per la rigidità elettrica $\langle E \rangle / \langle q \rangle$ ottenuta dalle formule semiempiriche dove $\langle q \rangle$ ed $\langle E \rangle$ sono rispettivamente lo stato di carica medio e l'energia media dei residui di evaporazione ottenuti a seguito della fusione dei due nuclei di ^{30}Si .

4.1.2 Perdita di energia nel bersaglio

Il fascio di ^{30}Si a seguito dell'attraversamento del bersaglio di silicio e del supporto di carbonio subisce una perdita di energia di cui occorre tener conto nell'analisi dei dati. L'energia media a cui avviene la reazione di fusione (energia effettiva E_{Eff}) è quindi:

$$E_{Eff} = E_{lab} - \Delta E_C - \frac{\Delta E_{Si}}{2} \quad (4.2)$$

in cui E_{lab} indica l'energia nominale, mentre ΔE_C e ΔE_{Si} rappresentano la perdita di energia per frenamento, nel supporto di carbonio e in metà del bersaglio di silicio. Le perdite di energia sono state ottenute mediante l'utilizzo del programma SRIM [34], che permette di ricavare tale perdita per ogni tipologia di ione bersaglio e proiettile e per tutte le energie.

Si è così stimata una perdita media di energia di ~ 0.79 MeV (debolmente dipendente dall'energia) e nell'analisi le energie del fascio sono state corrette per tale valore.

4.1.3 Misure di distribuzione angolare

L'apparato sperimentale descritto in precedenza permette lo studio delle distribuzioni angolari dei residui di evaporazione. Durante l'esperimento sono state dunque eseguite una serie di misure a $E_{lab} = 80$ MeV variando l'angolo di rivelazione da -6° a $+9^\circ$ ad intervalli di un grado. Riportando dunque la sezione d'urto differenziale ottenuta dall'espressione 3.5 in funzione dell'angolo

per il quale è stata misurata, si ricava la distribuzione angolare dei residui di evaporazione mostrata in figura 4.1.

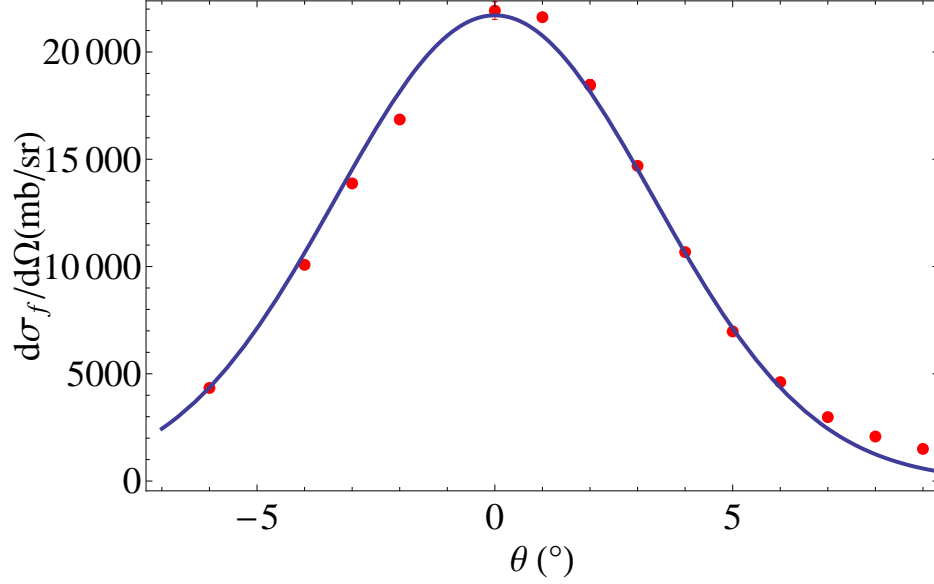


Figura 4.1: Distribuzione angolare ottenuta all'energia nominale di 80 MeV a cui è stato sovrapposto un fit gaussiano.

La distribuzione angolare è un passaggio importante da effettuare per poter risalire alla sezione d'urto totale di fusione. Infatti da 4.1 si osserva che la distribuzione angolare segue un andamento normale, i cui parametri si possono stimare mediante un'interpolazione dei dati sperimentali con una funzione Gaussiana e sono riportati in appendice A.1, cioè

$$\frac{d\sigma_{fus}}{d\Omega}(E, \theta) = Ae^{-\frac{\theta^2}{B^2}} \quad (4.3)$$

Nota la dipendenza angolare della sezione d'urto differenziale all'energia considerata, è quindi possibile ottenere la sezione d'urto di fusione dall'integrazione della distribuzione sull'intero angolo solido.

$$\sigma_{fus}(E) = \int \frac{d\sigma_{fus}}{d\Omega}(E, \theta) d\Omega \quad (4.4)$$

in cui con E si indica l'energia alla quale è stata misurata la distribuzione angolare, che in questo caso corrisponde a 80 MeV. Si può quindi scrivere la

seguinte relazione:

$$\sigma_{fus}(E) = K(E) \frac{d\sigma_{fus}}{d\Omega}(E, \theta^*) \quad (4.5)$$

in cui si prende come riferimento la sezione d'urto differenziale misurata ad un determinato angolo θ^* .

Il parametro $K(E)$ è una quantità che dipende debolmente dall'energia nell'intervallo misurato. Questo ci permette di ricavare la sezione d'urto totale alle diverse energie come il prodotto di K per la sezione d'urto differenziale misurata all'angolo θ^* .

In questo esperimento le misure a diverse energie sono state eseguite ad un angolo fisso di 2° , che successivamente è stato cambiato a 3° per le energie sotto barriera. Sono stati ricavati due valori per K utilizzando le sezioni d'urto differenziali misurate a 2° e 3° .

Nell'esperimento precedente sono state misurate due distribuzioni angolari alle energie più basse di 70 MeV e 58 MeV riportate nella figura 4.2. I valori delle costanti di normalizzazione sono state ricavate anche a partire da queste misure per 2° e 3° , e sono riportati nelle seguente tabella.

$E_{eff}(MeV)$	$K_{2^\circ}(sr)$	$\delta K_{2^\circ}(sr)$	$K_{3^\circ}(sr)$	$\delta K_{3^\circ}(sr)$
79.29	0.02503	0.00005	0.03144	0.00006
69.84	0.02362	0.00003	0.03051	0.00005
57.85	0.02612	0.00002	0.03244	0.00002

4.1.4 Normalizzazione dell'angolo solido

Come accennato in precedenza durante l'esperimento è stata eseguita una sostituzione del rivelatore al silicio. Tale cambio è risultato necessario ad energie sotto-barriera, per le quali il numero di eventi registrati dal rivelatore da 300 mm^2 era troppo piccolo per poter fornire una statistica accettabile. L'introduzione di un rivelatore con una superficie maggiore, con il conseguente aumento dell'angolo solido, ha permesso l'acquisizione di una maggiore statistica.

Nell'analisi la sostituzione si traduce nell'utilizzo di un differente angolo solido $\Delta\Omega^{ER}$ nell'espressione della sezione d'urto differenziale 3.4. Disponendo di tale valore $\Delta\Omega_{600\text{mm}^2}^{ER} = (0.0413 \pm 0.0004)$ msr per il rivelatore più grande, ottenuto in esperimenti precedenti e riportato anche nella tabella 4.3, è stato possibile ricavare quello corrispondente al rivelatore più piccolo dal confronto delle misure eseguite con i due rivelatori alle stesse energie.

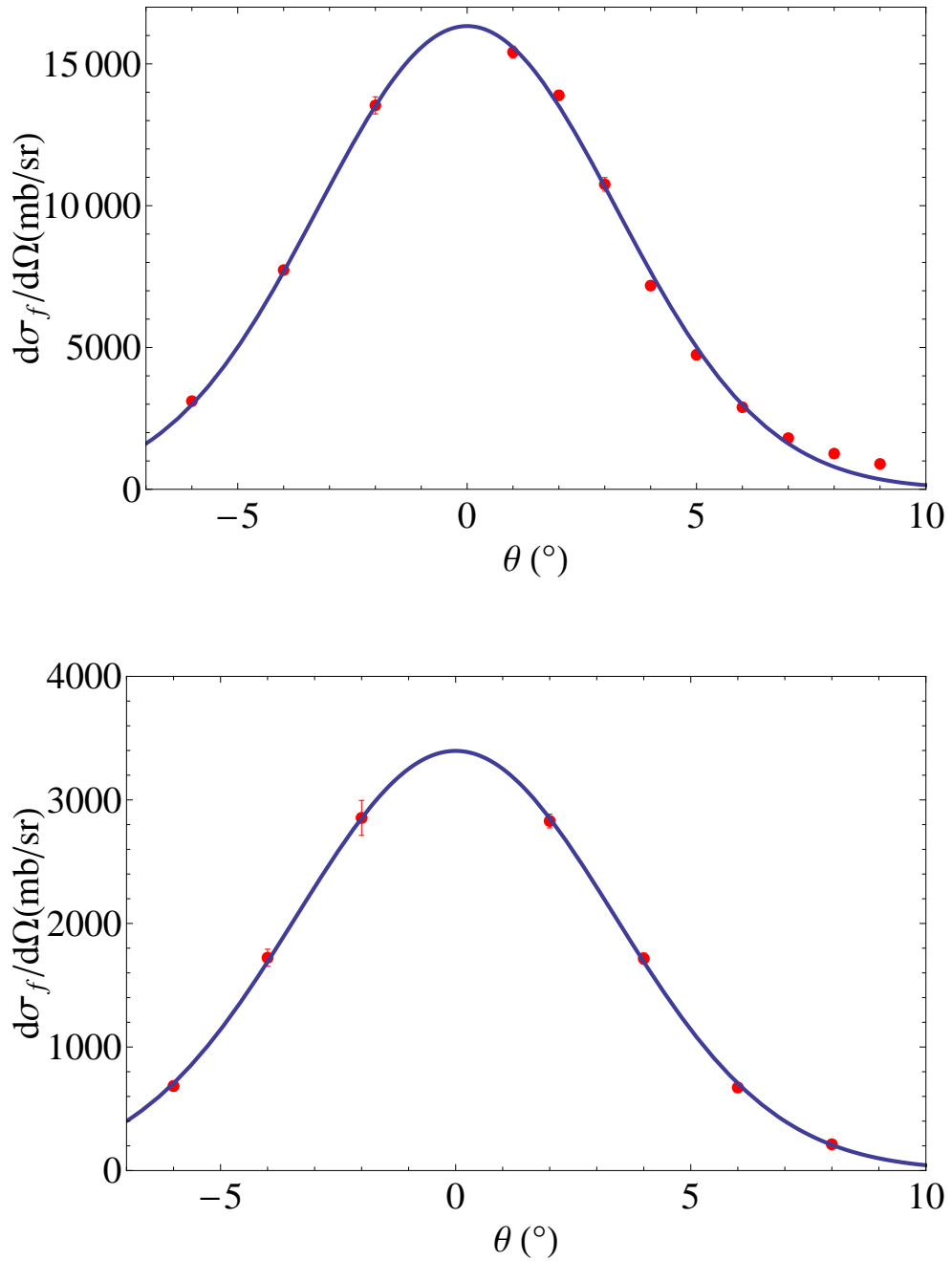


Figura 4.2: Distribuzioni angolari ottenute alle energie di 70 MeV (sopra) e 58 MeV (sotto) confrontate con i rispettivi fit gaussiani.

Infatti dopo la sostituzione sono state ripetute le misure a 80 MeV ed allo stesso angolo di 2°. Dall'uguaglianza delle sezioni d'urto differenziali è stato quindi ricavato il valore dell'angolo solido del rivelatore più piccolo come di seguito indicato

$$\Delta\Omega_{300mm^2}^{ER} = \frac{N_{300mm^2}^{ER}}{N_{300mm^2}^{Mon}} \frac{N_{600mm^2}^{Mon}}{N_{600mm^2}^{ER}} \Delta\Omega_{600mm^2}^{ER} \quad (4.6)$$

Si ottiene quindi un angolo solido del rivelatore al silicio di 300 mm² di $\Delta\Omega_{300mm^2}^{ER} = (0.0267 \pm 0.0038)$ msr .

4.2 Estrazione delle sezioni d'urto di fusione

La sezione d'urto differenziale dei residui di evaporazione è data dall'espressione già introdotta:

$$\frac{d\sigma^{ER}}{d\Omega}(E, \theta_{ER}) = \frac{d\sigma_{Mott}}{d\Omega_{lab}}(E, \theta_{Mon}) \frac{N^{ER}}{N^{Mon}} \frac{\Delta\Omega^{Mon}}{\Delta\Omega^{ER}} \frac{1}{T t t_{IC}} \quad (4.7)$$

in cui si nota la dipendenza dal numero di eventi dei residui di evaporazione e di diffusione Mott, i primi ottenuti dalla matrice ΔE -TOF-E condizionata, come spiegato nel capitolo precedente, mentre i secondi dalla somma dei picchi di diffusione elastica dei quattro monitor. La sezione d'urto differenziale Mott è data dall'espressione 3.4, mentre l'efficienza è ora esplicitamente espressa come il prodotto della trasmissione del separatore T e della trasparenza t degli MCP e della griglia di supporto della finestra della IC t_{IC} , i cui valori sono riportati in tabella, assieme agli angoli solidi dei quattro monitor $\Delta\Omega^{Mon}$ e del rivelatore al silicio $\Delta\Omega^{ER}$.

$\Delta\Omega_{mon} (msr)$	$\Delta\Omega_{600mm^2}^{ER} (msr)$	$\Delta\Omega_{300mm^2}^{ER} (msr)$
0.167 ± 0.001	0.0413 ± 0.0004	0.0267 ± 0.0038

T	t	t_{IC}
0.75 ± 0.04	0.726 ± 0.004	0.80 ± 0.01

Tabella 4.3: Valori della trasmissione, della trasparenza degli MCP, della griglia della finestra della IC e degli angoli solidi dei monitor e dei due rivelatori al silicio

Note le sezioni d'urto differenziali per ogni energia del fascio, è stato possibile ricavare la sezione d'urto totale dei residui di evaporazione dai valori della costante di normalizzazione $K(E)$, definita nella sezione precedente 4.5.

Infatti la dipendenza energetica di tale parametro è molto debole, come è riscontrabile dai valori ottenuti per tale quantità a partire dalle tre distribuzioni angolari eseguite alle diverse energie nominali di 80 MeV, 70 MeV e 58 MeV, e può quindi essere trascurata.

Ricavando dunque i valori della costante per i due differenti angoli a cui sono state eseguite le misure è stato possibile ottenere la sezione d'urto totale di fusione a tutte le energie

$$\sigma_{fus}(E) = K(2^\circ(3^\circ)) \frac{d\sigma_{fus}}{d\Omega}(E, 2^\circ(3^\circ)) \quad (4.8)$$

in cui $K(2^\circ(3^\circ))$ corrisponde alla media pesata delle costanti calcolate ai due angoli per le tre distribuzioni e sono $K_{2^\circ} = (0.02554 \pm 0.00002)\text{sr}$ e $K_{3^\circ} = (0.03227 \pm 0.00001)\text{sr}$.

4.2.1 Funzione di eccitazione

Le tabelle delle sezioni d'urto di fusione così ottenute per le energie effettive del fascio si trovano in appendice A.2, mentre nella figura 4.3 è riportata in scala lineare e logaritmica la funzione di eccitazione, ovvero la sezione d'urto di fusione in funzione dell'energia nel centro di massa.

Si può osservare che le sezioni d'urto ricavate nel range energetico misurato variano di cinque ordini di grandezza, raggiungendo un massimo di 600.8 mb ed un minimo di 3.2 μb . Le barre di errore corrispondono alla sola incertezza statistica, che assume valori del 1-2% ad alte energie per poi aumentare al 10-20 % scendendo sotto-barriera.

L'errore sistematico invece, dovuto alla somma di più contributi risulta di circa il $\pm 7-8$ %. In particolare il contributo dominante deriva dalla trasmissione del deflettore, che è stata stimata del 5% circa. I contributi minori invece derivano dalla trasparenza dei rivelatori e dagli angoli solidi sia dei monitor che dei rivelatori al silicio (vedi tabella 4.3).

4.3 Analisi teorica con CCFULL

Per avere una stima delle previsioni della teoria a canali accoppiati descritta nel primo capitolo, rispetto ai dati sperimentali, sono state calcolate le funzioni di eccitazione tramite il programma CCFULL. La misura del momento

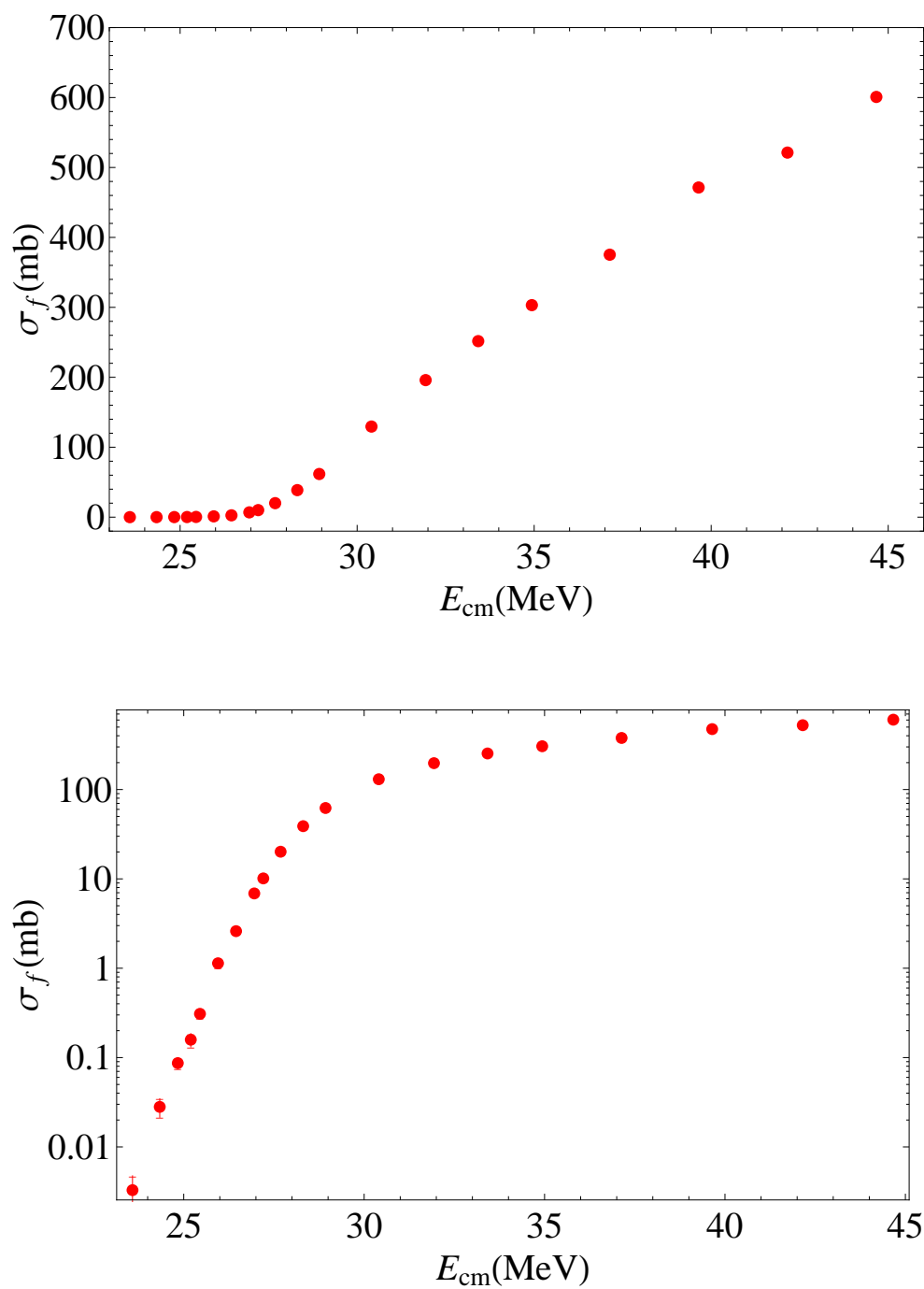


Figura 4.3: Funzione di eccitazione in scala lineare e logaritmica per il sistema $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$

di quadrupolo dello stato 2^+ del ^{30}Si è $Q_2 = -5(6)fm^2$ consistente con una forma sferica. Non risultando quindi deformato stabilmente, vengono considerate soltanto le vibrazioni di superficie. Inoltre i Q-valori per le reazioni di trasferimento di nucleoni sono tutti negativi per il sistema considerato; di conseguenza l'influenza di tali reazioni sulla fusione sotto barriera è prevedibilmente trascurabile. Tali condizioni rendono lo studio del processo di fusione del sistema $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ relativamente semplice, poichè coinvolge i soli canali vibrazionali.

Il programma permette di ricavare le sezioni d'urto di fusione risolvendo numericamente le equazioni a canali accoppiati, usando il potenziale nucleare di Akyüz-Winther 4.1, e le caratteristiche degli stati eccitati a bassa energia dei nuclei.

Nel caso del ^{30}Si i valori di input sono: l'energia dello stato eccitato E_x , la multipolarità dell'accoppiamento vibrazionale λ , il corrispondente parametro di deformazione β_λ e il numero massimo di fononi che si considerano per quella vibrazione; tali valori sono riportati nella tabella 4.4.

λ^π	$E_x (MeV)$	β
2^+	2.235	0.31
3^-	5.488	0.27

Tabella 4.4: Multipolarità, energia e parametro di deformazione degli stati eccitati vibrazionali a bassa energia del ^{30}Si [35].

In particolare il parametro di deformazione si ottiene tramite l'elemento di matrice ridotto della probabilità di transizione $B(E\lambda)$ per la diseccitazione dallo stato vibrazionale a quello fondamentale [12].

$$\beta_\lambda^2 = \left(\frac{4\pi}{3Ze^2R^\lambda} \right)^2 4\pi B(E\lambda) \quad (4.9)$$

I risultati dei calcoli ottenuti con il CCFULL sono riportati qui di seguito.

Caso inerte

La configurazione più semplice coincide con il caso di barriera unidimensionale, in cui tutti gli accoppiamenti vengono trascurati. Il confronto delle funzioni di eccitazione in scala logaritmica è mostrato in figura 4.4, da cui si osserva come la teoria sovrastimi notevolmente i dati ad alte energie.

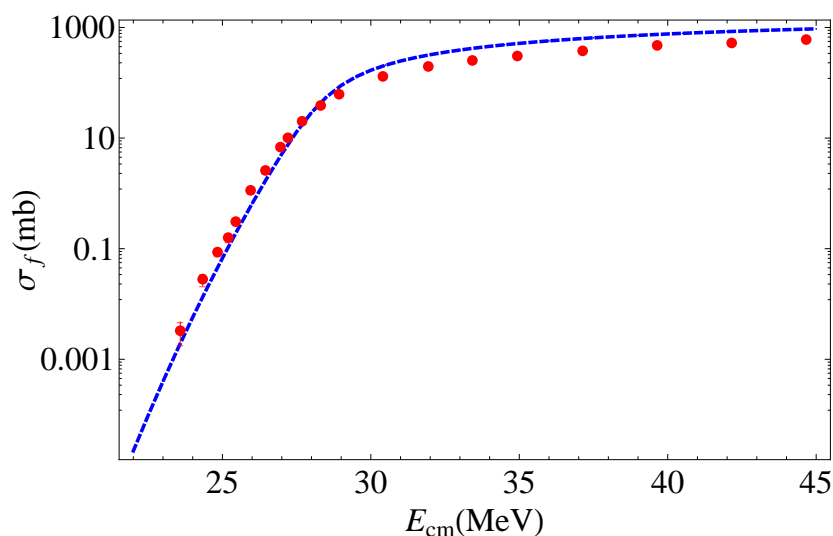


Figura 4.4: Funzione di eccitazione in scala logaritmica misurata per il sistema $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ confrontata con modello unidimensionale (linea tratteggiata blu).

Stato quadrupolare con uno e due fononi

Trascurando lo stato di eccitazione ottupolare, si considera quello che si ottiene dall'eccitazione del solo stato quadrupolare con uno o due fononi di vibrazione. La figura 4.5 riporta i due casi, i quali rispetto al caso inerte sovrastimano i dati in tutto il range di energie. Appare anche che l'effetto del doppio fonone di vibrazione è marginale.

Stato quadrupolare con uno e due fononi e ottupolare con un fonone

Si è considerato per lo stato ottupolare del ^{30}Si un solo fonone, in quanto non vi è evidenza sperimentale di un doppio fonone di ottupolo ad energie di eccitazione di oltre 10 MeV. Sono stati considerati quindi due casi a seconda che si abbiano uno o due fononi di vibrazione quadrupolare. I valori teorici ottenuti da CCFULL sono riportati nella figura 4.6; la differenza nei due casi è minima come meglio si nota in Fig.4.7.

Variazione dei parametri del potenziale

La funzione di eccitazione teorica ottenuta dall'accoppiamento dello stato di quadrupolo con due fononi e di ottupolo con un fonone risulta sovrastimare

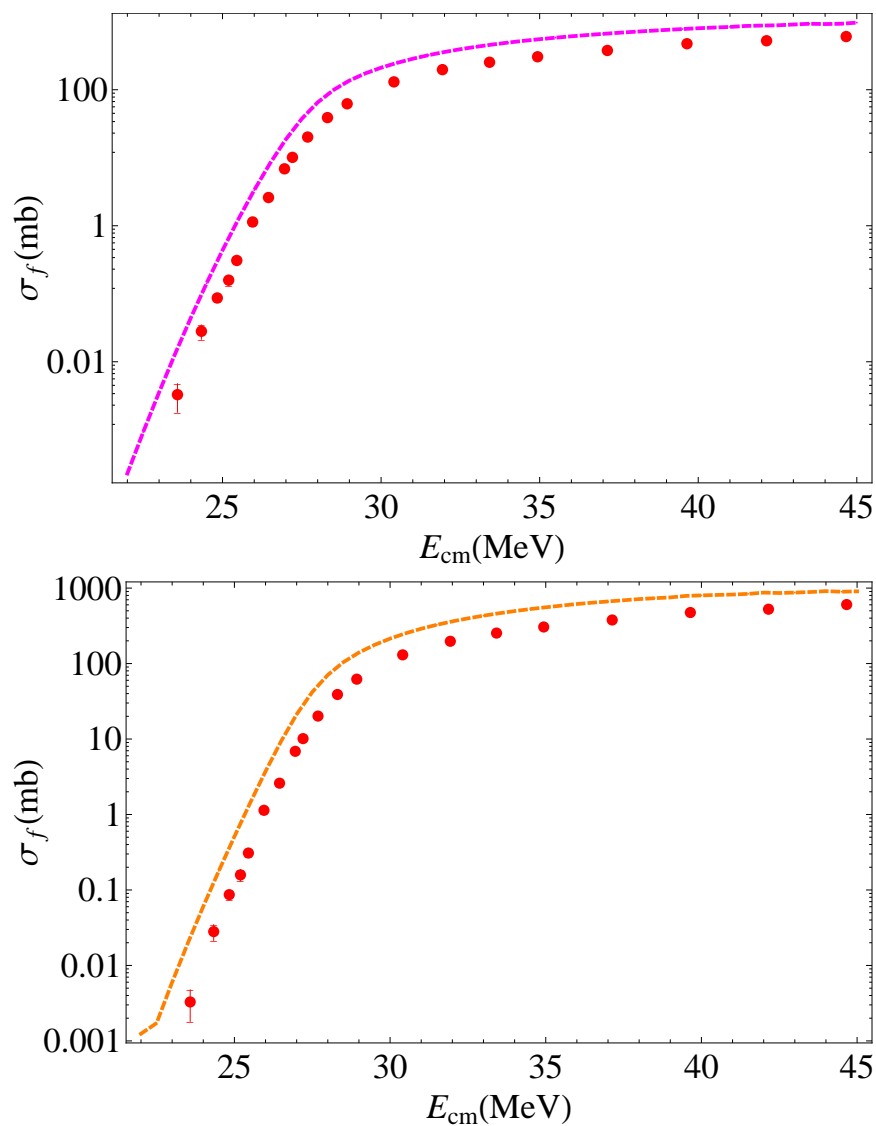


Figura 4.5: Funzione di eccitazione in scala logaritmica confrontata con il risultato dei calcoli che includono lo stato quadrupolare a un fonone (linea tratteggiata magenta) e a doppio fonone (linea tratteggiata arancione).

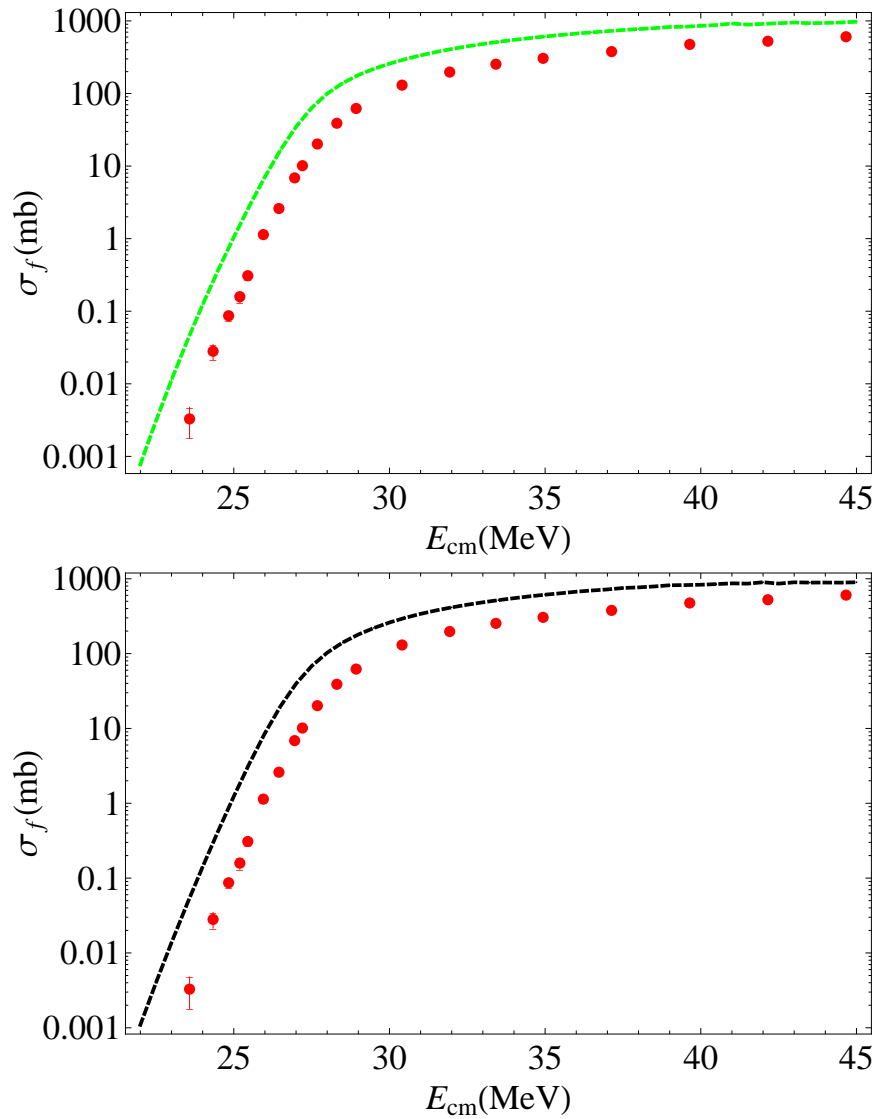


Figura 4.6: Funzione di eccitazione in scala logaritmica confrontata con il risultato dei calcoli che includono l'accoppiamento con lo stato ottupolare a un fonone e lo stato quadrupolare a un fonone (linea tratteggiata verde) e a doppio fonone (linea tratteggiata nera).

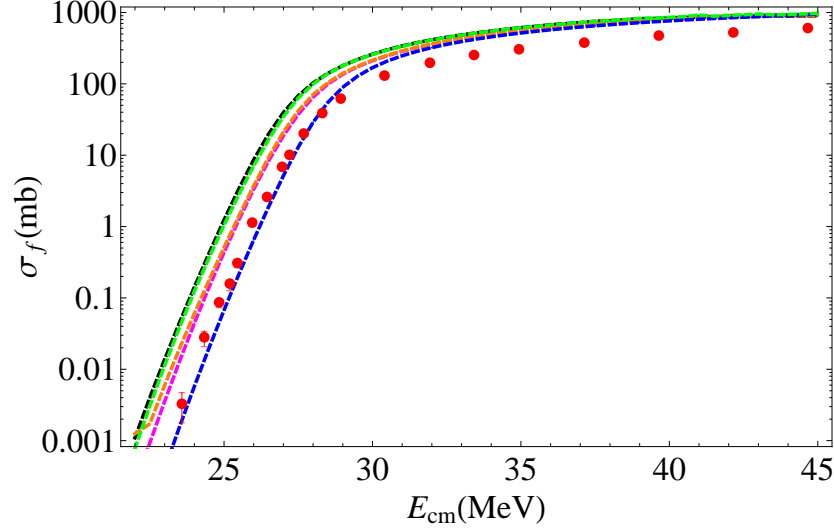


Figura 4.7: In figura viene riassunto il risultato dei vari calcoli e il confronto con i dati sperimentali, ovvero: $n_{2+}=0$ $n_{3-}=0$ (blu), $n_{2+}=1$ $n_{3-}=0$ (magenta), $n_{2+}=2$ $n_{3-}=0$ (arancione), $n_{2+}=1$ $n_{3-}=1$ (verde) e $n_{2+}=2$ $n_{3-}=1$ (nero). n indica il numero di fononi di ciascun tipo.

abbondantemente i dati sperimentali in tutto il range di energia. Per riportare la curva teorica sui dati sperimentali si può variare la profondità del potenziale ione-ione V_0 , sostituendo a quello usato in precedenza un nuovo valore ricavato imponendo che le sezioni d'urto calcolate coincidano con quelle sperimentali in prossimità della barriera, cioè tra circa 10 mb e i 100mb. Sostanzialmente si tratta di traslare la curva teorica di una quantità che si determina graficamente come mostrato in Fig.4.8. Occorre quindi un potenziale che produca una barriera coulombiana più alta di $\Delta V_b = 1.30$ MeV. Una volta ottenuta la barriera da usare, si ricava la profondità del potenziale V_0 usando il semplice programma POT che contiene la formulazione di Akyüz-Winther. La diffusività $a = 0.64$ fm non è stata cambiata mentre il parametro radiale r_0 del potenziale è stato leggermente ridotto da 1.17 a 1.05 fm per ottenere una profondità realistica $V_0 = 94.81$ MeV. Sostituendo nel file di input del programma CCFULL i nuovi valori della profondità e del raggio del potenziale V_0 e r_0 si ottengono nuovi valori della sezione d'urto di fusione riportati nel grafico 4.9 che sono in ottimo accordo con la funzione di eccitazione sperimentale in tutto il range di energia.

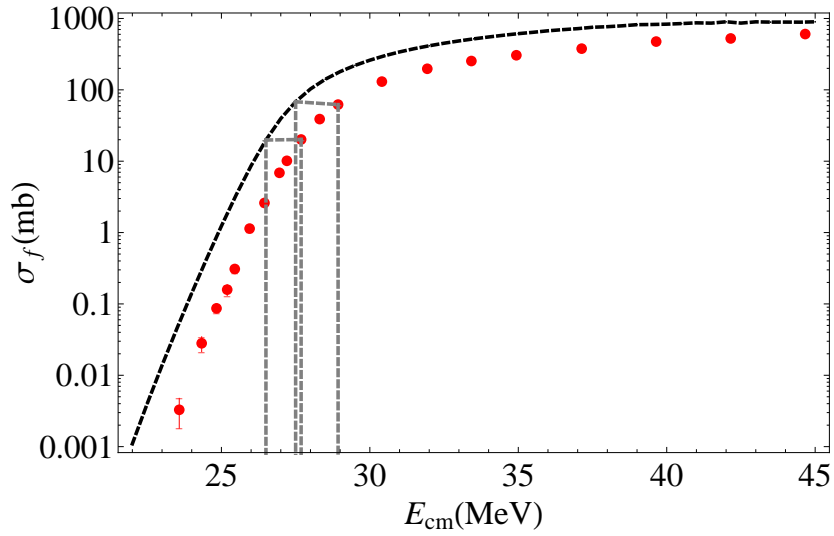


Figura 4.8: Traslazione della funzione di eccitazione teorica $n_{2+}=2$ $n_{3-}=1$. Le distanze in energia tra le coppie dei punti riportate nel grafico sono $d_1 = 1.19$ MeV e $d_2 = 1.43$ MeV, il cui valore medio è $\Delta V_b = 1.30$ MeV.

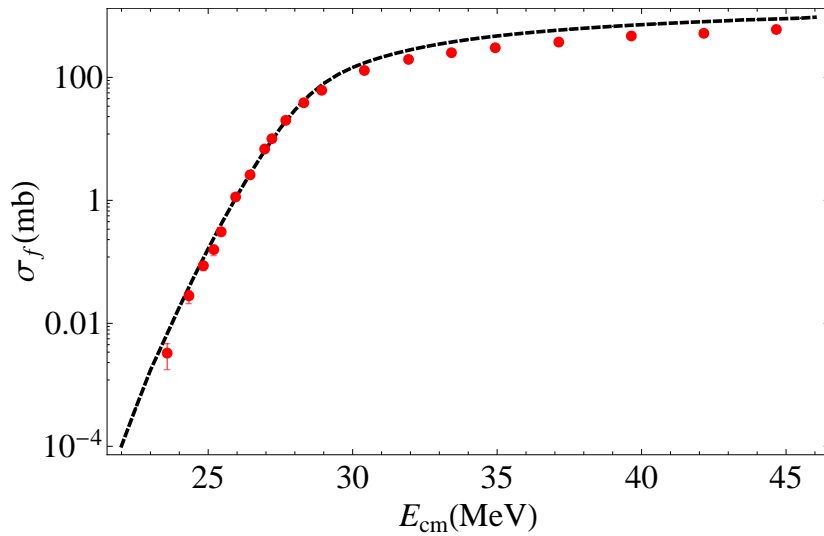


Figura 4.9: Funzione di eccitazione in scala logaritmica confrontata con il risultato teorico ottenuto dopo la rinormalizzazione del potenziale (vedi linea tratteggiata nera).

4.4 Distribuzione di barriere

Dalla funzione di eccitazione sperimentale è stata estratta la distribuzione di barriere utilizzando il metodo della derivazione seconda della sezione d'urto pesata per l'energia, utilizzando il rapporto incrementale come mostrato in 2.81.

Nel grafico 4.10 sono riportate le distribuzioni di barriera ottenute con due diversi step di energia per i rapporti incrementali $\Delta E \simeq 1.0$ MeV (in rosso) e $\Delta E \simeq 1.5$ MeV (in blu) alle energie sotto e intorno alla barriera. Ad energie più elevate la funzione di eccitazione è stata misurata con step più grandi. E' possibile senz'altro distinguere un picco ad energie prossime alla barriera e un secondo picco meno intenso a circa 8 MeV più in alto.

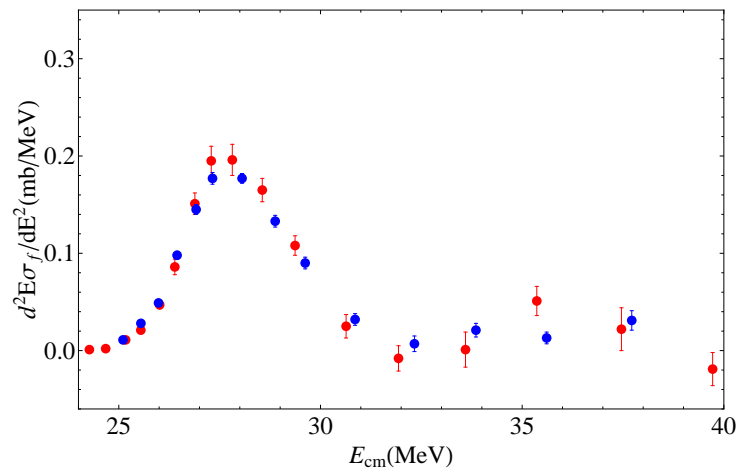


Figura 4.10: Distribuzione di barriere ottenuta come descritto nel testo.

La distribuzione di barriere è stata ottenuta con lo stesso metodo anche per la funzione di eccitazione teorica, che include gli stati vibrazionali con due fononi di quadrupolo e con un fonone di ottupolo. Il confronto con la distribuzione sperimentale è riportato nella figura 4.11. La distribuzione teorica presenta un primo picco ben definito, leggermente spostato e più alto rispetto alla distribuzione sperimentale, mentre il secondo picco non è riprodotto. Occorrerà considerare una ulteriore analisi teorica per una completa comprensione delle dinamiche in gioco.

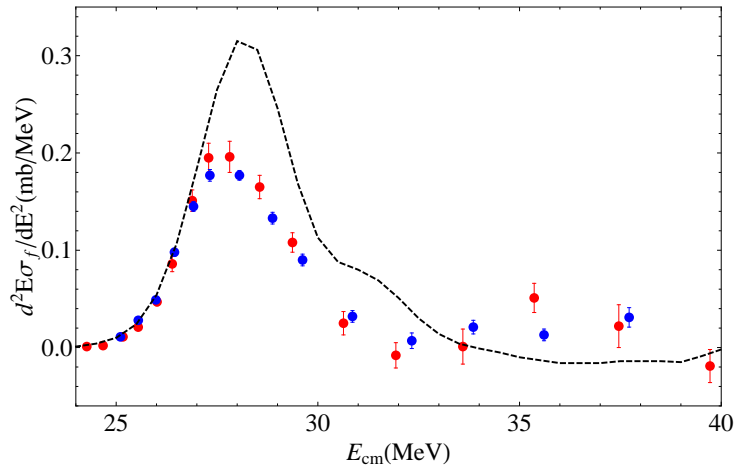


Figura 4.11: Confronto della distribuzione di barriere sperimentale e teorica (curva tratteggiata nera).

4.5 Fenomeno della “hindrance” della fusione a bassa energia

La hindrance si manifesta con un cambiamento della pendenza della funzione di eccitazione ad energie al di sotto della barriera coulombiana, per le quali la teoria a canali accoppiati sovrastima la sezione d’urto di fusione quando si usa un potenziale standard. Il fatto che nel caso presente si sia in grado di riprodurre la funzione di eccitazione con un potenziale di Akyüz-Winther, sia pur rinormalizzato, è un indizio dell’assenza della hindrance nell’intervallo di misura.

Nella reazione di fusione del sistema simmetrico $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ per poter verificare la presenza di questo fenomeno senza l’utilizzo di modelli teorici si può ricavare la derivata logaritmica della sezione d’urto pesata per energia o il fattore S astrofisico, introdotti nel primo capitolo.

4.5.1 Fattore Astrofisico

Il fattore astrofisico è largamente utilizzato per lo studio della dinamica delle reazioni a bassa energia. Il fattore S permette infatti di osservare andamenti che invece non sono visibili direttamente dalla sezione d’urto di fusione, soprattutto sotto-barriera. Questo parametro è espresso mediante la formula introdotta nel capitolo 1

$$S(E) = E\sigma(E)e^{2\pi(\eta-\eta_0)} \quad (4.10)$$

dove η è il parametro di Sommerfeld : $\eta = (0.157Z_1Z_2)/\sqrt{\epsilon}$, $\epsilon = E_{CM}/\mu$ e μ la massa ridotta che nel sistema simmetrico trattato è $\mu = 15$. Per convenienza di rappresentazione si scala il fattore S rispetto alla quantità $e^{2\pi\eta_0}$ in cui η_0 è il parametro di Sommerfeld calcolato all'energia della barriera $V_b = 29.45$ MeV. È stato quindi possibile ricavare il fattore astrofisico ri-normalizzato direttamente dai valori della sezione d'urto di sperimentale di fusione (vedi figura 4.12).

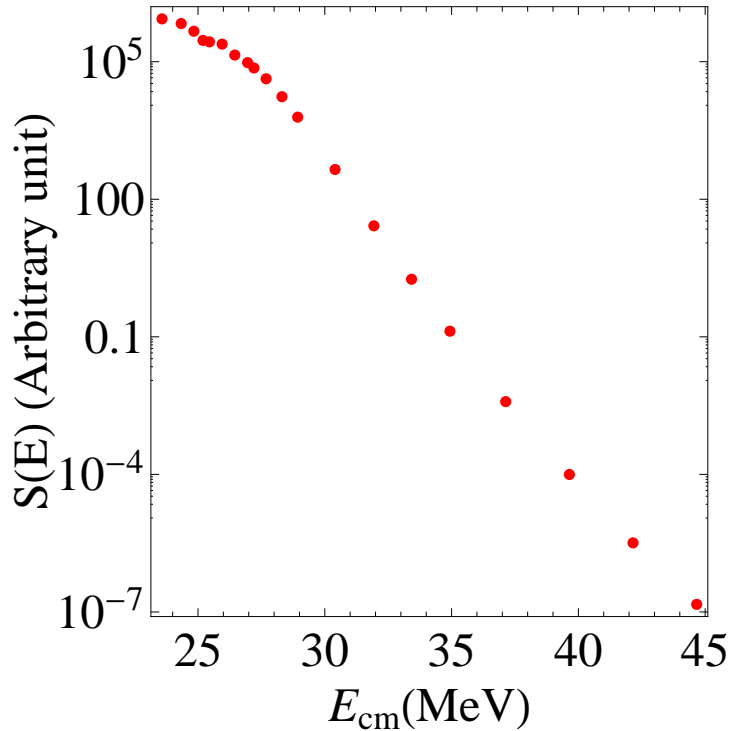


Figura 4.12: Fattore astrofisico S in funzione dell'energia nel centro di massa in scala logaritmica.

Dal grafico è riscontrabile l'assenza di un massimo nell'andamento del fattore astrofisico; tuttavia, come spiegato nel capitolo 1, la presenza di un massimo non è una condizione necessaria per la presenza della hindrance.

4.5.2 Derivata logaritmica

La derivata logaritmica della sezione d'urto pesata per l'energia è espressa dalla formula

$$L(E) = \frac{d[\ln(E\sigma)]}{dE} = \frac{1}{E\sigma} \frac{d(E\sigma)}{dE} \quad (4.11)$$

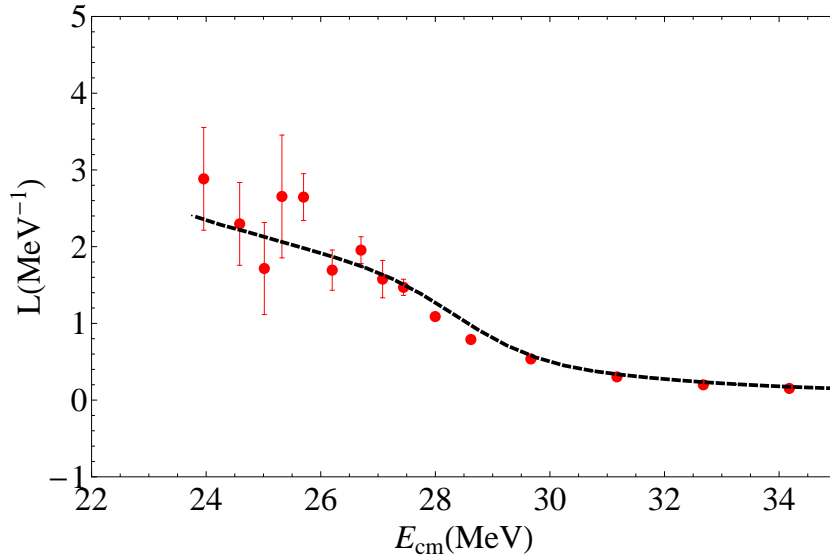


Figura 4.13: Grafico riportante la derivata del logaritmo della sezione d’urto pesata rispetto all’energia $L(E)$ in funzione dell’energia del centro di massa della serie di dati con posizione pari.

dove E è l’energia del centro di massa.

Per ricavare tale valore dai dati sperimentali, che non costituiscono una funzione continua, si utilizza il metodo del rapporto incrementale. In particolare seguendo tale procedimento la derivata è espressa come:

$$\frac{d[\ln(E\sigma)]}{dE} = \frac{([\ln(E\sigma)]_{i+1} - [\ln(E\sigma)]_i)}{(E_{i+1} - E_i)} \quad (4.12)$$

Utilizzando queste relazioni è stato possibile ricavare i valori di $L(E)$ che sono riportati nella figura 4.13. Si osserva un andamento oscillatorio con errori grandi ad energie sotto-barriera, che è legato al piccolo step di energia tra un punto e il successivo. Per l’analisi del sistema risulta quindi necessario usare per determinare la derivata logaritmica $L(E)$ intervalli energetici maggiori. Si è quindi scelto di calcolare il rapporto incrementale con una sezione d’urto ogni due misurate, e mettere poi assieme le due sequenze di dati. I valori che si ottengono sono riportati nella figura 4.14. È evidente che non vi sono oscillazioni ad energie sotto-barriera, il che conferma l’ipotesi che fossero dovute unicamente alla scelta dell’intervallo energetico utilizzato nel rapporto incrementale.

A questo punto si usufruisce della relazione tra il fattore astrofisico $S(E)$

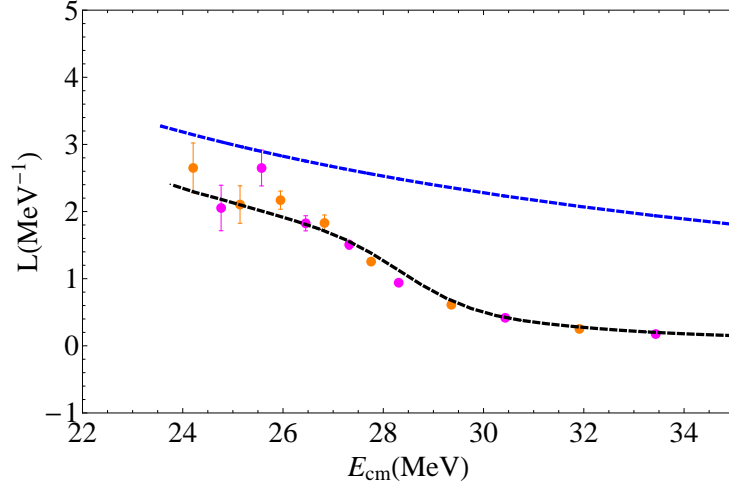


Figura 4.14: Derivata del logaritmo della sezione d'urto pesata rispetto all'energia $L(E)$ in funzione dell'energia del centro di massa. Sono riportati con colori diversi i valori ottenuti dalle due serie di sezioni d'urto considerate (vedi testo). La curva blu rappresenta i valori di L_{CS} .

e la derivata logaritmica $L(E)$. Si indica con L_{CS} il valore della derivata logaritmica che produce un fattore S costante

$$L_{CS}(E) = \frac{\pi\eta}{E} \quad (4.13)$$

Dall'intersezione della derivata logaritmica $L(E)$ con la curva L_{CS} si ricava il valore dell'energia E_S per la quale il fattore S sviluppa un massimo. Questo indica convenzionalmente l'instaurarsi del fenomeno della hindrance. I valori di L_{CS} sono rappresentati nella stessa figura 4.14.

Da quest'ultimo grafico 4.14 si osserva che l'andamento di $L(E)$ non è tale da intersecare la curva L_{CS} . Questo è un'evidenza che non si verifica la hindrance nell'intervallo di energia misurato.

4.6 Confronto con $^{28}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ e $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$

È interessante a questo punto un confronto dettagliato dei dati ottenuti per $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ con quelli già a disposizione per gli altri due sistemi simili $^{28}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ e $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ [9]. Nella figura 1.2 dell'introduzione i tre sistemi erano preliminarmente confrontati e risultava chiara la necessità di estendere

la funzione di eccitazione del sistema $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ per una migliore comprensione della dinamica della fusione ad energie profondamente sotto barriera. Infatti nelle misure precedenti erano stati raggiunti valori minimi della sezione d'urto di circa 4 mb, mentre con l'esperimento oggetto della presente tesi è stato possibile scendere di tre ordini di grandezza, fino a $\sigma_{fus} = 3.2 \mu\text{b}$.

Le funzioni di eccitazione dei tre sistemi sono riportati nella figura 4.15, con le nuove sezioni d'urto di $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$. A prima vista risulta già evidente che vi è una diversità nell'andamento del $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ rispetto all'altro sistema simmetrico $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$. Sotto barriera infatti la pendenza della funzione di eccitazione è maggiore nel primo caso che appare invece piuttosto simile a quella del $^{28}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$. Come detto in precedenza, la forte deformazione oblatata del ^{28}Si può essere responsabile di questo diverso comportamento tenuto conto che per entrambi i sistemi i canali di trasferimento hanno Q-valori negativi e quindi la loro influenza sulla fusione è trascurabile.

La distribuzione di barriere ottenuta per il sistema $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ è riportata in figura 4.16, e confrontata con quella di $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$. Entrambe presentano due picchi ben distinti, ma nel caso del $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ il secondo picco è chiaramente più intenso e meno distante dal primo che a sua volta risulta asimmetrico.

Quanto detto sopra risulta più evidente nel confronto delle derivate logaritmiche dei due sistemi che sono riportate nella figura 4.18. Si nota che in

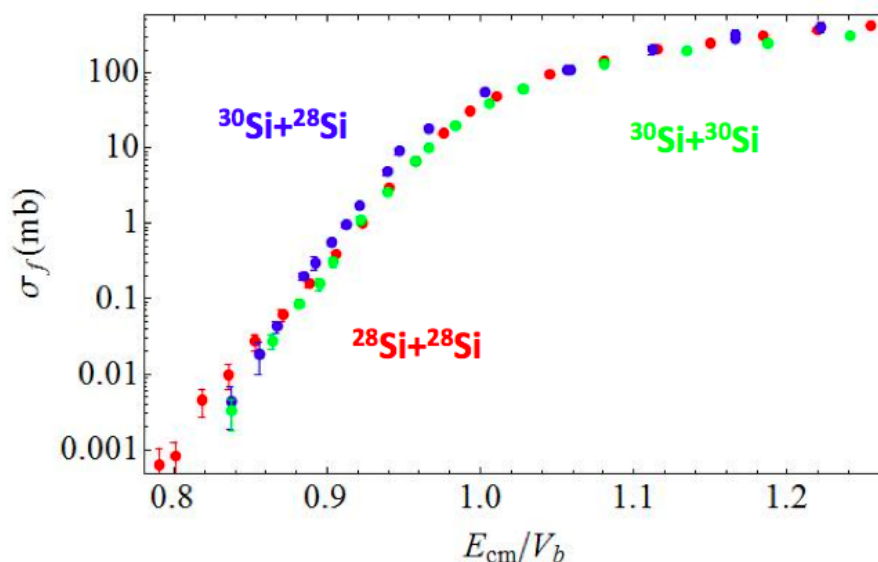


Figura 4.15: Confronto delle funzioni di eccitazione dei sistemi $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ (verde), $^{28}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ (blu) e $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ (rosso).

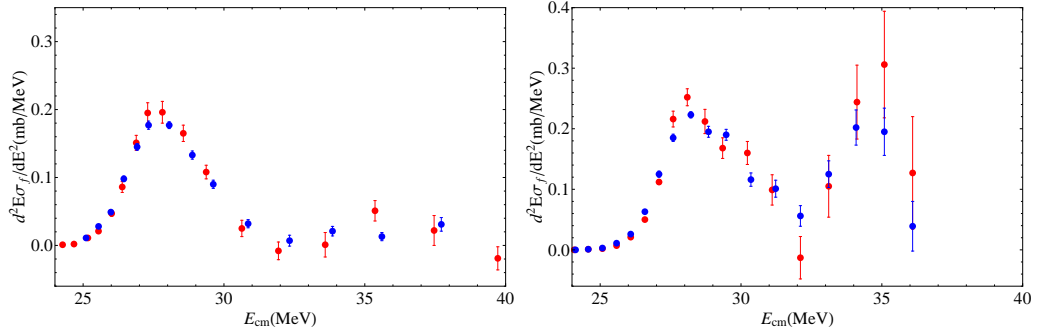


Figura 4.16: Distribuzione di barriera del sistema $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ (sinistra) e $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ (destra).

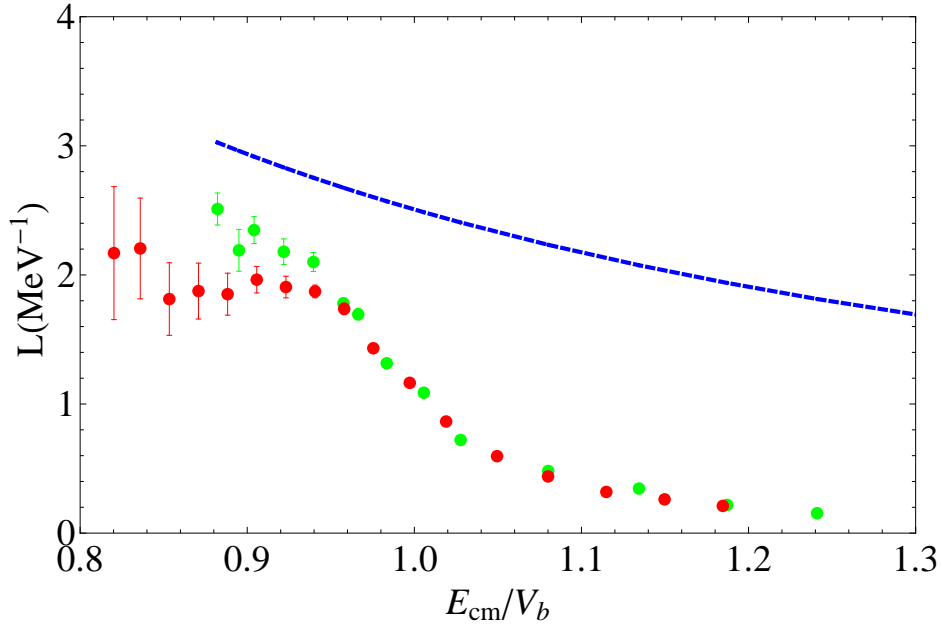


Figura 4.17: Confronto delle derivate logaritmiche $L(E)$ di $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ (verde) e $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ (rosso). La linea blu rappresenta l'andamento di $L_{CS}(E)$.

entrambi i casi la pendenza rimane inferiore a L_{CS} (linea blu) anche alle energie più basse; pur tuttavia la pendenza per $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ è chiaramente maggiore.

L'andamento del fattore S è mostrato in figura 4.18 per i due sistemi. In entrambi i casi l'andamento è monotono al variare dell'energia e non si osservano massimi. Da tutto ciò si deduce che il fenomeno della hindrance non si osserva alle energie misurate in questi due sistemi; potrebbe ovvia-

mente manifestarsi a energie inferiori dove purtroppo mancano ancora dati sperimentali.

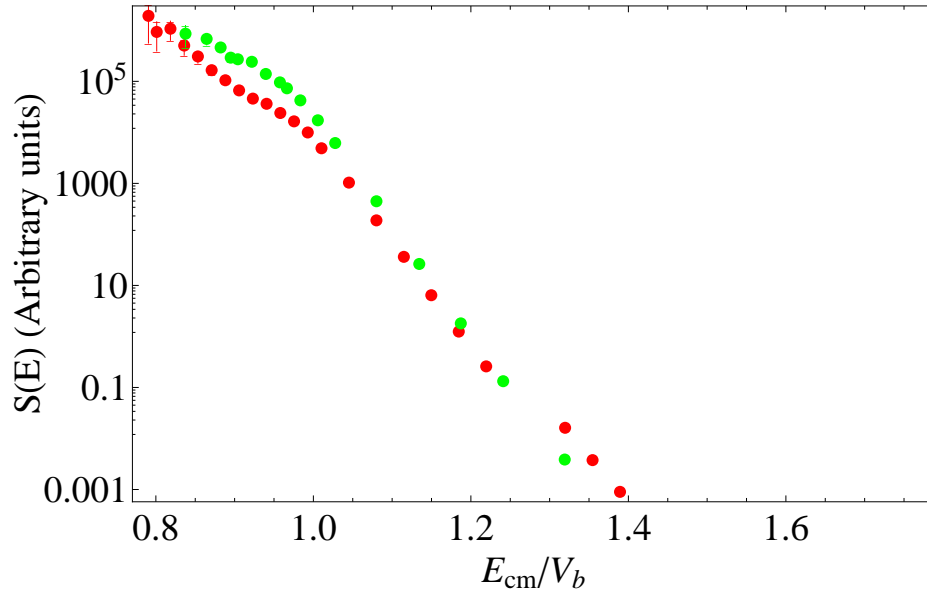


Figura 4.18: Confronto del fattore astrofisico $S(E)$ di $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ (verde) e $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ (rosso).

Capitolo 5

Conclusioni

In questo lavoro di tesi è stato studiato il processo di fusione del sistema $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ ad energie prossime ed inferiori alla barriera Coulombiana. Sono state effettuate misure sistematiche della sezione d'urto di fusione mediante la rivelazione diretta dei residui di evaporazione raggiungendo valori dell'ordine di alcuni μb , ovvero tre ordine di grandezza inferiori a quanto ottenuto negli esperimenti precedenti.

Per tale sistema è stato osservato l'aumento della sezione d'urto di fusione ad energie inferiori alla barriera Coulombiana tipico dei processi di fusione tra ioni pesanti, rispetto al modello unidimensionale di penetrazione della barriera. Tale effetto è stato spiegato mediante l'influenza nel processo di fusione di gradi di libertà interni, oltre al moto relativo dei nuclei interagenti. In tali studi l'utilizzo della teoria a canali accoppiati e l'introduzione del concetto di distribuzione di barriera estratta direttamente dai dati sperimentali, si sono rivelati strumenti di fondamentale importanza per la comprensione del fenomeno.

La funzione di eccitazione sperimentale è stata confrontata con le previsioni del modello teorico. La struttura del nucleo ^{30}Si , ha suggerito di introdurre nell'accoppiamento al canale elastico soltanto le vibrazioni di superficie di bassa energia. Il potenziale nucleare di Akyüz-Winther è stato lievemente rinormalizzato in profondità e raggio e questo ha portato ad un ottimo accordo con l'andamento della sezione d'urto sperimentale. La distribuzione di barriere, estratta dai dati misurati, ha una struttura a doppio picco che viene riprodotta solo qualitativamente dai calcoli a canali accoppiati con l'influenza dominante dei modi vibrazionali di quadrupolo e ottupolo.

È stata anche studiata la possibile presenza del fenomeno della "hindrance" osservato a basse energie in molti altri casi. L'andamento della funzione di eccitazione sperimentale non presenta la tipica soppressione della sezione d'urto ad energie sotto-barriera rispetto ai calcoli standard a canali accoppia-

ti, condizione che porta a supporre l'assenza di tale fenomeno. Per investigare ulteriormente la situazione a bassa energia si è proceduto con la stima del fattore astrofisico S e della derivata logaritmica della sezione d'urto pesata per l'energia, due parametri ottenibili direttamente dalle misure sperimentali senza l'ausilio di modelli di calcolo. Si osserva che la derivata logaritmica non raggiunge il limite L_{CS} e il fattore S non presenta alcun massimo in funzione dell'energia. Questo indica l'assenza della hindrance nel sistema $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$. È stato anche eseguito un confronto tra i risultati ottenuti nella presente tesi per il sistema $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ e quelli ricavati da esperimenti precedenti per i due isotopi ^{30}Si e ^{28}Si . Infatti, recenti studi riguardanti il processo di fusione ad energie prossime alla barriera Coulombiana per i sistemi $^{30}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ e $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ hanno mostrato una certa influenza del canale di trasferimento di due neutroni per il primo sistema e un andamento inusuale per il secondo, dove la sezione d'urto è soppressa ad energie poco sotto barriera ma non ad energie ancora più basse. Questo effetto è stato associato alla deformazione oblata del ^{28}Si .

Il diverso comportamento di $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ e $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ si riscontra anche nel confronto delle due distribuzioni di barriere e delle rispettive derivate logaritmiche per le quali il sistema $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ mostra un plateau a bassa energia, non presente per $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$. I dati ottenuti in questa tesi per $^{30}\text{Si} + ^{30}\text{Si}$ costituiscono quindi un ottimo riferimento per verificare, attraverso ulteriori indagini teoriche, l'influenza della deformazione oblata nel caso del $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$.

Appendice A

Tabelle di dati sperimentali

A.1 Distribuzione angolare

Distribuzioni angolari delle sezioni d'urto differenziali del sistema $^{30}\text{Si}+^{30}\text{Si}$ all'energia $E_N = 80.00 \text{ MeV}$.

$E_N = 80.00 \text{ MeV}$		
$\theta(^{\circ})$	$\frac{d\sigma_{fus}}{d\Omega} (mb/sr)$	$\delta \frac{d\sigma_{fus}}{d\Omega} (mb/sr)$
3	14794.1	177.6
2	18583.7	181.2
1	21770.9	194.3
0	22076.9	410.8
4	10745.3	105.9
6	4642.9	47.4
8	2088.8	21.3
9	1509.1	17.6
-2	16970.1	169.2
-4	10148.7	89.7
-6	4368.8	38.9
-3	13970.4	107.2
5	7021.7	66.9
7	3000.4	29.8
2	18583.7	261.5

Distribuzioni angolari delle sezioni d'urto differenziali del sistema $^{30}\text{Si}+^{30}\text{Si}$ eseguite nell'esperimento di novembre alle energie $E_N = 70.62 \text{ MeV}$ e $E_N = 58.66 \text{ MeV}$.

$E_N = 70.62 \text{ MeV}$		
$\theta(^{\circ})$	$\frac{d\sigma_{fus}}{d\Omega} (mb/sr)$	$\delta \frac{d\sigma_{fus}}{d\Omega} (mb/sr)$
2	13986.5	172.1
1	15520.7	211.9
4	7231.7	100.8
6	2913.0	59.3
8	1266.8	38.7
9	901.7	32.0
-2	13630.4	302.2
-4	7783.1	135.3
-6	3129.9	99.6
3	10826.4	2395
5	4777.1	172.9
7	1816.8	56.7

$E_N = 58.66 \text{ MeV}$		
$\theta(^{\circ})$	$\frac{d\sigma_{fus}}{d\Omega} (mb/sr)$	$\delta \frac{d\sigma_{fus}}{d\Omega} (mb/sr)$
2	2848.7	55.9
4	1727.3	45.8
6	676.9	26.6
8	213.7	12.8
-2	2873.9	142.3
-4	1734.3	69.4
-6	688.9	40.7

Di seguito i coefficienti ottenuti dall'interpolazione delle distribuzioni angolari delle sezioni d'urto differenziali per le tre energie

$\frac{d\sigma_{fus}}{d\Omega}(E, \theta) = Ae^{-\frac{\theta^2}{B^2}}$				
$E_{eff}(MeV)$	$A(mb/sr)$	$\delta A(mb/sr)$	$B(1/^{\circ})$	$\delta B(1/^{\circ})$
79.29	16332.7	238.1	-4.599	0.069
69.84	3396.7	28.5	-4.787	0.039
57.85	21708.0	347.9	-4.735	0.095

A.2 Sezioni d'urto

Si riportano nella seguente tabella le sezioni d'urto integrali σ (mb) calcolate per il sistema $^{30}\text{Si}+^{30}\text{Si}$

$E_{eff}(MeV)$	$\sigma_{fus}(mb)$	$\delta\sigma_{fus}(mb)$
89.33	600.84	3.77
84.31	521.29	4.84
79.29	471.37	4.59
74.27	375.28	5.99
69.87	303.13	3.22
66.84	251.68	3.69
63.87	195.96	2.77
60.81	129.52	1.87
57.86	61.69	1.07
56.62	38.64	0.82
55.37	20.01	0.46
54.41	10.05	0.45
53.91	6.84	0.28
52.9	2.59	0.20
51.9	1.14	0.12
50.9	0.308	0.034
50.39	0.158	0.027
49.67	0.086	0.011
48.67	0.0280	0.0066
47.16	0.0033	0.0015

Bibliografia

- [1] M. Dasgupta, D. J. Hinde, N. Rowley, and a. M. Stefanini. Measuring Barriers To Fusion. *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 48(1):401–461, 1998.
- [2] R. Stokstad, Y. Eisen, S. Kaplanis, D. Pelte, U. Smilansky, and I. Tseruya. Fusion of $^{16}\text{O} + ^{148,150,152,154}\text{Sm}$ at sub-barrier energies. *Phys. Rev. C*, 21(6):2427–2435, 1980.
- [3] M. Beckerman, M. Salomaa, A. Sperduto, J. Molitoris, and A. DiRienzo. Sub-barrier fusion of $^{58,64}\text{Ni}$ with ^{64}Ni and ^{74}Ge . *Phys. Rev. C*, 25(2):837–849, 1982.
- [4] C.H. Dasso, S. Landowne, and A. Winther. Channel-coupling effects in heavy-ion fusion reactions. *Nucl. Phys. A*, 405(2):381–396, August 1983.
- [5] C.H. Dasso, S. Landowne, and A. Winther. A study of Q-value effects on barrier penetration. *Nucl. Phys. A*, 407(1-2):221–232, October 1983.
- [6] N. Rowley, G.R. Satchler, and P.H. Stelson. On the “distribution of barriers” interpretation of heavy-ion fusion. *Phys. Lett. B*, 254(1-2):25–29, January 1991.
- [7] a. Stefanini, D. Ackermann, L. Corradi, D. Napoli, C. Petrache, P. Spolaore, P. Bednarczyk, H. Zhang, S. Beghini, G. Montagnoli, L. Mueller, F. Scarlassara, G. Segato, F. Soramel, and N. Rowley. Influence of Complex Surface Vibrations on the Fusion of $\text{Ni}58 + \text{Ni}60$. *Phys. Rev. Lett.*, 74(6):864–867, 1995.
- [8] a. M. Stefanini, G. Montagnoli, R. Silvestri, L. Corradi, S. Courtin, E. Fioretto, B. Guiot, F. Haas, D. Lebhertz, P. Mason, F. Scarlassara, and S. Szilner. How does fusion hindrance show up in medium-light systems? The case of $48\text{Ca} + 48\text{Ca}$. *Phys. Lett. Sect. B Nucl. Elem. Part. High-Energy Phys.*, 679(2):95–99, 2009.

- [9] G. Montagnoli, a. M. Stefanini, H. Esbensen, C. L. Jiang, L. Corradi, S. Courtin, E. Fioretto, J. Grebosz, F. Haas, H. M. Jia, M. Mazzocco, C. Michelagnoli, T. Mijatović, D. Montanari, C. Parascandolo, F. Scarlassara, E. Strano, S. Szilner, and D. Torresi. Fusion of $^{28}\text{Si}+^{28,30}\text{Si}$: Different trends at sub-barrier energies. *Phys. Rev. C*, 90(4):044608, October 2014.
- [10] Akyüz, Ö. and A. Winther. Proceedings of the Enrico Fermi International School of Physics. 1981.
- [11] K. Hagino and N. Takigawa. Subbarrier Fusion Reactions and Many-Particle Quantum Tunneling. *Prog. Theor. Phys.*, 128(6):1001–1060, 2012.
- [12] B. B. Back, H. Esbensen, C. L. Jiang, and K. E. Rehm. Recent developments in heavy-ion fusion reactions. *Rev. Mod. Phys.*, 86(1):317–360, 2014.
- [13] H. Esbensen, C. L. Jiang, and a. M. Stefanini. Hindrance in the fusion of $^{48}\text{Ca}+^{48}\text{Ca}$. 054621:8, 2010.
- [14] Fröbrich, Peter and Reinhard Lipperheide. *Theory of nuclear reactions*. 1996.
- [15] Reiner Bass. *Nuclear reactions with heavy ions*. 1980.
- [16] David Lawrence Hill and John Archibald Wheeler. Nuclear constitution and the interpretation of fission phenomena. *Phys. Rev.*, 89(5):1102–1145, 1953.
- [17] C. Y. Wong. Interaction barrier in charged-particle nuclear reactions. *Phys. Rev. Lett.*, 31(12):766–769, 1973.
- [18] A B Balantekin, S E Koonin, and J W Negele. Inversion formula for the internucleus potential using sub-barrier fusion cross sections. *Phys. Rev. C*, 28(4):1565–1569, 1983.
- [19] K. Hagino, N. Rowley, and a. T. Kruppa. A program for coupled-channels calculations with all order couplings for heavy-ion fusion reactions. 123:14, 1999.
- [20] Melkanoff, Michael A., Tatsuro Sawada and J. Raynal. Methods in computational physics. *Nucl. Phys.*, 1966.

- [21] H. Esbensen and S. Landowne. Higher-order coupling effects in low energy heavy-ion fusion reactions. *Phys. Rev. C*, 35(6):2090–2096, 1987.
- [22] N. Rowley. Sub-barrier fusion: Probing reaction dynamics with barrier distributions. *Nucl. Phys. A*, 538:205–220, March 1992.
- [23] C L Jiang, H Esbensen, K E Rehm, B B Back, R V F Janssens, J a Caggiano, P Collon, J Greene, a M Heinz, D J Henderson, I Nishinaka, T O Pennington, and D Seweryniak. Unexpected behavior of heavy-ion fusion cross sections at extreme sub-barrier energies. *Phys. Rev. Lett.*, 89(5):052701, 2002.
- [24] E. Margaret Burbidge, G. R. Burbidge, William a. Fowler, and F. Hoyle. Synthesis of the elements in stars. *Rev. Mod. Phys.*, 29(4):547–650, 1957.
- [25] A M Stefanini, L Corradi, E Fioretto, G Montagnoli, F Scarlassara, S Courtin, F Haas, S Szilner, C L Jiang, H Esbensen, and Physics Division. The influence of the 2-neutron elastic transfer on the fusion of $^{42}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$. 2(June):1–5, 2014.
- [26] C. L. Jiang, K. E. Rehm, R. V F Janssens, H. Esbensen, L. Ahmad, B. B. Back, P. Collon, C. N. Davids, J. P. Greene, D. J. Henderson, G. Mukherjee, R. C. Pardo, M. Paul, T. O. Pennington, D. Seweryniak, S. Sinha, and Z. Zhou. Influence of nuclear structure on sub-barrier hindrance in Ni + Ni fusion. *Phys. Rev. Lett.*, 93(1):012701–1, 2004.
- [27] M. Beckerman, M. Salomaa, a. Sperduto, H. Enge, J. Ball, a. Dirienzo, S. Gazes, Yan Chen, J. D. Molitoris, and Mao Nai-Feng. Dynamic influence of valence neutrons upon the complete fusion of massive nuclei. *Phys. Rev. Lett.*, 45(18):1472–1475, 1980.
- [28] S. Beghini, C. Signorini, S. Lunardi, M. Morando, G. Fortuna, A.M. Stefanini, W. Meczynski, and R. Pengo. An electrostatic beam separator for evaporation residue detection. *Nucl. Instruments Methods Phys. Res. Sect. A Accel. Spectrometers, Detect. Assoc. Equip.*, 239(3):585–591, September 1985.
- [29] G. Montagnoli, a. M. Stefanini, M. Trotta, S. Beghini, M. Bettini, F. Scarlassara, V. Schiavon, L. Corradi, B. R. Behera, E. Fioretto, a. Gadea, a. Latina, S. Szilner, L. Donà, M. Rigato, N. a. Kondratiev, a. Yu Chizhov, G. Kniajeva, E. M. Kozulin, I. V. Pokrovskiy, V. M. Voskresensky, and D. Ackermann. The large-area micro-channel plate entrance

- detector of the heavy-ion magnetic spectrometer PRISMA. *Nucl. Instruments Methods Phys. Res. Sect. A Accel. Spectrometers, Detect. Assoc. Equip.*, 547(2-3):455–463, 2005.
- [30] H. W. Fulbrigh. *Nuclear Instruments and Methods-Ionization Chambers*. 1979.
- [31] S. Beghini, L. Corradi, E. Fioretto, a. Gadea, a. Latina, G. Montagnoli, F. Scarlassara, a. M. Stefanini, S. Szilner, M. Trotta, and a. M. Vinodkumar. The focal plane detector of the magnetic spectrometer PRISMA. *Nucl. Instruments Methods Phys. Res. Sect. A Accel. Spectrometers, Detect. Assoc. Equip.*, 551(2-3):364–374, 2005.
- [32] Jerzy Grebosz. The Cracow code-an interactive method of sophisticated online analysis. *Comput. Phys. Commun.*, 176(4):251–265, 2007.
- [33] M Faggian, G Pasqualato, C Stefanini, M Urbani, A M Stefanini, G Montagnoli, E Fioretto, and F Galtarossa. Measurements of fusion cross sections for the systems $^{30}\text{Si}+^{30}\text{Si}$ and $^{16}\text{O}+^{30}\text{Si}$. 451(1986):1999, 2014.
- [34] James F. Ziegler, M. D. Ziegler, and J. P. Biersack. SRIM - The stopping and range of ions in matter (2010). *Nucl. Instruments Methods Phys. Res. Sect. B Beam Interact. with Mater. Atoms*, 268(11-12):1818–1823, 2010.
- [35] S Raman, C W Nestor, and P Tikkanen. Transition Probability From the Ground To the First-Excited 2^+ State Of Even-Even Nuclides. *At. Data Nucl. Data Tables*, 78(1):1–128, 2001.

Ringraziamenti

Desidero ringraziare i miei genitori, mia madre che ha vissuto con me ansie e gioie di ogni esame e mio padre che mi ha sempre incoraggiato e sostenuto. Un grazie i miei nonni, che hanno fatto il tifo per me, e a tutti i parenti, che mi sono stati vicini.

Ringrazio mio fratello e i pronti interventi dei miei amici di Padova, i fisici di Torino che non mi hanno mai abbandonato e gli amici di sempre che nonostante la distanza mi hanno accompagnato in questo percorso.

E un grazie a zia Titina, che mi ha spinto fino a qui.