



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

FACOLTÀ DI SCIENZE STATISTICHE

**CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA IN SCIENZE
STATISTICHE, ECONOMICHE, FINANZIARIE ED
AZIENDALI**

TESI DI LAUREA

IL CAPM ENDOGENO CONDIZIONATO

RELATORE: PROF. MASSIMILIANO CAPORIN
CORRELATORE: PROF. FRANCESCO LISI

LAUREANDO: DAMIANO FRANCESCHIN
MATRICOLA: 544113

ANNO ACCADEMICO 2007-2008

Ai miei genitori

Indice

1. – Introduzione	7
1.1 – Obiettivi degli studi compiuti	7
1.2 – Struttura del presente lavoro	10
2. – Il modello CAPM base e le sue estensioni dinamiche	11
2.1 - Il modello standard: caratteristiche generali	11
2.2 - Estensioni del modello	15
3. – Metodologie d’analisi.....	21
3.1 – Caratteristiche del campione considerato	21
3.2 – Ragioni alla base della scelta di operare su dati giornalieri	22
3.3 – Procedure operative	24
4. – Analisi dei risultati delle stime.....	27
4.1 - CAPM statico	27
4.2 - Modelli con alfa dinamico.....	32
4.3 - Modelli con beta dinamico	37
4.4 - Modelli con dinamica su alfa e beta.....	42
4.5 – Modelli condizionati	47
5. – Esame della dinamica di alcuni fondi	53
5.1 – Fondi basati su aziende di grandi dimensioni.....	54
5.2 – Fondi basati su aziende di piccole dimensioni	67
6. – Conclusioni.....	73
6.1 – Verosimiglianza e bontà di adattamento	73
6.2 – Stime dei coefficienti	75
Appendice.....	79
A.1 – Definizione dei modelli	79
A.2 – Procedure di calcolo.....	89

Riferimenti bibliografici.....	101
Ringraziamenti	103

1. – Introduzione

1.1 – Obiettivi degli studi compiuti

L'obiettivo che il presente elaborato si prefigge consiste nello sviluppo e nella valutazione, su un campione di fondi del mercato americano divisi per categoria, dell'efficacia di una specificazione dinamica di uno dei modelli maggiormente utilizzati nella letteratura finanziaria, il Capital Asset Pricing Model (CAPM).

Il modello CAPM, infatti, nella sua forma più conosciuta e maggiormente applicata dagli operatori dei mercati finanziari, venne proposto in prima istanza da Sharpe nel 1964 e prevede che il rendimento di un titolo dipenda linearmente da un solo fattore di rischio, il rendimento del portafoglio di mercato, che include tutte le attività, non esclusivamente finanziarie, in cui sia possibile investire. La relazione tra il rendimento di un *asset* e quello del portafoglio di mercato viene colta tramite il coefficiente β , che misura il grado di esposizione di un'attività finanziaria al rischio di mercato, e che nella formulazione classica viene supposto costante nel tempo, così come viene ritenuto pari a zero il coefficiente α , che misura l'*over-performance*, ovvero la capacità dell'attività finanziaria in questione di ottenere rendimenti sistematicamente superiori al mercato. Analogamente, viene ipotizzata omoschedastica la varianza del termine d'errore impiegato nella regressione che caratterizza il modello.

È tuttavia chiaro che la semplicità interpretativa, che rappresenta indubbiamente uno dei maggiori punti di forza alla base dell'amplissima diffusione del modello, non può essere disgiunta da una certa rigidità intrinseca nella forma del modello, per effetto della quale talune delle assunzioni alla base del CAPM risultano quantomeno forzate in fase di applicazione in numerosi contesti reali. In particolare, una variegata letteratura di studi a riguardo ha evidenziato come l'adozione di un modello che preveda la possibilità di eliminare il vincolo d'invariabilità dei parametri e di omoschedasticità delle osservazioni risultino sovente auspicabili: sono infatti svariate le ricerche che hanno messo in luce come i *manager* di diverse attività finanziarie reagiscano in maniera differente alle diverse fasi di mercato o alle informazioni di cui giungono a conoscenza, modificando di conseguenza la loro esposizione al rischio. Un simile aspetto non può pertanto che implicare l'inadeguatezza, in circostanze simili, di un modello con parametri fissi.

Allo stesso modo, un fenomeno riscontrabile tipicamente nella vasta maggioranza delle serie storiche di natura finanziaria consiste nella presenza di effetti di tipo *cluster*, in virtù dei quali si assiste frequentemente all'alternanza di periodi caratterizzati da variazioni di prezzo relativamente contenute e di fasi contraddistinte da movimenti delle quotazioni più turbolenti. Anche da questo punto di vista si può constatare facilmente come un termine d'errore omoschedastico rappresenti una limitazione rilevante e non permetta perciò di cogliere pienamente la dinamica presente nei dati.

Gli studi di cui vengono presentati in questa sede gli esiti si sono dunque sviluppati in questa duplice direzione, mirando alla formulazione di un'estensione del CAPM classico in grado di tener conto della presenza di

dinamiche significative sia sui parametri sia sulla varianza condizionata del termine d'errore e alla valutazione della sua efficacia su un campione di fondi provenienti dal mercato statunitense, divisi in due categorie a seconda delle dimensioni delle aziende su cui investono. Il modello esaminato è di tipo endogeno condizionato, in quanto il valore corrente del parametro dipende linearmente solo dai propri valori passati, dal momento che la modellazione del valore corrente consiste in da un coefficiente costante, in una stima locale *rolling* del parametro e in una componente autoregressiva del primo ordine del parametro medesimo, mentre per la varianza condizionata viene adottata una specificazione di tipo GARCH(1,1) standard. Maggiori dettagli sulla formulazione del modello vengono presentati nel capitolo 2.

Il piano delle analisi empiriche eseguite è consistito in primo luogo nell'applicazione al campione del modello classico, del quale sono state poi confrontate la bontà di adattamento ai dati con diverse specificazioni. Dapprima è stato stimato un modello comprendente la dinamica solo sul coefficiente d'intercetta, mentre il beta è stato mantenuto costante; quindi è stata considerato un modello con alfa costante e dinamica presente sui beta; in seguito è stato applicato il modello completo, concludendo infine con l'applicazione di una specificazione condizionata, comprendente entrambe le dinamiche sui coefficienti ma priva delle due componenti autoregressive. Per tutte queste specificazioni sono state testate sia la varianza condizionata costante sia il termine d'errore comprensivo della componente GARCH.

I risultati emersi dalle stime hanno messo in evidenza un'efficacia nettamente migliore dei modelli con dinamica sulla varianza con tutte le specificazioni valutate, e un adattamento complessivo significativamente migliore con il modello completo su entrambe le categorie, mentre le altre

specificazioni hanno mostrato, sia pure in misura diversa, minore capacità di cogliere in maniera adeguata l'andamento dei rendimenti, evidenziando in alcune circostanze, in particolar modo per quanto concerne la significatività dei parametri stimati, una capacità di adattamento non uniforme tra le diverse categorie.

1.2 – Struttura del presente lavoro

Il capitolo 2 proporrà una panoramica di natura teorica sul modello CAPM, discutendone le proprietà, gli aspetti critici e alcune formulazioni alternative che ne sono state proposte nel corso degli anni, definendo in seguito le diverse specificazioni che il presente lavoro si propone di testare.

Nel capitolo 3 verranno quindi esposte le procedure metodologiche seguite nell'elaborazione dei risultati, mentre nel capitolo 4 saranno esaminati i risultati emersi dall'applicazione sul campione dei diversi modelli valutati, in termini di significatività dei coefficienti e di bontà di adattamento. Il capitolo 5 verterà poi sull'esame nel dettaglio della dinamica degli alfa e dei beta di alcuni fondi selezionati casualmente e sulla contestuale valutazione del comportamento dei gestori dei fondi stessi, confrontando il CAPM classico con il modello completo, comprendente la dinamica su entrambi i parametri con termine autoregressivo e componente locale, e con quello condizionato, privo cioè del coefficiente AR. Infine, il capitolo 6 chiuderà il presente scritto con le conclusioni sui risultati riportati.

2. – Il modello CAPM base e le sue estensioni dinamiche

2.1 - Il modello standard: caratteristiche generali

Il modello denominato **CAPM** (acronimo di **Capital Asset Pricing Model**) è un modello di equilibrio dei mercati finanziari, proposto per la prima volta da Sharpe (1964) e successivamente sviluppato in maniera indipendente da Lintner (1965) e Mossin (1966), avente l'obiettivo di stabilire una relazione tra rischio e rendimento di un titolo. Una delle derivazioni del CAPM discende direttamente dalla teoria dei portafogli efficienti di Markowitz, perciò alcune delle assunzioni che vengono fatte nel modello originario risultano analoghe rispetto alla base su cui si fonda la teoria della frontiera efficiente. Innanzitutto, viene ipotizzato che tutti gli investitori siano in possesso di analoghe informazioni su tutte le attività finanziarie scambiate sul mercato, e formino le loro preferenze sulla base dei primi due momenti delle distribuzioni dei titoli rischiosi. Viene inoltre richiesta l'esistenza di un tasso privo di rischio, al quale sia possibile prendere in prestito denaro allo stesso tasso al quale vi si investe, e sono trascurati gli impatti di costi di transazione, tasse e ogni altra frizione presente sui mercati. Infine, è ipotizzata l'esistenza di un portafoglio di mercato, in grado di inglobare tutte le attività che possono essere oggetto di scambi sul mercato.

È evidente che taluni di questi assunti risultino piuttosto stringenti, sebbene molti di questi possano essere superati da formulazioni più generali del modello. I punti cruciali su cui il CAPM si fonda rimangono tuttavia la formazione delle preferenze degli agenti, che deve avvenire sulla base di media e varianza della distribuzione dei titoli rischiosi, e l'esistenza del portafoglio di mercato. Quest'ultima ipotesi è stata oggetto in particolare delle critiche mosse da Roll (1977), secondo il quale l'impossibilità di prezzare un portafoglio in grado di riassumere in sé ogni bene in cui sia possibile investire rende di fatto impossibile verificare il CAPM. Tale argomento, nonostante la fondatezza teorica, non ha tuttavia intaccato l'applicazione del modello, sia a causa della semplicità interpretativa dello stesso, sia perché si ritiene che gli indici azionari che vengono abitualmente impiegati come *proxy* del portafoglio di mercato offrano comunque un *benchmark* estremamente diversificato, che si ritiene quindi possa essere fortemente correlato col portafoglio di mercato altrimenti non quantificabile.

Nella formulazione classica, il modello prevede che il rendimento atteso di un singolo titolo, o di un portafoglio, dipenda linearmente da un unico fattore di rischio, il rendimento atteso del portafoglio di mercato. Indicando quindi con r_i il rendimento del titolo i , con r_f il rendimento del tasso privo di rischio e con r_m il rendimento del portafoglio di mercato, l'equazione del modello è:

$$(1) \quad r_i - r_f = \alpha_i + \beta_i(r_m - r_f) + \varepsilon_i ,$$

che in termini di valori attesi equivale a scrivere:

$$(2) \quad E[r_i] - r_f = \alpha_i + \beta_i(E[r_m] - r_f).$$

Il fattore cruciale del modello è chiaramente il coefficiente β , che misura quindi l'esposizione del titolo al rischio di mercato, legato proporzionalmente alla covarianza tra rendimento del titolo e del portafoglio di mercato tramite la seguente relazione:

$$(3) \quad \beta_i = \frac{Cov(r_i, r_m)}{Var(r_m)},$$

mentre il parametro α viene supposto pari a zero, dal momento che nella teoria vengono escluse possibilità di ottenere rendimenti sistematicamente diversi da quelli del mercato.

Da questa formulazione risulta chiaro come la correlazione tra rendimento del titolo e del portafoglio di mercato influenzi il rendimento del titolo stesso. Un beta maggiore di uno denota infatti un titolo aggressivo, che risente di una variabilità maggiore del mercato, e per il quale dunque gli investitori richiedono un rendimento atteso maggiore. Similmente, un titolo difensivo, avente beta inferiore a uno è indicazione di un titolo che reagisce in maniera più contenuta alle variazioni del mercato, presentando un minore rischio e, di conseguenza, minori aspettative sul suo rendimento atteso da parte degli investitori.

Dall'equazione (1) discende direttamente che, se sono soddisfatte le assunzioni su cui il modello si basa, la varianza di un singolo portafoglio può essere separata nel modo seguente:

$$(4) \quad Var(r_i) = \beta_i^2 Var(r_m) + Var(\varepsilon_i).$$

Tale equivalenza indica come il rischio di ogni *asset* possa essere suddiviso in una componente di rischio specifica (o idiosincratICA), data dalla varianza del termine d'errore del titolo, e da una componente sistematica, ovvero la varianza del portafoglio di mercato. Il rischio specifico è, chiaramente, diverso per ogni attività finanziaria, e perciò può essere ridotto tramite la diversificazione, riducendo così gli impatti delle fluttuazioni del valore della singola attività. Il rischio sistematico, invece, è una componente comune a tutte le attività del mercato, e perciò, nell'ottica del CAPM, non può essere diversificato.

Dall'equazione (2) si evince inoltre che l'eccesso di rendimento di un portafoglio rispetto al tasso privo di rischio è equivalente in media all'extra-rendimento del portafoglio di mercato moltiplicato per il beta del titolo, addizionato del termine α_i , che quantifica l'eventuale presenza di una performance sistematicamente maggiore, o minore, del portafoglio di mercato. La formulazione classica del modello tuttavia prevede l'assenza di *over performance* significative, ossia che l'unico fattore di rischio in grado di spiegare le variazioni dei rendimenti di una singola attività finanziaria è il rendimento del portafoglio di mercato, alle cui variazioni l'*asset* è esposto in misura proporzionale al coefficiente β .

La stima del modello classico avviene quindi, nella dimensione *cross-section*, a partire dalla regressione presentata nell'equazione (1), e il modello non viene rifiutato se il coefficiente α è statisticamente nullo e il beta del titolo risulta significativo. In un'ottica di serie storiche, invece, la stima avviene dapprima sulla base della seguente regressione:

$$(5) \quad r_{it} = \alpha_i + \beta_i r_{mt} + \varepsilon_{it},$$

dove il pedice t designa evidentemente l'indice temporale. In seguito alla stima della prima regressione, si procede all'utilizzo della stima del beta al primo passo come regressore del rendimento del portafoglio:

$$(6) \quad r_i = a + b\hat{\beta}_i + \eta_i;$$

il modello risulta non rifiutato se il coefficiente a è pari al rendimento del tasso *risk-free* e b risulta equivalente al premio per il rischio del portafoglio, ovvero alla differenza tra il rendimento del portafoglio osservato e quello previsto dal modello.

2.2 - Estensioni del modello

Come mostrato in precedenza, il CAPM è un modello che può essere impiegato nella valutazione del rischio di un titolo o portafoglio sulla base di un singolo fattore di rischio, ritenendo costante il coefficiente β che determina l'esposizione al rischio di mercato ed ipotizzando che il parametro α sia nullo, ovvero che non vi siano attività in grado di produrre sistematicamente un rendimento maggiore o minore del mercato. Viene inoltre ipotizzato che la varianza del portafoglio di mercato e dei titoli rimanga costante.

Questi aspetti, se da un lato contribuiscono alla chiave del successo del modello, rappresentata dalla semplicità interpretativa del modello, dall'altro mettono in evidenza come lo stesso risenta di una certa rigidità, e pertanto non sia in grado di cogliere in maniera adeguata la relazione tra

rischio e rendimento di un portafoglio per lunghi periodi. Numerose sono state le formulazioni alternative proposte per far fronte a questo problema: tra queste, una delle soluzioni più interessanti è data dall'Arbitrage Pricing Theory (APT), sviluppata da Ross nel 1976. Secondo tale approccio, il rendimento di un portafoglio sarebbe legato linearmente a quello di $p > 1$ fattori di rischio in grado di influenzare il portafoglio in questione, secondo la seguente relazione:

$$(7) \quad r_i = r_f + \alpha + \beta_1 f_1 + \beta_2 f_2 + \dots + \beta_p f_p.$$

Tale approccio da un lato permette di legare in maniera più diretta di quanto avviene nel modello con un solo fattore di rischio le quotazioni di un *asset* all'andamento di fattori ritenuti importanti per la formazione del rendimento dell'attività finanziaria considerata: si pensi, ad esempio, al rendimento di un titolo energetico e all'influenza che su di esso esercitano i movimenti del prezzo del petrolio: tale fattore può essere incluso direttamente nella formula (7), mentre nel CAPM classico può essere colto solo indirettamente tramite l'impatto di dette variazioni sulla formazione del prezzo della *proxy* del mercato considerata.

D'altra parte, questa metodologia risulta di non facile applicabilità a causa della difficoltà di reperire indicatori sintetici dell'andamento di ogni singolo fattore in grado di influenzare in maniera rilevante il rendimento di un titolo, problema che ricalca in maniera sostanzialmente analoga quello della scelta di un adeguato indice per il CAPM.

Ulteriori sviluppi successivi hanno tuttavia tentato di superare il vincolo di invariabilità dei parametri, tentando di legarne l'andamento a uno specifico insieme di variabili esogene, secondo la logica seguente:

$$(8) \quad r_t - r_{f,t} = \alpha_t + \beta_t(r_{m,t} - r_{f,t}) + \varepsilon_t,$$

$$\alpha_t = \delta_0 + \delta_1 Y_{t-1}.$$

$$\beta_t = \phi_0 + \phi_1 Z_{t-1};$$

dove naturalmente Y_t e Z_t rappresentano opportuni insiemi di variabili ritenute rilevanti nella spiegazione dei rendimenti. Ed è proprio in forza di questa difficoltà di reperire adeguati *set* di regressori esogeni per i rendimenti che l'applicabilità del modello definito dalla (8) è confinata a un numero piuttosto ristretto di situazioni.

Tuttavia, lavori recenti, tra i quali si segnala lo studio compiuto da Ferson e Schadt (1996) hanno tentato di valutare la validità di modelli basati sulla forma del CAPM, eliminando il vincolo di invariabilità dei parametri e di omoschedasticità durante l'intero periodo campionario, e al contempo cercando di mantenere una specificazione non eccessivamente complicata. Nel presente lavoro s'intende confrontare il miglioramento in termini di adattamento dal modello standard a specificazioni più complesse, in grado di tener conto di eteroschedasticità e parametri non costanti, considerando entrambi i fattori insieme o separatamente. Il presente lavoro si propone di condurre volge esattamente nella direzione sopra delineata, mediante una verifica di specificazioni dinamiche alternative alla formulazione classica, che verterà anche sul confronto tra il CAPM statico e una sua variante condizionata, in cui una stima di tipo *rolling* sui coefficienti ricopre il ruolo di variabile esogena nella formulazione condizionata esposta nella (8).

Il modello dinamico in grado di tener conto della dinamica su entrambi i parametri è della forma seguente:

$$(9) \quad r_t - r_f = \alpha_t + \beta_t(r_m - r_f) + \varepsilon_t,$$

$$\varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2);$$

dove I_{t-1} denota l'insieme informativo disponibile al tempo $t-1$. Il modello per i parametri comprende una componente di tipo autoregressivo e una dipendente da una stima di tipo *rolling*, effettuata su una finestra temporale di ampiezza posta pari a 20 giorni: tale valore è stato scelto in modo che la stima locale tenesse conto di un intero mese lavorativo. Le equazioni per α_t e β_t vengono quindi specificate come segue:

$$(10) \quad \alpha_t = \delta_0 + \delta_1 \bar{\alpha}_{t-1} + \delta_2 \alpha_{t-1},$$

$$(11) \quad \beta_t = \phi_0 + \phi_1 \bar{\beta}_{t-1} + \phi_2 \beta_{t-1};$$

con i valori iniziali per α e β posti uguali alla stima ottenuta nel caso statico.

Nella variante condizionata, invece, viene adottata la specificazione testé definita con il vincolo di uguaglianza a zero imposto sui coefficienti di tipo autoregressivo. È ben visibile come le forme (10) e (11) rappresentino un'estensione del modello definito dalla (8), nel quale non è presente il termine autoregressivo sul valore precedente del parametro, proprio a causa della necessità di utilizzare insiemi di variabili esogene rispetto al coefficiente da stimare. Dalla forma delle equazioni (10) e (11) si evince immediatamente che se parametri δ_i e ϕ_i , dove $i=0, 1, 2$,

risultano statisticamente nulli, il miglioramento dell'adattamento dato dall'introduzione della dinamica sui parametri non è significativo, perciò è preferibile il ricorso al modello classico. Al fine di evitare che la presenza di eventuali interazioni nella dinamica dei due parametri infici le conclusioni dell'analisi, oltre a specificazioni in grado di tener conto della dinamica su entrambi i parametri, verranno testati anche modelli contenenti una sola componente dinamica, mentre l'altra viene mantenuta costante come nella formulazione più tipica.

Per quanto concerne l'estensione al caso eteroschedastico, l'alternativa alla formulazione classica prevede l'impiego di una specificazione del tipo GARCH(1,1) per la varianza condizionata, espressa nel modo seguente:

$$(12) \sigma_t^2 = \omega + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 + \theta \sigma_{t-1}^2.$$

Dalla specificazione (11), si evince facilmente che nel caso $\gamma=\theta=0$ la varianza condizionata risulta costante, ricadendo in una situazione analoga al caso classico, mentre nel caso sia il solo coefficiente θ ad essere pari a zero si ricadrebbe nella specificazione ARCH del primo ordine (Engle, 1982).

Al fine di evitare complicazioni eccessive sulla forma del modello, la dinamica sulla varianza espressa dalla (12) sarà l'unica formulazione che verrà considerata in alternativa all'assunzione di varianza costante implicita nel modello classico, né verranno considerate distribuzioni condizionate dei termini d'errore diverse dalla normale. È stato altresì deciso di utilizzare in fase di stima errori standard ordinari anziché quelli robusti rispetto ad eteroschedasticità ed autocorrelazione, più impegnativi dal punto di vista

computazionale, sebbene l'impiego di specificazioni più generali di quelle qui adoperate per la modellazione della varianza condizionale, in grado eventualmente di tenere conto di altre caratteristiche nella dinamica della medesima, possa indubbiamente rappresentare un interessante argomento di studio per ulteriori ricerche in materia.

3. – Metodologie d’analisi

3.1 – Caratteristiche del campione considerato

Le analisi descritte nella sezione precedente sono state condotte su un campione costituito da 1085 fondi del mercato americano, le cui quotazioni giornaliere sono state reperite sul sito *Yahoo! Finance*, scegliendo di operare sui prezzi di chiusura aggiustati per *split* azionari e dividendi. Tali fondi, sono stati successivamente suddivisi in due categorie, in considerazione delle diverse dimensioni delle imprese sulle quali i gestori dei fondi investono: segnatamente 915 dei fondi investono su grandi imprese e i restanti 170 su aziende di minori dimensioni. Il campione scelto inizialmente consisteva in un numero notevolmente maggiore di fondi, ridotto poi in fasi successive al fine di limitare la presenza di anomalie dei dati, secondo modalità che verranno discusse dettagliatamente nella sezione successiva.

Il periodo campionario preso in esame si estende dal 1 luglio 2003 al 31 marzo 2008, scegliendo quindi di esaminare un intervallo di 1250 dati, pari a cinque anni lavorativi di dati giornalieri, in maniera da poter valutare le dinamiche dei beta in un periodo piuttosto prolungato, potendo al contempo includere un numero di fondi piuttosto ampio, e per tutte le serie sono stati calcolati i rendimenti logaritmici, moltiplicandoli successivamente per 100 in modo tale da ricondurli in forma percentuale. Per ognuna delle categorie di dimensioni è stato scelto come *benchmark* un

appropriato indice riassuntivo tra quelli elaborati da *Russell*, rispettivamente l'indice *Russell 1000* per i fondi basati su imprese di piccole dimensioni e il *Russell 3000* per i fondi che investono sulle grandi imprese, mentre come *proxy* del tasso privo di rischio sono invece state utilizzate le quotazioni giornaliere dei *T-Bill*, i Buoni del Tesoro statunitensi, con scadenza a tre mesi, divise successivamente per 250, in maniera da tener conto solamente dei giorni di apertura dei mercati azionari durante l'anno.

3.2 – Ragioni alla base della scelta di operare su dati giornalieri

Nella letteratura finanziaria si può riscontrare una vastissima produzione di studi empirici finalizzati a valutare la validità del CAPM, tra i quali è tuttavia assai diffusa la prassi che prevede l'utilizzo nelle analisi di dati mensili. Una simile scelta è motivata da ragioni di carattere essenzialmente pratico: fino a tempi relativamente recenti, infatti, i gestori dei fondi difficilmente aggiornavano i loro portafogli con cadenze superiori al mese, a causa della difficoltà di reperire tecniche statistiche sufficientemente sofisticate, che permettessero di maneggiare in maniera relativamente agevole grandi moli di dati. Inoltre, numerosi gestori, specialmente di piccole dimensioni, sono tendenzialmente piuttosto restii ad impiegare metodologie d'analisi non consolidate, e a causa di tale rigidità impiegano un tempo maggiore per controllare ed analizzare le attività nelle quali hanno scelto di investire. Va infine tenuto presente che

alcuni *manager* basano le loro scelte d'investimento su orizzonti temporali piuttosto ampi, e non abbisognano perciò di cambiamenti frequenti nella composizione del portafoglio. Per tali ragioni, la scelta di impiegare rendimenti mensili in fase di stima è apparsa pertanto a lungo la più logica e immediata da attuare.

Tuttavia, l'evoluzione delle tecniche di analisi statistica negli ultimi anni ha permesso la rapida diffusione di software e calcolatori in grado di implementare avanzate metodologie di calcolo. Simultaneamente, i progressi fatti segnare dalle comunicazioni hanno reso accessibili ad un ampio numero di gestori di fondi una quantità di dati estremamente più ampia che in passato. In forza di tali fattori, ai *manager* è divenuto possibile ruotare la composizione dei propri portafogli con frequenza decisamente maggiore rispetto a quella mensile, modificando così le posizioni perdenti in maniera più reattiva che in tempi meno recenti e consentendo al medesimo tempo strategie basate su orizzonti brevi, in grado di sfruttare *trend* locali anche di ampiezza relativamente ristretta.

L'impiego di dati giornalieri, scelta per la quale si è deciso di optare nel corso degli studi qui presentati, si distingue dallo standard proprio allo scopo di monitorare, tramite i valori riportati dai coefficienti dinamici stimati, l'impatto delle operazioni compiute dai gestori in seguito all'evoluzione conosciuta dai mercati, con una frequenza tale da cogliere gli aspetti che caratterizzano l'operatività e le tecniche di gestione ed analisi di portafoglio compiute dai *manager*.

3.3 – Procedure operative

Dopo aver portato a termine la fase di composizione del campione, si è proceduto a definire le metodologie di analisi e le procedure di calcolo da adoperare in fase di stima dei parametri e definizione dei criteri utilizzati per valutare la bontà di adattamento delle diverse specificazioni utilizzate.

Il metodo utilizzato per le stime, sia dei coefficienti relativi alla dinamica di alfa e beta sia dei parametri della componente GARCH, è quello della massima verosimiglianza, privilegiato ad altri metodi di stima in considerazione dell'ipotesi di normalità adottata sul termine d'errore del modello. Inoltre, al fine di evitare procedure computazionali troppo intensive o l'imposizione di vincoli potenzialmente forieri di complicazioni eccessive nel modello, i gradienti e le matrici hessiane connesse alle quantità di verosimiglianza sono state determinate con metodi numerici.

Al fine di effettuare le simulazioni si è scelto di utilizzare il software GAUSS, in virtù della sua concezione specificamente mirata al calcolo matriciale, aspetto particolarmente rilevante nell'implementazione delle procedure adoperate per il calcolo, di cui viene presentato il dettaglio nell'Appendice.

Per quanto concerne poi la scelta del criterio di decisione, da utilizzare allo scopo di discriminare tra i diversi modelli valutati, la scelta è caduta direttamente sulla verosimiglianza connessa al modello, senza perciò ricorrere ad altri tipi di criterio come quelli sviluppati da Akaike o

da Bayes: l'idea adottata è consistita quindi nel trascurare eventuali fattori di penalità legati al numero di parametri presenti nel modello, evitando perciò che criteri simili possano potenzialmente far propendere in favore di specificazioni parsimoniose in termini di numero di parametri ancorché non in grado di fornire il migliore adattamento ai dati.

Come anticipato nel paragrafo 3.1, si è scelto di sfoltire in fasi successive il numero di fondi presenti nel campione, inizialmente vicino alle 12000 unità, al fine di rendere quanto più possibile omogeneo l'insieme di dati da analizzare. In primo luogo, sono stati esclusi i fondi molto simili tra loro secondo le indicazioni fornite dalla fonte, in quanto fortemente correlati l'uno con l'altro: in tali casi, si è scelto di selezionare un solo fondo tra quelli ritenuti analoghi per caratteristiche, utilizzando solamente la serie più lunga.

Successivamente, una volta definito il periodo campionario da considerare si è proceduto a rendere omogenea la numerosità delle singole serie, escludendo le serie prive di un numero di osservazioni sufficienti ed eliminando contestualmente i valori anomali presenti in ciascuna serie, identificando come tali i rendimenti maggiori in modulo del 5%. In seguito, dopo il completamento delle analisi su alcuni fondi sono emerse chiare indicazioni di correlazione statisticamente nulla, in taluni rari casi addirittura negativa, con l'indice di riferimento considerato. Ritenendo di poter comunque contare su un campione sufficientemente elevato per numero di fondi, si è scelto di non considerare ulteriormente tali fondi, concentrando così l'analisi sulle serie scevre da elementi potenzialmente disturbanti.

Una volta espletato il piano di applicazioni empiriche preventivate, sono stati infine selezionati a titolo di esempio sei fondi, al fine di analizzarne la dinamica dei parametri nel corso del periodo campionario e cercando in tal guisa di trarne indicazioni utili a valutare il comportamento dei gestori durante le varie fasi di mercato, verificandone in particolare la modalità con cui modificano la loro esposizione al rischio di mercato e la loro eventuale capacità di produrre, durante i diversi momenti, rendimenti sistematicamente superiori rispetto all'indice di riferimento.

4. – Analisi dei risultati delle stime

Una volta scelti il campione da esaminare e le diverse formulazioni del modello che il presente lavoro si propone di valutare, si è proceduto al computo numerico delle stime, con il duplice obiettivo di verificare quale delle varianti considerate fornisse il migliore adattamento ai dati in termini di verosimiglianza e di ottenere sulla base dei risultati indicazioni utili sul comportamento tenuto dai gestori dei fondi nell'ottenimento delle loro *performances* finanziarie.

4.1 - CAPM statico

Il primo approccio considerato, che ha costituito anche un termine di paragone per i risultati emersi dall'applicazione delle varianti più complesse, è consistito nell'applicazione al campione del modello CAPM classico, privo cioè di specificazioni dinamiche sia sui parametri del modello sia sul termine di errore. Il modello testato in primo luogo è stato pertanto il seguente:

$$(1) \quad r_t - r_{f,t} = \alpha + \beta(r_{m,t} - r_{f,t}) + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2).$$

Qualora i risultati provenienti dalle analisi empiriche rivelassero che questo modello fornisce un adattamento ai dati significativamente migliore rispetto agli altri, o alternativamente che formulazioni più complesse non si rivelino foriere di miglioramenti rilevanti nella descrizione dell'andamento dei rendimenti, il campione di fondi considerato vedrebbe pertanto confermata una sostanziale stabilità nell'esposizione al rischio mantenuta nel corso del periodo campionario dal gestore del fondo. Diversamente, l'indicazione proveniente dai dati sottolineerebbe una tendenza evidente da parte dei *manager* a modificare l'esposizione al rischio a seconda delle diverse fasi di mercato.

Specificazioni alternative includeranno poi la presenza di un termine d'errore in grado di tener conto di variazioni nella varianza condizionata, seguendo una formulazione di tipo GARCH (1,1) standard e valutando i miglioramenti che un simile accorgimento è in grado di apportare all'adattamento del modello.

		$\hat{\alpha} < 0$	$\hat{\alpha} = 0$	$\hat{\alpha} > 0$	$\hat{\beta} < 1$	$\hat{\beta} = 1$	$\hat{\beta} > 1$
CAPM classico	<i>Large</i>	0	867	48	702	92	121
	<i>Small</i>	18	147	5	163	5	2
CAPM con errori	<i>Large</i>	17	832	66	534	143	238
	<i>Small</i>	23	139	6	161	5	4

Tabella 4.1 – Stime dei coefficienti riportate con l'adozione del modello (1) e differenze date dall'introduzione della componente GARCH sul termine d'errore. Poiché il totale dei fondi *large* analizzati ammonta a 915 e quello dei fondi *small* a 170, il numero dei singoli coefficienti stimati pari a zero è desumibile per differenza dal totale.

		Verosimiglianza media stimata
CAPM classico	<i>Large</i>	-648.76
	<i>Small</i>	-517.31
CAPM con errori GARCH	<i>Large</i>	-549.67
	<i>Small</i>	-450.89

Tabella 4.2 – Verosimiglianza media stimata nelle diverse applicazioni.

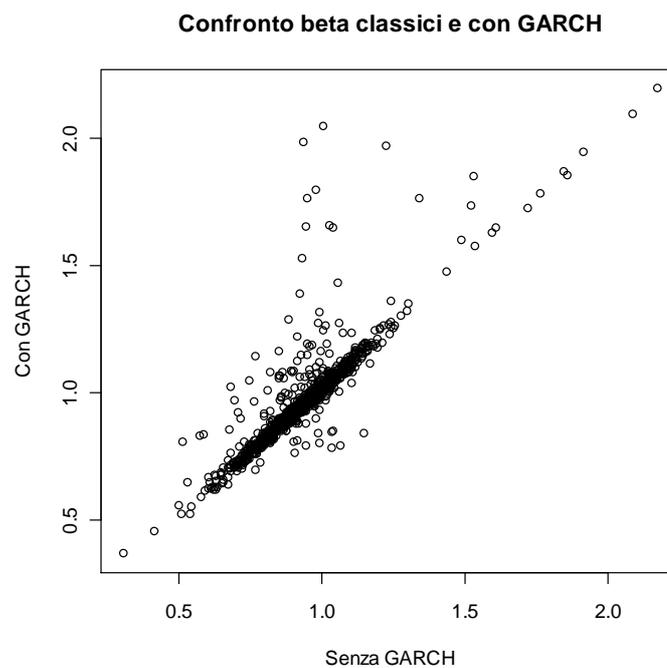


Grafico 4.1 – Grafico di dispersione tra i beta dei fondi di categoria *large* stimati col CAPM classico e quelli ottenuti con l’aggiunta della componente GARCH sul termine d’errore

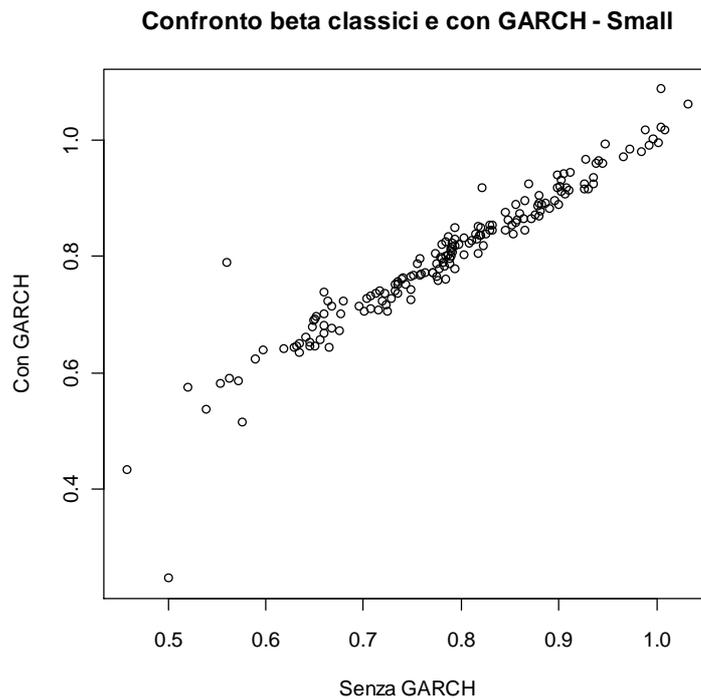


Grafico 4.2 - Grafico di dispersione tra i beta dei fondi di categoria *small* stimati col CAPM classico e quelli ottenuti con l'aggiunta della componente GARCH sul termine d'errore

Dall'applicazione del modello più semplice sono emersi gli elementi riassunti nelle tabelle soprastanti, donde si evince che il miglioramento fornito dall'aggiunta di un termine di errore in grado di tener conto di variazioni nella dinamica della varianza condizionata si riflette in un incremento significativo in termini di verosimiglianza. Tale indicazione è altresì suffragata dal fatto che in nessuno dei casi presi in esame la verosimiglianza stimata risulta maggiore nei modelli con varianza condizionata costante.

Inoltre, come si può notare dai grafici qui sopra riportati, in presenza delle componenti GARCH le stime dei beta risultano generalmente maggiori, in particolare tra i fondi *large*, che presentano peraltro una maggiore tendenza ad assumere valori maggiori di uno, laddove invece

L'adozione del modello CAPM classico vede i fondi mostrare in larga maggioranza una gestione di tipo difensivo in entrambe le categorie. Nel modello con varianza condizionata costante, infatti, 702 fondi presentano un beta stimato significativamente minore di uno, mentre i casi in cui tale coefficiente mette chiaramente in evidenza caratteristiche aggressive sono 121: sono infine 92 i beta stimati statisticamente uguali a uno. L'adozione di una componente GARCH vede invece il numero di fondi con beta stimati inferiori a uno scendere a 534, a fronte di 143 fondi neutrali e di 238 beta la cui stima risulta significativamente maggiore del valore unitario. Decisamente minori risultano invece le differenze nel caso dei fondi *small*, tra i quali si riscontra facilmente una preponderanza quasi esclusiva di beta difensivi con entrambe le specificazioni per la varianza.

L'applicazione del modello classico permette inoltre di evidenziare la sostanziale nullità dei coefficienti alfa stimati nella larga maggioranza dei fondi, fattore che permane, sia pure in misura leggermente più contenuta, anche con l'aggiunta della componente GARCH. Con le stime effettuate con varianza condizionale costante i coefficienti alfa significativi sono 48, tutti con valori positivi, mentre l'introduzione della dinamica sulla varianza del termine d'errore produce 83 stime significative dell'intercetta, 17 delle quali negative. Il termine addizionale inserito sulla varianza condizionata permette dunque di dare maggior variabilità ai valori assunti dalle stime del coefficiente alfa, pur rimanendo queste sostanzialmente nulle nella maggior parte dei fondi facenti parte del campione.

Infine, i fondi che investono maggiormente su piccole società presentano in oltre il 95% dei casi beta difensivi: una simile caratteristica sembra spiegabile principalmente con una tendenza da parte dei gestori ad

esporsi al rischio in misura minore nel caso decidano di investire su aziende di minori dimensioni, in quanto verosimilmente i gestori possiedono conoscenze meno approfondite su tali società rispetto alle aziende maggiori. Investendo su società più affermate, invece, la maggiore probabilità di avere precise idee sulla situazione di tali aziende può indurre i gestori dei fondi ad esporsi in misura maggiore rispetto ad una posizione neutrale.

4.2 - Modelli con alfa dinamico

Il primo confronto con l'applicazione del modello CAPM classico precedentemente esposta è stato condotto con l'utilizzo di un modello comprendente un alfa dinamico, mentre la modellazione del termine di inclinazione della regressione rimane affidata a un coefficiente statico, secondo la formula che segue:

$$(2) \quad r_t - r_{f,t} = \alpha_t + \beta(r_{m,t} - r_{f,t}) + \varepsilon_t$$

$$\alpha_t = \delta_0 + \delta_1 \bar{\alpha}_{t-1} + \delta_2 \alpha_{t-1};$$

dove il coefficiente α viene fatto dipendere linearmente da una costante, da una stima locale di tipo *rolling* eseguita su finestre mobili di 20 osservazioni, corrispondenti a una stima eseguita su un mese di dati disponibili, e da una componente autoregressiva sul valore precedente del coefficiente stesso. Inoltre, come nel caso precedentemente discusso,

vengono esaminati modelli sia con varianza omoschedastica sia comprensivi di componente GARCH (1,1) standard.

Chiaramente, se per un dato fondo entrambi i coefficienti relativi alla stima locale e alla componente autoregressiva risultano nulli, il miglioramento nell'adattamento di questo modello rispetto al modello semplice è trascurabile. Se invece dovesse risultare nullo solo il coefficiente relativo alla stima locale, la sequenza degli alfa sul fondo seguirebbe un modello autoregressivo del primo ordine, mentre la mancata significatività del coefficiente δ_2 implica che la spiegazione della dinamica dell'*over-performance* del fondo rispetto al *benchmark* dipende interamente dall'andamento degli alfa nell'ultimo mese di contrattazioni.

		$\hat{\delta}_0 < 0$	$\hat{\delta}_0 > 0$	$\hat{\delta}_1 < 0$	$\hat{\delta}_1 > 0$	$\hat{\delta}_2 < 0$	$\hat{\delta}_2 > 0$	$\hat{\delta}_0, \hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2 = 0$	$\hat{\delta}_1 > 0, \hat{\delta}_2 < 0$	$\hat{\beta} < 1$	$\hat{\beta} = 1$	$\hat{\beta} > 1$
Senza GARCH	<i>Large</i>	0	0	6	358	702	28	177	353	696	96	123
	<i>Small</i>	1	1	19	2	2	6	143	1	164	4	2
Con GARCH	<i>Large</i>	2	26	3	224	513	54	293	217	527	145	243
	<i>Small</i>	3	62	29	3	5	7	102	2	163	4	3

Tabella 4.3 - Stime dei coefficienti riportate con l'adozione del modello (2) e differenze date dall'introduzione della componente GARCH sul termine d'errore. Poiché il totale dei fondi *large* analizzati ammonta a 915 e quello dei fondi *small* a 170, il numero dei singoli coefficienti stimati pari a zero è desumibile per differenza dal totale.

		Verosimiglianza media stimata
CAPM classico	<i>Large</i>	-619.06
	<i>Small</i>	-520.82
CAPM con errori GARCH	<i>Large</i>	-534.33
	<i>Small</i>	-503.24

Tabella 4.4 – Verosimiglianza media stimata sulle diverse categorie di fondi.

Confronto beta classici e con GARCH, alfa dinamico - Large

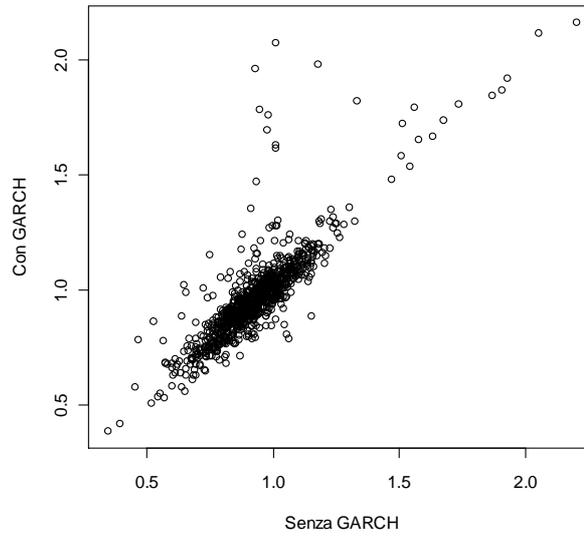


Grafico 4.3 - Grafico di dispersione tra i beta dei fondi di categoria *large* stimati col CAPM con alfa dinamico omoschedastico e quelli ottenuti con l'aggiunta della componente GARCH sul termine d'errore

Confronto beta classici e con GARCH, alfa dinamico - Small

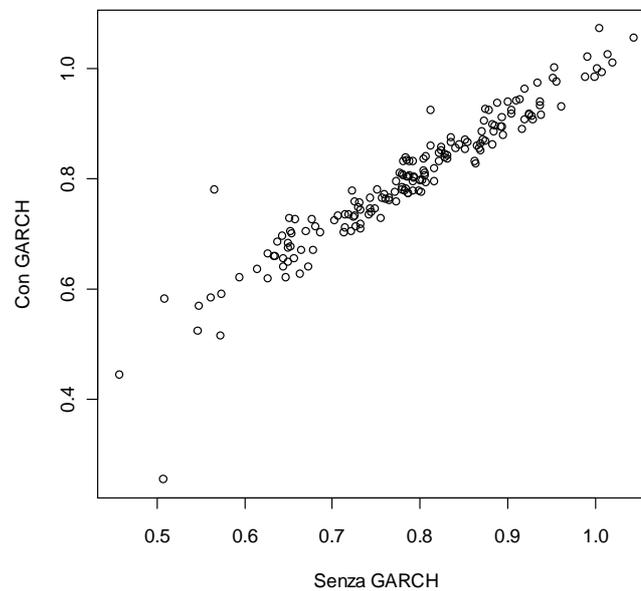


Grafico 4.4 - Grafico di dispersione tra i beta di categoria *small* stimati col CAPM con alfa dinamico omoschedastico e quelli ottenuti con l'aggiunta della componente GARCH sul termine d'errore

L'analisi dei risultati ottenuti con il modello a varianza condizionata costante mostra una differenza trascurabile tra la nuova specificazione del modello e quella riportata al paragrafo precedente in un numero piuttosto consistente di casi: considerando congiuntamente entrambe le categorie, tali circostanze ammontano a 470: in tali occasioni, pari a poco meno della metà dell'intero campione, appare dunque irrilevante l'introduzione della dinamica sul coefficiente d'intercetta.

Si può inoltre osservare dal grafico soprastante come, con entrambe le specificazioni per la varianza condizionata e in ambedue i gruppi di fondi, le differenze tra i valori stimati dei beta con questa specificazione e il CAPM classico risultino, al di là di una maggiore variabilità delle stime più evidente nei valori vicini all'unità sui fondi *large*, scarsamente rilevanti nella maggior parte dei casi, dal momento che la proporzione di fondi difensivi e aggressivi sul totale non differiscono in maniera importante.

Un altro elemento d'interesse emerge dal confronto delle significatività dei parametri δ_i , che permettono di rilevare come assai di rado la costante risulti significativa, e come parimenti tra i fondi *large* i parametri relativi alla stima locale e alla componente autoregressiva, laddove per entrambi si riscontra significatività, non risultino mai concordi di segno: in tre soli casi il primo coefficiente risulta minore di zero a fronte di un parametro autoregressivo negativo, mentre la situazione opposta si verifica in 354 circostanze. In generale, inoltre, il coefficiente δ_2 risulta negativo in 702 occasioni, dando indicazione di un effetto del valore precedente tendenzialmente negativo sull'alfa corrente.

Introducendo nella varianza condizionata del modello il termine GARCH, invece, i casi di nullità simultanea di entrambi i coefficienti δ_1 e δ_2 scendono a 246, registrando un decremento uniforme in entrambe le tipologie di fondo. Permane inoltre la discordanza di segno tra gli stessi parametri per quanto concerne i fondi basati su grandi imprese, ancorché il numero di tali casi scenda a 217, a fronte invece di un incremento delle stime positive del coefficiente autoregressivo, il cui numero giunge quasi a raddoppiare.

In termini di verosimiglianza, appaiono invece modesti i miglioramenti che il modello con alfa dinamici si dimostra in grado di apportare rispetto al CAPM classico, con progressi che raramente eccedono il 10%. La presenza di questo aspetto, unitamente al contrasto di segno dei due coefficienti i cui impatti sulla dinamica dell'alfa tendono piuttosto frequentemente a cancellarsi a vicenda, non sembra pertanto che l'incremento della bontà di adattamento portato dall'introduzione della nuova specificazione per alfa sia sufficiente da preferirlo al modello classico, che a fronte di un adattamento leggermente peggiore garantisce un'interpretabilità più diretta e un minore impegno dal punto di vista computazionale.

4.3 - Modelli con beta dinamico

La successiva stima effettuata è stata condotta applicando al campione un modello che, rispetto a quello esposto nel paragrafo

precedente, presenta una dinamica analoga sul parametro beta anziché sull'alfa, secondo la specificazione seguente:

$$(3) \quad r_t - r_{f,t} = \alpha + \beta_t (r_{m,t} - r_{f,t}) + \varepsilon_t ;$$

$$\beta_t = \phi_0 + \phi_1 \bar{\beta}_{t-1} + \phi_2 \beta_{t-1},$$

nella quale il ruolo dei coefficienti ϕ_i , con $i=0, 1, 2$, riveste un ruolo analogo a quello dei parametri δ visti in precedenza. Anche in questo caso, poi, per la varianza condizionata del termine di errore vengono impiegate specificazioni omoschedastiche e con dinamica GARCH (1,1).

Va tuttavia rilevato che l'evidenza empirica che ci si attende emerga con l'applicazione di questo modello, a differenza del caso precedente, dovrebbe evidenziare in ciascuno dei casi considerati la significatività di almeno uno dei coefficienti che regolano la dinamica dei beta. Infatti, la mancata indicazione di rilevanza nel coefficiente alfa non rappresenta in alcun modo un'anomalia nelle applicazioni, fornendo al contrario un elemento a favore di una sostanziale identità tra l'*over-performance* prodotta dal fondo e quella della *proxy* del portafoglio di mercato scelta: una simile indicazione si configura dunque come un indizio in favore dell'ipotesi di equilibrio del mercato cui il campione fa riferimento.

D'altronde, un'eventuale nullità simultanea di tutti i coefficienti ϕ_i , ossia la mancata significatività del coefficiente beta, indicherebbe che l'andamento dei rendimenti del fondo non è collegata alla *proxy* del portafoglio di mercato selezionata: tale avvenimento, pertanto, sancirebbe la sostanziale incapacità del modello adottato nella spiegazione della dinamica dei rendimenti.

		$\hat{\phi}_0 < 0$	$\hat{\phi}_0 > 0$	$\hat{\phi}_1 < 0$	$\hat{\phi}_1 > 0$	$\hat{\phi}_2 < 0$	$\hat{\phi}_2 > 0$	$\hat{\alpha} < 0$	$\hat{\alpha} = 0$	$\hat{\alpha} > 0$	$\hat{\phi}_0 = \hat{\phi}_1 = \hat{\phi}_2 = 0$
Senza GARCH	<i>Large</i>	6	77	2	397	12	799	2	851	62	56
	<i>Small</i>	35	37	38	11	2	168	21	143	6	0
Con GARCH	<i>Large</i>	30	34	1	457	14	606	16	824	75	120
	<i>Small</i>	0	4	3	3	4	23	29	133	8	165

Tabella 4.5 - Stime dei coefficienti $\hat{\phi}_i$ riportate con l'adozione del modello (3) e differenze date dall'introduzione della componente GARCH sul termine d'errore. Poiché il totale dei fondi *large* analizzati ammonta a 915 e quello dei fondi *small* a 170, il numero dei singoli coefficienti stimati pari a zero è desumibile per differenza dal totale.

		$\hat{\phi}_0, \hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2 > 0$	$\hat{\phi}_0, \hat{\phi}_1 > 0$	$\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2 > 0$	$\hat{\phi}_2 > 0.9$	$\hat{\phi}_0, \hat{\phi}_1 > 0,$ $\hat{\phi}_2 < 0$
Senza GARCH	<i>Large</i>	16	39	303	712	12
	<i>Small</i>	62	0	5	154	7
Con GARCH	<i>Large</i>	6	107	187	591	14
	<i>Small</i>	0	0	0	19	0

Tabella 4.6 – Configurazioni dei segni dei coefficienti $\hat{\phi}_i$ stimati.

		Verosimiglianza media stimata
Modello senza GARCH	<i>Large</i>	-575.17
	<i>Small</i>	-478.79
Modello con errori GARCH	<i>Large</i>	-496.23
	<i>Small</i>	-460.41

Tabella 4.7 – Verosimiglianza media stimata sulle diverse categorie di fondi.

Passando all'analisi dei risultati emersi dalle procedure di stima, si evince in primo luogo la sostanziale diversità della bontà di adattamento del modello, sia per categoria di fondi sia per tipo di modellazione della varianza impiegato. Adoperando la specificazione con varianza condizionata costante, infatti, si registrano 56 casi di nullità simultanea dei coefficienti deputati alla determinazione della dinamica dei beta tra i fondi *large*, mentre nessuno dei fondi basati su aziende di piccole dimensioni presenta tale inconveniente. Ben più numerosi, invece, risultano tali casi con l'impiego della specificazione GARCH, in particolare tra i fondi *small*, dove una simile caratteristica viene riscontrata quasi sulla metà delle serie.

Appare chiaro, in presenza di un numero elevato a tal punto di casi critici, come la validità del modello venga messa pesantemente in discussione, in particolar modo per quanto concerne la specificazione in grado di tener conto dell'eteroschedasticità condizionata.

Le stime degli alfa ottenute mantenendo costante il coefficiente d'intercetta ed introducendo la dinamica sui beta presentano invece differenze tutto sommato contenute rispetto a quanto emerso dalle stime effettuate con il CAPM statico: al di là di un incremento nel numero dei valori di alfa risultati positivi tra i fondi *large* e delle stime negative riportate nella categoria dei fondi basati su aziende di dimensioni minori, i

risultati emersi da queste applicazioni continuano ad evidenziare un'evidente preponderanza di serie per le quali la stima di alfa non risulta rilevante, mostrando come la maggioranza dei fondi non produca eccessi di rendimento costantemente diversi da quelli del *benchmark*.

Altro elemento che emerge dalle stime ottenute è la pressoché costante positività del coefficiente autoregressivo, che con entrambi i tipi di errore presenta stime negative solamente in un numero contenuto di occasioni. Inoltre, il valore stimato di ϕ_2 in tali fondi è costantemente prossimo all'unità: ciò mette in evidenza come, al di là dei pur numerosi casi di nullità congiunta dei coefficienti, il valore precedente del beta influenzi in maniera evidente il successivo, in accordo con le aspettative provenienti dalla teoria. I casi in cui è il coefficiente autoregressivo a garantire la positività del beta rappresentano infatti quasi la metà del totale, mentre in un altro 30% dei fondi si riscontra la positività combinata della componente autoregressiva e di quella legata alla stima locale. La simultaneità contemporanea di tutti i parametri ϕ_i , invece, avviene in 6 casi col modello a varianza costante e 17 volte con l'impiego della variabilità dinamica.

Le indicazioni provenienti dai valori stimati della verosimiglianza collegata al modello, che in circa il 95% dei casi risultano minori di quelli ottenuti con la dinamica presente sul parametro α , unitamente alle considerazioni espresse in precedenza circa l'eccessiva presenza di fondi che non presentano elementi di significatività in alcuno dei coefficienti connessi alla dinamica dei beta, induce tuttavia a ritenere insoddisfacente l'adattamento ai dati fornito dal modello, che perciò si è scelto di accantonare.

4.4 - Modelli con dinamica su alfa e beta

Dopo aver esaminato separatamente l'effetto dell'introduzione della dinamica sui parametri del modello CAPM, le stime successive sono state condotte adoperando una specificazione in grado di cogliere la dinamica su entrambi i parametri simultaneamente, secondo la formula di seguito riportata:

$$(4) \quad r_t - r_f = \alpha_t + \beta_t(r_m - r_f) + \varepsilon_t,$$

$$\alpha_t = \delta_0 + \delta_1 \bar{\alpha}_{t-1} + \delta_2 \alpha_{t-2},$$

$$\beta_t = \phi_0 + \phi_1 \bar{\beta}_{t-1} + \phi_2 \beta_{t-1},$$

dove la dipendenza lineare per α_t è analoga a quella introdotta nella (2) mentre la dinamica di β_t segue la specificazione delineata nella (3). Come negli altri casi, anche in questa sezione l'applicazione del modello è avvenuta adoperando dapprima una varianza condizionale costante e in seguito una specificazione GARCH (1,1) per il termine d'errore, e si andrà inoltre a valutare se l'introduzione della dinamica su alfa permette di ridurre in maniera quanto più consistente possibile il numero di fondi per i quali si registra la non significatività contemporanea di tutti i coefficienti ϕ_i .

		$\hat{\delta}_0 < 0$	$\hat{\delta}_0 > 0$	$\hat{\delta}_1 < 0$	$\hat{\delta}_1 > 0$	$\hat{\delta}_2 < 0$	$\hat{\delta}_2 > 0$	$\hat{\delta}_0, \hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2 = 0$	$\hat{\delta}_1 > 0, \hat{\delta}_2 < 0$
Senza GARCH	<i>Large</i>	3	4	3	324	671	9	209	331
	<i>Small</i>	0	4	1	5	52	38	85	8
Con GARCH	<i>Large</i>	10	6	2	284	415	103	327	206
	<i>Small</i>	2	36	0	3	49	43	76	0

Tabella 4.8 - Stime dei coefficienti $\hat{\delta}_i$ riportate con l'adozione del modello (4) e differenze date dall'introduzione della componente GARCH sul termine d'errore. Poiché il totale dei fondi *large* analizzati ammonta a 915 e quello dei fondi *small* a 170, il numero dei singoli coefficienti stimati pari a zero è desumibile per differenza dal totale.

		$\hat{\phi}_0 < 0$	$\hat{\phi}_0 > 0$	$\hat{\phi}_1 < 0$	$\hat{\phi}_1 > 0$	$\hat{\phi}_2 < 0$	$\hat{\phi}_2 > 0$	$\hat{\phi}_0 = \hat{\phi}_1 = \hat{\phi}_2 = 0$
Senza GARCH	<i>Large</i>	3	152	0	408	34	527	135
	<i>Small</i>	0	44	1	143	8	123	2
Con GARCH	<i>Large</i>	2	186	0	436	8	630	14
	<i>Small</i>	1	35	0	133	9	161	0

Tabella 4.9 - Stime dei coefficienti $\hat{\phi}_i$ riportate con l'adozione del modello (4) e differenze date dall'introduzione della componente GARCH sul termine d'errore. Poiché il totale dei fondi *large* analizzati ammonta a 915 e quello dei fondi *small* a 170, il numero dei singoli coefficienti stimati pari a zero è desumibile per differenza dal totale.

		$\hat{\phi}_0, \hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2 > 0$	$\hat{\phi}_0, \hat{\phi}_1 > 0$	$\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2 > 0$	$\hat{\phi}_2 > 0.9$	$\hat{\phi}_0, \hat{\phi}_1 > 0,$ $\hat{\phi}_2 < 0$
Senza GARCH	<i>Large</i>	26	114	237	486	34
	<i>Small</i>	7	20	87	143	8
Con GARCH	<i>Large</i>	261	32	121	542	8
	<i>Small</i>	5	8	108	154	9

Tabella 4.10– Configurazioni dei segni dei coefficienti ϕ_i stimati

		Verosimiglianza media stimata
Modello senza GARCH	<i>Large</i>	-549.02
	<i>Small</i>	-363.96
Modello con errori GARCH	<i>Large</i>	-456.83
	<i>Small</i>	-341.75

Tabella 4.11 – Verosimiglianza media stimata sulle diverse categorie di fondi

Per quanto concerne la parte dinamica sugli alfa, i risultati emersi dalle analisi empiriche condotte secondo le modalità testé esposte rivelano differenze marginali rispetto a quanto ottenuto con il modello delineato alla sezione 4.2. In particolare, si conferma l'elevato numero di stime negative per quanto riguarda i coefficienti δ_2 , in contrapposizione a valori nulli o positivi del parametro connesso alla stima locale, per quanto concerne i fondi di categoria *large*. Analogamente, emergono nuove indicazioni sulla sostanziale irrilevanza del termine costante δ_0 , che risulta significativo in rarissime occasioni indipendentemente dalla presenza della componente GARCH. La combinazione di queste due caratteristiche mette in luce piuttosto chiaramente come, similmente a quanto visto al punto 4.2, da questo punto di vista nella maggior parte dei casi le differenze in termini di *over-performance* tra il *benchmark* e i singoli fondi siano sostanzialmente irrilevanti.

L'introduzione della dinamica anche sugli alfa permette inoltre alla modellazione dinamica dei beta di ridurre in maniera evidente l'entità del problema dato dall'elevato numero di stime del coefficiente non significative che inficiava l'efficacia del modello di cui alla sezione 4.3, in special modo impiegando il termine d'errore con varianza condizionata dinamica: senza l'utilizzo della componente GARCH, infatti, anche in questa circostanza, infatti, sono 135 i fondi di categoria *large*, oltre a due casi tra i fondi *small*, che presentano i tre coefficienti che regolano la dinamica beta statisticamente uguali a zero; l'aggiunta della variabilità nella varianza condizionata, tuttavia, fa sì che il numero di beta stimati non significativi, oltre ad annullarsi nel caso dei fondi basati su piccole imprese, si riduca a 14 tra quelli che investono su aziende grandi: un simile

miglioramento appare pertanto confortante, permettendo di ovviare in maniera piuttosto soddisfacente all'inconveniente delle stime che, nel caso esposto al paragrafo 4.3, evidenziavano una presenza di rendimenti che seguivano un andamento sostanzialmente slegato da quello del *benchmark* cui ci si aspetta che facciano riferimento talmente elevata da originare pesanti dubbi sull'opportunità di impiegare una specificazione siffatta.

Le caratteristiche relative ai coefficienti ϕ_i , inoltre, riflettono in maniera fedele quanto emerso dalle analisi condotte con la dinamica presente solamente sui beta. La forte persistenza tra valori successivi viene confermata dai valori del parametro autoregressivo, che risulta significativo nella metà dei casi e presenta sempre valori superiori a 0.9, in accordo con quanto emerso al paragrafo precedente. Rimangono inoltre assai sparuti i casi in cui la stima di ϕ_2 risulta negativa, circostanze nelle quali un valore plausibile del coefficiente viene peraltro garantita dai valori degli altri due parametri, così come permane la proporzione, pari a circa la metà dei fondi *small*, di casi nei quali la positività del beta viene garantita al contempo da entrambi i termini dinamici, senza un apporto significativo della costante.

Per quanto concerne gli aspetti legati strettamente ai valori della verosimiglianza stimata sul modello, le indicazioni provenienti dai dati mettono in evidenza un miglioramento piuttosto marcato se confrontati al caso del CAPM classico, con valori che risultano superiori di circa un sesto rispetto al caso esposto alla sezione 4.1, proponendo al contempo sensibili progressi a fronte di quanto esposto nella trattazione dei modelli con una sola componente dinamica.

In conclusione, l'applicazione del modello produce indicazioni in grado di supportare chiaramente l'esistenza di interazioni rilevanti tra le due componenti dinamiche, che in tal modo forniscono soluzioni in grado di

porre rimedio validamente agli aspetti disturbanti emersi dalle stime viste nelle sezioni 4.2 e 4.3, in special modo per la presenza vistosamente minore di stime dei beta suscettibili di mancata significatività. Parimenti, il miglioramento rilevato sulla verosimiglianza permette, diversamente da quanto visto in precedenza, di ritenere che alla maggiore complessità computazionale necessaria per la specificazione adottata in questa sezione faccia da corrispettivo un adeguato ritorno in termini di bontà di adattamento, permettendo dunque di privilegiare la maggiore flessibilità di questo modello a scapito del CAPM classico.

4.5 – Modelli condizionati

Le ultime stime condotte sul campione di fondi considerato hanno riguardato l'applicazione di un modello della tipologia dei modelli CAPM condizionati. La specificazione adottata è del tipo seguente:

$$(5) \quad r_t - r_{f,t} = \alpha_t + \beta_t (r_{m,t} - r_{f,t}) + \varepsilon_t,$$

$$\alpha_t = \delta_0 + \delta_1 \bar{\alpha}_{t-1},$$

$$\beta_t = \phi_0 + \phi_1 \bar{\beta}_{t-1}.$$

La specificazione espressa dalla (5) mette immediatamente in risalto la differenza rispetto al modello analizzato alla sezione 4.4, in quanto nelle

applicazioni che verranno discusse in seguito manca il coefficiente autoregressivo nelle equazioni che regolano la dinamica dei parametri.

		$\hat{\delta}_0 < 0$	$\hat{\delta}_0 > 0$	$\hat{\delta}_1 < 0$	$\hat{\delta}_1 > 0$	$\hat{\delta}_0, \hat{\delta}_1 = 0$
Senza GARCH	<i>Large</i>	1	5	2	188	717
	<i>Small</i>	0	4	6	2	903
Con GARCH	<i>Large</i>	0	13	1	202	696
	<i>Small</i>	2	140	33	4	740

Tabella 4.12 - Stime dei coefficienti δ_i riportate con l'adozione del modello (5) e differenze date dall'introduzione della componente GARCH sul termine d'errore. Poiché il totale dei fondi *large* analizzati ammonta a 915 e quello dei fondi *small* a 170, il numero dei singoli coefficienti stimati pari a zero è desumibile per differenza dal totale.

		$\hat{\phi}_0 < 0$	$\hat{\phi}_0 > 0$	$\hat{\phi}_1 < 0$	$\hat{\phi}_1 > 0$	$\hat{\phi}_0 = \hat{\phi}_1 = 0$	$\hat{\phi}_0, \hat{\phi}_1 > 0$
Senza GARCH	<i>Large</i>	4	902	3	868	1	842
	<i>Small</i>	7	1	1	2	162	0
Con GARCH	<i>Large</i>	2	906	3	894	0	886
	<i>Small</i>	0	4	2	8	166	0

Tabella 4.13 - Stime dei coefficienti ϕ_i riportate con l'adozione del modello (5) e differenze date dall'introduzione della componente GARCH sul termine d'errore. Poiché il totale dei fondi *large* analizzati ammonta a 915 e quello dei fondi *small* a 170, il numero dei singoli coefficienti stimati pari a zero è desumibile per differenza dal totale.

		Verosimiglianza media stimata
Modello senza GARCH	<i>Large</i>	-573.36
	<i>Small</i>	-493.11
Modello con errori GARCH	<i>Large</i>	-496.91
	<i>Small</i>	-451.82

Tabella 4.15 – Verosimiglianza media stimata sulle diverse categorie di fondi

Le indicazioni provenienti dall'applicazione del modello si rivelano nettamente differenti da quelle emerse ai punti precedenti, mostrando in particolar modo una bontà di adattamento sensibilmente diversa tra a seconda dei tipi di fondo presi in esame.

Per quanto concerne la modellazione degli alfa, infatti, su 915 fondi di categoria *large* emergono elementi di significatività in 386 circostanze, di cui solamente 12 producono stime negative: elementi sostanzialmente analoghi emergono adottando la varianza condizionata dinamica, con il cui utilizzo gli alfa significativi salgono a 414 con 18 stime minori di zero; sono inoltre presenti in numero molto contenuto i casi nei quali entrambi i coefficienti δ risultano simultaneamente diversi da zero.

Nel caso dei fondi basati su aziende di dimensioni più ridotte, invece, il numero dei coefficienti che risultano rilevanti nella spiegazione della dinamica degli alfa si riduce in maniera sensibile, come illustrato dalla tabella, con risultati che inoltre vedono una prevalenza di segni negativi con l'impiego della varianza costante e un numero predominante di stime maggiori di zero con l'introduzione della componente GARCH.

Le differenze in termini di efficacia del modello a seconda della categoria di fondo emergono in maniera ugualmente vistosa anche dal

punto di vista della modellazione dei beta. Nella parte del campione costituita dai fondi basati su imprese di dimensioni più grandi, infatti, in un unico caso si verificano dubbi sulla positività del coefficiente beta, ed escludendo rare eccezioni entrambi i coefficienti ϕ_i producono stime che risultano ampiamente all'interno della regione di significatività. Diametralmente opposti invece sono gli esiti della stima del modello qui descritto sui fondi *small*, che presentano invece in larghissima maggioranza stime statisticamente nulle dei parametri deputati alla modellazione della dinamica dei beta. In entrambi i casi, l'aggiunta al modello della componente GARCH sul termine d'errore non fornisce miglioramenti di rilievo rispetto alla varianza condizionata costante.

Date tali premesse, non risulta dunque difforme dalle aspettative constatare che la verosimiglianza stimata nei diversi casi risulti di poco peggiore di quanto visto alla sezione 4.4 per i fondi che investono su grandi imprese, mentre si assesti su livelli sostanzialmente analoghi a quelli del CAPM classico sulle serie della categoria *small*.

Esiti simili pongono dunque in luce come, in primis, la presenza di un coefficiente autoregressivo, stimato frequentemente su valori maggiori di 0.9 su entrambe le categorie, consenta di appianare consistentemente la discrepanza nella bontà di adattamento emersa in questa circostanza con l'impiego di una specificazione dinamica che lega unicamente i rendimenti delle serie alla stima *rolling* del coefficiente di riferimento. In secondo luogo, l'insorgere di simili problematiche mette in evidenza come la persistenza dei beta, colta da valori alti del coefficiente autoregressivo, rappresenti un fattore d'importanza decisiva tra i fondi *small*, mentre il suo influsso tra quelli che investono su aziende maggiori, ancorché significativo, sia più contenuto. Tale evidenza è desumibile anche dalla tabella 4.10, che mostra come, se da un lato metà dei fondi *large* presenta

stime di ϕ_2 maggiori di 0.9, dall'altro tale percentuale sia vicina all'80% tra le serie relative all'altra categoria.

5. - Esame della dinamica di alcuni fondi

La presente sezione si propone di esaminare, in maniera più dettagliata di quanto visto al capitolo 4, la dinamica degli alfa e dei beta di sei fondi, quattro dei quali basati su imprese di grandi dimensioni e due che invece investono maggiormente su piccole società. Le analisi su tali serie, selezionate casualmente all'interno del campione, sono state condotte con il duplice scopo di verificarne la differenza rispetto al CAPM classico nel corso delle diverse fasi e di trarne elementi utili ad analizzare il comportamento dei gestori durante l'intero periodo campionario. La specificazione scelta per la trattazione dell'argomento del capitolo è quella con la dinamica presente su entrambi i parametri, delineata alla sezione 4.4.

5.1 – Fondi basati su aziende di grandi dimensioni

Il primo fondo esaminato, come si evince dal grafico, presenta caratteristiche essenzialmente difensive, con l'esclusione di una fase dove il beta sale fino a valori prossimi a 1.15.

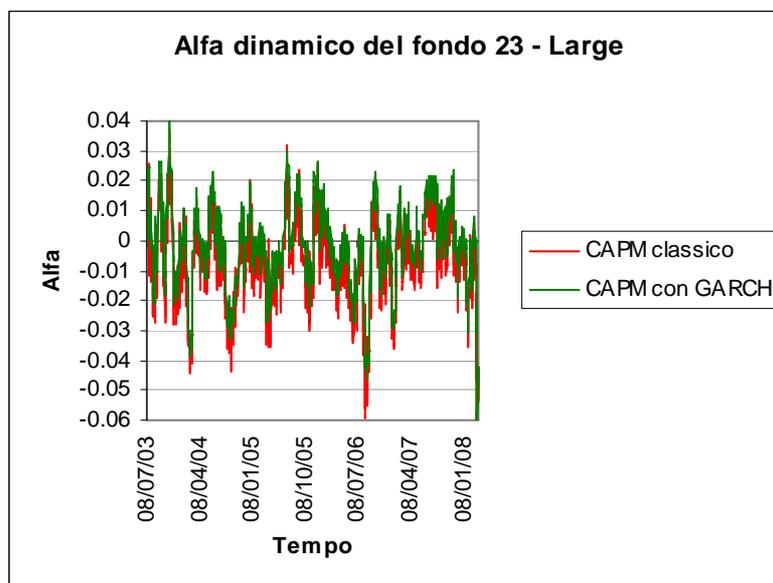


Grafico 5.1 – Andamento delle stime dinamiche di beta e alfa

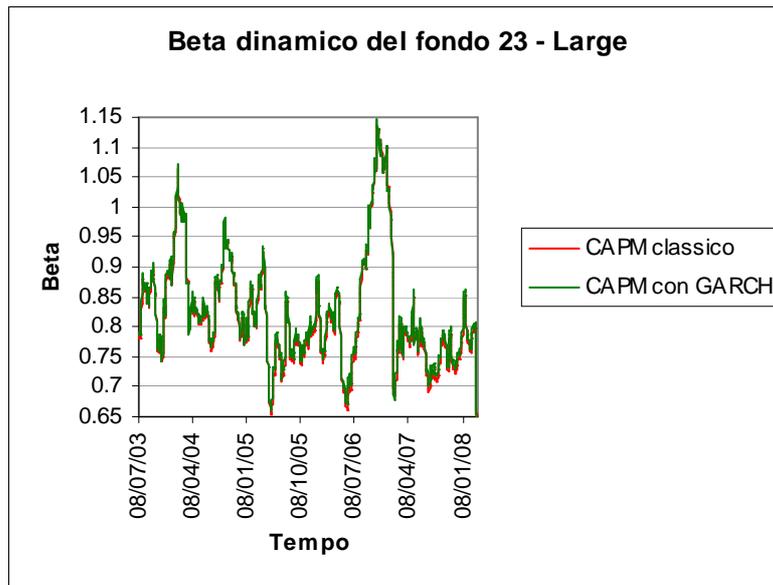


Grafico 5.2 – Andamento delle stime dinamiche di beta

	$\hat{\delta}_0$	$\hat{\delta}_1$	$\hat{\delta}_2$	$\hat{\phi}_0$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_2$
Modello senza GARCH	0.019 (1.240)	0.355 (1.684)	-0.838 (-3.694)	0.008 (0.713)	0.029 (1.737)	0.960 (33.490)
Modello con GARCH	0.025 (1.529)	0.439 (2.339)	-0.859 (-0.932)	0.035 (0.961)	0.048 (1.350)	0.912 (12.163)

Tabella 5.1 – Coefficienti stimati e relativi p-value (tra parentesi) per il fondo considerato

Nel fondo in questione si nota chiaramente come l'andamento dei beta alterni a periodi di relativa stasi, in cui il coefficiente in questione

presenta variazioni modeste, sostanzialmente in accordo con un'ipotesi di coefficiente fisso, altre fasi dalle quali si evince in maniera piuttosto netta come appaia preferibile l'adozione di un beta variabile rispetto a uno fisso: la stima statica è infatti vicina al valore di 0.82, sia con l'adozione della componente GARCH sia adoperando una varianza condizionata costante. Tuttavia, se da un lato i valori stimati nella prima fase non si discostano drammaticamente dal valore medio, è altresì evidente come il beta appaia in talune fasi soggetto a forti variazioni, in particolar modo nel secondo semestre del 2006, dove da un valore inferiore a 0.7 a marzo la stima del beta risale in tre mesi rapidamente fino a 1.15, prima di ridiscendere nei primi mesi del 2007 a livelli inferiori alla media stimata sull'intero campione.

Indicazioni simili mostrano dunque un atteggiamento sostanzialmente prudente da parte del gestore del fondo, che solo in due circostanze ha scelto di portare la propria esposizione nei confronti dei fattori di rischio a livelli simili a quelli del *benchmark*, in reazione probabilmente a *trend* di mercato favorevoli, optando poi in entrambi i casi per riportarsi piuttosto rapidamente su posizioni più conservative.

Un altro aspetto che emerge in maniera inequivocabile dal grafico consiste poi nella sostanziale identità tra le stime locali ottenute con varianza condizionata eteroschedastica e con il CAPM classico, come viene confermato dai valori dei coefficienti stimati, a sottolineare ulteriormente come in entrambi i casi le tendenze di fondo dei beta vengano colte.

Per quanto concerne l'evoluzione delle stime locali di alfa, dall'applicazione delle due diverse specificazioni giungono invece indicazioni discordanti: il grafico, infatti, mostra come tutte le curve delle serie delle stime locali siano praticamente parallele, sintomo di come la

dinamica degli alfa venga colta allo stesso modo in tutti i casi, e d'altra parte tale evidenza trova immediato riscontro nelle stime dei coefficienti. Tuttavia, tra le due serie di alfa stimate si nota che quella ottenuta con l'utilizzo degli errori GARCH risulta maggiore di quasi mezzo punto percentuale lungo tutto l'arco temporale esaminato: la media stimata è infatti pari a -0.005 con il CAPM classico, mentre con la presenza della dinamica sulla varianza risulta molto prossima allo zero.

È poi interessante notare il collegamento tra i due maggiori picchi rilevati nella stima dei beta e i valori contemporaneamente rilevati sugli alfa. Nella prima occasione in cui il beta risulta vicino all'unità, infatti, si nota la concomitanza di una fase discendente sugli alfa, che dal valore massimo rilevato scendono fino a portarsi al di sotto della media stimata. Al momento della progressione dei beta riscontrata tra luglio 2006 e la fine dello stesso anno, invece, si osserva dapprima una contemporanea risalita degli alfa, segno che il gestore è riuscito in questa circostanza a sfruttare proficuamente il trend di mercato favorevole. Quasi contemporaneamente al momentaneo assestamento dei beta, però, si registra un ritorno dei valori del termine di intercetta su livelli non lontani dalla media, al quale fa seguito nel volgere di breve tempo il netto calo sulla stima dei beta, plausibilmente indotta proprio dal mutato *trend* sugli alfa, in seguito al quale un gestore con chiare caratteristiche difensive ha scelto di ridurre considerevolmente la rischiosità del proprio fondo.

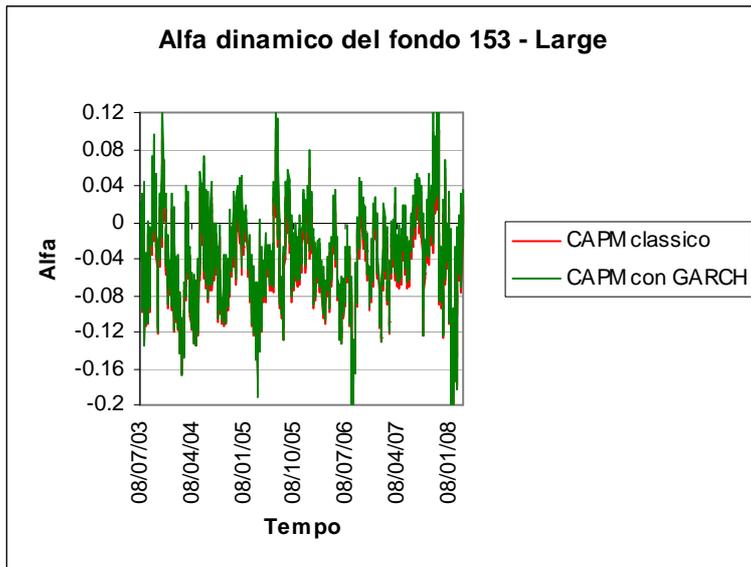


Grafico 5.3 – Andamento delle stime dinamiche di alfa

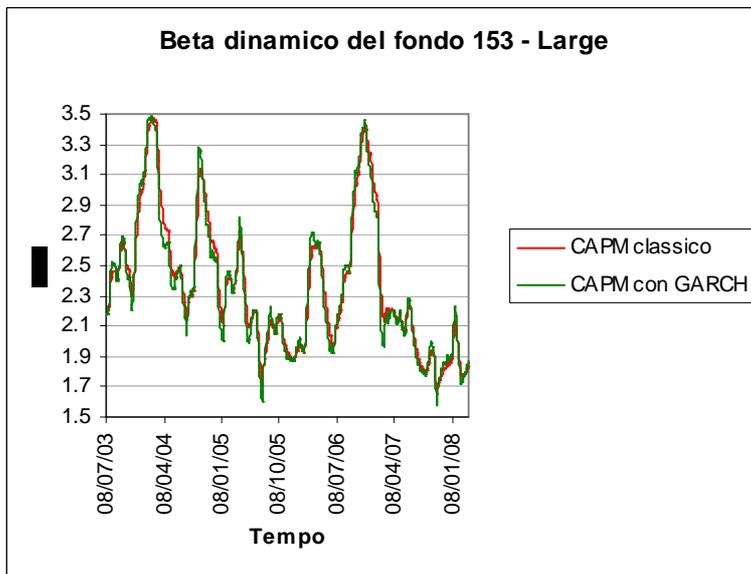


Grafico 5.4 – Andamento delle stime dinamiche di beta

	$\hat{\delta}_0$	$\hat{\delta}_1$	$\hat{\delta}_2$	$\hat{\phi}_0$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_2$
Modello senza GARCH	-0.070 (-0.771)	0.244 (1.288)	-0.843 (-10.760)	0.034 (1.199)	0.040 (2.180)	0.944 (32.755)
Modello con GARCH	-0.051 (-0.517)	0.270 (1.329)	-0.847 (-9.758)	0.062 (1.089)	0.061 (1.656)	0.909 (14.955)

Tabella 5.2 – Coefficienti stimati e relativi p-value (tra parentesi) per il fondo considerato

Il nuovo fondo esaminato, diversamente dal precedente, presenta caratteristiche nettamente più aggressive: sia la stima con l'utilizzo della componente GARCH sia quella con varianza condizionata costante vedono un beta stimato pari mediamente a 2.17, e dal grafico si evince altresì come solamente in rare occasioni, più frequenti tra le osservazioni più recenti, la stima del beta scenda al di sotto del valore 2.

L'evoluzione dei beta mostra si dimostra sostanzialmente analoga al caso precedente: infatti, nella prima parte del periodo considerato i picchi massimi, che giungono a sfiorare il livello di 3.5 arrivano ad aprile 2004, similmente cioè al fondo già visto, mentre la dinamica dei dati più recenti mostra anche in questa occasione un'evidente tendenza crescente nella seconda metà dell'anno 2007, alla quale fa poi seguito una rapida discesa e un assestamento verso i valori minimi.

Tali indizi confermano il gestore di questo fondo, che pure ha adottato mediamente un approccio più aggressivo del *manager* di cui sono state discusse precedentemente le strategie, abbia reagito alle fluttuazioni del mercato in maniera non dissimile da quanto mostrato dal collega.

Passando all'analisi della dinamica di alfa, invece, si constata come anche in questo caso la dinamica del fondo ricalchi piuttosto fedelmente quanto visto nel fondo precedente, in particolar modo per quanto concerne le ampie fluttuazioni delle stime locali nei dati più recenti. Inoltre, la media stimata dell'alfa dinamico è negativa anche in questo caso, con un dato pari a -0.045 con la varianza condizionata costante e a -0.035 con l'aggiunta della componente GARCH: la differenza tra i due valori è dunque più contenuta rispetto al caso precedente, sebbene la stima ottenuta con la specificazione eteroschedastica risulti nuovamente maggiore. Una strategia decisamente più aggressiva da parte del gestore non ha pertanto trovato riscontro in una migliore capacità di produrre sistematicamente rendimenti maggiori del *benchmark*.

Un ulteriore aspetto d'interesse è rappresentato dagli *shock* presenti sulla dinamica di alfa, che si presentano con un'entità nettamente maggiore del caso precedente, pur riflettendone in modo piuttosto fedele la disposizione temporale. Anche qui, infatti, i maggiori picchi negativi vengono riscontrati a luglio 2006 e verso la fine del periodo campionario, mentre i valori massimi giungono a settembre 2003 e metà 2005. In entrambe le serie dei coefficienti stimati, inoltre, le due specificazioni della varianza considerate mostrano di cogliere in maniera sostanzialmente analoga le variazioni registrate dai parametri esaminati.

Infine, si può notare dalla tabella precedentemente riportata come l'andamento molto simile delle due serie dipenda dalla sostanziale identità dei valori stimati con le due specificazioni per la varianza.

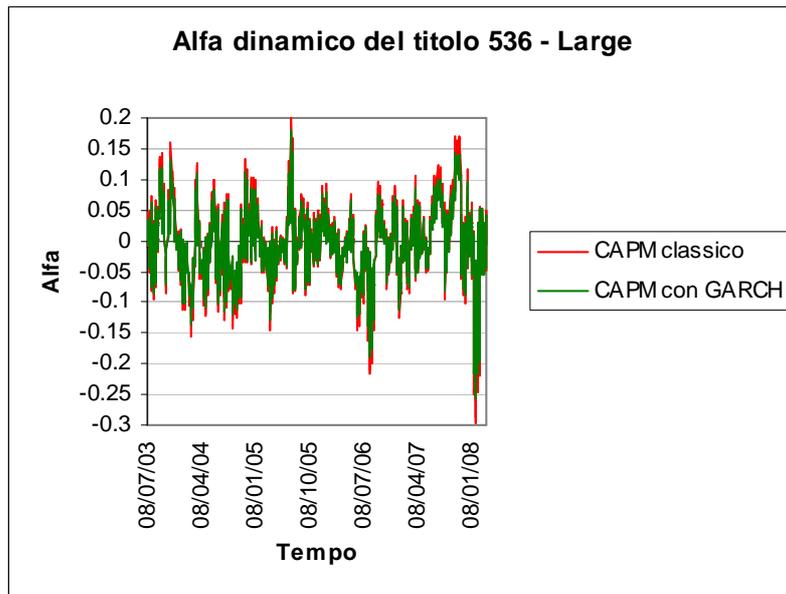


Grafico 5.5 – Andamento delle stime dinamiche di alfa

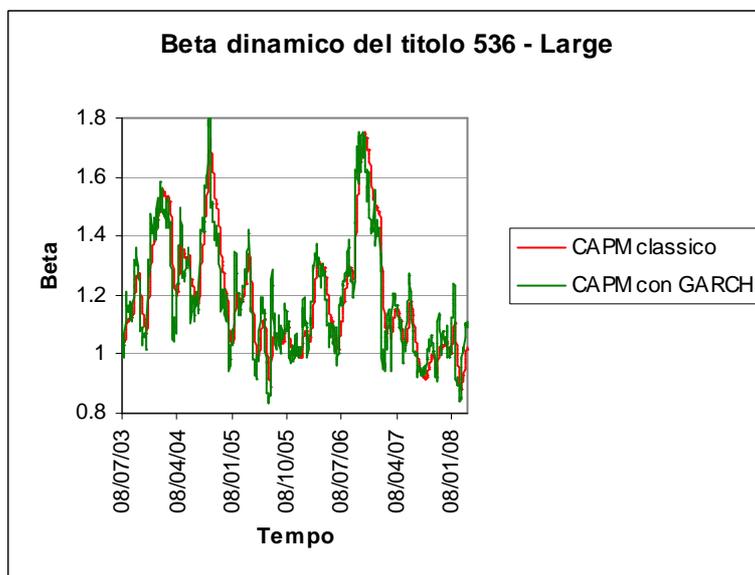


Grafico 5.6 – Andamento delle stime dinamiche di beta

	$\hat{\delta}_0$	$\hat{\delta}_1$	$\hat{\delta}_2$	$\hat{\phi}_0$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_2$
Modello senza GARCH	-0.021 (-0.872)	0.184 (1.288)	-0.907 (-11.905)	0.046 (1.229)	0.023 (1.395)	0.929 (17.947)
Modello con GARCH	-0.011 (-0.905)	0.216 (1.015)	-0.895 (-14.012)	0.074 (0.990)	0.042 (1.283)	0.878 (7.972)

Tabella 5.3 – Coefficienti stimati e relativi p-value (tra parentesi) per il fondo considerato

La terza serie presa in considerazione, analogamente al caso visto poc'anzi, è caratterizzata da una gestione più aggressiva rispetto al *benchmark*: tale indicazione è confermata dai risultati della stima media sull'intero campione, pari in entrambi i casi a 1.19, e dal fatto che in due sole fasi il valore della stima locale scenda al di sotto dell'unità.

La dinamica della serie, inoltre, presenta chiare analogie con quanto visto nei casi già esaminati: i massimi, infatti, vengono toccati verso giugno dell'anno 2004 e nel secondo semestre del 2006, mentre i valori minimi si registrano a ottobre 2005 e verso la fine del periodo campionario, evidenziando così anche in questa circostanza come la gestione del fondo sia stata sostanzialmente analoga a quella messa in evidenza.

Leggermente dissimile dal caso precedente, invece, appare la dinamica degli alfa: innanzitutto, a dispetto di una media stimata molto vicina allo zero e di un'evoluzione che si presenta sostanzialmente analoga sia con l'impiego della varianza condizionata costante sia con l'aggiunta della componente GARCH, l'ampiezza delle fluttuazioni nella stima locale

del parametro risulta infatti nettamente maggiore rispetto ai casi già visti, dal momento che il picco massimo sfiora il valore 0.2, mentre tra i dati più recenti si può osservare come le stime *rolling* arrivino a raggiungere valori prossimi a -0.3. Tali dati contribuiscono in maniera determinante a ridurre il valore della stima media, annullando le stime in gran parte positive riportate nel periodo immediatamente precedente, e inficiando quindi l'efficacia della strategia condotta dal gestore nell'ottenere extra-rendimenti sistematicamente maggiori di quelli riportati dall'indice di riferimento.

Per quanto concerne i valori stimati dei coefficienti, l'unica differenza di rilievo si può notare nel valore di $\hat{\phi}_2$, che con gli errori GARCH risulta minore in modulo di quello ottenuto con la varianza costante in una misura vicina al 5%. Tale caratteristica si traduce dunque in un leggero aumento nell'entità dei picchi registrati sulla relativa serie dei beta, che altrimenti mostra una dinamica del tutto simile a quella ottenuta senza l'utilizzo della componente GARCH.

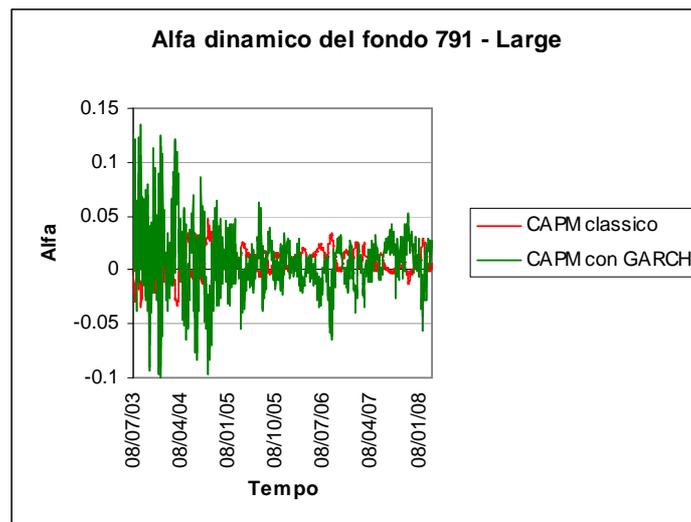


Grafico 5.7 – Andamento delle stime dinamiche di beta e alfa

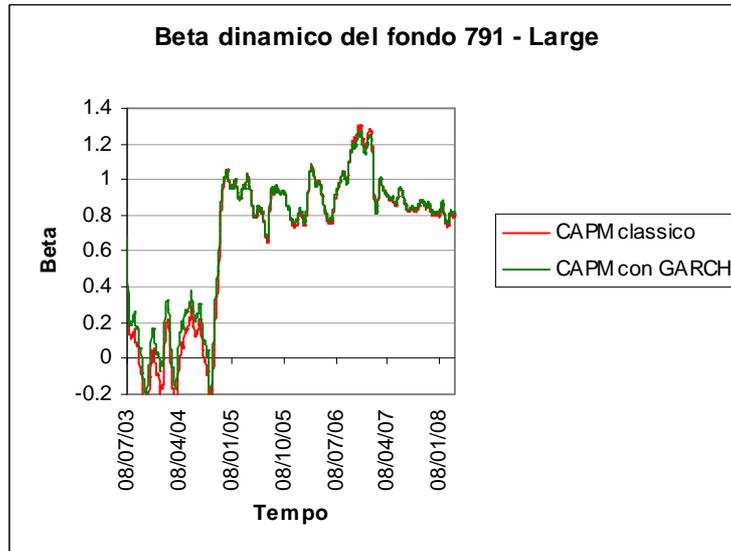


Grafico 5.8 – Andamento delle stime dinamiche di beta

	$\hat{\delta}_0$	$\hat{\delta}_1$	$\hat{\delta}_2$	$\hat{\phi}_0$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_2$
Modello senza GARCH	-0.119 (-5.001)	0.243 (1.336)	-0.727 (-6.622)	0.168 (1.468)	0.421 (1.976)	0.413 (1.995)
Modello con GARCH	-0.019 (-3.730)	0.326 (2.391)	-0.986 (-53.647)	0.204 (0.906)	0.365 (0.985)	0.438 (1.962)

Tabella 5.4 – Coefficienti stimati e relativi p-value (tra parentesi) per il fondo considerato

Quest'ultimo fondo *large* che viene esaminato nel dettaglio mostra alcune peculiarità che lo contraddistinguono nettamente dagli altri casi visti finora. In primo luogo, balza immediatamente all'occhio la dinamica

anomala presente nella prima fase del periodo campionario, con valori di beta molto bassi e che non di rado risultano negativi, prima di salire repentinamente verso livelli più standard nella seconda metà del 2004 e rimanere poi quasi costantemente su valori compresi tra 0.8 e 1.2. In una simile circostanza, appare dunque assai poco indicativa la media delle stime dinamiche, che risulta pari a 0.66 con errori omoschedastici e a 0.69 con l'impiego della componente GARCH, con la serie dei beta calcolati con la varianza condizionata costante che risulta inferiore nel corso dell'intera fase iniziale, prima di riportarsi su valori simili all'altra.

Va peraltro notato che nella seconda fase del periodo campionario anche questo fondo presenta alcune delle caratteristiche viste sulle serie precedenti, quali il picco registrato a cavallo tra il 2006 e il 2007 e infine la lenta discesa che si evidenzia nelle osservazioni più recenti. Una dinamica siffatta, data l'assenza di valori anomali rilevati sulla serie e tenuto conto che deviazioni di questa portata dall'andamento del *benchmark* risultano difficilmente compatibili con una mera previsione di una fase negativa di mercato, appare riconducibile ad un cambiamento rilevante nella strategia di fondo scelta del gestore o ad uno sfasamento tra l'andamento della serie del fondo e quella dell'indice dovuta a un ritardo nella comunicazione del prezzo da parte del *manager*, per effetto della quale la quotazione del fondo non è quindi coerente con l'andamento del *benchmark*.

Anche la dinamica degli alfa presenta alcune chiare specificità, se confrontata con quanto visto in precedenza. Infatti, sebbene i valori medi stimati con la varianza condizionata costante e con errori eteroschedastici risultino piuttosto simili e molto prossimi allo zero (rispettivamente 0.008 e 0.007), risulta subito vistosa la diversità nell'andamento delle due serie. In particolare, la differenza nei valori stimati di $\hat{\delta}_2$, negativi in entrambi i casi

ma che nel caso dell'approccio con varianza condizionata costante viene stimato molto vicino a -1, appare responsabile delle vistose differenze che si possono individuare sull'ampiezza degli *shock* della serie, così come il diverso peso del coefficiente relativo alla stima locale, più rilevante con l'impiego del termine d'errore eteroschedastico, dà luogo a una diversa dinamica delle due serie in alcune fasi. Le stime prodotte con l'aggiunta della componente GARCH, infatti, presentano un andamento molto variabile, in particolar modo nel corso della prima fase del periodo campionario, mentre la serie relativa alle stime con varianza condizionata costante appare chiaramente più smussata, pur presentando anch'essa fluttuazioni più ampie nelle osservazioni più datate: una tale variabilità nelle stime di alfa rende inevitabilmente equivoca la capacità della strategia adottata inizialmente dal gestore di produrre rendimenti sistematicamente maggiori del *benchmark*. I valori stimati dalle due serie si assestano inoltre su valori diversi lungo quasi tutto l'arco temporale esaminato, dato che si evince facilmente come in varie fasi le stime risultino addirittura discordi di segno, fornendo un ulteriore elemento che sottolinea l'impossibilità di poter formulare affermazioni incontrovertibili sulla dinamica del coefficiente d'intercetta.

5.2 – Fondi basati su aziende di piccole dimensioni

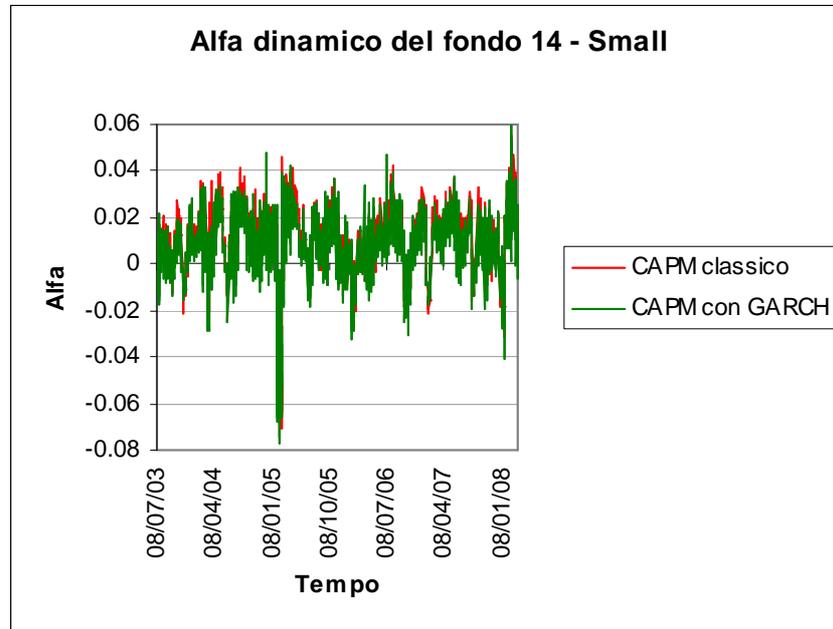


Grafico 5.9 – Andamento delle stime dinamiche di beta e alfa

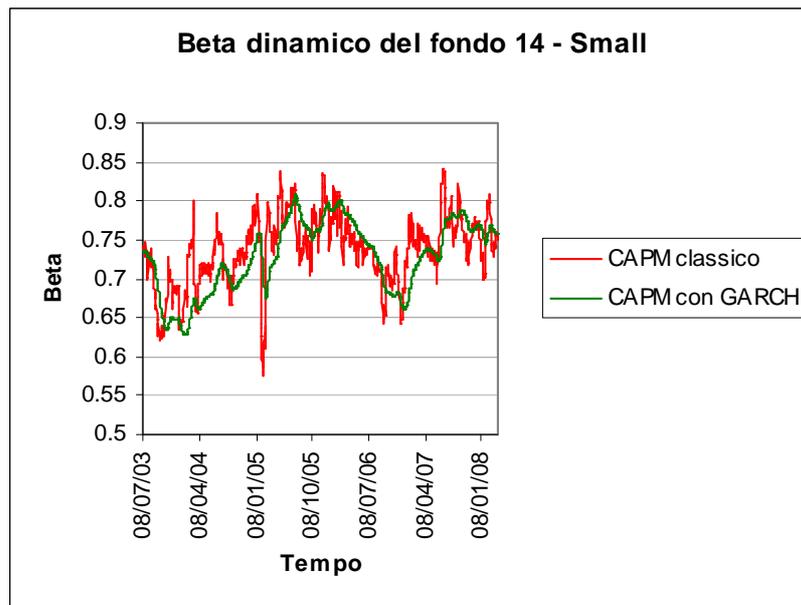


Grafico 5.10 – Andamento delle stime dinamiche di beta

	$\hat{\delta}_0$	$\hat{\delta}_1$	$\hat{\delta}_2$	$\hat{\phi}_0$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_2$
Modello senza GARCH	0.012 (0.943)	0.061 (0.676)	0.249 (0.334)	0.014 (1.510)	0.058 (2.187)	0.655 (2.950)
Modello con GARCH	0.024 (2.525)	0.437 (1.450)	0.198 (0.911)	0.048 (1.770)	0.286 (1.385)	0.924 (25.930)

Tabella 5.5 – Coefficienti stimati e relativi p-value (tra parentesi) per il fondo considerato

Il primo fondo *small* considerato evidenzia due serie di beta stimati che mostrano un andamento sostanzialmente concorde lungo tutto l'arco temporale, benché la serie dei coefficienti stimati con l'impiego della componente GARCH presenti un andamento molto più liscio, privo dei numerosi *shock* che invece caratterizzano la dinamica delle stime ottenute con la varianza condizionata costante.

Tale prerogativa è dovuta in larga misura ai diversi valori di $\hat{\phi}_2$ stimati, dal momento che per la serie stimata con la varianza condizionata costante tale coefficiente risulta pari a 0.655, assai minore dello 0.924 ottenuto con l'impiego degli errori GARCH: in quest'ultimo caso, infatti, il valore più alto del coefficiente si traduce in una maggiore persistenza, che dà luogo ad una serie più liscia e priva dei numerosi *shock* che caratterizzano invece le stime calcolate senza la componente in questione. Tuttavia, entrambe le serie mostrano una tendenza di fondo tutto sommato stabile, come si può evincere dal fatto che nessuna stima eccede il livello 0.85 e che in un solo caso si riscontra un valore inferiore a 0.6, e tale indicazione è suffragata dalla media delle serie, pari a 0.73 nel caso del

modello privo del termine GARCH e 0.72 con la specificazione che invece include la dinamica sulla varianza condizionata.

Da quest'ultima considerazione appare quindi chiaro come la gestione operata dal *manager* del fondo sia improntata a uno stile prettamente difensivo, e come altresì l'esiguità delle variazioni messa in mostra dal grafico riveli come il gestore prediliga una strategia d'investimento non legata strettamente all'evoluzione delle fasi di mercato, fornendo in tal modo indizi tali da ritenere il suo stile d'investimento legato a un'ottica di gestione passiva.

Per quanto concerne le serie degli alfa, invece, al di là dell'evoluzione tutto sommato simile delle stime ottenute con entrambe le specificazioni, confermata dalla media stimata sulle serie delle stime pari a 0.01 in tutti e due i casi, si nota un'andatura piuttosto stabile nelle dinamiche, ad eccezione dei valori massimi raggiunti in concomitanza delle osservazioni più recenti e di alcuni valori vicini a -0.07 registrati a gennaio 2005. Tali valori, rilevati in concomitanza di un breve *trend* decrescente sui beta, hanno probabilmente indotto il gestore a riportarsi su posizioni meno conservative in termini di esposizione del rischio di mercato. Una scelta simile si è peraltro rivelata proficua, indicando quindi come il *manager* del fondo, pur esponendosi ai fattori di rischio in misura minore dell'indice di riferimento, sia riuscito tuttavia a riportare un extra-rendimento medio pari all'un per cento rispetto al *benchmark*.

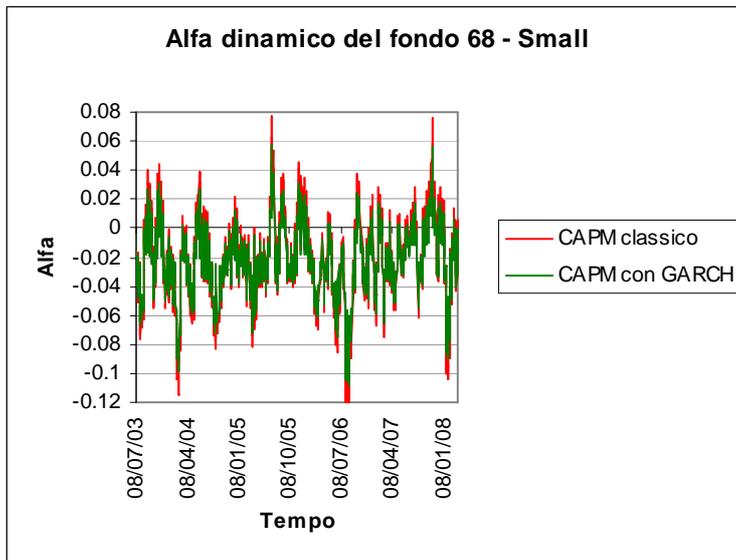


Grafico 5.11 – Andamento delle stime dinamiche di alfa

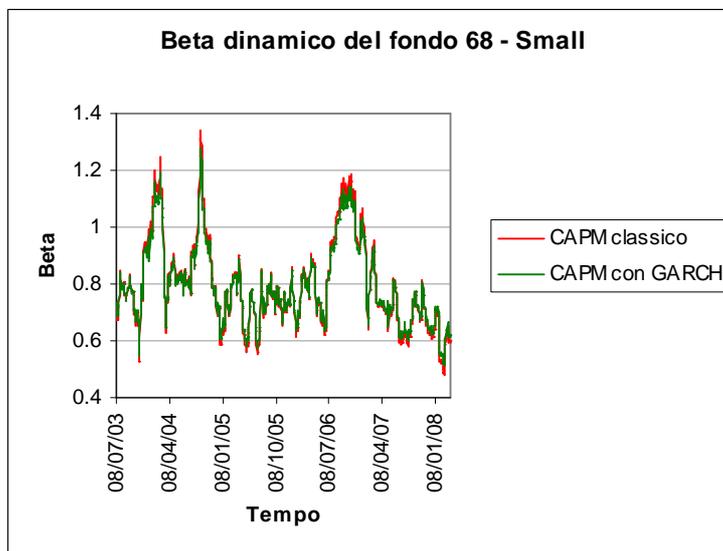


Grafico 5.12 – Andamento delle stime dinamiche di beta

	$\hat{\delta}_0$	$\hat{\delta}_1$	$\hat{\delta}_2$	$\hat{\phi}_0$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_2$
Modello senza GARCH	0.002 (0.923)	0.001 (0.021)	-0.631 (-3.978)	0.005 (1.261)	0.057 (3.700)	0.934 (53.874)
Modello con GARCH	0.001 (1.083)	0.007 (0.572)	-0.647 (-3.875)	0.010 (1.323)	0.059 (2.983)	0.933 (42.374)

Tabella 5.6 – Coefficienti stimati e relativi p-value (tra parentesi) per il fondo considerato

In quest'ultimo caso il grafico dei beta mette in evidenza una sostanziale sovrapposizione tra le due serie, che presentano lungo tutto l'arco temporale considerato una dinamica praticamente analoga, come si evince anche dai valori molto simili dei coefficienti stimati. La stima media dei beta dinamici è risultata pari a 0.80 sia con l'impiego della varianza condizionata costante sia con l'addizione della componente GARCH: tale indicazione, oltre a costituire un'ulteriore riprova della scarsa entità delle differenze tra i due approcci, mette in luce anche una gestione mediamente difensiva, come si evince dal grafico che vede il beta assumere valori maggiori di uno solo in occasione dei maggiori picchi, tutti anteriori ad aprile 2007, mostrando al contempo come i valori minimi delle stime dinamiche vengano raggiunti nelle ultime osservazioni, comunemente a quanto osservato nell'analisi di tre dei fondi *large* enucleati in precedenza.

Anche le stime dinamiche di alfa, in accordo con i valori dei coefficienti riportati nella tabella, si presentano piuttosto simili con entrambe le specificazioni per la varianza, mettendo in mostra un andamento piuttosto turbolento, con un numero piuttosto elevato di picchi lungo tutto l'asse temporale, a conferma di un valore piccolo del

coefficiente autoregressivo stimato. Inoltre, dal grafico si può vedere come gli *shock* nella dinamica della serie risultino maggiori verso i valori negativi. Tale caratteristica si riflette allo stesso modo in una media storica negativa, pari a -0.02 su entrambe le serie, che evidenzia dunque come lo stile d'investimento adottato dal gestore non si sia tradotto in una capacità significativa di produrre rendimenti sistematicamente superiori ad esso.

6. – Conclusioni

6.1 – Verosimiglianza e bontà di adattamento

I risultati ottenuti negli studi condotti e presentati nelle sezioni precedenti hanno messo in evidenza in primo luogo come la verosimiglianza stimata riporti valori più elevati all'aumentare della complessità della specificazione scelta. Una simile caratteristica, tuttavia, si rivela in accordo con le aspettative provenienti dalla teoria e precedenti la fase di stima, in quanto la scelta di considerare il mero valore della verosimiglianza stimata senza utilizzare criteri in grado di tener conto di penalizzazioni per il numero di parametri inclusi nel modello, quali ad esempio quelli proposti da Akaike o da Bayes che pure vantano un impiego piuttosto frequente in numerose applicazioni, si riflette in una preferenza sistematica in favore del modello più ampio.

Parimenti, le specificazioni comprendenti la presenza della componente GARCH sulla varianza condizionata hanno prodotto in ciascuno dei casi esaminati valori della verosimiglianza stimata maggiori dei modelli con termine d'errore omoschedastico, risaltando nuovamente la preferenza accordata dal criterio di decisione impiegato al modello più flessibile.

Nondimeno, la scelta operata ha permesso ad ogni modo di trarre considerazioni sulla bontà di adattamento delle diverse specificazioni scevre da dubbi legati alle modalità decisionali adoperate. Le differenze in termini di verosimiglianza evidenziate tra le specificazioni con varianza

condizionata costante e quelle contenenti la componente dinamica sul termine d'errore, infatti, risultano in tutti i casi sufficientemente rilevanti da ritenere che il loro impiego fornisca un miglioramento significativo nella descrizione dell'andamento dei rendimenti.

Il notevole incremento della bontà di adattamento registrato con la presenza della dinamica sulla varianza condizionata permette di notare dunque come tale caratteristica si sia rivelata di importanza cruciale nonostante l'impiego di una distribuzione condizionata del termine d'errore normale, così come anche tutte le verosimiglianze sono state stimate utilizzando distribuzioni marginali gaussiane per i rendimenti. Una scelta siffatta, attuata con il precipuo scopo di limitare l'impegno computazionale in fase di stima, pur permettendo una semplificazione notevole in sede di calcolo non permette di tener conto di alcune peculiarità tipiche delle serie finanziarie, in primis della presenza di un eccesso di curtosi rispetto all'ipotesi di normalità che rappresenta un fattore estremamente comune, in particolar modo nelle serie a cadenza giornaliera. Analogamente, l'unica specificazione scelta per la varianza condizionata diversa da quella omoschedastica è stata quella di impiego più comune, ossia quella di tipo GARCH(1,1), in virtù dell'ottima capacità di adattamento mostrata empiricamente da tale specificazione. La stima di specificazioni endogene condizionate in grado di modellare efficientemente anche la leptocurtosi, impiegando distribuzioni per i rendimenti o per la varianza condizionata con code più pesanti rispetto alla normale, o l'impiego di specificazioni GARCH alternative a quella considerata nel presente lavoro, potrebbe dunque rappresentare un aspetto di ricerca di indubbio interesse per altre ricerche in materia.

Appaiono invece di interpretazione meno immediata le indicazioni provenienti dai dati relative alla sola verosimiglianza per quanto riguarda il beneficio fornito dalle diverse specificazioni dinamiche considerate all'impiego del CAPM classico: risulta quindi arduo pronunciarsi in maniera univoca su tale aspetto a prescindere dagli elementi emergenti dalle stime dei coefficienti riportate dai diversi modelli, che verranno esaminati alla prossima sezione.

6.2 – Stime dei coefficienti

Gli esiti emersi dalle analisi empiriche compiute evidenziano come l'impiego delle varie specificazioni dia luogo a rilevanti differenze nelle stime ottenute, riscontrabili sia per tipo di modello e di varianza condizionata sia per categoria di fondo, in particolar modo per quanto concerne le stime di beta.

L'utilizzo della dinamica sul solo coefficiente d'intercetta, da un lato, produce differenze minime sulle stime di beta, conservando in larga parte le caratteristiche mostrate dai valori di tale parametro calcolati con l'impiego del CAPM classico, ovvero una maggiore presenza di fondi neutrali ed aggressivi in presenza della componente GARCH e una distribuzione delle stime di beta avente un nucleo di valori inferiori ad uno ed una evidente asimmetria positiva in entrambi i casi. Dall'altro, passando alla stima dinamica di alfa si evince che i fondi presentano in maggioranza un valore calcolato del coefficiente autoregressivo negativo, che in numerose occasioni tende ad annullare il contributo, tendenzialmente

positivo, proveniente dal coefficiente relativo alla stima locale. Tale caratteristica, unitamente al numero relativamente elevato di casi nei quali nessuno dei tre coefficienti stimati risulta significativo e agli incrementi generalmente modesti registrati dalle verosimiglianze stimate, hanno indotto a ritenere che l'introduzione della dinamica solamente sul coefficiente alfa non abbia prodotto miglorie considerevoli nella descrizione dei rendimenti delle serie rispetto al CAPM classico.

L'applicazione del modello comprendente la dinamica solamente sul coefficiente beta, invece, mostra differenze nelle stime di alfa rispetto all'applicazione del CAPM statico di rilevanza piuttosto limitata, poiché i fondi del campione continuano a presentare in larga maggioranza stime di alfa non significative, sintomo di una generale difficoltà da parte dei gestori dei fondi di battere con continuità il mercato. Le stime di beta mettono al contrario in evidenza una nutrita presenza di stime del coefficiente autoregressivo con valori maggiori di 0.9, segno che un elevato numero di fondi presenta una marcata persistenza nel valore dei beta, in accordo con le aspettative provenienti dalla teoria. Al contempo, tuttavia, dall'applicazione della specificazione in questione emerge un numero piuttosto elevato di casi nei quali tutti e tre i coefficienti atti a descrivere la dinamica dei beta risultano statisticamente nulli, in special modo nelle applicazioni includenti la componente GARCH. Inoltre, anche in termini di verosimiglianza i miglioramenti registrati da questa specificazione risultano di scarsa entità, ragion per cui si è ritenuto che la specificazione comprendente la dinamica solo sui beta non si sia dimostrata in grado di fornire una capacità sufficiente di adattamento ai dati disponibili.

La valutazione del modello completo, con dinamica su entrambi i parametri, ha evidenziato invece, oltre ad un aumento delle verosimiglianze stimate decisamente maggiore di quanto visto con le specificazioni con un solo parametro dinamico, valori stimati sulla dinamica relativa al coefficiente alfa sostanzialmente analogo a quello riportato con la dinamica solo su questo parametro. L'adattamento sulla parte relativa ai beta, invece, risulta chiaramente migliore del modello con alfa costante, in quanto l'interazione delle due modellazioni dinamiche, pur evidenziando una minore quantità di stime elevate del coefficiente autoregressivo, permette di limitare in maniera assai più efficace, specialmente con l'adozione della componente GARCH sulla varianza condizionata, i casi di nullità simultanea dei coefficienti ϕ_i , fornendo in tal modo un ulteriore elemento utile a sottolineare la maggiore validità di questa specificazione rispetto sia al CAPM statico sia ai due modelli dinamici precedentemente esaminati.

I modelli di tipo condizionato, privi cioè della componente autoregressiva, mettono in evidenza un comportamento diametralmente opposto a seconda della categoria di fondi esaminata. Infatti, se l'adattamento che questa specificazione fornisce alla categoria *large* si mostra di poco dissimile dal caso completo, pur presentando livelli di verosimiglianza leggermente peggiori, tra i fondi *small* la quasi totalità dei beta stimati è risultata statisticamente nulla, sia con il termine d'errore omoschedastico sia con l'impiego della componente GARCH. L'assenza del coefficiente autoregressivo sui beta, che nelle altre applicazioni aveva registrato sovente valori alti a testimonianza di un'elevata persistenza su diverse serie, ha dunque creato problemi di adattamento di grave entità alla specificazione condizionata.

Al termine delle analisi si è dunque scelto di preferire tra tutti i modelli stimati la specificazione completa comprensiva di errori GARCH, che pur presentando il maggiore grado di complessità tra quelle considerate ha mostrato il pregio di fornire, oltre ad un'adeguata flessibilità, una capacità di limitare gli aspetti critici che ognuno degli altri modelli impiegati ha evidenziato, che si è riflessa in una verosimiglianza risultata, nella maggioranza delle serie, nettamente maggiore di quella riscontrata con le altre specificazioni. Tuttavia, un aspetto d'interesse per altri studi rivolti nella stessa direzione di questo elaborato potrebbe essere rappresentato dalla valutazione delle specificazioni esaminate in questa sede sulla diversità di adattamento a seconda dello stile d'investimento adottato dal gestore, su *asset* diversi (in primo luogo su titoli azionari), o su mercati differenti da quello statunitense.

Appendice

In questa sezione vengono presentati i comandi e le procedure in GAUSS utilizzati in fase di stima delle diverse specificazioni esaminate. Per talune operazioni sono stati impiegate funzioni comprese nella libreria FANPAC, non inclusa tra i pacchetti compresi di *default* in GAUSS.

A.1 – Definizione dei modelli

```
library fanpac, pgraph;
fanset;
nlpset;
graphset;

output file = out_ris.out reset;
// carico dati
load data[1251,52]=lgl.txt;

// calcolo rendimenti e posizionamento in matrici e vettori opportuni
fondi_t=data[.,1:50];
bench_t=data[.,51];
fondi_t=100*ln(fondi_t[2:rows(fondi_t),.]/fondi_t[1:rows(fondi_t)-1,.]);
bench_t=100*ln(bench_t[2:rows(bench_t),.]/bench_t[1:rows(bench_t)-1,.]);
rfree=data[.,52];
rfree=100*ln(rfree[2:rows(rfree)]/25000+1);

// eliminazione valori anomali
fondi_t=fondi_t.*(abs(fondi_t).<(5*stdc(fondi_t)'));
deleted=sumc(sumc((abs(fondi_t).>(5*stdc(fondi_t)'))));

// calcolo extra-rendimenti
fondi=fondi_t-rfree;
bench=bench_t-rfree;

// loop sui fondi
save_pars={}; // parametri stimati 1 riga per fondo
save_pars_sty={}; // parametri analisi di stile
```

```

fit={};          // fitted values 9 colonne per fondo
gar={};          // fitted GARCH 5 colonne per fondo (modelli 2 4 6 8
9)
alfa={};         // fitted alfa dinamico 5 colonne per fondo (modelli 3
4 7 8 9)
beta={};         // fitted beta dinamico 5 colonne per fondo (modelli 5
6 7 8 9)

j=1;
do while j<=cols(fondi);

// selezione fondo
y=fondi[.,j];
// benchmark
x=bench;
// ampiezza della finestra
k=20;

"*****
*****";
"CAPM statico";
{par,stde,ll}=capm(y,x);
"Parametri e T-stat";
par~par./stde[1:2];
"Varianza dei residui";
stde[3]^2;
"Verosimiglianza (normale)";
ll;
// salvo i parametri stimati
pars=par[1]|0|0|0|par[2]|0|0|stde[3]^2|0|0|0|ll|0|stde[1]|0|0|stde[2]
|0|0|0|0|0|(par[1]/stde[1])|0|0|(par[2]/stde[2])|0|0|0|0|0|cdfn(par[1]
|/stde[1])|0|0|cdfn(par[2]/stde[2])|0|0|0|0|0;

// salvo le stime statiche
a_g=par[1];
b_g=par[2];

// salvo fitted values
fit=fit~(a_g+b_g*x);

"*****
*****";
"CAPM ed errori GARCH";
x0=0.1|0.1|ln(0.01)|ln(0.01)|ln(0.9);
nlpset;
_nlp_iterinfo=0;
_nlp_algotihm=3;
_nlp_ineqproc=&vga;
{be,fe,g,rt}=nlp(&capmch,x0);
gra=gradp(&capmchg,be);
gra=vcx(gra)*rows(x);
hes=hessp(&capmchh,be);
cov=pinv(hes)*gra*pinv(hes);
"Parametri e T-stat";
mat=(1~0~0~0~0|
(0~1~0~0~0|
(0~0~exp(be[3])~0~0|
(0~0~0~exp(be[4])~0|
(0~0~0~0~exp(be[5])));

```

```

covl=mat*cov*mat';
(be[1:2]|exp(be[3:5]))~(be[1:2]|exp(be[3:5]))./sqrt(diag(covl));
{e1,h1}=capmche(be);
"Varianza dei residui non standardizzati";
vl=stdc(e1)^2;
vl;
"Varianza di lungo periodo";
exp(be[3])/(1-exp(be[4])-exp(be[5]));
"Varianza dei residui standardizzati";
stdc(e1./sqrt(h1))^2;
// Stime di breve
{ab,bb}=rollcapm(k);
"Verosimiglianza (normale)";
-fe;
// salvo i parametri stimati
pars=pars~(be[1]|0|0|0|be[2]|0|0|0|vl|exp(be[3])|exp(be[4])|exp(be[5])
|-
fe|rt|sqrt(covl[1,1])|0|0|sqrt(covl[2,2])|0|0|sqrt(covl[3,3])|sqrt(cov
l[4,4])|sqrt(covl[5,5])|(be[1]/sqrt(covl[1,1]))|0|0|(be[2]/sqrt(covl[2
,2]))|0|0|(exp(be[3])/sqrt(covl[3,3]))|(exp(be[4])/sqrt(covl[4,4]))|(e
xp(be[5])/sqrt(covl[5,5]))|cdfn(be[1]/sqrt(covl[1,1]))|0|0|cdfn(be[2]/
sqrt(covl[2,2]))|0|0|cdfn(exp(be[3])/sqrt(covl[3,3]))|cdfn(exp(be[4])/
sqrt(covl[4,4]))|cdfn(exp(be[5])/sqrt(covl[5,5])));

// salvo fitted values
fit=fit~(be[1]+be[2]*x);
// salvo GARCH
gar=gar~h1;

"*****
*****";
"CAPM con alfa dinamico e senza GARCH";
x0=0.1|0.01|0.01|0.9|ln(0.13);
nlpset;
_nlp_iterinfo=0;
_nlp_algotihm=3;
{be,fe,g,rt}=nlp(&capma,x0);
gra=gradp(&capmag,be);
gra=vcx(gra)*rows(x);
hes=hessp(&capmah,be);
cov=pinv(hes)*gra*pinv(hes);
"Parametri e T-stat";
mat=(1~0~0~0~0|
(0~1~0~0~0|
(0~0~1~0~0|
(0~0~0~1~0|
(0~0~0~0~exp(be[5]));
covl=mat*cov*mat';
(be[1:4]|exp(be[5]))~(be[1:4]|exp(be[5]))./sqrt(diag(covl));
// Calcolo i residui e la sequenza di alfa_t
{a_t2,e2}=capmae(be);
"Varianza dei residui";
stdc(e2)^2;
"Media di alfa_t";
al=meanc(a_t2);
al;
"Verosimiglianza (normale)";
-fe;
// salvo i parametri stimati

```

```

pars=pars~(al|be[1]|be[2]|be[3]|be[4]|0|0|0|exp(be[5])|0|0|0|-
fe|rt|sqrt(covl[1,1])|sqrt(covl[2,2])|sqrt(covl[3,3])|sqrt(covl[4,4])|
0|0|sqrt(covl[5,5])|0|0|(be[1]/sqrt(covl[1,1]))|(be[2]/sqrt(covl[2,2])
)|(be[3]/sqrt(covl[3,3]))|(be[4]/sqrt(covl[4,4]))|0|0|(exp(be[5])/sqrt
(covl[5,5]))|0|0|cdfn(be[1]/sqrt(covl[1,1]))|cdfn(be[2]/sqrt(covl[2,2]
))|cdfn(be[3]/sqrt(covl[3,3]))|cdfn(be[4]/sqrt(covl[4,4]))|0|0|cdfn(ex
p(be[5])/sqrt(covl[5,5]))|0|0);

// salvo fitted values
fit=fit~(y-(zeros(k-1,1)|e2));
// salvo ALFA dinamico
alfa=alfa~a_t2;

"*****
*****";
"CAPM con alfa dinamico e GARCH";
x0=0.1|0.01|0.01|0.6|ln(0.01)|ln(0.01)|ln(0.9);
nlpset;
_nlp_iterinfo=0;
_nlp_algotihm=3;
_nlp_ineqproc=&vga;
{be,fe,g,rt}=nlp(&capmach,x0);
gra=gradp(&capmachg,be);
gra=vcx(gra)*rows(x);
hes=hessp(&capmachh,be);
cov=pinv(hes)*gra*pinv(hes);
"Parametri e T-stat";
mat=(1~0~0~0~0~0~0)|
(0~1~0~0~0~0~0)|
(0~0~1~0~0~0~0)|
(0~0~0~1~0~0~0)|
(0~0~0~0~exp(be[5])~0~0)|
(0~0~0~0~0~exp(be[6])~0)|
(0~0~0~0~0~0~exp(be[7]));
covl=mat*cov*mat';
(be[1:4]|exp(be[5:7]))~(be[1:4]|exp(be[5:7]))./sqrt(diag(covl));
// Calcolo i residui e la sequenza di alfa_t
{a_t3,e3,h3}=capmache(be);
"Varianza dei residui non standardizzati";
vl=stdc(e3)^2;
vl;
"Varianza di lungo periodo";
exp(be[5])/(1-exp(be[6])-exp(be[7]));
"Varianza dei residui standardizzati";
stdc(e3./sqrt(h3))^2;
"Media di alfa_t";
al=meanc(a_t3);
al;
"Verosimiglianza (normale)";
-fe;
// salvo i parametri stimati
pars=pars~(al|be[1]|be[2]|be[3]|be[4]|0|0|0|v1|exp(be[5])|exp(be[6])|e
xp(be[7])|-
fe|rt|sqrt(covl[1,1])|sqrt(covl[2,2])|sqrt(covl[3,3])|sqrt(covl[4,4])|
0|0|sqrt(covl[5,5])|sqrt(covl[6,6])|sqrt(covl[7,7])|(be[1]/sqrt(covl[1
,1]))|(be[2]/sqrt(covl[2,2]))|(be[3]/sqrt(covl[3,3]))|(be[4]/sqrt(covl
[4,4]))|0|0|(exp(be[5])/sqrt(covl[5,5]))|(exp(be[6])/sqrt(covl[6,6]))|
(exp(be[7])/sqrt(covl[7,7]))|cdfn(be[1]/sqrt(covl[1,1]))|cdfn(be[2]/sq
rt(covl[2,2]))|cdfn(be[3]/sqrt(covl[3,3]))|cdfn(be[4]/sqrt(covl[4,4]))

```

```

|0|0|cdfn(exp(be[5])/sqrt(cov1[5,5]))|cdfn(exp(be[6])/sqrt(cov1[6,6]))
|cdfn(exp(be[7])/sqrt(cov1[7,7])));

// salvo fitted values
fit=fit~(y-(zeros(k-1,1)|e3));
// salvo ALFA dinamico
alfa=alfa~a_t3;
// salvo GARCH
gar=gar~h3;

"*****
*****";
"CAPM con beta dinamico e senza GARCH";
x0=0.1|0.01|0.01|0.9|ln(0.13);
nlpset;
_nlp_iterinfo=0;
_nlp_algotihm=3;
{be,fe,g,rt}=nlp(&capmb,x0);
gra=gradp(&capmbg,be);
gra=vcx(gra)*rows(x);
hes=hessp(&capmbh,be);
cov=pinv(hes)*gra*pinv(hes);
"Parametri e T-stat";
mat=(1~0~0~0~0|
      (0~1~0~0~0)|
      (0~0~1~0~0)|
      (0~0~0~1~0)|
      (0~0~0~0~exp(be[5])));
cov1=mat*cov*mat';
(be[1:4]|exp(be[5]))~(be[1:4]|exp(be[5]))./sqrt(diag(cov1));
// Calcolo i residui e la sequenza di alfa_t
{b_t4,e4}=capmbe(be);
"Varianza dei residui";
v1=stdc(e4)^2;
v1;
"Media di beta_t";
b1=meanc(b_t4);
b1;
"Verosimiglianza (normale)";
-fe;
// salvo i parametri stimati
pars=pars~(be[1]|0|0|0|b1|be[2]|be[3]|be[4]|exp(be[5])|0|0|0|-
fe|rt|sqrt(cov1[1,1])|0|0|sqrt(cov1[2,2])|sqrt(cov1[3,3])|sqrt(cov1[4,
4])|sqrt(cov1[5,5])|0|0|(be[1]/sqrt(cov1[1,1]))|0|0|(be[2]/sqrt(cov1[2
,2]))|(be[3]/sqrt(cov1[3,3]))|(be[4]/sqrt(cov1[4,4]))|(exp(be[5])/sqrt
(cov1[5,5]))|0|0|cdfn(be[1]/sqrt(cov1[1,1]))|0|0|cdfn(be[2]/sqrt(cov1[
2,2]))|cdfn(be[3]/sqrt(cov1[3,3]))|cdfn(be[4]/sqrt(cov1[4,4]))|cdfn(ex
p(be[5])/sqrt(cov1[5,5]))|0|0);

// salvo fitted values
fit=fit~(y-(zeros(k-1,1)|e4));
// salvo BETA dinamico
beta=beta~b_t4;

"*****
*****";
"CAPM con beta dinamico e GARCH";
x0=0.1|0.01|0.01|0.6|ln(0.01)|ln(0.01)|ln(0.9);
nlpset;

```

```

_nlp_iterinfo=0;
_nlp_algotihm=3;
_nlp_ineqproc=&vga;
{be,fe,g,rt}=nlp(&capmbch,x0);
gra=gradp(&capmbchg,be);
gra=vcx(gra)*rows(x);
hes=hessp(&capmbchh,be);
cov=pinv(hes)*gra*pinv(hes);
"Parametri e T-stat";
mat=(1~0~0~0~0~0~0)|
      (0~1~0~0~0~0~0)|
      (0~0~1~0~0~0~0)|
      (0~0~0~1~0~0~0)|
      (0~0~0~0~exp(be[5])~0~0)|
      (0~0~0~0~0~exp(be[6])~0)|
      (0~0~0~0~0~0~exp(be[7]));
covl=mat*cov*mat';
(be[1:4]|exp(be[5:7]))~(be[1:4]|exp(be[5:7]))./sqrt(diag(covl));
// Calcolo i residui e la sequenza di alfa_t
{b_t5,e5,h5}=capmbche(be);
"Varianza dei residui non standardizzati";
vl=stdc(e5)^2;
vl;
"Varianza di lungo periodo";
exp(be[5])/(1-exp(be[6])-exp(be[7]));
"Varianza dei residui standardizzati";
stdc(e5./sqrt(h5))^2;
"Media di beta_t";
bl=meanc(b_t5);
bl;
"Verosimiglianza (normale)";
-fe;
// salvo i parametri stimati
pars=pars~(be[1]|0|0|0|bl|be[2]|be[3]|be[4]|vl|exp(be[5])|exp(be[6])|e
xp(be[7])| -
fe|rt|sqrt(covl[1,1])|0|0||sqrt(covl[2,2])|sqrt(covl[3,3])|sqrt(covl[4
,4])|sqrt(covl[5,5])|sqrt(covl[6,6])|sqrt(covl[7,7])|(be[1]/sqrt(covl[
1,1]))|0|0|(be[2]/sqrt(covl[2,2]))|(be[3]/sqrt(covl[3,3]))|(be[4]/sqrt
(covl[4,4]))|(exp(be[5])/sqrt(covl[5,5]))|(exp(be[6])/sqrt(covl[6,6]))
|(exp(be[7])/sqrt(covl[7,7]))|cdfn(be[1]/sqrt(covl[1,1]))|0|0|cdfn(be[
2]/sqrt(covl[2,2]))|cdfn(be[3]/sqrt(covl[3,3]))|cdfn(be[4]/sqrt(covl[4
,4]))|cdfn(exp(be[5])/sqrt(covl[5,5]))|cdfn(exp(be[6])/sqrt(covl[6,6])
)|cdfn(exp(be[7])/sqrt(covl[7,7])));

// salvo fitted values
fit=fit~(y-(zeros(k-1,1)|e5));
// salvo BETA dinamico
beta=beta~b_t5;
// salvo GARCH
gar=gar~h5;

"*****
*****";
"CAPM con alfa e beta dinamici e senza GARCH";
x0=0.1|0.01|0.01|0.1|0.1|0.1|ln(0.1);
nlpset;
_nlp_iterinfo=0;
_nlp_algotihm=3;
{be,fe,g,rt}=nlp(&capmab,x0);

```

```

gra=gradp(&capmabg,be);
gra=vcx(gra)*rows(x);
hes=hessp(&capmabh,be);
cov=pinv(hes)*gra*pinv(hes);
"Parametri e T-stat";
mat=(1~0~0~0~0~0~0)|
      (0~1~0~0~0~0~0)|
      (0~0~1~0~0~0~0)|
      (0~0~0~1~0~0~0)|
      (0~0~0~0~1~0~0)|
      (0~0~0~0~0~1~0)|
      (0~0~0~0~0~0~exp(be[7]));
covl=mat*cov*mat';
(be[1:6]|exp(be[7]))~(be[1:6]|exp(be[7]))./sqrt(diag(covl));
// Calcolo i residui e la sequenza di alfa_t
{a_t6,b_t6,e6}=capmabe(be);
"Varianza dei residui";
stdc(e6)^2;
"Media di alfa_t";
al=meanc(a_t6);
al;
"Media di beta_t";
bl=meanc(b_t6);
bl;
"Verosimiglianza (normale)";
-fe;
// salvo i parametri stimati
pars=pars~(al|be[1]|be[2]|be[3]|bl|be[4]|be[5]|be[6]|exp(be[7])|0|0|0|
-
fe|rt|sqrt(diag(covl))|0|0|(be[1]/sqrt(covl[1,1]))|(be[2]/sqrt(covl[2,
2]))|(be[3]/sqrt(covl[3,3]))|(be[4]/sqrt(covl[4,4]))|(be[5]/sqrt(covl[
5,5]))|(be[6]/sqrt(covl[6,6]))|(exp(be[7])/sqrt(covl[7,7]))|0|0|cdfn(b
e[1]/sqrt(covl[1,1]))|cdfn(be[2]/sqrt(covl[2,2]))|cdfn(be[3]/sqrt(covl
[3,3]))|cdfn(be[4]/sqrt(covl[4,4]))|cdfn(be[5]/sqrt(covl[5,5]))|cdfn(b
e[6]/sqrt(covl[6,6]))|cdfn(exp(be[7])/sqrt(covl[7,7]))|0|0);

// salvo fitted values
fit=fit~(y-(zeros(k-1,1)|e6));
// salvo ALFA dinamico
alfa=alfa~a_t6;
// salvo BETA dinamico
beta=beta~b_t6;

"*****
*****";
"CAPM con alfa e beta dinamici e GARCH";
x0=0.1|0.01|0.01|0.1|0.1|0.9|ln(0.01)|ln(0.01)|ln(0.9);
nlpset;
_nlp_iterinfo=0;
_nlp_algotihm=3;
_nlp_ineqproc=&vga;
{be,fe,g,rt}=nlp(&capmabch,x0);
gra=gradp(&capmabchg,be);
gra=vcx(gra)*rows(x);
hes=hessp(&capmabchh,be);
cov=pinv(hes)*gra*pinv(hes);
"Parametri e T-stat";
mat=(1~0~0~0~0~0~0~0)|
      (0~1~0~0~0~0~0~0)|

```

```

(0~0~1~0~0~0~0~0~0)|
(0~0~0~1~0~0~0~0~0)|
(0~0~0~0~1~0~0~0~0)|
(0~0~0~0~0~1~0~0~0)|
(0~0~0~0~0~0~exp(be[7])~0~0)|
(0~0~0~0~0~0~0~exp(be[8])~0)|
(0~0~0~0~0~0~0~0~exp(be[9]));
covl=mat*cov*mat';
(be[1:6]|exp(be[7:9]))~(be[1:6]|exp(be[7:9]))./sqrt(diag(covl));
// Calcolo i residui e la sequenza di alfa_t
{a_t7,b_t7,e7,h7}=capmabche(be);
"Varianza dei residui non standardizzati";
vl=stdc(e7)^2;
vl;
"Varianza di lungo periodo";
exp(be[7])/(1-exp(be[8])-exp(be[9]));
"Varianza dei residui standardizzati";
stdc(e7./sqrt(h7))^2;
"Media di alfa_t";
al=meanc(a_t7);
al;
"Media di beta_t";
bl=meanc(b_t7);
bl;
"Verosimiglianza (normale)";
-fe;
// salvo i parametri stimati
pars=pars~(al|be[1]|be[2]|be[3]|bl|be[4]|be[5]|be[6]|vl|exp(be[7])|exp
(be[8])|exp(be[9])|-
fe|rt|sqrt(diag(covl))|(be[1]/sqrt(covl[1,1]))|(be[2]/sqrt(covl[2,2]))
|(be[3]/sqrt(covl[3,3]))|(be[4]/sqrt(covl[4,4]))|(be[5]/sqrt(covl[5,5]
))|(be[6]/sqrt(covl[6,6]))|(exp(be[7])/sqrt(covl[7,7]))|(exp(be[8])/sq
rt(covl[8,8]))|(exp(be[9])/sqrt(covl[9,9]))|cdfn(be[1]/sqrt(covl[1,1]
)|cdfn(be[2]/sqrt(covl[2,2]))|cdfn(be[3]/sqrt(covl[3,3]))|cdfn(be[4]/s
qrt(covl[4,4]))|cdfn(be[5]/sqrt(covl[5,5]))|cdfn(be[6]/sqrt(covl[6,6]
)|cdfn(exp(be[7])/sqrt(covl[7,7]))|cdfn(exp(be[8])/sqrt(covl[8,8]))|cd
fn(exp(be[9])/sqrt(covl[9,9])));

// salvo fitted values
fit=fit~(y-(zeros(k-1,1)|e7));
// salvo ALFA dinamico
alfa=alfa~a_t7;
// salvo BETA dinamico
beta=beta~b_t7;
// salvo GARCH
gar=gar~h7;

"*****
*****";
"CAPM con alfa e beta dinamici e senza GARCH - CAPM condizionato";
x0=0.1|0.1|0.1|0.1|ln(0.1);
nlpset;
_nlp_iterinfo=0;
_nlp_algotihm=3;
{be,fe,g,rt}=nlp(&capmabl,x0);
gra=gradp(&capmabl,g,be);
gra=vcx(gra)*rows(x);
hes=hessp(&capmablh,be);
cov=pinv(hes)*gra*pinv(hes);

```

```

"Parametri e T-stat";
mat=(1~0~0~0~0)|
      (0~1~0~0~0)|
      (0~0~1~0~0)|
      (0~0~0~1~0)|
      (0~0~0~0~exp(be[5]));
covl=mat*cov*mat';
(be[1:4]|exp(be[5]))~(be[1:4]|exp(be[5]))./sqrt(diag(covl));
// Calcolo i residui e la sequenza di alfa_t
{a_t8,b_t8,e8}=capmable(be);
"Varianza dei residui";
stdc(e8)^2;
"Media di alfa_t";
al=meanc(a_t8);
al;
"Media di beta_t";
bl=meanc(b_t8);
bl;
"Verosimiglianza (normale)";
-fe;
// salvo i parametri stimati
pars=pars~(al|be[1]|be[2]|0|bl|be[3]|be[4]|0|exp(be[5])|0|0|0|-
fe|rt|sqrt(covl[1,1])|sqrt(covl[2,2])|0|sqrt(covl[3,3])|sqrt(covl[4,4])
)|0|sqrt(covl[5,5])|0|0|(be[1]/sqrt(covl[1,1]))|(be[2]/sqrt(covl[2,2])
)|0|(be[3]/sqrt(covl[3,3]))|(be[4]/sqrt(covl[4,4]))|0|(be[5]/sqrt(covl
[5,5]))|0|0|cdfn(be[1]/sqrt(covl[1,1]))|cdfn(be[2]/sqrt(covl[2,2]))|0|
cdfn(be[3]/sqrt(covl[3,3]))|cdfn(be[4]/sqrt(covl[4,4]))|0|cdfn(be[5]/s
qrt(covl[5,5]))|0|0);

// salvo fitted values
fit=fit~(y-(zeros(k-1,1)|e8));
// salvo ALFA dinamico
alfa=alfa~a_t8;
// salvo BETA dinamico
beta=beta~b_t8;

"*****
*****";
"CAPM con alfa e beta dinamici e GARCH - CAPM Condizionato";
x0=0.1|0.01|0.1|0.1|ln(0.01)|ln(0.01)|ln(0.9);
nlpset;
_nlp_iterinfo=0;
_nlp_algotihm=3;
_nlp_ineqproc=&vga;
{be,fe,g,rt}=nlp(&capmabch1,x0);
gra=gradp(&capmabchg1,be);
gra=vcx(gra)*rows(x);
hes=hessp(&capmabchh1,be);
cov=pinv(hes)*gra*pinv(hes);
"Parametri e T-stat";
mat=(1~0~0~0~0~0~0)|
      (0~1~0~0~0~0~0)|
      (0~0~1~0~0~0~0)|
      (0~0~0~1~0~0~0)|
      (0~0~0~0~exp(be[5])~0~0)|
      (0~0~0~0~0~exp(be[6])~0)|
      (0~0~0~0~0~0~exp(be[7]));
covl=mat*cov*mat';

```

```

(be[1:4]|exp(be[5:7]))~(be[1:4]|exp(be[5:7]))./sqrt(diag(cov1));
// Calcolo i residui e la sequenza di alfa_t
{a_t9,b_t9,e9,h9}=capmabchel(be);
"Varianza dei residui non standardizzati";
vl=stdc(e9)^2;
vl;
"Varianza di lungo periodo";
exp(be[5])/(1-exp(be[6])-exp(be[7]));
"Varianza dei residui standardizzati";
stdc(e9./sqrt(h9))^2;
"Media di alfa_t";
al=meanc(a_t9);
al;
"Media di beta_t";
bl=meanc(b_t9);
bl;
"Verosimiglianza (normale)";
-fe;
// salvo i parametri stimati
pars=pars~(al|be[1]|be[2]|0|bl|be[3]|be[4]|0|vl|exp(be[5])|exp(be[6])|
exp(be[7])|-
fe|rt|sqrt(cov1[1,1])|sqrt(cov1[2,2])|0|sqrt(cov1[3,3])|sqrt(cov1[4,4]
)|0|sqrt(cov1[5,5])|sqrt(cov1[6,6])|sqrt(cov1[7,7])|(be[1]/sqrt(cov1[1
,1]))|(be[2]/sqrt(cov1[2,2]))|0|(be[3]/sqrt(cov1[3,3]))|(be[4]/sqrt(co
v1[4,4]))|0|(exp(be[5])/sqrt(cov1[5,5]))|(exp(be[6])/sqrt(cov1[6,6]))|
(exp(be[7])/sqrt(cov1[7,7]))|cdfn(be[1]/sqrt(cov1[1,1]))|cdfn(be[2]/sq
rt(cov1[2,2]))|0|cdfn(be[3]/sqrt(cov1[3,3]))|cdfn(be[4]/sqrt(cov1[4,4]
))|0|cdfn(exp(be[5])/sqrt(cov1[5,5]))|cdfn(exp(be[6])/sqrt(cov1[6,6]))
|cdfn(exp(be[7])/sqrt(cov1[7,7])));

// salvo fitted values
fit=fit~(y-(zeros(k-1,1)|e9));
// salvo ALFA dinamico
alfa=alfa~a_t9;
// salvo BETA dinamico
beta=beta~b_t9;
// salvo GARCH
gar=gar~h9;

res={};
fit_sty={};
gar_sty={};
at_sty={};
bt_sty={};
h={};
parsty={};

j=j+1;
endo;

```

A.2 – Procedure di calcolo

```
//-----  
-----  
// CAPM statico con errori GARCH  
// un input, vettore coefficienti (alfa, beta, omega, alfa_garch,  
beta_garch)  
// un output, valore della verosimiglianza (normale)  
// si assume che le variabili globali y ed x siano rispettivamente  
// y = dipendente, x = esplicativa (extra-rendimenti di un fondo ed  
extra-rendimenti del benchmark)  
  
proc(1)=capmch(b1);  
local e,e2,h,h0,ll,b;  
  b=b1[1]|b1[2]|exp(b1[3])|exp(b1[4])|exp(b1[5]);  
  e=y[k:rows(y),.]-b[1]-b[2]*x[k:rows(x),.];  
  e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);  
  h0=stdc(e)^2;  
  h=recserar(b[3]+b[4]*e2,h0,b[5]);  
  ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(h)-0.5*((e.^2)./h);  
  retp(-sumc(ll));  
endp;  
  
// procedura per il calcolo dell'hessiano numerico  
proc(1)=capmchh(b1);  
local e,e2,h,h0,ll,b;  
  b=b1[1]|b1[2]|exp(b1[3])|exp(b1[4])|exp(b1[5]);  
  e=y[k:rows(y),.]-b[1]-b[2]*x[k:rows(x),.];  
  e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);  
  h0=stdc(e)^2;  
  h=recserar(b[3]+b[4]*e2,h0,b[5]);  
  ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(h)-0.5*((e.^2)./h);  
  retp(sumc(ll));  
endp;  
  
// procedura per il calcolo del gradiente numerico  
proc(1)=capmchg(b1);  
local e,e2,h,h0,ll,b;  
  b=b1[1]|b1[2]|exp(b1[3])|exp(b1[4])|exp(b1[5]);  
  e=y[k:rows(y),.]-b[1]-b[2]*x[k:rows(x),.];  
  e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);  
  h0=stdc(e)^2;  
  h=recserar(b[3]+b[4]*e2,h0,b[5]);  
  ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(h)-0.5*((e.^2)./h);  
  retp(ll);  
endp;  
  
// procedura per il calcolo dei residui e di h_t  
proc(2)=capmche(b1);  
local e,e2,h,h0,ll,b;  
  b=b1[1]|b1[2]|exp(b1[3])|exp(b1[4])|exp(b1[5]);  
  e=y[k:rows(y),.]-b[1]-b[2]*x[k:rows(x),.];  
  e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);  
  h0=stdc(e)^2;
```

```

        h=recserar(b[3]+b[4]*e2,h0,b[5]);
        retp(e,h);
    endp;

//-----
//-----
// Procedura per imporre i vincoli sulla parte GARCH
proc(1)=vga(b);
local v;
    v=1-exp(b[rows(b)-1])-exp(b[rows(b)]);
    retp(v);
endp;

//-----
//-----

//-----
//-----
// Procedura per il calcolo delle stime di breve di alfa e beta
// un input, l'ampiezza della finestra
// due output, le stime di breve di alfa (ab) e di beta (bb)
// si assume che le variabili globali y ed x siano rispettivamente
// y = dipendente, x = esplicativa (extra-rendimenti di un fondo ed
// extra-rendimenti del benchmark)

proc(2)=rollcapm(k);
local ab,bb,j,yy,xx,b;

    j=k;
    ab={};
    bb={};
    do while j<=rows(y);
        yy=y[j-k+1:j];
        xx=ones(k,1)~x[j-k+1:j];
        b=invpd(xx'xx)*(xx'yy);
        ab=ab|b[1];
        bb=bb|b[2:rows(b)]';
        j=j+1;
    endo;
    retp(ab,bb);
endp;

//-----
//-----
// CAPM con alfa dinamico
// un input, vettore coefficienti (alfa0, alfa1, alfa2, beta, sigma2)
// un output, valore della verosimiglianza (normale)
// si assume che le variabili globali y ed x siano rispettivamente
// y = dipendente, x = esplicativa (extra-rendimenti di un fondo ed
// extra-rendimenti del benchmark)
// la variabile globale k contiene l'ampiezza della finestra per il
// calcolo di alfa e beta di breve
// la variabile globale ab contiene la stima di breve di alfa
// la variabile globale a_g contiene la stima statica di alfa

proc(1)=capma(b);
local at,e,ll;

    at=recserar(b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]),a_g,b[3]);

```

```

        e=y[k:rows(y)]-at-b[4]*x[k:rows(x),.];
        ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(exp(b[5]))-0.5*((e.^2)./exp(b[5]));
        retp(-sumc(ll));
    endp;

// procedura per il calcolo dell'hessiano numerico
proc(1)=capmah(b);
local at,e,ll;

        at=recserar(b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]),a_g,b[3]);
        e=y[k:rows(y)]-at-b[4]*x[k:rows(x),.];
        ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(exp(b[5]))-0.5*((e.^2)./exp(b[5]));
        retp(sumc(ll));
    endp;

// procedura per il calcolo del gradiente numerico
proc(1)=capmag(b);
local at,e,ll;

        at=recserar(b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]),a_g,b[3]);
        e=y[k:rows(y)]-at-b[4]*x[k:rows(x),.];
        ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(exp(b[5]))-0.5*((e.^2)./exp(b[5]));
        retp(ll);
    endp;

// procedura per il calcolo dei residui e di alfa_t
proc(2)=capmae(b);
local at,e,ll;

        at=recserar(b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]),a_g,b[3]);
        e=y[k:rows(y)]-at-b[4]*x[k:rows(x),.];
        retp(at,e);
    endp;

//-----
// CAPM con beta dinamico
// un input, vettore coefficienti (alfa, beta0, beta1, beta2, sigma2)
// un output, valore della verosimiglianza (normale)
// si assume che le variabili globali y ed x siano rispettivamente
// y = dipendente, x = esplicativa (extra-rendimenti di un fondo ed
// extra-rendimenti del benchmark)
// la variabile globale k contiene l'ampiezza della finestra per il
// calcolo di alfa e beta di breve
// la variabile globale bb contiene la stima di breve di beta
// la variabile globale b_g contiene la stima statica di beta

proc(1)=capmb(b);
local e,ll,bt;

        bt=recserar(b[2]+b[3]*(0|bb[1:rows(bb)-1]),b_g,b[4]);
        e=y[k:rows(y)]-b[1]-bt.*x[k:rows(x),.];
        ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(exp(b[5]))-0.5*((e.^2)./exp(b[5]));
        retp(-sumc(ll));
    endp;

// procedura per il calcolo dell'hessiano numerico
proc(1)=capmbh(b);
local e,ll,bt;

```

```

        bt=recserar(b[2]+b[3]*(0|bb[1:rows(bb)-1]),b_g,b[4]);
        e=y[k:rows(y)]-b[1]-bt.*x[k:rows(x),.];
        ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(exp(b[5]))-0.5*((e.^2)./exp(b[5]));
        retp(sumc(ll));
    endp;

// procedura per il calcolo del gradiente numerico
proc(1)=capmbg(b);
local e,ll,bt;

        bt=recserar(b[2]+b[3]*(0|bb[1:rows(bb)-1]),b_g,b[4]);
        e=y[k:rows(y)]-b[1]-bt.*x[k:rows(x),.];
        ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(exp(b[5]))-0.5*((e.^2)./exp(b[5]));
        retp(ll);
    endp;

// procedura per il calcolo di residui e sequenze
proc(2)=capmbe(b);
local e,ll,bt;

        bt=recserar(b[2]+b[3]*(0|bb[1:rows(bb)-1]),b_g,b[4]);
        e=y[k:rows(y)]-b[1]-bt.*x[k:rows(x),.];
        retp(bt,e);
    endp;

//-----
// CAPM con alfa e beta dinamici
// un input, vettore coefficienti (alfa0, alfa1, alfa2, beta0, beta1,
beta2, sigma2)
// un output, valore della verosimiglianza (normale)
// si assume che le variabili globali y ed x siano rispettivamente
// y = dipendente, x = esplicativa (extra-rendimenti di un fondo ed
extra-rendimenti del benchmark)
// la variabile globale k contiene l'ampiezza della finestra per il
calcolo di alfa e beta di breve
// la variabile globale ab contiene la stima di breve di alfa
// la variabile globale a_g contiene la stima statica di alfa
// la variabile globale bb contiene la stima di breve di beta
// la variabile globale b_g contiene la stima statica di beta

proc(1)=capmab(b);
local at,e,ll,bt;

        at=recserar(b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]),a_g,b[3]);
        bt=recserar(b[4]+b[5]*(0|bb[1:rows(bb)-1]),b_g,b[6]);
        e=y[k:rows(y)]-at-bt.*x[k:rows(x),.];
        ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(exp(b[7]))-0.5*((e.^2)./exp(b[7]));
        retp(-sumc(ll));
    endp;

// procedura per il calcolo dell'hessiano numerico
proc(1)=capmabh(b);
local at,e,ll,bt;

        at=recserar(b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]),a_g,b[3]);
        bt=recserar(b[4]+b[5]*(0|bb[1:rows(bb)-1]),b_g,b[6]);
        e=y[k:rows(y)]-at-bt.*x[k:rows(x),.];

```

```

    ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(exp(b[7]))-0.5*((e.^2)./exp(b[7]));
    retp(sumc(ll));
endp;

// procedura per il calcolo del gradiente numerico
proc(1)=capmabg(b);
local at,e,ll,bt;

    at=recserar(b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]),a_g,b[3]);
    bt=recserar(b[4]+b[5]*(0|bb[1:rows(bb)-1]),b_g,b[6]);
    e=y[k:rows(y)]-at-bt.*x[k:rows(x),.];
    ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(exp(b[7]))-0.5*((e.^2)./exp(b[7]));
    retp(ll);
endp;

// procedura per il calcolo di residui e sequenze
proc(3)=capmabe(b);
local at,e,ll,bt;

    at=recserar(b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]),a_g,b[3]);
    bt=recserar(b[4]+b[5]*(0|bb[1:rows(bb)-1]),b_g,b[6]);
    e=y[k:rows(y)]-at-bt.*x[k:rows(x),.];
    retp(at,bt,e);
endp;

//-----
// CAPM con alfa e beta dinamici - CAPM condizionato
// un input, vettore coefficienti (alfa0, alfa1, alfa2, beta0, beta1,
beta2, sigma2)
// un output, valore della verosimiglianza (normale)
// si assume che le variabili globali y ed x siano rispettivamente
// y = dipendente, x = esplicativa (extra-rendimenti di un fondo ed
extra-rendimenti del benchmark)
// la variabile globale k contiene l'ampiezza della finestra per il
calcolo di alfa e beta di breve
// la variabile globale ab contiene la stima di breve di alfa
// la variabile globale a_g contiene la stima statica di alfa
// la variabile globale bb contiene la stima di breve di beta
// la variabile globale b_g contiene la stima statica di beta

proc(1)=capmabl(b);
local at,e,ll,bt;

    at=b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]);
    bt=b[3]+b[4]*(0|bb[1:rows(bb)-1]);
    e=y[k:rows(y)]-at-bt.*x[k:rows(x),.];
    ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(exp(b[5]))-0.5*((e.^2)./exp(b[5]));
    retp(-sumc(ll));
endp;

// procedura per il calcolo dell'hessiano numerico
proc(1)=capmablh(b);
local at,e,ll,bt;

    at=b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]);
    bt=b[3]+b[4]*(0|bb[1:rows(bb)-1]);
    e=y[k:rows(y)]-at-bt.*x[k:rows(x),.];
    ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(exp(b[5]))-0.5*((e.^2)./exp(b[5]));

```

```

    retp(sumc(ll));
endp;

// procedura per il calcolo del gradiente numerico
proc(1)=capmablg(b);
local at,e,ll,bt;

    at=b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]);
    bt=b[3]+b[4]*(0|bb[1:rows(bb)-1]);
    e=y[k:rows(y)]-at-bt.*x[k:rows(x),.];
    ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(exp(b[5]))-0.5*((e.^2)./exp(b[5]));
    retp(ll);
endp;

// procedura per il calcolo di residui e sequenze
proc(3)=capmable(b);
local at,e,ll,bt;

    at=b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]);
    bt=b[3]+b[4]*(0|bb[1:rows(bb)-1]);
    e=y[k:rows(y)]-at-bt.*x[k:rows(x),.];
    retp(at,bt,e);
endp;

//-----
// CAPM con alfa dinamico ed errori GARCH
// un input, vettore coefficienti (alfa0, alfa1, alfa2, beta, omega,
// alfa_garch, beta_garch)
// un output, valore della verosimiglianza (normale)
// si assume che le variabili globali y ed x siano rispettivamente
// y = dipendente, x = esplicativa (extra-rendimenti di un fondo ed
// extra-rendimenti del benchmark)
// la variabile globale k contiene l'ampiezza della finestra per il
// calcolo di alfa e beta di breve
// la variabile globale ab contiene la stima di breve di alfa
// la variabile globale a_g contiene la stima statica di alfa

proc(1)=capmach(b1);
local at,e,ll,e2,h0,h,b;

    b=b1[1:4]|exp(b1[5:7]);
    at=recserar(b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]),a_g,b[3]);
    e=y[k:rows(y)]-at-b[4]*x[k:rows(x),.];
    e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);
    h0=stdc(e)^2;
    h=recserar(b[5]+b[6]*e2,h0,b[7]);
    ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(h)-0.5*((e.^2)./h);
    retp(-sumc(ll));
endp;

// procedura per il calcolo dell'hessiano numerico
proc(1)=capmachh(b1);
local at,e,ll,e2,h0,h,b;

    b=b1[1:4]|exp(b1[5:7]);
    at=recserar(b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]),a_g,b[3]);
    e=y[k:rows(y)]-at-b[4]*x[k:rows(x),.];
    e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);

```

```

        h0=stdc(e)^2;
        h=recserar(b[5]+b[6]*e2,h0,b[7]);
        ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(h)-0.5*((e.^2)./h);
        retp(sumc(ll));
    endp;

// procedura per il calcolo del gradiente numerico
proc(1)=capmachg(b1);
local at,e,ll,e2,h0,h,b;

    b=b1[1:4]|exp(b1[5:7]);
    at=recserar(b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]),a_g,b[3]);
    e=y[k:rows(y)]-at-b[4]*x[k:rows(x),.];
    e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);
    h0=stdc(e)^2;
    h=recserar(b[5]+b[6]*e2,h0,b[7]);
    ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(h)-0.5*((e.^2)./h);
    retp(ll);
endp;

// procedura per il calcolo dei residui, di h_t e di alfa_t
proc(3)=capmache(b1);
local at,e,ll,e2,h0,h,b;

    b=b1[1:4]|exp(b1[5:7]);
    at=recserar(b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]),a_g,b[3]);
    e=y[k:rows(y)]-at-b[4]*x[k:rows(x),.];
    e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);
    h0=stdc(e)^2;
    h=recserar(b[5]+b[6]*e2,h0,b[7]);
    retp(at,e,h);
endp;

//-----
// CAPM con beta dinamico ed errori GARCH
// un input, vettore coefficienti (alfa, beta0, beta1, beta2, omega,
alfa_garch, beta_garch)
// un output, valore della verosimiglianza (normale)
// si assume che le variabili globali y ed x siano rispettivamente
// y = dipendente, x = esplicativa (extra-rendimenti di un fondo ed
extra-rendimenti del benchmark)
// la variabile globale k contiene l'ampiezza della finestra per il
calcolo di alfa e beta di breve
// la variabile globale ab contiene la stima di breve di alfa
// la variabile globale a_g contiene la stima statica di alfa
// la variabile globale bb contiene la stima di breve di beta
// la variabile globale b_g contiene la stima statica di beta

proc(1)=capmbch(b1);
local e,ll,bt,e2,h,h0,b;

    b=b1[1:4]|exp(b1[5:7]);
    bt=recserar(b[2]+b[3]*(0|bb[1:rows(bb)-1]),b_g,b[4]);
    e=y[k:rows(y)]-b[1]-bt.*x[k:rows(x),.];
    e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);
    h0=stdc(e)^2;
    h=recserar(b[5]+b[6]*e2,h0,b[7]);
    ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(h)-0.5*((e.^2)./h);

```

```

    retp(-sumc(ll));
endp;

// procedura per il calcolo dell'hessiano numerico
proc(1)=capmbchh(b1);
local e,ll,bt,e2,h,h0,b;

    b=b1[1:4]|exp(b1[5:7]);
    bt=recserar(b[2]+b[3]*(0|bb[1:rows(bb)-1]),b_g,b[4]);
    e=y[k:rows(y)]-b[1]-bt.*x[k:rows(x),.];
    e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);
    h0=stdc(e)^2;
    h=recserar(b[5]+b[6]*e2,h0,b[7]);
    ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(h)-0.5*((e.^2)./h);
    retp(sumc(ll));
endp;

// procedura per il calcolo del gradiente numerico
proc(1)=capmbchg(b1);
local e,ll,bt,e2,h,h0,b;

    b=b1[1:4]|exp(b1[5:7]);
    bt=recserar(b[2]+b[3]*(0|bb[1:rows(bb)-1]),b_g,b[4]);
    e=y[k:rows(y)]-b[1]-bt.*x[k:rows(x),.];
    e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);
    h0=stdc(e)^2;
    h=recserar(b[5]+b[6]*e2,h0,b[7]);
    ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(h)-0.5*((e.^2)./h);
    retp(ll);
endp;

// procedura per il calcolo di residui e sequenze
proc(3)=capmbche(b1);
local e,ll,bt,e2,h,h0,b;

    b=b1[1:4]|exp(b1[5:7]);
    bt=recserar(b[2]+b[3]*(0|bb[1:rows(bb)-1]),b_g,b[4]);
    e=y[k:rows(y)]-b[1]-bt.*x[k:rows(x),.];
    e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);
    h0=stdc(e)^2;
    h=recserar(b[5]+b[6]*e2,h0,b[7]);
    retp(bt,e,h);
endp;

//-----
//-----
// CAPM con alfa e beta dinamici ed errori GARCH
// un input, vettore coefficienti (alfa0, alfa1, alfa2, beta0, beta1,
beta2, omega, alfa_garch, beta_garch)
// un output, valore della verosimiglianza (normale)
// si assume che le variabili globali y ed x siano rispettivamente
// y = dipendente, x = esplicativa (extra-rendimenti di un fondo ed
extra-rendimenti del benchmark)
// la variabile globale k contiene l'ampiezza della finestra per il
calcolo di alfa e beta di breve
// la variabile globale ab contiene la stima di breve di alfa
// la variabile globale a_g contiene la stima statica di alfa
// la variabile globale bb contiene la stima di breve di beta
// la variabile globale b_g contiene la stima statica di beta

```

```

proc(1)=capmabch(b1);
local at,e,ll,bt,e2,h,h0,b;

b=b1[1:6]|exp(b1[7:9]);
at=recserar(b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]),a_g,b[3]);
bt=recserar(b[4]+b[5]*(0|bb[1:rows(bb)-1]),b_g,b[6]);
e=y[k:rows(y)]-at-bt.*x[k:rows(x),.];
e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);
h0=stdc(e)^2;
h=recserar(b[7]+b[8]*e2,h0,b[9]);
ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(h)-0.5*((e.^2)./h);
retp(-sumc(ll));
endp;

// procedura per il calcolo dell'hessiano numerico
proc(1)=capmabchh(b1);
local at,e,ll,bt,e2,h,h0,b;

b=b1[1:6]|exp(b1[7:9]);
at=recserar(b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]),a_g,b[3]);
bt=recserar(b[4]+b[5]*(0|bb[1:rows(bb)-1]),b_g,b[6]);
e=y[k:rows(y)]-at-bt.*x[k:rows(x),.];
e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);
h0=stdc(e)^2;
h=recserar(b[7]+b[8]*e2,h0,b[9]);
ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(h)-0.5*((e.^2)./h);
retp(sumc(ll));
endp;

// procedura per il calcolo del gradiente numerico
proc(1)=capmabchg(b1);
local at,e,ll,bt,e2,h,h0,b;

b=b1[1:6]|exp(b1[7:9]);
at=recserar(b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]),a_g,b[3]);
bt=recserar(b[4]+b[5]*(0|bb[1:rows(bb)-1]),b_g,b[6]);
e=y[k:rows(y)]-at-bt.*x[k:rows(x),.];
e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);
h0=stdc(e)^2;
h=recserar(b[7]+b[8]*e2,h0,b[9]);
ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(h)-0.5*((e.^2)./h);
retp(ll);
endp;

// procedura per il calcolo di residui e sequenze
proc(4)=capmabche(b1);
local at,e,ll,bt,e2,h,h0,b;

b=b1[1:6]|exp(b1[7:9]);
at=recserar(b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]),a_g,b[3]);
bt=recserar(b[4]+b[5]*(0|bb[1:rows(bb)-1]),b_g,b[6]);
e=y[k:rows(y)]-at-bt.*x[k:rows(x),.];
e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);
h0=stdc(e)^2;
h=recserar(b[7]+b[8]*e2,h0,b[9]);
retp(at,bt,e,h);
endp;

```

```

//-----
// CAPM con alfa e beta dinamici ed errori GARCH - CAPM condizionato
// un input, vettore coefficienti (alfa0, alfa1, alfa2, beta0, beta1,
beta2, omega, alfa_garch, beta_garch)
// un output, valore della verosimiglianza (normale)
// si assume che le variabili globali y ed x siano rispettivamente
// y = dipendente, x = esplicativa (extra-rendimenti di un fondo ed
extra-rendimenti del benchmark)
// la variabile globale k contiene l'ampiezza della finestra per il
calcolo di alfa e beta di breve
// la variabile globale ab contiene la stima di breve di alfa
// la variabile globale a_g contiene la stima statica di alfa
// la variabile globale bb contiene la stima di breve di beta
// la variabile globale b_g contiene la stima statica di beta

proc(1)=capmabch1(b1);
local at,e,ll,bt,e2,h,h0,b;

    b=b1[1:4]|exp(b1[5:7]);
    at=b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]);
    bt=b[3]+b[4]*(0|bb[1:rows(bb)-1]);
    e=y[k:rows(y)]-at-bt.*x[k:rows(x),.];
    e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);
    h0=stdc(e)^2;
    h=recserar(b[5]+b[6]*e2,h0,b[7]);
    ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(h)-0.5*((e.^2)./h);
    retp(-sumc(ll));
endp;

// procedura per il calcolo dell'hessiano numerico
proc(1)=capmabchh1(b1);
local at,e,ll,bt,e2,h,h0,b;

    b=b1[1:4]|exp(b1[5:7]);
    at=b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]);
    bt=b[3]+b[4]*(0|bb[1:rows(bb)-1]);
    e=y[k:rows(y)]-at-bt.*x[k:rows(x),.];
    e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);
    h0=stdc(e)^2;
    h=recserar(b[5]+b[6]*e2,h0,b[7]);
    ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(h)-0.5*((e.^2)./h);
    retp(sumc(ll));
endp;

// procedura per il calcolo del gradiente numerico
proc(1)=capmabchg1(b1);
local at,e,ll,bt,e2,h,h0,b;

    b=b1[1:4]|exp(b1[5:7]);
    at=b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]);
    bt=b[3]+b[4]*(0|bb[1:rows(bb)-1]);
    e=y[k:rows(y)]-at-bt.*x[k:rows(x),.];
    e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);
    h0=stdc(e)^2;
    h=recserar(b[5]+b[6]*e2,h0,b[7]);
    ll=-0.5*ln(2*pi)-0.5*ln(h)-0.5*((e.^2)./h);
    retp(ll);
endp;

```

```

// procedura per il calcolo di residui e sequenze
proc(4)=capmabchel(b1);
local at,e,ll,bt,e2,h,h0,b;

    b=b1[1:4]|exp(b1[5:7]);
    at=b[1]+b[2]*(0|ab[1:rows(ab)-1]);
    bt=b[3]+b[4]*(0|bb[1:rows(bb)-1]);
    e=y[k:rows(y)]-at-bt.*x[k:rows(x),.];
    e2=0|(e[1:rows(e)-1].^2);
    h0=stdc(e)^2;
    h=recserar(b[5]+b[6]*e2,h0,b[7]);
    retp(at,bt,e,h);
endp;

```


Riferimenti bibliografici

Black, F., Jensen, M. e Scholes, M., 1972, "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests", in M. Jensen (ed.), *Studies in the Theory of Capital Markets*;

Cochrane, J., 2001, "Asset Pricing", Princeton University Press

Engle, R., 1982, "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica* **50**, 987-1008.

Fama, E. e French, K., 1992, "The Cross-Section of Expected Stock Returns," *Journal of Finance* **47**(3), 427-465;

Ferson, W.E. e Schadt, R., 1996, "Measuring fund strategy and performance in changing economic conditions", *Journal of Finance*, **51**, 426, 451;

Lintner, J., 1965, "The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budget," *Review of Economics and Statistics* **47**, 13-37;

Mossin, J., 1966, "Equilibrium in a Capital Asset Market," *Econometrica* **34**, 768-783;

Roll, R., 1977, "A Critique of the Asset's Pricing Theory's Tests: Part I," *Journal of Financial Economics* **4**, 129-176;

Ross, S., 1976, "The arbitrage theory of capital pricing", *Journal of Economic Theory* **13**

Sharpe, W.F., 1964, "Capital Asset Prices: a Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk," *Journal of Finance* **19**(3), 425-442;

Ringraziamenti

Giunto alla conclusione della stesura del presente elaborato, il mio primo pensiero non può che essere rivolto ai miei genitori, per l'affetto e l'attenzione che mi hanno donato con incessante continuità e per i sacrifici sostenuti al fine di consentirmi di pervenire al compimento dei miei studi. Intendo contestualmente ringraziare tutti i miei familiari, in primis mia sorella, e Lorenzo per il supporto che non mi hanno mai lesinato.

Ritengo quindi doveroso indirizzare un ringraziamento al prof. Massimiliano Caporin per il sostegno manifestatomi lungo l'intera fase di stima dei modelli, talora piuttosto laboriose, e nel corso della redazione del presente elaborato. Il suo aiuto si è rivelato particolarmente indispensabile nell'acquisizione di familiarità con il programma GAUSS, del quale ho dovuto apprendere l'utilizzo *ab ovo* al fine di poter effettuare le analisi presentate in questa sede. Colgo questa occasione per rivolgere inoltre un ringraziamento anche al prof. Francesco Lisi, che già mi seguì nel corso della stesura della tesi di laurea triennale.

Non posso quindi esimermi dal dedicare un caloroso e sentito ringraziamento ai miei colleghi e amici con i quali ho avuto il piacere e (mi sia concessa una punta d'iperbole) l'onore di condividere questi splendidi anni all'Università. Nell'auspicio di non scordarmi di alcuno di loro voglio perciò manifestare singolarmente la mia riconoscenza ed il mio affetto - in rigoroso ordine alfabetico - ad Alessandra, Alessandro, Angela, Daniele, Erica, Eris, Fabio, Federica, Giulia, Ilaria, Manuela, Marco, Michele, Ombretta, Riccardo, Roberto, Silvia e Stefano per la condivisione dell'impegno nel superamento dei momenti più ardui di questo percorso di

studi (in particolar modo per un esame che appare superfluo menzionare), per i numerosi momenti trascorsi in compagnia e per le feste nelle quali mai abbiamo avuto la sventura di patire carenze di liquidi, e un più generale grazie a tutti gli altri colleghi che ho avuto il piacere di conoscere in questo periodo formativo. Ovviamente, sarebbe imperdonabile da parte mia dimenticarmi di riservare un ulteriore ed imprescindibile riconoscimento per il supporto fornitomi agli altri miei amici, su tutti Manuele e Paolo.

Da ultimo, desidero concludere questa sezione esprimendo la mia gratitudine in ordine sparso a qualche altro soggetto tra quelli che hanno, per aspetti quanto mai eterogenei, contraddistinto quest'ultima fase della mia carriera accademica e non solo. Mi congedo dunque ringraziando Nonciclopedia per gli esilaranti contenuti e per aver fornito al sottoscritto la possibilità di imbrattare i suoi server con contributi di infimo livello, sottraendomi al contempo preziose energie alla redazione del presente scritto, Telecom Italia per la sua pervicace ostinazione nel non volermi permettere di usufruire di una connessione internet degna di un Paese industrializzato, impedendomi così di scialacquare una porzione ancora maggiore del mio tempo, Pippo per i prezzi amichevoli su bowling e biliardo, Habib per i kebab e il lussuoso ambiente nel quale li serve, Anna e Giovanni per i deliziosi spunti umoristici e gli ormai sciolti Catarrhal Noise per aver fatto da colonna sonora nel corso degli anni universitari.