

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea Triennale in Fisica

Tesi di Laurea

Studio del decadimento semileptonico del mesone B a CMS

Relatore

Prof. Franco Simonetto

Correlatore

Dr. Enrico Lusiani

Laureando

Jonathan Cavallin

Anno Accademico 2023/2024

Indice

Introduzione	III
1 Note teoriche e sperimentali introduttive	1
1.1 Soluzione analitica	1
1.2 Presentazione del problema	3
2 Analisi in funzione della massa corretta	4
2.1 Definizione e distribuzione di M_{corr}	4
2.2 Introduzione degli errori sperimentali nei dati simulati	5
2.2.1 Correzione lunghezza di volo	5
2.2.2 Correzione angolo θ	5
2.3 Distribuzione della massa corretta misurabile M_{corr}^{mis}	7
2.4 Confronto soluzioni analitiche E_{min}, E_{max}	8
2.5 Eventi con $\Delta < 0$: stima energetica E_0	11
2.6 Momento trasverso visibile p_t^{vis}	12
3 Regressioni con rete neurale	14
3.1 Variabili di input e parametri delle regressioni	14
3.2 Ricostruzione dell'energia	15
3.3 Ricostruzione del momento trasverso	21
Conclusioni	22
A Correzione lunghezza di volo	25
B Correzione angolo θ	27
C Grafici di interesse per le regressioni	28
C.1 Variabili di input	28
C.2 E_{true} vs M_{corr}^{mis}	28
Bibliografia	28

Introduzione

Al Large Hadron Collider, ad oggi il più grande acceleratore di particelle esistente, tra i molteplici adroni prodotti dalle collisioni p-p, di particolare interesse per indagare il fenomeno della violazione di simmetria CP sono i mesoni B neutri. Essi sono prodotti in coppie $B - \bar{B}$ che, condividendo stati finali di decadimento, sono soggette al fenomeno dell'oscillazione di sapore. In particolare, la collaborazione CMS intende cercare nuovi indizi di asimmetria materia-antimateria studiando l'oscillazione anche verso decadimenti semileptonici del tipo $B \rightarrow D\mu\nu_\mu$, in cui il mesone con beauty può essere un B^0 o un B_s^0 , e la carica del muone permette di discriminare il sapore del B decaduto. Per effettuare misure dell'oscillazione in funzione del tempo, specialmente per riuscire a risolvere le oscillazioni rapide $B_s^0 - \bar{B}_s^0$, è necessario conoscere il tempo proprio di decadimento t' del mesone, ricavabile dalla relazione $t' = \frac{L}{\gamma_B \beta c} = \frac{m_B L}{p_B}$, dove p_B è il momento del B nel sistema di riferimento del laboratorio e L è la sua lunghezza di decadimento (lunghezza di volo). Nel sistema di riferimento del laboratorio, noto il punto di produzione del B , detto anche vertice primario, la lunghezza di volo del mesone può essere determinata ricostruendo il vertice di decadimento, detto anche vertice secondario, intersecando le traiettorie del μ e del D in stato finale, che sono tracciabili dagli strumenti di CMS. Tuttavia, nel decadimento non è invece possibile rivelare direttamente il neutrino coinvolto, e mancano dunque le informazioni relative al suo quadri-impulso per poter determinare univocamente il momento p_B , o equivalentemente l'energia E , del mesone B . Infatti, dalle sole variabili cinematiche note sperimentalmente, la stima dell'energia iniziale del B può essere ricondotta analiticamente alla risoluzione di un'equazione di secondo grado (1.10), che presenta dunque un'intrinseca ambiguità di una doppia soluzione tra cui scegliere. È anche possibile pensare di ridurre il decadimento al piano perpendicolare alla direzione dei fasci di protoni, e ricostruire solamente la proiezione del momento del B in tale piano, il cosiddetto momento trasverso p_t . Anche in tal caso ovviamente ci si trova ad avere a che fare con due diverse soluzioni analitiche corrispondenti. È quindi necessario elaborare metodi che permettano di ricostruire con la precisione e l'accuratezza migliori possibili le variabili dinamiche di interesse del B decaduto.

Questo lavoro di tesi è dunque suddiviso in due parti. Nella prima si prosegue l'analisi di un precedente lavoro [1] in merito allo studio di variabili cinematiche utili ai fini della ricostruzione energetica del decadimento, esaminando in particolare la variabile *massa invariante corretta* (2.1) (si veda anche [2]), che mostra interessanti correlazioni con le grandezze che si vogliono determinare. Nella seconda parte si presentano quindi i risultati che sono stati ottenuti utilizzando una rete neurale per implementare una regressione che ricostruisca l'energia E o il momento trasverso p_t del B , a partire esclusivamente dalle grandezze sperimentalmente determinabili che si sono individuate come più efficaci, tra le quali proprio la massa invariante corretta. Nell'analisi si è fatto uso di un campione di 85354 eventi $B_s^0 \rightarrow D_s^- \mu^+ \nu_\mu$ ¹ simulati con metodo Monte Carlo e quindi completamente noti, a cui nel seguito ci si potrà riferire come Probe-side. In particolare, la fisica della produzione delle coppie $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ dalle collisioni p-p attraverso processi di interazione forte è stata simulata con il pacchetto *Pythia*, ad un'energia del centro di massa $\sqrt{s} = 13$ TeV. Per la simulazione dei processi di decadimento debole del B_s^0 si è invece utilizzato il pacchetto *EvtGen*. Per introdurre nei dati simulati gli effetti prodotti dagli inevitabili errori sperimentali, in modo tale da ottenere risultati il quanto più realistici possibile per la precisione e l'accuratezza delle variabili ricostruite, ci si è serviti di un set di $\approx 6.1 \cdot 10^6$ decadimenti adronici $B^\pm \rightarrow J/\psi K^\pm \rightarrow \mu^+ \mu^- K^\pm$ negli stessi intervalli energetici del Probe-side, simulati ancora con *Pythia*, ma in cui si è simulato anche il processo di rivelazione tramite gli strumenti di CMS con il pacchetto *GEANT*. A tali eventi ci si riferirà nel seguito anche come Tag-side. Questi decadimenti si utilizzano per stimare l'effetto di smearing con cui andare a "correggere" i dati simulati in Probe-side relativi alla lunghezza di volo L e alla direzione di volo ricostruita del B_s^0 , da cui dipendono le soluzioni analitiche.

¹con i corrispettivi decadimenti $\bar{B}_s^0 \rightarrow D_s^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu$. Nel seguito, se non diversamente specificato, si indicherà il solo decadimento del B_s^0 sottintendendo entrambi.

Capitolo 1

Note teoriche e sperimentali introduttive

1.1 Soluzione analitica

Come detto, imponendo la conservazione del quadri-impulso totale, è possibile determinare l'energia del B_s^0 decaduto con un'ambiguità di una doppia soluzione data da un'equazione di secondo grado. Si presenta nel seguito la derivazione che porta a tali soluzioni analitiche: ciò permette anche di introdurre diverse variabili cinematiche utili nel corso della trattazione.

Nel sistema di riferimento del laboratorio, si scelgono gli assi in modo che uno sia orientato nella direzione di volo del B_s^0 . Si indicano con $\mathcal{P}_{\mu,D} = (E_{\mu,D}, \vec{p}_{\mu,D})$ i quadri-impulsi del muone e del D_s , noti sperimentalmente. Si definisce quindi il quadri-impulso visibile:

$$\mathcal{P}_{vis} = (E_{vis}, \vec{p}_{vis}) = (E_{\mu} + E_D, \vec{p}_{\mu} + \vec{p}_D) \quad (1.1)$$

Si definiscono poi gli angoli θ e ϕ che formano rispettivamente il momento visibile \vec{p}_{vis} e il momento del neutrino \vec{p}_{ν} con la direzione di volo del B_s^0 :

$$\cos(\theta) = \frac{\vec{p}_{vis} \cdot \vec{p}_B}{|\vec{p}_{vis}| |\vec{p}_B|} \quad (1.2)$$

$$\cos(\phi) = \frac{\vec{p}_{\nu} \cdot \vec{p}_B}{|\vec{p}_{\nu}| |\vec{p}_B|} \quad (1.3)$$

Si consideri infine la direzione perpendicolare alla direzione di volo del B_s^0 , nel piano formato dal momento visibile e dal neutrino. Si definiscono le seguenti componenti:

$$p_{\perp,vis} = p_{vis} \sin(\theta) \quad (1.4)$$

$$p_{\perp,\nu} = p_{\nu} \sin(\phi) \quad (1.5)$$

Si riporta in figura 1.1 uno schema riassuntivo del decadimento e delle variabili introdotte.

Imponendo quindi la conservazione del quadri-impulso $\mathcal{P}_B = \mathcal{P}_{vis} + \mathcal{P}_{\nu}$, valgono le relazioni:

$$\begin{cases} E_B = E_{vis} + E_{\nu} \\ p_{\perp,vis} + p_{\perp,\nu} = 0 \\ p_B = p_{vis} \cos(\theta) + p_{\nu} \cos(\phi) \end{cases} \quad (1.6)$$

1.2 Presentazione del problema

Si possono individuare essenzialmente tre fattori che concorrono a rendere complessa la ricostruzione energetica del decadimento in esame, e sono qui esposti.

In primo luogo, come visto, si ha ovviamente la mancanza dell'informazione sulla cinematica del neutrino, che costituisce il problema principale, portando alla doppia soluzione energetica tra cui dover scegliere. L'alternativa più frequentemente in uso in letteratura, la cosiddetta approssimazione collineare, consiste semplicemente nel considerare le sole particelle visibili, trascurando del tutto il neutrino. Definita quindi la massa invariante visibile $M_{vis}^2 = (\mathcal{P}_D + \mathcal{P}_\mu)^2$, si approssima il fattore di Lorentz del B come $\gamma_B \approx \frac{E_{vis}}{M_{vis}}$. In tal modo si ha la stima $E_{B,coll} = m_B \frac{E_{vis}}{M_{vis}}$. Ciò permette di eliminare l'ambiguità quadratica, ma evidentemente tale assunzione sarà buona solo nei casi in cui $M_{vis} \approx m_B$. Qui e nel seguito si definisce la funzione di risoluzione R per una certa stima E_{stima} dell'energia del mesone B : $R(E_{stima}) = \frac{E_{stima} - E_B}{E_B}$. Similmente si definisce la risoluzione di una qualsiasi variabile cinematica ricostruita, come p_t . Da analisi precedenti [1] sugli stessi dati su cui si svolge il presente lavoro, si è trovato che l'approssimazione collineare permette di ricostruire l'energia del B con una risoluzione con distorsione della media $\bar{R} \approx -11.9\%$ e deviazione standard $\sigma \approx 20.4\%$ ². L'uso del metodo analitico precedente e della regressione hanno come obiettivo eliminare la distorsione, riducendo nel contempo la larghezza RMS della funzione di risoluzione.

In secondo luogo, nella ricostruzione del vertice secondario dall'intersezione delle traiettorie del μ e del D sono ovviamente presenti errori sperimentali dati dalla risoluzione dei rivelatori in uso. Come visto, le soluzioni analitiche dipendono dall'angolo θ e quindi proprio dalla direzione di volo del B . Pertanto, nella pratica le due soluzioni sono influenzate da effetti di smearing che alterano la loro distribuzione ottenibile analiticamente o da simulazione, rendendo meno marcata la loro distinzione e dunque più complesso il processo. Oltretutto, come si esamina nel seguito, dai dati reali si ottengono casi in cui l'equazione associata ha $\Delta < 0$, ed è quindi di fatto impossibile scegliere una soluzione. È anche per questi motivi che si è scelto di implementare un algoritmo di regressione e non di classificazione.

Da ultimo, è necessario considerare che il decadimento semileptonico del B_s^0 che si analizza può avvenire anche attraverso stadi intermedi con produzione del D_s in stato eccitato, cui segue l'emissione di uno o più fotoni che non vengono rivelati. Per distinguere tali casi si introduce il concetto di rango. In particolare si può avere:

- $B_s^0 \rightarrow D_s \mu \nu_\mu$, con rango 1, in cui è mancante la sola informazione sulla cinematica del neutrino;
- $B_s^0 \rightarrow D_s^* \mu \nu_\mu \rightarrow D_s \mu \nu_\mu + \gamma$, con rango 2, in cui è mancante anche l'informazione energetica sul fotone;
- $B_s^0 \rightarrow D_s^{**} \mu \nu_\mu \rightarrow D_s \mu \nu_\mu + \gamma \gamma$, con rango 3, in cui è mancante anche l'informazione energetica sui due fotoni.

È dunque evidente che sperimentalmente sarà presente un errore sistematico intrinseco sulla ricostruzione energetica del B_s^0 per eventi con rango 2 e 3 (si veda anche [1], par. 1.2.1). Nel seguito, si è quindi considerata la possibilità che la nuova variabile massa corretta sia potenzialmente sensibile al rango del decadimento, in modo che la rete neurale possa tenerne conto per correggere il suo effetto sistematico in tali eventi. È in ogni caso possibile che la rete riesca ad acquisire l'informazione necessaria per discriminare in base al rango anche a partire da altre variabili che si forniscono. D'altronde si è scelto di fare ricorso al machine learning proprio nell'ottica di riuscire a sfruttare pattern e correlazioni meno evidenti, che sfuggono agli approcci più classici adottati sinora in [1].

²Si intende che globalmente la distribuzione di R così trovata presenta un valor medio $\bar{R} \approx -0.119$ e una deviazione standard $\sigma \approx 0.204$.

Capitolo 2

Analisi in funzione della massa corretta

In questo capitolo si introduce la variabile cinematica massa invariante corretta M_{corr} , che rappresenta una stima migliore della massa invariante dai dati disponibili rispetto a M_{vis} . Si esamina la sua distribuzione sia sui dati simulati (e quindi esatti) che su quelli corretti introducendo lo smearing sperimentale dal Tag-side. Si analizza poi l'andamento e la correlazione delle due soluzioni energetiche E_{min}, E_{max} e della componente visibile del momento trasverso p_t in funzione della massa corretta, utilizzando sempre i dati realistici che includono l'effetto degli errori. Si esamina anche il caso di eventi che restituiscono $\Delta < 0$, che risulta essere di particolare interesse.

2.1 Definizione e distribuzione di M_{corr}

La variabile massa invariante corretta M_{corr} è definita a partire dalla massa invariante visibile M_{vis} , introducendo anche il contributo dell'unica componente del momento del neutrino che può essere ricavata, ovvero $p_{\perp,\nu}$ (1.5):

$$M_{corr} = \sqrt{M_{vis}^2 + p_{\perp,\nu}^2} + p_{\perp,\nu} \quad (2.1)$$

Sperimentalmente questa è determinabile sfruttando la conservazione del momento (1.6), per la quale $p_{\perp,\nu} = -p_{\perp,vis}$. In tal modo si ha solo dipendenza da grandezze note.

In figura 2.1 è riportato l'andamento di M_{corr} dai dati simulati, in cui si è anche distinto in base al rango del decadimento. Si nota come siano presenti due picchi ben distinti ed un terzo meno pronunciato nella distribuzione complessiva. Dal grafico si evince che tali picchi sono associati ad una concentrazione di eventi di diverso rango per i valori di M_{corr} in questione. In particolare, il primo picco, più largo, corrisponde ad eventi con rango 2; il secondo ed il terzo, più stretti, corrispondono ad eventi di rango 1. Gli eventi di rango 3 sono molto meno numerosi e non si concentrano attorno ad un picco. Tali risultati sono coerenti con quanto trovato in [1], par. 1.2.1, in cui si evidenzia la medesima struttura con tre picchi analoghi. Si potrebbe concludere che la variabile cinematica massa corretta porti anche informazione sul rango del decadimento in esame, e come detto ciò risulterebbe sicuramente utile per la regressione. Tuttavia, tale informazione sul rango sembra andare persa a seguito dell'introduzione degli errori sperimentali nel calcolo di M_{corr} , di cui si tratta ora.

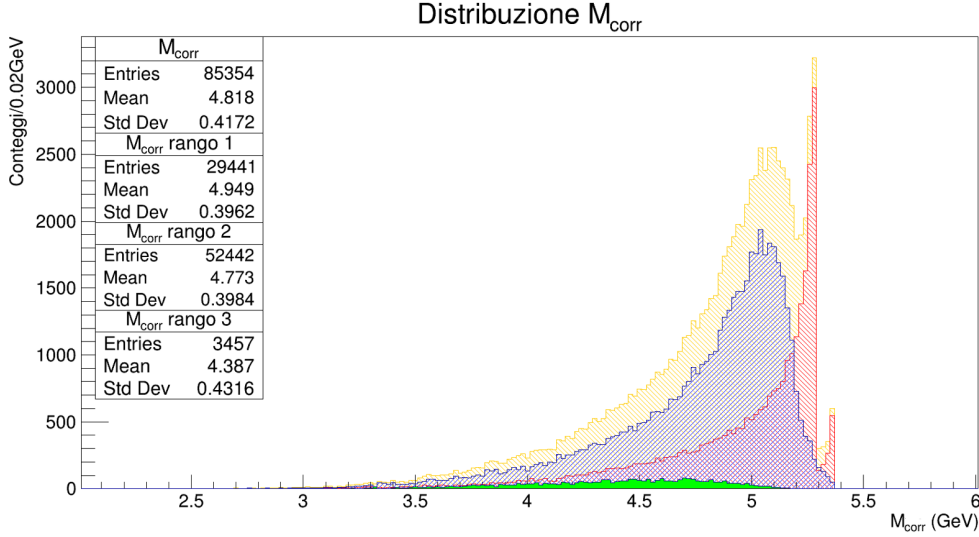


Figura 2.1: Distribuzione di M_{corr} con dati simulati: rispettivamente in rosso gli eventi con rango 1, in blu gli eventi con rango 2 e in verde gli eventi con rango 3; in giallo la distribuzione complessiva. Si nota come il suo valore massimo sia minore della massa invariante $m_{B_s} \approx 5.37 GeV$, come atteso in assenza di errori sperimentali. Si nota anche come la distribuzione abbia una larghezza minore di M_{vis} (si veda [1], par. 2.1).

2.2 Introduzione degli errori sperimentali nei dati simulati

Si lavora ora sui dati del Tag-side relativi ai decadimenti adronici $B^\pm \rightarrow \mu^+ \mu^- K^\pm$, per introdurre nei valori esatti di L e θ in Probe-side l'effetto dello smearing sperimentale. Nel Tag-side sono disponibili sia i dati esatti da generazione che quelli che simulano il processo di rivelazione e ricostruzione di CMS. Dalla differenza delle posizioni esatta e ricostruita del vertice di decadimento è quindi possibile stimare un'incertezza trasferibile al Probe-side.

2.2.1 Correzione lunghezza di volo

Nel Tag-side, si genera l'istogramma bidimensionale 2.2 per il numero di eventi con una lunghezza di volo esatta L e un errore gaussiano σ_L associato alla lunghezza di volo ricostruita. In Appendice si riporta inoltre in figura A.2 l'istogramma bidimensionale per il numero di eventi con lunghezza di volo esatta L e un errore relativo associato $\frac{\sigma_L}{L}$. Si effettuano le proiezioni dell'istogramma 2.2 in diversi intervalli di L , ottenendo gli istogrammi per le distribuzioni degli errori σ_L riportati in Appendice in figura A.1. Si assume quindi che in ciascun intervallo di lunghezza di volo esatta in Probe-side, la relativa incertezza σ_L da associare al suo valore segua un andamento paragonabile alle distribuzioni appena ottenute. Per ciascuna L nel Probe-side si procede dunque a generare randomicamente il relativo σ_L secondo la rispettiva distribuzione. In tal modo, il valore della nuova lunghezza di volo effettivamente misurabile L_{mis} si trova sommando ad L lo scarto δL , generato casualmente da una distribuzione gaussiana di parametro σ_L e centrata in zero:

$$L_{mis} = L + \delta L = L + N(0, \sigma_L) \quad (2.2)$$

Si determina per ogni evento anche la significanza della lunghezza di volo misurabile, pari al rapporto $\frac{L_{mis}}{\sigma_L}$, utile nel seguito.

2.2.2 Correzione angolo θ

Ancora sui dati del Tag-side, si procede a definire l'angolo α come il modulo della differenza tra la direzione di volo esatta del B^\pm disponibile da simulazione, e quella ottenibile dalla ricostruzione del vertice secondario. Definita la significanza $\frac{L}{\sigma_L}$ sulla lunghezza di volo esatta in Tag-side, si genera l'istogramma bidimensionale 2.3, dal quale si nota che, come atteso, per valori di significanza maggiori l'errore α

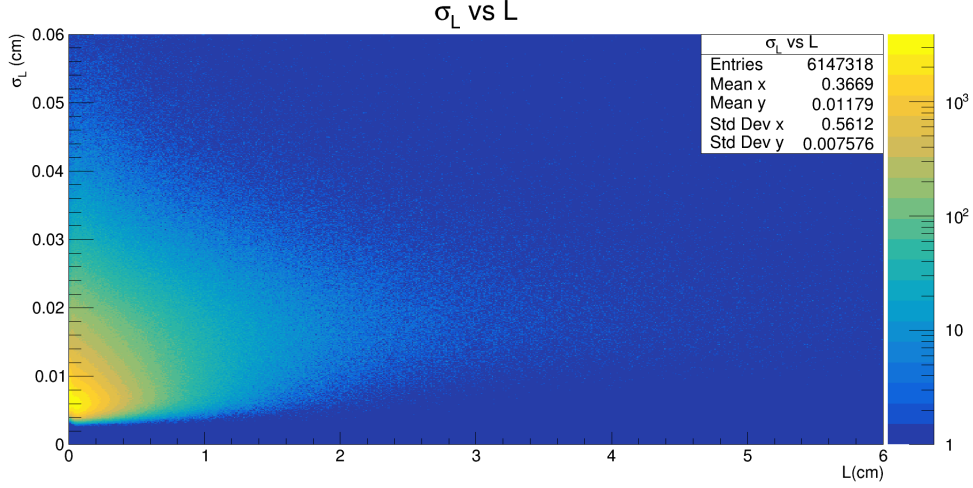


Figura 2.2: Istogramma bidimensionale per il numero di eventi nel Tag-side con una lunghezza di volo esatta L e un'incertezza sulla lunghezza di volo ricostruita σ_L .

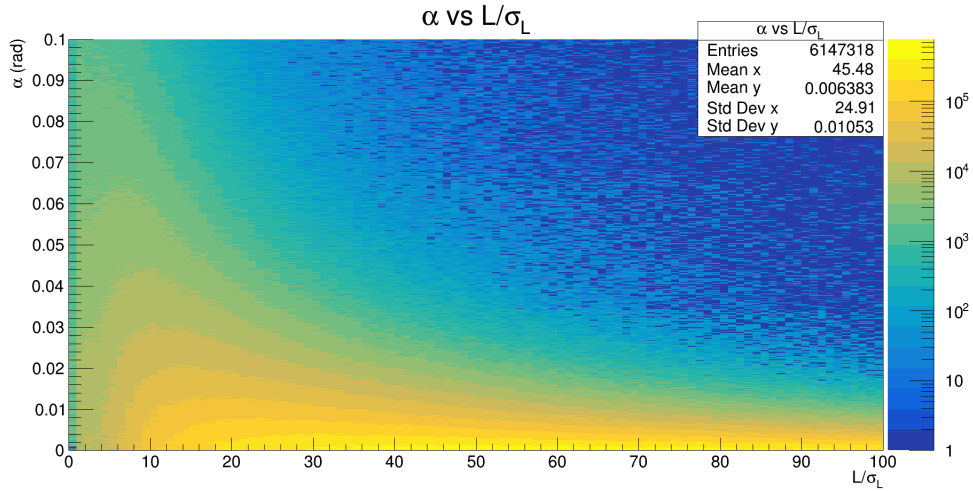


Figura 2.3: Istogramma bidimensionale per il numero di eventi nel Tag-side a cui si associa una significanza sulla lunghezza di volo L/σ_L e un angolo di errore sulla determinazione della direzione di volo α .

compresso sulla determinazione della direzione di volo diminuisce. In particolare nell'istogramma si è rinormalizzata la distribuzione degli angoli α moltiplicando l'altezza di ciascun bin per il peso $\sin(\alpha)$. Si effettuano quindi le proiezioni di tale istogramma bidimensionale in diversi intervalli di significanza, e si fittano i grafici ottenuti con una funzione $f(\alpha)$ data dalla somma di due gaussiane centrate in zero e un'esponenziale negativo: $f(\alpha) = N_1(0, \sigma_1) + N_2(0, \sigma_2) + Ae^{-\lambda\alpha}$. Si riportano in appendice in figura B.1 le proiezioni e le rispettive funzioni di fit ottenute. Chiaramente, l'errore sulla determinazione della direzione di volo si ripercuote sulla determinazione dell'angolo θ . Assumendo che nel Probe-side l'andamento di α sia analogo al Tag-side per ciascun intervallo di significanza sulla lunghezza di volo misurabile $\frac{L_{mis}}{\sigma_L}$, si correggono gli angoli θ esatti disponibili da simulazione con $\theta_{mis} = \theta \pm \alpha$, dove α è generato casualmente secondo le distribuzioni $f(\alpha)$ ottenute dai fit nell'intervallo di significanza corretto.¹

¹Il segno di α è generato randomicamente secondo una distribuzione uniforme che restituisce ± 1 , dovendo modellizzare un errore di tipo casuale sulle misure.

2.3 Distribuzione della massa corretta misurabile M_{corr}^{mis}

È ora possibile determinare la distribuzione della variabile massa corretta effettivamente misurabile tenendo conto degli errori sperimentali sulla ricostruzione del vertice di decadimento:

$$M_{corr}^{mis} = \sqrt{M_{vis}^2 + p_{vis}^2 \text{sen}^2(\theta_{mis})} + p_{vis} \text{sen}(\theta_{mis}) \quad (2.3)$$

Si riporta in figura 2.4 il grafico del suo andamento, dal quale si nota come l'effetto dello smearing sperimentale, oltre ovviamente ad allargare la distribuzione, produce una lunga coda a valori superiori alla massa invariante m_{B_s} (in $\approx 20.5\%$ degli eventi), cosa teoricamente non consentita per la conservazione dell'energia. Inoltre, si nota come non siano più presenti i precedenti picchi isolati, poiché le singole distribuzioni relative agli eventi di rango 1 e 2 risultano maggiormente sovrapposte e non ben separate come trovato in 2.1. Pertanto, l'informazione sul rango del decadimento in M_{corr} sembrerebbe andare persa a seguito dell'introduzione degli errori di misura. È tuttavia possibile che fornendo alla rete anche σ_L come parametro, oltre ovviamente a L_{mis} che è correlata all'energia del B_s^0 da ricostruire, questa possa riuscire a tener conto del diverso contributo di errore introdotto in ciascun caso, correggendolo. Si utilizzerà quindi anche tale variabile nella regressione.

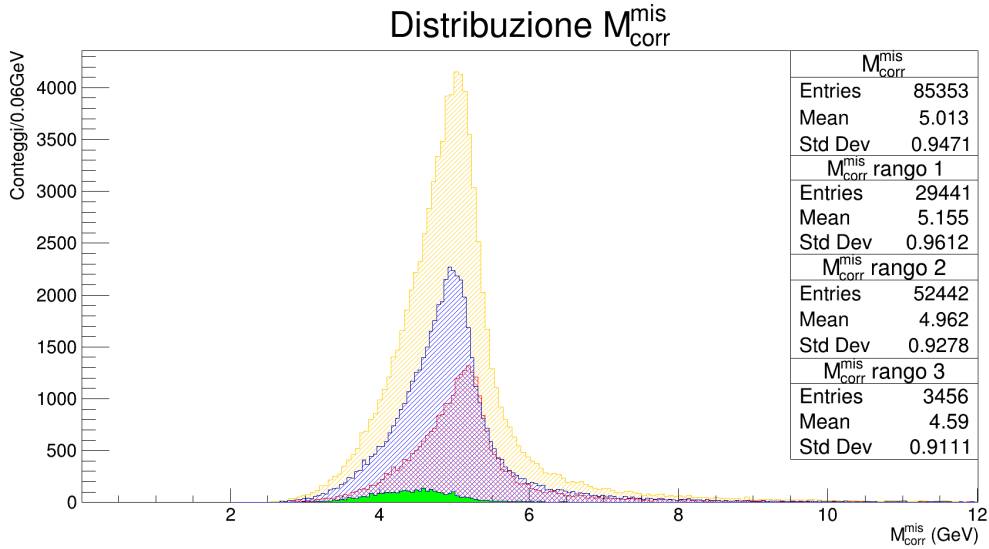


Figura 2.4: Distribuzione della variabile massa corretta effettivamente misurabile M_{corr}^{mis} : rispettivamente in rosso gli eventi con rango 1, in blu gli eventi con rango 2 e in verde gli eventi con rango 3; in giallo la distribuzione complessiva.

2.4 Confronto soluzioni analitiche E_{min} , E_{max}

Si analizza ora l'andamento delle due soluzioni analitiche E_{min} , E_{max} in relazione alla M_{corr}^{vis} , utilizzando per il loro calcolo θ_{mis} nel risolvere la (1.10), ovvero i dati disponibili in condizioni sperimentali. In questa sezione si esaminano dunque esclusivamente gli eventi che restituiscono $\Delta \geq 0$, pari a $\approx 76.0\%$ dei casi.

Dai grafici in figura 2.5, coerentemente con quanto trovato in [1], si può notare come la E_{min} corrisponda alla scelta della soluzione corretta ² nella maggior parte dei casi, e permetta quindi di ottenere l'accuratezza e la precisione migliori fra le due sulla stima dell'energia E . Ciò risulta ancor più evidente confrontando le proiezioni dei precedenti istogrammi bidimensionali in diversi intervalli di M_{corr}^{mis} , che si riportano in figura 2.6. Si nota inoltre come tutti gli eventi riportati abbiano $M_{corr}^{mis} < m_B$, ossia la (1.10) ammette soluzioni ($\Delta \geq 0$) solo nei casi in cui gli errori sperimentali permettano comunque di rispettare la conservazione dell'energia per M_{corr}^{mis} .

Si trova che E_{min} presenta una risoluzione con distorsione $\bar{R} \approx -13.8\%$ e deviazione standard $\sigma \approx 13.8\%$. Come ci si aspetta, per valori di M_{corr}^{mis} crescenti, ossia quando è minore l'informazione energetica mancante relativa al neutrino, migliora progressivamente la risoluzione ottenibile da entrambe le soluzioni. In particolare, per eventi con $M_{corr}^{mis} \in [5GeV; m_B]$, pari a $\approx 21.4\%$ del totale del campione disponibile, E_{min} permette di ottenere una risoluzione con distorsione $\bar{R} \approx -8.3\%$ e deviazione standard $\sigma \approx 10.2\%$.

È interessante osservare che per entrambi gli istogrammi in figura 2.5 si nota come nei casi in cui la soluzione considerata corrisponda a quella errata, ossia per valori del rapporto $r = \frac{E_{min,max}}{E}$ che si discostano da $r = 1$, sia presente un'evidente correlazione pressoché lineare con la variabile M_{corr}^{mis} , con i punti che si distribuiscono lungo una "coda" obliqua. Tali correlazioni possono essere certamente sfruttate dalla regressione per correggere i valori delle soluzioni analitiche forniti alla rete.

²Nel senso di soluzione più vicina al valore vero, considerando la presenza degli errori sulle misure.

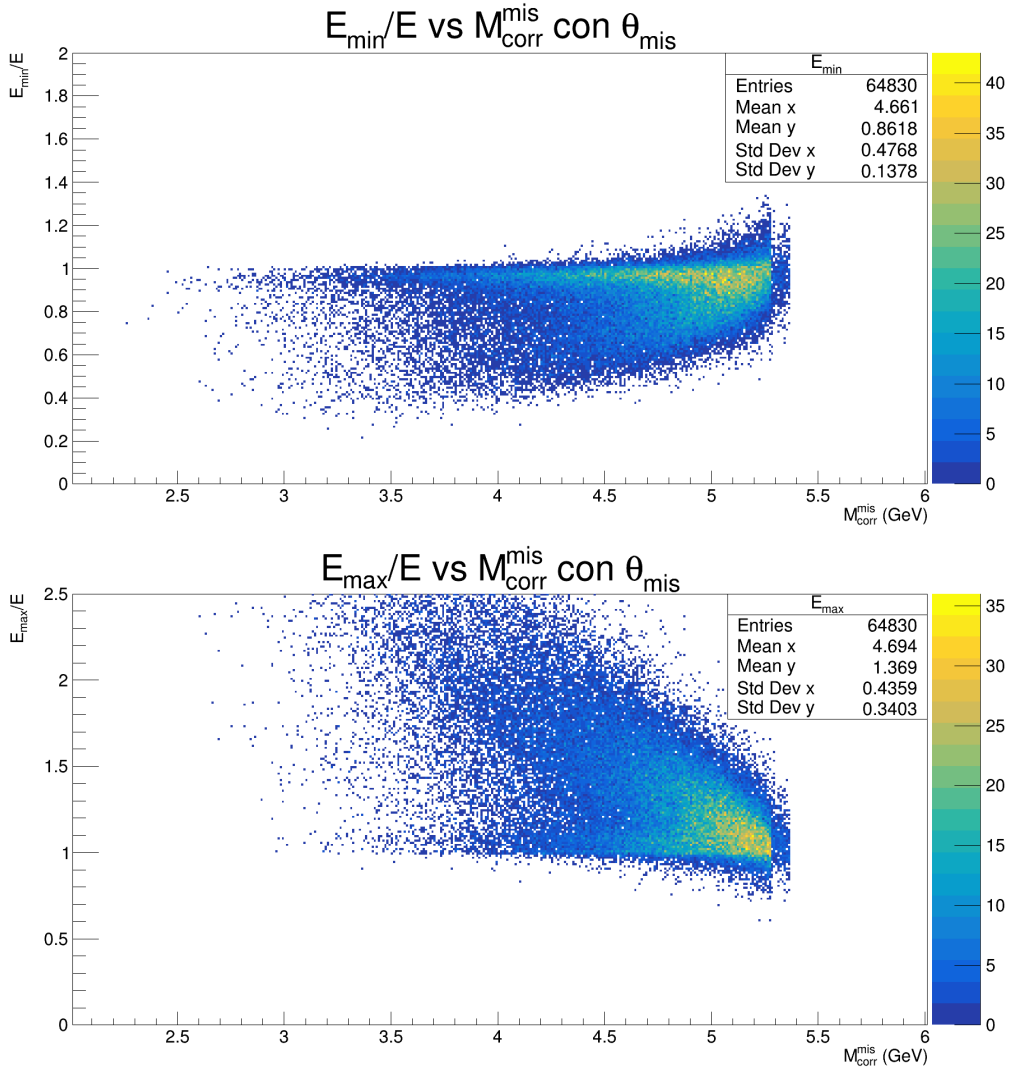


Figura 2.5: Istogrammi bidimensionali in cui si confronta l'andamento del rapporto $r = \frac{E_{\min, \max}}{E}$ fra le soluzioni analitiche e il valore vero E , noto da simulazione, in funzione di $M_{\text{corr}}^{\text{mis}}$. Si nota come E_{\min} permetta complessivamente di ottenere un errore medio decisamente più basso, e presenti una distribuzione più stretta. Si evidenzia la presenza di due "code" ben distinguibili in ciascuno dei grafici: una orizzontale, corrispondente ai casi in cui la soluzione scelta è quella corretta a meno degli errori di misura, ed una obliqua che denota una evidente correlazione con la $M_{\text{corr}}^{\text{mis}}$ anche nei casi in cui si sceglie la soluzione errata.

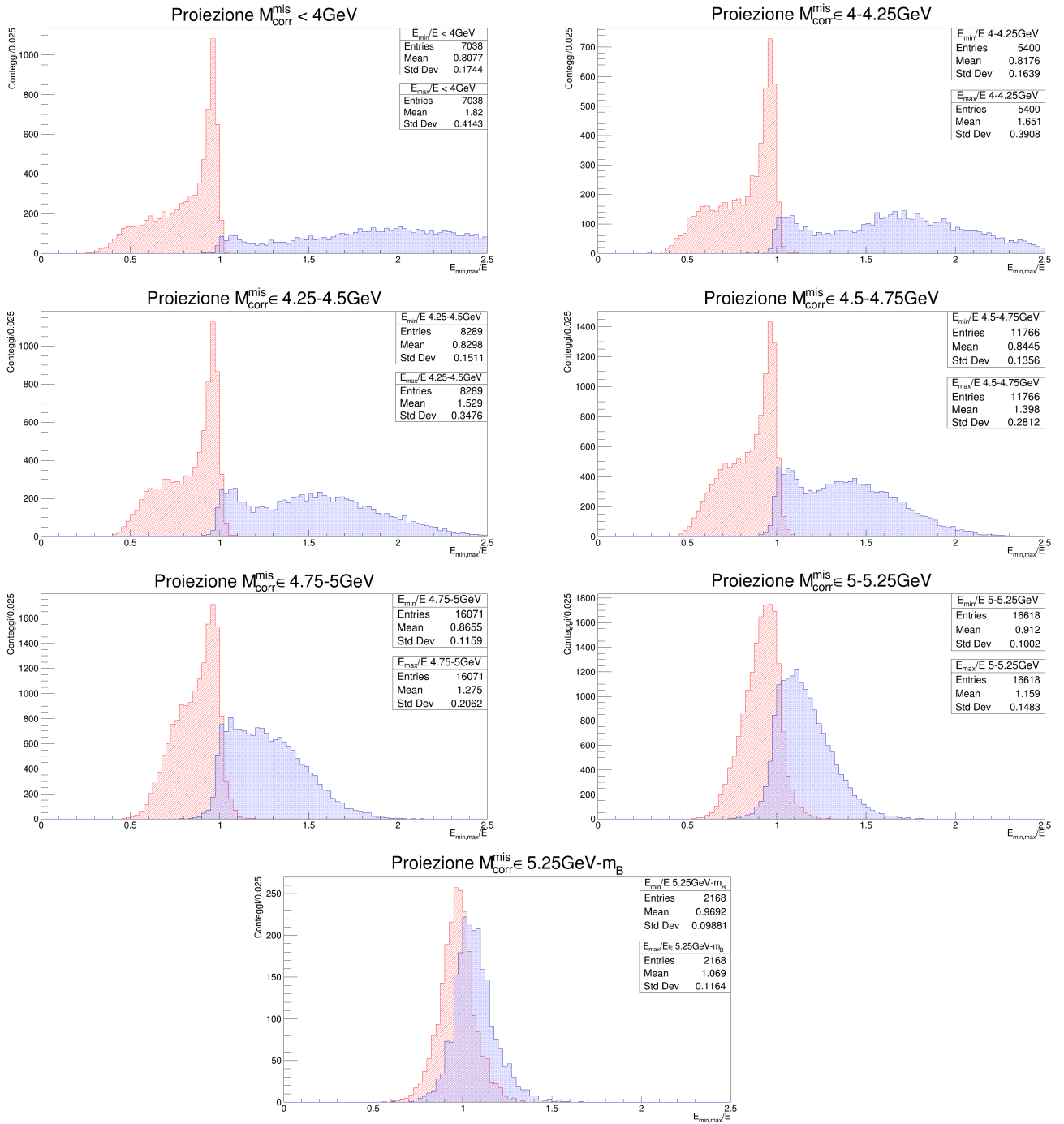


Figura 2.6: Proiezioni degli istogrammi in figura 2.5 in diversi intervalli di M_{corr}^{mis} ; rispettivamente in rosso le proiezioni relative all'istogramma per E_{min} e in blu per E_{max} . Evidentemente E_{min} corrisponde alla soluzione analitica più accurata e con la dispersione minore in tutti gli intervalli di M_{corr}^{mis} . La differenza risulta estremamente marcata per eventi con $M_{corr}^{mis} \lesssim 5\text{GeV}$. Come ci si aspetta, per valori di massa corretta crescenti migliora progressivamente la risoluzione ottenibile da entrambe le soluzioni, ed in particolare, nell'intervallo $M_{corr}^{mis} \in [5.25\text{GeV}; m_B]$ E_{min} raggiunge una risoluzione con $\bar{R} \approx -3.1\%$ e $\sigma \approx 9.9\%$.

2.5 Eventi con $\Delta < 0$: stima energetica E_0

Si esamina ora il caso di eventi che restituiscono $\Delta \leq 0$, pari a $\approx 24.0\%$ del campione. Non essendo possibile determinare le due soluzioni analitiche, in questi casi si sceglie di fornire come stima dell'energia iniziale del B_s^0 : $E_0 = -\frac{b}{2a}$, ovvero si pone $\Delta = 0$ in (1.11), utilizzando sempre θ_{mis} nel calcolo. Ciò corrisponde anche a considerare la media delle due soluzioni in senso complesso. Si riporta in figura 2.7 l'istogramma bidimensionale per l'andamento del rapporto $r = \frac{E_0}{E}$ in relazione alla M_{corr}^{mis} . Si nota come tali casi corrispondano in gran parte agli eventi per cui $M_{corr}^{mis} > m_B$, ossia quelli teoricamente non permessi che cadono nella lunga coda di destra in figura 2.4. Solo nel $\approx 2.6\%$ dei casi si hanno eventi con $\Delta < 0$ che rispettano comunque la conservazione dell'energia, ovvero con $M_{corr}^{mis} < m_B$. Dal grafico si nota come E_0 sia ben distribuito attorno al valor vero per $M_{corr}^{mis} \lesssim 6\text{GeV}$, e poi tenda ad essere progressivamente sempre più una sottostima di E al crescere di M_{corr}^{mis} , con un evidente andamento pressoché lineare. Nuovamente, tale forte correlazione può certamente essere d'aiuto per la regressione con rete neurale in eventi con alti valori di massa corretta.

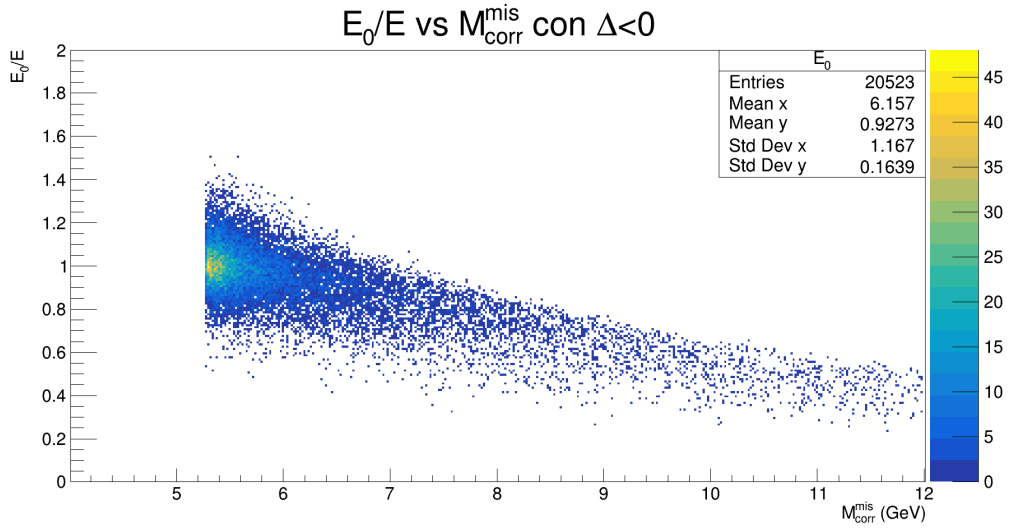


Figura 2.7: Iistogramma bidimensionale per il rapporto $r = \frac{E_0}{E}$ in funzione di M_{corr}^{mis} nei casi di eventi con $\Delta < 0$. Si nota una concentrazione di eventi attorno al valore vero per bassi valori di M_{corr}^{mis} e un andamento di sistematica sottostima a valori crescenti della massa corretta.

Più nel dettaglio, effettuando delle proiezioni dell'istogramma 2.7, che si riportano in figura 2.8, si trova che nell'intervallo $M_{corr}^{mis} \in [5.2; 5.8]\text{GeV}$ la stima E_0 permette di ottenere una distorsione nulla, ossia $\bar{R} = 0.0\%$, con una risoluzione di deviazione standard $\sigma \approx 10.9\%$, dunque piuttosto stretta. Tale risultato è molto interessante, dal momento che potrebbe già costituire una prima strategia per ricostruire l'energia iniziale del B_s^0 , utilizzando solamente una parte limitata ma comunque consistente dei dati a disposizione, pari a $\approx 13.3\%$ degli eventi dall'analisi svolta. Chiaramente, tramite la regressione si vuole riuscire a ricostruire il decadimento al meglio per quanti più eventi possibile, anche nei restanti intervalli di M_{corr}^{mis} , così da aumentare la statistica. Pertanto, tale risultato è da considerare come di partenza, da integrare con quanto si otterrà dalla regressione su tutti i dati disponibili, ed eventualmente da migliorare anche nello stesso intervallo di massa corretta.

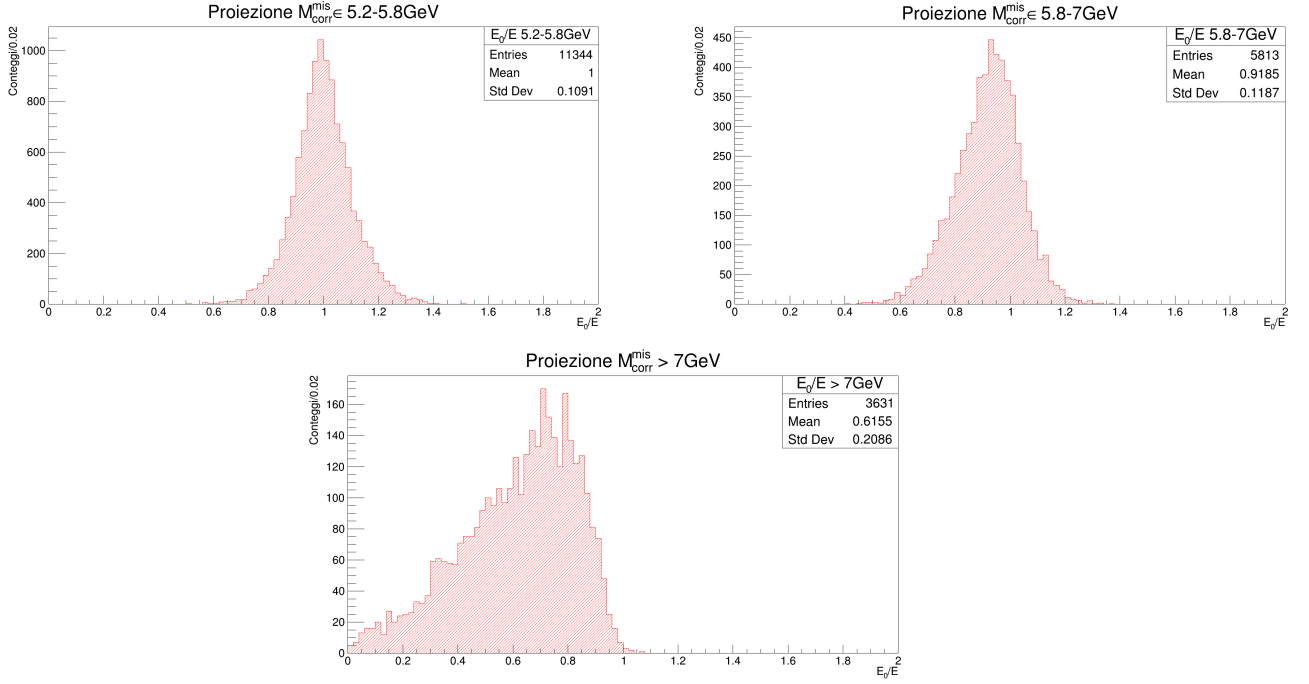


Figura 2.8: Proiezioni dell'istogramma bidimensionale 2.7 in diversi intervalli di M_{corr}^{mis} . Si nota come nell'intervallo $M_{corr}^{mis} \in [5.2; 5.8] GeV$ si ottenga $\bar{R} = 0.0\%$, con $\sigma \approx 10.9\%$.

2.6 Momento trasverso visibile p_t^{vis}

Nell'analisi svolta finora ci si è occupati della ricostruzione dell'energia iniziale del B_s^0 , ossia equivalentemente, della ricostruzione del suo momento totale p_B nel sistema di riferimento del laboratorio, sempre nell'ottica di dover determinare il tempo proprio di decadimento del mesone $t' = \frac{m_B L}{p_B}$.

Definito un sistema di riferimento xyz , con z diretto lungo la direzione dei fasci di protoni, x diretto verso il centro di LHC e y uscente dal rivelatore, una possibile alternativa consiste invece nel cercare di ricostruire il momento del B_s^0 giacente nel solo piano xy : il momento trasverso p_t . Ciò è possibile poichè, noto p_t , si può ricavare t' conoscendo la proiezione di L perpendicolare alla direzione dei fasci, che si indica con L_{xy} . Questa è ovviamente determinabile, al pari di L , sempre dalla ricostruzione del vertice secondario di decadimento, come già visto. In tal modo si ha quindi $t' = \frac{m_B L_{xy}}{p_t}$. L'idea è quella che, riducendo il numero di dimensioni, e quindi le componenti incognite del momento del neutrino oltre che le variabili affette da errore, si riescano ad ottenere dalla regressione un'accuratezza ed una precisione superiori sulla determinazione di p_t . Eventualmente è anche possibile pensare di combinare l'utilizzo dei due metodi negli intervalli di M_{corr}^{mis} in cui risultano più efficaci.

Sperimentalmente è noto il momento trasverso visibile p_t^{vis} , ovvero la componente nel piano xy di \vec{p}_{vis} , con riferimento alla (1.1). Si riporta in figura 2.9 l'istogramma bidimensionale sugli eventi disponibili per l'andamento del rapporto $r = \frac{p_t^{vis}}{p_t}$ in relazione alla M_{corr}^{mis} . Dal grafico si evidenzia una struttura a due "code" per bassi valori della massa corretta, associabili alle due diverse soluzioni analitiche per gli eventi con $\Delta > 0$ (che come visto corrispondono a valori di $M_{corr}^{mis} < m_B$). Si nota invece che per valori di M_{corr}^{mis} crescenti gli eventi tendano ad avere una distribuzione più stretta, avvicinandosi a $r = 1$. Dalle proiezioni dell'istogramma, riportate in figura 2.10, si ha conferma di quanto appena esposto. Globalmente, si ottiene una risoluzione con $\bar{R} \approx -19.0\%$ e $\sigma \approx 13.7\%$, dunque una distribuzione di larghezza paragonabile a quanto trovato per E_{min} ma con distorsione maggiore. Per eventi con $M_{corr}^{mis} > 7 GeV$ tale variabile fornisce invece risultati migliori rispetto a quanto ottenuto in precedenza in 2.8 considerando E_0 ; si trova infatti $\bar{R} \approx -18.3\%$ con $\sigma \approx 12.5\%$.

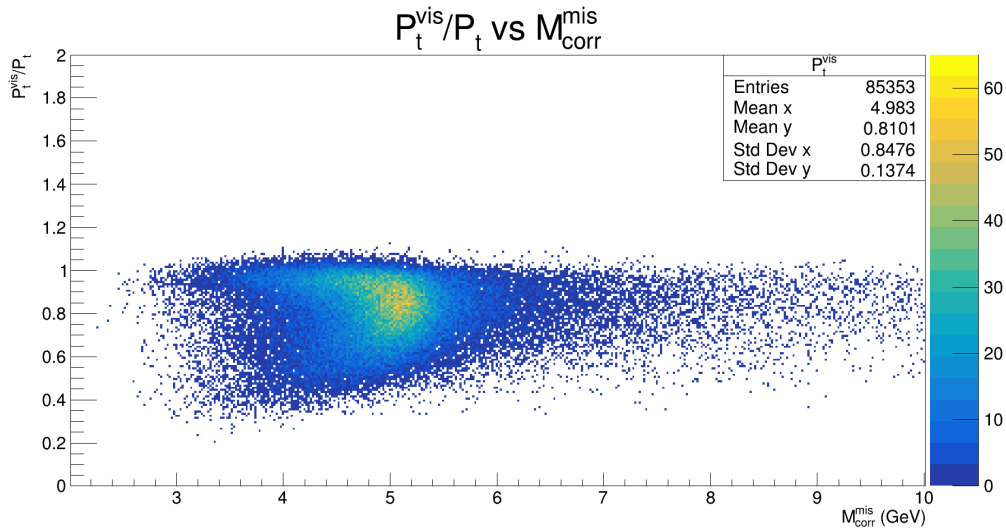


Figura 2.9: Istogramma bidimensionale del rapporto $r = \frac{p_t^{vis}}{p_t}$ in relazione a M_{corr}^{mis} . Si evidenzia una struttura a due code per bassi valori di M_{corr}^{mis} , a cui è associato $\Delta > 0$, le quali tendono poi a convergere avvicinandosi a $r = 1$.

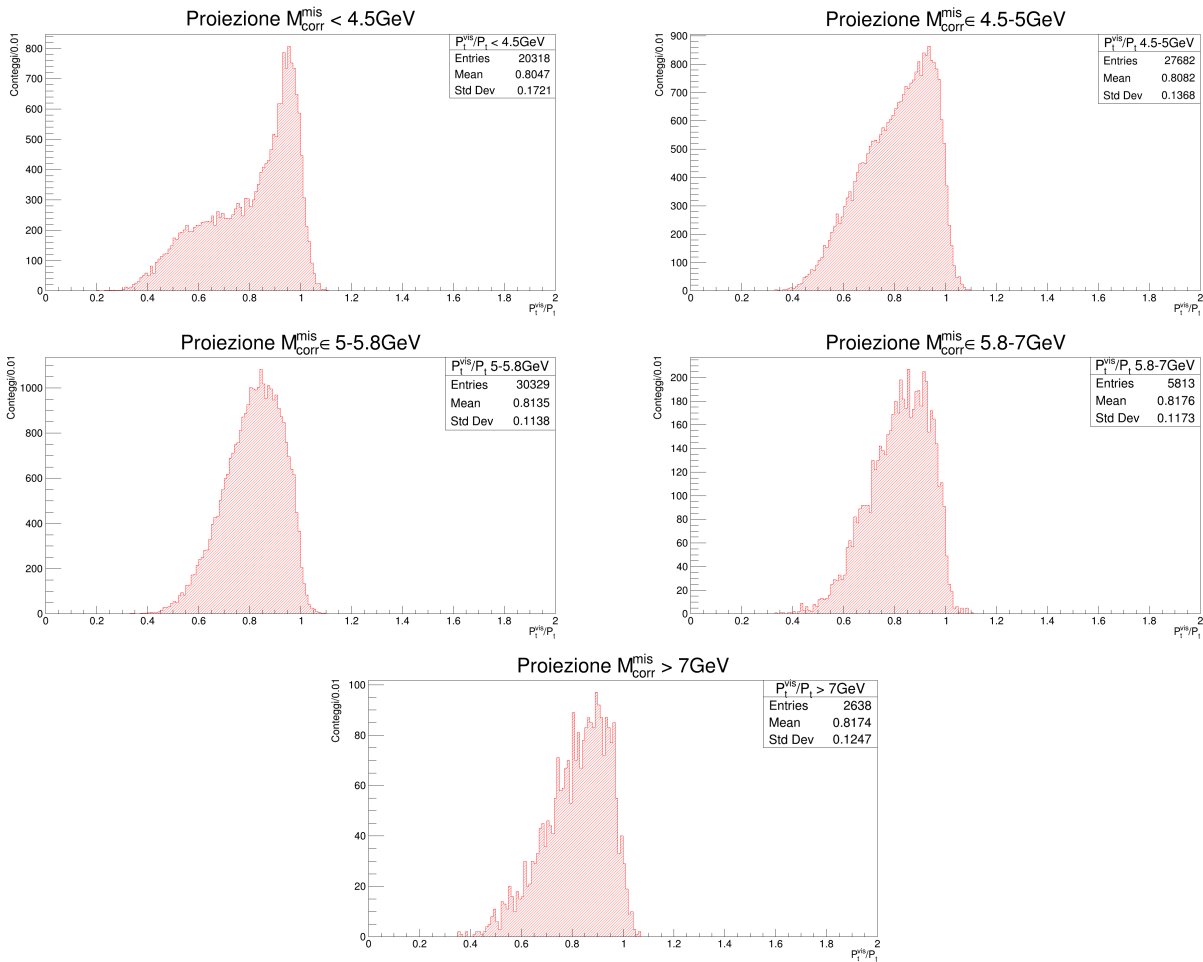


Figura 2.10: Proiezioni dell'istogramma bidimensionale 2.9 in diversi intervalli di M_{corr}^{mis} . Si nota come per bassi valori di massa corretta si ottenga una distribuzione più larga e senza un unico picco definito, a motivo della struttura a due code. Per valori maggiori di M_{corr}^{mis} diminuisce la distorsione e la distribuzione si stringe; in particolare per $M_{corr}^{mis} > 7\text{GeV}$ si ha $\bar{R} \approx -18.3\%$ con $\sigma \approx 12.5\%$, che rappresenta un miglioramento in questo range rispetto a quanto trovato per E_0 .

Capitolo 3

Regressioni con rete neurale

In questo capitolo si presentano i risultati ottenuti dalle due regressioni con rete neurale. In particolare, si confronta l'andamento della risoluzione sull'energia e sul momento trasverso che restituisce la rete nei diversi intervalli di M_{corr}^{mis} , con quanto trovato in precedenza nella trattazione. Si esamina inoltre l'andamento delle risoluzioni ottenute nei diversi intervalli di energia del B_s^0 .

3.1 Variabili di input e parametri delle regressioni

Si è fatto uso della libreria TMVA di ROOT. Per entrambe le regressioni, i risultati migliori si ottengono utilizzando una DNN (*Deep Neural Network*), composta da 4 layer di 50 neuroni ciascuno, con funzione di attivazione TANH per ogni layer, ad eccezione del layer di output per cui si sceglie la funzione LINEAR. Per ciascuna regressione si costruisce una n-tupla di variabili con i dati Probe-side, nella quale metà dei dati, scelti randomicamente, si utilizzano per la fase di training, e la metà restante per la fase di test.

A seguito di alcune prove, si selezionano le seguenti variabili sperimentalmente note come input di entrambe le regressioni, dalle quali si trovano i risultati migliori per la risoluzione:

- M_{corr}^{mis} , M_{vis} ;
- E_{min} , E_{max} , Δ ;
- L_{mis} , con il relativo σ_L generato come esposto in 2.2.1;
- $\cos(\theta_{mis})$;
- il momento del μ e del D_s , espressi in coordinate polari dalla terna (p_t, Φ, η) , dove Φ è l'angolo azimutale formato dal momento trasverso p_t con l'asse x , mentre η è la pseudorapidità, definita a partire dall'angolo polare Θ come $\eta = -\ln(\tan\frac{\Theta}{2})$.

Si riportano in Appendice, in figura C.1, i grafici per l'andamento di tutte le variabili di input sui dati di training.

3.2 Ricostruzione dell'energia

In figura 3.1 si confronta l'andamento dell'energia E_{true} del B_s^0 dai dati di test del Probe-side con l'energia E_{regr} ricostruita dalla regressione. Si nota qualitativamente come le due distribuzioni siano ben sovrapposte e non ci siano deviazioni particolarmente marcate.

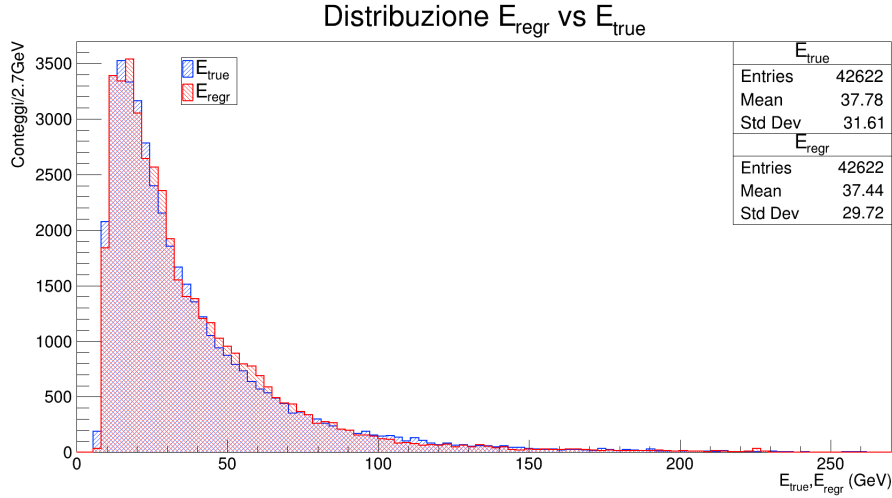


Figura 3.1: Distribuzione di E_{true} vs E_{regr} sui dati di test.

Si procede dunque a determinare la distribuzione della risoluzione di E_{regr} . In figura 3.2 è riportato il suo grafico. Si trova su tutti i dati di test una risoluzione con distorsione $\bar{R} \approx 2.2\%$ e deviazione standard $\sigma \approx 15.9\%$.

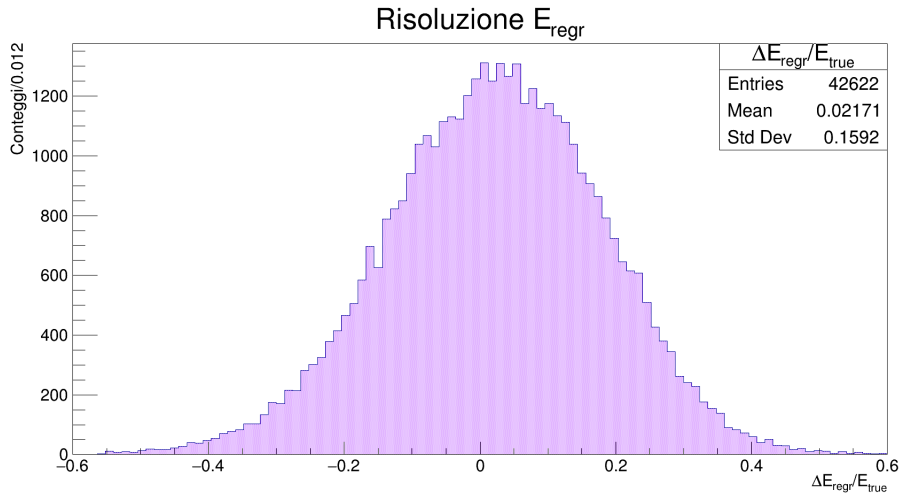


Figura 3.2: Distribuzione della risoluzione di E_{regr} sui dati di test.

Si vuole esaminare come varia tale risoluzione nei diversi intervalli di massa corretta misurabile, per determinare su quali e quanti eventi la regressione sia più efficace. In figura 3.3 si riporta quindi l'istogramma bidimensionale per l'andamento della risoluzione in relazione a M_{corr}^{mis} . Come era prevedibile dai risultati esposti nel capitolo precedente, dal grafico è evidente che la risoluzione energetica ottenibile migliori per valori crescenti della massa corretta, mentre per gli eventi con bassa M_{corr}^{mis} si trova una distribuzione più larga, nella quale si riconoscono ancora due code distinte associate alle due soluzioni analitiche in input. Si effettuano delle proiezioni dell'istogramma in figura 3.3, riportate in figura 3.4, per analizzare più nel dettaglio l'andamento in ogni range.

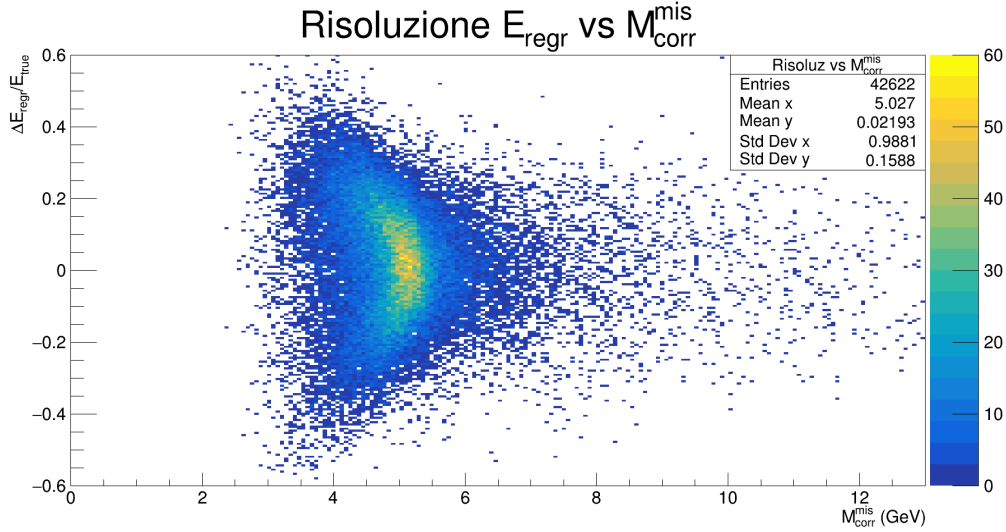


Figura 3.3: Istogramma bidimensionale della risoluzione di E_{regr} in funzione di M_{corr}^{mis} sui dati di test.

Nella tabella 3.1 sono riassunti i risultati della risoluzione ottenuta in ogni intervallo, con la relativa distorsione della media, la deviazione standard della distribuzione e la percentuale di eventi a cui si fa riferimento.

$M_{corr}^{mis} (GeV)$	% eventi	\bar{R} %	σ %
< 4	8.0	6.3	24.1
4-4.25	6.1	6.0	21.8
4.25-4.5	9.2	4.9	19.6
4.5-4.75	13.2	2.9	17.0
4.75-5	17.9	1.3	13.9
5-5.25	19.0	1.0	11.4
5.25-5.5	10.6	0.1	10.7
5.5-6	7.3	0.8	11.9
> 6	8.9	-0.2	14.5

Tabella 3.1: Risoluzione di E_{regr} in diversi intervalli di M_{corr}^{mis} .

Si nota come gli istogrammi per la risoluzione in figura 3.4 relativi a $M_{corr}^{mis} \lesssim 5.0 GeV$ presentino due picchi distinti, associati alle due code del grafico 3.3, aumentando significativamente la larghezza delle distribuzioni. Ciò suggerisce che in tali intervalli la regressione non abbia informazioni sufficienti a correggere le due soluzioni analitiche in modo coerente. Si osserva inoltre un andamento sistematico di progressivo aumento della distorsione \bar{R} al diminuire di M_{corr}^{mis} ; nelle corrispondenti distribuzioni si nota infatti negli istogrammi un accumulo di eventi nel picco con $R > 0$.

I risultati ottenuti per valori di $M_{corr}^{mis} \gtrsim 5.0 GeV$ possono invece essere considerati soddisfacenti. Rispetto a quanto trovato in 2.7 dall'analisi su E_0 per gli eventi con $\Delta < 0$, tramite la regressione è quindi possibile estendere i buoni risultati sulla risoluzione energetica ad un intervallo più ampio, includendo anche eventi con $\Delta > 0$, ed aumentando così significativamente la statistica almeno a $\approx 45.8\%$ dei decadimenti a disposizione. Per valori di M_{corr}^{mis} più bassi sembra invece essere necessaria un'analisi più approfondita per migliorare i risultati, ad esempio facendo ricorso a nuove variabili di input per aumentare le informazioni a disposizione della rete neurale. Un'altra idea potrebbe essere quella di implementare un algoritmo di classificazione che selezioni di volta in volta una delle due soluzioni analitiche E_{min}, E_{max} , anche considerando che per gli eventi in tale range di M_{corr}^{mis} gli errori sperimentali sono contenuti e si ha sempre $\Delta > 0$.

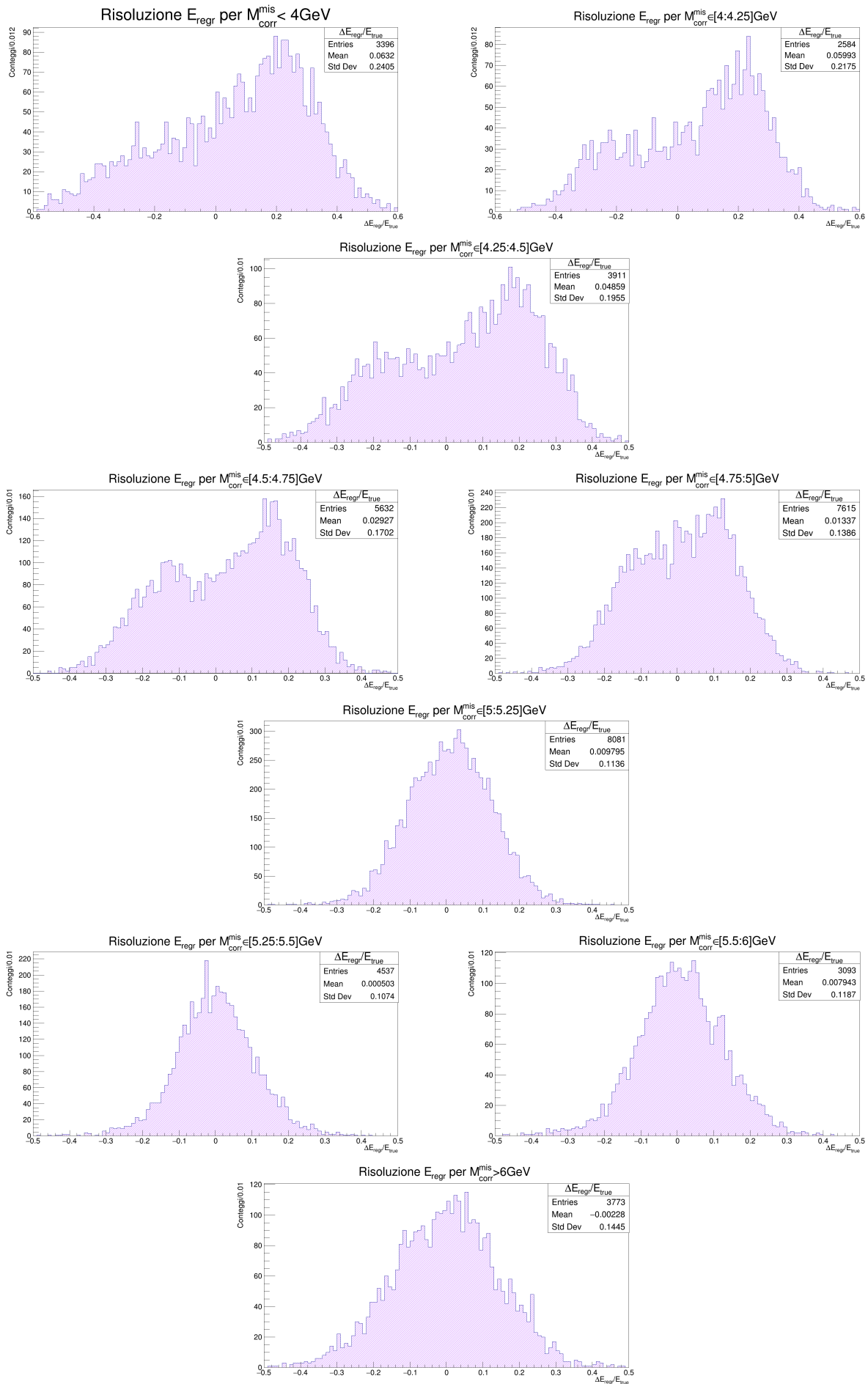


Figura 3.4: Proiezioni dell'istogramma bidimensionale 3.3 in diversi intervalli di $M_{\text{corr}}^{\text{mis}}$.

Si vuole ora studiare l'andamento della risoluzione di E_{regr} in funzione dell'energia effettiva del B_s^0 . Come si osserva dal grafico C.2 riportato in Appendice, all'intervallo $M_{corr}^{mis} \gtrsim 5\text{GeV}$ corrispondono eventi nell'intero spettro energetico dei decadimenti esaminati, e anzi la loro distribuzione risulta essere pressoché simmetrica proprio rispetto a $M_{corr}^{mis} \approx 5\text{GeV}$.

Tale osservazione è interessante, poiché significa che anche limitandosi a considerare i soli decadimenti ricostruiti con $M_{corr}^{mis} \gtrsim 5\text{GeV}$, per i quali come visto si hanno i risultati migliori dalla regressione, si ottengono comunque eventi con una distribuzione energetica molto simile a quella complessiva, semplicemente con una statistica minore ($\approx 45.8\%$ del totale degli eventi). Ciò è confermato dal grafico in figura 3.5, in cui si è confrontata la distribuzione di E_{true} su tutti i dati di test con quella di E_{regr} limitatamente ai decadimenti con $M_{corr}^{mis} > 5\text{GeV}$. Si nota come i due istogrammi risultano ben sovrapposti.

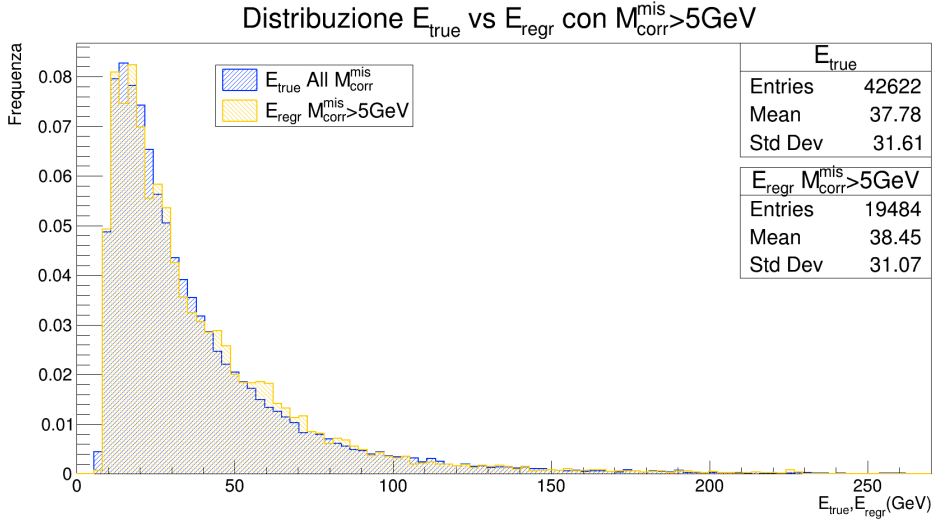


Figura 3.5: In blu l'istogramma della distribuzione di E_{true} su tutti i dati di test, in giallo l'istogramma della distribuzione di E_{regr} per i soli eventi con $M_{corr}^{mis} > 5\text{GeV}$. Gli istogrammi sono stati rinormalizzati alla stessa area, in modo da poterne confrontare l'andamento nonostante il diverso numero di conteggi.

Si è quindi interessati ad analizzare la risoluzione di E_{regr} in tutto il range di energia E_{true} , limitandosi ai soli decadimenti con $M_{corr}^{mis} > 5\text{GeV}$ per quanto esposto; si riporta il relativo istogramma bidimensionale in figura 3.6. Come in precedenza, si effettuano delle proiezioni dell'istogramma in diversi intervalli di E_{true} , che si riportano in figura 3.7. Nella tabella 3.2 sono riassunti i valori di distorsione \bar{R} e deviazione standard σ che si trovano in ciascun intervallo considerato, con la relativa percentuale di eventi sul totale a disposizione (inclusi quelli scartati).

$E_{true}(\text{GeV})$	% eventi	\bar{R} %	σ %
< 12.5	4.5	3.9	8.8
12.5-15	3.3	1.1	11.1
15-20	6.6	1.1	10.6
20-25	5.4	1.0	11.6
25-30	4.5	1.0	11.2
30-40	6.3	1.2	12.4
40-50	4.3	1.7	11.8
50-70	5.1	-0.1	12.1
> 70	5.7	-4.9	13.3

Tabella 3.2: Risoluzione di E_{regr} in diversi intervalli di E_{true} .

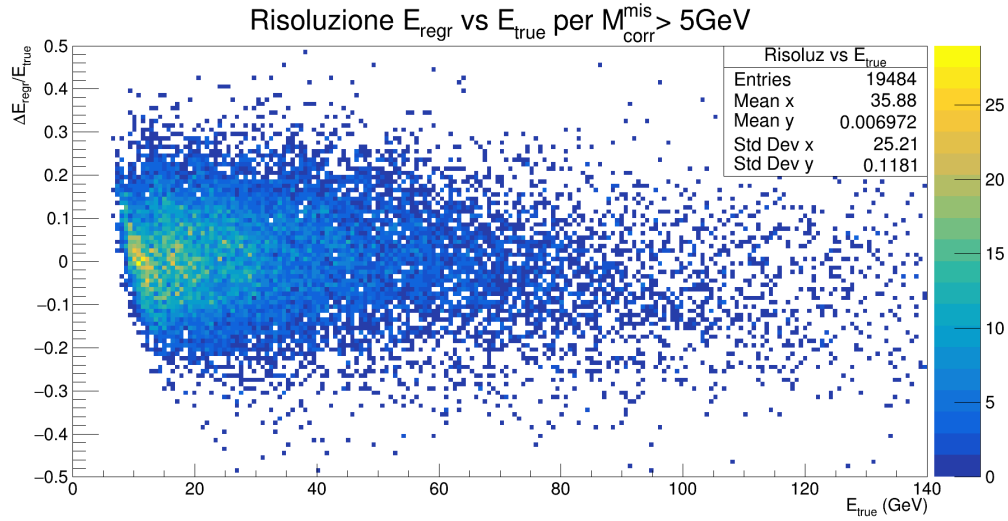


Figura 3.6: Istogramma bidimensionale della risoluzione di E_{regr} in funzione di E_{true} sui dati di test con $M_{corr}^{mis} > 5\text{GeV}$.

Dall'istogramma 3.6 si nota che, restringendosi al solo intervallo $M_{corr}^{mis} > 5\text{GeV}$, si ottiene una risoluzione con distorsione $\bar{R} \approx 0.7\%$ e deviazione standard $\sigma \approx 11.8\%$, nettamente migliore che considerando tutti gli eventi. Dai risultati in 3.2 si evince che la distorsione e la larghezza delle distribuzioni non mostrano un chiaro andamento, ma risultano essere simili nei diversi intervalli energetici; solo i decadimenti ad energia più bassa e più alta in assoluto sono ricostruiti con un \bar{R} , e quindi un'accuratezza media, evidentemente peggiori.

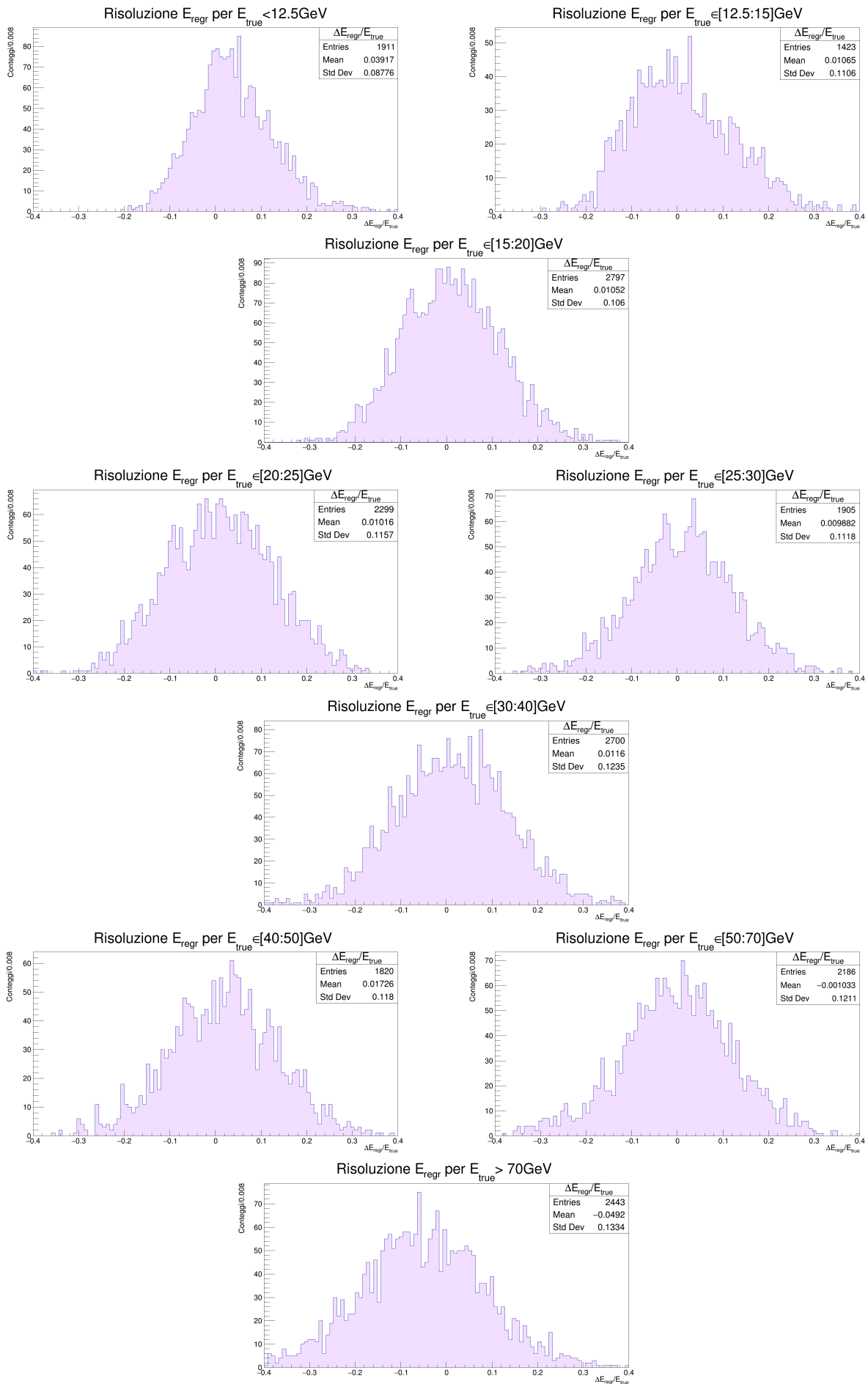


Figura 3.7: Proiezioni dell'istogramma bidimensionale 3.6 in diversi intervalli di E_{true} .

3.3 Ricostruzione del momento trasverso

Si procede parimenti nel presentare i risultati della regressione che ricostruisce il momento trasverso del B_s^0 . In figura 3.8 si confronta l'andamento della distribuzione del momento trasverso p_t effettivo dai dati Probe-side, con $p_{t,reg}$, restituito dalla regressione. Si nota già qualitativamente come siano presenti delle deviazioni piuttosto significative tra le due distribuzioni, in particolare nei pressi del picco centrale.

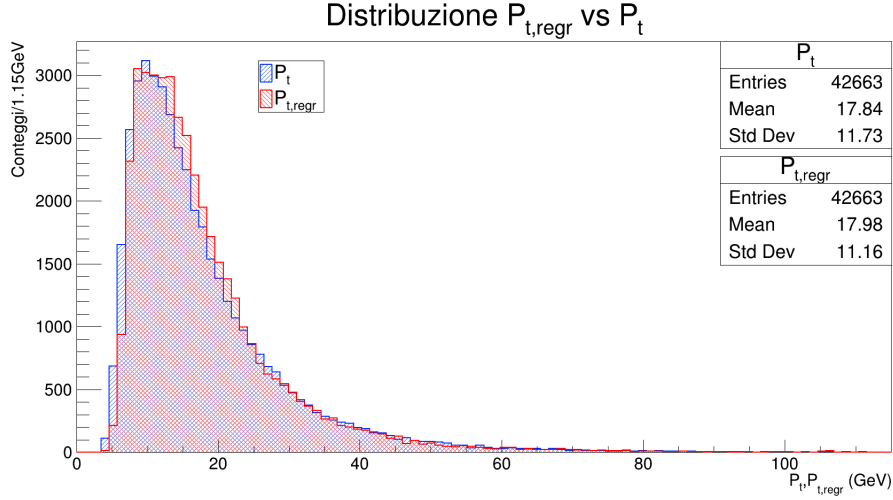


Figura 3.8: Distribuzione di $p_{t,reg}$ vs p_t sui dati di test.

In figura 3.9 si riporta l'istogramma per la distribuzione della risoluzione di $p_{t,reg}$ sui dati di test. Si trova complessivamente una risoluzione con distorsione $\bar{R} \approx 4.2\%$ e deviazione standard $\sigma \approx 17.5\%$. Si ha quindi un risultato peggiore rispetto a quanto trovato in precedenza per la risoluzione di E_{reg} .

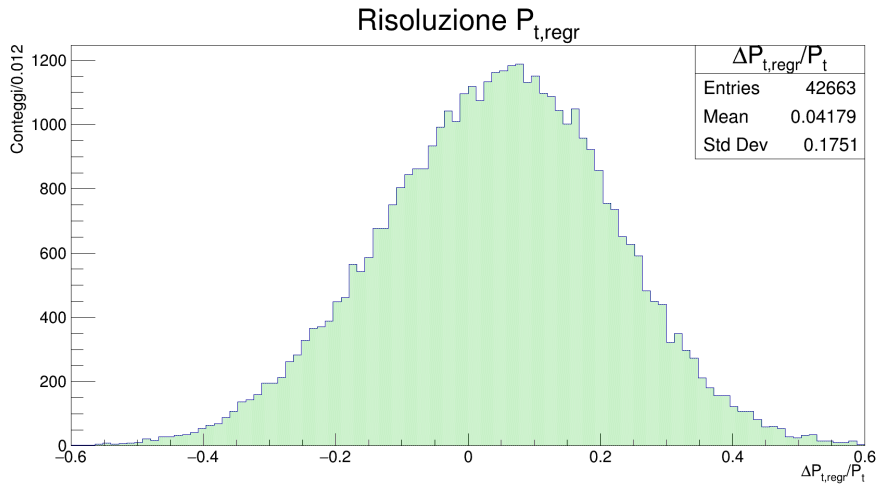


Figura 3.9: Distribuzione della risoluzione di $p_{t,reg}$ sui dati di test.

Si procede comunque con l'analisi della risoluzione al variare di M_{corr}^{mis} , per vedere se almeno in alcuni degli intervalli di massa corretta precedentemente considerati si ottengano risultati migliori. In figura 3.10 si riporta dunque l'istogramma bidimensionale per la risoluzione in funzione di M_{corr}^{mis} , le cui proiezioni sono riportate in figura 3.11. Nella tabella 3.3 si riassumono nuovamente i valori di \bar{R} e σ delle distribuzioni in ciascun intervallo.

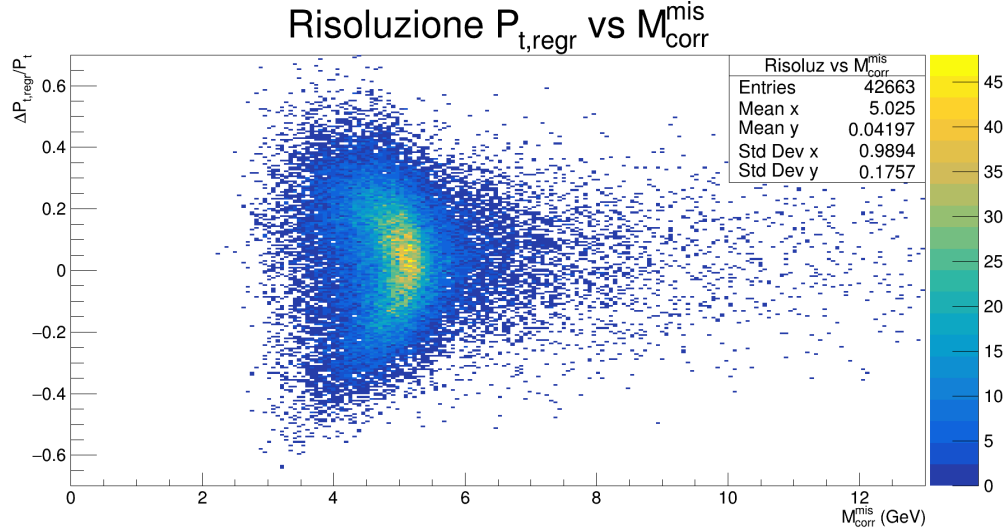


Figura 3.10: Istogramma bidimensionale della risoluzione di $p_{t,regr}$ in funzione di M_{corr}^{mis} sui dati di test.

$M_{corr}^{mis} (GeV)$	% eventi	\bar{R} %	σ %
< 4	8.2	6.1	25.1
4-4.25	6.0	5.7	23.0
4.25-4.5	9.2	5.4	21.2
4.5-4.75	13.1	4.4	19.2
4.75-5	18.1	3.9	16.2
5-5.25	18.9	3.2	13.4
5.25-5.5	10.3	3.2	13.1
5.5-6	7.4	3.7	13.7
> 6	8.8	4.1	15.4

Tabella 3.3: Risoluzione di $p_{t,regr}$ in diversi intervalli di M_{corr}^{mis} .

Si osserva nuovamente la presenza di due diverse code nell'istogramma 3.10 a bassi valori di M_{corr}^{mis} ; coerentemente le distribuzioni in 3.11 nell'intervallo $M_{corr}^{mis} \lesssim 5 GeV$ presentano ancora due picchi ben distinti. In particolare, i risultati per la risoluzione di $p_{t,regr}$ ottenuti sono peggiori in ogni intervallo di M_{corr}^{mis} rispetto a quanto trovato in 3.1 per E_{regr} .

Si conclude che la strategia di ridurre il decadimento al solo piano xy non porta i miglioramenti sperati, ma anzi risulta nettamente preferibile ricostruire tramite regressione l'energia totale del B_s^0 . Pertanto, non si effettua l'analisi per la risoluzione trovata nei diversi range di p_t .¹

¹Infatti, la variabile disponibile a livello sperimentale, dalla quale selezionare quali valori di $p_{t,regr}$ possono essere considerati accettabili, è M_{corr}^{mis} .

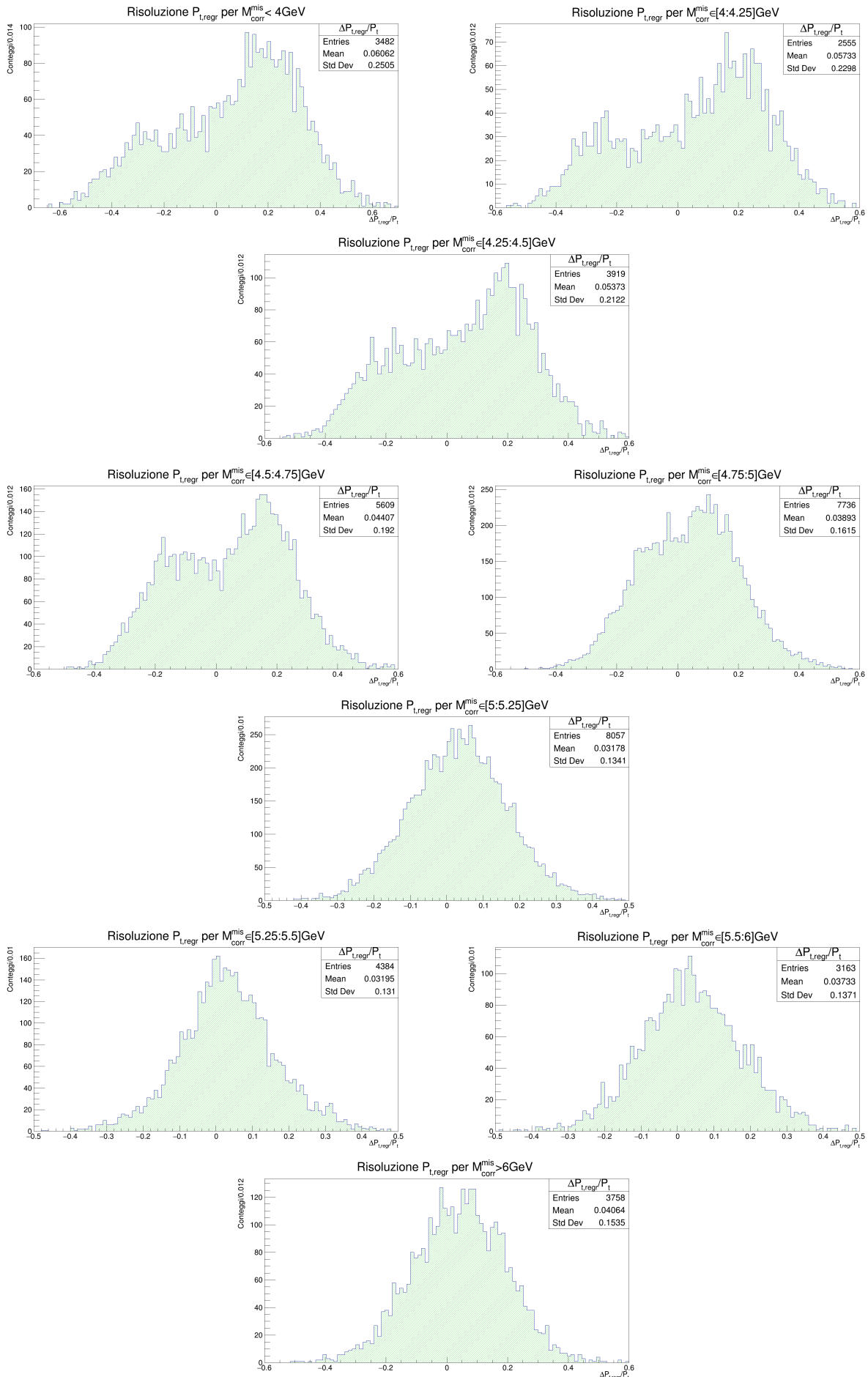


Figura 3.11: Proiezioni dell'istogramma bidimensionale 3.10 in diversi intervalli di M_{corr}^{mis} .

Conclusioni

Si vogliono riepilogare i risultati più significativi emersi dall'analisi, e proporre in particolare la strategia più efficace, sebbene ancora parziale, per stimare l'energia del B_s^0 nei processi di decadimento.

In primo luogo, dall'analisi analitica si è trovato che gli eventi che restituiscono $\Delta < 0$ nell'equazione di secondo grado in (1.10) possono essere particolarmente utili per la ricostruzione energetica. In particolare, la stima E_0 , ottenuta ponendo $\Delta = 0$ nel risolvere l'equazione, permette di trovare una risoluzione con distorsione nulla $\bar{R} \approx 0.0\%$ e deviazione standard $\sigma \approx 10.9\%$, restringendosi ai soli eventi con massa invariante corretta nell'intervallo $M_{corr}^{mis} \in [5.2; 5.8] GeV$. Tale strategia ha però il limite di abbassare di molto la statistica a disposizione, dal momento che il numero di eventi in tale range è pari a $\approx 13.3\%$ del totale.

Nelle regressioni con DNN per determinare l'energia E o il momento trasverso p_t del B_s^0 , si sono trovati i risultati migliori utilizzando le variabili di input riportate in 3.1. Delle due, è nettamente preferibile ricostruire l'energia totale del mesone decaduto. In particolare, considerando i soli eventi ricostruiti con $M_{corr}^{mis} > 5 GeV$, si è ottenuta una risoluzione su E con distorsione $\bar{R} \approx 0.7\%$ e deviazione standard della distribuzione $\sigma \approx 11.8\%$. Si è trovato che, anche restringendosi solo a tale range di massa corretta, si riproduce fedelmente la distribuzione energetica di tutti i decadimenti, ossia non vengono persi intervalli di energia del B_s^0 , ma la statistica semplicemente diminuisce a $\approx 45.8\%$ del totale a disposizione. Questa è la tecnica migliore emersa dallo studio qui presentato. Nel dettaglio, si ha che tale metodo restituisce una risoluzione energetica con distorsione e deviazione standard paragonabili in ogni intervallo di energia del B_s^0 , riportate nella tabella 3.2, con l'eccezione dei decadimenti con energia $E_{true} \lesssim 12.5 GeV$ o $E_{true} \gtrsim 70 GeV$, per i quali è presente un errore sistematico più importante.

Sono invece necessarie ulteriori analisi per ottenere risultati più soddisfacenti dalla regressione nei casi con $M_{corr}^{mis} \lesssim 5 GeV$. La rete sembra non avere informazioni sufficienti per ricostruire accuratamente l'energia in tali intervalli, e si ottengono distribuzioni non gaussiane con due picchi distinti. Un possibile approccio per gli studi futuri, utile in ogni caso per cercare di migliorare anche i risultati precedenti, potrebbe essere la ricerca di altre variabili di input da fornire alla rete. Alternativamente, dal momento che nell'intervallo $M_{corr}^{mis} \lesssim 5 GeV$ si hanno solo eventi con $\Delta > 0$, si potrebbe anche pensare di implementare un algoritmo di classificazione tramite rete neurale, che scelga di volta in volta una delle due soluzioni analitiche, E_{min} o E_{max} , calcolate.

Appendice A

Correzione lunghezza di volo

Si riportano di seguito i grafici delle proiezioni dell'istogramma bidimensionale 2.2 in diversi intervalli di L , utilizzate per stimare la deviazione standard σ_L da associare ai valori esatti delle lunghezze di volo in Probe-side.

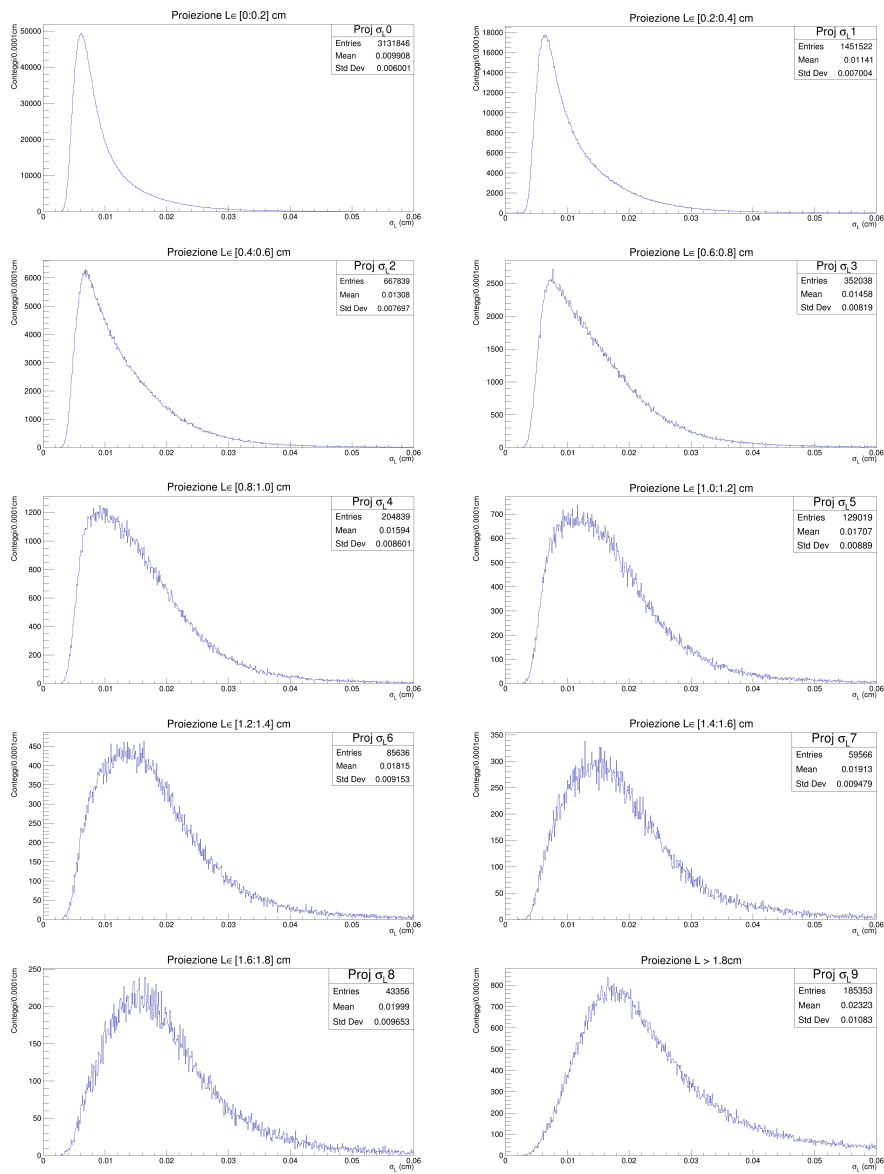


Figura A.1: Proiezioni istogramma bidimensionale 2.2 in diversi intervalli di L .

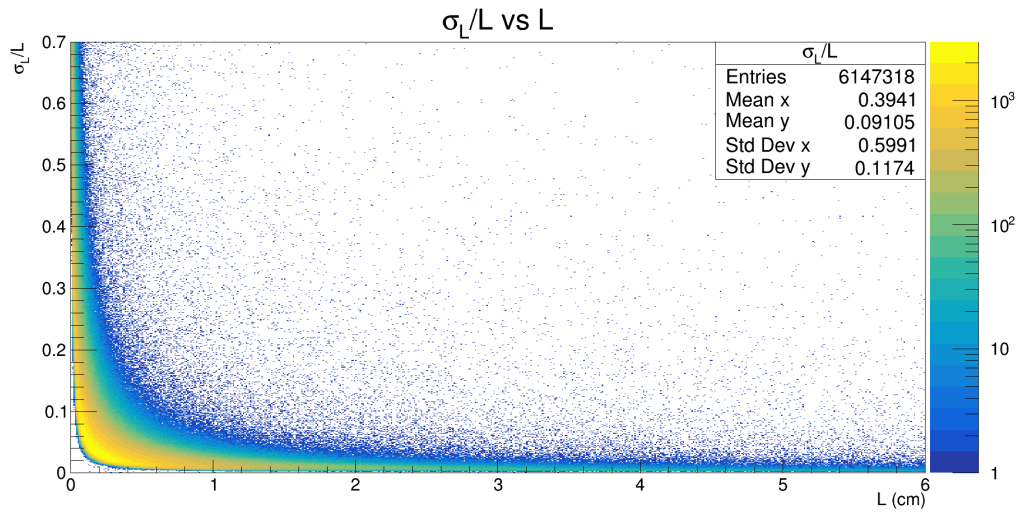


Figura A.2: Istogramma bidimensionale $\frac{\sigma_L}{L}$ vs L sui dati del Tag-side. Si noti come il valore medio dell'errore relativo sulla lunghezza di volo risulta essere $\frac{\sigma_L}{L} \approx 9.1\%$.

Appendice B

Correzione angolo θ

Si riportano di seguito le proiezioni dell'istogramma bidimensionale 2.3 in diversi intervalli di significanza L/σ_L con le rispettive funzioni di fit, utilizzate per determinare le correzioni α con cui introdurre l'effetto di smearing negli angoli θ in Probe-side.

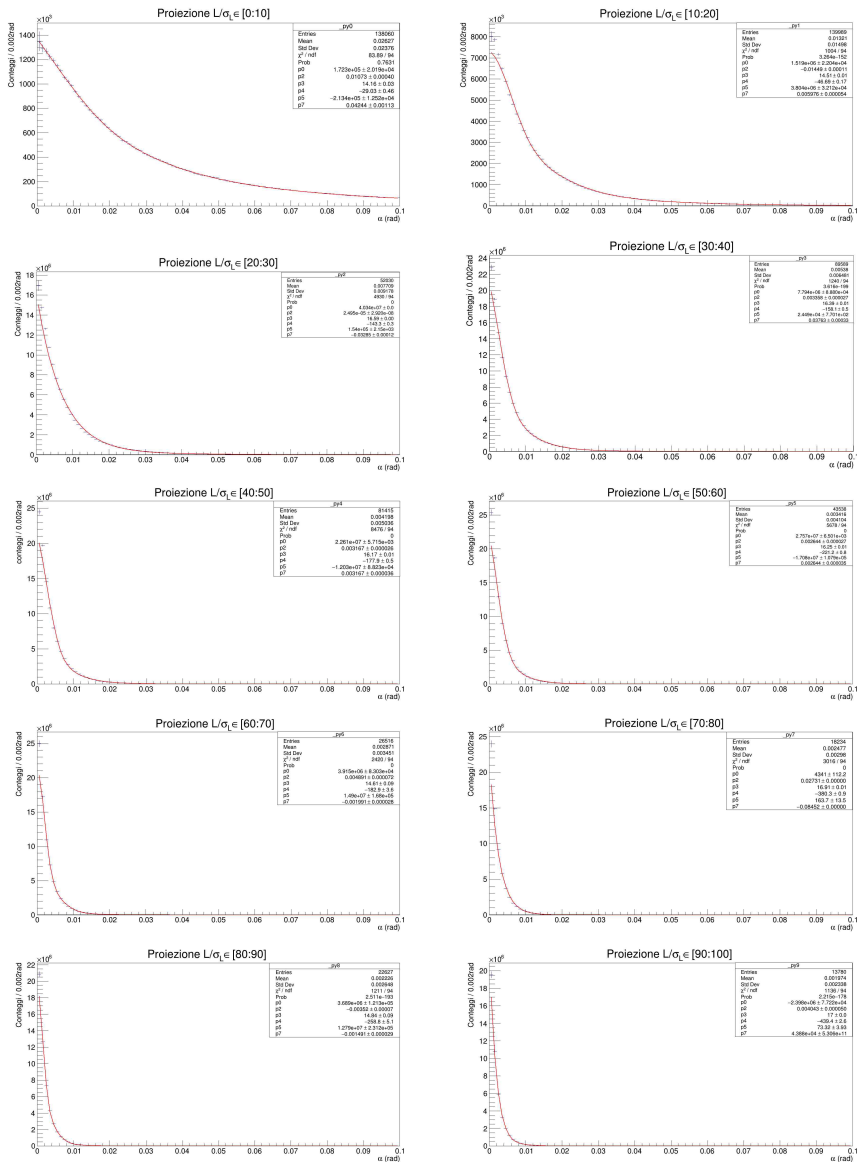


Figura B.1: Proiezioni istogramma bidimensionale 2.3 in diversi intervalli di significanza L/σ_L con rispettivi fit $f(\alpha)$.

Appendice C

Grafici di interesse per le regressioni

C.1 Variabili di input

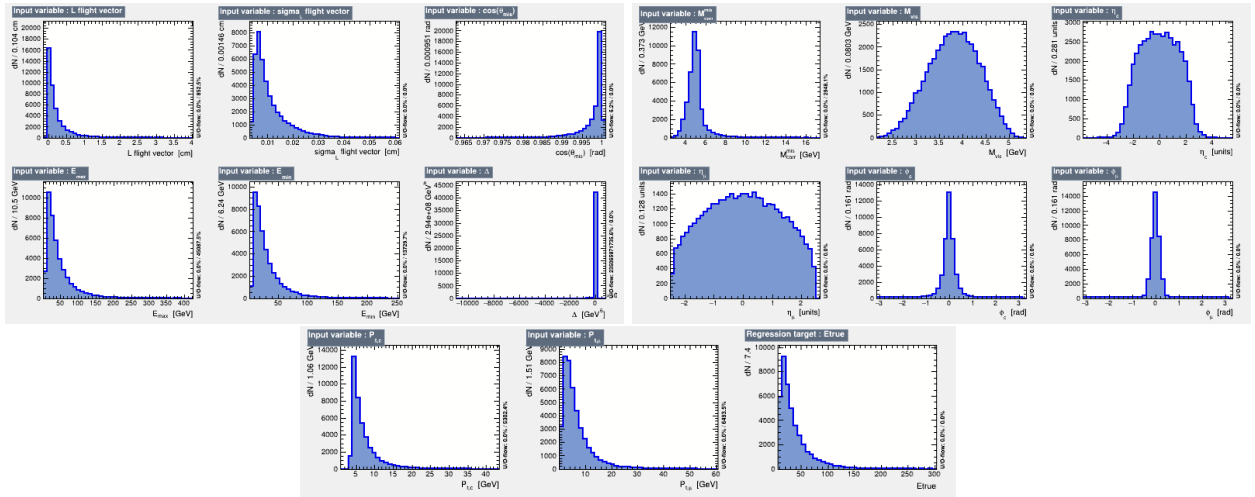


Figura C.1: Variabili di input su dati di training per le regressioni con rete neurale.

C.2 E_{true} vs M_{corr}^{mis}

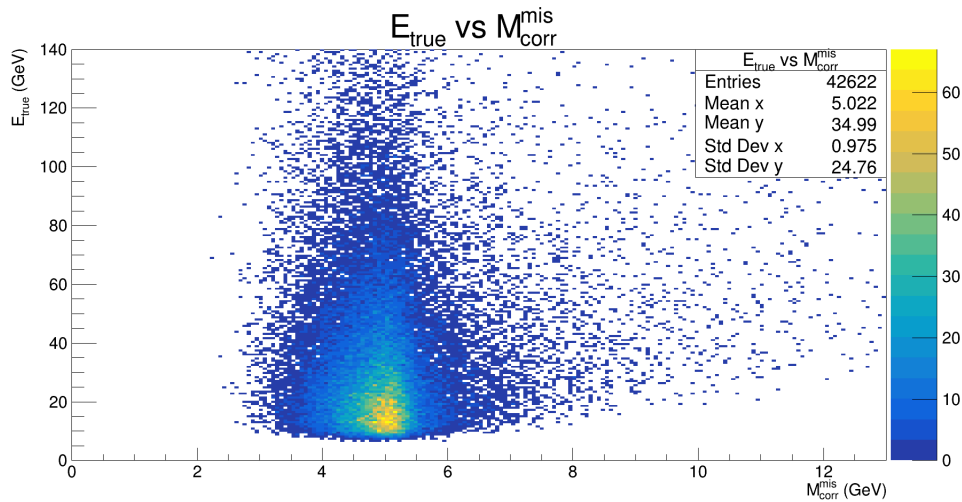


Figura C.2: Istogramma bidimensionale E_{true} vs M_{corr}^{mis} su dati di test. Si nota come il grafico sia pressoché simmetrico rispetto a $M_{corr}^{mis} \approx 5\text{GeV}$.

Bibliografia

- [1] Mupo Camilla, *Studio delle proprietà degli adroni con beauty con il rivelatore CMS*, 2022.
- [2] G. Ciezarek, A. Lupato, M. Rotondo, M. Vesterinen, *Reconstruction of semileptonically decaying beauty hadrons produced in high energy pp collisions*, Journal of High Energy Physics, 21, 2017.
- [3] Particle Data Group, R. L. Workman et al, *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 8. ed., Agosto 2022.
- [4] Silvan Francesco, *Misura della violazione di CP indotta dall'oscillazione dei mesoni B: studio di fattibilità con i dati parked di CMS*, 2023.
- [5] Salimbeni Nicolò, *Studio delle oscillazioni di sapore dei mesoni con beauty con il rivelatore CMS*, 2022.
- [6] CMS Collaboration et al, *The CMS experiment at the CERN LHC*, Journal of Instrumentation, Volume 3, 2008.