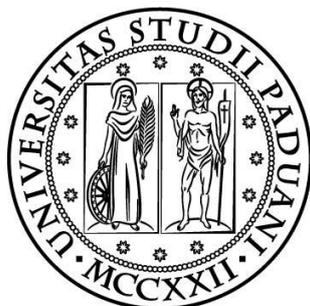


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI FISICA ED ASTRONOMIA
“Galileo Galilei”



TESI MAGISTRALE IN FISICA

Risonanze Vettoriali a LHC

Relatore: Dr. ANDREA WULZER

Laureando: MATTEO MARCHESIN

ANNO ACCADEMICO 2014/2015

Indice

1	La Rottura Elettrodebole	7
1.1	La Teoria Elettrodebole	7
1.2	Il Modello di Higgs	12
1.3	Il Problema della Gerarchia	14
1.4	Technicolor	14
2	Il Formalismo CCWZ	18
2.1	Un primo esempio	18
2.2	Realizzazioni non lineari	19
2.2.1	Proprietà d'equivalenza e trasformazioni permesse	20
2.2.2	Realizzazione Standard Non Lineare	20
2.2.3	Classificazione delle Realizzazioni Non Lineari	22
2.3	Derivata Covariante	25
3	L'Higgs come Bosone di Goldstone	28
3.1	La Lagrangiana per $SO(5)/SO(4)$	29
3.1.1	Le Risonanze	31
3.1.2	La Lagrangiana	32
3.1.3	Diagonalizzazione Matrice di Massa	33
3.1.4	Angoli θ_c e θ_n	35
3.2	Parametri di Input	37
3.2.1	I Coupling Fisici	37
3.2.2	La Costante di Fermi	38
3.2.3	Relazioni tra le Masse	40
3.2.4	Determinazione di g_w	41
3.3	Limite al Modello Standard	42
3.4	Limiti da Misure di Precisione	43
4	Fenomenologia e Limiti da LHC	49
4.1	L'Andamento delle BR	49
4.2	Limiti da Ricerche Dirette	52

5	Conclusioni	57
A	Lagrangiana per $SO(5)/SO(4)$	59
A.1	Generatori	59
A.2	Parametrizzazione della Matrice dei Bosoni di Goldstone	61
A.3	Definizione di d ed E	62
B	Diagonalizzazione della Matrice di Massa	64
C	Inversione per i Parametri di Input	67
C.1	Soluzione per g_w	67
C.2	Angoli di Diagonalizzazione	68
C.3	La Massa della Z	69
D	Interazioni	71
E	Dati Sperimentali	75
	Bibliografia	76

Introduzione

Le interazioni fondamentali, che governano le componenti prime dell'universo, sono descritte da una teoria elegante e compatta che riproduce con successo i risultati sperimentali in range di energie di svariati ordini di grandezza. L'interazione elettrodebole e forte sono descritte entrambe come il risultato di diverse invarianze di gauge della teoria.

L'interazione elettromagnetica e debole sono, all'interno del quadro teorico del Modello Standard (MS), la conseguenza dell'invarianza locale sotto il gruppo $SU(2)_L \times U(1)_Y$; eppure percepiamo le due forze, quella debole e quella elettromagnetica in maniera differente. La prima è un'interazione a corto raggio mentre la seconda è una forza che riesce ad agire, come ne abbiamo esperienza quotidianamente, a lungo raggio. Questa differenza tra le due interazioni è diretta conseguenza della massa dei mediatori, descritti da campi di gauge, che è nulla nel caso dei fotoni e molto grande nel caso dei bosoni W e Z . Questo succede perchè a grandi distanze, dunque a basse energia, abbiamo una rottura spontanea di simmetria (EWSB) dello stato di vuoto; il MS utilizza un metodo estremamente economico per spiegare questa rottura: il meccanismo di Higgs.

L'idea è quella di aggiungere un nuovo campo alla teoria, il doppietto di Higgs, il cui potenziale dà luogo ad uno stato di vuoto non più invariante per l'intero gruppo di simmetria, ma solo per una simmetria residua $U(1)_{EM}$, associata all'interazione ElettroMagnetica. In accordo al teorema di Goldstone, ciò genera dei campi scalari privi di massa per ogni generatore della simmetria che si rompe, questi gradi di libertà vengono incorporati dai bosoni di gauge, fornendo loro la componente longitudinale che permette di acquisire massa. Rimane un quarto grado di libertà che dà luogo ad una particella neutra di spin zero, il bosone di Higgs, recentemente scoperto negli esperimenti del Large Hadron Collider (LHC), [1] [2].

Nonostante questo modello riesca a risolvere il problema della massa per i bosoni di gauge, non offre una spiegazione sull'origine dinamica di questa rottura che nel Modello Standard è generata introducendo un potenziale ad hoc per il campo di Higgs; nè spiega perchè l'Higgs sia così leggero nonostante le grandi correzioni radiative alla sua massa. Infatti, l'aggiunta di correzioni radiative fa divergere la massa dell'Higgs già all'ordine 1-loop. Esclusa un'improbabile som-

ma zero di tutte le correzioni, potremmo optare per l'introduzione di un cut-off sull'energia, sostanzialmente una soglia sulla validità della teoria. Il problema di questo approccio è che per quanto ne sappiamo attualmente, non conoscendo altra fisica, l'unica scala che possiamo utilizzare come limite è quella gravitazionale: $M_{Planck} \sim 10^{18} GeV$, con un ragionamento naive ci aspettiamo dunque un contributo dai diagrammi al loop dello stesso ordine, che comporta un aggiustamento fine dei parametri di massa dell'Higgs per ottenere una massa dell'ordine dei $10^2 GeV$.

Si noti che il problema è intrinsecamente legato alla natura scalare del campo di Higgs. I fermioni con la loro struttura chirale e i bosoni di gauge con la simmetria di gauge riescono, anche se con meccanismi diversi, ad assicurare l'assenza di divergenze quadratiche nei loro termini di massa.

Nel nostro lavoro consideriamo un'alternativa al Modello Standard in cui l'Higgs è un campo Composto che risolve il Problema della Gerarchia in modo simile a quanto accade con i pioni, particelle scalari naturalmente leggere in quanto stati legati di quark e gluoni. In questo scenario, ci aspettiamo la presenza di nuove risonanze, che emergono insieme all'Higgs dalla nuova dinamica forte; in questo lavoro studieremo risonanze vettoriali di spin 1. Un primo scopo di questo lavoro di tesi è quindi costruire, seguendo la letteratura in materia, una lagrangiana efficace che riesca a descrivere un modello di Higgs composto e l'interazione della risonanza con i vettori di gauge, l'Higgs e i fermioni. A ciò seguirà l'implementazione del modello in MadGraph [3], un generatore di eventi Montecarlo, in modo da poter studiare quali siano gli effetti di questa ipotetica nuova fisica al Large Hadron Collider, dove risonanze di questo tipo sono state cercate con esito per ora negativo.

Nel primo capitolo spiegheremo i motivi che portano all'introduzione del settore di Higgs nel Modello Standard ed illustreremo il problema collegato (il Problema della Gerarchia), dando infine una breve descrizione di due possibili modi per affrontarlo: Technicolor e Higgs Composto.

Nel secondo capitolo, partendo dai lavori [4] [5], illustreremo gli strumenti per costruire una lagrangiana per un gruppo \mathcal{G} spontaneamente rotto ad un sottogruppo \mathcal{H} .

Nel terzo capitolo descriveremo il modello delle risonanze vettoriali introdotto in [6], che abbiamo utilizzato nel nostro studio. Illustreremo i passaggi fatti per diagonalizzare la matrice di massa e per riscrivere la lagrangiana in funzione dei parametri di input, in modo tale da poter poi implementarla nel tool di Mathematica "Feynrules" [7] che ci fornisce le regole di Feynman da usare in MadGraph ottenendo infine le larghezze di decadimento e sezioni d'urto.

Nel quarto capitolo, infine, confronteremo quanto ottenuto dal nostro lavoro con le misure sperimentali eseguite a LHC ed estrarremo i limiti sullo spazio dei parametri del nostro modello.

Capitolo 1

La Rottura Elettrodebole

In questo capitolo daremo una panoramica generale della Teoria Elettrodebole e di come nasca la necessità di introdurre un campo scalare che permette di ristabilire l'unitarietà nell'ampiezza di scattering $W_L W_L$.

1.1 La Teoria Elettrodebole

Prima della scoperta del bosone di Higgs, la teoria completa delle interazioni elettrodeboli poteva riassumersi nella lagrangiana:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{Kin}} + \mathcal{L}_{\text{Mass}}, \quad (1.1)$$

$$\mathcal{L}_{\text{Kin}} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu} + \sum_{i=1}^3 i\bar{\psi}^i \not{D}\psi^i, \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Mass}} &= M_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{2}M_Z^2 Z^\mu Z_\mu \\ &\quad - \sum_{i,j} \left(\bar{u}_L^i M_{ij}^u u_R^i + \bar{d}_L^i M_{ij}^d d_R^i + \bar{e}_L^i M_{ij}^e e_R^i + \bar{\nu}_L^i M_{ij}^\nu \nu_R^i \right) \\ &\quad + h.c., \end{aligned} \quad (1.3)$$

dove abbiamo indicato con ψ i diversi campi fermionici e con gli indici i, j le tre diverse generazioni. Il termine \mathcal{L}_{Kin} è invariante sotto le trasformazioni di gauge ma non è possibile dire lo stesso per $\mathcal{L}_{\text{Mass}}$. Oltre alle masse dei campi di gauge anche quelle fermioniche violano l'invarianza di gauge perchè le componenti left e right dei fermioni trasformano come diverse rappresentazioni di $SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Questa formulazione, nonostante i successi ottenuti, porta ad alcune inconsistenze quando viene portata ad energie arbitrariamente alte; procedendo con uno sviluppo perturbativo otteniamo delle ampiezze di scattering che crescono con l'energia e violano l'unitarietà. Dall'unitarietà della matrice S , tramite il teorema ottico, abbiamo che in un generico processo di scattering $2 \rightarrow 2$ l'ampiezza elastica per ogni componente l -esima della sua decomposizione in onde parziali a_l ¹, deve soddisfare la condizione:

$$\text{Im}(a_l) = |a_l|^2 + |a_l^{in}|^2, \quad (1.4)$$

dove con a_l^{in} abbiamo indicato l'ampiezza di scattering inelastica. Ad energie sotto la soglia di produzione del più leggero stato legato, per cui $\text{Im}(a_l) = 0$, a_l sarà costretto a stare sul cerchio unitario identificato, nel piano complesso, da

$$\text{Re}^2(a) + \left(\text{Im}(a) - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

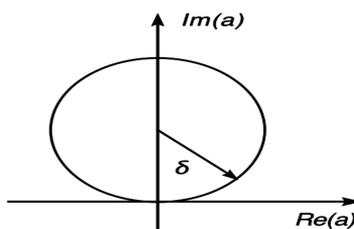


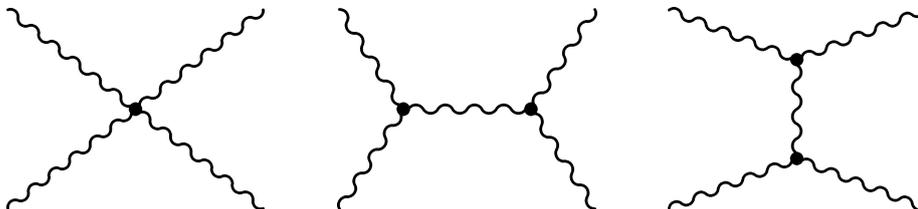
Figura 1.1: Cerchio unitario: ad energie sopra (sotto) la soglia di scattering inelastico, l'ampiezza starà dentro (sulla) circonferenza.

mentre per energie più alte starà all'interno di questo, come si vede in figura 1.1. Dunque l'ampiezza non può diventare arbitrariamente grande, a meno di non uscire dal cerchio unitario. L'ampiezza è puramente reale quando ci fermiamo a livello albero e la parte immaginaria si presenta dallo sviluppo perturbativo all'ordine di 1-loop, ora, quando la parte immaginaria è dello stesso ordine di quella reale, la condizione di perturbabilità salta e possiamo stimare il punto di violazione come quello in cui $\delta \approx \pi$.

Questa violazione avviene in processi che riguardano i bosoni vettori in polarizzazione longitudinale come gambe esterne; consideriamo per esempio l'ampiezza di

¹Le diverse ampiezze in seguito utilizzate sono da considerarsi funzioni analitiche dell'energia di centro di massa.

scattering elastico, a livello albero, di due bosoni W polarizzati longitudinalmente, questa crescerà come E^2 per $E \gg M_W$; i diagrammi coinvolti in questo processo sono



dai quali è facile ottenere nel limite di alta energia $E \gg M_w$:

$$\mathcal{A}(W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-) \simeq \frac{g^2}{4M_W^2} (s + t). \quad (1.5)$$

Ciascun vettore di polarizzazione longitudinale nel limite di energie molto alte è descritto da $\epsilon_L^\mu = p^\mu/M_W + O(M_W/E)$ quindi ciascun diagramma cresce come E^4 . In realtà, quando si sommano i contributi dei differenti diagrammi, l'energia scala al quadrato e i termini quartici vengono cancellati.

Scomponiamo le ampiezze di scattering nelle diverse componenti di momento angolare e scriviamo:

$$a_l = \frac{1}{32} \int_{-1}^1 d\cos\theta \mathcal{A}(f, \theta) \mathcal{P}_l(\cos\theta), \quad (1.6)$$

con $P_l(\cos\theta)$ indichiamo i polinomi di Legendre (con $P_0(\cos\theta) = \cos\theta$ e $P_1(\cos\theta) = 3\cos^2\theta/2 - 1/2\dots$). L'ampiezza nel canale s ($l = 0$) si trova essere:

$$a_0(W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-) \simeq \frac{1}{32\pi} \frac{s}{v^2}. \quad (1.7)$$

La perdita di unitarietà dell'ampiezza di scattering avviene per:

$$\pi \approx \delta \simeq 2\text{Re}(a_0), \quad \sqrt{s} \approx \lambda = 4\pi v \simeq 3\text{TeV}. \quad (1.8)$$

L'inconsistenza della lagrangiana (1.1), appena evidenziata con la perdita di unitarietà ad alta energia ci fa pensare ad una connessione con la rottura della simmetria elettrodebole e l'acquisto di massa da parte dei bosoni vettori. Questa intuizione si riesce ad esplicitare una volta introdotti dei bosoni di Goldstone χ^a che corrispondono alle polarizzazioni longitudinali dei vettori bosoni W e Z : seguendo [8]

formalizziamo quanto detto introducendo i campi²:

$$\Sigma(x) = \exp(i\sigma^a \chi^a(x)/v), \quad D_\mu \Sigma = \partial_\mu \Sigma - ig \frac{\sigma^a}{2} W_\mu^a \Sigma + ig' \Sigma \frac{\sigma^3}{2} B_\mu. \quad (1.9)$$

La Σ trasforma come:

$$\Sigma \rightarrow U_L(x) \Sigma U_Y^\dagger(x), \quad (1.10)$$

sotto il gruppo di gauge $SU(2)_L \times U(1)_Y$, dove:

$$U_L(x) = \exp(i\alpha_L^a(x) \sigma^a/2), \quad U_Y(x) = \exp(i\alpha_Y^a(x) \sigma^3/2), \quad (1.11)$$

i campi χ^a non sono una realizzazione lineare del gruppo, infatti avremo che per una trasformazione infinitesima:

$$\chi^a(x) \rightarrow \chi^a(x) + \frac{v}{2} \alpha_L^a(x) - \frac{v}{2} \delta^{a3} \alpha_Y^a(x). \quad (1.12)$$

Possiamo riscrivere \mathcal{L}_{Mass} come³:

$$\mathcal{L}_{Mass} = \frac{v^2}{4} \text{Tr} \left[(D_\mu \Sigma)^\dagger (D^\mu \Sigma) \right] - \frac{v}{\sqrt{2}} \sum_{i,j} (\bar{u}_L^i \quad d_L^i) \Sigma \begin{pmatrix} \lambda_{ij}^u u_R^j \\ \lambda_{ij}^d d_R^j \end{pmatrix} + \text{h.c.} \quad (1.13)$$

È facile convincersi che questa espressione è fisicamente equivalente ad (1.3) scegliendo la gauge unitaria, $\Sigma = 1$. Scritta in questa forma l'invarianza per $SU(2)_L \times U(1)_Y$ è resa manifesta; i termini di massa sono ora il risultato dell'accoppiamento con questi nuovi campi appena introdotti.

Sperimentalmente è ben verificata, con una sicurezza del percento, la validità della seguente relazione

$$\rho \equiv \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} = 1. \quad (1.14)$$

È solo grazie a questa relazione che la lagrangiana di massa può essere risritta come in equazione (1.3). Se non valesse, sarebbe necessario introdurre un secondo termine. La relazione $\rho = 1$ segue da una simmetria globale⁴ più grande di quella considerata fin ora, il gruppo globale $SU(2)_L \times SU(2)_R$; questo è spontaneamente

²[8]

³Per semplicità stiamo prendendo in considerazione solo i quarks tralasciando i leptoni.

⁴La simmetria è approssimata al limite di $g' \rightarrow 0$ e in assenza dei termini di Yukawa.

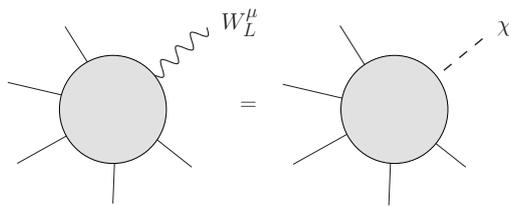


Figura 1.2: Rappresentazione grafica del Teorema di Equivalenza



Figura 1.3: Rappresentazione dello scattering $\chi\chi$.

rotto al sottogruppo diagonale $SU(2)_D$ ⁵ da $\langle \Sigma \rangle = 1$ ed esplicitamente dal $g' \neq 0$ e $\lambda_{ij}^u \neq \lambda_{ij}^d$. Nel limite sopracitato i campi χ^a trasformano come un tripletto per la simmetria $SU(2)_c$ ed in questa maniera si ottiene $M_W = M_Z$, ma questa, eliminato il limite, viene sostituita a tree level da (1.14).

Ritornando alla lagrangiana (1.13), questa rende più evidente la causa della violazione dell'unitarietà e conseguentemente la perdita del carattere perturbativo; si dimostra come questi problemi siano confinati a \mathcal{L}_{Mass} e come l'introduzione di un campo di Higgs possa eliminarli. La dimostrazione si basa su un teorema, detto Teorema di equivalenza⁶ [8].

Il Teorema di Equivalenza afferma che a grandi energie (nel nostro caso $E^2 > M_W^2$) l'ampiezza di emissione o assorbimento di un campo di Goldstone χ coincide con l'ampiezza di emissione o assorbimento di un vettore bosone polarizzato longitudinalmente, come rappresentato in figura 1.1.

Facciamo dunque uso di questo teorema che permette, nello specifico caso di scattering tra due W_L , di calcolare l'ampiezza tramite lo scattering tra due bosoni di Goldstone. Per questo evento c'è un unico diagramma al primo ordine in E/M_W che contribuisce; riportato in figura 1.1. Il vertice corrisponde ad un operatore con quattro gambe esterne e due derivate, che si ottiene sviluppando la Lagrangiana dei goldstone in (1.13).

$$A(\chi^+\chi^- \rightarrow \chi^+\chi^-) = \frac{1}{v^2}(s+t). \quad (1.15)$$

Questo mostra che il contributo E^2 all'ampiezza di scattering si origina da un

⁵ $SU(2)_D \equiv SU(2)_c$

operatore con quattro campi e due derivate, dunque non rinormalizzabile perchè di dimensione pari a sei. Quindi la perdita di unitarietà avviene perchè la forza dell'interazione cresce con l'energia perdendo così la condizione di perturbabilità.

A questo punto sono possibili due strade: la prima prevede l'introduzione di nuove particelle associate ad una nuova dinamica che però possano ristabilire l'unitarietà, la seconda invece vede lo scattering $\chi\chi$ crescere finchè l'interazione diventa non perturbativa. Quest'ultima possibilità porta l'idea che ci debba essere una nuova fisica con più fondamentali gradi di libertà, per la quale il MS è una approssimazione valida in un dato range di energie.

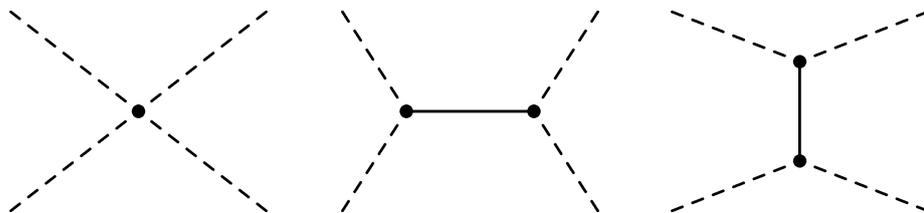
Queste due possibilità si rispecchiano in due teorie: il Modello di Higgs e le teorie Technicolor. Nei paragrafi successivi le spiegheremo brevemente entrambe, ma questo lavoro di tesi si basa invece, su un terzo modello: l'Higgs come stato composto di un nuovo settore fortemente interagente, sostanzialmente una convergenza tra i primi due.

1.2 Il Modello di Higgs

La scelta più semplice per ristabilire l'unitarietà è l'introduzione di un campo scalare $h(x)$ in rappresentazione di singoletto per $SU(2)_L \times SU(2)_R$, questa scelta permette inoltre di mantenere invariata la (1.14). Assumiamo che h si accoppi ai bosoni di gauge del MS e ai fermioni solo tramite i coupling deboli e di Yukawa, la lagrangiana di EWSB più generale che possiamo costruire ha tre parametri liberi all'ordine quadratico in h , abbiamo:

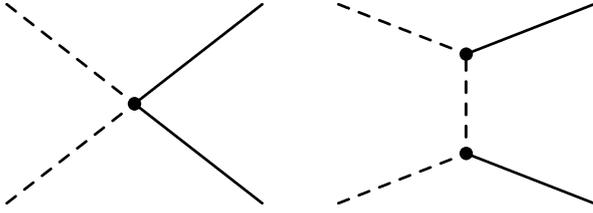
$$\mathcal{L}_H = \frac{1}{2} (\partial_\mu h)^2 + V(h) + \frac{v^2}{4} \text{Tr} \left[(D_\mu \Sigma)^\dagger (D_\mu \Sigma) \right] \left(1 + 2a \frac{h}{v} + b \frac{h^2}{v^2} + \dots \right) \\ + \frac{v}{\sqrt{2}} \sum_{i,j} (\bar{u}_L^i \quad d_L^i) \Sigma \left(1 + c \frac{h}{v} + \dots \right) \begin{pmatrix} \lambda_{ij}^u \bar{u}_R^j \\ \lambda_{ij}^d d_R^j \end{pmatrix} + h.c. \quad (1.16)$$

$V(h)$ denota il potenziale per h , incluso anche il suo termine di massa, ognuno dei tre parametri utilizzati è responsabile dell'unitarietà per le differenti interazioni della teoria. Abbiamo per $a = 1$ che lo scambio dello scalare permette di ripristinare l'unitarietà dello scattering $\chi\chi$ infatti:



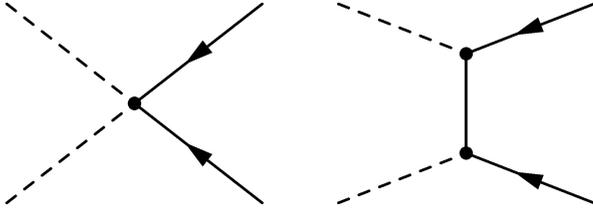
$$\begin{aligned}
A(\chi^+\chi^- \rightarrow \chi^+\chi^-) &= \frac{1}{v^2} \left(s - a^2 \frac{s^2}{s - m_h^2} + t - a^2 \frac{t^2}{t - m_h^2} + \dots \right) \\
&= \frac{s+t}{v^2} (1 - a^2) + O\left(\frac{m_h^2}{E^2}\right).
\end{aligned}$$

Anche i canali di scattering inelastico hanno ampiezza unitaria, per esempio abbiamo che lo scattering $\chi\chi \rightarrow hh$ (equivalente a $W_L W_L \rightarrow hh$) è reso unitario da $b = a^2$:



$$A(\chi^+\chi^- \rightarrow hh) = \frac{s}{v^2} (b - a^2) + O\left(\frac{m_h^2}{E^2}\right).$$

Infine per quanto riguarda lo scattering $\chi\chi \rightarrow \psi\psi$ la condizione che abbiamo è $ac = 1$:



$$A(\chi^+\chi^- \rightarrow \psi\psi) = \frac{M_\psi \sqrt{s}}{v^2} (1 - ac) + O\left(\frac{m_h^2}{E^2}\right). \quad (1.17)$$

Scegliendo la condizione $a = b = c = 1$ definiamo quello che conosciamo come modello di Higgs. È infatti possibile verificare che l'equazione (1.16) può essere riscritta in termini dell'ordinario modello di Higgs con il doppietto definito da

$$H(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\sigma^a \chi^a(x)/v} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

Questo modello, debolmente interagente, ha i pregi di essere facilmente implementabile e fenomenologicamente verificato, a patto che sia una particella leggera. Proprio su quest'ultimo aspetto il modello mostra i suoi difetti; infatti una massa così leggera dovrebbe essere anche molto instabile e molto influenzata da correzioni radiative e questo rende necessaria una qualche simmetria che protegga la massa da queste correzioni. Tutto ciò rafforza la convinzione che questa soluzione sia una comoda rappresentazione, ma non un'efficace spiegazione della dinamica che causa la rottura di simmetria elettrodebole.

1.3 Il Problema della Gerarchia

Il Problema della Gerarchia origina quando si considerano le correzioni radiative alla massa del bosone di Higgs. L'introduzione dei contributi derivanti da loop di particelle virtuali produce una divergenza quadratica nel termine di massa che a differenza di quanto accade nel caso di fermioni o dei bosoni di gauge non è cancellata da alcun meccanismo di protezione. Quindi, sembrerebbe sensato mettere un cut-off sull'energia e così introdurre una soglia di validità per il Modello Standard, ma è a questo punto che nasce il problema. Infatti alle conoscenze attuali l'unica soglia che abbiamo è quella della massa di Planck che è dell'ordine di $10^{18} GeV$, quindi le diverse correzioni dovrebbero riuscire a cancellarsi per poter ottenere la massa dell'Higgs di $125 GeV$ e risulterebbe essere un aggiustamento fine piuttosto improbabile. Per questa ragione, estensioni del Modello di Higgs che non soffrano del problema della gerarchia sono state lungamente discusse in letteratura.

1.4 Technicolor

Il modello di Higgs è un modo decisamente economico per salvaguardare l'unitarietà della teoria e parametrizzare la rottura di simmetria elettrodebole, ma è anche vero che la Natura in un altro sistema simile ha scelto un'altra via, stiamo parlando del caso della QCD.

A bassa energie abbiamo un stato di vuoto, formato da un condensato di quarks e gluoni, che rompe dinamicamente la simmetria chirale $SU(2)_L \times SU(2)_R$ al sottogruppo vettoriale $SU(2)_V$; a questa rottura di simmetria sono ovviamente associati tre bosoni di Goldstone; i pioni. La dinamica dei pioni viene descritta da un modello σ non-lineare con:

$$\mathcal{L}_\pi = \frac{f_\pi}{4} Tr \left[(\partial_\mu \Sigma)^\dagger (\partial^\mu \Sigma) \right], \quad \sigma(x) = exp(i\sigma^a \pi^a(x) / f_\pi), \quad (1.19)$$

dove $f_\pi = 92MeV$ è la costante di decadimento dei pioni. Lo scattering pione-pione, esattamente come nel caso dei campi W , presenta gli stessi problemi di unitarietà; questa volta non c'è però una risonanza scalare leggera che possa svolgere il ruolo del bosone di Higgs h . In questo caso avremo invece un'intera torre di risonanze pesanti che verranno scambiate nello scattering tra pioni ad alta energie, e che eventualmente ristabiliranno l'unitarietà.

Sperimentalmente il contributo più importante viene dalla risonanza vettore più leggera: il mesone ρ ($J = 1, I = 1$). In questo caso la dinamica che sta dietro la rottura di simmetria è fortemente interagente, e la sua descrizione microscopica avviene tramite gradi di libertà più fondamentali, i quarks. Da questo punto di vista la QCD può essere considerata come il prototipo per lo studio delle rotture di simmetrie forti e lo studio delle sue proprietà possono aiutare nella comprensione del regime UV della teoria elettrodebole.

Vediamo ora cosa succede alla QCD e ai pioni quando accendiamo l'interazione debole, e discutiamo la dinamica dei bosoni W e Z nell'assunzione chiaramente irrealistica, che non ci siano altre sorgenti di rottura di simmetria EW a parte quella del condensato di QCD. Vedremo che i bosoni di gauge acquisirebbero una massa, anche se troppo piccola rispetto a quella osservata. Mettiamoci dunque nel limite chirale, masse quarks nulle; prima di introdurre l'interazione debole i pioni sono bosoni di Goldstone esatti associati alla rottura di simmetria globale $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_B \rightarrow SU(2)_V \times U(1)_B$, quindi sono privi di massa. L'introduzione del gruppo $SU(2)_L \times SU(2)_Y$ come interazione di gauge cambia solo una parte della simmetria globale e così facendo introduce una rottura esplicita della simmetria. Quindi in questo caso sarà lo stato di vuoto della QCD a rompere la simmetria elettrodebole e saranno i pioni questa volta ad essere mangiati per poter dar massa a W e alla Z . Anche in questo caso il sottogruppo non rotto sarà $U(1)_{EM}$ con la carica elettrica definita da

$$Q = T_L^3 + T_R^3 + \frac{B}{2}.$$

La presenza del numero barionico B è necessaria per ottenere le corrette assegnazioni di carica per i quark. Per conoscere il meccanismo con cui i bosoni di gauge acquistano massa, partiamo dal propagatore del W nella gauge di Landau, $\xi = 0$; dall'accoppiamento della W alla corrente debole conservata

$$J^{\mu\pm} = \bar{q}_L \gamma^\mu (\gamma_w T^\pm) q_L, \quad t^\pm = T_1 \pm iT^2, \quad (1.20)$$

otteniamo delle correzioni di QCD al propagatore,

$$\begin{aligned} \text{wavy line with square} &= \text{wavy line} + \text{wavy line with circle} \\ &+ \text{wavy line with two circles} + \dots \end{aligned}$$

$$G_{\mu\nu}(q) = \frac{-i}{q^2 - g^2\Pi(q^2)/2} (P_T)_{\mu\nu}, \quad (P_T)_{\mu\nu} \equiv \eta_{\mu\nu} - \frac{q_\nu q_\mu}{q^2}, \quad (1.21)$$

dove

$$i\Pi_{\mu\nu}(q^2) = - \int d^4x e^{-iq \cdot x} \langle 0 | T (J_\mu^+(x) J_\nu^-(0)) | 0 \rangle, \quad (1.22)$$

$$\Pi_{\mu\nu}(q^2) = \left(\eta_{\mu\nu} - \frac{q_\nu q_\mu}{q^2} \right) \Pi(q^2). \quad (1.23)$$

A questo punto, se il termine $\Pi_{\mu\nu}(q^2)$ ha un polo a $q^2 = 0$ otteniamo il nostro termine di massa per il W. Questo polo in effetti c'è ed è il risultato della rottura di simmetria, originata infatti dallo scambio del pione:

$$\text{wavy line with cross} \text{---} \pi \text{---} \text{dashed line with cross}$$

$$\langle 0 | J_\mu^+ | \pi^-(p) \rangle = i \frac{f_\pi}{\sqrt{2}} p_\mu \quad (1.24)$$

Il termine di massa del W ottenuto sarà:

$$m_W = \frac{gf_\pi}{2} \simeq 29 \text{ MeV}. \quad (1.25)$$

Il valore appena ottenuto è ovviamente lontano da quello sperimentale, ma quello che ci interessava mostrare con questa discussione era che la QCD può a livello qualitativo spiegare la rottura di simmetrie elettrodebole. Inoltre la simmetria residua $SU(2)_V$ è precisamente la simmetria custodiale così da ottenere $\rho = 1$ a livello albero.

Alla luce di questo, si potrebbe dunque pensare alla dinamica di EWSB come una versione di QCD riscalata, in modo tale da avere:

$$f_\pi \quad \rightarrow \quad F_\pi \simeq v = 246 \text{ GeV}. \quad (1.26)$$

IN generale si potrà rimpiazzare il gruppo $SU(3)$ di colore con un gruppo di gauge $SU(N_{TC})$, detto gruppo di Technicolor, con una simmetria globale $SU(2)_L \times SU(2)_R$ rotta al sottogruppo diagonale $SU(2)_V$. A basse energie per via del confinamento (esattamente come in QCD) una combinazione lineare tra i pioni di QCD e i nuovi techni-pioni verrà usata dunque, per ottenere la polarizzazione longitudinale di W e Z

$$|V_L\rangle = \sin \alpha |\pi_{QCD}\rangle + \cos \alpha |\pi_{TC}\rangle \quad (1.27)$$

$$v^2 = f_\pi^2 + F_\pi^2, \quad \tan \alpha = \frac{f_\pi}{F_\pi},$$

mentre la combinazione ortogonale individuerà il pione fisico. Poichè $f_\pi \ll F_\pi \simeq v$ il contributo principale alla polarizzazione longitudinale di W e Z verrà dai technipioni, mentre solo una piccola parte sarà dei pioni di QCD.

Capitolo 2

Il Formalismo CCWZ

In questo capitolo cercheremo di fornire gli strumenti per poter elaborare una teoria effettiva che descriva un Higgs come un bosone composto di Nambu-Goldstone per una nuova dinamica di interazione appena al di sopra della scala debole. Quello che vogliamo è un formalismo che renda possibile la costruzione una lagrangiana che, tramite una realizzazione non lineare di un gruppo di Lie \mathcal{G} , permetta di descriverne la rottura spontanea di simmetria. Tutto ciò è stato ottenuto in [4], [5] da Callan, Coleman, Wess e Zumino (CCWZ). Nelle pagine seguenti mostreremo le proprietà più importanti del formalismo CCWZ.

2.1 Un primo esempio

Il formalismo CCWZ definisce una rappresentazione non lineare per il gruppo di simmetria globale; ma perchè non utilizzare invece una rappresentazione lineare? Quando si lavora con teorie effettive per il limite di bassa energia (IR) di teorie di alta energia (UV) ci si aspetta che le simmetrie della teoria vera siano preservate, ma in generale non c'è motivo di attendersi che tutte le simmetrie siano realizzate linearmente. Conviene fare un esempio; si considerino N -campi scalari reali $\vec{\phi}$ con lagrangiana:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}\partial_\mu\vec{\phi}\partial^\mu\vec{\phi} - \frac{\mu^2}{2}|\vec{\phi}|^2 - \frac{\lambda}{4}|\vec{\phi}|^4, \quad \lambda > 0,$$

la quale risulta invariante per trasformazioni di $O(N)$

$$\vec{\phi} \rightarrow e^{i\sum_k \alpha^k T^k} \vec{\phi}$$

dove con T^k indichiamo i generatori del gruppo. Nel caso $\mu^2 > 0$ la configurazione

$\vec{\phi} = 0$ è di minimo e lo stato di vuoto è invariante sotto le trasformazioni di $O(N)$, invece nel caso $\mu^2 < 0$ la configurazione di minimo è degenere e perde la simmetria. A questo punto la simmetria è rotta a $O(N-1)$ e lo stato degenere di vuoto è definito dalla condizione $|\vec{\phi}| = -\mu^2/\lambda \equiv v^2$. Ridefiniamo il campo come:

$$\vec{\phi} = (\theta(x) + v) e^{i \sum_r \tau^r \xi^r(x)} \begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

dove τ^r con $r = 1, \dots, n-1$ sono i generatori rotti. Riscrivendo la densità di lagrangiana in funzione di questi nuovi campi $\theta(x)$ e $\xi(x)$ otteniamo:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \partial_\mu \theta \partial^\mu \theta - \frac{(\theta + v)^2}{2} \text{Tr} \left[\partial_\mu e^{-i \sum_r \tau^r \xi^r(x)} \partial^\mu e^{i \sum_r \tau^r \xi^r(x)} \right] - \frac{\lambda}{4} (\theta^2 + 2v\theta)^2 - \frac{\lambda v^2}{4}.$$

Il campo θ è massivo mentre i ξ sono senza massa, questi sono gli $N-1$ bosoni di Goldstone; quando si studiano processi ad energie molto minori rispetto alla massa del θ si possono eliminare questi campi pesanti integrandoli via tramite le loro equazioni del moto, ottenendo una teoria effettiva per i bosoni di Goldstone. Le nuove regole di trasformazione sotto l'azione di $O(N)$ sono:

$$e^{i \sum_r \tau^r \xi^r(x)} \rightarrow e^{i \sum_k \alpha^k T^k} e^{i \sum_r \tau^r \xi^r(x)}.$$

Vediamo che le regole di trasformazione non agiscono linearmente per i campi ξ , questo esempio mostra come una trasformazione non lineare si presenti naturalmente in una rottura di simmetria.

2.2 Realizzazioni non lineari

Prima di poter scrivere una qualsiasi lagrangiana è importante definire quali siano le proprietà di trasformazione sotto l'azione delle simmetrie interne dei campi della teoria. Se il gruppo si realizzasse linearmente, la classificazione di tutti i possibili modi di trasformazione dei campi si ricondurrebbe all'usuale teoria delle rappresentazioni, ma se consideriamo trasformazioni più generali, non lineari, la classificazione risulta più complicata.

2.2.1 Proprietà d'equivalenza e trasformazioni permesse

Allo scopo di classificare le rappresentazioni non lineari del gruppo è necessario anzitutto, definire una relazione di equivalenza. Poichè il fine è sempre lo studio di teorie di campo quantistiche, un criterio di classificazione sensato è l'indipendenza dei valori della matrice S on-shell dai particolari campi utilizzati nella lagrangiana: due realizzazioni non lineari saranno considerate equivalenti, se sono collegate da una trasformazione non lineare che non cambia gli elementi della matrice S . È possibile dimostrare che l'equivalenza tra due campi ϱ e χ è assicurata per trasformazioni della forma:

$$\varrho = \chi F(\chi), \quad F(0) = 1, \quad (2.1)$$

con densità di lagrangiana funzione delle potenze dei campi e delle loro derivate e la F funzione delle potenze dei campi. Soddisfatte queste condizioni, gli elementi della matrice S , derivanti dalla lagrangiana scritta in funzione dei campi ϱ , corrisponderanno a quelli ottenuti dalla lagrangiana scritta in funzione di χ . Le trasformazioni che soddisfanno (2.1) saranno dunque quelle permesse; è possibile dimostrare che queste trasformazioni lasciano invariate le diverse quantità fisiche a qualsiasi ordine di loop.

Se identifichiamo il set di campi fisici con un insieme di coordinate della varietà M , l'individuazione di tutti i possibili modi del gruppo \mathcal{G} di trasformare i campi è vista equivalentemente come la ricerca di tutti i possibili modi per realizzare il gruppo come trasformazioni sulla varietà. L'utilizzo di questo approccio semplifica la classificazione delle realizzazioni, in quanto il criterio di equivalenza usato per i campi diventa un criterio di equivalenza puramente geometrico tra due set di coordinate della varietà: le trasformazioni permesse saranno un sottoinsieme di tutte quelle possibili, in particolare quelle che lasciano invariata l'origine.

2.2.2 Realizzazione Standard Non Lineare

Sia \mathcal{G} un gruppo di Lie semisemplice, compatto e connesso ed \mathcal{H} un suo sottogruppo continuo; definiamo ora V_i [$i = 1, \dots, \dim(\mathcal{H})$] i generatori del sottogruppo \mathcal{H} e A_j [$j = 1, \dots, \dim(\mathcal{G}) - \dim(\mathcal{H})$] i rimanenti e li scegliamo in modo tale che siano ortonormali¹. È possibile scrivere un generico elemento del gruppo nella forma:

$$g = e^{i\xi A} e^{iuV}, \quad (2.2)$$

¹Utilizzando la forma bilineare di Killing-Cartan come prodotto scalare, la condizione di ortonormalità è data da $Tr(T^a T^b) = \delta_{a,b}$, indichiamo con T^a i generatori del gruppo nella rappresentazione aggiunta.

dove

$$\xi \cdot A = \sum_i \xi_i A_i, \quad u \cdot V = \sum_i u_i V_i$$

e ξ ed u sono parametri reali. Due elementi del gruppo, g e g' corrispondono allo stesso elemento di \mathcal{G}/\mathcal{H} ² se sono collegati da una trasformazione destra di \mathcal{H} , tale che $g \sim g'$ se $g = g'h$ per un qualche $h \in \mathcal{H}$. A questa definizione segue che g e g' hanno le stesse coordiante ξ e possono essere utilizzate per parametrizzare lo spazio del laterale sinistro di \mathcal{H} .

Definiamo l'azione del gruppo \mathcal{G} su \mathcal{G}/\mathcal{H} tramite moltiplicazione a sinistra:

$$g_0 e^{i\xi A} = e^{i\xi' A'} e^{iu' V'}. \quad (2.3)$$

$$\xi' = \xi'(\xi, g), \quad u' = u'(\xi, g). \quad (2.4)$$

Prendiamo una rappresentazione lineare del sottogruppo \mathcal{H}

$$h : \varphi \mapsto D(h)\varphi, \quad h \in H \quad (2.5)$$

la trasformazione:

$$g : \xi \mapsto \xi', \quad \varphi \mapsto D(e^{iu' V}) \varphi \quad (2.6)$$

non è una rappresentazine lineare di \mathcal{G} , infatti:

$$g_1 e^{i\xi' A} = e^{i\xi'' A} e^{iu'' V}, \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} g_1 g_0 e^{i\xi A} &= g_1 e^{i\xi' A} e^{iu' V} = e^{i\xi'' A} e^{iu'' V} e^{iu' V} \\ &= (g_1 g_0) e^{i\xi A} = e^{i\xi''' A} e^{iu''' V}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

²L'utilizzo della decomposizione (2.2) ha tacitamente introdotto una parametrizzazione del laterale sinistro \mathcal{G}/\mathcal{H} .

con $\xi'' = \xi'''$ e $e^{iu'''V} = e^{iu''V} e^{iu'V}$.

Essendo D una rappresentazione abbiamo che:

$$D(e^{iu'''V}) = D(e^{iu''V})D(e^{iu'V}). \quad (2.9)$$

Le trasformazioni su ξ possono essere considerate esse stesse realizzazioni del gruppo. D'altro canto le trasformazioni su φ sono prive di significato senza ξ in quanto u' è funzione di ξ , è quindi possibile portare una qualsiasi rappresentazione lineare del sottogruppo \mathcal{H} ad una non lineare dell'intero gruppo \mathcal{G} .

D'ora in poi ci riferiremo a (2.6) come alla *realizzazione standard*³ alla quale possiamo ricondurre ogni realizzazione, tramite un adeguato cambio di coordinate sulla varietà M . Osserviamo innanzitutto che la realizzazione standard linearizza nel sottogruppo \mathcal{H} infatti, dato $h \in \mathcal{H}$, abbiamo:

$$he^{i\xi A} = he^{i\xi A}h^{-1}h \quad (2.10)$$

poichè abbiamo scelto i generatori ortonormali⁴ segue che

$$he^{i\xi A}h^{-1} = e^{i\xi' A}, \quad e^{iu'V} = h. \quad (2.11)$$

Perciò la trasformazione di ξ risulta essere lineare e la denoteremo come $\xi' = \tilde{D}(h)\xi$, inoltre u' risulta indipendente da ξ quindi anche la trasformazione $\varphi \mapsto D(e^{iu'V})$ risulta lineare.

2.2.3 Classificazione delle Realizzazioni Non Lineari

Ogni realizzazione non lineare di \mathcal{G} sulla varietà M , che linearizza quando ristretta al sottogruppo \mathcal{H} è equivalente alla *realizzazione standard*; in questo paragrafo dimostremo questo asserto cominciando col dimostrare che esiste un insieme di coordinate con le quali è possibile linearizzare l'azione di \mathcal{H} a patto che esista un punto invariante per \mathcal{H} .

³In questa realizzazione, $D(h)$ se riducibile sarà scritta in una rappresentazione completamente decomposta

⁴Linearizzo $he^{i\xi A}h^{-1}h$; al second'ordine ho il termine $\xi u[V, A]$ proporzionale ad A o V , ma le costanti di struttura $f^{i, \alpha, j}$ (con gli indici greci indico i generatori di \mathcal{G}/\mathcal{H} e con i latini \mathcal{H}) sono nulle. Poichè \mathcal{H} è un sottogruppo, la corrispondente algebra h sarà una sottoalgebra chiusa rispetto al commutatore quindi le costanti di struttura della forma $f^{i, j, \alpha}$ sono nulle, l'antisimmetria di f rispetto a tutti i suoi tre indici conseguenza dell'ortonormalità, conclude la dimostrazione.

Sia M una varietà n -dimensionale reale e \mathcal{G} un gruppo di Lie compatto connesso e semisemplice che identifica le rappresentazioni sulla varietà, abbiamo:

$$g : x \mapsto T_g x,$$

con x indichiamo un vettore n -dimensionale le cui entrate coincidono con le coordinate di un punto della varietà, e con T_g una funzione analitica sia in g che in x . Definito \mathcal{H} sottogruppo di \mathcal{G} , come l'insieme di tutti gli elementi del gruppo che lasciano l'origine invariata

$$T_h 0 = 0 \quad \forall h \in \mathcal{H},$$

allora esiste un set di coordinate, valide in un qualche intorno dell'origine, per le quali avremo:

$$T_h y = D(h)y, \quad \forall h \in \mathcal{H}$$

dove $D(h)$ è una rappresentazione lineare di \mathcal{H} .

Iniziamo la dimostrazione osservando che essendo \mathcal{H} compatto esiste un intorno dell'origine invariante⁵, indichiamo con x le coordinate di una curva che sta in questo intorno. Espandiamo T_g :

$$T_h x = D(h)x + o(x^2) \tag{2.12}$$

con $D(h)$ rappresentazione lineare di \mathcal{H} . Definiamo ora la n -funzione y come:

$$y = \int_H dh D^{-1}(h) T_h x, \tag{2.13}$$

dove dh è una misura invariante, normalizzata in maniera tale da avere:

$$\int_H dh = 1.$$

Con l'aiuto di (2.12) si vede che y è una funzione analitica :

$$y = x + o(x^2).$$

⁵ $\mathcal{H} = \{g \in \mathcal{G} | T_g 0 = 0\}$ Se T_g è continua \mathcal{H} è chiuso perchè controimmagine di un chiuso ed un sottoinsieme chiuso di un compatto è compatto.

Lo Jacobiano della trasformazione è uguale a 1, lascia lo 0 invariato ed è quindi possibile utilizzare y come nuove coordinate in un intorno dell'origine. Con l'azione di un arbitrario elemento $h_0 \in \mathcal{H}$ avremo:

$$\begin{aligned} h_0 : y &\mapsto \int dh D^{-1}(h) T_h T_{h_0} x \\ &= \int d(hh_0) D^{-1}(hh_0 h_0^{-1}) T_{hh_0} x = D(h_0) y. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Questi ultimi passaggi concludono la dimostrazione.

Quanto visto fin ora ha una precisa interpretazione nella teoria dei campi; abbiamo definito il sottogruppo \mathcal{H} come l'insieme di elementi che lasciano invariato un dato punto della varietà, nel caso in cui questo coincida con l'intero gruppo \mathcal{G} non abbiamo rottura di simmetria, viceversa, quando questo non avviene abbiamo rottura spontanea di simmetria e lo stato di vuoto (l'origine, nella nostra descrizione) rimane invariato solo per una parte di \mathcal{G} .

Passiamo ora al successivo step per la dimostrazione dell'equivalenza di tutte le realizzazioni non-lineari con quella standard.

Consideriamo la sottovarietà N di M che consiste di tutti i punti raggiungibili da una trasformazione g dell'origine. Poichè \mathcal{H} lascia l'origine invariata, possiamo parametrizzare N con le variabili del laterale di \mathcal{H} : ξ . Ogni punto di N può essere scritto come: $N = e^{i\xi N} A 0$, dunque ogni punto della sottovarietà N avrà per coordinate i parametri ξ . Le proprietà di trasformazione di N sotto \mathcal{G} , sono completamente determinate, infatti⁶:

$$g(e^{i\xi A} 0) = e^{i\xi' A} e^{iu' V} 0 = e^{i\xi' A} 0.$$

Introduciamo ora altre $n - d^l$ coordinate su M che indicheremo con il vettore ϕ reale, a questo punto ogni elemento di M ha una coppia di coordinate (ξ, ϕ) . Il punto $(\xi, 0)$ sta su N e abbiamo

$$g(\xi, 0) = (\xi'(\xi, g), 0), \quad (2.15)$$

dove $\xi'(\xi, g)$ è data dalla (2.4), diretta conseguenza di quanto appena dimostrato è la possibilità di scegliere le coordinate in maniera che queste si trasformino linearmente sotto \mathcal{H}

⁶Utilizziamo il fatto che \mathcal{H} è stato costruito per lasciare invariato il punto 0

⁷ $\dim(M) - \dim(N)$

$$e^{iuV}(\xi, \phi) = (\tilde{D}(e^{iuV})\xi, D(iuV)\phi) \quad (2.16)$$

dove D è una qualche rappresentazione lineare di \mathcal{H} e \tilde{D} è una rappresentazione lineare su ξ indotta da (2.11)⁸. Adesso introduciamo delle nuove coordinate (ξ, χ) che chiameremo realizzazione standard, definite da

$$(\xi, \chi) = e^{i\xi A}(0, \phi) \quad (2.17)$$

a cui segue

$$(0, \chi) = (0, \phi)$$

inoltre da (2.15) abbiamo:

$$(\xi, 0)^* = (\xi, 0).$$

Queste equazioni definiscono un set di coordinate permesse in un qualche intorno dell'origine, poichè definiscono una mappa analitica della coppia (ξ, χ) su M , con Jacobiano diverso da zero nell'origine. A questo punto l'azione di \mathcal{G} nell'intorno dell'origine è:

$$\begin{aligned} g(\xi, \chi) &= g e^{i\xi A}(0, \chi) = e^{i\xi' A} e^{iu'V}(0, \chi) = e^{i\xi' A}(0, D(e^{iu'V})\chi) \\ &= (\xi', D(e^{u'V})\chi). \end{aligned} \quad (2.18)$$

2.3 Derivata Covariante

In qualsiasi Teoria dei Campi la lagrangiana, funzione dei campi e delle loro derivate, sta su una varietà che può essere parametrizzata con le coordinate:

$$X = (\xi, \chi, \partial\xi, \partial\chi). \quad (2.19)$$

⁸Poichè il gruppo \mathcal{H} è compatto, la sua rappresentazione può sempre essere scritta tramite un'opportuna scelta di coordinate, in una forma completamente irriducibile.

Per la costruzione di una lagrangiana invariante è necessario definire delle derivate covarianti che trasformino in maniera standard. Le trasformazioni per ξ e χ sono lineari quando ristrette al sottogruppo \mathcal{H} , perciò anche le rispettive derivate trasformeranno linearmente, quindi sarà possibile ottenere una realizzazione di queste in accordo con quella standard. Indichiamo le nuove coordinate con $(\xi, \chi, D_\mu \xi, D_\mu \chi)$ che, in accordo con (2.17), sono date da:

$$e^{-i\xi A}(\xi, \chi, \partial_\mu \xi, \partial_\mu \chi) = (0, \chi, D_\mu \xi, D_\mu \chi). \quad (2.20)$$

Le coordinate $D_\mu \xi$ e $D_\mu \chi$, derivate covarianti, sono definite in modo che trasformino sotto l'azione di \mathcal{G} in maniera analoga a (2.16) cioè:

$$(D_\mu \xi)' = D^{(b)}(e^{u'V})(D_\mu \xi), \quad (2.21)$$

$$(D_\mu \chi)' = D(e^{u'V})(D_\mu \chi). \quad (2.22)$$

Per arrivare all'espressione esplicita delle derivate covarianti, cominciamo con il derivare (2.2) rispetto a x^μ

$$g(\partial_\mu e^{\xi A}) = (\partial_\mu e^{\xi' A})e^{u'V} + e^{\xi' A}(\partial_\mu e^{u'V}), \quad (2.23)$$

e scegliamo, come prima, $g = e^{-i\xi A}$ con questa scelta ξ' e u' spariscono e segue che:

$$\begin{aligned} e^{-i\xi A} \partial_\mu e^{i\xi A} &= \partial_\mu e^{i\xi' A} + \partial_\mu e^{iu'V} \Big|_{\xi'=0, u'=0} \\ &= i\partial_\mu \xi' A + i\partial_\mu u'V \Big|_{\xi'=0, u'=0} \\ &= iD_\mu \pi A + iv_\mu V. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Ora per trovare l'espressione esplicita per $D_\mu \chi$ differenziamo le regole di trasformazione per χ (2.6):

$$g\partial_\mu \chi = (\partial_\mu D(e^{u'V}))\chi + D(e^{u'V})\partial_\mu \chi. \quad (2.25)$$

Per g facciamo sempre la stessa scelta, $g = e^{-\xi A}$,

$$e^{\xi A} \partial_\mu \chi = (\partial_\mu u'V)\chi + \partial_\mu \chi \Big|_{\xi'=u'=0}, \quad (2.26)$$

ed infine otteniamo:

$$D_\mu \chi = \partial_\mu \chi + i v_\mu V. \quad (2.27)$$

Si riesce a dimostrare facilmente come le derivate covarianti così ottenute trasformano in accordo con la realizzazione standard; infine, notiamo, come l'equazione (2.24) ci permette di calcolare D_μ e v_μ che sono poi utilizzate per calcolare la derivata covariante dei campi χ .

Capitolo 3

L'Higgs come Bosone di Goldstone

In questo lavoro descriviamo un modello dove il campo di Higgs non è un campo elementare, ma piuttosto uno stato legato di un settore fortemente interagente. Questa soluzione risolve il problema della gerarchia del Modello Standard, in quanto contributi virtuali alla massa dell'Higgs sopra un certo valore di cut-off Λ , che corrisponde alla scala di confinamento del nuovo settore forte, vengono soppressi.

Prendiamo allora un gruppo di simmetria globale \mathcal{G} che nel nostro modello sarà $SO(5)$ dinamicamente rotto ad \mathcal{H} alla scala f e sia il sottogruppo $\mathcal{H}' \subset \mathcal{G}$ che rappresenta il gruppo \mathcal{G}_{SM} ($SU(2)_L \times U(1)_Y$) dei vettori di gauge, gli usuali W e B del Modello Standard. La rottura della simmetria globale $\mathcal{G} \rightarrow \mathcal{H}$ implica l'esistenza di $n = \dim(\mathcal{G}) - \dim(\mathcal{H})$ bosoni di Goldstone, di questi $n_0 = \dim(\mathcal{H}') - \dim(\mathcal{H})$ sono "mangiati" per dare massa ai bosoni vettori W e B , in questo modo il rimanente gruppo di gauge non rotto è dato da $\mathcal{H}_0 = \mathcal{H} \cap \mathcal{H}'$.¹ La simmetria globale $SO(5)$ è inoltre esplicitamente rotta dagli accoppiamenti dei campi del Modello Standard con quelli del settore forte, i quali saranno invarianti per la simmetria \mathcal{G}_{SM} , ma non in generale per \mathcal{G} . Si mostra che il potenziale di Higgs viene generato dai loops dei fermioni e bosoni di gauge del MS, ed è questo poi ad indurre la rottura esplicita della simmetria elettrodebole; dunque la scala elettrodebole v è a questo punto determinata dinamicamente e può essere resa più piccola della scala f .

¹Per una corretta definizione dei diversi numeri quantici dei fermioni è opportuno utilizzare come gruppo \mathcal{G} $SO(5) \times U(1)_X$ rotto a $SO(4) \times U(1)_X$

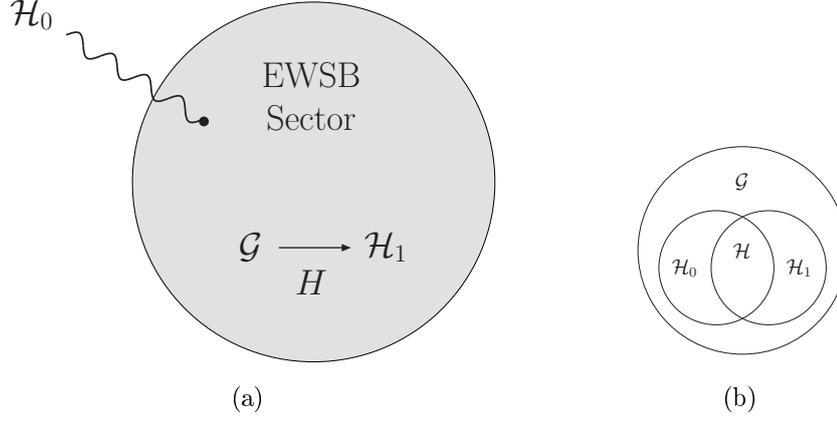


Figura 3.1: In figura a) rappresentazione del settore fortemente interagente con \mathcal{G} , simmetria globale, rotta a sottogruppo \mathcal{H} , il sottogruppo \mathcal{H}_0 è reso di gauge dai vettori di gauge esterni. In figura b) diagramma della rottura di simmetria.

3.1 La Lagrangiana per $SO(5)/SO(4)$

Per la costruzione della lagrangiana chirale applichiamo il formalismo CCWZ ad $SO(5)/SO(4)$. Per iniziare definiamo i campi di Nambu-Goldstone (NG) con $\Pi(x) = \Pi^{\hat{a}}(x)T^{\hat{a}}$ e definiamo:

$$U(\Pi) = e^{i\Pi(x)} \quad (3.1)$$

$$-iU^\dagger \partial_\mu U = d_\mu^{\hat{a}} T^{\hat{a}} + E_\mu^a T^a \equiv d_\mu + E_\mu, \quad (3.2)$$

con $T^{\hat{a}}$ e T^a indichiamo rispettivamente i generatori rotti e non, riportati esplicitamente in appendice A.1. L'azione di $g \in \mathcal{G}$ sui campi di NG è data da :

$$gU(\Pi) \equiv U(g(\Pi))h(\Pi, g), \quad (3.3)$$

qui $h(\Pi(x), g)$ è un elemento del sottogruppo \mathcal{H} che attraverso $\Pi(x)$ dipende dalle coordinate dello spazio-tempo, mentre $U(g(\Pi)) = e^{iT^{\hat{a}}\xi^{\hat{a}}(\Pi, g)}$. Equivalentemente, sotto una trasformazione globale di \mathcal{G} avremo:

$$U(\Pi) \rightarrow gU(\Pi)h^\dagger(\Pi, g), \quad (3.4)$$

che implica le seguenti relazioni:

$$d_\mu(\Pi) \rightarrow h(\Pi, g)d_\mu(\Pi)h^\dagger(\Pi, g) \quad (3.5)$$

$$E_\mu(\Pi) \rightarrow h(\Pi, g)E_\mu(\Pi)h^\dagger(\Pi, g) - ih(\Pi, g)\partial_\mu h^\dagger(\Pi, g). \quad (3.6)$$

Le equazioni appena scritte mostrano le trasformazioni per d_μ e E_μ sotto la simmetria locale \mathcal{H} , da notare che E_μ trasforma come un campo di gauge. È possibile così introdurre la nozione di derivata covariante definita:

$$\nabla_\mu \equiv \partial_\mu + iE_\mu \quad (3.7)$$

con tensore di curvatura:

$$E_{\mu,\nu} = \partial_\mu E_\nu - \partial_\nu E_\mu + i[E_\mu, E_\nu] \quad (3.8)$$

$$E_{\mu,\nu}(\Pi) \rightarrow h(\Pi, g)E_{\mu,\nu}(\Pi)h^\dagger(\Pi, g). \quad (3.9)$$

Queste variabili covarianti appena elencate saranno gli elementi che useremo per costruire la lagrangiana; è possibile aggiungere un'ulteriore struttura covariante nel caso in cui ci sia la necessità di introdurre un gruppo di gauge esterno $\mathcal{H}' \subset \mathcal{G}$ ². Anche in questo caso le relazioni elencate sopra si mantengono con alcune sostituzioni:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + iA_\mu, \quad (3.10)$$

questa ridefinizione modifica (3.2) che diventa:

$$-iU^\dagger D_\mu U = \tilde{d}_\mu^{\hat{a}} T^{\hat{a}} + \tilde{E}_\mu^a T^a. \quad (3.11)$$

Il campo di gauge esterno si potrà scrivere nella forma $A_\mu = A_\mu^{\hat{a}} T^{\hat{a}} + A_\mu^a T^a$ il quale, per l'azione locale di \mathcal{H}' , trasforma usualmente come $A_\mu \rightarrow gA_\mu g^\dagger - ig\partial_\mu g^\dagger$. Possono essere costruite due nuove strutture covarianti partendo da tensore di curvatura del campo di gauge esterno, cioè:

$$f_{\mu\nu} = U^\dagger F_{\mu\nu} U = (f_{\mu\nu}^-)^{\hat{a}} T^{\hat{a}} + (f_{\mu\nu}^+)^{\dagger} T^a \equiv f_{\mu\nu}^- + f_{\mu\nu}^+ \quad (3.12)$$

²Nel nostro caso, al gruppo elettrodebole del modello standard $SU(2) \times U(1)$

$$f_{\mu\nu}^{\pm}(\Pi) \rightarrow h(\Pi, g)f_{\mu\nu}^{\pm}(\Pi)h^{\dagger}(\Pi, g). \quad (3.13)$$

3.1.1 Le Risonanze

Dall'introduzione di un gruppo di simmetria $SO(4)$ ci aspettiamo la presenza di nuove risonanze nelle possibili rappresentazione del gruppo tali da poter essere scambiate nei processi di scattering tra due Goldstone, infatti con un meccanismo simile a quanto accadeva nel modello Technicolor lo scambio di risonanze permette di completare i processi di scattering $\pi\pi$ e ristabilirne così l'unitarietà dell'ampiezza. Poichè i bosoni di Goldstone trasformano come un vettore in rappresentazione $\mathbf{4}$ di $SO(4)$, allora vuol dire che le rappresentazioni permesse sono quelle della decomposizione: $\mathbf{4} \times \mathbf{4} = \mathbf{1} + \mathbf{6} + \mathbf{9}$ di $SO(4)$ che coincidono con le rappresentazioni $(\mathbf{1}, \mathbf{1}) + (\mathbf{3}, \mathbf{1}) + (\mathbf{1}, \mathbf{3}) + (\mathbf{3}, \mathbf{3})$ di $SU(2) \times SU(2)$.

Cominciamo col definire il cut-off Λ con $\Lambda \leq 4\pi f$ per indicare la scala alla quale l'accoppiamento diventa forte e la nostra lagrangiana effettiva perderà significato. Assumiamo che esista almeno una risonanza più leggera del cut-off parametrizzata da una massa $m_{\rho} \simeq g_{\rho}f$ e un coupling $1 \leq g_{\rho} \leq 4\pi$.

In questo lavoro prenderemo in considerazione solo le risonanze di spin 1 ed in particolare quelle che sono nella rappresentazione $(\mathbf{3}, \mathbf{1})$ di $SU(2)_L \times SU(2)_R$. Descriviamo queste risonanze con il campo ρ_{μ} che trasforma in modo non omogeneo:

$$\rho_{\mu} \rightarrow h(\Pi, g)\rho_{\mu}h^{\dagger}(\Pi, g) - ih(\Pi, g)\partial_{\mu}h^{\dagger}(\Pi, g), \quad (3.14)$$

così è possibile definire il tensore

$$\rho_{\mu\nu} = \partial_{\mu}\rho_{\nu} - \partial_{\nu}\rho_{\mu} + i[\rho_{\mu}, \rho_{\nu}]. \quad (3.15)$$

Siamo interessati al caso in cui l'interazione tra i bosoni di Goldstone e le risonanze, ad energie confrontabili con la massa di quest'ultime, sia descritta dai primi termini di un'espansione sulle derivate. Plausibilmente possiamo assumere un'espansione controllata da $\frac{\partial}{\Lambda}$ con un cut-off che soddisfa $m_{\rho} \ll \Lambda \ll 4\pi f$; possiamo così scrivere i termini della lagrangiana effettiva che coinvolge le risonanze³ come:

³Il termine di mixing è invariante per il gruppo \mathcal{H} , poichè la parte non omogenea della trasformazione per ρ ed E si compensano a vicenda.

$$\mathcal{L}^{\rho L} = -\frac{1}{4g_\rho^2}\rho_{\mu\nu}^a\rho^{a\mu\nu} + \frac{m_\rho^2}{2g_\rho^2}(\rho_\mu^a - E_\mu^a)^2 + \sum_i \alpha_i Q_i \quad (3.16)$$

Nel caso di un coupling debole l'esclusione di ordini superiori è una scelta immediata, diventando poco rilevanti; in scenari con coupling grandi che soddisfano una particolare ipotesi di power-counting detta SILH [9]⁴ abbiamo comunque una ragione per fermarci a termini di dimensione $d = 4$. Infatti i termini più rilevanti negli operatori a dimensioni maggiori sono quelli con potenze extra dell'Higgs o delle risonanze, questi sono “pesati” dalla costante di decadimento del σ – model f . In genere i loro effetti sono soppressi del parametro ξ , definito come:

$$\xi \equiv \frac{v^2}{f^2} = \sin^2 \frac{\langle h \rangle}{f}$$

con v la scala di EWSB. ξ controlla la deviazioni dal Modello Standard e per la compatibilità con gli Electro Weak Precision Test (EWPT) deve soddisfare $\xi \lesssim 0.2$, [10] [11]. Precisato questo, o i termini di dimensione più alta contribuiscono con effetti qualitativamente nuovi oppure contribuiranno alla teoria solo tramite correzioni di ordine ξ ai possibili vertici e quindi potranno essere ignorati a spese di una minor accuratezza.

3.1.2 La Lagrangiana

Precisata la forma del termine riguardante le risonanze, possiamo scrivere la nostra lagrangiana come:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{Goldstone} + \mathcal{L}_\rho + \mathcal{L}_{Gauge} + \mathcal{L}_{fermioni}, \quad (3.17)$$

con

$$\mathcal{L}_\pi = \frac{f^2}{4} Tr (d_\mu d^\mu), \quad (3.18)$$

$$\mathcal{L}_\rho = -\frac{1}{4} Tr (\rho_{\mu\nu} \rho^{\mu\nu}) + \frac{m_\rho^2}{2g_\rho^2} (g_\rho \rho_\mu^a - g_w E_\mu^a)^2, \quad (3.19)$$

⁴La struttura di teorie con Strongly-Interacting Light Higgs assumono; $g_{MS} \lesssim g_\rho \lesssim 4\pi$ e che nel limite in cui i coupling del modello standard siano nulli il doppietto di Higgs sia un bosone di Goldstone esatto che sta in \mathcal{G}/\mathcal{H} . Inoltre, avremo che la costante f del modello σ soddisferà la relazione $M_R = g_\rho f$

$$\mathcal{L}_{Gauge} = -\frac{1}{4}Tr(W_{\mu\nu}W^{\mu\nu}) - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}, \quad (3.20)$$

$$\mathcal{L}_{fermioni} = \sum_{j=1}^3 i\bar{\Psi}^j \not{D}\Psi^j - Y_l^i \bar{l}_L^i H e_R^i - Y_u^{ij} \bar{q}_L^i H^\dagger u_R^j - Y_d^{ij} \bar{q}_L^i H d_R^j, \quad (3.21)$$

dove abbiamo indicato con $\Psi = \{q_L^i, u_R^i, d_R^i, l_L^i, e_R^i, \nu_R^i\}$, con $H^\dagger = \sqrt{2}\sigma_2 H^*$ e con i, j gli indici di generazione. Per la definizione completa dei campi utilizzati si rimanda all'appendice A.1 .

3.1.3 Diagonalizzazione Matrice di Massa

Il termine di mixing tra le risonanze e i bosoni di gauge, portano ad una matrice di massa non diagonale. Abbiamo diagonalizzato la matrice di massa in due steps distinti, a cui se ne aggiunge un'ultimo per ottenere i campi fisici; in questo paragrafo mostremo i passaggi fatti per ottenere una lagrangiana quadratica diagonale con termini cinetici canonicamente normalizzati. Prendiamo in considerazione i campi W_3 , ρ_3 e B : i primi saranno in rappresentazione $(3, 1)$ di $SU(2)_L \times SU(2)_R$, mentre il terzo è dato come la terza componente di un vettore in rappresentazione $(1, 3)$; vogliamo ottenere la definizione del campo del fotone A come combinazione lineare di W_3 , ρ_3 e B . Per fare questo sfruttiamo la proprietà di trasformazione del fotone sotto $U(1)_{EM}$. Partiamo da $SU(2)_{SM} \times U(1)_Y \subset SU(2)_L \times SU(2)_R$ tale che $Y = T_{3R}$; con la rottura della simmetria elettrodebole il fotone è l'unico campo di gauge senza massa ed è associato all'unica trasformazione non rotta $U(1)_{EM}$, questo significa che una trasformazione infinitesima dei campi deve lasciare invariante la Z e la ρ_0 ma traslare la A . Sfruttiamo quest osservazione per ottenere la combinazione di vettori che rappresenti il fotone:

$$A_\mu = \frac{(\cos\theta_w \cos\theta_\rho B + \sin\theta_w \sin\theta_\rho \rho_3 + \sin\theta_w \cos\theta_\rho W_3)}{\sqrt{\sin^2\theta_w \sin^2\theta_\rho + \cos^2\theta_\rho}} \quad (3.22)$$

con

$$\cos\theta_\rho = \frac{g_\rho}{\sqrt{g_\rho^2 + g_w^2}}, \quad \sin\theta_\rho = \frac{g_w}{\sqrt{g_\rho^2 + g_w^2}},$$

e

$$\cos \theta_w = \frac{g_w}{\sqrt{g_1^2 + g_w^2}}, \quad \sin \theta_w = \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_w^2}}.$$

Con il diminuire del rapporto tra g_w e g_ρ avremo che il $\cos \theta_\rho$ tenderà ad 1 e il $\sin \theta_\rho$ a 0. Nell'elemento di mixing tra risonanza e campo E avremo quest'ultimo proporzionale a $g_w W$, questo termine perderà di importanza nel limite in cui g_ρ diventa molto più grande.

Applichiamo ora una trasformazione infinitesima al campo A , facendo uso di due fatti:

- i coefficienti α usati nella trasformazione delle risonanze e dei bosoni di gauge coincidono in quanto sono il risultato della stessa trasformazione di gauge per i due campi,
- le condizioni $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ e $\alpha_3 = \beta \equiv \alpha$ si ottengono imponendo l'invarianza dello stato di vuoto del doppietto di Higgs nella usuale gauge del MS.

$$\begin{aligned} \delta A_\mu &= \frac{1}{\sqrt{g_w^2 g_1^2 + g_\rho^2 (g_w^2 + g_1^2)}} \left(g_w g_\rho \frac{\delta \beta}{g_1} + g_w g_1 \frac{\delta \alpha}{g_\rho} + g_1 g_\rho \frac{\delta \alpha}{g_w} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{g_w^2 g_1^2 + g_\rho^2 (g_w^2 + g_1^2)}} \left(\frac{g_w g_\rho}{g_1} + \frac{g_w g_1}{g_\rho} + \frac{g_1 g_\rho}{g_w} \right) \delta \alpha = \frac{\delta \alpha}{e}. \end{aligned}$$

Oltre a dimostrare come il campo A non sia invariante sotto l'azione della simmetria $U(1)_{EM}$, abbiamo trovato l'espressione della carica elettrica in termini dei parametri che compaiono nella nostra lagrangiana, infatti:

$$\frac{1}{e^2} = \frac{1}{g_w^2} + \frac{1}{g_1^2} + \frac{1}{g_\rho^2}. \quad (3.23)$$

Abbiamo dunque fissato una direzione nello spazio tridimensionale dei campi neutri, nel piano ortogonale a questa stanno gli altri due campi che definiremo come:

$$W'_{0,\mu} = \cos \theta_w W_{3,\mu} - \sin \theta_w B_\mu, \quad (3.24)$$

$$\rho'_{0,\mu} = \frac{-\cos \theta_w \sin \theta_w \sin \theta_\rho B + \cos \theta_\rho \rho_3 - \sin^2 \theta_w \sin \theta_\rho W_3}{\sqrt{\sin^2 \theta_w \sin^2 \theta_\rho + \cos^2 \theta_\rho}}, \quad (3.25)$$

queste combinazioni dei campi sono tali da risultare invarianti sotto l'azione del

gruppo di gauge residuo e acquisiscono dunque una massa dopo la rottura della simmetria elettrodebole

Ora tutti gli elementi della matrice di massa che si riferiscono ad A_μ sono nulli e possiamo concentrarci sul resto della matrice. Gli angoli θ_c e θ_n individuano le rotazioni sui vettori carichi e neutri tali da diagonalizzare le matrici di massa, avremo dunque per le rotazioni dei vettori carichi:

$$\begin{pmatrix} \rho'_{b,\mu} \\ W'_{b,\mu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & -\sin \theta_c \\ \sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_{b,\mu} \\ W_{b,\mu} \end{pmatrix}, \quad b = 1, 2, \quad (3.26)$$

mentre per le rotazioni dei vettori neutri:

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ \rho_{0,\mu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_n & -\sin \theta_n \\ \sin \theta_n & \cos \theta_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho'_{0,\mu} \\ Z'_\mu \end{pmatrix}. \quad (3.27)$$

Ottenuti i campi fisici ρ_0 e Z , l'ultima trasformazione ci permette di ottenere W_\pm e ρ_\pm :

$$W_\pm = \frac{W'_1 \mp iW'_2}{\sqrt{2}}, \quad \rho_\pm = \frac{\rho'_1 \mp i\rho'_2}{\sqrt{2}}. \quad (3.28)$$

3.1.4 Angoli θ_c e θ_n

La forma esplicita delle matrici di massa e le formule utili alla loro diagonalizzazione sono riportate in appendice B, dalle quali possiamo già individuare il range di valori possibili per gli angoli di diagonalizzazione delle matrici di massa.

Angolo di rotazione per i campi carichi: θ_c Dall'annullamento degli elementi fuori diagonale otteniamo la condizione:

$$(m_{11c} - m_{22c}) \sin 2\theta_c = -2m_{12c} \cos 2\theta_c$$

$$\tan 2\theta_c = -\frac{2m_{12c}}{m_{11c} - m_{22c}} = \frac{2(M_R^2(1 - \xi)g_w)}{(2g_\rho)(m_{11c} - m_{22c})}, \quad (3.29)$$

mentre da (riferimento appendice) abbiamo:

$$\sin 2\theta_c (M_w^2 - M_\rho^2) = 2m_{12c}. \quad (3.30)$$

Possiamo già ottenere delle informazioni sul valore dell'angolo di rotazione, infatti da (3.29) si vede che la tangente è positiva se la differenza tra i termini m_{11} e m_{22} è positiva, questa possiamo scriverla come:

$$-\frac{1}{4}f^2\xi g_w^2 - \frac{M_R^2(\xi - 1)^2 g_w^2}{2g_\rho^2} + \frac{M_R^2}{2} = M_R^2 \left(-\frac{f^2\xi g_w^2}{4M_R^2} - \frac{(\xi - 1)^2 g_w^2}{2g_\rho^2} + \frac{1}{2} \right) \quad (3.31)$$

usando le condizioni al termine

$$a_\rho = -\frac{M_R^2}{g_\rho^2 f^2} \sim 1 \quad (3.32)$$

che troviamo in [6], possiamo affermare che il primo termine a destra dell'equazione sarà a sua volta proporzionale al rapporto tra i coupling del settore SM e quello forte; i due termini negativi saranno decisamente minori rispetto a quello positivo. Il seno di $2\theta_c$ è positivo, risulta immediato facendo le sostituzioni con i valori scritti in appendice; quindi possiamo affermare che l'angolo $0 < \theta_c < \frac{\pi}{4}$

Angolo di rotazione per i campi neutri: θ_n Il lavoro per l'angolo della diagonalizzazione dei neutri è simile a quanto appena fatto e avremo:

$$(m_{11_n} - m_{22_n}) \sin 2\theta_n = -2 m_{12_n} \cos 2\theta_n$$

$$\frac{\sin 2\theta_n}{\cos 2\theta_n} = -\frac{2m_{12_n}}{m_{11_n} - m_{22_n}} \quad (3.33)$$

$$(M_z^2 - M_{\rho 0}^2) \sin(2\theta_n) = 2m_{12_n} \quad (3.34)$$

se prendiamo

$$m_{12_n} = \frac{2M_R^2 (g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2) ((\xi - 1)g_w^2 + g_1^2 \xi)}{4g_\rho^2 (g_w^2 + g_1^2) \sqrt{g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2}},$$

vediamo subito che il fattore $((\xi - 1)g_w^2 + g_1^2 \xi)$ ne determina il segno, questo termine sarà negativo perchè i due coupling presenti sono dello stesso ordine e ξ è di ordine inferiore all'unità.

Il seno è definito positivo, resta da vedere il comportamento della tangente che a questo punto è univocamente determinata dalla differenza $m_{33} - m_{44}$, che sarà data da :

$$\frac{-f^2 \xi g_\rho^2 (g_w^2 + g_1^2)^2 + M_R^2 (g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2) - 2 (M_R (\xi - 1) g_w^2 + g_1^2 M_R \xi)^2}{4g_\rho^2 (g_w^2 + g_1^2)}$$

che potrà essere riscritta, utilizzando la stessa assunzione del caso dell'angolo carico, come:

$$-\frac{\xi (g_w^2 + g_1^2) M_R^2}{4g_\rho^2} + \frac{M_R^2 (g_1^2 g_w^2 - 2g_w^4)}{4g_\rho^2 (g_w^2 + g_1^2)} - \frac{M_R^2 \xi^2 (g_w^2 + g_1^2)}{2g_\rho^2} + \frac{M_R^2 \xi g_w^2}{g_\rho^2 (g_w^2 + g_1^2)} + \frac{M_R^2}{4 (g_w^2 + g_1^2)}, \quad (3.35)$$

chiaramente positivo; anche in questo caso avremo $0 < \theta_n < \frac{\pi}{4}$.

3.2 Parametri di Input

Con l'ultima trasformazione abbiamo ottenuto una lagrangiana espressa in termini degli autostati di massa, questo non è ancora sufficiente per poter iniziare con l'implementazione del modello in Feynrules. Infatti è necessario riscrivere la lagrangiana in funzione dei parametri di input che ho scelto di utilizzare; questo è un passo necessario se voglio studiare il comportamento del modello al variare delle grandezze che lo caratterizzano.

Nel nostro lavoro oltre a e, G_f e M_Z che scegliamo per la buona accuratezza con cui sono conosciuto, prenderemo come valori di input M_{ρ_0} , g_ρ e f che determineranno completamente il nuovo settore forte che abbiamo introdotto.

A questo scopo oltre alla nuova definizione di e , che abbiamo già trovato, andiamo ad individuare nuove relazioni tra i parametri della lagrangiana e quelli di input, partendo dalle condizioni di diagonalizzazione e da diversi termini di interazione della lagrangiana.

3.2.1 I Coupling Fisici

I coupling g_w e g_1 che abbiamo inserito nella nostra lagrangiana, non è detto rappresentino quelli fisici⁵, per individuare quest'ultimi prendiamo in considerazione i termini di interazione a $4W$ e quelli $2W$ e Z .

Abbiamo:

⁵Stiamo sempre ragionando a treelevel, anche con i coupling

$$\mathcal{L}_{4W} = C_{4W} (W_\mu W^\mu \bar{W}_\nu \bar{W}^\nu - W_\mu W_\nu \bar{W}^\mu \bar{W}^\nu),$$

con

$$C_{4W} = \frac{g_\rho^2 g_w^2}{2(g_\rho^2 + g_w^2)}, \quad (3.36)$$

da questa ottengo il valore del quadrato del coupling fisico⁶:

$$\frac{1}{\gamma_w^2} = \frac{1}{g_w^2} + \frac{1}{g_\rho^2}. \quad (3.37)$$

Per γ_1 funziona in modo simile, abbiamo:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Z2W} = C_{Z2W} & (iZ^\nu \bar{W}^\mu \partial_\mu W_\nu - iW^\nu \bar{W}^\mu \partial_\mu Z_\nu \\ & + iW^\mu \bar{W}^\nu \partial_\mu Z_\nu - iZ^\mu \bar{W}^\nu \partial_\mu W_\nu \\ & + iW^\nu Z^\mu \partial_\mu \bar{W}_\nu - iW^\mu Z^\nu \partial_\mu \bar{W}_\nu), \end{aligned}$$

con

$$C_{Z2W} = \frac{g_\rho^2 g_w^2}{\sqrt{g_\rho^2 + g_w^2} \sqrt{g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2}} \quad (3.38)$$

dal confronto con il coefficiente del modello standard e utilizzando (3.37) otteniamo:

$$g_1^2 = \gamma_1^2. \quad (3.39)$$

3.2.2 La Costante di Fermi

Prendiamo in considerazione il termine di corrente carica dei quark nel modello standard:

$$\bar{q}_L \gamma^\mu (\gamma_w W_\mu^a T^a) q_L,$$

⁶Indichiamo i coupling fisici con la γ anzichè con la g per distinguerlo, anche successivamente, dai parametri che abbiamo inserito nella lagrangiana iniziale.

nel nostro modello quel campo W sarà sostituito da una composizione con la risonanza, avremo un termine nella forma:

$$\bar{q}_L \gamma^\mu (g_w W_\mu^a T^a) q_L = \bar{q}_L \gamma^\mu [g_w (\cos \theta_c W_\mu'^a - \sin \theta_c \rho_\mu'^a) T^a] q_L, \quad (3.40)$$

che possiamo riscrivere:

$$\begin{aligned} \frac{g_w}{\sqrt{2}} [(W_\mu^+ \cos \theta_c - \rho_\mu^+ \sin \theta_c) \bar{q}_L \gamma^\mu T^+ q_L + (W_\mu^- \cos \theta_c - \rho_\mu^- \sin \theta_c) \bar{q}_L \gamma^\mu T^- q_L] \\ = g_w (W_\mu^+ \cos \theta_c - \rho_\mu^+ \sin \theta_c) J^+ + (W_\mu^- \cos \theta_c - \rho_\mu^- \sin \theta_c) J^-. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Abbiamo che la corrente carica è ora accoppiata non solo con il bosone W ma anche con la risonanza, poiché abbiamo ruotato i campi. Perciò per ottenere una nuova definizione della costante di Fermi quello che posso fare è pensare non più in una dimensione sola (quella del bosone W) ma in due dimensioni allargando l'interazione anche alla risonanza ρ , da questo segue che non integreremo via solo il bosone di gauge ma anche la risonanza, quindi all'inverso della massa sostituirò la matrice diagonale degli inversi del quadrato delle masse. Abbiamo quindi, che al solo coupling g_w che avevamo nel MS ora abbiamo un vettore \vec{G}_f :

$$\vec{G}_F = g_w \begin{pmatrix} \sin \theta_c \\ \cos \theta_c \end{pmatrix}, \quad (3.42)$$

col quale posso definire la G_f come:

$$G_F = \vec{G}_f^T \begin{pmatrix} \frac{1}{M_\rho^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_W^2} \end{pmatrix} \vec{G}_f, \quad (3.43)$$

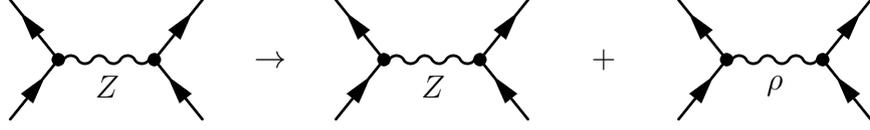
da questa segue immediatamente la nuova definizione della G_f :

$$G_F = \frac{\sqrt{2} g_w^2}{8} \left(\frac{\cos^2 \theta_c}{M_W^2} + \frac{\sin^2 \theta_c}{M_\rho^2} \right), \quad (3.44)$$

sostituendo i valori di seno e coseno (vedi appendice) otteniamo

$$G_F = \frac{1}{\sqrt{2} f^2 \xi}. \quad (3.45)$$

Quanto fatto può essere sintetizzato dalla seguente rappresentazione con i diagrammi di Feynman:



3.2.3 Relazioni tra le Masse

La diagonalizzazione delle matrici di massa ci fornisce ulteriori condizioni; riportiamo in seguito i risultati conseguiti lasciando all'appendice i passaggi matematici. Da entrambe le matrici di diagonalizzazione sfruttiamo il determinante e la traccia, otteniamo le relazioni:

$$M_{\rho_0}^2 + M_z^2 = \frac{g_w^2 + g_1^2}{4\sqrt{2}G_F} + \frac{M_R^2 \left((\sqrt{1-\xi} + 1)^2 g_w^2 + g_1^2 (1 - \sqrt{1-\xi})^2 \right)}{8g_\rho^2} + \frac{M_R^2}{2}, \quad (3.46)$$

$$M_\rho^2 + M_w^2 = \frac{g_w^2 (g_\rho^2 + 2\sqrt{2}G_F M_R^2 (\xi - 1)^2)}{4\sqrt{2}G_F g_\rho^2} + \frac{M_R^2}{2}, \quad (3.47)$$

$$M_\rho^2 M_w^2 = \frac{M_R^2 g_w^2}{8\sqrt{2}G_F}, \quad (3.48)$$

$$M_{\rho_0}^2 M_z^2 = \frac{M_R^2 (g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2)}{8\sqrt{2}G_F g_\rho^2}. \quad (3.49)$$

Una prima facile relazione si ha dal confronto tra le equazioni (3.48) e (3.49), dalle quali otteniamo una riformulazione della custodial symmetry(?!?!?) tra le masse fisiche,

$$M_\rho^2 M_w^2 = \frac{M_{\rho_0}^2 M_z^2 (g_\rho^2 g_w^2 - e^2 (g_\rho^2 + g_w^2))}{g_\rho^2 g_w^2}. \quad (3.50)$$

3.2.4 Determinazione di g_w

Per completare l'inversione tutti i parametri della lagrangiana, tra cui gli angoli $\theta_{c/n}$ per la diagonalizzazione, è necessario risolvere il valore di g_w in funzione dei parametri di input, questo è possibile partendo dalla (3.46) ed utilizzando le relazioni (3.49) e (3.45). Otterremo in questo modo un'equazione di quarto ordine in g_w^2 ; è conveniente riscrivere tutto in funzione di nuovi parametri β che definiremo come:

$$\beta = \frac{g_w^2}{8g_\rho^2}, \quad \beta_1 = \frac{g_1^2}{8g_\rho^2}, \quad (3.51)$$

questo ci permette di riscrivere l'equazione avendo ben chiaro il peso dei diversi ordini dell'equazione, otteniamo dunque:

$$2(\beta + (8\beta + 1)\beta_1)g_\rho^2 \left(G_f (M_{\rho_0}^2 + M_z^2) - \sqrt{2}(\beta + \beta_1)g_\rho^2 \right) - \sqrt{2}(2\beta\tau^2 + 2\beta_1\tau_1^2 + 1)G_F^2 M_{\rho_0}^2 M_z^2 = 0, \quad (3.52)$$

con

$$\tau = \sqrt{1 - \xi} + 1, \quad \tau_1 = 1 - \sqrt{1 - \xi}.$$

Sostituiamo β_1 utilizzando la relazione(3.23), e otteniamo:

$$\begin{aligned} \beta^3 \left[128G_F (g_\rho^2 - e^2) \left(\sqrt{2}\tau^2 G_F M_{\rho_0}^2 M_z^2 (e^2 - g_\rho^2) + g_\rho^4 (M_{\rho_0}^2 + M_z^2) \right) \right] \\ + 16\beta^2 \left[-\sqrt{2}G_F^2 M_{\rho_0}^2 M_z^2 (e^2 - g_\rho^2) \right. \\ \left. (e^2 (2\tau^2 - \tau_1^2 + 4) - 4g_\rho^2) - e^2 G_F g_\rho^4 (M_{\rho_0}^2 + M_z^2) \right] + \\ \beta \left[-8\sqrt{2}e^2 G_F^2 M_{\rho_0}^2 M_z^2 (e^2(\tau + 1) - 2g_\rho^2) \right] \\ + \sqrt{2}128\beta^4 g_\rho^6 (e^2 - g_\rho^2) - \sqrt{2}e^4 G_F^2 M_{\rho_0}^2 M_z^2 = 0, \quad (3.53) \end{aligned}$$

come facilmente intuibile, la soluzione analitica di questa equazione risulta complicata e difficilmente maneggiabile; è altresì vero però che il termine quartico, per range di β di nostro interesse⁷, è in realtà molto piccolo. Dalle figure 3.2

⁷ $\simeq 0.006$

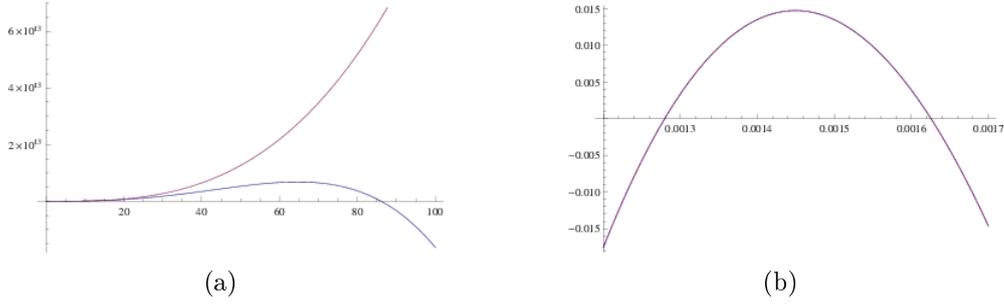


Figura 3.2: Confronto andamento tra l'equazione esatta e approssimata di β .

ci rendiamo conto che l'errore dato dall'approssimazione risulta essere piccolo, la differenza percentuale tra la soluzione esatta e quella approssimata non supera mai l'1.2%⁸ e decresce sensibilmente con l'aumentare del valore della massa della risonanza. Questo approccio ci permette di ottenere una soluzione analitica che possiamo facilmente inserire all'interno del main-file di Feynrules e che inoltre ci permette di calcolare agevolmente i successivi parametri del modello, in particolare gli angoli di diagonalizzazione.

Dai passaggi precedenti abbiamo ottenuto una lagrangiana diagonalizzata negli autostati di massa ed espressa in funzione dei parametri di input, l'abbiamo dunque importata nel tool di Mathematica: Feynrules [7], da questo passaggio abbiamo ottenuto le regole di Feynman che sono state utilizzate in Madgraph [3] per ottenere tutti i dati necessari nelle analisi successive.

3.3 Limite al Modello Standard

In questo modello sono state introdotte sostanzialmente tre nuove quantità, una proviene dal σ -model dei bosoni di Goldstone e le ultime due invece, parametrizzano l'accoppiamento tra i bosoni di gauge e le risonanze. Per f il limite al modello standard è immediato e, come già accennato, sarà dato da $f \rightarrow \infty$; infatti con questa condizione avremo che dal termine dei goldstone della lagrangiana

$$\mathcal{L}_\pi = \frac{1}{2} (\partial h)^2 + \frac{g^2}{4} f \sin^2 \frac{\langle h \rangle}{f} \left(|W|^2 + \frac{1}{2c_w^2} Z^2 \right),$$

riotteniamo la familiare:

$$\mathcal{L}_{higgs} = \frac{1}{2} (\partial h)^2 + g^2 v^2 \left(|W|^2 + \frac{1}{2c_w^2} Z^2 \right).$$

⁸Questo valore di errore si raggiunge per $\xi \sim 0$ e valori di $M_{\rho_0} < 1 TeV$ area dello spazio dei parametri che comunque non studieremo.

I parametri g_ρ e M_R invece, definiscono l'accoppiamento tra i bosoni di gauge e le risonanze tramite il termine di mixing in \mathcal{L}_ρ (3.19); nel limite $M_R \rightarrow \infty$ e $g_\rho \gg g_w$ otteniamo il disaccoppiamento dei campi del modello standard con le risonanze. Soddisfatte queste condizioni è possibile riscrivere le due matrici di massa come:

$$\left(\begin{array}{cc} \frac{M_R^2}{2} & -\frac{M_R^2(1-\xi)g_w}{2g_\rho} \\ -\frac{M_R^2(1-\xi)g_w}{2g_\rho} & \frac{g_w^2 v^2}{4} + \frac{g_w^2 M_R^2 (\xi-1)^2}{2g_\rho^2} \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{cc} \frac{M_R^2}{2} & -\frac{M_R^2(1-\xi)g_w}{2g_\rho} \\ -\frac{M_R^2(1-\xi)g_w}{2g_\rho} & \frac{(g_w^2 + g_1^2) M_R^2 (\xi-1)^2}{2g_\rho^2} \end{array} \right), \quad (3.54)$$

immediatamente si nota come il nuovo termine alla massa dei bosoni W e Z sia condizionato dal rapporto tra il coupling dei bosoni di gauge con quello delle risonanze e come l'annularsi di questo riporti il valore della massa a quello del modello standard. Infine, all'aumentare del valore di M_R corrisponde un aumento della massa delle risonanze che disaccoppiano di fatto i campi, inoltre come si può controllare in appendice(ref) abbiamo che molti vertici di interazione, proporzionali al seno degli angoli θ_n e θ_c si annulleranno.⁹

3.4 Limiti da Misure di Precisione

Studiamo ora i limiti teorici per i parametri esterni del modello; per fare questo andremo a confrontare il valore di γ_w , γ_1 e M_w con quello ottenuto dal modello standard; le impostazioni dei parametri di input possibili saranno quelle che renderanno la differenza tra le due previsioni la minore possibile, nell'ottica che i contributi derivanti da nuova fisica siano mascherati da livelli dello sviluppo più alto nel Modello Standard.

Nei grafici seguenti non utilizzeremo ξ , quanto piuttosto a_ρ ; sfruttiamo infatti la condizione che abbiamo già incontrato ([6]) e che ci permette di bloccare l'ordine di grandezza ad $a_\rho \sim 1$.

In figura 3.3 abbiamo i grafici dell'andamento di γ_w ¹⁰ in funzione di vari valori di g_ρ . Notiamo subito come all'aumentare di g_ρ non diminuisca la differenza percentuale; questo perchè, nonostante la relazione tra il coupling g_w e quello fisico γ_w si riconduca a quella del MS nel limite $g_\rho \gg g_w$, il valore di g_w dipende ancora dalla massa della risonanza (3.53). Quindi avremo che per valori di M_{ρ_0} lontani dal limite di MS il valore di g_w si discosta ancora molto da quello che avremmo nel MS; inoltre abbiamo, che quando il valore della massa comincia ad essere dell'ordine di alcuni TeV l'andamento della differenza diventa pressochè indipendente dal valore

⁹Ad ulteriore conferma di quanto detto, è possibile controllare come la definizione di γ_w ed e si riconducano a quella del modello standard con $g_\rho \gg g_w$

¹⁰I rispettivi grafici per γ_1 e M_w presentano lo stesso andamento.

di g_ρ e dipenda piuttosto dalla massa della risonanza e dalla variabile a_ρ .

Da quanto detto fin'ora, proviamo ora a rappresentare l'andamento di γ_w , γ_1 e M_w in funzione della massa per diversi valori di a_ρ fissato e vediamo come si comportano; controlliamo la correttezza del modello nel limite di MS ed estrapoliamo gli intervalli nello spazio dei parametri per i quali, la deviazione di γ_w , γ_1 e M_w dai valori del MS sia inferiore alle correzioni dovute allo sviluppo perturbativo.

Mostriamo in figure 3.4 come il valore del parametro γ_w tenda a quello del modello standard per valori di M_{ρ_0} molto alti¹¹; le serie con il medesimo valore di g_ρ hanno al diminuire di questo una differenza, con il valore del MS, maggiore. Possiamo inoltre osservare, la dipendenza da a_ρ ; questo parametro incide poco nella differenza con il MS, ma aumenta all'aumentare di a_ρ , come vediamo invece in figura 3.5 è determinante nella riduzione dello spazio dei valori dei parametri di input accessibile.

Nelle figure 3.5 3.6 rappresentiamo i valori dello spazio dei parametri distinguendo quelli permessi e quelli che soddisfano gli EWPT. Le zone ombreggiate di queste due figure stanno ad indicare una differenza $\geq 0.1\%$ ($\geq 1\%$), dove abbiamo preso come valore per il confronto quello che presentava l'errore maggiore tra γ_w , γ_1 e M_w .

¹¹Per brevità non abbiamo rappresentato l'andamento di γ_1 e M_w che presentano comunque lo stesso andamento di γ_w .

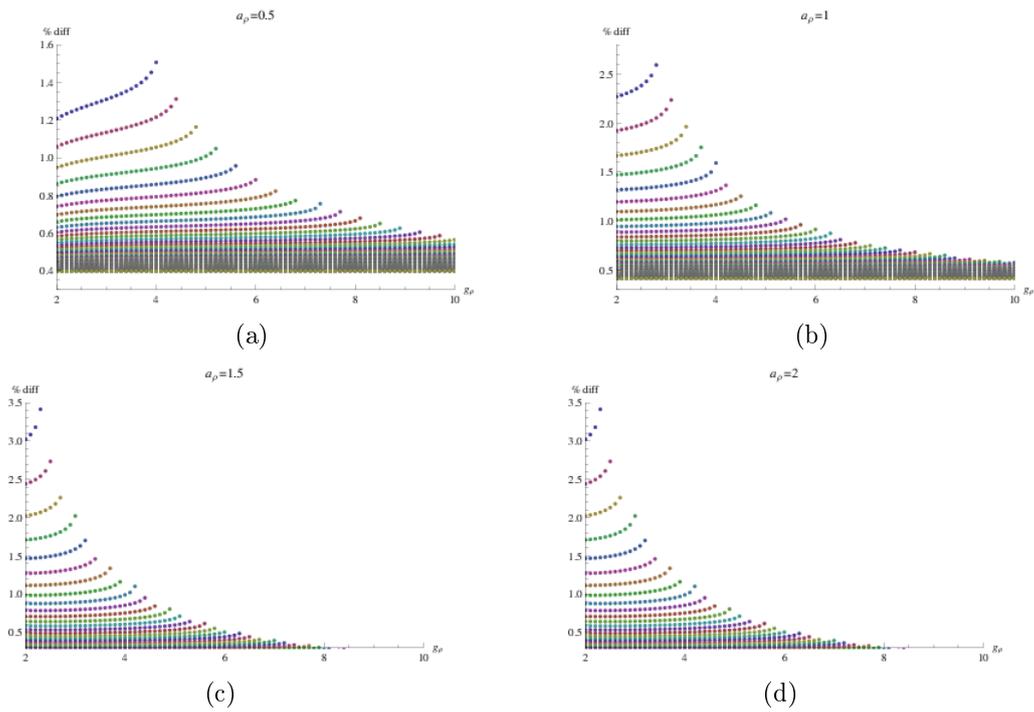
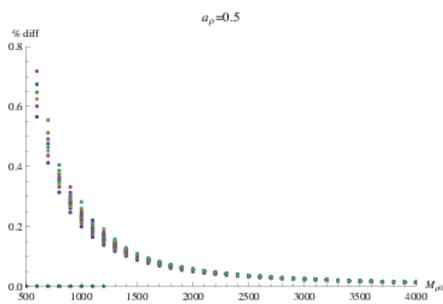
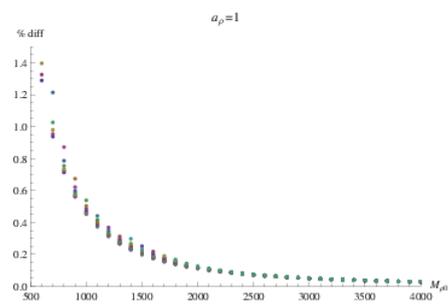


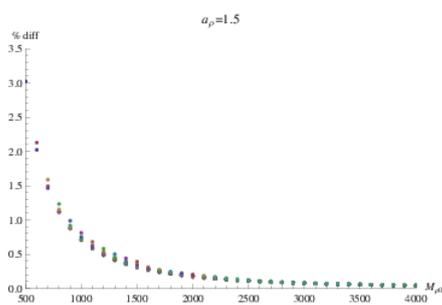
Figura 3.3: Differenza percentuale tra i valori fisici di γ_w ottenuti con quelli del modello standard. Ogni serie di punti rappresenta un valore di M_{ρ_0} fisso, per un range che va da 500 GeV a 4 TeV . Le serie di dati che presentano una differenza maggiore, sono quelle con valori di masse minori.



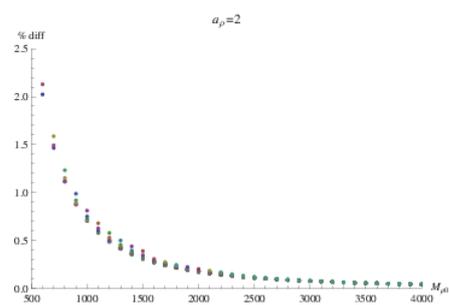
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.4: Differenza percentuale tra i valori di γ_w ottenuti con quelli del modello standard. Ogni serie di punti rappresenta un valore di g_ρ fisso, per un range che va da 2 a 10.

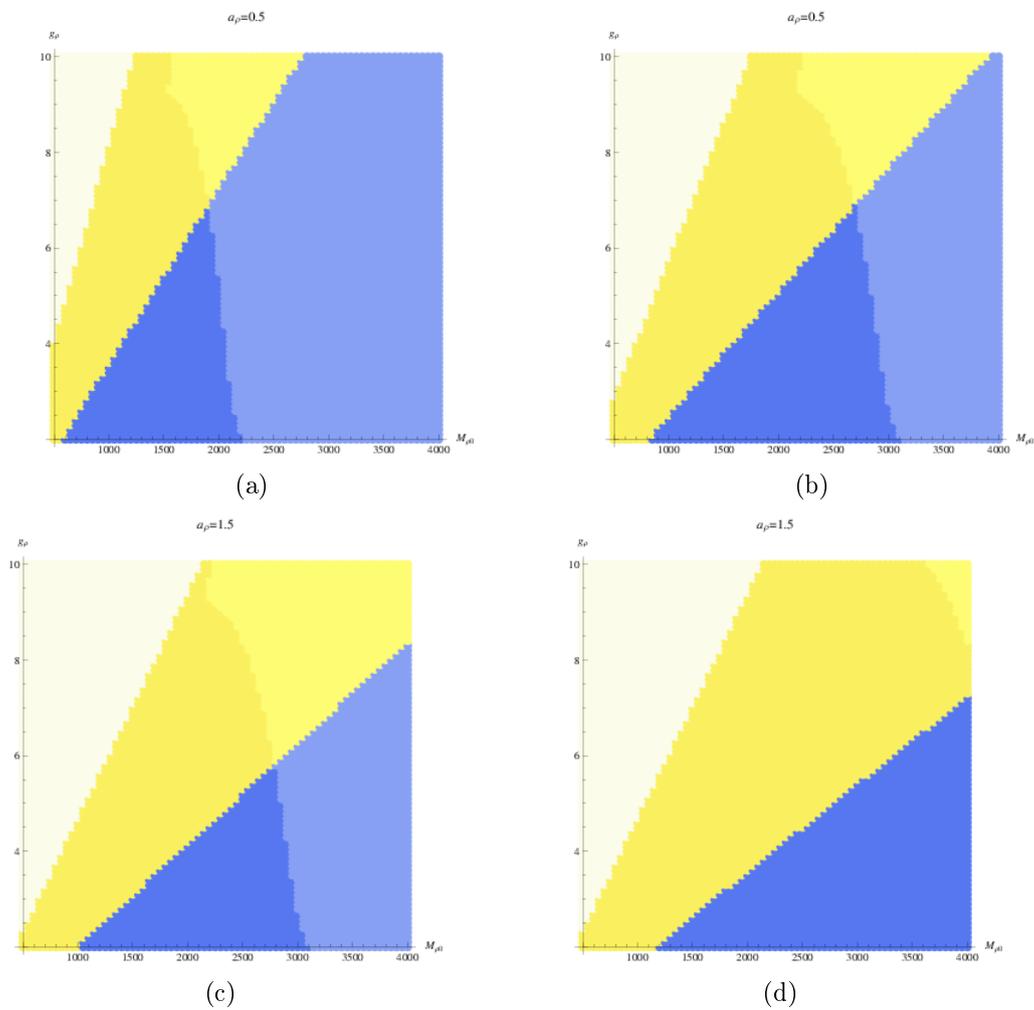


Figura 3.5: Rappresentazione dello spazio dei parametri a_ρ , M_{ρ_0} .L'area Bianca indica i valori che rendono la variabile $\xi > 1$, quindi vietati; l'area blu indica la zona che soddisfa gli EWPT, $\xi < 0.2$.Le aree ombreggiate indicano una differenza percentuale superiore a 0.1%.

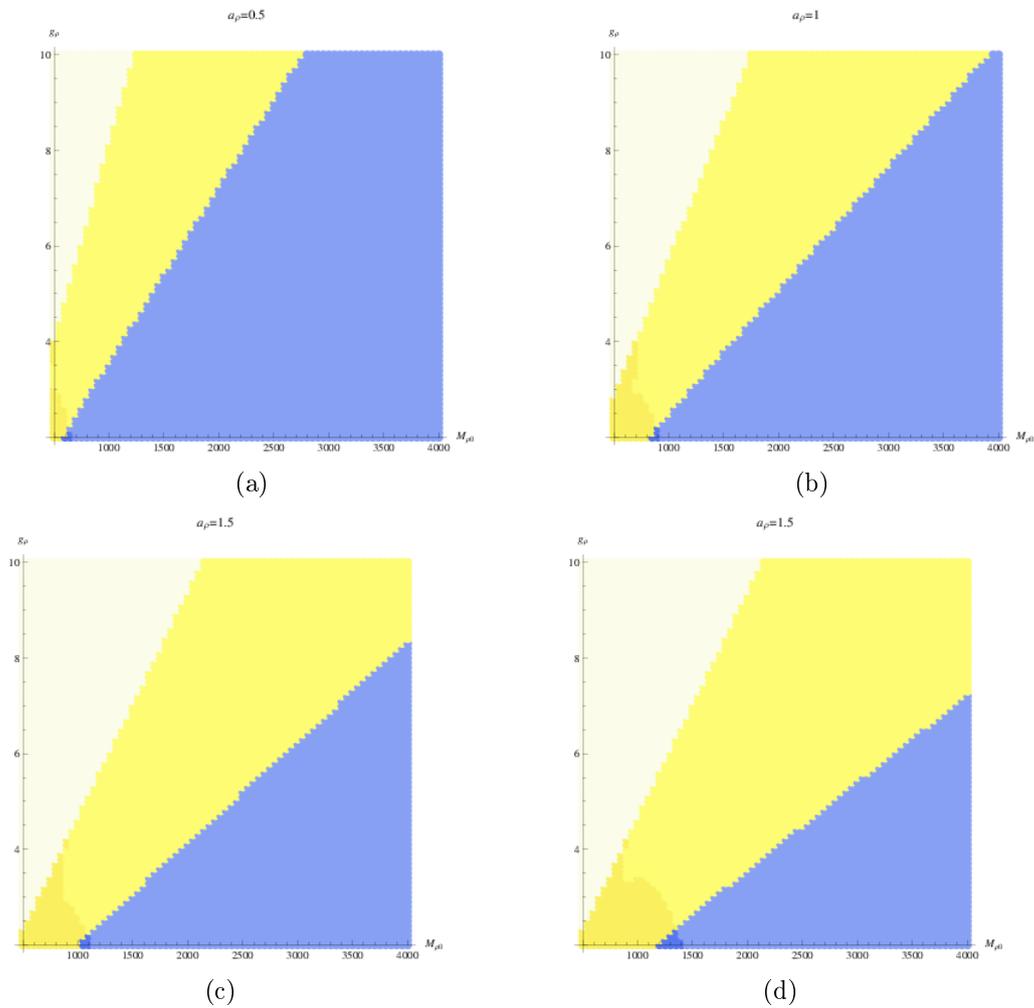


Figura 3.6: Rappresentazione dello spazio dei parametri a_ρ , M_{ρ_0} .L'area Bianca indica i valori che rendono la variabile $\xi > 1$, quindi vietati; l'area blu indica la zona che soddisfa gli EWPT, quindi $\xi < 0.2$.Le aree ombreggiate indicano una differenza percentuale superiore a 1%

Capitolo 4

Fenomenologia e Limiti da LHC

In questo capitolo mostremo l'andamento dei diversi canali di decadimento delle risonanze al variare non solo della massa delle risonanze ma anche al coupling g_ρ , alla cui diminuzione corrisponde la soppressione dei canali fermionici. Infine confronteremo i limiti sperimentali ottenuti ad LHC con i valori teorici ottenuti.

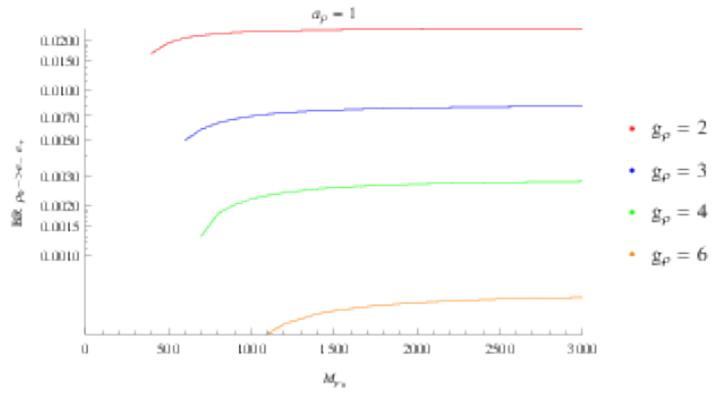
4.1 L'Andamento delle BR

Vediamo, prima di procedere con i limiti sperimentali, l'andamento delle BR nei diversi canali di decadimento delle risonanze. Il decadimento nei diversi canali fermionici è regolato dalla lagrangiana (D.1), vediamo subito come il coupling tra risonanze e fermioni sia proporzionale a $\sin \theta_c g_w$ o $\sin \theta_n \sqrt{g_w^2 + g_1^2}$, il seno degli angoli di diagonalizzazione come si vede in (C.4),(C.2) è proporzionale a β e dunque la forza dell'accoppiamento, la larghezza di decadimento, diminuirà con l'aumentare del valore di g_ρ nei decadimenti fermionici.

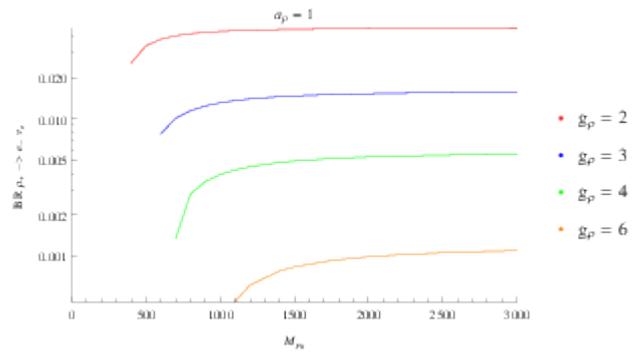
Per quanto riguarda l'interazione tra i bosoni di gauge e le risonanze invece, abbiamo che questo non succede perchè i rispettivi termini di interazione nella lagrangiana contengono il cos degli angoli di interazione, come possiamo vedere nell'appendice , quindi l'andamento che ci aspettiamo sarà opposto a quello del caso fermionico. Le BR di questi canali di decadimento aumenteranno poichè il peso dei canali fermionici sul totale diminuisce con l'aumentare di g_ρ .

Nelle figure 4.1, 4.2, 4.3, sono rappresentati gli andamenti delle branching ratio per diversi canali di decadimento; abbiamo preso il solo e^- come esempio per i fermioni¹.

¹I valori per i leptoni sono simili, mentre per i quarks c'è da aggiungere un fattore 3 che tenga conto della carica di colore di questi.

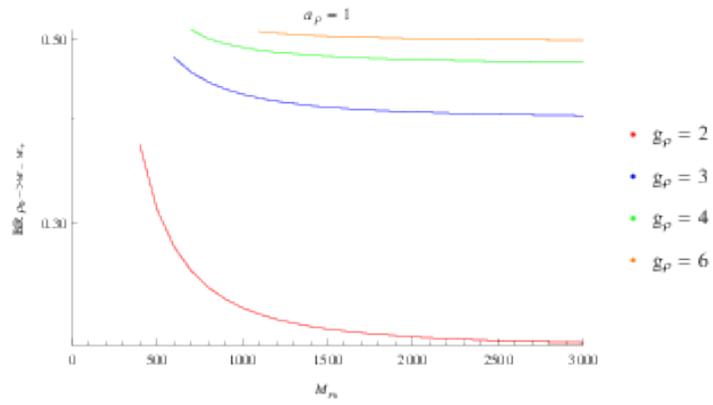


(a)

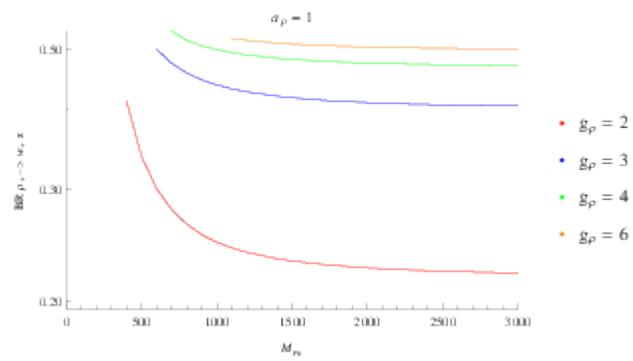


(b)

Figura 4.1: Andamento BR con $a_\rho = 1$, per i canali $\rho_0 \rightarrow \bar{l} \bar{l}$ in figura (a) e $\rho \rightarrow l \nu_l$ in figura (b).

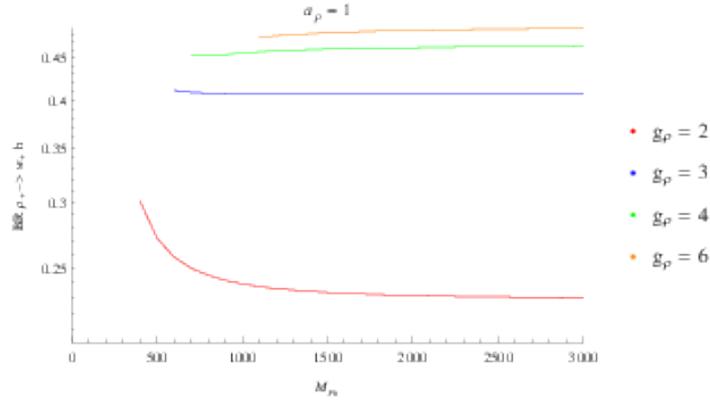


(a)

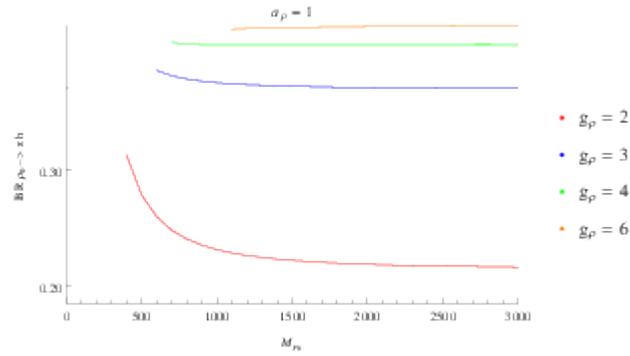


(b)

Figura 4.2: Andamento BR con $a_\rho = 1$, per i canali $\rho_0 \rightarrow w^+ w^-$ in figura (a) e $\rho_0 \rightarrow w z$ in figura (b).



(a)



(b)

Figura 4.3: Andamento BR con $a_\rho = 1$, per i canali $\rho_0 \rightarrow zh$ in figura (a) e $\rho_0 \rightarrow wh$ in figura (b).

4.2 Limiti da Ricerche Dirette

Abbiamo visto quali sono i limiti teorici sullo spazio dei parametri di input per il nostro modello, quello che mostreremo ora invece sono i limiti sperimentali. Le collaborazioni di ATLAS e CMS hanno già effettuato delle ricerche sulla presenza di possibili risonanze pesanti, non solo per spin 1, e i loro decadimenti in diversi stati finali alle energie di 7 e 8 TeV . Diamo nella tabella 4.2 l'elenco dei lavori a riguardo e che abbiamo utilizzato per ottenere dei limiti sperimentali sui nostri parametri di input.

Collaborazione	Canale	Referenza
Atlas	l^+l^-	[12]
Cms	l^+l^-	[13]
Cms	$l\nu$	[14]
Atlas	$WZ- > 3l\nu$	[15]
Cms	$WZ- > 3l\nu$	[16]
Cms	$WZ- > 4q$	[17]
Cms	WW	[17]

Tabella 4.1: Referenze limiti sperimentali.

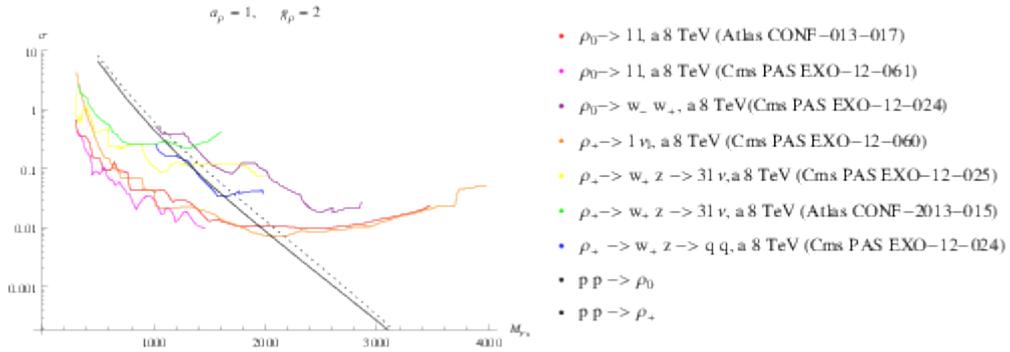
Da questi articoli otteniamo i limiti sulla cross-section di produzione di eventuali risonanze cariche o neutre; in effetti quello che otteniamo sono in realtà dei valori di limite per la cross section di produzione moltiplicata per il branching ratio del singolo canale di decadimento, in funzione della massa della risonanza.

Per poter confrontare i limiti sperimentali con la cross section di produzione delle risonanze, ottenuta tramite l'utilizzo di MadGraph [3], abbiamo riscaldato i dati ottenuti in letteratura con i rispettivi valori di BR del nostro modello, per ottenere in questo modo delle sezioni d'urto. Nelle figure seguenti riportiamo le sezioni d'urto sperimentali e quelle teoriche (la linea nera tratteggiata rappresenterà la produzione della risonanza carica, mentre quella continua la risonanza neutra) per vari valori di a_ρ e g_ρ .

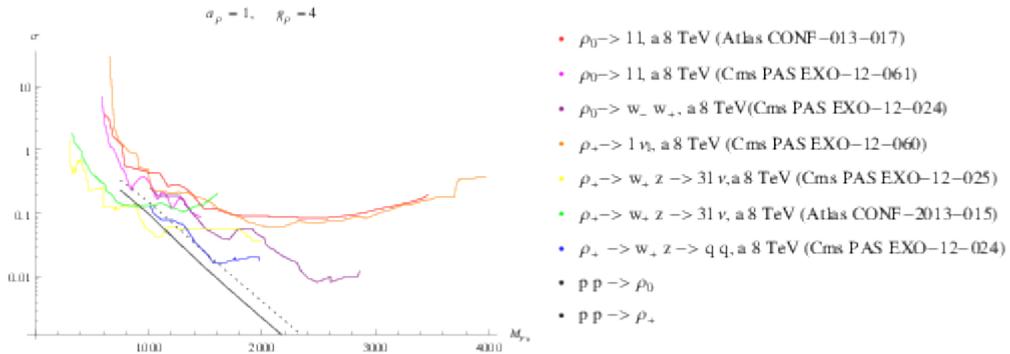
Da figura 4.4 e da altre con valori differenti di a_ρ , possiamo estrarre il limite inferiore per la massa della risonanza; cioè il valore per il quale la sezione d'urto di produzione delle risonanze sarà inferiore a quelle che provengo dal limite sperimentale. Tutto questo l'abbiamo riassunto nelle tabelle 4.2, 4.3, 4.4.

a_ρ	$g_\rho = 2$	$g_\rho = 3$	$g_\rho = 4$	$g_\rho = 6$
0.5	$2.4 TeV$	$2 TeV$	$1.7 TeV$	$1.4 TeV$
1	$2.2 TeV$	$1.6 TeV$	$0.8 TeV$	—
1.5	$2 TeV$	$1.4 TeV$	$0 TeV$	—
2	$1.9 TeV$	$1.2 TeV$	$0 TeV$	—

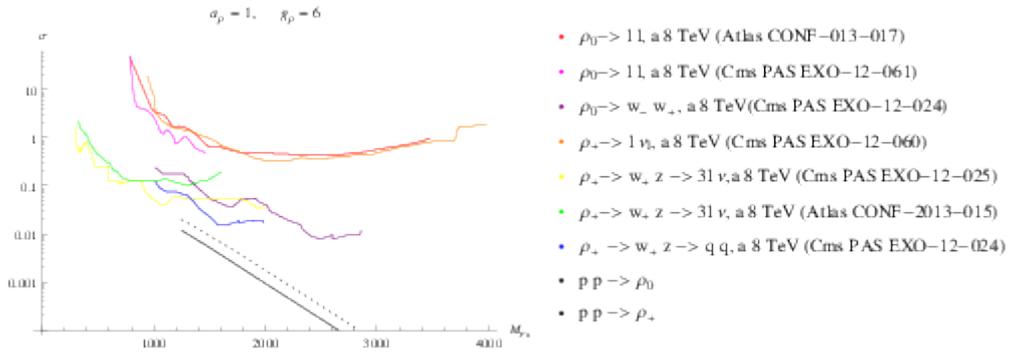
Tabella 4.2: Tabella riassuntiva dei limiti nello spazio dei parametri di input, ottenuti dal confronto con i dati sperimentali delle collaborazioni di ATLAS e CMS per i canali fermionici.



(a)

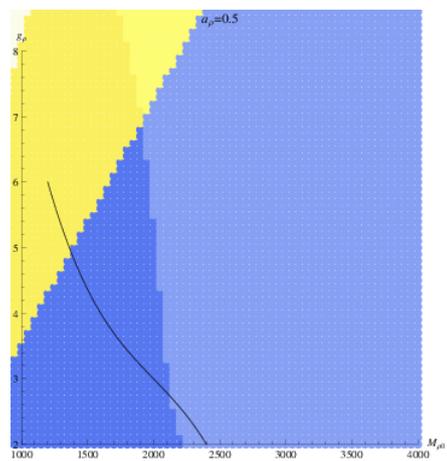


(b)

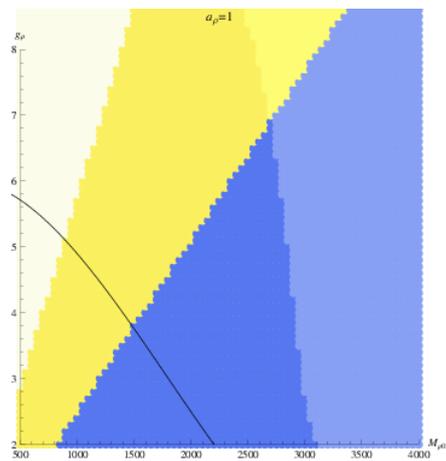


(c)

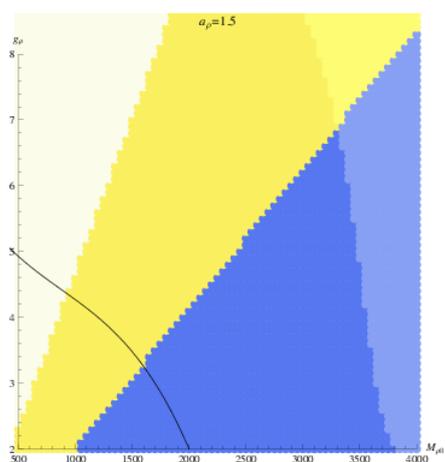
Figura 4.4: Rappresentazione dei limiti ottenuti dai lavori elencati in tabella 4.2, riscalati e confrontati con i valore di sezione d'urto ottenuti dal nostro modello con $a_\rho = 1$; (a) $g_\rho=2$, (b) $g_\rho=4$, (c) $g_\rho=6$.



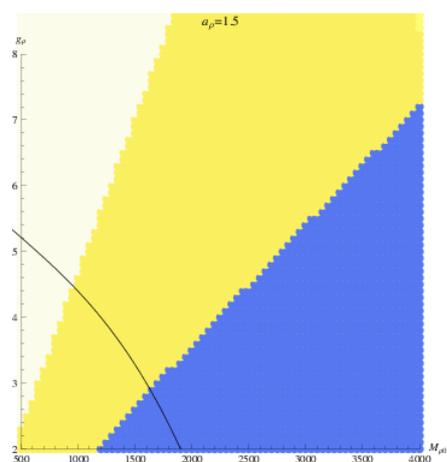
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.5: Sovrapposizione dei limiti dati nel paragrafo 3.5 e di quelli sperimentali dati riassunti in tabella ??.

a_ρ	$g_\rho = 2$	$g_\rho = 3$	$g_\rho = 4$	$g_\rho = 6$
0.5	1.2 TeV	1.6 TeV	1.6 TeV	1.8 TeV
1	1.8 TeV	1.7 TeV	1.6 TeV	–
1.5	1.8 TeV	1.7 TeV	1.6 TeV	–
2	1.8 TeV	1.6 TeV	1.6 TeV	1 TeV

Tabella 4.3: Tabella riassuntiva dei limiti nello spazio dei parametri di input, ottenuti dal confronto con i dati sperimentali delle collaborazioni di ATLAS e CMS per i canali bosonici.

a_ρ	$g_\rho = 2$	$g_\rho = 3$	$g_\rho = 4$	$g_\rho = 6$
0.5	2.4 TeV	2 TeV	1.7 TeV	1.8 TeV
1	2.2 TeV	1.7 TeV	1.6 TeV	–
1.5	2 TeV	1.7 TeV	1.6 TeV	–
2	1.9 TeV	1.6 TeV	1.6 TeV	1 TeV

Tabella 4.4: Tabella riassuntiva dei limiti nello spazio dei parametri di input, ottenuti dal confronto con i dati sperimentali delle collaborazioni di ATLAS e CMS.

Capitolo 5

Conclusioni

Abbiamo studiato, all'interno di uno scenario di Higgs Composto, l'interazione di una risonanza pesante di spin-1 con i campi di gauge, l'Higgs e i fermioni del MS, tramite la lagrangiana effettiva introdotta nel capitolo 3.1.1. Abbiamo prima di tutto derivato le masse e le interazioni delle particelle fisiche in termini dei parametri della Lagrangiana. In secondo luogo, abbiamo invertito queste relazioni in modo da utilizzare dei parametri di input appropriati quali α_{EM} , G_F , M_Z (che sono ben misurate) oltre ai parametri di massa e agli accoppiamenti propri delle risonanze. Abbiamo verificato che l'effetto dovuto all'introduzione della risonanza fosse compatibile con la misure di precisione del Modello Standard, ottenute soprattutto al collider leptónico Large Electron-Positron (LEP). Infine abbiamo confrontato il modello con i limiti sperimentali di LHC che è sensibile alla produzione diretta delle nuove risonanze.

Nel capitolo 3 abbiamo mostrato come il valore degli osservabili γ_w , γ_1 e M_w tendano rapidamente con l'aumentare della massa della risonanza, ai valori che si ottengono nel MS a livello albero. Inoltre notiamo come sia importante il valore del parametro a_ρ ; infatti nel limite $a_\rho \rightarrow 0$ ($f \rightarrow \infty$) ci riportiamo, come atteso, al MS. Abbiamo concluso il capitolo 3 illustrando una prima partizione dello spazio dei parametri (figure 3.5 3.6), separando quindi un'area vietata da considerazioni teoriche e un'altra permessa suddivisa a sua volta seguendo i limiti dati dalle misure di precisione in base alla differenza percentuale con i valori del MS.

Riguardo ai risultati mostrati nel capitolo 4, abbiamo inizialmente prodotto, tramite MadGraph, le BR del decadimento delle risonanze nei canali fermionici e bosonici ottenendo che i valori dei primi diminuiscono di ben due ordini di grandezza nell'intervallo $g_\rho = 2 - 6$ mentre il valore per il decadimento in bosoni, per forza di cose, aumenta. Questo comportamento era facilmente prevedibile osservando la lagrangiana (D.1) e tenendo in considerazione i valori del seno degli angoli θ_c, θ_n , (C.2) (C.4); infatti l'accoppiamento tra i fermioni e le risonanze è proporzionale al seno di quest'angoli, che tendono a zero con il rapporto g_ρ/g_w .

Con la medesima motivazione si riesce a comprendere perchè i valori della sezione d'urto di produzione della risonanza diminuiscano con l'aumentare del valore del coupling g_ρ . Infine abbiamo confrontato i limiti dati da osservazioni sperimentali; i lavori elencati in tabella 4.2 forniscono il limite per la sezione d'urto moltiplicata per la BR del singolo canale di decadimento che abbiamo riscalato per le rispettive BR del nostro modello, abbiamo ottenuto dei limiti sulle sezioni d'urto da confrontare con quelli risultanti dal calcolo teorico. Nelle tabelle 4.2, 4.3 abbiamo riassunto i limiti così ottenuti separando anche in questo caso i canali fermionici da quelli bosonici; nella tabella 4.4 abbiamo il limite generale, da tutti i canali di decadimento presi in considerazione, che abbiamo poi utilizzato in figura 4.5 nella rappresentazione sullo spazio dei parametri.

Per concludere possiamo affermare che questo modello, tramite un'opportuna scelta dei parametri riesce ad essere compatibile con i test di precisione, in quanto la variazione sugli osservabili come i coupling o la massa del bosone W possono essere dell'ordine del 0.1%, inoltre possiamo desumere che in presenza di un coupling g_ρ molto forte i canali fermionici per poter osservare una possibile risonanza risultano sfavoriti, mentre con coupling debole lo studio dei decadimenti in fermioni risulta essere favorito. Il limite sulle masse delle risonanze si attestano essere, per un valore di $g_\rho = 2$, attorno ai $2TeV$ mentre per un valore di $g_\rho = 6$ il limite scende ad $1TeV$.

Appendice A

Lagrangiana per $SO(5)/SO(4)$

A.1 Generatori

I generatori di $SO(5) \rightarrow SO(4)$:

$$T_{ij}^{\hat{a}} = -\frac{i}{\sqrt{2}} (\delta^{\hat{a}i} \delta^{5j} - \delta^{\hat{a}j} \delta^{5i}), \quad (\text{A.1})$$

$$T_{ij}^{aL/R} = -\frac{i}{2} \left(\frac{1}{2} \epsilon^{abc} (\delta^{bi} \delta^{cj} - \delta^{bj} \delta^{ci}) \pm (\delta^{ai} \delta^{4j} - \delta^{aj} \delta^{4i}) \right), \quad (\text{A.2})$$

con $\hat{a} = 1, 2, 3, 4$, $a, b, c = 1, 2, 3$ e $i, j = 1, 2, 3, 4, 5$. I generatori sono definiti in maniera tale essere normalizzati, quindi $Tr [T^\alpha T^\beta] = \delta^{\alpha\beta}$, inoltre soddisfano le seguenti regole di commutazione:

$$[T^{aL}, T^{bR}] = 0, \quad [T^{aL}, T^{bL}] = i\epsilon^{abc} T^{cL}, \quad [T^{aR}, T^{bR}] = i\epsilon^{cR},$$

$$[T^{\hat{i}}, T^{\hat{4}}] = \frac{i}{2} \delta^{\hat{i}k} (T^{kL} - T^{kR}), \quad [T^{\hat{i}}, T^{\hat{j}}] = \frac{i}{2} \epsilon^{\hat{i}jk} (T^{kL} + T^{kR}), \quad (\text{A.3})$$

$$[T^{\hat{i}}, T^{aL}] = -\frac{i}{2} \delta^{\hat{i}a} T^{\hat{4}} + \frac{i}{2} \epsilon^{\hat{i}a\hat{j}} T^{\hat{j}}, \quad [T^{\hat{i}}, T^{aR}] = \frac{i}{2} \delta^{\hat{i}a} T^{\hat{4}} + \frac{i}{2} \epsilon^{\hat{i}a\hat{j}} T^{\hat{j}},$$

$$[T^{\hat{4}}, T^{aL}] = \frac{i}{2} \delta^{a\hat{i}} T^{\hat{i}}, \quad [T^{\hat{4}}, T^{aR}] = -\frac{i}{2} \delta^{a\hat{i}} T^{\hat{i}},$$

Dalle relazioni sopra è possibile ottenere le costanti di struttura di $SO(5)$, $C^{\alpha\beta\gamma}$;

queste soddisfano le seguenti identità:

$$C^{\hat{a}\hat{b}a_L}C^{\hat{c}\hat{d}a_L} = \frac{1}{2}C^{\hat{a}\hat{b}e}c^{\hat{c}\hat{d}e} - \frac{1}{4}\epsilon^{\hat{a}\hat{b}\hat{c}\hat{d}}$$

$$C^{\hat{a}\hat{b}a_R}C^{\hat{c}\hat{d}a_R} = \frac{1}{2}C^{\hat{a}\hat{b}e}c^{\hat{c}\hat{d}e} - \frac{1}{4}\epsilon^{\hat{a}\hat{b}\hat{c}\hat{d}}, \quad (\text{A.4})$$

$$C^{\hat{a}\hat{b}e}C^{\hat{c}\hat{d}e} = -\frac{1}{2}(\delta^{ad}\delta^{cb} - \delta_{ac}\delta_{bd}). \quad (\text{A.5})$$

Per le tracce valgono le seguenti relazioni:

$$Tr\left(T^{\hat{a}}T^{\hat{b}}T^{\hat{c}}T^{\hat{d}}\right) = \frac{1}{4}Tr\left(T^{\hat{a}}T^{\hat{b}}\right)Tr\left(T^{\hat{c}}T^{\hat{d}}\right) + \frac{1}{4}Tr\left(T^{\hat{a}}T^{\hat{d}}\right)Tr\left(T^{\hat{c}}T^{\hat{b}}\right) \quad (\text{A.6})$$

$$Tr\left(T^a\left[T^{\hat{a}}, T^{\hat{b}}\right]\right) = 0 \quad (\text{A.7})$$

con $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d} = 1, 2, 3, 4$ e $a = a_L = a_R, b = b_L = b_R$;

$$\sum_{a=\hat{a}, a_L, a_R} (T^a)_{ij} (T^a)_{kl} = \frac{1}{2}(\delta^{il}\delta^{jk} - \delta^{ik}\delta^{jl}),$$

$$\sum_{a_L} (T^{a_L})_{ij} (T^{a_L})_{kl} - \sum_{a_R} (T^{a_R})_{ij} (T^{a_R})_{kl} = -\frac{1}{2}\epsilon^{ijkl5}, \quad (\text{A.8})$$

$$\sum_{a_L} (T^{a_L})_{ij} (T^{a_L})_{kl} + \sum_{a_R} (T^{a_R})_{ij} (T^{a_R})_{kl} = -\frac{1}{4}\epsilon^{ijmn5}\epsilon^{klmn5}, \quad (\text{A.9})$$

per $i, j, k, l, m, n = 1, \dots, 5$.

In questa parametrizzazione i generatori non rotti sono matrici diagonali a blocchi e possiamo scriverle nella forma:

$$T^a = \begin{pmatrix} t^a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.10})$$

i generatori obbediscono alla seguente relazione di commutazione:

$$[T^a, T^{\hat{a}}] = (t^a)_{\hat{b}\hat{a}} T^{\hat{b}} \quad (\text{A.11})$$

A.2 Parametrizzazione della Matrice dei Bosoni di Goldstone

Parametrizziamo la matrice dei bosoni di Goldstone come:

$$U = U(\Pi) = \exp \left[i \frac{\sqrt{2}}{f} \Pi_{\hat{a}} T^{\hat{a}} \right] = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_{4 \times 4} - \frac{\vec{\Pi} \vec{\Pi}^T}{\Pi^2} \left(1 - \cos \frac{\Pi}{f} \right) & \frac{\vec{\Pi}}{\Pi} \sin \frac{\Pi}{f} \\ -\frac{\vec{\Pi}^T}{\Pi} \sin \frac{\Pi}{f} & \cos \frac{\Pi}{f} \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

con $\Pi^2 \equiv \vec{\Pi}^T \vec{\Pi}$. Per una trasformazione $g \in SO(5)$ la matrice di Goldstone trasforma:

$$U(\Pi) \rightarrow U(\Pi^g) = g \cdot U(\Pi) \cdot h^t(\Pi, g), \quad (\text{A.13})$$

nella nostra base la matrice $h(\Pi, g)$ è diagonale a blocchi, nella forma:

$$h = \begin{pmatrix} h_4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.14})$$

con $h_4 \in SO(4)$. Per trasformazioni del gruppo non rotto $SO(4)$ il vettore Π trasforma linearmente e facendo uso di (A.11) abbiamo che $\Pi^{\hat{a}} \rightarrow (h_4)_{\hat{b}}^{\hat{a}} \Pi^{\hat{b}}$. Riscriviamo il quadri-vettore Π come:

$$\vec{\Pi} = \begin{pmatrix} \Pi_1 \\ \Pi_2 \\ \Pi_3 \\ \Pi_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -i(h_u - h_u^\dagger) \\ h_u + h_u^\dagger \\ i(h_d - h_d^\dagger) \\ h_d + h_d^\dagger \end{pmatrix}, \quad (\text{A.15})$$

dove

$$H = \begin{pmatrix} h_u \\ h_d \end{pmatrix}, \quad (\text{A.16})$$

è il doppietto standard del campo di Higgs di ipercarica 1/2. Nella gauge unitaria, che abbiamo utilizzato in questo lavoro, tutto si riduce a:

$$h_u \equiv 0, \quad h_d \equiv \frac{h}{\sqrt{2}} = \frac{v+h}{\sqrt{2}}, \quad (\text{A.17})$$

dove abbiamo indicato con v il VEV dell'Higgs (246 GeV) e con h il campo fisico di Higgs normalizzato canonicamente; in questa gauge la matrice U sarà data da:

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \frac{h}{f} & \sin \frac{h}{f} \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \frac{h}{f} & \cos \frac{h}{f} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.18})$$

A.3 Definizione di d ed E

Dalla descrizione del formalismo CCWZ otteniamo la formulazione per i campi denominati d ed E , che sarà data da :

$$d_\mu^{\hat{a}} = \sqrt{2} \left(\frac{1}{f} - \frac{\sin \Pi/f}{\Pi} \right) \frac{\vec{\Pi} \cdot \nabla_\mu \vec{\Pi}}{\Pi^2} \Pi^{\hat{a}} + \sqrt{2} \frac{\sin \Pi/f}{\Pi} \nabla_\mu \Pi^{\hat{a}}, \quad (\text{A.19})$$

$$E_\mu^a = -W_\mu^a + \frac{4i}{\Pi^2} \vec{\Pi}^T t^a \nabla_\mu \vec{\Pi} \sin^2 \frac{\Pi}{2f}, \quad (\text{A.20})$$

la derivata covariante ∇ è definita come:

$$\nabla_\mu \Pi^{\hat{a}} = \partial_\mu \Pi^{\hat{a}} - i W_\mu^a (t^a)^{\hat{a}}_{\hat{b}} \Pi^{\hat{b}}, \quad (\text{A.21})$$

Esplicitiamo (A.19) e (A.20):

$$d_\mu^{\hat{a}} = -\sqrt{2} \left[\frac{\partial_\mu \pi}{f\pi} + \sin \frac{\pi}{f} \partial_\mu \left(\frac{\pi^{\hat{a}}}{\pi} \right) \right] + \frac{i\sqrt{2}}{2\pi} \sin \frac{\pi}{f} \left(\pi^{\hat{b}} W_\mu^a \varepsilon^{a,\hat{b},\hat{a}} - \pi^{\hat{b}} B_\mu \varepsilon^{3,\hat{b},\hat{a}} \right) \\ + \frac{i\sqrt{2}}{2\pi} \sin \frac{\pi}{f} \pi^4 \left(-W_\mu^a \delta^{a\hat{a}} + B_\mu \delta^{3,\hat{a}} \right) \quad \text{per } \hat{a} \neq 4$$

$$d_\mu^{\hat{a}} = \frac{i\sqrt{2}}{2\pi} \sin \frac{\pi}{\pi} \pi^{\hat{b}} \left(W_\mu^a - B_\mu \delta_{3,a} \right) \delta_{\hat{b},\hat{a}} - \sqrt{2} \left(\frac{\partial_\mu \pi}{f\pi} \pi^4 + \sin \frac{\pi}{f} \partial_\mu \frac{\pi^4}{\pi} \right) \quad \text{per } \hat{a} = 4$$

$$\begin{aligned}
E_\mu^a = & W_\mu^a \left[1 - \sin^2 \frac{\pi}{2f} \right] + \frac{i}{\pi^2} \sin^2 \frac{\pi}{2f} \left[i\pi_{\hat{b}} \partial_\mu \pi_{\hat{a}} \epsilon^{\hat{b}, \hat{a}, a} - i\pi_4 \partial_\mu \pi^a + i\pi^a \partial_\mu \pi_4 \right] \\
& + \sin^2 \frac{\pi}{2f} \frac{1}{\pi^2} \left[\pi_4^2 B_\mu \delta_{a,3} + 2\pi_4 \pi_{\hat{a}} B_\mu \epsilon^{3, \hat{a}, a} - \pi_{\hat{a}} \pi_{\hat{b}} B_\mu \delta_{a,3} \delta_{\hat{a}, \hat{b}} + 2\pi^{\hat{a}} \delta_{\hat{a}, a} \pi^{\hat{b}} W_\mu^b \delta_{\hat{b}, \hat{b}} \right]
\end{aligned}$$

Appendice B

Diagonalizzazione della Matrice di Massa

Angolo Carico

Definite le quantità:

$$m_{11c} = \frac{M_R^2}{2}, \quad (\text{B.1})$$

$$m_{22c} = \frac{g_w^2 (f^2 \xi g_\rho^2 + 2M_R^2 (\xi - 1)^2)}{4g_\rho^2}, \quad (\text{B.2})$$

$$m_{12c} = \frac{M_R^2 (\xi - 1) g_w}{2g_\rho}, \quad (\text{B.3})$$

riportiamo in seguito la matrice di massa dei campi carichi:

$$M_c \begin{pmatrix} M_\rho^2 & 0 \\ 0 & M_w^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & -\sin \theta_c \\ \sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{11c} & m_{12c} \\ m_{12c} & m_{22c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

in seguito mostriamo l'inversa dell'equazione (B.4)

$$\begin{pmatrix} M_\rho^2 \cos^2 \theta_c + M_w^2 \sin^2 \theta_c & \sin \theta_c \cos \theta_c (M_w^2 - M_\rho^2) \\ \sin \theta_c \cos \theta_c (M_w^2 - M_\rho^2) & M_\rho^2 \sin^2 \theta_c + M_w^2 \cos^2 \theta_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11c} & m_{12c} \\ m_{12c} & m_{22c} \end{pmatrix} \quad (\text{B.5})$$

Angolo Neutro

Per i campi neutri ora, definiamo le quantità:

$$\mathbf{m}_{11_n} = \frac{2M_R^2 (g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2)^2}{4g_\rho^2 (g_w^2 + g_1^2) (g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2)}, \quad (\text{B.6})$$

$$\mathbf{m}_{22_n} = \frac{f^2 \xi g_\rho^2 (g_w^2 + g_1^2) + 2(M_R(\xi - 1)g_w g_w + g_1 g_1 M_R \xi)^2}{4g_\rho^2 (g_w^2 + g_1^2)}, \quad (\text{B.7})$$

$$\mathbf{m}_{12_n} = \frac{2M_R^2 (g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2) ((\xi - 1)g_w^2 + g_1^2 \xi)}{4g_\rho^2 (g_w^2 + g_1^2) \sqrt{g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2}}, \quad (\text{B.8})$$

che ritroviamo nella matrice di massa dei campi neutri:

$$M_n = \begin{pmatrix} M_{\rho_0}^2 & 0 \\ 0 & M_z^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_n & -\sin \theta_n \\ \sin \theta_n & \cos \theta_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{m}_{11_n} & \mathbf{m}_{12_n} \\ \mathbf{m}_{12_n} & \mathbf{m}_{22_n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_n & \sin \theta_n \\ -\sin \theta_n & \cos \theta_n \end{pmatrix} \quad (\text{B.9})$$

in seguito l'inversa della relazione (B.9);

$$\begin{pmatrix} M_{\rho_0}^2 \cos^2 \theta_n + M_z^2 \sin^2 \theta_n & (M_z^2 - M_{\rho_0}^2) \sin \theta_n \cos \theta_n \\ (M_z^2 - M_{\rho_0}^2) \sin \theta_n \cos \theta_n & M_{\rho_0}^2 \sin^2 \theta_n + M_z^2 \cos^2 \theta_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{m}_{11_n} & \mathbf{m}_{12_n} \\ \mathbf{m}_{12_n} & \mathbf{m}_{22_n} \end{pmatrix} \quad (\text{B.10})$$

Funzioni Trigonometriche

Dalle condizioni imposte da (B.4) e (B.9) otteniamo le seguenti definizioni per le funzioni trigonometriche seno e coseno dei due angoli di diagonalizzazione:

$$\sin^2 \theta_c = \frac{1}{2} - \frac{\mathbf{m}_{11_c} - \mathbf{m}_{22_c}}{2\sqrt{(\mathbf{m}_{11_c} - \mathbf{m}_{22_c})^2 + 4\mathbf{m}_{12_c}^2}}, \quad (\text{B.11})$$

$$\cos^2 \theta_c = \frac{1}{2} + \frac{\mathbf{m}_{11_c} - \mathbf{m}_{22_c}}{2\sqrt{(\mathbf{m}_{11_c} - \mathbf{m}_{22_c})^2 + 4\mathbf{m}_{12_c}^2}}, \quad (\text{B.12})$$

$$\sin^2 \theta_n = \frac{1}{2} - \frac{\mathbf{m}_{11_n} - \mathbf{m}_{22_n}}{2\sqrt{(\mathbf{m}_{11_n} - \mathbf{m}_{22_n})^2 + 4\mathbf{m}_{12_n}^2}}, \quad (\text{B.13})$$

$$\cos^2 \theta_n = \frac{1}{2} + \frac{m_{11n} - m_{22n}}{2\sqrt{(m_{11n} - m_{22n})^2 + 4m_{12n}^2}}, \quad (\text{B.14})$$

e riscrivendo tutto in funzione dei parametri β , β_1 , a_ρ otteniamo:

Appendice C

Inversione per i Parametri di Input

Per poter completare la riscrittura dei parametri della lagrangiana in funzione dei parametri di input è necessario invertire inizialmente g_w che è soluzione di un'equazione che si ottiene ricombinando insieme le equazioni (3.46),(3.47),(3.48),(3.49). Fatto questo è possibile poi risolvere completamente gli angoli di rotazione la massa del bosone Z e il coupling g_1 .

C.1 Soluzione per g_w

Mostriamo qui l'equazione esatta per g_w , molto complicata:

$$\begin{aligned} & 4G_F g_\rho^2 g_w^4 \left[8e^2 G_F M_{\rho_0}^2 M_z^2 (e^2 (\xi^2 - 4\xi + 3) - (\xi - 2)^2 g_\rho^2) \right. \\ & \quad \left. + g_\rho^4 \left(M_z^2 (\sqrt{2}e^2 + 8G_F M_{\rho_0}^2) + \sqrt{2}e^2 M_{\rho_0}^2 \right) \right] \\ & + 4G_F g_w^6 (e^2 - g_\rho^2) \left[8(\xi - 1)^2 G_F M_{\rho_0}^2 M_z^2 (e^2 - g_\rho^2) + \sqrt{2}g_\rho^4 (M_{\rho_0}^2 + M_z^2) \right] \\ & + 32e^2 G_F^2 g_\rho^4 g_w^2 M_{\rho_0}^2 M_z^2 [e^2 (3 - 2\xi) - 2g_\rho^2] + 32e^4 g_\rho^2 g_\rho^4 + g_\rho^4 g_w^8 (g_\rho^2 - e^2) = 0. \quad (\text{C.1}) \end{aligned}$$

L'equazione per g_w così complessa risulta essere poco maneggevole, è quindi opportuno semplificarla, tagliando i termini meno importanti. A questo proposito l'abbiamo riscritta in funzione di β , definita in (3.51), ed eliminando il termine di grado più alto abbiamo ottenuto (3.52).

C.2 Angoli di Diagonalizzazione

Dalla soluzione di beta possiamo ora ricavare le soluzioni per gli angoli di rotazione θ_c e θ_n ; partendo dalle relazioni:

$$\sin^2 \theta_c = -\beta(2\xi - 4\tau) - \beta^2 \left(\frac{8\xi^2}{a_\rho^2} + \frac{8\xi\tau^2}{a_\rho} + 6\sigma \right) - \beta^3 \left(\frac{64\xi^3}{a_\rho^3} + \frac{32\xi^2\tau^2}{a_\rho^2} + \frac{16\xi\sigma}{a_\rho} \right), \quad (\text{C.2})$$

$$\cos^2 \theta_c = 1 + \beta(2\xi - 4\tau) + \beta^2 \left(\frac{8\xi^2}{a_\rho^2} + \frac{8\xi\tau^2}{a_\rho} + 6\sigma \right) + \beta^3 \left(\frac{64\xi^3}{a_\rho^3} + \frac{32\xi^2\tau^2}{a_\rho^2} + \frac{16\xi\sigma}{a_\rho} \right), \quad (\text{C.3})$$

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta_n = & -\beta \left[\xi - 2\sqrt{1-\xi} - \tau^2 \right] - \beta_1 \left[\xi + 2\sqrt{1-\xi} - \tau_1^2 \right] \\ & - \beta^2 \left[-\frac{4\xi^2}{a_\rho} + \frac{12\xi\tau^2}{a_\rho} + \frac{8\sqrt{1-\xi}\xi}{a_\rho} - 2\xi\tau^2 + 4\sqrt{1-\xi}\tau^2 - \sigma + 3\tau^4 \right] \\ & - \beta_1^2 \left[-\frac{4\xi^2}{a_\rho} + \frac{12\xi\tau_1^2}{a_\rho} - \frac{8\sqrt{1-\xi}\xi}{a_\rho} - 2\xi\tau_1^2 - 4\sqrt{1-\xi}\tau_1^2 - \sigma_1 + 3\tau_1^4 \right] \\ & - \beta_1\beta \left[-\frac{8\xi(\xi - \tau^2 - \tau_1^2 + 2)}{a_\rho} - \frac{8\xi\tau\tau_1}{a_\rho} - 2\sqrt{\sigma}\sqrt{\sigma_1} + 6\tau^2\tau_1^2 \right. \\ & \quad \left. - 2 \left((\xi + 2\sqrt{1-\xi})\tau^2 + (\xi - 2\sqrt{1-\xi})\tau_1^2 \right) \right] \\ & + \frac{(\beta - \beta_1)^2}{\beta + \beta_1}, \quad (\text{C.4}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\cos^2 \theta_n = & 1 - \beta \left[\xi - 2\sqrt{1-\xi} - \tau^2 \right] - \beta_1 \left[\xi + 2\sqrt{1-\xi} - \tau_1^2 \right] \\
& - \beta^2 \left[-\frac{4\xi^2}{a_\rho} + \frac{12\xi\tau^2}{a_\rho} + \frac{8\sqrt{1-\xi}\xi}{a_\rho} - 2\xi\tau^2 + 4\sqrt{1-\xi}\tau^2 - \sigma + 3\tau^4 \right] \\
& - \beta_1^2 \left[-\frac{4\xi^2}{a_\rho} + \frac{12\xi\tau_1^2}{a_\rho} - \frac{8\sqrt{1-\xi}\xi}{a_\rho} - 2\xi\tau_1^2 - 4\sqrt{1-\xi}\tau_1^2 - \sigma_1 + 3\tau_1^4 \right] \\
& - \beta_1\beta \left[-\frac{8\xi(\xi - \tau^2 - \tau_1^2 + 2)}{a_\rho} - \frac{8\xi\tau\tau_1}{a_\rho} - 2\sqrt{\sigma}\sqrt{\sigma_1} + 6\tau^2\tau_1^2 \right. \\
& \quad \left. - 2 \left((\xi + 2\sqrt{1-\xi})\tau^2 + (\xi - 2\sqrt{1-\xi})\tau_1^2 \right) \right] \\
& \quad + \frac{(\beta - \beta_1)^2}{\beta + \beta_1}, \quad (C.5)
\end{aligned}$$

dove abbiamo utilizzato oltre ai già citati τ , τ_1 anche σ e σ_1 definiti:

$$\sigma = \xi^2 - 4 \left(\sqrt{1-\xi} + 2 \right) \xi + 8 \left(\sqrt{1-\xi} + 1 \right), \quad (C.6)$$

$$\sigma_1 = \xi^2 - 4 \left(2 - \sqrt{1-\xi} \right) \xi + 8 \left(1 - \sqrt{1-\xi} \right). \quad (C.7)$$

C.3 La Massa della Z

Per trovare il valore della massa del bosone Z partiamo da (3.47) dove sostituiamo M_ρ con (3.48) ed M_R tramite l'equazione (3.49), l'equazione che troviamo è:

$$\begin{aligned}
M_w^4 - \frac{g_w^2 M_{\rho_0}^2 M_z^2 [(8\beta + 1)e^2 - 8\beta g_\rho^2]}{64\beta^2 g_\rho^4} \\
+ \frac{M_w^2 [G_F M_{\rho_0}^2 M_z^2 ((8\beta + 1)e^2 - 8\beta g_\rho^2) (a_\rho + 2\beta(\tau^2 a_\rho - 2\xi))]}{8\sqrt{2}\beta^2 a_\rho g_\rho^4} = 0. \quad (C.8)
\end{aligned}$$

Possiamo anche riscriverla¹ come:

$$-\frac{\beta a_\rho g_\rho^4}{2\xi G_F^2} + \frac{g_\rho^2 M_w^2 (2\beta(\tau^2 a_\rho - 2\xi) + a_\rho)}{2\sqrt{2}\xi G_F} + M_w^4 = 0 \quad (C.9)$$

¹Valida con $\xi \neq 0$

La soluzione valida per (C.8) è:

$$M_w^2 = \frac{G_F M_{\rho_0}^2 M_z^2 [(8\beta + 1)e^2 - 8\beta g_\rho^2] [4\beta\xi - a_\rho (2\beta\tau^2 + 1)]}{16\sqrt{2}\beta^2 a_\rho g_\rho^4} - \frac{\sqrt{R}}{16\sqrt{2}\beta^2 a_\rho g_\rho^4}, \quad (\text{C.10})$$

con:

$$R = M_{\rho_0}^2 M_z^2 [(8\beta + 1)e^2 - 8\beta g_\rho^2] \left[G_F^2 M_{\rho_0}^2 M_z^2 ((8\beta + 1)e^2 - 8\beta g_\rho^2) (a_\rho (2\beta\tau^2 + 1) - 4\beta\xi)^2 + 8\beta^2 a_\rho^2 g_\rho^4 g_w^2 \right], \quad (\text{C.11})$$

mentre per (C.9) abbiamo:

$$M_w^2 = [(8\beta + 1)e^2 - 8\beta g_\rho^2] \frac{G_F M_{\rho_0}^2 M_z^2}{16\sqrt{2}\beta^2 a_\rho g_\rho^4} \left[\sqrt{(2\beta\tau^2 a_\rho + a_\rho - 4\beta\xi)^2 + 16\beta\xi a_\rho - a_\rho (2\beta\tau^2 + 1) + 4\beta\xi} \right] \quad (\text{C.12})$$

Appendice D

Interazioni

Termine lagrangiana di interazione tra fermioni

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int.fermioni} = & -\frac{\cos\theta_c g_w}{\sqrt{2}} W_\mu^+ J^{-\mu} - \frac{\cos\theta_c g_w}{\sqrt{2}} W_\mu^- J^{+\mu} - \cos\theta_n \sqrt{g_w^2 + g_1^2} Z_\mu J_z^\mu \\ & - \frac{\sin\theta_c g_w}{\sqrt{2}} P_\mu^+ J^{-\mu} - \frac{\sin\theta_c g_w}{\sqrt{2}} P_\mu^- J^{+\mu} - \sin\theta_n \sqrt{g_w^2 + g_1^2} Z_\mu J_z^\mu \\ & - e A_\mu J_{EM}^\mu \end{aligned} \quad (D.1)$$

con

$$J_\mu^- = \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L + \bar{u}_L \gamma^\mu d_L, \quad (D.2)$$

$$J_{EM}^\mu = -\bar{l} \gamma^\mu l + \frac{2}{3} \bar{u} \gamma^\mu u - \frac{1}{3} \bar{d} \gamma^\mu d, \quad (D.3)$$

$$J_z^\mu = J_{3L}^\mu - \sin^2\theta_w J_{EM}^\mu, \quad (D.4)$$

$$J_{3L}^\mu = \bar{l}_L \gamma^\mu \frac{\sigma^3}{2} l_L + \bar{q}_L \gamma^\mu \frac{\sigma^3}{2} q_L. \quad (D.5)$$

In seguito termini di interazione tra le risonanze e i bosoni di gauge.

$$\left[\frac{i \cos \theta_n \sin^2 \theta_c g_w^2}{\sqrt{g_w^2 + g_1^2}} + \frac{i \sin \theta_n (g_\rho^2 (g_w^2 + g_1^2) - \sin^2 \theta_c (g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2))}{\sqrt{g_w^2 + g_1^2} \sqrt{g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2}} \right] \\ \left[\rho_\nu \rho_\mu^\dagger \partial_\mu Z_\nu - \rho_\mu Z_\nu \partial_\nu \rho_\mu^\dagger - Z_\nu \rho_\mu^\dagger \partial_\mu \rho_\nu - \rho_\nu \rho_\mu^\dagger \partial_\nu Z_\mu \right. \\ \left. + \rho_\mu Z_\nu \partial_\mu \rho_\nu^\dagger + Z_\nu \rho_\mu^\dagger \partial_\nu \rho_\mu \right] \quad (\text{D.6})$$

$$\frac{i g_1 g_\rho g_w}{\sqrt{g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2}} \\ \left[\rho_\nu \rho_\mu^\dagger \partial_\mu A_\nu - A_\nu \rho_\mu \partial_\nu \rho_\mu^\dagger - \rho_\nu \rho_\mu^\dagger \partial_\nu A_\mu - A_\nu \rho_\mu^\dagger \partial_\mu \rho_\nu + A_\nu \rho_\mu \partial_\mu \rho_\nu^\dagger + A_\nu \rho_\mu^\dagger \partial_\nu \rho_\mu \right] \quad (\text{D.7})$$

$$\left[\frac{i \cos^2 \theta_c \sin \theta_n g_w^2}{\sqrt{g_w^2 + g_1^2}} + \frac{i \cos \theta_n (g_1^2 g_w^2 - \sin^2 \theta_c (g_\rho^2 (g_w^2 + g_1^2) + g_1^2 g_w^2))}{\sqrt{g_w^2 + g_1^2} \sqrt{g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2}} \right] \\ \left[\rho 0_\mu W_\nu^\dagger \partial_\mu W_\nu - \rho 0_\mu W_\nu \partial_\nu W_\mu^\dagger - W_\nu W_\mu^\dagger \partial_\mu \rho 0_\nu \right. \\ \left. + \rho 0_\mu W_\nu \partial_\mu W_\nu^\dagger + \rho 0_\mu W_\nu^\dagger \partial_\nu W_\mu + W_\nu W_\mu^\dagger \partial_\nu \rho 0_\mu \right] \quad (\text{D.8})$$

$$i \cos \theta_c \sin \theta_c \left[\frac{\cos \theta_n \sqrt{g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2}}{\sqrt{g_w^2 + g_1^2}} + \frac{\sin \theta_n g_w^2}{\sqrt{g_w^2 + g_1^2}} \right] \\ \left[\rho 0_\mu W_\nu^\dagger \partial_\mu \rho_\nu - \rho_\mu W_\nu^\dagger \partial_\mu \rho 0_\nu - \rho 0_\mu \rho_\nu \partial_\mu W_\nu^\dagger - \rho 0_\mu W_\nu^\dagger \partial_\nu \rho_\mu \right. \\ \left. + \rho_\mu W_\nu^\dagger \partial_\nu \rho 0_\mu + \rho 0_\mu \rho_\nu \partial_\nu W_\mu^\dagger \right] \quad (\text{D.9})$$

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{\cos^2 \theta_c (\cos^2 \theta_n - \sin^2 \theta_n) g_1^2 g_w^4}{(g_w^2 + g_1^2) \sqrt{g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2}} + \frac{\cos^2 \theta_c \cos \theta_n \sin \theta_n g_w^4}{g_w^2 + g_1^2} \right. \\
& \quad \left. - \frac{\cos \theta_n \sin \theta_n (\sin^2 \theta_c (g_1^4 (g_\rho^4 - g_w^4) + 2g_1^2 g_\rho^4 g_w^2 + g_\rho^4 g_w^4) + g_1^4 g_w^4)}{(g_w^2 + g_1^2) (g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2)} \right] \\
& \quad [\rho_0{}_\mu W_\nu Z_\nu W_\mu^\dagger + 2W_\mu \rho_0{}_\nu Z_\nu W_\mu^\dagger - \rho_0{}_\mu W_\mu Z_\nu W_\nu^\dagger] \quad (D.10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_1 g_\rho g_w & \left[\frac{\cos \theta_n (\sin^2 \theta_c (g_\rho^2 (g_w^2 + g_1^2) + g_1^2 g_w^2) - g_1^2 g_w^2)}{\sqrt{g_w^2 + g_1^2} (g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2)} \right. \\
& \quad \left. - \frac{\cos^2 \theta_c \sin \theta_n g_w^2}{\sqrt{g_w^2 + g_1^2} \sqrt{g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2}} \right] \\
& \quad [A_\nu \rho_0{}_\mu W_\nu W_\mu^\dagger - 2A_\mu \rho_0{}_\nu W_\nu W_\mu^\dagger + A_\nu \rho_0{}_\mu W_\mu W_\nu^\dagger] \quad (D.11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cos^2 \theta_c \sin^2 \theta_c (g_\rho^2 + g_w^2) \\
& \quad [\rho_\mu W_\nu \rho_\mu^\dagger W_\nu^\dagger - W_\mu \rho_\nu \rho_\mu^\dagger W_\nu^\dagger + 2\rho_\nu W_\nu \rho_\mu^\dagger W_\mu^\dagger] \quad (D.12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[-\frac{\cos^2 \theta_n \sin^2 \theta_c g_w^4}{2(g_w^2 + g_1^2)} + \frac{\cos \theta_n \sin^2 \theta_c \sin \theta_n g_1^2 g_w^4}{(g_w^2 + g_1^2) \sqrt{g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2}} \right. \\
& \quad \left. - \frac{\sin^2 \theta_n (\sin^2 \theta_c (g_1^4 g_w^4 - g_\rho^4 (g_w^2 + g_1^2)^2) + g_\rho^4 (g_w^2 + g_1^2)^2)}{2(g_w^2 + g_1^2) (g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2)} \right] \\
& \quad [2\rho_\mu Z_\nu \rho_\mu^\dagger - Z_\mu \rho_\nu Z_\nu \rho_\mu^\dagger - \rho_\mu Z_\mu Z_\nu \rho_\nu^\dagger] \quad (D.13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{g_1^2 g_\rho^2 g_w^2}{g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2} \\
& \quad [A_\nu^2 \rho_\mu \rho_\mu^\dagger - A_\mu A_\nu \rho_\nu \rho_\mu^\dagger] \quad (D.14)
\end{aligned}$$

$$g_1 g_\rho g_w \left[\frac{\cos \theta_n \sin^2 \theta_c g_w^2}{\sqrt{g_w^2 + g_1^2} \sqrt{g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2}} + \frac{\sin \theta_n [g_\rho^2 (g_w^2 + g_1^2) - \sin^2 \theta_c (g_1^2 g_\rho^2 + g_\rho^2 g_w^2 + g_1^2 g_w^2)]}{\sqrt{g_w^2 + g_1^2} (g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2)} \right] [A_\nu Z_\mu \rho_\nu \rho_\mu^\dagger - 2A_\nu \rho_\mu Z_\nu \rho_\mu^\dagger + A_\mu \rho_\nu Z_\nu \rho_\mu^\dagger] \quad (\text{D.15})$$

$$\cos \theta_c \sin \theta_c g_\rho g_w g_1 \left[\frac{\sin \theta_n}{\sqrt{g_w^2 + g_1^2}} - \frac{\cos \theta_c g_w^2}{\sqrt{g_w^2 + g_1^2} \sqrt{g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2}} \right] [A_\nu \rho_\mu Z_\mu W_\nu^\dagger - 2A_\nu \rho_\mu Z_\nu W_\mu^\dagger + A_\mu \rho_\mu Z_\nu W_\nu^\dagger] \quad (\text{D.16})$$

$$\left[\frac{\cos \theta_c \sin \theta_c (\cos^2 \theta_n - \sin^2 \theta_n) g_1^2 g_w^4}{(g_w^2 + g_1^2) \sqrt{g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2}} + \frac{\cos \theta_c \cos \theta_n \sin \theta_n \sin \theta_c (g_1^2 (g_\rho^2 - g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2)}{g_w^2 + g_1^2} + \frac{\cos \theta_c \sin \theta_n \sin^2 \theta_c g_w^4}{g_w^2 + g_1^2} \right] [\rho_0 \rho_\mu \rho_\nu Z_\nu W_\mu^\dagger - 2\rho_0 \rho_\mu Z_\mu \rho_\nu W_\nu^\dagger + \rho_\mu \rho_0 \rho_\mu Z_\nu W_\nu^\dagger] \quad (\text{D.17})$$

$$\cos \theta_c \sin \theta_c g_\rho g_w g_1 \left[\frac{\cos \theta_n}{\sqrt{g_w^2 + g_1^2}} + \frac{\sin \theta_n g_w^2}{\sqrt{g_w^2 + g_1^2} \sqrt{g_1^2 (g_\rho^2 + g_w^2) + g_\rho^2 g_w^2}} \right] [A_\nu \rho_0 \rho_\mu \rho_\nu W_\mu^\dagger - 2A_\mu \rho_0 \rho_\mu \rho_\nu W_\nu^\dagger + A_\nu \rho_\mu \rho_0 W_\mu^\dagger] \quad (\text{D.18})$$

Appendice E

Dati Sperimentali

In seguito, in figura E.1, rappresentiamo i risultati dei lavori elencati in tabella 4.2.

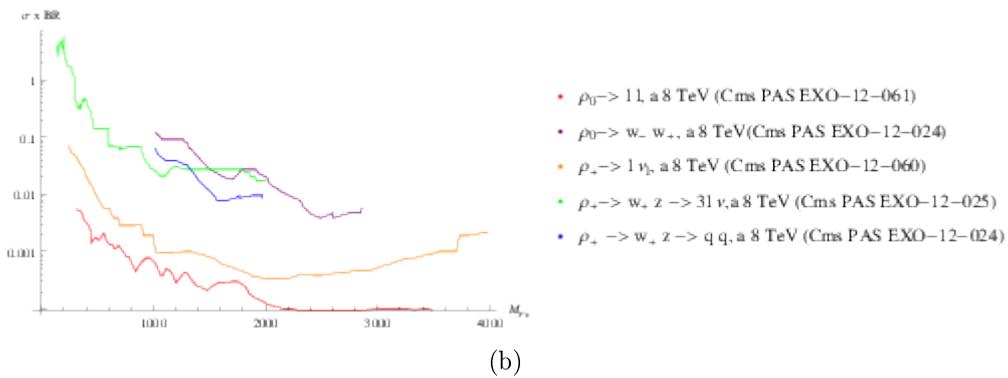
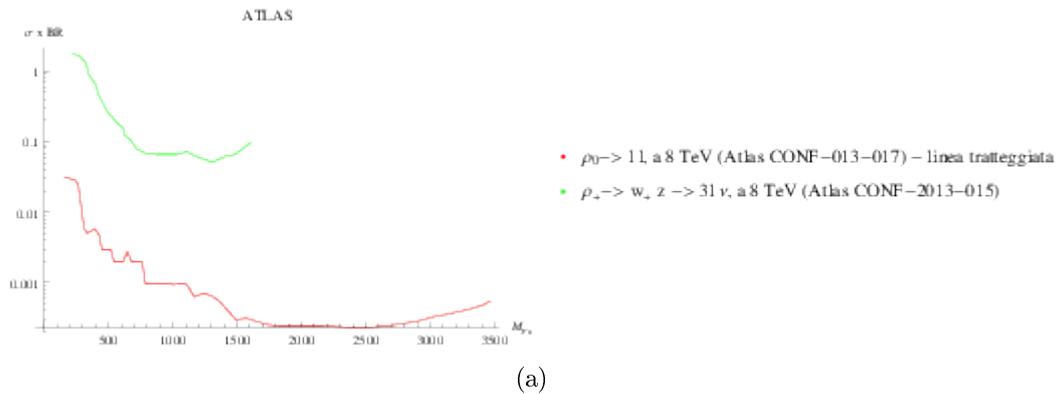


Figura E.1: In figura (a) i lavori della collaborazione ATLAS e in figura (b) della collaborazione CMS.

Bibliografia

- [1] Georges Aad et al. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. *Phys.Lett.*, B716:1–29, 2012.
- [2] Serguei Chatrchyan et al. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. *Phys.Lett.*, B716:30–61, 2012.
- [3] Johan Alwall, Michel Herquet, Fabio Maltoni, Olivier Mattelaer, and Tim Stelzer. MadGraph 5 : Going Beyond. *JHEP*, 1106:128, 2011.
- [4] Jr. Callan, Curtis G., Sidney R. Coleman, J. Wess, and Bruno Zumino. Structure of phenomenological Lagrangians. 2. *Phys.Rev.*, 177:2247–2250, 1969.
- [5] Sidney R. Coleman, J. Wess, and Bruno Zumino. Structure of phenomenological Lagrangians. 1. *Phys.Rev.*, 177:2239–2247, 1969.
- [6] Roberto Contino, David Marzocca, Duccio Pappadopulo, and Riccardo Rattazzi. On the effect of resonances in composite Higgs phenomenology. *JHEP*, 1110:081, 2011.
- [7] Adam Alloul, Neil D. Christensen, Céline Degrande, Claude Duhr, and Benjamin Fuks. FeynRules 2.0 - A complete toolbox for tree-level phenomenology. *Comput.Phys.Commun.*, 185:2250–2300, 2014.
- [8] Helene Gertrude J. Veltman. The equivalence theorem and the process $f\bar{f}\rightarrow W(1)W(1)$. 1990.
- [9] G.F. Giudice, C. Grojean, A. Pomarol, and R. Rattazzi. The Strongly-Interacting Light Higgs. *JHEP*, 0706:045, 2007.
- [10] Marco Ciuchini, Enrico Franco, Satoshi Mishima, and Luca Silvestrini. Electroweak Precision Observables, New Physics and the Nature of a 126 GeV Higgs Boson. *JHEP*, 1308:106, 2013.

- [11] Roberto Contino, Christophe Grojean, Duccio Pappadopulo, Riccardo Rattazzi, and Andrea Thamm. Strong Higgs Interactions at a Linear Collider. *JHEP*, 1402:006, 2014.
- [12] Search for high-mass dilepton resonances in $20 \sim fb^{-1}$ of pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV with the ATLAS experiment. 2013.
- [13] CMS Collaboration. Search for Resonances in the Dilepton Mass Distribution in pp Collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV. 2013.
- [14] CMS Collaboration. Search for leptonic decays of W' bosons in pp collisions at $\sqrt{s}=8$ TeV. 2013.
- [15] Search for resonant $WZ \rightarrow 3l \nu$ production in $1 \sqrt{s} = 8$ TeV pp collisions with $13 fb^{-1}$ at ATLAS. 2013.
- [16] CMS Collaboration. Search for W' in WZ using leptonic final states. 2013.
- [17] CMS Collaboration. Search for heavy resonances in the W/Z -tagged dijet mass spectrum in pp collisions at 8 TeV. 2013.
- [18] Duccio Pappadopulo, Andrea Thamm, Riccardo Torre, and Andrea Wulzer. Heavy Vector Triplets: Bridging Theory and Data. 2014.
- [19] David Marzocca, Marco Serone, and Jing Shu. General Composite Higgs Models. *JHEP*, 1208:013, 2012.
- [20] Andrea De Simone, Oleksii Matsedonskyi, Riccardo Rattazzi, and Andrea Wulzer. A First Top Partner Hunter's Guide. *JHEP*, 1304:004, 2013.
- [21] Giuliano Panico and Andrea Wulzer. The Discrete Composite Higgs Model. *JHEP*, 1109:135, 2011.
- [22] Roberto Contino. The Higgs as a Composite Nambu-Goldstone Boson. 2010.