

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

Attività Formativa: Tesina

**I campi elettromagnetici
e l'esperimento di Hertz**

Dipartimento di Ingegneria dell'informazione

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica

Autore: Filippo Uti

Relatore: Giulio Peruzzi

Dipartimento di Fisica dell'Università di Padova

22/07/2013

Anno Accademico 2012 - 2013

Al ricordo di mio padre e al supporto della mia famiglia.

La scienza diventa tollerabile solo quando proviamo un certo interesse per i grandi scopritori e per la loro vita, e diventa affascinante solo se ci mettiamo a pensare come le grandi concezioni si svilupparono.

James Clerk Maxwell

INDICE

INTRODUZIONE	7
CAPITOLO 1: LA SINTESI DI MAXWELL	9
1.1 CENNI STORICI SULLA VITA DI MAXWELL	9
1.2 LE CONOSCENZE SUI FENOMENI ELETTRICI E MAGNETICI PRIMA DI MAXWELL.....	11
1.3 LA TRASFORMAZIONE DELLE IDEE DI FARADAY	16
1.4 L'INTERCONNESSIONE TRA ELETTRICITÀ, MAGNETISMO E OTTICA	19
CAPITOLO 2 - LE EQUAZIONI DI MAXWELL.....	25
2.1 IL TEOREMA DI GAUSS PER IL CAMPO ELETTRICO E LA CIRCUITAZIONE	25
2.2 LE QUATTRO EQUAZIONI FONDAMENTALI ED IL "TERMINE MANCANTE"	30
CASO GENERALE E CASO STATICO.....	33
2.3 LA TEORIA DEL CAMPO ELETTROMAGNETICO	36
CAPITOLO 3: LA VERIFICA DELLA TEORIA DI MAXWELL	38
3.1 CENNI STORICI SULLA VITA DI HERTZ.....	38
3.2 DA MAXWELL A HERTZ	40
3.3 ESPERIMENTO DI HERTZ E LE PRINCIPALI CARATTERISTICHE DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE	46
CONCLUSIONI	52
BIBLIOGRAFIA	53

INTRODUZIONE

Lo studio dei campi elettromagnetici è stato al centro dell'attenzione delle comunità scientifiche e dei governi che, su di esso, hanno investito molte risorse economiche e umane. Infatti, la comprensione dei fenomeni elettromagnetici e la realizzazione di strumenti a essi connessi è stata di fondamentale importanza per la difesa delle nazioni, in particolare durante gli anni della seconda guerra mondiale, e nell'evoluzione tecnologica che viviamo oggi nell'epoca contemporanea. Ai giorni nostri gli studi legati a questo ambito hanno intrapreso innumerevoli nuove vie di conoscenza riuscendo a influenzare profondamente la vita quotidiana di chiunque con l'avvento di diversi dispositivi, quali per esempio, telefoni cellulari, forni a microonde e modem, che hanno invaso le nostre case e sono diventati simboli di progresso tecnologico e di benessere. Gli studi relativi all'elettromagnetismo, a ben centoquaranta anni dalla redazione delle equazioni di Maxwell, riescono ancora a stupire e cambiare il mondo.

All'inizio del XIX secolo, l'indagine fisica dei fenomeni termici, ottici, elettrici e magnetici era ancora in una fase embrionale. Grazie all'attività scientifica in settori del sapere fisico e matematico, James Clerk Maxwell (1831-1879), uno dei più grandi scienziati di tutti i tempi, introduce il concetto di campo: "La teoria che propongo può essere chiamata una teoria del campo elettromagnetico". Maxwell è allo stesso tempo lo scienziato che dà il maggiore contributo alla creazione delle teorie ottocentesche e uno dei primi a intravedere quegli aspetti problematici che porteranno alla fisica del Novecento, perfettamente inserito in un contesto storico contraddistinto dalla varietà degli interessi scientifici, dalla sensibilità per le questioni epistemologiche e dalla fiducia nella sostanziale unità del sapere. I contributi di Maxwell al progresso delle ricerche fisiche, nell'ambito dell'elettromagnetismo ma non solo, sono tali che il suo nome può essere messo accanto a quelli di Galileo, Newton ed Einstein.

Maxwell non ebbe modo di verificare sperimentalmente la propria teoria. Heinrich Hertz (1857-1894) nel 1886 riuscì per la prima volta a produrre e a rivelare le onde elettromagnetiche di cui Maxwell aveva previsto l'esistenza.

E' proposta quindi in questo elaborato una presentazione schematica del lavoro di unificazione compiuto da Maxwell nel contesto culturale in cui lo stesso scienziato si trova ad operare. L'attenzione verrà all'inizio rivolta alle quattro equazioni fondamentali e alla fisica dell'elettromagnetismo, seguirà poi un'analisi sull'esperimento svolto da Hertz considerando il pensiero di alcune personalità emblematiche di tale movimento.

CAPITOLO 1: LA SINTESI DI MAXWELL

1.1 CENNI STORICI SULLA VITA DI MAXWELL

James Clerk Maxwell nasce a Edimburgo nel 1831 da una famiglia di proprietari terrieri. Fin da giovane dimostra una spiccata tendenza per la matematica e, dopo aver studiato per tre anni all'Università di Edimburgo, si trasferisce a Cambridge guadagnandosi la stima di insegnanti e colleghi, tanto da essere accolto nei più vivaci circoli culturali dove si discute di filosofia, scienza e religione. Si laurea nel 1854 e nel 1855 pubblica un saggio

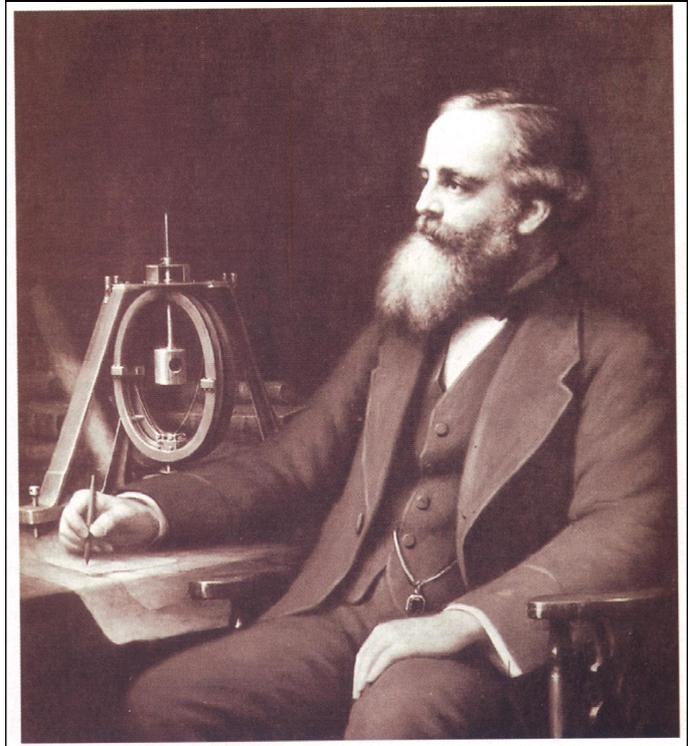


Figura 1 - Ritratto di James Clerk Maxwell

sui colori, volto a dimostrare l'esistenza di tre colori "primari" da cui deriverebbero tutti gli altri. L'anno seguente è chiamato a insegnare filosofia naturale ad Aberdeen dove rimane fino al 1860. Ad Aberdeen pubblica il suo primo scritto sull'elettricità e il magnetismo dal titolo *On Faraday's lines of force* (Sulle linee di forza di Faraday). In questo periodo comincia a occuparsi anche della teoria cinetica dei gas e di argomenti astronomici. Nel 1860 passa alla cattedra del King's College di Londra e nel periodo successivo elabora ulteriormente la sua teoria sull'elettromagnetismo, pubblicando fra il 1861 e il 1862 l'articolo *On the physical lines of force* (Sulle linee di forza fisiche). Infine, nel 1864, presenta alla Royal Society la memoria *A dynamical theory of the lectromagnetic field* (Una teoria dinamica del campo elettromagnetico), dove compaiono per la prima volta quelle che diventeranno note come equazioni di Maxwell. Dal 1865 si ritira nei suoi possedimenti di campagna per approfondire e perfezionare le teorie abbozzate negli anni precedenti. Nel 1870 ottiene la cattedra di fisica sperimentale di nuova istituzione all'Università di Cambridge e ricopre

l'incarico con dedizione e impegno nonostante egli fosse più un teorico che sperimentatore. Nel 1873 esce l'opera che rappresenta la più elaborata sistemazione delle teorie di Maxwell sull'elettromagnetismo: *Treatise on electricity and magnetism* (Trattato sull'elettricità e il magnetismo)(figura 2).

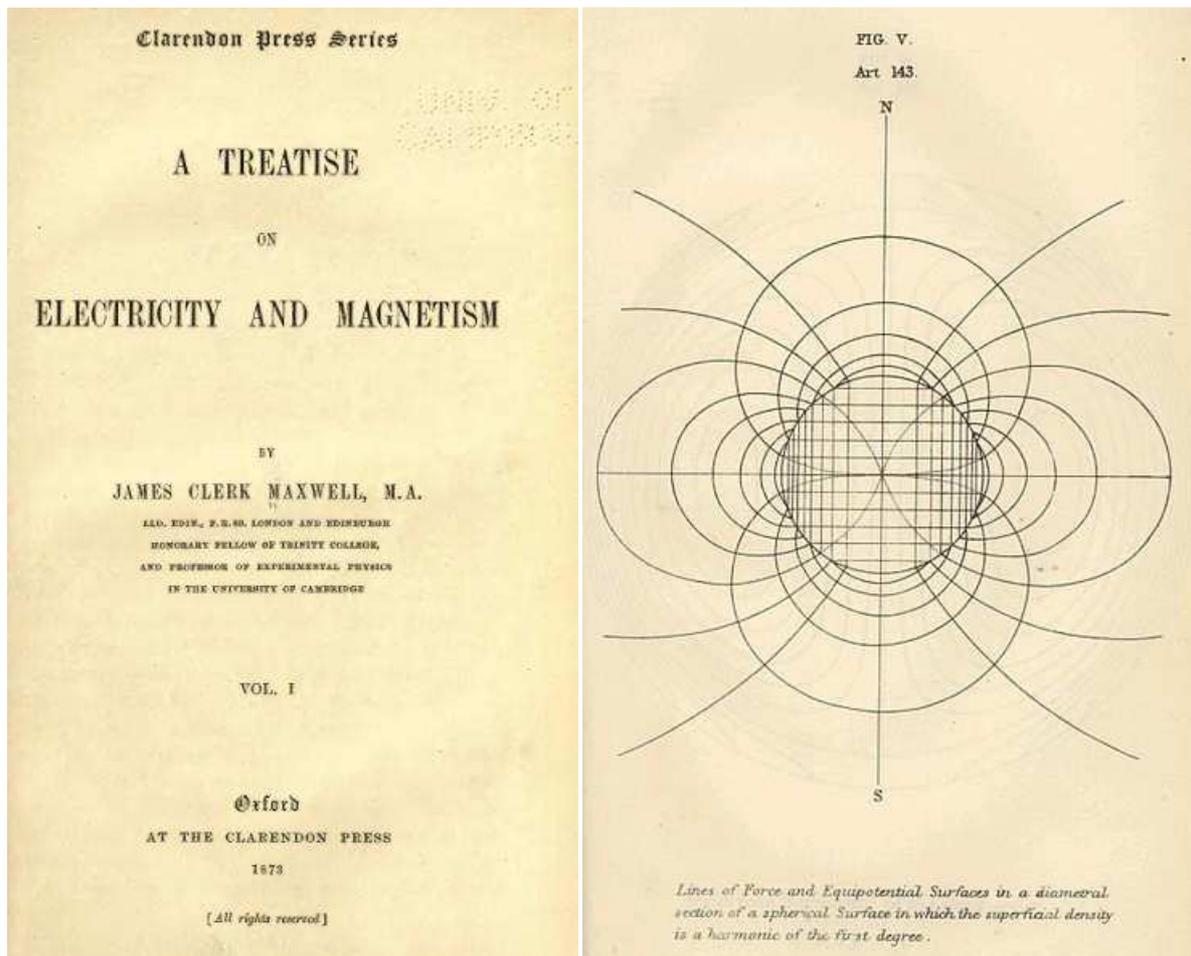


Figura 2 – Trattato di Maxwell *Treatise on electricity and magnetism* Vol.1 del 1873.

La sua teoria venne in seguito espressa nelle famose quattro equazioni differenziali note come equazioni di Maxwell che unificano elettricità, magnetismo e ottica. La teoria di Maxwell prevede l'esistenza di onde elettromagnetiche generate da cariche oscillanti la cui verifica sperimentale fu merito di Heinrich Rudolf Hertz verso la fine degli anni 1880.

1.2 LE CONOSCENZE SUI FENOMENI ELETTRICI E MAGNETICI PRIMA DI MAXWELL

Al principio del 1820 esistevano tre scienze distinte dei fenomeni elettromagnetici: elettrostatica, magnetismo e «galvanismo». Dopo i pionieristici lavori dell'americano Benjamin Franklin furono l'inglese Henry Cavendish e il francese Charles-Augustin Coulomb a dimostrare la validità della legge dell'inverso del quadrato della distanza per l'interazione tra cariche elettriche. In particolare, Coulomb pubblicò sull'argomento una serie di memorie negli anni 1780, illustrando i suoi esperimenti condotti con una bilancia di torsione.

La **legge di Coulomb** esprime l'intensità della forza \vec{F} di attrazione o di repulsione fra le cariche puntiformi Q_1 e Q_2 poste a distanza r : $F = K_e \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$ dove K_e è una costante pari a $8,99 \times 10^9 \text{ N} \times \text{m}^2 / \text{C}^2$ (figura 3a e 3b).

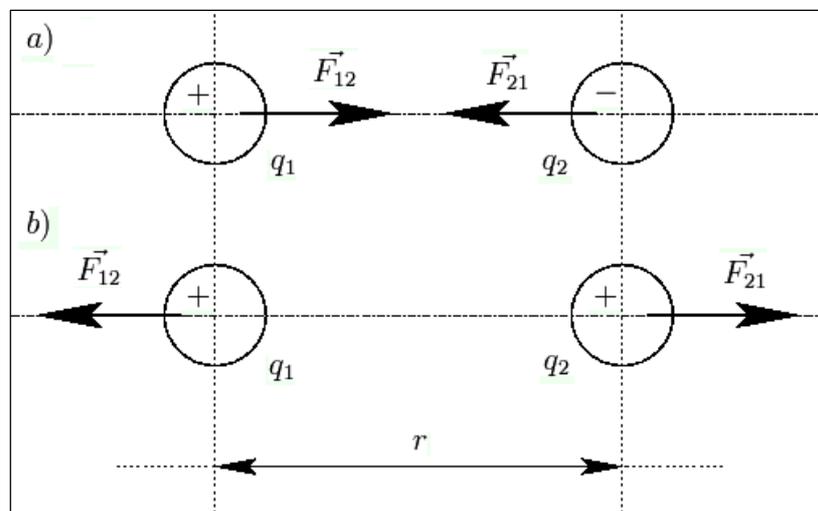


Figura 3a e 3b - Legge di Coulomb.

Da un altro punto di vista, una carica Q_1 genera nello spazio che la circonda un campo elettrico \vec{E}^1 , la cui intensità diminuisce con l'inverso del quadrato della distanza r :

$$E = K_e \frac{Q_1}{r^2}$$

Ogni carica Q_2 , immersa in questo campo elettrico (figura 4), subisce una forza.

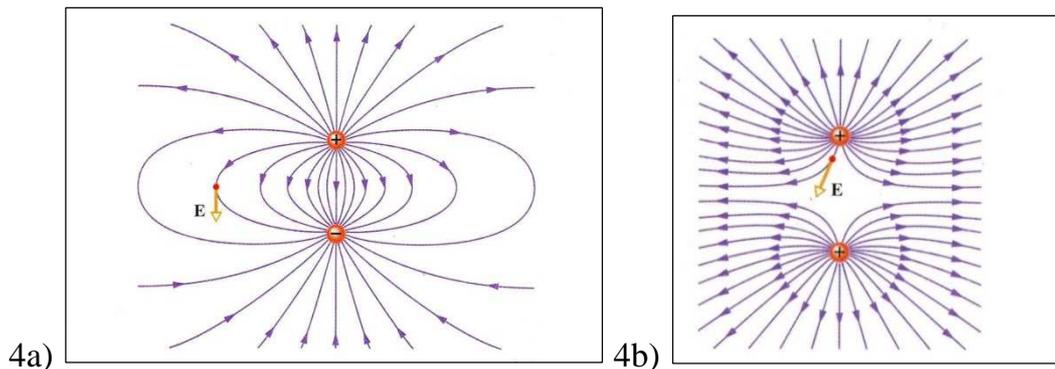


Figura 4a e 4b - Campo elettrico di cariche opposte e di segno uguale.

L'elettrostatica fu in seguito portata ad alto grado di perfezione matematica da Siméon-Denis Poisson, il quale negli anni 1820 completò anche una teoria matematica dei fenomeni magnetostatici già abbozzata da Coulomb.

Nel 1820 il danese Christian Oersted scopre che un filo percorso da corrente è in grado di deviare un ago magnetico posto nelle sue vicinanze, in misura proporzionale all'intensità della corrente (figura 5). È il primo passo verso la comprensione dell'esistenza di un legame tra elettricità e magnetismo.

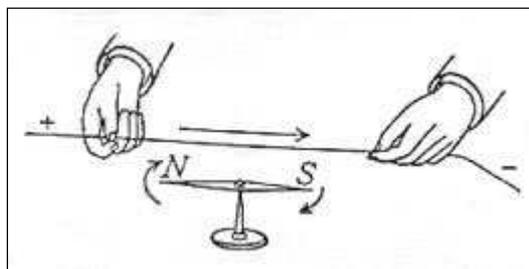


Figura 5 - Orientazione di un ago magnetico posto nelle vicinanze del filo.

¹ Si definisce vettore intensità del campo elettrico E in un punto dello spazio il rapporto tra la forza elettrostatica a cui è soggetta la carica esploratrice in quel punto e la carica stessa: $E = \frac{F}{q}$.

Dopo pochi mesi il francese André- Marie Ampère espone una teoria dell'interazione tra fili percorsi da corrente nella quale dimostra che è possibile spiegare i fenomeni conosciuti mediante forze elementari, dirette lungo la congiungente degli elementi di filo che le generano, che si propagano in misura proporzionale all'inverso del quadrato della distanza. L'ipotesi base di Ampère è l'equivalenza tra un magnete e una spira percorsa da corrente: in questa visione il magnetismo è un fenomeno derivato, riconducibile all'azione di correnti.

La **legge di Ampère** descrive l'intensità della forza \vec{F} , su un tratto di lunghezza l , con la quale si attraggono o si respingono due fili paralleli percorsi dalle correnti i_1 e i_2 posti a distanza r :

$$\frac{F}{l} = K_m \frac{i_1 i_2}{r}$$

dove K_m è una costante pari a $2 \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$.

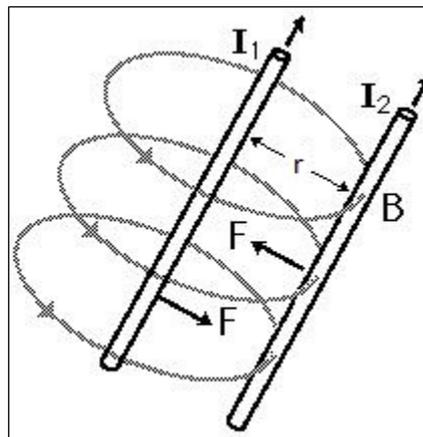


Figura 6 - Legge di Ampere.

Questa forza nasce dal campo magnetico² che ciascun filo genera nello spazio che lo circonda (figura 6). L'intensità del campo magnetico \vec{B} di un filo rettilineo, percorso da una corrente i_1 , diminuisce in modo inversamente proporzionale alla distanza r dal filo:

$$B = K_m \frac{i_1}{r}$$

² Analogamente al campo elettrico, il campo magnetico può essere rappresentato attraverso le sue linee di forza, nel campo magnetico polo nord e polo sud sono sempre presenti sullo stesso corpo, le linee di forza che escono da un polo finiscono sempre nell'altro. Dalla forza di Lorentz è possibile risalire all'unità di misura del vettore B .

Un filo nel quale circola una corrente, posto all'interno di questo campo magnetico, subisce una forza.

Nel 1821 l'inglese Michael Faraday si rende conto che un ago magnetico libero di muoversi intorno a un filo percorso da corrente viene da questa fatto ruotare in modo continuo. Pur ammirando la teoria di Ampère, Faraday si convince che in elettromagnetismo l'interazione primaria non è rettilinea, ma rotazionale. In quell'anno elabora il concetto secondo cui un filo percorso da corrente è circondato da una *linea di forza* magnetica: quello di linea di forza sarà lo strumento concettuale per le sue ricerche e l'embrione della moderna nozione di campo elettromagnetico. Nel 1831 scopre l'induzione elettromagnetica, cioè che una variazione di corrente in un circuito induce una corrente in un altro circuito. Pochi mesi dopo ripete l'esperimento sostituendo il circuito primario con un magnete e osservando che una corrente transitoria insorge ogni volta che il magnete viene avvicinato o allontanato dal circuito secondario (figura 7). Da una parte Faraday aveva in questo modo accertato la produzione di correnti elettriche a partire dal magnetismo; dall'altra ai suoi esperimenti emergeva una sorta di identità di azione tra magneti e circuiti percorsi da corrente. Ciò lo indusse a riflettere sul fatto che un conduttore sottoposto all'induzione doveva venirsi a trovare in qualche stato di tensione, cui dette il nome di «stato elettrotonico», senza riuscire a entrare in maggior dettaglio. Nel 1834 scoprì l'autoinduzione (cioè che l'induzione agisce anche sul circuito primario) e nel 1845 dimostrò la rotazione del piano di polarizzazione della luce sotto l'azione di un magnete, mostrando il legame tra magnetismo e luce. Infine, nel 1852 riassunse in un importante lavoro la sua teoria sul comportamento delle linee di forza.

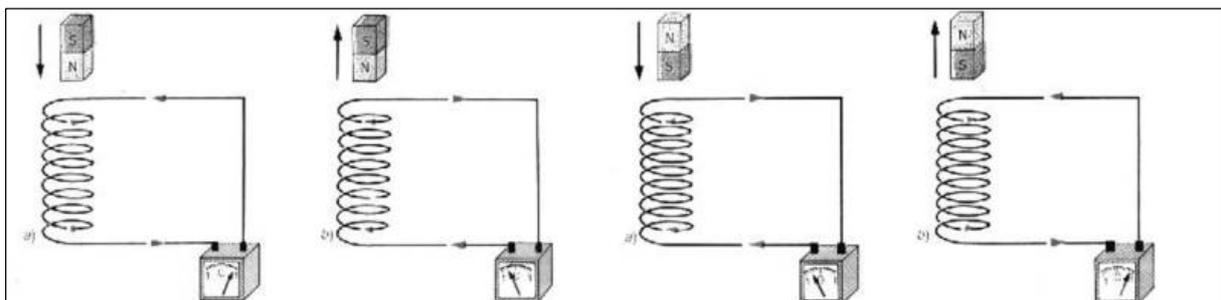


Figura 7 - Mentre si avvicina un magnete alla bobina si produce una corrente indotta, e allontanandola si genera una corrente di verso opposto.

La *legge di Faraday-Neumann* stabilisce una relazione tra campi elettrici e campi magnetici e afferma che, quando varia il flusso $\Phi(\vec{B})$ ³ di un campo magnetico attraverso la superficie delimitata da un circuito, si crea in quest'ultimo un campo elettrico. Esso dà luogo a una forza elettromotrice indotta ε direttamente proporzionale alla rapidità con la quale varia il flusso:

$$\varepsilon = - \frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}$$

dove Δt è l'intervallo di tempo in cui avviene la variazione di flusso $\Delta\Phi(\vec{B})$.

La forza elettromotrice è definita come il lavoro, per unità di carica, che una forza di origine esterna compie per fare in modo che una carica percorra un giro completo del circuito. In presenza di un generatore (pila o batteria), la forza esterna è di solito di natura elettrica e agisce solo all'interno del generatore.

Invece, nel fenomeno dell'induzione elettromagnetica, la forza esterna è generata dalla variazione del flusso del campo magnetico: essa produce un campo elettrico lungo tutto il circuito, che mette in movimento le cariche elettriche.

Questo è quindi il quadro iniziale, costituito da fenomeni diversi regolati da leggi che in apparenza nulla hanno a che fare l'una con l'altra.

Maxwell reinterpreta e unifica i fenomeni elettrici e magnetici mediante un nuovo campo: il campo elettromagnetico. Questo nuovo concetto gli consente di prevedere l'esistenza delle onde elettromagnetiche, inglobando nella sintesi teorica non solo l'elettricità e il magnetismo ma anche l'ottica.

³ Con il concetto fisico di flusso si intende esprimere la quantità di sostanza o di energia che attraversa una determinata superficie nell'unità di tempo. Il flusso $\Phi(\vec{B})$ del vettore B attraverso la superficie S è dato dal prodotto scalare tra B e il vettore superficie S , il flusso $\Phi_s(E)$ del vettore campo elettrico sarà dato dal prodotto scalare tra vettore E e superficie S .

1.3 LA TRASFORMAZIONE DELLE IDEE DI FARADAY

Faraday inaugura il filone di ricerca che porterà alla teoria dei campi di Maxwell, mentre in Germania si pongono le basi della prima teoria delle cariche in moto, quelle che saranno chiamate “elettroni”. Faraday, che non aveva avuto una formazione accademica ma solo da autodidatta, esprime le leggi di natura non attraverso equazioni stabilite nel linguaggio dell’analisi matematica ma mediante un simbolismo, quello delle “linee di forza”, che affonda le sue radici nell’intuizione di tipo geometrico. Egli osservò le linee disegnate dai frammenti di limatura di ferro in un piano attraversato da un filo percorso da corrente o su cui era posto un magnete (figura 8); l’idea di Faraday fu quella di impiegarle come rappresentazione delle azioni elettriche e magnetiche che avevano luogo nello spazio.

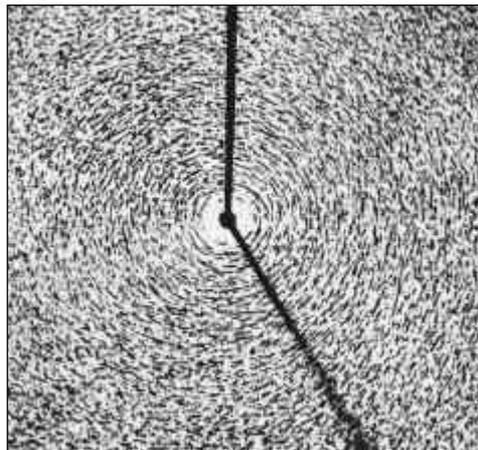


Figura 8 - Limatura di ferro sparsa su un piano perpendicolare alla direzione di un filo rettilineo percorso da corrente.

Tuttavia Maxwell, nell’introduzione al *Treatise on Electricity and Magnetism* del 1873, evidenzia come Faraday ragionasse anch’egli in termini matematici:

“Man mano che procedevo nello studio di Faraday, mi accorgevo che il suo metodo di concepire i fenomeni era anche di tipo matematico, sebbene non si esprimesse nella forma convenzionale dei simboli matematici. E scoprivo anche che questi metodi erano suscettibili di essere espressi nelle usuali forme della matematica e in tal modo confrontabili con quelli dei matematici dichiarati. Per esempio, Faraday, con la sua

immaginazione, vedeva linee di forza che attraversavano l'intero spazio, dove i matematici vedevano centri di forza che si attiravano a distanza; Faraday vedeva un mezzo dove questi non vedevano altro che distanza; Faraday cercava la sede dei fenomeni nelle azioni reali che si verificano nel mezzo, mentre questi erano appagati dall'averla trovata in una potenza dell'azione a distanza impressa sui fluidi elettrici. Quando sono riuscito a tradurre in forma matematica quelle che consideravo fossero idee di Faraday, ho trovato che in generale i risultati dei due metodi coincidevano, poiché gli stessi fenomeni venivano spiegati e le stesse leggi d'azione dedotte da entrambi i metodi, ma che i metodi di Faraday assomigliavano a quelli nei quali si inizia con il tutto e si arriva alle sue parti per via analitica, mentre i metodi matematici usuali erano fondati sul principio di iniziare con le parti e costruire l'intero per via analitica”.

La formazione di Faraday si risolveva in una sua libertà dai vincoli interpretativi legati agli sviluppi degli schemi matematici e gli consentì di arrivare a un'unificazione dei fenomeni legati alle azioni elettriche e a quelle magnetiche, basata su presupposti teorici completamente diversi: quelli da cui Maxwell sarebbe partito per costruire la sua teoria dei campi elettromagnetici. Il radicale cambiamento di prospettiva proposto da Faraday si manifesta nelle esperienze che evidenziano il carattere circolare delle azioni reciproche tra ago magnetico e filo percorso da corrente – le cosiddette “rotazioni magnetiche” – e gettavano luce sull'effetto scoperto da Oersted.

Il primo saggio di Maxwell sull'elettricità, pubblicato nel 1856 con il titolo *On Faraday's lines of force* (Sulle linee di forza di Faraday), è un riconoscimento delle difficoltà che un ricercatore incontra nel voler formalizzare la scienza elettrica. In esso si dava una teoria dell'elettricità e del campo magnetico basata su ciò che intendeva come un'analogia.

“Al fine di ottenere idee fisiche senza adottare una teoria fisica dobbiamo familiarizzarci con l'esistenza delle analogie fisiche. Con questo termine intendo parlare di quella assomiglianza parziale tra le leggi di una scienza e quelle di un'altra che permette all'una di esse di illustrare l'altra. Così tutte le scienze matematiche sono fondate su relazioni tra leggi fisiche e leggi numeriche, di modo tale che lo scopo

delle scienze esatte è quello di ridurre i problemi della natura alla determinazione di certe quantità per mezzo di operazioni con i numeri. Passando dalla più universale di tutte le analogie a una molto parziale, troviamo che la stessa rassomiglianza nella forma matematica tra due fenomeni differenti produce una teoria fisica della luce ”.

Nel caso specifico dell'elettricità egli si rifece a William Thomson che in uno scritto del 1842 aveva sottolineato la somiglianza (analogia) dal punto di vista matematico, tra l'equazione del potenziale attribuita all'azione delle forze a distanza e quella del calore nel caso stazionario. Thomson aveva introdotto un'analogia tra i fenomeni elettrostatici e la conduzione del calore in un mezzo uniforme osservando come bastasse far corrispondere alla sorgente di calore il centro di attrazione, al flusso di calore l'effetto accelerante di attrazione in un qualunque punto, e alla temperatura il potenziale per ottenere le stesse equazioni nei due diversi ambiti. Con questo apparato concettuale Maxwell mostrò che alle concezioni di Faraday era possibile applicare gli stessi metodi matematici con i quali erano state trattate la teoria dell'elasticità e l'idrodinamica.

1.4 L'INTERCONNESSIONE TRA ELETTRICITÀ, MAGNETISMO E OTTICA

Il sistema di equazioni che Maxwell introdusse nel 1864 e rielaborò nel 1873 costituisce l'unificazione fra l'elettricità, il magnetismo e l'ottica, fino ad allora ritenuti indipendenti. Il legame fra queste equazioni e l'ottica si può evincere dal fatto che queste equazioni prevedono l'esistenza delle onde elettromagnetiche con una velocità di propagazione pari a quella della luce.

Nel suo secondo trattato sulla teoria elettromagnetica, *On the Physical Lines of Force*, pubblicato in quattro parti tra il 1861 e il 1862, Maxwell sottolinea la differenza con il suo lavoro precedente. Con il primo lavoro, egli spiega, era riuscito a trovare il significato geometrico dello «stato elettrotonico» e a mostrare come dedurre le relazioni matematiche tra lo stato elettrotonico, il magnetismo, le correnti elettriche e le forze elettromotrici, facendo uso di illustrazioni meccaniche per aiutare l'immaginazione, ma non per dar conto dei fenomeni descritti. Prosegue Maxwell:

“Ora mi propongo di esaminare i fenomeni magnetici da un punto di vista meccanico, e di determinare quali tensioni in, o moti di, un mezzo siano in grado di produrre i fenomeni meccanici osservati. Se, per mezzo della stessa ipotesi, possiamo collegare i fenomeni dell'attrazione magnetica con i fenomeni elettromagnetici e con quelli delle correnti indotte, avremo trovato una teoria che, anche se non vera, potrà essere dimostrata erronea solo con esperimenti che allarghino grandemente le nostre conoscenze di questa parte fisica.”

La base di questa teoria fisica del campo elettromagnetico è un modello che impiega vortici molecolari i cui assi di rotazione sono orientati lungo le linee del campo magnetico (figura 9). L'idea di Maxwell di utilizzare un modello di vortici per esprimere le caratteristiche fisiche di un mezzo atto a trasmettere le azioni elettromagnetiche proviene dai suoi tentativi di estendere l'interpretazione data da W. Thomson all'effetto magnetico-ottico. In un articolo del 1856, infatti, Thomson supponeva che questo fenomeno fosse causato dall'accoppiamento tra le vibrazioni dell'etere luminoso e le rotazioni di vortici molecolari in un mezzo materiale, nel quale

gli assi di rotazione dei vortici si allineavano alla direzione delle linee di forza del campo magnetico.

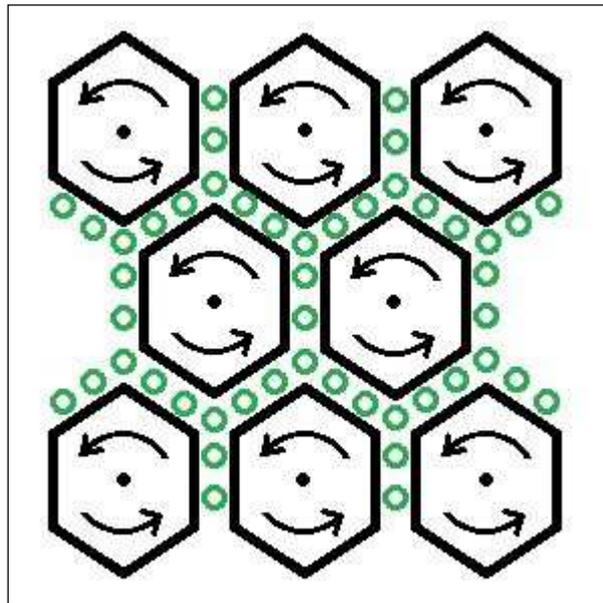


Figura 9 - Vortici molecolari.

Le linee di forza non sono più una mera rappresentazione di come le forze del campo sono distribuite; esse assumono ora un carattere fisico. Si tratta di linee immerse in un fluido elastico, l'etere sottoposto a uno stress, cioè a uno stato di sforzo proprio per il fatto di trovarsi situato tra due polarità. La linea di forza viene allora pensata come una corda tesa su cui si esercitano delle pressioni laterali, perpendicolari e di uguale intensità. In definitiva si tratta di vortici che si avvitano intorno alle linee di forza, che nascono con un piccolo diametro da un determinato polo e, dopo essersi dilatati lungo il cammino, muoiono sull'altro polo con lo stesso piccolo diametro di partenza (*Figura 10*).

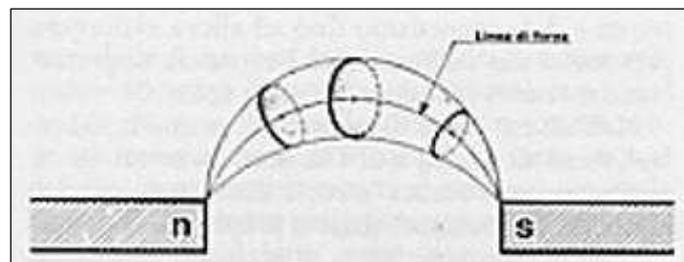


Figura 10 - Linee di forza e il vortice che si avvita intorno ad essa.

Questo modo di vedere le cose permette intanto di dare una spiegazione del carattere dipolare delle linee di forza: il verso di rotazione di un vortice è opposto se osservato dalle due estremità del suo asse. Ciò comportava però la rotazione nello stesso verso per vortici relativi ad una determinata espansione polare (*figura 11*).

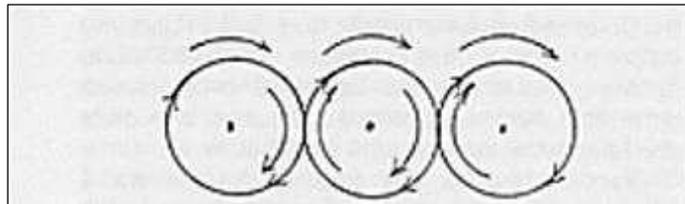


Figura 11 – Sezione di più vortici consecutivi. I punti centrali sono le sezioni delle relative linee di forza.

In tale sezione, parti di vortici contigui devono annullare il loro moto nei punti di contatto perché in questi punti il moto si realizza in direzioni opposte.

Maxwell supera tale difficoltà, con un'ulteriore elaborazione del modello meccanico introducendo le ruote inattive, uno strato di particelle mobili in modo tale da trasferire il moto da vortice a vortice senza interferire con il moto stesso (*Figura 12*).

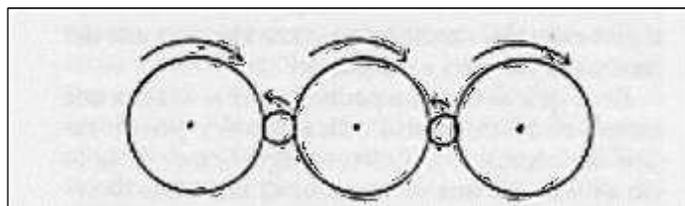


Figura 12 - Le ruote inattive che trasferiscono il moto da vortice a vortice.

In condizioni normali queste particelle sono effettivamente inattive, rotolando senza attrito con i vortici, quando invece vi è uno sforzo prodotto sul campo esse si trasferiscono da una parte all'altra, cominciando ad esercitare attrito con i vortici con la

conseguente nascita dei fenomeni della resistenza elettrica e della produzione di calore. E tutto ciò in accordo con la conservazione dell'energia. In definitiva le ruote inattive esercitano un triplice ruolo: da una parte trasmettono il moto da vortice a vortice; dall'altra il loro moto di traslazione costituisce la corrente elettrica; da ultimo le pressioni tangenziali così messe in gioco rappresentano la forza elettromotrice. E così tutti i fenomeni elettromagnetici noti trovano una spiegazione mediante questo modello meccanico (riportato, come da Maxwell stesso disegnato, in *figura 13*).

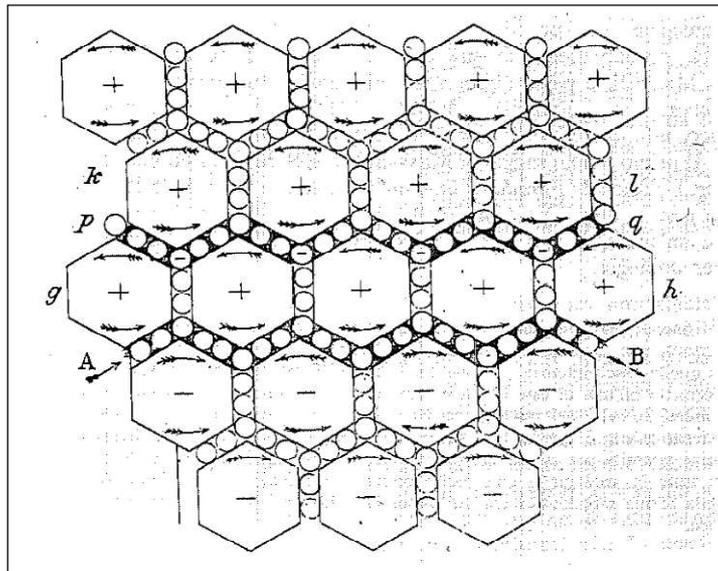


Figura 13 – Modello meccanico delle correnti.

I vortici di etere sono schematizzati come esagoni: il segno + all'interno di un dato vortice indica la sua rotazione antioraria mentre il segno - la sua rotazione oraria; si noti che nel disegno il verso di qualche freccia è errato. La corrente era costituita da quello strato di particelle esistente tra vortice e vortice e, nel disegno, essa fluiva da A a B.

Le correnti indotte scoperte da Faraday sono così spiegate nel modello di Maxwell: l'effetto che la corrente ha sul mezzo che la circonda è far sì che i vortici in contatto con le correnti ruotino in modo che le parti vicine a essa si spostino nella sua stessa direzione mentre le parti più lontane ad essa lo facciano in senso contrario. Se il mezzo è conduttore le particelle che si possono muovere in qualunque direzione sono quelle in contatto con la periferia di questi vortici e si muoveranno in senso contrario alla corrente, in tale modo esisterà una corrente indotta in senso opposto alla prima. Inoltre,

quando una corrente elettrica o un magnete si muove in presenza di un conduttore si altera la velocità di rotazione dei vortici di modo che essi cambiano di posizione e di forma originando una forza; questa forza costituisce la forza elettromotrice del conduttore in moto relativo. In questo modo di vedere, c'è la scoperta di Faraday che le correnti sono originate da variazioni del campo magnetico. Questo modello rendeva poi conto di come potesse avvenire il fenomeno inverso: se le ruote inattive (la corrente) cominciavano a spostarsi attraverso il sistema, si modificavano le forme dei vortici e ciò vuol dire che ad una corrente elettrica si accompagna una variazione dei vortici e quindi del campo magnetico. Qui incontriamo una delle principali scoperte di Maxwell che verrà in seguito convenientemente elaborata: variazioni nel campo elettrico devono originare un campo magnetico e viceversa. Unendo questo risultato con le evidenti considerazioni che Maxwell fa sull'esistenza di un qualche mezzo materiale nel quale la meccanica dei vortici possa aver luogo si comincia a delineare l'ulteriore passo che Maxwell fa nell'elaborazione della teoria elettromagnetica: l'esistenza di onde elettromagnetiche. Il campo esistente, per esempio intorno a un magnete, deve prevedere intorno a sé vortici e ruote inattive. Un qualche mezzo, sia esso di materia ordinaria o di un qualche etere con particolari proprietà, dovrà riempire lo spazio in cui si sviluppa il campo. Se si crea una perturbazione in un dato punto dello spazio muovendo, per esempio, un magnete vicino a una corrente, questa perturbazione nei vortici e nelle ruote inattive, non c'è motivo che resti localizzata tra magnete e corrente, essa dovrà via via propagarsi attraverso l'etere in tutto lo spazio circondante il sistema magnete – corrente, teoricamente all'infinito.

Che si tratti di una teoria azzardata è evidente, tanto più se si pensa che nessuna teoria dell'elettricità e del magnetismo fino ad allora sviluppata prevedeva una tal cosa, l'esistenza di perturbazioni, onde, propagatesi nello spazio.

Il mezzo nel quale si propagano le perturbazioni deve essere dotato di elasticità come nel caso di un ordinario corpo solido, ma con un valore differente. L'elasticità del mezzo è poi di estrema utilità per la spiegazione dei fenomeni elettrostatici. Questa supposta elasticità del mezzo faceva introdurre a Maxwell un concetto che avrà enorme importanza negli sviluppi successivi: quello di spostamento elettrico. Qui

Maxwell si riallacciava direttamente a Faraday e in particolare alle sue ricerche sui dielettrici e alla scoperta della loro polarizzazione.

Dice Maxwell:

"Possiamo pensare che l'elettricità che risiede in ogni molecola sia spostata in modo tale che una estremità di essa divenga positiva e l'altra negativa. L'effetto di questa azione sull'intera massa del dielettrico è quello di produrre uno spostamento generale dell'elettricità in una data direzione. Questo spostamento non giunge al livello di una corrente perché quando ha raggiunto un certo valore rimane costante, tuttavia è l'inizio di una corrente e le sue variazioni costituiscono correnti di direzione positiva o negativa, a seconda che lo spostamento aumenti o diminuisca".

Questa elasticità del mezzo, che forniva a Maxwell l'analogia per i suoi sviluppi matematici, è anche estesa al mezzo esterno, allo spazio, all'etere elettromagnetico. E in definitiva le azioni elettromagnetiche hanno sede in un mezzo elastico ma, con che velocità si propagano? La risposta a questa domanda da parte di Maxwell rappresenta la prima formulazione della teoria elettromagnetica della luce.

Ecco quindi che con poche parole si avanza un'ipotesi rivoluzionaria: l'ottica sparisce per diventare un capitolo dell'elettromagnetismo. E tutto ciò a partire da una successione di azzardate ipotesi concatenate nel modo visto. Se si confronta il continuo impegno di Faraday nel cercare di eliminare dalla fisica enti inutili, con le innumerevoli ipotesi 'ad hoc' di Maxwell e con il suo dotare l'etere, già rifiutato da Faraday, di innumerevoli proprietà meccaniche e di meccanismi tanto utili al calcolo quanto artificiosi, ci si rende conto della profonda differenza esistente, non tanto tra i due, quanto tra due diverse generazioni di ricercatori, tra due epoche diverse per sollecitazioni esterne, tra l'essere filosofo naturale e scienziato di professione.

CAPITOLO 2 - LE EQUAZIONI DI MAXWELL

2.1 IL TEOREMA DI GAUSS PER IL CAMPO ELETTRICO E LA CIRCUITAZIONE

Per introdurre le quattro principali equazioni (formulate in seguito dai cosiddetti maxwelliani, e in particolare da Oliver Heaviside) è necessario un riferimento al teorema di Gauss per il campo elettrico e al concetto di “circuitazione”.

Teorema di Gauss:

Determiniamo il flusso del campo elettrico, generato da una carica puntiforme Q , attraverso una superficie sferica di raggio r , avente il centro coincidente con la carica. Il risultato, che ha valore generale per qualunque distribuzione di carica e qualunque superficie, lo si ottiene con un calcolo abbastanza semplice.

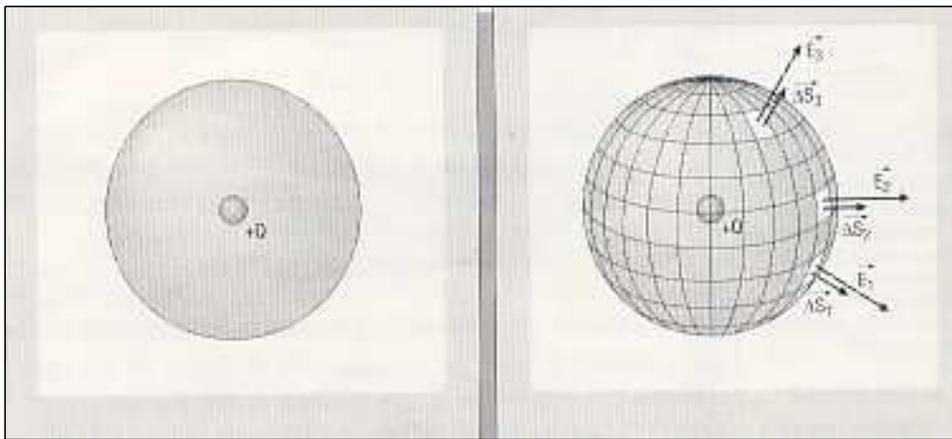


Figura 14 - Una sfera circonda una carica elettrica $+Q$, per calcolare il flusso del campo attraverso la superficie, suddividiamo quest'ultima in tante superfici.

Il campo elettrico della carica puntiforme posta al centro della sfera ha la stessa intensità E in tutti i punti di S (superficie), la direzione del campo varia da punto a punto. Suddividiamo la superficie in parti ΔS di area uguale e abbastanza piccole da poterle considerare piane (figura 14).

Il flusso $\Delta\Phi_s$ attraverso ogni piccola superficie ΔS risulta uguale a:

$$\Delta\Phi_s = \vec{E} \cdot \vec{\Delta S} = E \Delta S$$

Il flusso di \vec{E} attraverso tutta la superficie sferica è la somma dei flussi parziali attraverso ciascuna piccola superficie ΔS :

$$\Phi_s(\vec{E}) = \vec{E}_1 \cdot \vec{\Delta S}_1 + \vec{E}_2 \cdot \vec{\Delta S}_2 + \vec{E}_3 \cdot \vec{\Delta S}_3 + \dots = \sum \vec{E} \cdot \vec{\Delta S}$$

Il flusso è uguale al prodotto dell'intensità E del campo per la somma delle aree delle piccole superfici, che è uguale all'area della superficie S della sfera:

$$\Phi_s(\vec{E}) = ES$$

dato che $E = K_e \frac{Q}{r^2}$ e $S = 4\pi r^2$ otteniamo:

$$\Phi_s(\vec{E}) = 4\pi K_e Q$$

Il flusso attraverso la sfera è proporzionale alla carica Q che essa contiene e non dipende dal raggio della sfera. Infatti, se svolgiamo lo stesso calcolo considerando una sfera di raggio $2r$, il risultato non cambia perché si compensano la diminuzione dell'intensità del campo elettrico, inversamente proporzionale al quadrato del raggio r , con l'aumento dell'area della superficie della sfera, direttamente proporzionale al quadrato di r . Si nota che il flusso dipende solo dalla carica contenuta nella superficie, ha segno positivo per una carica positiva e negativo per una carica negativa.⁴

Con il teorema di Gauss, che vale non solo per i campi elettrostatici ma anche per i campi elettrici che variano con il tempo, abbiamo enunciato la prima delle equazioni di Maxwell.

In generale è possibile enunciare il teorema di Gauss valido per il magnetismo: *il flusso di un campo magnetico attraverso qualsiasi superficie chiusa è uguale a zero.*

Ecco una prima diversità tra il campo elettrico e il campo magnetico. Mentre il flusso di \vec{E} è proporzionale alla quantità di carica racchiusa nella superficie, il flusso di \vec{B} è sempre uguale a zero. Ciò riflette una profonda diversità tra le sorgenti di campo elettrico e di quello magnetico. Mentre vi sono cariche elettriche positive e cariche elettriche negative, non esiste un analogo magnetico. Infatti, non vi sono poli magnetici liberi.

Il teorema di Gauss per il magnetismo vale sia per i campi statici che per quelli variabili nel tempo e rappresenta la seconda equazione di Maxwell.

⁴ Il segno del flusso dipende dal coseno dell'angolo fra i due vettori \vec{E} e $\vec{\Delta S}$: per una carica positiva essi hanno lo stesso verso mentre per una carica negativa essi hanno versi opposti.

La circuitazione

Le proprietà del campo elettrico \vec{E} non sono completamente espresse dal teorema di Gauss; occorre determinare la circuitazione che esprime una proprietà importante delle linee di un campo vettoriale.

Consideriamo una linea chiusa immersa in un campo descritto da un vettore, per esempio il campo elettrico.

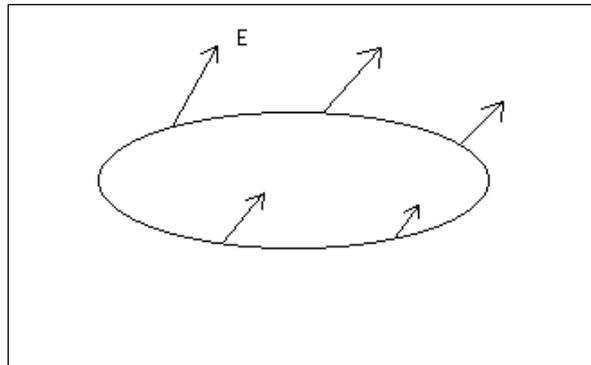


Figura 15 – Linea chiusa in un campo elettrico.

In questo caso la circuitazione del vettore lungo la linea chiusa viene determinata con il prodotto dell'intensità del vettore per la lunghezza della linea stessa. Calcoliamo la circuitazione $\Gamma(\vec{E})$ del campo elettrico di una carica puntiforme Q lungo una circonferenza che ha il centro coincidente con la carica (figura 15).

La circuitazione risulta una somma di prodotti scalari:

$$\Gamma(\vec{E}) = \vec{E}_1 \Delta l_1 + \vec{E}_2 \Delta l_2 + \dots = \sum \vec{E} \Delta l$$

calcolata lungo una serie di intervalli di lunghezza Δl nei quali pensiamo di suddividere la circonferenza.

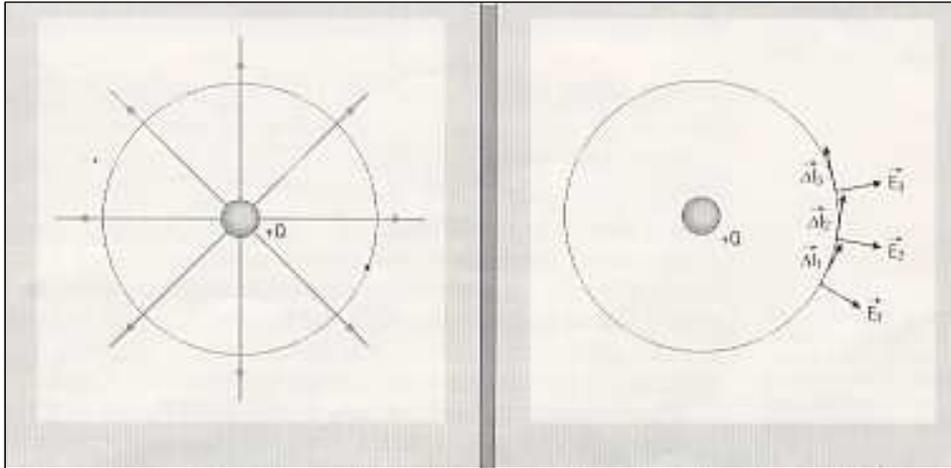


Figura 16 - La circonferenza è concentrica alla carica $+Q$. Per calcolare la circuitazione del campo elettrico della carica lungo la circonferenza, essa viene suddivisa in tanti spostamenti.

Ciascuno di questi tratti è un segmento parallelo alla tangente alla circonferenza e quindi è sempre perpendicolare al campo elettrico (figura 16), la cui direzione coincide con quella del raggio della circonferenza, il prodotto scalare di vettori perpendicolari è nullo, la circuitazione sarà quindi uguale alla somma di addendi nulli e quindi $\Gamma(\vec{E}) = 0$. Questo risultato vale per tutte le circonferenze con il centro sulla carica, qualunque sia il loro raggio.

È possibile concludere che la circuitazione di un campo elettrostatico lungo un qualsiasi percorso chiuso è sempre nulla.

Tale conclusione introduce la terza equazione di Maxwell nel caso statico, l'equazione non vale più nel caso dinamico, cioè quando il campo elettrico varia nel tempo.

Dalla legge di Faraday-Neumann sappiamo che la forza elettromotrice indotta \mathcal{E} è proporzionale alla rapidità con cui varia il flusso Φ_s del campo magnetico \vec{B} attraverso un'ipotetica spira. Sugli elettroni che costituiscono la corrente indotta agisce una forza esterna provocata dalla variazione di flusso del campo magnetico. Il lavoro per unità di carica di questa forza esterna è per definizione la forza elettromotrice indotta. Approssimiamo la spira con una serie di segmenti $\vec{\Delta l}$ tangenti ad essa ed

eseguiamo per ogni segmento il prodotto scalare $\frac{\vec{F}}{q} \vec{\Delta}l$, otteniamo così $\varepsilon = \sum \frac{\vec{F}}{q} \vec{\Delta}l$,

ricordando poi che $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$, risulta $\varepsilon = \sum \vec{E} \vec{\Delta}l$ e quindi $\varepsilon = \Gamma(\vec{E})$.

Possiamo allora completare l'equazione di Maxwell che esprime la circuitazione del campo elettrico estendendola al caso dinamico:

$$\Gamma(\vec{E}) = - \frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}$$

Volendo determinare la circuitazione Γ nel campo \vec{B} , consideriamo il caso di un filo rettilineo percorso da una corrente i . Per sfruttare la simmetria del campo calcoliamo la circuitazione lungo una circonferenza di raggio r con il centro sul filo e disposta sul piano perpendicolare a esso, in ogni punto della circonferenza che si considera, il campo e la tangente alla curva sono paralleli. Il campo \vec{B} ha la stessa intensità in tutti i punti della circonferenza, la circuitazione sarà uguale a:

$$\Gamma = B \times 2\pi r = K_m \frac{i}{r} \times 2\pi r = 2\pi K_m i$$

Anche in questo caso la circuitazione del campo prodotto dal filo non dipende dal raggio della circonferenza.

Tale risultato porta ad enunciare il noto teorema di Ampère: *la circuitazione di un generico campo magnetico è proporzionale alla somma algebrica delle correnti concatenate*⁵.

$$\Gamma(\vec{B}) = 2\pi K_m \sum i$$

Il teorema di Ampère rappresenta la quarta equazione di Maxwell nel caso statico (non dipendente da t).

⁵ Una corrente si dice concatenata relativamente ad una linea chiusa se attraversa la superficie che la linea stessa delimita.

2.2 LE QUATTRO EQUAZIONI FONDAMENTALI ED IL “TERMINE MANCANTE”

Le principali equazioni possono essere così schematizzate:

- Legge di Gauss per il campo elettrico:

$$\Phi_s(\vec{E}) = 4\pi K_e Q$$

- Legge di Gauss per il campo magnetico:

$$\Phi(\vec{B}) = 0$$

- Legge di Faraday-Neumann:

$$\Gamma(\vec{E}) = - \frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}$$

- Legge di Ampère:

$$\Gamma(\vec{B}) = 2\pi K_m i$$

Osservando le equazioni da un punto di vista matematico Maxwell scorse due asimmetrie tra i campi \vec{E} e \vec{B} . La prima riguarda, da una parte, la presenza della carica Q nella legge di Gauss per il campo elettrico e l'assenza di una carica analoga nella legge di Gauss per il campo magnetico, dall'altra la presenza della corrente elettrica nella legge di Ampère e l'assenza di una corrente “magnetica” nella legge di Faraday-Neumann. Questa asimmetria si spiega con il fatto che non sono stati scoperti poli magnetici isolati.

Vi è anche un'altra importante asimmetria tra i due campi. Manca nella legge di Ampère un termine analogo a quello che compare al secondo membro della legge di Faraday-Neumann, cioè un termine proporzionale alla rapidità con cui varia il flusso

del campo elettrico: $\frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t}$.

Partendo quindi da considerazioni di simmetria, Maxwell aggiunge questo “termine mancante” che gli consente di risolvere alcune ambiguità teoriche emerse nell'ambito delle quattro equazioni esposte.

Il processo che consente a Maxwell di trovare tale termine viene riportato di seguito. Consideriamo il processo di carica di un condensatore⁶. Mentre le armature si caricano, nei fili circola una corrente di intensità sempre più piccola che genera nello spazio un campo magnetico. Le linee di campo circondano i fili e non dovrebbero esistere attorno al condensatore.

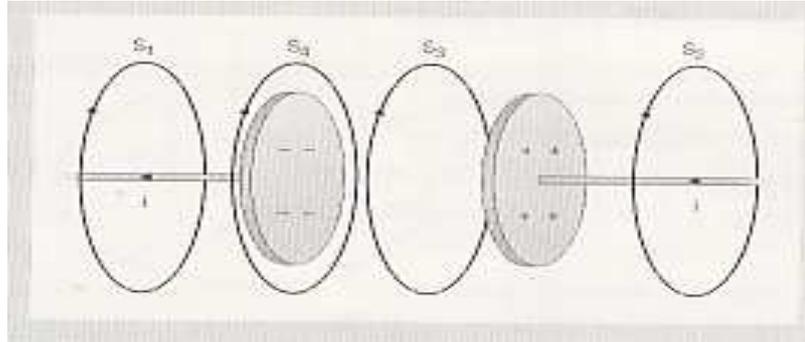


Figura 17 - La corrente i e il campo magnetico subiscono, attorno al condensatore, una discontinuità difficile da interpretare.

La circuitazione del campo magnetico lungo le circonferenze S_1 e S_2 è uguale a $2\pi K_m i$ e dovrebbe essere nulla lungo S_3 . Il ragionamento porta a concludere che lungo la circonferenza S_4 la circuitazione diventa improvvisamente uguale a zero (figura 17).

Se alla legge di Ampère viene aggiunto un termine proporzionale alla rapidità con cui

varia il campo elettrico, precisamente $\frac{K_m}{2K_e} \times \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t}$, l'ambiguità sparisce.

Questo termine venne interpretato da Maxwell come una corrente, la corrente di spostamento, la quale “prolunga” tra un'armatura e l'altra la corrente che attraversa i conduttori.

Riscrivendo quindi la legge di Ampère con il nuovo termine otteniamo:

$$\Gamma(\vec{B}) = 2\pi K_m i + \frac{K_m}{2K_e} \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t} = 2\pi K_m \left(i + \frac{1}{4\pi K_e} \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t} \right)$$

La corrente di spostamento i_s è pari a $\left(\frac{1}{4\pi K_e} \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t} \right)$.

È possibile dimostrare che essa è pari alla corrente che circola nei conduttori.

⁶ Apparecchio atto a immagazzinare cariche elettriche.

Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie cilindrica che racchiude un'armatura del condensatore è pari al flusso calcolato nello spazio tra le armature (figura 18):

$$\Phi_s(\vec{E}) = ES$$

Per il teorema di Gauss vale: $\Phi_s(\vec{E}) = 4\pi K_e Q$.

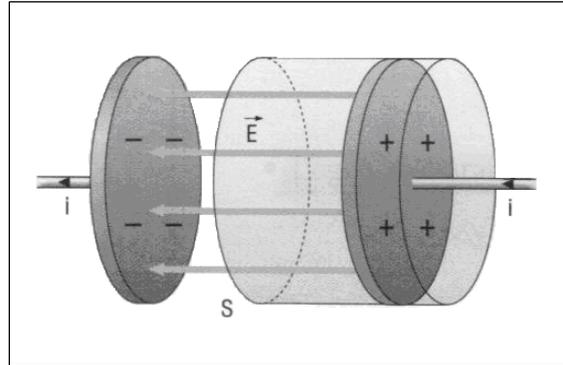


Figura 18 - Campo elettrico all'interno delle armature del condensatore.

Dopo un intervallo di tempo Δt , mentre avviene il processo di carica, sull'armatura si deposita una carica aggiuntiva ΔQ la quale aumenta di ΔE il campo elettrico e di

$$\Delta\Phi_s(\vec{E}) \text{ il flusso: } \Delta\Phi_s(\vec{E}) = \Delta E S.$$

Analogamente, per il teorema di Gauss: $\Delta E S = 4\pi K_e \Delta Q$.

Dividiamo quindi ambo i membri per Δt ottenendo $\frac{\Delta E}{\Delta t} S = 4\pi K_e \frac{\Delta Q}{\Delta t}$.

$\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ risulta come la corrente i che circola nel conduttore, di conseguenza $\frac{\Delta E}{\Delta t} S = 4\pi K_e i$

E ricordando poi che $\Delta\Phi_s(\vec{E}) = \Delta E S$, ricaviamo i :

$$i = \left(\frac{1}{4\pi K_e} \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t} \right).$$

Il valore della corrente di spostamento risulta così uguale a quello della corrente che circola nel conduttore.

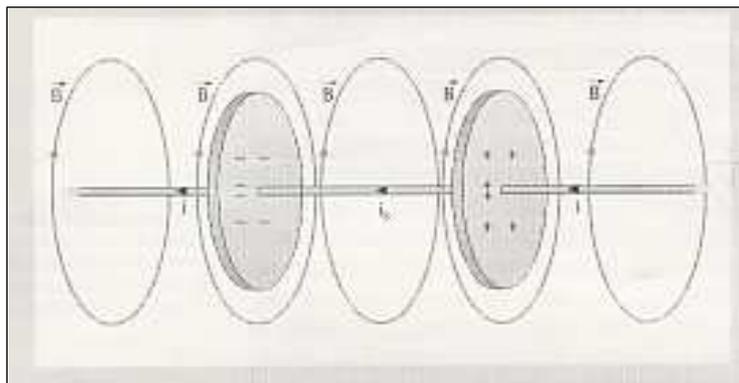


Figura 19 - La corrente di spostamento i_s ha la stessa intensità della corrente di conduzione nei fili e genera un campo magnetico attorno al condensatore.

L'aggiunta del termine alla legge di Ampère rende simmetrici il campo elettrico e magnetico per ciò che riguarda la loro variazione nel tempo. Un campo magnetico variabile genera un campo elettrico (legge Faraday-Neumann) e anche un campo elettrico variabile genera un campo magnetico (termine aggiunto da Maxwell).

È possibile ora presentare le equazioni di Maxwell nelle modalità più diffuse. La seguente forma, a prescindere dal mezzo considerato, distingue il caso statico e dinamico o generale.

CASO GENERALE	CASO STATICO
1. $\Phi_s(\vec{E}) = 4\pi K_e Q$	$\Phi_s(\vec{E}) = 4\pi K_e Q$
2. $\Phi_s(\vec{B}) = 0$	$\Phi_s(\vec{B}) = 0$
3. $\Gamma(\vec{E}) = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}$	$\Gamma(\vec{E}) = 0$
4. $\Gamma(\vec{B}) = 2\pi K_m i + \frac{K_m}{2K_e} \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t}$	$\Gamma(\vec{B}) = 2\pi K_m i$

Vengono di seguito rappresentate le equazioni, valide per un qualsiasi mezzo materiale, nella forma integrale e in quella differenziale. Per comprendere appieno il significato di tali scritture, sono necessari concetti di analisi vettoriale. In questa sede ci si limita ad una schematica esposizione.

FORMA INTEGRALE

$$1. \Phi_s(\vec{E}) = \int_s \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{Q}{\epsilon}$$

$$2. \Phi_s(\vec{B}) = \int_s \vec{B} \cdot \vec{ds} = 0$$

$$3. \Gamma(\vec{E}) = \oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = - \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

$$4. \Gamma(\vec{B}) = \oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu \left(I + \epsilon \cdot \frac{d\Phi \vec{E}}{dt} \right)$$

$$\text{Corrente di spostamento } I_s = \left(\epsilon \cdot \frac{d\Phi E}{dt} \right)$$

FORMA DIFFERENZIALE

$$\text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\text{div}(\vec{B}) = 0$$

$$\text{rot}(\vec{E}) = - \frac{d\vec{B}}{dt}$$

$$\text{rot}(\vec{B}) = \mu \left(\vec{\delta} + \epsilon \cdot \frac{d\vec{E}}{dt} \right)$$

$$\text{densità di spostamento } \vec{\delta}_s = \left(\epsilon \cdot \frac{d\vec{E}}{dt} \right)$$

Se si considerano i valori μ_0 (permeabilità magnetica del vuoto) e ϵ_0 ⁷ (costante dielettrica assoluta del vuoto), nelle equazioni numero 4, la corrente di conduzione e la densità diventano nulle e le stesse equazioni risultano simmetriche alle numero 3.

Le equazioni di Maxwell espresse in forma differenziale nel vuoto (o nell'etere), essendo nulle le correnti di conduzione e le cariche elettriche, raggiungono una perfetta simmetria tra campo magnetico e campo elettrico.

Un campo elettrico che varia rapidamente nel tempo genera un flusso anch'esso variabile e, per la quarta equazione, induce un campo magnetico. Allo stesso modo, un campo magnetico che varia rapidamente nel tempo genera un flusso variabile e quindi induce un campo elettrico (terza equazione).

Innescato quindi un campo che varia rapidamente nel tempo, si genera una catena senza fine di campi che continuano a produrre effetti di induzione reciproca e quindi si estendono nello spazio (figura 20).

Si propaga allora un campo elettromagnetico: una nuova grandezza costituita da un campo elettrico e da un campo magnetico inestricabilmente legati tra loro.

⁷ N.B. con ϵ_0 ed ϵ si intende ora un valore costante, il simbolo, usato anche per la legge di Faraday-Neumann, ha in questo contesto un significato diverso.

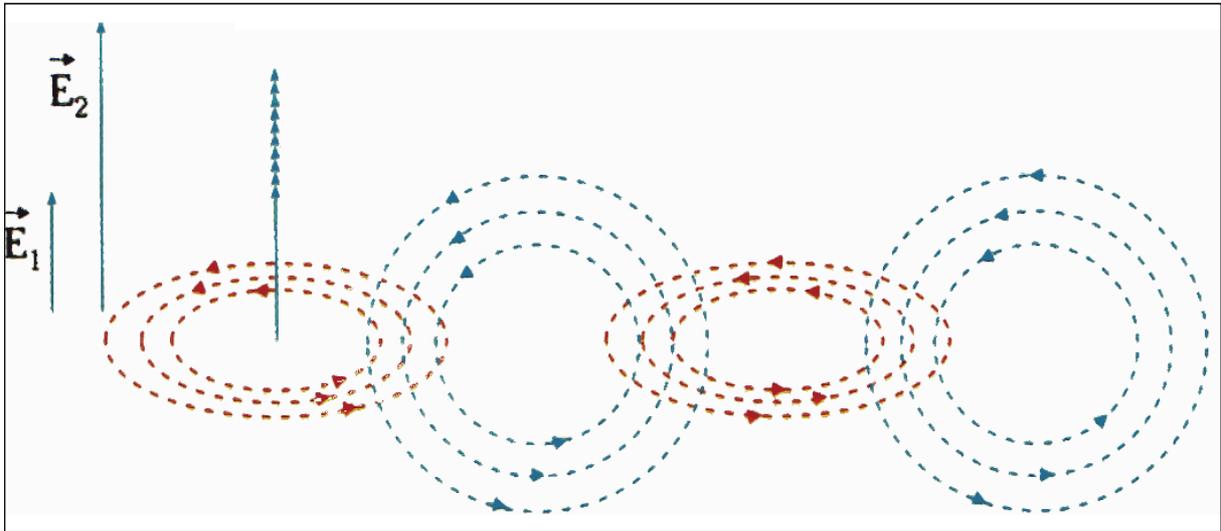


Figura 20 – Concatenazione del campo elettrico e del campo magnetico che si estendono nello spazio.

2.3 LA TEORIA DEL CAMPO ELETTROMAGNETICO

Nel Settecento e nei primi decenni dell'Ottocento l'idea newtoniana che i corpi interagissero direttamente per mezzo di «azioni a distanza» dominò la fisica. Profonde modifiche a questa concezione giunsero dalla teoria ondulatoria della luce di Jean Augustin Fresnel e dalla teoria della propagazione del calore di Jean-Baptiste Fourier. In entrambi i casi, all'azione diretta a distanza veniva sostituita una propagazione indiretta di effetti trasportati da un mezzo non necessariamente specificato. Nella teoria di Fourier, in particolare, l'idea sottostante è la propagazione di un flusso di calore Q dovuto a una differenza di temperatura I : $Q = kI$, dove la quantità dell'effetto Q è proporzionale all'intensità I , ovvero al «motore» che produce l'effetto. La relazione quantità-intensità si prestava a spiegare la propagazione non solo del calore ma anche di altre entità, come la forza, identificata come un flusso di materia in moto. Questa possibilità fu sfruttata da William Thomson (il futuro Lord Kelvin), il quale nel 1845-51 costruì una teoria dell'elettrostatica basata sulle analogie matematiche con la teoria di Fourier. Ma soprattutto fu sfruttata da James Clerk Maxwell, il quale, partendo dalle raffigurazioni e dal comportamento fisico delle linee di forza di Faraday, giunse, con una serie di lavori tra il 1856 e il 1864, alla moderna teoria dell'elettromagnetismo basata sul concetto di *campo*, «*quella parte di spazio che contiene e circonda i corpi nella condizione elettrica o magnetica*», nel quale le interazioni elettromagnetiche si propagano «*senza supporre l'esistenza di forze capaci di agire direttamente a distanze sensibili*», e che ha sede in un mezzo unico per fenomeni elettromagnetici e luce (l'etere). Così Maxwell scriveva nel testo *A dynamical theory of the electromagnetic field* del 1865: «*La teoria che io propongo, quindi, può essere chiamata teoria del campo elettromagnetico, perché riguarda lo spazio nelle vicinanze dei corpi elettrici e magnetici e può essere chiamata una teoria dinamica perché essa suppone che in questo spazio si trovi della materia in movimento, attraverso cui si producono i fenomeni elettromagnetici osservati*». Nella sua opera l'abbraccio tra elettricità e magnetismo è ormai completo: una variazione di corrente induce un campo magnetico e viceversa. A colpi di induzione elettrica e magnetica la perturbazione si propaga sotto forma di onde a una velocità c uguale a

quella della luce, identificata fin dal 1862 da Maxwell come fenomeno elettromagnetico.

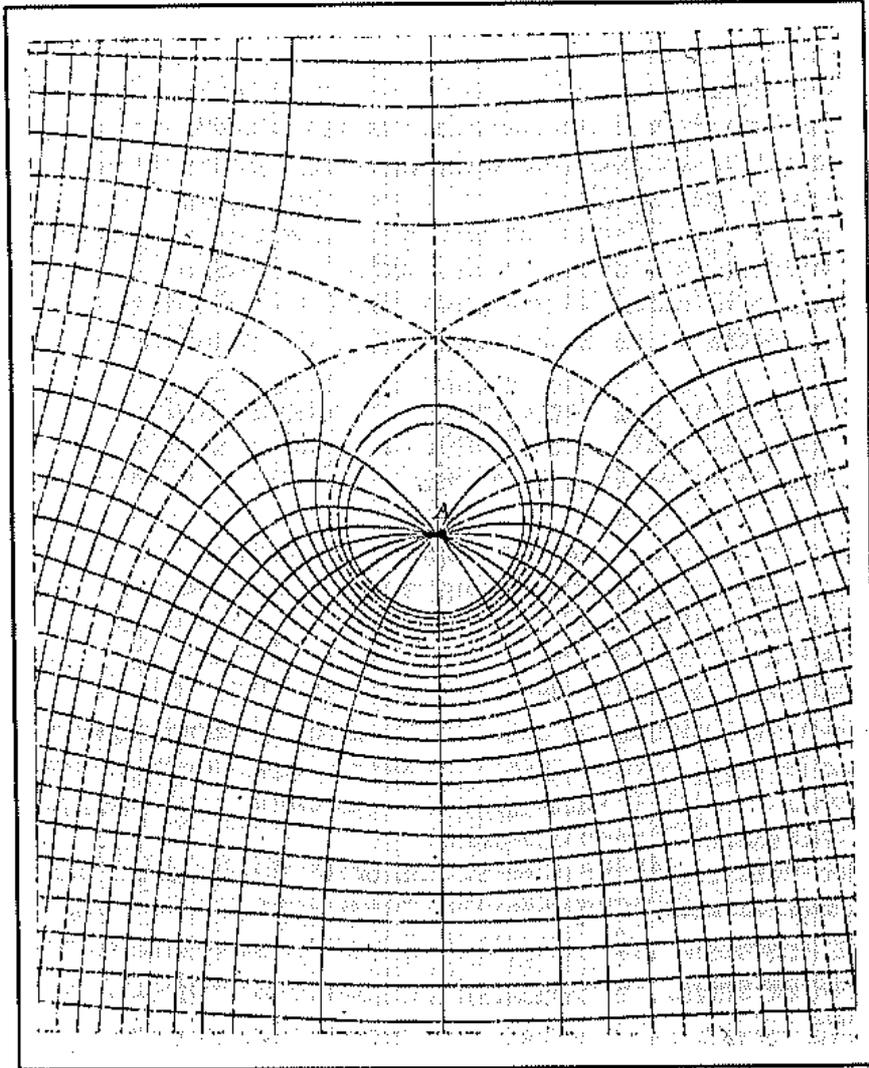


Figura 21 - Campo magnetico prodotto da un filo metallico percorso da corrente, posto in un campo uniforme.

CAPITOLO 3: LA VERIFICA DELLA TEORIA DI MAXWELL

3.1 CENNI STORICI SULLA VITA DI HERTZ

Heinrich Rudolph Hertz nacque ad Amburgo nel 1857 e morì a Bonn nel 1894. Fisico tedesco fu lo scopritore delle onde elettromagnetiche che già Maxwell aveva previsto teoricamente. L'impegno scientifico di Hertz fu una combinazione tra capacità teoriche e intuito pratico. Talmente affascinato dal mondo della fisica da giovane lasciò gli studi di ingegneria civile a favore delle scienze naturali.

Nel libro "*Die Principien der Mechanik*" espose le leggi della meccanica sotto una nuova forma. Nell'ambito dell'elettromagnetismo, Hertz ideò esperimenti per produrre onde elettromagnetiche

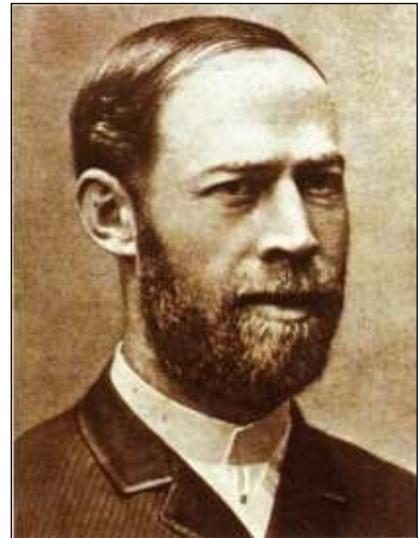


Figura 22 – Ritratto di Heinrich Rudolph Hertz

verificandone i caratteri di riflessione, rifrazione ecc. propri delle radiazioni luminose.

Dal 1878 al 1879 frequenta a Berlino l'istituto di fisica retto da von Helmholtz, e dove quest'ultimo tiene corsi prevalentemente sulle scariche luminescenti dei gas e i raggi catodici. Dopo avere ottenuto, nel 1883, la libera docenza a Kiel, l'interesse di Hertz si rivolge all'elettrodinamica e nel 1884 pubblica una memoria nella quale dimostra l'incompletezza del sistema di equazioni imperniato sulle forze agenti a distanza: il sistema, secondo Hertz, va opportunamente integrato e ricondotto alla teoria di Maxwell. Nel 1866, quale professore ordinario al Politecnico di Karlsruhe, inizia gli studi che avranno come conseguenza la scoperta delle onde hertziane o elettromagnetiche. Per produrre onde elettromagnetiche bisognava, infatti, realizzare preventivamente tutta una serie di condizioni: per prima cosa avere un circuito in corrente alternata di frequenza elevatissima, condizione necessaria per produrre campi elettromagnetici di intensità apprezzabile, e secondariamente fare in modo che tale circuito fosse effettivamente in grado di irradiare; infine si doveva trovare un rivelatore adatto allo scopo, che alla fine risultò essere un pezzo di filo metallico

circolare con una piccola apertura in cui appariva una scintilla quando era eccitato da un'onda elettromagnetica. Con questi strumenti Hertz poté misurare la lunghezza d'onda della radiazione elettromagnetica, dimostrarne la natura ondulatoria e provare che tali onde si propagano alla stessa velocità della luce, come previsto dalla teoria di Maxwell. All'epoca oscillazioni elettriche di elevata frequenza non erano state prodotte e quella di Maxwell era ancora una pura ipotesi teorica. Ma nel 1886 Hertz fu in grado di confermare la teoria maxwelliana ottenendo oscillazioni elettriche molto rapide, e la loro trasmissione, sia pure a distanza di soli 1,5 metri, fra un circuito elettrico primario e uno secondario, realizzando così il primo trasmettitore e ricevitore di onde elettriche. Egli ritenne giustamente che questi esperimenti fossero prove più che sufficienti della validità della teoria del fisico scozzese, ormai morto da sette anni.

Il 13 dicembre 1888 Hertz presenta una memoria sull'argomento all'Accademia delle Scienze di Berlino, accompagnata da una prova dimostrativa d'emissione e ricezione d'onde elettromagnetiche con una lunghezza di 50 cm.

Proseguendo nei suoi studi Hertz giunge alla dimostrazione che le onde della luce visibile differiscono dalle altre onde elettromagnetiche soltanto per la loro lunghezza d'onda, appurando che le radiazioni elettromagnetiche da lui ottenute hanno proprietà analoghe a quelle della luce, propagandosi in linea retta con velocità simile a quella della luce, e potendo essere riflesse, rifratte, diffratte e polarizzate come le onde luminose. Hertz ritiene che questa sua scoperta non sia altro che una conferma delle tesi di Maxwell. La fama di Hertz fu tale che l'unità di misura della frequenza porti il suo nome. Quando Hertz presentò il suo lavoro agli studenti ci tenne a precisare che ciò che andava a illustrare sarebbe stato solo la dimostrazione pratica della teoria di Maxwell e nulla più, sottolineando che non avrebbe avuto la presunzione di nessun'applicazione pratica.

3.2 DA MAXWELL A HERTZ

Maxwell, sulle orme di svariate ricerche sperimentali in proposito portate a termine da Faraday, non riusciva a pensare un condensatore come un taglio fatto nel circuito di conduzione e concentrò in modo speciale la sua attenzione sul materiale isolante che separa le armature del condensatore. Secondo la sua teoria, quest'isolante doveva diventare sede di correnti istantanee di spostamento. In definitiva si tratta di considerare tutte le correnti come chiuse, e ciò anche quando il circuito è aperto come nel caso del condensatore. Le caratteristiche della corrente di spostamento sono peculiari; è una sorta di stress, di stato di sforzo cui viene istantaneamente sottoposta la «materia» isolante che separa le armature del condensatore quando quest'ultimo è caricato. Le «molecole» costituenti il materiale isolante sono formate da cariche positive e negative; l'applicazione di un campo elettrico esterno sposta le cariche positive di queste molecole verso l'armatura caricata negativamente e, viceversa, sposta le cariche negative delle stesse molecole verso l'armatura caricata positivamente. Lo spostamento delle cariche dalle loro posizioni di equilibrio è piccolo e, appena avvenuto, nasce in ogni molecola una forza elastica di richiamo che tende a riportare la situazione nello stato di non stress. Quando questo spostamento istantaneo di materia si è prodotto, se l'alimentazione del circuito seguita a essere in corrente continua, tutto si stabilizza in una situazione di isolante polarizzato e non vi è più nessuna corrente di spostamento. Tuttavia se alimentiamo il circuito con una corrente che cambia continuamente verso, per esempio una corrente alternata, allora le armature del condensatore cambiano continuamente di polarità, con una frequenza che è la stessa della corrente che alimenta il circuito. Ciò comporta che il campo elettrico che si genera tra le armature del condensatore cambia continuamente verso e conseguentemente nel mezzo isolante che separa le sue armature del condensatore si generano correnti di spostamento alternativamente dirette in un senso e in senso opposto (figura 23).

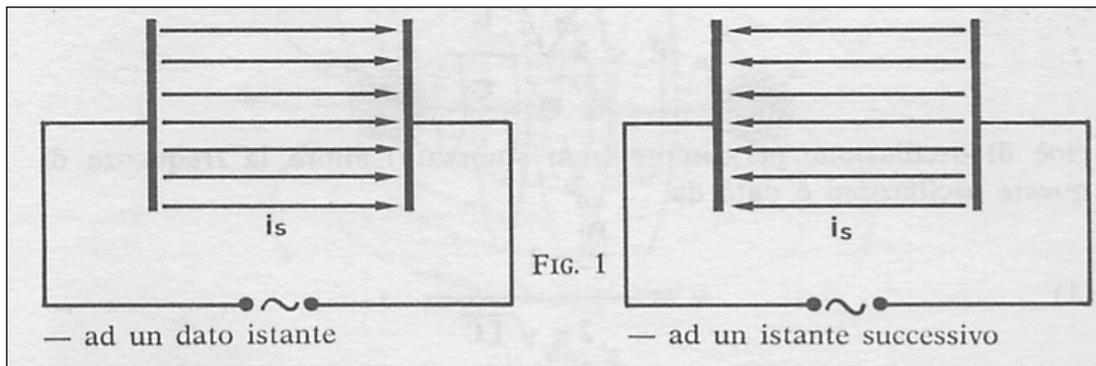


Figura 23 – Correnti di spostamento alterne all'interno del condensatore.

Poiché un campo elettrico variabile produce una corrente di spostamento e poiché a ogni corrente è associato un campo magnetico (Oersted, 1820), Maxwell ne conclude che un campo elettrico variabile produce un campo magnetico (e, viceversa, che un campo magnetico variabile produce un campo elettrico). In definitiva non vi è ragione di considerare separatamente campi elettrici o magnetici, bisogna invece considerare campi elettromagnetici. La situazione completa del nostro condensatore sarà quindi descritta da questi campi elettrici variabili nel tempo, circondati da campi magnetici, anch'essi variabili nel tempo, le cui linee di forza risulteranno perpendicolari a quelle dei campi elettrici. In definitiva si avrà un concatenarsi perpendicolare di campi elettrici e magnetici, il campo elettromagnetico, che cambiano continuamente verso con la frequenza della fonte di alimentazione alternata (figura 24).

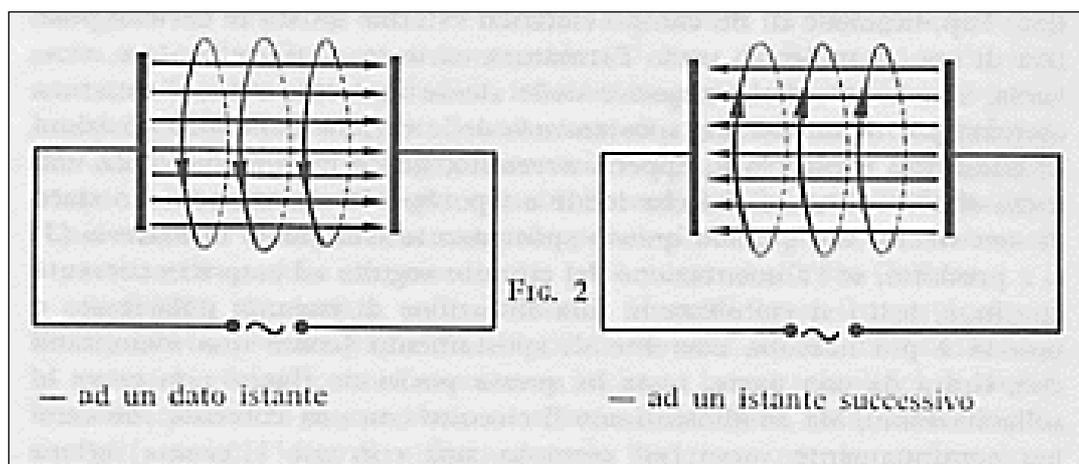
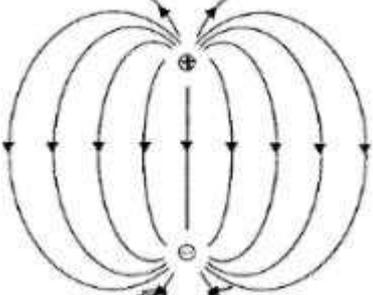
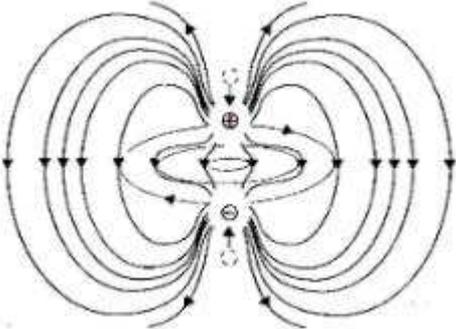
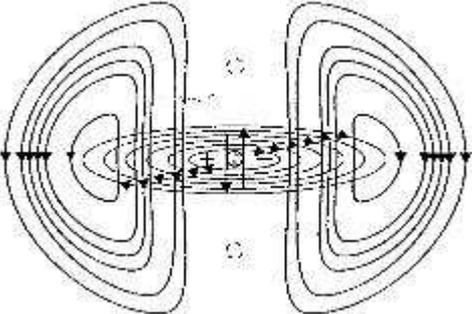


Figura 24 – Concatenazione di campi elettrici e magnetici variabili all'interno del condensatore.

La teoria prevede quindi la possibilità di generazione di perturbazioni, vibrazioni, onde elettromagnetiche nello spazio. Per visualizzare come si produce un'onda elettromagnetica possiamo prendere in considerazione un dipolo elettrico oscillante, ossia due cariche puntiformi che oscillano con legge sinusoidale.

Nella figura seguente è rappresentata una sequenza che raffigura il campo E e il campo B, concatenati, generati dall'oscillazione di un dipolo elettrico, rapportando quanto descritto al caso di un condensatore a facce piane caricato da una corrente alternata.

	<p>Istante $t=0$ sulle armature è presente la carica massima Q. Le armature sono caricate la prima + e la seconda -</p>
	<p>Istante $0 < t < T/4$ - Il campo elettrico si deforma; inizia a prodursi il campo magnetico. Le cariche diminuiscono dal massimo a zero. Il campo elettrico variabile inizia ad originare un campo magnetico con le linee di forza poste su un piano parallelo alle due armature.</p>
	<p>Il condensatore ha le armature scariche. Il campo elettrico presente tra le armature vale 0 e il campo magnetico assume il suo valore massimo. Tutta l'energia che era presente tra le armature si è trasferita completamente nel campo magnetico.</p>

	<p>Istante $T/4 < t < T/2$ Si riforma un campo elettrico con verso opposto al precedente. Il campo magnetico vicino al dipolo diminuisce di intensità. Le armature si ricaricano con cariche di segno opposto. Nel condensatore appare un campo elettrico e pertanto abbiamo nuovamente energia elettrica.</p>
	<p>All'istante $t = T/2$ - Cariche nuovamente ferme. Campo elettrico massimo, campo magnetico vicino al dipolo nullo. Il campo elettrico tra le armature è massimo. Il campo magnetico nel frattempo ha trasferito l'energia al campo elettrico in un piano perpendicolare alle superfici del condensatore e posizionato al di là del condensatore.</p>
	<p>Istante $T/2 < t < 3/4 T$ - Ricominciano le fasi descritte nelle figure precedenti con i campi orientati in senso opposto. Da questo momento in poi avremo nuovamente il ripetersi di quanto visto nel primo passo.</p>

Il condensatore deve essere parte di un circuito RC, contenente una resistenza e un condensatore, oppure in serie un circuito RCL, contenente resistenza, condensatore e induttore o solenoide (figura 25).

Nel secondo caso, per ottenere onde elettromagnetiche a una determinata frequenza bisogna tarare il circuito a quella frequenza.

Si ottiene che la frequenza delle onde elettromagnetiche prodotte dipende esclusivamente dai componenti del circuito, prendendo un circuito LC la frequenza risulta:

$$f = 1/(2\pi (LC)^{1/2})$$

cioè la frequenza è inversamente proporzionale alla radice quadrata di LC moltiplicata per un fattore di 2π .

Ne risulta che possiamo creare onde elettromagnetiche a una precisa frequenza scegliendo semplicemente induttore e condensatore adatti. Le onde elettromagnetiche una volta generate possono essere catturate dalle antenne.

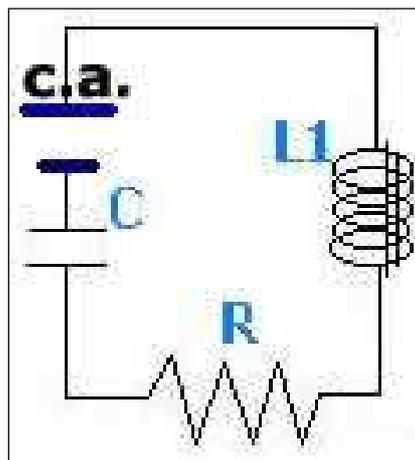


Figura 25 – Circuito RLC

Nel 1887 H. Hertz fornisce la verifica sperimentale della teoria di Maxwell. Le onde elettromagnetiche esistono davvero all'interno del condensatore. Per notarlo basta aprire il condensatore come mostrato in *figura 26* nella quale le linee tratteggiate rappresentano il campo elettrico esistente tra le armature del condensatore, che cambia verso con la frequenza del circuito di alimentazione.

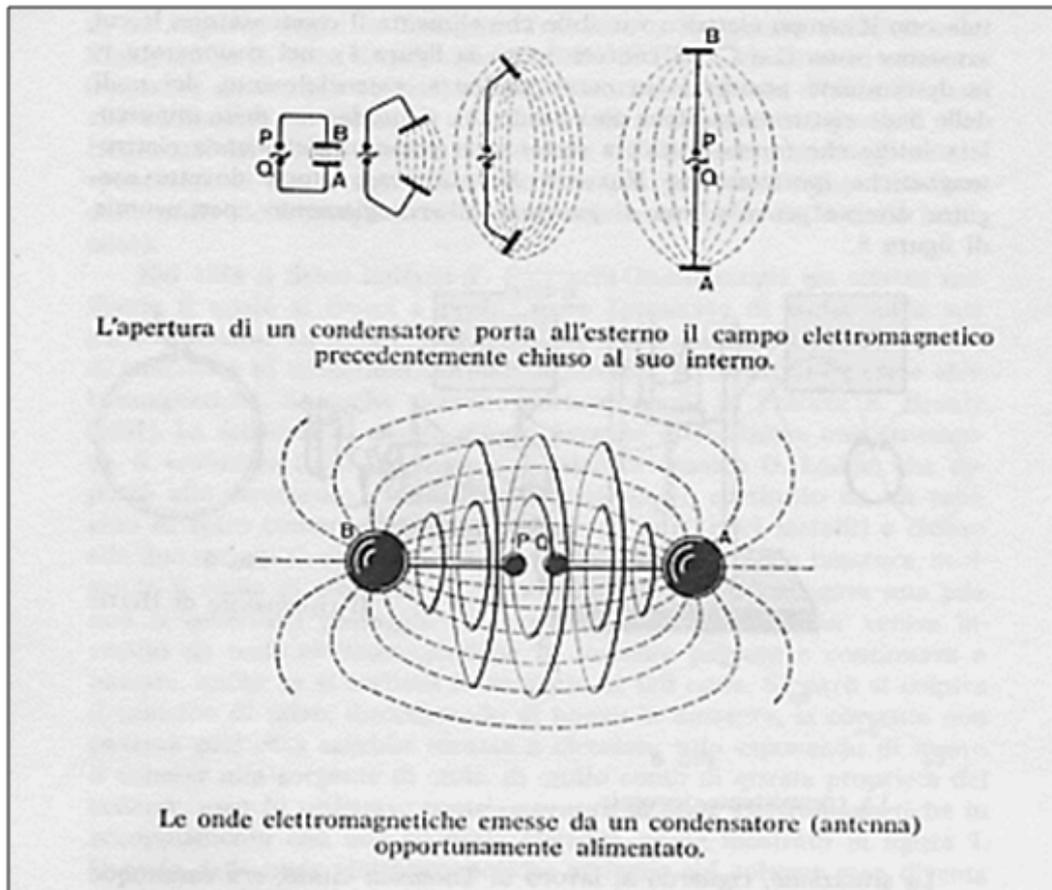


Figura 26- Apertura del condensatore e le onde elettromagnetiche emesse.

Completando poi l'ultimo disegno di *figura 26* con il campo magnetico perpendicolare al campo elettrico, si ottiene il campo elettromagnetico risultante dal fenomeno che si propaga dal punto in cui è generato nello spazio circostante. In questo modo disponiamo di un sistema che permette la propagazione nello spazio di onde elettromagnetiche. Per evidenziare queste onde e verificare che, partite dal generatore, esse arrivino in un altro luogo, le esperienze di Hertz prevedono la presenza di una particolare antenna, denominata risuonatore di Hertz. In tal modo egli riuscì a evidenziare le onde elettromagnetiche mediante minuscole scintille che si producevano alle estremità C-C del risuonatore (*figura 27*). Questa antenna ricevente non era altro che un anello di filo conduttore aperto in un tratto; in corrispondenza di questa apertura vi era una vite micrometrica che permetteva la regolazione della sua ampiezza.

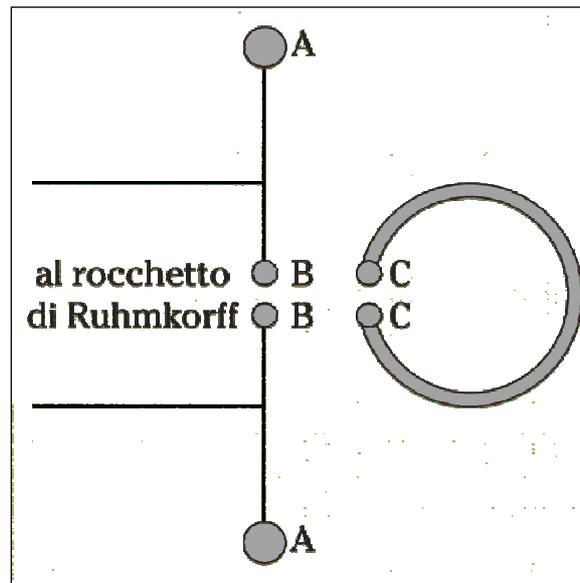


Figura 27 – Verifica delle onde elettromagnetiche tramite il risuonatore di Hertz.

3.3 ESPERIMENTO DI HERTZ E LE PRINCIPALI CARATTERISTICHE DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE

Maxwell non ebbe modo di verificare sperimentalmente la propria teoria.

Heinrich Hertz (1857-1894) nel 1886 riuscì per la prima volta a produrre e a rivelare le onde elettromagnetiche di cui Maxwell aveva previsto l'esistenza. Secondo la teoria maxwelliana, le onde elettromagnetiche sarebbero dovute essere prodotte dalle oscillazioni di cariche elettriche lungo un circuito (figura 28).

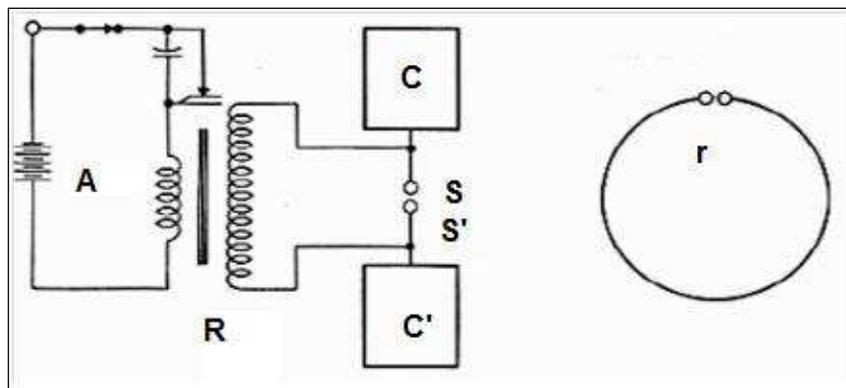


Figura 28 - Schema del circuito utilizzato da Hertz per i suoi esperimenti.

Un accumulatore A alimenta un rocchetto di Ruhmkorff R; quest'ultimo produce delle scintille tra S ed S'; queste scintille costituiscono il campo elettrico variabile che alimenta il condensatore, le cui armature sono C e C'; nel risuonatore r, in corrispondenza, essenzialmente, dei nodi delle onde elettromagnetiche così prodotte, si producono delle minuscole scintille che fanno sentire a distanza la presenza delle onde elettromagnetiche ipotizzate da Maxwell. In un saggio intitolato “*Le forze delle oscillazioni elettriche*” trattato in accordo con la teoria di Maxwell, Hertz tracciò il campo elettrico delle onde elettromagnetiche per intervalli di tempo pari a $T/4$.

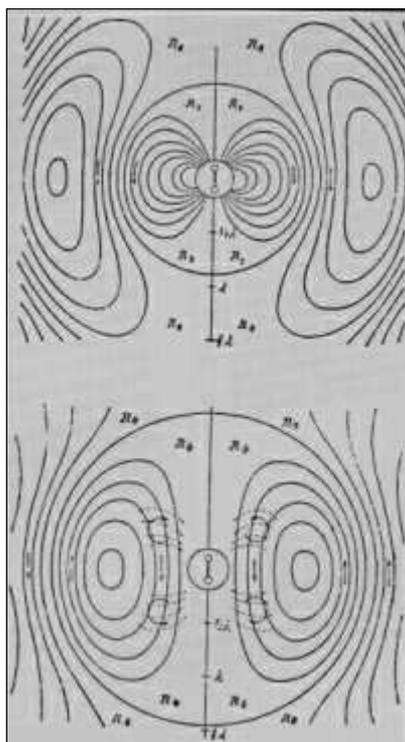


Figura 29 - Campo elettrico attorno all'oscillatore di Hertz.

Queste oscillazioni generavano nello spazio un campo elettrico e magnetico di uguale periodo ed uguale fase.

Hertz ebbe l'idea di alimentare con un rocchetto di Ruhmkorff⁸ un circuito “aperto”, in cui l'induttanza era rappresentata da due aste metalliche allineate, separate da una

⁸ Il rocchetto di Ruhmkorff appartiene alla famiglia dei trasformatori e il suo ruolo è stato importantissimo nella storia dell'elettromagnetismo. Esso è costituito da un nucleo in ferro dolce attorno al quale sono avvolte due

breve distanza, e la capacità era realizzata con due sfere poste alle estremità delle due aste: tale circuito prende il nome di “dipolo hertziano” (figura 30).

Il rocchetto di Ruhmkorff, collegato alle estremità affacciate del dipolo, caricava a ogni apertura del primario le due sfere, così, nel breve spazio vuoto del dipolo scoccava una scintilla. La scarica oscillatoria, smorzata di alta frequenza, creava un’onda elettromagnetica.

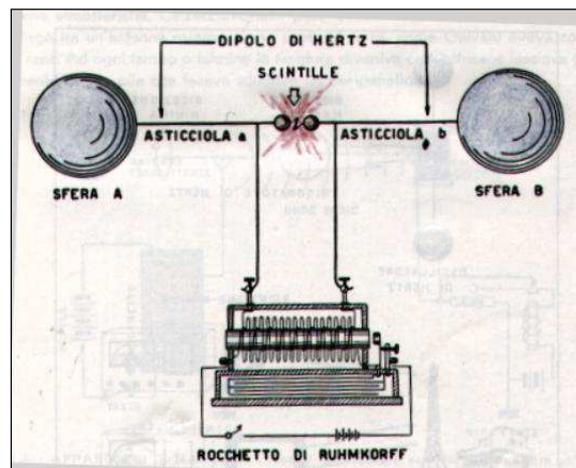


Figura 30 – Oscillatore di Hertz

La trasmissione delle onde era rilevata da un risonatore di Hertz, a scintilla, costituito da un cerchio di grosso filo di rame interrotto da uno spazio di lunghezza regolabile tra due sferette. Il passaggio di una corrente oscillante nel risuonatore si manifestava attraverso la scintilla che illuminava le due sferette. Hertz variò le dimensioni della spira adiacente per ottenere un massimo per la scintilla indotta, riuscendo a calcolare la frequenza di risonanza per un’assegnata induttanza e capacità della spira. Sebbene

bobine in filo di rame: il circuito primario, con filo di diametro maggiore e alimentato da una batteria; il secondario, ben isolato e con un numero di spire molto maggiore. Il primario comprende un interruttore con contatti platinati in serie ad un sistema a martelletto che interrompe periodicamente il contatto ogni volta che il nucleo in ferro dolce si magnetizza al passaggio di corrente. Dopo ogni interruzione del contatto il nucleo si smagnetizza e il martelletto torna nella posizione iniziale chiudendo nuovamente il circuito. In tal modo nel secondario circola corrente alternativamente in un verso e nell’altro. In parallelo all’interruttore è collegato un condensatore che permette d’eliminare l’extracorrente d’apertura.

questi calcoli implicassero molte approssimazioni, Hertz trovò una frequenza di circa 100 MHz.

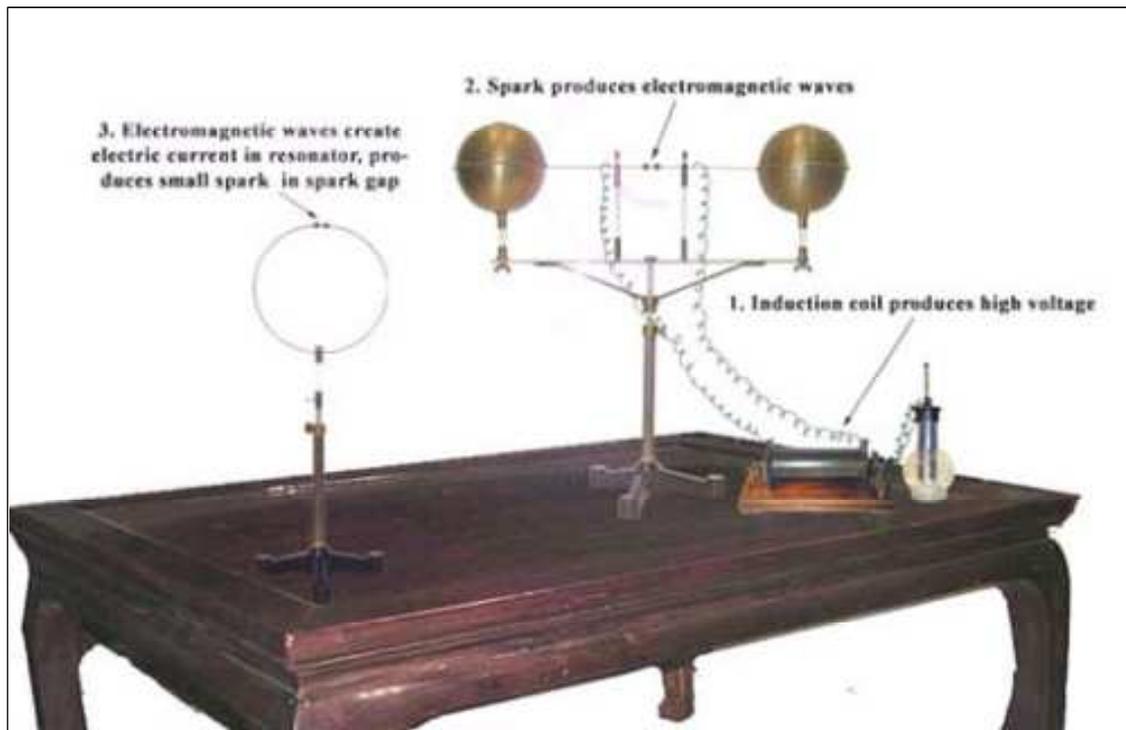


Figura 31 – Esperimento di Hertz.

I campi elettromagnetici sono prodotti dall'oscillazione delle cariche elettriche. L'oscillazione di una carica determina la variazione del flusso del campo elettrico. A causa di questa variazione verrà generato un campo magnetico (quarta equazione di Maxwell) il quale a sua volta determinerà la variazione del campo elettrico (terza equazione di Maxwell) e così via. Una volta che il campo elettromagnetico è stato prodotto dall'oscillazione di una carica, esso avrà un'esistenza autonoma. Si generano in questo modo delle onde elettromagnetiche. Consideriamo la quarta equazione di Maxwell. Nel caso di una particella che oscilla nel vuoto ($i=0$) essa diventerà:

$$\Gamma(\vec{B}) = \frac{K_m}{2K_e} \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t}$$

L'equazione può essere scritta nella forma equivalente:

$$\Gamma(\vec{B}) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t}$$

dove μ_0 viene detta “permeabilità magnetica del vuoto” di valore $4\pi 10^{-7}$ T m/A e ε_0 è detta “costante dielettrica assoluta del vuoto” pari a $8,85 \cdot 10^{-12}$ C²/Nm².

Calcolando le dimensioni del prodotto $\mu_0 \varepsilon_0$ si ottiene:

$$[\varepsilon_0 \mu_0] = \left[\frac{C^2}{Nm^2} \cdot \frac{N}{A^2} \right] = \left[\frac{q^2}{Fl^2} \cdot \frac{F}{i^2} \right] = \left[\frac{i^2 \cdot t^2}{i^2 \cdot l^2} \right] = \left[\left(\frac{t}{l} \right)^2 \right] = \left[\left(\frac{l}{t} \right)^{-2} \right] = [(v)^{-2}]$$

Il rapporto $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ equivalente a $\sqrt{\frac{2K_e}{K_m}}$ ha quindi le dimensioni di una velocità numericamente uguale a $2,997925 \times 10^8$ m/s.⁹

Poiché questo valore coincide con quello della velocità della luce nel vuoto, Maxwell fece l'ipotesi che la luce fosse costituita da onde elettromagnetiche.

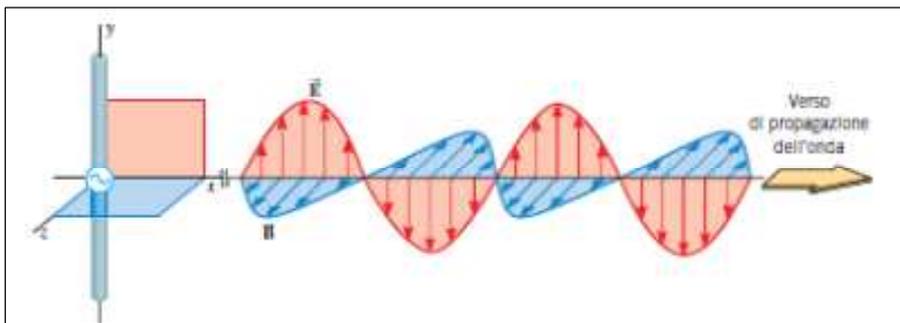


Figura 32 - Rappresentazione grafica della propagazione nel tempo di un'onda elettromagnetica

Le onde elettromagnetiche piane sinusoidali si possono descrivere con la seguente legge. Nel generico punto distante x dall'origine degli assi e nel generico istante t , i valori di E e B sono dati da:

$$E(t) = E_{\max} \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

$$B(t) = B_{\max} \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

⁹ Indicando con “ c ” la velocità della luce, l'equazione 4 in forma differenziale di pag 14 valida nel vuoto diventa:

$$\text{rot}(\vec{B}) = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{d\vec{E}}{dt}$$

L'andamento del campo elettrico e del campo magnetico è in fase; ciò significa che i due campi assumono nello stesso istante o il valore massimo o il valore minimo, o quello nullo.

In queste formule t è il tempo, x è la coordinata spaziale, T è il periodo e λ è la lunghezza d'onda.

L'onda elettromagnetica trasporta energia, la cui intensità cresce al diminuire della lunghezza d'onda (quindi all'aumentare della frequenza) ed è definita come l'energia presente nell'unità di tempo sull'unità di superficie posta perpendicolarmente alla direzione di propagazione.

In ogni onda il campo elettrico e quello magnetico sono sempre ortogonali tra loro e a loro volta sono sempre entrambi perpendicolari alla direzione di propagazione. Il campo elettrico e l'induzione magnetica sono sempre in fase tra loro.

La luce e le altre onde elettromagnetiche hanno tutte le stesse proprietà. La riflessione, la rifrazione e la diffrazione sono il risultato macroscopico dell'interazione microscopica tra il campo elettromagnetico e gli atomi che costituiscono la materia.

CONCLUSIONI

Il compito di mettere in “equazioni” il pensiero di Faraday è stato assolto dal fisico-matematico scozzese J.C. Maxwell, dotato di grande capacità nella rappresentazione spaziale dei sistemi fisici. I campi sarebbero diventati quantità fisiche da indagarsi tramite equazioni differenziali e grazie alla sua sintesi scaturirono conseguenze conoscitive incalcolabili. Maxwell si rese conto dell’importanza del contributo faradiano, a tal punto da considerare una sua missione la matematizzazione del suo pensiero, ma non fu solo questo il suo contributo. Affrontando il pensiero di Faraday dovette rileggerne e riorganizzare i contenuti reinterpretandoli criticamente sulla base della sua formazione fisico-matematica. Maxwell con il suo ingegno da fisico matematico e con il suo taglio da pensatore, fu l’uomo giusto al posto giusto per “scientificizzare” la teoria elettromagnetica. Le idee fondamentali delle sue tre memorie, *On Faraday’s lines of force*, *On the physical lines of force*, *A dynamical theory of the electromagnetic field*, sono confluite nell’opera più importante, il *Treatise on electricity and magnetism*. Il Trattato può legittimamente essere considerato una delle pietre miliari nella storia della scienza; offre uno splendido panorama dell’evoluzione storica delle idee legate all’elettromagnetismo e contiene l’elaborazione finale della teoria maxwelliana, inclusa la sistematica e rigorosa formulazione delle equazioni della teoria di campo. Ai giorni nostri diversi dispositivi, dai principali elettrodomestici fino ai più grandi generatori di energia elettrica, sono applicazioni pratiche della terza e della quarta equazione.

A conclusione di questo elaborato dobbiamo chiederci: perché le leggi scoperte da altri illustri fisici sono oggi chiamate equazioni di Maxwell? I motivi principali sono connessi al fatto che Maxwell fu il primo a rendersi conto che le equazioni, riunite fra loro, formavano un sistema coerente; aggiungendo alla terza legge un termine fondamentale, chiamato corrente di spostamento, che nessuno aveva mai previsto, si eliminava un paradosso legato al teorema della circuitazione di Ampère; comprese che le quattro equazioni potevano portare a prevedere l’esistenza di un nuovo tipo di onda di energia, evidenziata per la prima volta da Heinrich R. Hertz e che oggi chiamiamo radiazione elettromagnetica.

BIBLIOGRAFIA

PERUZZI, G., Maxwell. Dai campi elettromagnetici ai costituenti ultimi della materia, collana "I Grandi della Scienza" di Le Scienze, anno I, n.5, 1998

SEGRE', E., "Personaggi e scoperte della fisica classica",Arnoldo Mondadori Editore, 1996

D'AGOSTINO,S., L'elettromagnetismo classico, Sansoni, 1975.

DE MARZO,C., Maxwell e la fisica classica, Laterza, 1978.

D'AGOSTINO,S., I vortici dell'etere nella teoria elettromagnetica di Maxwell, Physis, 10, 3, 1968.

TANTON,R., Storia generale delle scienze (vol. 3°), Casini, 1966.

MAXWELL,J. K., On Faraday's Lines of Force, Trans. Cambr. Phil. Soc., 10, 1856.

MAXWELL,J. K., On Physical Lines of Force, Phil. Mag. , 21, 23, 1861 e 1862.

MAXWELL,J. K., A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field, Roy. Soc. Trans. , 155, 1864.

MAXWELL,J. K., Treatise on Electricity and Magnetism, Clarendon Press, Oxford 1873.

D'AGOSTINO,S., Heinrich Hertz e la verifica della teoria elettromagnetica di Maxwell, Giornale di Fisica, 3, 1974.

D'AGOSTINO,S., Hertz e Helmholtz sulle onde elettromagnetiche, Scientia, 106, 1971.

TONET,D., Le equazioni di Maxwell, Zanichelli 1997

GAMOW,G., Biografia della fisica. Mondadori 1987

SITOLOGIA

<http://www.fisicamente.net>

<http://www.maxwellyear2006.org>

<http://www.cosediscienza.it>