

Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

***Relazione per la prova finale
«Tecniche di gravity assist e
applicazioni in missioni
interplanetarie»***

Tutor universitario: Prof. Carlo

Bettanini Fecia di Cossato

Laureando: *Tommaso Ferrini*

Padova, 14/11/2024

Grazie all'evoluzione che il settore spaziale ha subito a partire dalla seconda metà del secolo scorso, le avanzate tecnologie e conoscenze ad oggi acquisite hanno permesso di sviluppare una grande varietà di veicoli spaziali. Dai satelliti per le telecomunicazioni ad uso commerciale, ai veicoli che monitorano l'ambiente terrestre, fino alle sonde interplanetarie, giunte persino ai confini del sistema solare. Su queste ultime si focalizza la relazione, in modo particolare sulle fasi di una missione interplanetaria e sulla manovra di gravity assist, uno strumento che sfrutta la gravità dei corpi celesti per accelerare i satelliti e che ha permesso all'umanità di raggiungere mete altrimenti inimmaginabili.

- Definizione delle proprietà del campo gravitazionale
- Introduzione di ipotesi semplificative
- Descrizione delle Traiettorie interplanetarie di Hohmann
- Descrizione della manovra di Gravity assist
- Descrizione della Missione Juice

PROBLEMA DEI DUE CORPI (SISTEMA INERZIALE)

$$\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^3} \vec{r}_{12}$$

- CONSERVAZIONE DELL' ENERGIA SPECIFICA

$$a v + \left(v \frac{\mu}{r^3} \right) r = 0 \quad \longrightarrow \quad v \frac{dv}{dt} + \frac{\mu}{r^3} r \frac{dr}{dt} = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{d\left(\frac{v^2}{2}\right)}{dt} + \frac{d\left(-\frac{\mu}{r}\right)}{dt} = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{d\left(\frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r}\right)}{dt} = 0$$

- CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE

$$\vec{r} \times \vec{\ddot{r}} + \vec{r} \times \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \vec{0} \quad \longrightarrow \quad \frac{d(\vec{r} \times \dot{\vec{r}})}{dt} = \vec{0} \quad \longrightarrow \quad \vec{h} = \text{costante}$$

CAMPO GRAVITAZIONALE E' CONSERVATIVO

PROBLEMA DEGLI n-CORPI

$$\vec{F}_{g,i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n -G \frac{m_i m_j}{r_{ij}^3} \vec{r}_{i,j} = -G m_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n -G \frac{m_i m_j}{r_{ij}^3} \vec{r}_{i,j} \quad \longrightarrow \quad \text{Estremamente difficile da studiare}$$

Si introduce il concetto di « sfera di influenza »

Consideriamo il seguente sistema:

- a = accelerazioni primarie
- φ = accelerazioni di perturbazione
- A_1, A_2 = poli di attrazione di massa m_1, m_2
- Sia P un corpo tale che $m \ll m_1, m_2$

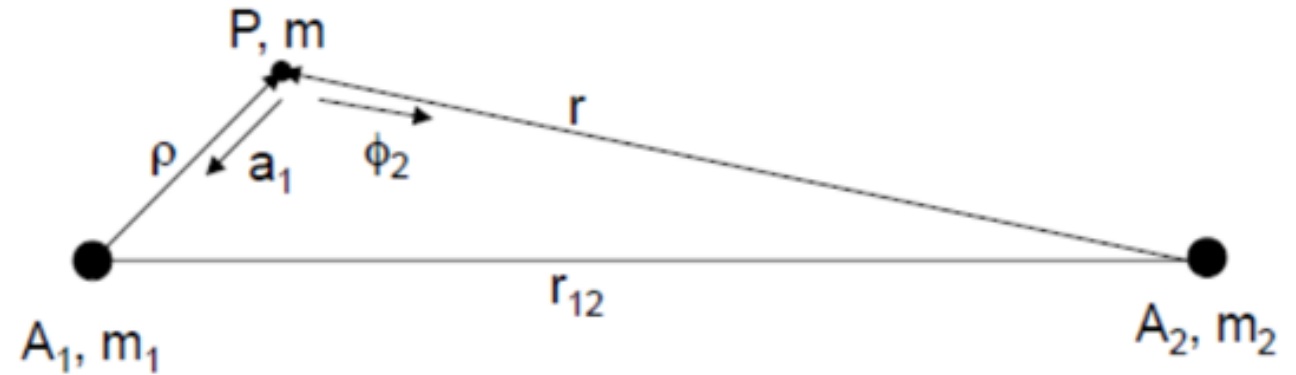


Figura 1: Definizione della sfera di influenza di un corpo celeste [1]

[1] «cenni alle orbite interplanetarie» C. Bettanini

sistema inerziale solidale ad A_1

L'accelerazione di P è espressa come

$$\frac{d^2 \rho}{dt^2} = \vec{a}_1 + \vec{\varphi}_2$$

dove : $\vec{a}_1 = -G \frac{m_1}{\rho^3} \vec{\rho}$

$$\vec{\varphi}_2 = Gm_2 \left(\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3} - \frac{\vec{r}}{r^3} \right)$$

sistema inerziale solidale ad A_2

L'accelerazione di P è espressa come

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \vec{a}_2 + \vec{\varphi}_1$$

dove : $\vec{a}_2 = -G \frac{m_2}{r^3} \vec{r}$

$$\vec{\varphi}_1 = Gm_1 \left(-\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3} - \frac{\vec{\rho}}{\rho^3} \right)$$

Il rapporto $\frac{\varphi_2}{a_1}$ esprime il livello di deviazione dall'orbita kepleriana del punto P (nel sistema solidale ad A_1). Significato analogo ha il rapporto $\frac{\varphi_1}{a_2}$ (riferito al sistema solidale ad A_2)

La sfera di influenza di A_1 si ottiene da $\left| \frac{\varphi_2}{a_1} \right| \leq \left| \frac{\varphi_1}{a_2} \right|$

da cui si ricava il raggio della sfera di influenza: $r_s = r_s \left(\frac{m_1}{m_2} \right)^{\frac{2}{5}}$

- All'interno della sfera di influenza di un corpo celeste si considerano solo le accelerazioni dovute alla sua gravità e si ignorano le perturbazioni di terzo corpo:

$$\vec{F}_{g,i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n -G \frac{m_i m_j}{r_{ij}^3} \vec{r}_{i,j} = -G m_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n -G \frac{m_i m_j}{r_{ij}^3} \vec{r}_{i,j} \longrightarrow \vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{\|\vec{r}_{12}\|^3} \vec{r}_{12}$$

- Si ignorano forze di natura differente da quella gravitazionale come:
 - Propulsione
 - Forze aerodinamiche
 - Radiazione solare
- Corpi in questione considerati perfettamente sferici \longrightarrow punti materiali
- Orbite dei pianeti del sistema solare circolari e complanari

METODO DELLE PATCHED-ORBITS

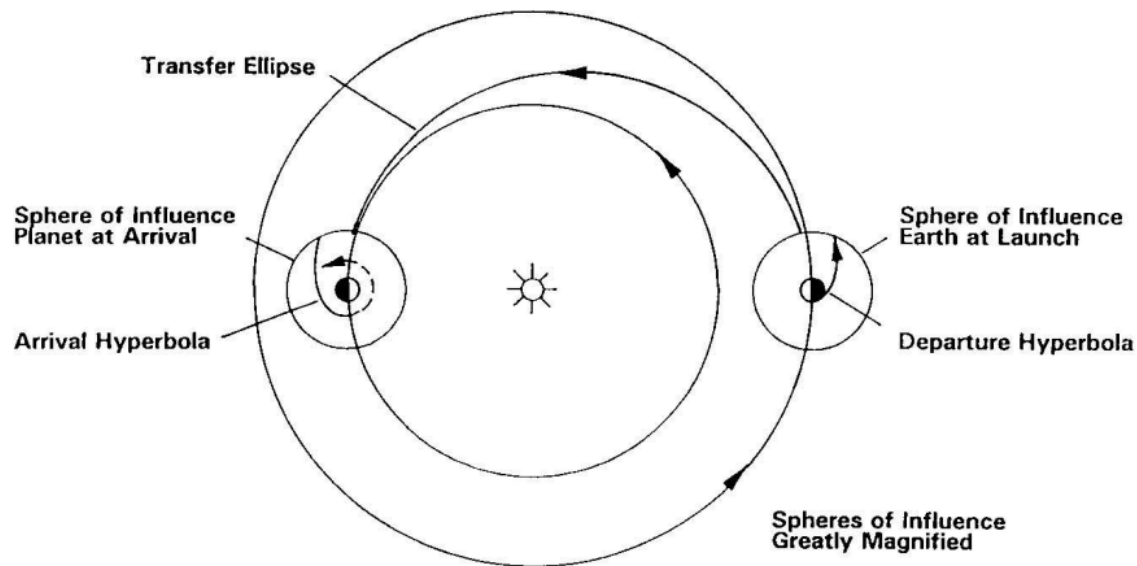


Figura 2: schema di trasferimento planetario alla Hohmann, metodo delle coniche raccordate. [2]

- 1^a orbita terrestre iperbolica
- 2^a orbita di trasferimento ellittica
- 3^a orbita iperbolica

All'interno della sfera di influenza terrestre:

v_{iniez} = velocità di inserimento in orbita

$$\varepsilon_T = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu_T}{R_T} = \text{energia specifica}$$

$$v_{\infty,T} = \sqrt{2\varepsilon} = \text{velocità asintotica residua}$$



$$v_{iniez} = \sqrt{v_{\infty,T}^2 + 2 \frac{\mu_T}{R_T}}$$

All'uscita dalla sfera di influenza della Terra, la velocità del satellite rispetto al Sole è data dalla somma dei due contributi di velocità residua e di rivoluzione terrestre

$$v = v_{\infty,T} + v_{,T}$$

Le condizioni di tangenza delle orbite raccordate impongono:

$$v_{\infty,T} + v_{,T} = v_a \quad (\text{afelio}) \quad \text{per trasferimenti verso pianeti interni}$$

$$v_{\infty,T} + v_{,T} = v_p \quad (\text{perielio}) \quad \text{per trasferimenti verso pianeti interni}$$

Per l'orbita ellittica si ha:

$$a = \frac{r_T + r_p}{2}$$

$$\varepsilon_S = - \frac{\mu_S}{2a}$$

$$v_{a,p} = \sqrt{2 \left(\varepsilon_S + \frac{\mu_S}{r_T} \right)}$$

Per lanci verso pianeti interni:

$$v_a = v_{,T} - v_{\infty,T}$$

Per lanci verso pianeti esterni:

$$v_p = v_{,T} + v_{\infty,T}$$

- Soluzione di Hohmann:
- Garantisce la minor spesa in termini di Δv
 - Determina i massimi tempi di trasferimento

- $\Delta v_{TOT} = \Delta v_{iniez} - \omega_T R_T + \Delta v_{LOSS} + \Delta v_{CORR} (+ \Delta v_{CIRC} + \Delta v_{FREN})$

Equazione del razzo (relazione tra Δv e proprietà e consumi del veicolo)

$$\Delta v = I_{sp} g_0 \ln \left(\frac{m_i}{m_f} \right)$$

- I_{sp} : impulso specifico del veicolo
- g_0 : accelerazione di gravità al livello del mare
- $\frac{m_i}{m_f}$: rapporto massa totale iniziale e finale al termine della manovra

- Dalla terza legge di Keplero: $T_{trasf} = \pi \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu_S}}$

I lanci infatti non possono avvenire in un momento qualsiasi, ma devono verificarsi quando la Terra e il pianeta obiettivo si trovano in precise posizioni reciproche.

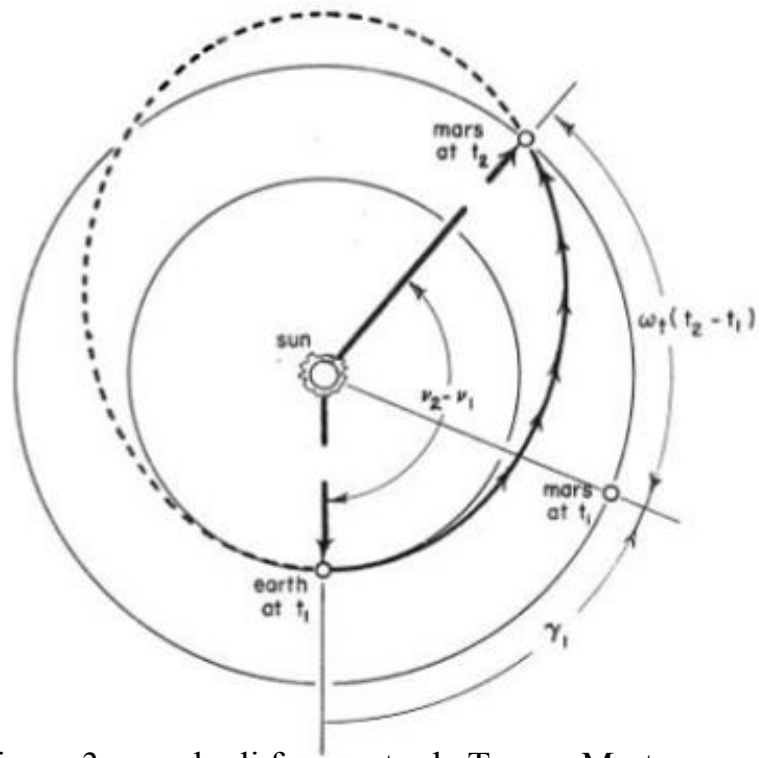


Figura 3: angolo di fase γ_1 tra la Terra e Marte

- γ_1 : angolo di fase alla partenza
- $\Delta v = v_2 - v_1$: angolo spazzato tra partenza e arrivo
- $\frac{2\pi}{T_P} T_{\text{trasf}}$: angolo descritto dal pianeta target nel tempo di trasferimento

$$\gamma_1 = \Delta v - \frac{2\pi}{T_P} T_{\text{trasf}}$$

[3]

[3] Valutazione double lunar gravity assist, A. Rotondi

Periodo Sinodico: intervallo di tempo tra due finestre successive

$$\Delta T = S = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{T_T} - \frac{2\pi}{T_P}} = \frac{1}{\frac{1}{T_T} - \frac{1}{T_P}}$$

Più il periodo di rivoluzione del pianeta target è simile a un anno terrestre, maggiore è il periodo sinodico

PIANETA S(g)

MERCURIO	116
VENERE	584
MARTE	780
GIOVE	399
SATURNO	378
URANO	370
NETTUNO	367
PLUTONE	367

Figura 4: tabella dei periodi sinodici dei pianeti del sistema solare

Orbita iperbolica

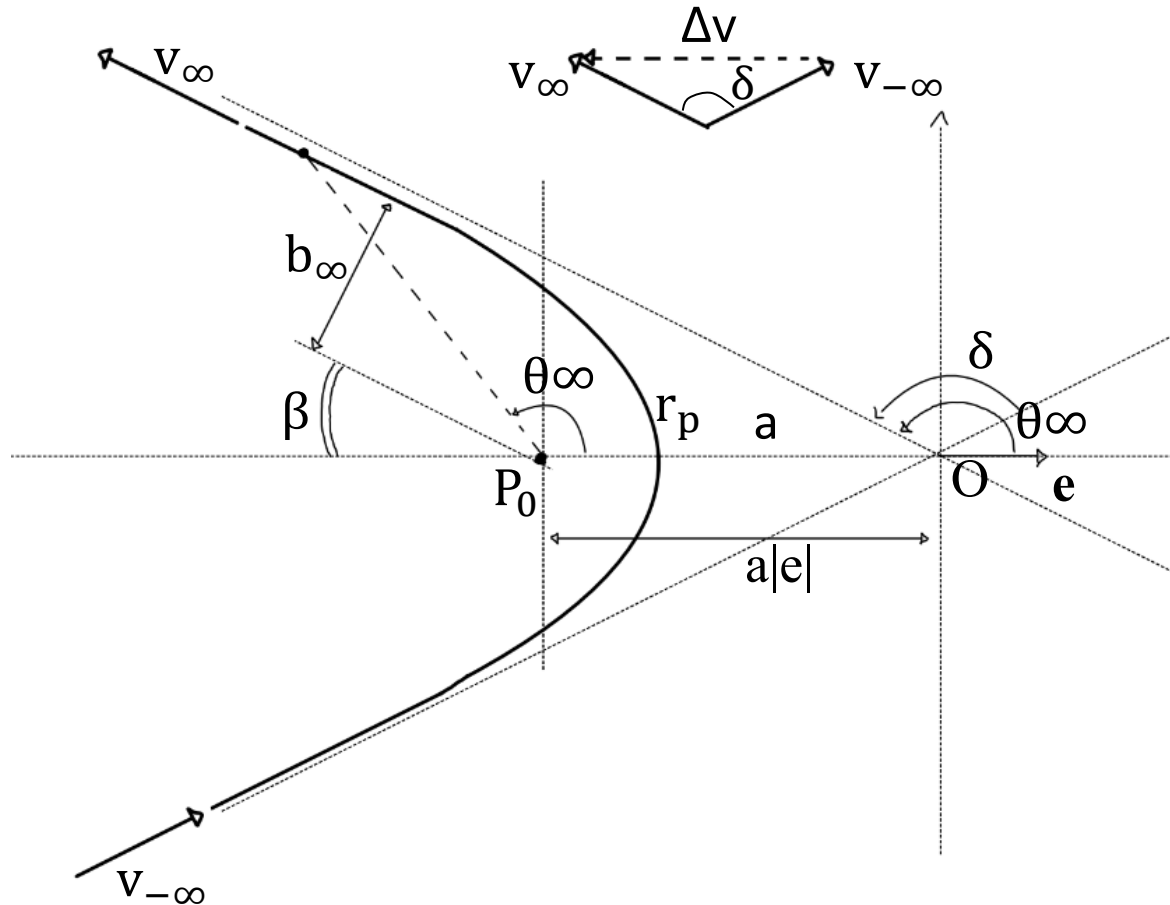


Fig. 5 Schema di una generica orbita iperbolica

- P_0 : posizione del centro di gravità
- a : semiasse maggiore dell'iperbole
- r_p : raggio di periapside
- $r = \frac{h^2}{\mu} \frac{1}{1 + e \cos \theta} \longrightarrow \theta_\infty = \arccos\left(-\frac{1}{e}\right)$
- $v_{-\infty}, v_\infty$: velocità asintotiche in ingresso e uscita
- $\beta = \arccos\left(1 / \sqrt{1 + \frac{b_\infty^2}{a^2}}\right)$
- $\delta = \pi - 2\beta = a \sin \frac{1}{e}$: «turn angle»/ «deflection angle»
- $b_\infty = a \sqrt{e^2 - 1}$: «impact parameter» / «aiming radius»

Il Gravity assist si basa sul fenomeno della conservazione della quantità di moto nell'interazione sonda-pianeta, osservata da un sistema inerziale eliocentrico:

SISTEMA SOLIDALE AL PIANETA

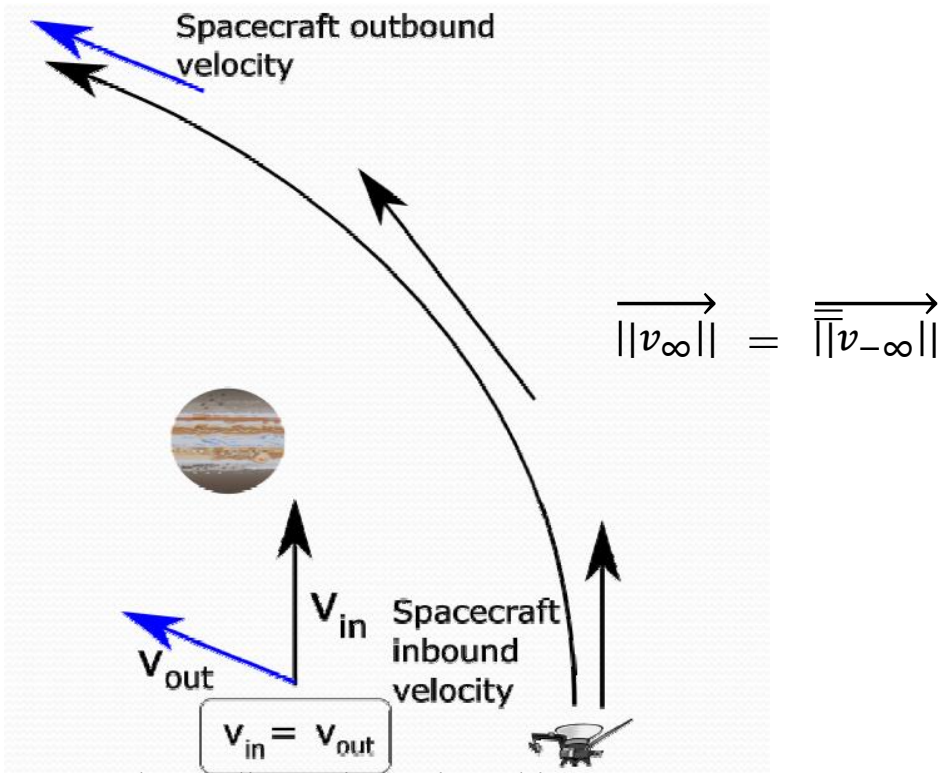


Figura 6: schema di gravity assist nel sistema [6] solidale al pianeta

SISTEMA INERZIALE ELIOCENTRICO

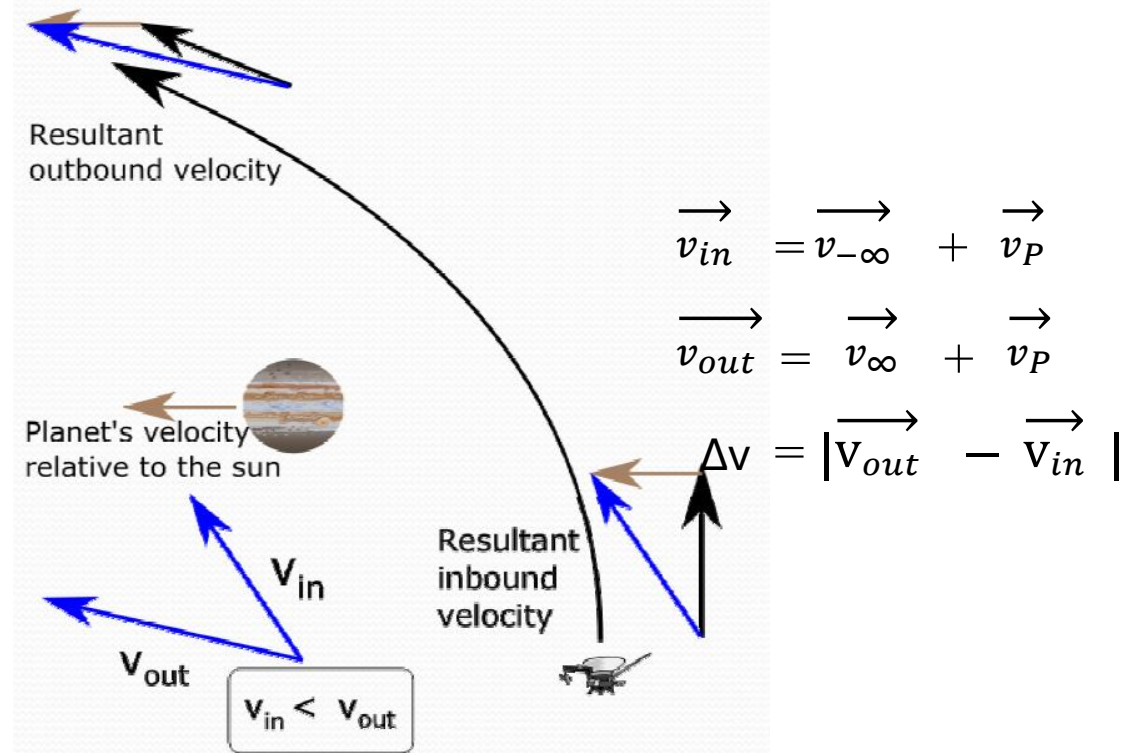
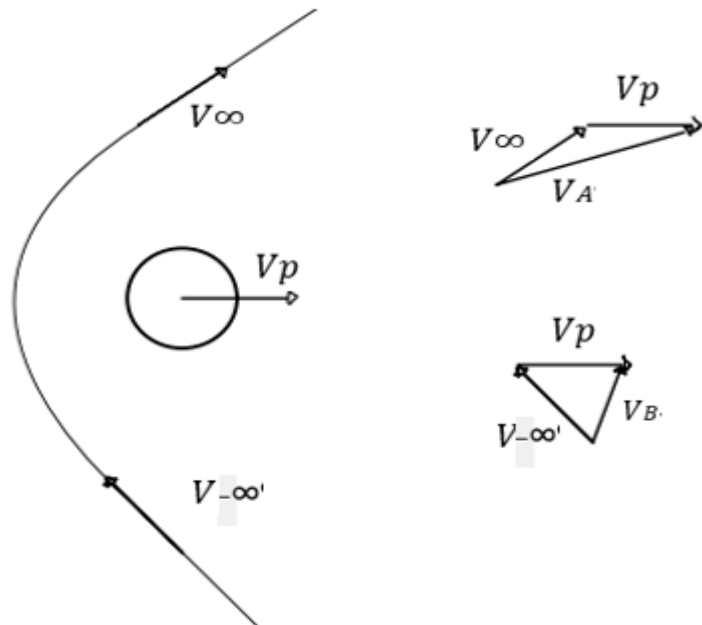


Figura 7: schema di gravity assist in un sistema inerziale [7] eliocentrico

Il gravity assist è equivalente a un fenomeno di urto elastico, in cui l'energia cinetica complessiva si conserva, trasferendosi da un corpo all'altro. In questo modo la sonda acquista velocità (nel sistema relativo al Sole) ed energia a danni del pianeta nel caso di passaggio «dietro» a quest'ultimo, la cede nel caso di passaggio «davanti», con conseguente perdita di velocità assoluta.

PASSAGGIO DIETRO AL PIANETA



V_B : velocità assoluta in ingresso
 V_A : velocità assoluta all'uscita

PASSAGGIO DAVANTI AL PIANETA

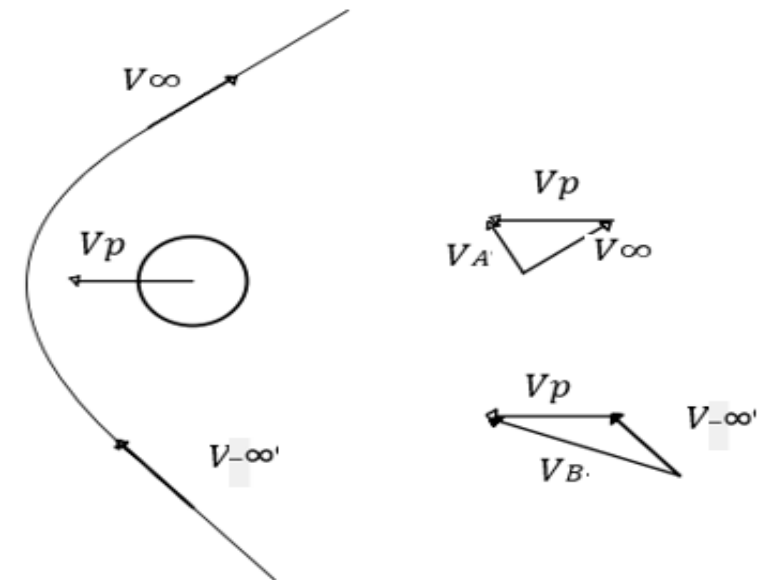


Fig. 8 schema di un gravity assist con passaggio dietro al pianeta

Fig. 9 schema di un gravity assist con passaggio davanti al pianeta



Figura 10. Satellite JUICE

[10]

- **DATA E SITO DI LANCIO**
14 Aprile 2023
Kourou (5°15'05.18"N 52°48'16.92"W)
- **LANCIATORE**
Ariane 5
- **ARRIVO SU SISTEMA GIOVIANO (stimato)**
2031/2032
- **FINE MISSIONE (stimata)**
2034/2035
- **DISMISSIONE**
disintegrazione controllata

ORBITA:

- Fase di crociera di 8 anni in cui si eseguono orbite eliocentriche con esecuzione di 5 gravity assist prima di dirigersi verso Giove.

<https://sci.esa.int/web/juice/-/58815-juices-journey-to-jupiter>

- Orbite gioviane per l'osservazione e il monitoraggio di Ganimede, Europa e Callisto.

Sebbene lo sviluppo di veicoli sempre più potenti e di tecnologie sempre più all'avanguardia stia allargando gli orizzonti dei lanci diretti, il gravity assist rimane un elemento oggi costantemente presente nella stragrande maggioranza dei casi. Infatti, seppur complichi la progettazione di missioni con ulteriori analisi delle finestre di lancio, delle traiettorie dei pianeti e dei satelliti, i vantaggi tratti dall'effetto

fionda gravitazionale ne fanno ormai sempre preferire l'impiego.

La capacità di determinare un risparmio di propellente, che si traduce in un maggiore payload trasportabile, rende la manovra una soluzione ottimale anche per future missioni umane.