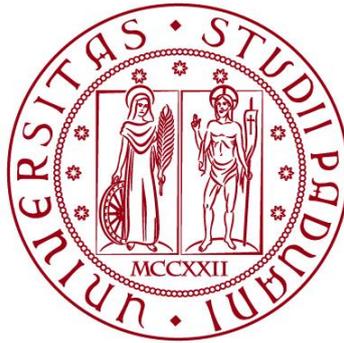


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE E
AMBIENTALE
Department Of Civil, Environmental and Architectural Engineering



TESI DI LAUREA

**Indagini sulla doppia onda che si genera quando
una corrente rapida si immette istantaneamente a
monte di una corrente preesistente**

Investigations on the double surge wave system which is generated when a supercritical current instantly enters upstream of a pre-existing flow

Relatore:
Chiar.mo PROF. ANDREA DEFINA

Laureando:
Matricola:

LETIZIA CROCERI
2060159

ANNO ACCADEMICO 2023-2024

Indice

1	INTRODUZIONE	1
2	INQUADRAMENTO TEORICO.....	3
2.1	Modello di doppia onda.....	4
2.2	Caso in cui l'onda di monte non si propaga.....	10
2.3	Verifiche sperimentali disponibili.....	12
3	LA GENERAZIONE DELLE ONDE MEDIANTE L'IMPIEGO DI UNA PARATOIA.....	17
3.1	Introduzione di una dissipazione localizzata.....	18
3.2	Il caso di efflusso libero	21
3.2.1	Procedura 1: abbassamento della paratoia a partire da condizioni di efflusso libero 21	
3.2.2	Procedura 2: inserimento della paratoia in una corrente a moto uniforme	25
3.2.3	Procedura 3: sollevamento di una paratoia mantenendo condizioni di efflusso libero	27
3.2.4	Procedura 4: attivazione istantanea del flusso.....	28
3.2.5	Procedura 5: Rimozione istantanea del dispositivo poroso.....	30
3.2.6	Procedura 6: Inserimento del dispositivo poroso	32
3.2.7	Combinazioni delle varie procedure	34
3.3	Il caso di efflusso rigurgitato.....	39
3.3.1	Inserimento di una paratoia in una corrente a moto uniforme per produrre la configurazione di tipo Cw).....	39

3.3.2	Attivazione istantanea del flusso per produrre la configurazione di tipo Aw	45
4	INDAGINI SPERIMENTALI.....	49
4.1	Apparato sperimentale.....	49
4.2	Calibrazione e verifica del parametro α	50
4.3	Confronto per le diverse procedure progettate, tra la previsione teorica e l'evidenza sperimentale	56
4.4	Confronto tra teoria ed esperimenti.....	61
4.4.1	Configurazioni di doppia onda	63
4.4.2	Configurazioni di onda singola	66
4.5	Problemi con la paratoia.....	68
5	CONCLUSIONI	71
6	APPENDICE: SOLUZIONE ITERATIVA DEL MODELLO DI DOPPIA ONDA	73
7	BIBLIOGRAFIA.....	75

1 Introduzione

Quando una corrente rapida viene immessa istantaneamente a monte di una generica corrente preesistente, si genera un sistema composto da due onde che possono essere sia positive che negative, sia a fronte ripido che diffuso, e che si distanziano tra loro nel tempo.

In letteratura, tale questione è già stata analizzata in passato (Montuori, 1968; Montuori e Greco, 1973), ma non in maniera sufficientemente approfondita, soprattutto dal punto di vista della verifica sperimentale; il problema e la sua soluzione non sono molto conosciuti, nonostante sia facile trovare delle occasioni in cui tali fenomeni si verificano, come ad esempio il sistema di doppia onda generato in un canale che riceve acqua di scarico in condizioni supercritiche.

Per la prima volta, nel 1949, durante il Convegno d'Idraulica di Milano, è stato illustrato questo fenomeno, osservato in un modello fisico in scala di un canale di scarico di un impianto idroelettrico, dove si doveva immettere bruscamente una corrente veloce che si sostituiva ad un'altra corrente lenta preesistente (Viparelli, 1950). Nel canale confluivano sia le acque provenienti dalle turbine, che le acque di troppo pieno della vasca di carico dell'impianto; quando venivano chiuse le turbine, le acque rifiutate dalla condotta forzata deviavano e finivano nuovamente nel canale di scarico, ma con maggiore velocità. A seguito della manovra si è osservata la nascita di due onde a fronte ripido, che si propagavano verso valle con velocità diverse, dando luogo ad un tronco di corrente di altezza maggiore di queste. Il fenomeno è sinteticamente descritto in Figura 1, tratta dal lavoro di Viparelli (1950).

Montuori (1968) ha quindi sviluppato una propria teoria a partire da quanto osservato. Il modello teorico sviluppato è stato poi in parte verificato sperimentalmente da Montuori e Greco (1973).

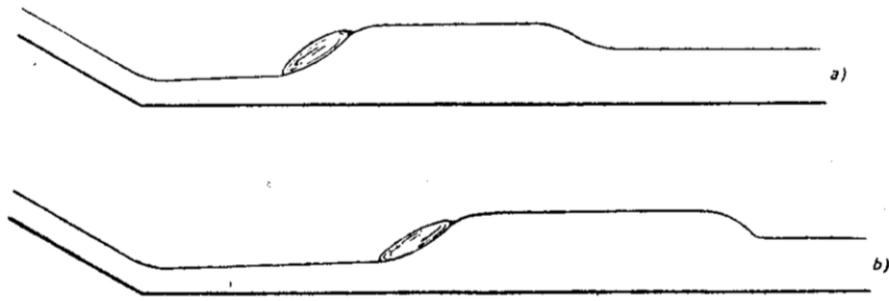


Figura 1. Rappresentazione del fenomeno di doppia onda, generato nel canale di scarico di un impianto idroelettrico (Viparelli, 1950)

Nel seguente elaborato, dopo aver realizzato un breve inquadramento teorico, per descrivere come si forma questo sistema di doppia onda e le diverse configurazioni che si possono verificare, si è proceduto con un'indagine sperimentale svolta nel laboratorio di Idraulica dell'Università di Padova. In particolare, un aspetto importante della sperimentazione svolta è stato quello di progettare opportunamente gli esperimenti, al fine di riprodurre le configurazioni di onda doppia, non riprodotte negli esperimenti di letteratura, e di completare così la verifica sperimentale del modello teorico.

2 Inquadramento teorico

Si riporta, nel seguente capitolo, il procedimento teorico alla base del modello, utilizzato per la previsione delle onde che si possono formare quando un flusso di corrente supercritica si immette in quello di una corrente preesistente.

Si parte da una corrente indisturbata, con velocità U_0 e tirante Y_0 costanti, in cui viene immessa istantaneamente una corrente rapida da monte, con velocità U_1 e un tirante Y_1 tali che $F_1 = U_1/\sqrt{gY_1} > 1$; tali condizioni vengono poi mantenute costanti nel tempo. A seguito di questa operazione si generano due onde con celerità differenti che, procedendo verso valle, si distanziano sempre di più; mentre rimangono invariate nello spazio e nel tempo sia la profondità dell'acqua che la velocità tra i due fronti ondosi. Le quattro possibili configurazioni dell'onda sono illustrate in Figura 2.

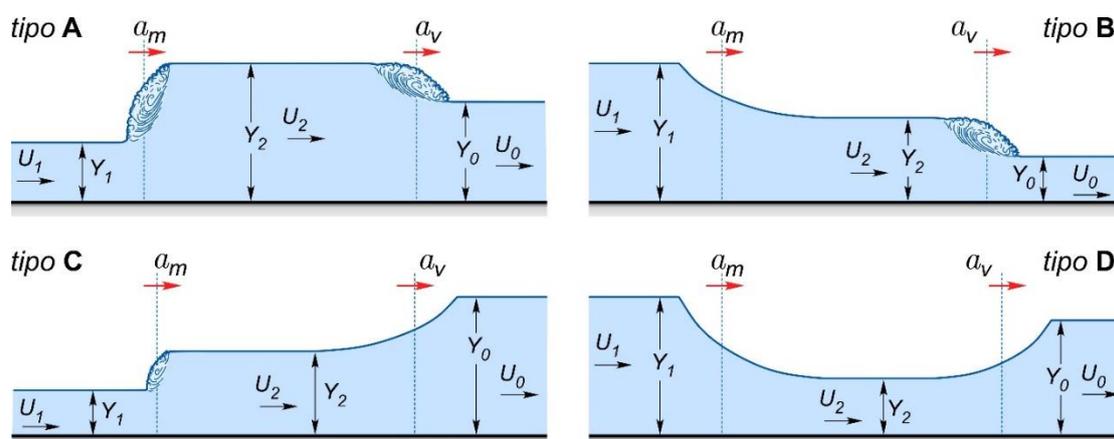


Figura 2: Configurazioni a doppio fronte possibili

È interessante osservare come l'onda di monte, nelle configurazioni A e C, sia un'onda negativa a fronte ripido, cosa piuttosto insolita poiché, tipicamente, le onde negative si espandono gradualmente; mentre l'onda a monte, nelle configurazioni B e D, sia un'onda di espansione positiva, invece che negativa.

Andando ad analizzare il problema matematicamente, si consideri un volume di controllo, dove un'onda si propaga verso valle con celerità a ; a valle il flusso è caratterizzato da un tirante Y_0 e

una velocità U_0 , a monte dell'onda da un tirante Y_1 e una velocità U_1 . Si può osservare che, applicando a tale volume di controllo l'equazione del bilancio di massa e del bilancio di quantità di moto, si avranno due relazioni, ma le incognite sono tre, U_1 , Y_1 e a ; pertanto, solo una, tra queste variabili, può essere definita a priori. Se, come nel caso in esame, sia U_1 che Y_1 sono noti, necessariamente non potrà svilupparsi una singola onda ma due.

Nei seguenti paragrafi viene riportata e spiegata la teoria di base del modello utilizzato per l'analisi di queste configurazioni.

2.1 Modello di doppia onda

Il modello teorico di doppia onda, le cui quattro configurazioni sono illustrate in Figura 1, si basa sullo stesso approccio generale seguito da Montuori (1968); si assume, per ipotesi, che il canale sia rettangolare molto largo e che la pendenza al fondo del canale e le tensioni tangenziali al fondo siano trascurabili.

Andando a considerare un moto relativo rispetto all'onda di monte, le equazioni di bilancio di massa e di quantità di moto possono essere scritte come:

$$(U_1 - a_m)Y_1 = (U_2 - a_m)Y_2 \quad (1)$$

$$\frac{Y_1^2}{2} + (U_1 - a_m)^2 \frac{Y_1}{g} = \frac{Y_2^2}{2} + (U_2 - a_m)^2 \frac{Y_2}{g} \quad (2)$$

Dove il tirante Y_2 , la velocità U_2 e la celerità dell'onda di monte a_m sono le incognite; mentre, Y_1 e U_1 sono le variabili note.

Analogamente per l'onda di valle, le equazioni di bilancio di massa e di quantità di moto possono essere scritte come:

$$(U_2 - a_v)Y_2 = (U_0 - a_v)Y_0 \quad (3)$$

$$\frac{Y_2^2}{2} + (U_2 - a_v)^2 \frac{Y_2}{g} = \frac{Y_0^2}{2} + (U_0 - a_v)^2 \frac{Y_0}{g} \quad (4)$$

Dove il tirante Y_2 , la velocità U_2 e la celerità dell'onda di monte a_v sono le incognite; mentre, Y_0 e U_0 sono le variabili note.

Complessivamente si avranno quattro incognite (Y_2 , U_2 , a_m , a_v) che possono essere trovate risolvendo le quattro equazioni sopra riportate; in particolare, combinando le equazioni (1) e (2), per eliminare la velocità U_2 e si ottiene:

$$a_m = U_1 - \sqrt{gY_2} \sqrt{\frac{Y_1 + Y_2}{2Y_1}} \quad (5)$$

Analogamente combinando le equazioni (3) e (4) si ottiene:

$$a_v = U_0 - \sqrt{gY_2} \sqrt{\frac{Y_0 + Y_2}{2Y_0}} \quad (6)$$

Il sistema composto dalle equazioni (1), (2), (3) e (4), o meglio, il sistema composto dalle equazioni (1), (3), (5) e (6) può essere risolto tramite procedimento iterativo, come illustrato in Appendice: Soluzione iterativa del modello di doppia onda.

Per una risoluzione analitica delle onde di espansione il metodo più adatto sarebbe il metodo delle caratteristiche, ma questo risulta essere complesso; una descrizione comunque piuttosto accurata delle onde a fronte espanso si può ottenere anche dal bilancio della quantità di moto, stimando poi le celerità della testa e del piede di queste onde e assumendo che tra la testa e il piede il tirante vari linearmente.

In particolare, con riferimento alle configurazioni di tipo B e D, la celerità della testa e del piede dell'onda di monte sono, rispettivamente, $a_{m1} = U_1 - \sqrt{gY_1}$ e $a_{m2} = U_2 - \sqrt{gY_2}$; per le configurazioni di tipo C e D la celerità della testa e del piede dell'onda di valle sono, invece, $a_{v1} = U_0 - \sqrt{gY_0}$ e $a_{v2} = U_2 - \sqrt{gY_2}$.

Per poter identificare il dominio di esistenza delle quattro diverse configurazioni, si considera il numero di Froude, $\tilde{F}_1 = \tilde{U}_1/\sqrt{gY_1}$, che dovrebbe possedere la corrente rapida in ingresso affinché si formi un'onda singola, anziché doppia; quindi, confrontiamo \tilde{F}_1 con il numero di Froude effettivo della corrente rapida in arrivo da monte, F_1 , e in base a questo possiamo prevedere quale delle quattro configurazioni di Figura 2 si svilupperà.

Considerando sempre il caso di una corrente preesistente, con velocità U_0 e tirante Y_0 e una corrente supercritica che si immette a monte con velocità \tilde{U}_1 e tirante Y_1 ; nel moto relativo rispetto all'unica onda che per ipotesi si sviluppa, si effettua il bilancio di massa e il bilancio di quantità di moto:

$$(\tilde{U}_1 - a)Y_1 = (U_0 - a)Y_0 \quad (7)$$

$$\frac{Y_1^2}{2} + (\tilde{U}_1 - a)^2 \frac{Y_1}{g} = \frac{Y_0^2}{2} + (U_0 - a)^2 \frac{Y_0}{g} \quad (8)$$

Come già fatto per le equazioni (5) e (6), si combinano le equazioni (7) e (8) per trovare un'espressione per la celerità a :

$$a = U_0 \pm \sqrt{gY_0} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{Y_1^2}{Y_0^2} + \frac{Y_1}{Y_0} \right)} \quad (9)$$

Sostituendo l'espressione (9) per la celerità a nell'equazione del bilancio di massa (7) si ottiene:

$$\tilde{F}_1 \sqrt{\frac{Y_1}{Y_0}} = F_0 \pm \left(1 - \frac{Y_0}{Y_1}\right) \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{Y_1^2}{Y_0^2} + \frac{Y_1}{Y_0}\right)} \quad (10)$$

Ponendo $\mu = \frac{Y_0}{Y_1}$ e $\Delta F = (1 - \mu) \sqrt{\left(\frac{1}{\mu} + 1\right) / 2}$, si può riscrivere la (10) nella seguente forma

$$\tilde{F}_1 = F_0 \sqrt{\mu} \pm \Delta F \quad (11)$$

Procedendo con il confronto tra i numeri di Froude \tilde{F}_1 e F_1 , si osserva che sono quattro le possibilità che possono nascere poiché, come mostrato nella (11), il numero di Froude della corrente di monte può assumere due valori, a seconda che si sommino o si sottraggano i due fattori dell'equazione. Di seguito si riporta come vengono identificate le quattro configurazioni della Figura 2:

Tipo A	se	$F_1 > F_0 \sqrt{\mu} + \Delta F$	e	$F_1 > F_0 \sqrt{\mu} - \Delta F$
Tipo B	se	$F_1 < F_0 \sqrt{\mu} + \Delta F$	e	$F_1 > F_0 \sqrt{\mu} - \Delta F$
Tipo C	se	$F_1 > F_0 \sqrt{\mu} + \Delta F$	e	$F_1 < F_0 \sqrt{\mu} - \Delta F$
Tipo D	se	$F_1 < F_0 \sqrt{\mu} + \Delta F$	e	$F_1 < F_0 \sqrt{\mu} - \Delta F$

(12)

In Figura 3 si mostra il campo di esistenza di ciascuna configurazione:

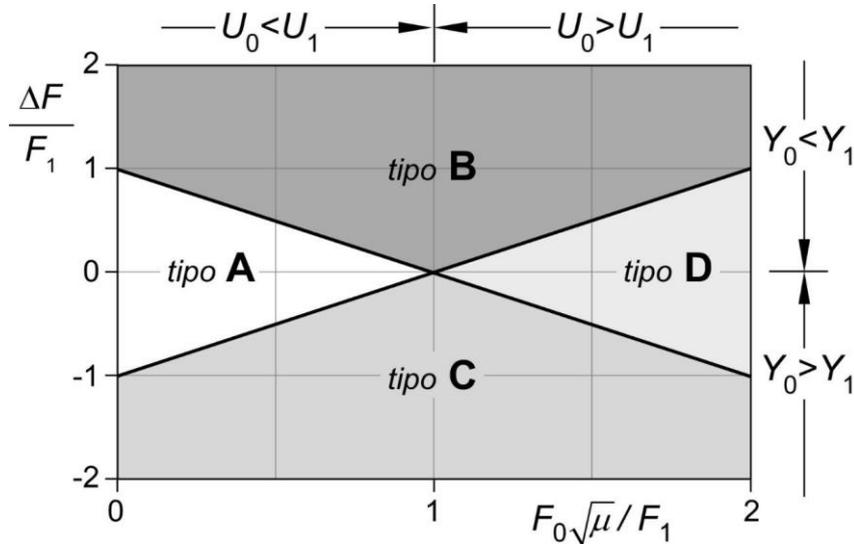


Figura 3: Campo di esistenza dei tipi di configurazioni possibili: tipo A, tipo B, tipo C, tipo D.

I fronti ondosi sono quindi controllati dalle condizioni presenti nelle relazioni sopra riportate; in particolare i fronti d'onda di monte dipendono dalla condizione $F_1 \leq F_0\sqrt{\mu} + \Delta F$ e quelli di valle da $F_1 \leq F_0\sqrt{\mu} - \Delta F$.

Diversamente dal criterio proposto da Montuori (1968), quello attuale semplifica il procedimento, in quanto basato solo sulle condizioni del moto indisturbato (Y_0 e U_0) e da quelle relative alla corrente rapida imposta monte (Y_1 e U_1), e non includono esplicitamente il campo di moto intermedio (Y_2 e F_2), che dipende dalla soluzione del modello.

È rilevante osservare che, quando l'onda di monte è di espansione, come per le configurazioni B e D, entrambe le onde viaggiano necessariamente verso valle; infatti, il fronte dell'onda a monte ha una celerità relativa alla testa dell'onda pari ad $a_{m1} = U_1 - \sqrt{gY_1} > 0$, dato che $F_1 = \frac{U_1}{\sqrt{gY_1}} > 1$. Al contrario, per le configurazioni A e C, l'onda a monte è di compressione e si muove verso valle se e solo se $a_m > 0$.

Tenendo conto di quanto riportato sopra, perché le due onde si propaghino verso valle, è necessario rispettare dei vincoli, perciò si pone $a_m = 0$ per poter ricavare una condizione limite sia dal punto di vista matematico, che grafico. Prima si esplicita la velocità U_2 dalla (1) e dalla (3), poi si uguagliano come riportato di seguito:

$$(U_1 - a_m) \frac{Y_1}{Y_2} + a_m = (U_0 - a_v) \frac{Y_0}{Y_2} + a_v \quad (13)$$

Sostituendo ora a_v data dall'equazione (6) e $a_m = 0$, si ottiene:

$$U_1^* \frac{Y_1}{Y_2} = U_0 + \sqrt{gY_2} \left(1 - \frac{Y_0}{Y_2}\right) \sqrt{\frac{Y_0 + Y_2}{2Y_0}} \quad (14)$$

Dove U_1^* è la velocità riferita alla condizione in cui sia $a_m = 0$, questa si può ricavare dalla (5), ponendo $U_1^* = U_1$:

$$U_1^* = \sqrt{gY_2} \sqrt{\frac{Y_1 + Y_2}{2Y_1}} \quad (15)$$

Si ottiene così un sistema costituito dalle due equazioni (14) e (15), dove le incognite sono Y_2 e U_1^* , mentre i valori U_0 e Y_0 sono quelli noti della corrente preesistente e Y_1 è dato dalla profondità della corrente che si immette istantaneamente a monte.

Dalla risoluzione del sistema si ricava il vincolo per cui si ottiene una configurazione a doppia onda; nello specifico si può ricavare U_1^* , che è il minimo valore di velocità per cui accada ciò. Da questo si calcola poi il numero di Froude limite; a questo scopo si pone $\theta = Y_2/Y_1$ e $\mu = Y_0/Y_1$, e dopo aver sostituito questi parametri nelle equazioni (14) e (15) del sistema, si ricava:

$$\sqrt{\mu(\theta + 1)} = F_0\mu\sqrt{2\theta} + (\theta - \eta)\sqrt{\mu + \theta} \quad (16)$$

Dalla (16) si trova il parametro θ ed infine il numero di Froude F_1^* :

$$F_1^* = \sqrt{\theta} \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \theta)} \quad (17)$$

In conclusione, se $F_1 > F_1^*$ allora le configurazioni a doppia onda di tipo A e di tipo C, in Figura 3, possono formarsi ed entrambe le onde si muoveranno da monte verso valle; se invece $1 < F_1 < F_1^*$ allora queste configurazioni non saranno possibili, l'onda di monte non riuscirà a propagarsi, ma rimarrà ferma nella sezione di monte e una sola onda si propagherà verso valle.

2.2 Caso in cui l'onda di monte non si propaga

Quando $1 < F_1 < F_1^*$, il modello teorico prevederebbe $a_m < 0$, che non è una soluzione accettabile; tale caso, non considerato da Montuori, merita di essere esaminato e discusso. Infatti, in questo caso, l'onda a monte viene fermata dalla corrente supercritica in ingresso o dal dispositivo che genera la corrente supercritica a monte. Si vanno quindi ad aggiungere a quelle già studiate due nuove configurazioni che si classificano di tipo A e di tipo C rigurgitate; vengono riportate in Figura 4 ed indicate rispettivamente di tipo Aw e Cw.

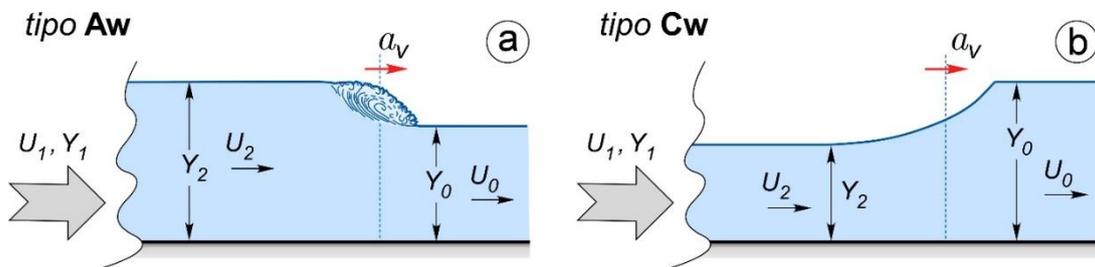


Figura 4. Configurazioni a fronte singolo di tipo Aw e di tipo Cw

Per inquadrare teoricamente queste due nuove configurazioni si parte considerando l'equazione (1) di bilancio di massa e non l'equazione (2) di conservazione della quantità di moto in quanto quest'ultima, per essere corretta, dovrebbe includere la forza responsabile dell'arresto dell'onda di monte. Nella (1) vale $a_m = 0$ e quindi si può scrivere $U_2 = U_1 Y_1 / Y_2$. Dopo aver sostituito questo nella (3) e nella (4) si ottiene:

$$\left(\frac{U_1 Y_1}{Y_2} - a_v \right) Y_2 = (U_0 - a_v) Y_0 \quad (18)$$

$$\frac{Y_2^2}{2} + \left(\frac{U_1 Y_1}{Y_2} - a_v \right)^2 \frac{Y_2}{g} = \frac{Y_0^2}{2} + (U_0 - a_v)^2 \frac{Y_0}{g} \quad (19)$$

Mettendo a sistema le due precedenti equazioni per eliminare il termine relativo alla celerità, si avrà:

$$Y_2 = Y_0 - \frac{U_0 Y_2 - U_1 Y_1}{\sqrt{g Y_2}} \sqrt{\frac{2 Y_0}{Y_2 + Y_0}} \quad (20)$$

Tale equazione può essere risolta iterativamente per ricavare il tirante Y_2 , per poi ottenere la velocità U_2 , dalla relazione $U_2 = U_1 Y_1 / Y_2$, e la celerità della sola onda che si propaga verso valle a_v .

A partire dalle considerazioni fatte nei Paragrafi 2.1 e 2.2, con riferimento al tipo di configurazione che può nascere dall'immissione di una corrente supercritica a monte di una corrente preesistente e le caratteristiche dell'onda doppia che così viene generata, tutte le equazioni ottenute sono state implementate in un foglio Excel, per avere una previsione teorica da confrontare i risultati delle indagini sperimentali.

2.3 Verifiche sperimentali disponibili

Come già anticipato, Montuori e Greco (1973) hanno effettuato una serie di esperimenti relativi allo studio della doppia onda generata da un flusso supercritico che si immette da monte in una corrente preesistente; si riportano di seguito le modalità utilizzate e i risultati ottenuti.

Per realizzare le diverse prove è stato utilizzato un canale a sezione rettangolare lungo complessivamente 18 m e largo 0,77 m; quando necessario è stata utilizzata una paratoia di valle per controllare la profondità del flusso Y_0 , mentre a circa metà della canaletta è stata posizionata una paratoia mobile, sfruttata per produrre il flusso supercritico, a monte della corrente indisturbata fluente a valle della paratoia, con tirante Y_1 e velocità U_1 . Sono state utilizzate anche immagini di una fotocamera fissa, in grado di scattare tre immagini al secondo, per controllare le misurazioni.

Partendo da diversi valori di portata in arrivo da monte, è stata opportunamente manovrata la paratoia mobile, alzandola e abbassandola, per generare un flusso supercritico a monte.

Complessivamente sono state realizzate 28 prove, riassunte in Tabella 1.

In particolare, dalla prova 1 alla 4, partendo da una condizione di efflusso libero è stata abbassata istantaneamente la paratoia per ottenere una corrente supercritica con un valore del tirante inferiore a quello della corrente indisturbata; dalla prova 5 alla 19, a partire da condizioni di moto uniforme è stata abbassata istantaneamente la paratoia, fino ad un certo livello, per generare un efflusso libero; dalla prova 20 alla 22, partendo da condizioni di efflusso libero e da una certa apertura della paratoia, questa è stata sollevata istantaneamente per produrre un tirante Y_1 superiore a quello della corrente indisturbata, Y_0 ; infine nelle prove 27 e 28, partendo da condizioni di efflusso rigurgitato, la paratoia è stata alzata rapidamente per avere un efflusso libero.

Tabella 1 Prove sperimentali effettuate da Montuori e Greco (1973). I parametri misurati sono i seguenti; w_0 è l'apertura della paratoia iniziale; Y_A è il tirante misurato a monte della paratoia prima della manovra; Q_0 è la portata in arrivo da monte e q_0 è la portata specifica; Y_0 è il tirante di moto indisturbato; w_1 è l'apertura della paratoia finale Y_1 è il tirante della sezione di monte che si stabilisce quando viene immesso il flusso, in pratica il tirante in corrispondenza della sezione di vena contratta; Y_B è il tirante misurato dopo la manovra; Y_2 è il tirante nella sezione intermedia; a_m e a_v sono rispettivamente la celerità dell'onda di monte e la celerità dell'onda di valle.

RUN	TIPO	w_0 (m)	h_0 (m)	Q_0 (m ³ /s)	q_0 (m ² /s)	$h_v(Y_0)$ (m)	w_1 (m)	$h_m(Y_1)$ (m)	$h_{0,new}$ (m)	$h_i(Y_2)$ (m)	a_u (m/s)	a_d (m/s)
1	C	0,1	0,29	0,1	0,130	0,062	0,02	0,012	0,32	0,04	1,5	
2	C	0,1	0,29	0,1	0,130	0,062	0,04	0,025	0,305	0,045	1,42	
3	C	0,15	0,28	0,14	0,182	0,091	0,02	0,012	0,37	0,06	1,4	
4	C	0,15	0,28	0,14	0,182	0,093	0,04	0,025	0,33	0,065	1,45	
5	C			0,1	0,130	0,157	0,02	0,013	0,26	0,095	0,04	
6	C			0,1	0,130	0,157	0,04	0,025	0,245	0,115	0,15	
7	C			0,1	0,130	0,157	0,1	0,062	0,19	0,145	0,07	
8	C			0,12	0,156	0,174	0,02	0,013	0,3	0,105	0,05	
9	C			0,12	0,156	0,174	0,04	0,025	0,285	0,125	0,17	
10	C			0,12	0,156	0,174	0,1	0,062	0,23	0,155	0,12	
11	C			0,14	0,182	0,189	0,02	0,013	0,33	0,11	0,04	
12	C			0,14	0,182	0,189	0,04	0,025	0,31	0,135	0,18	
13	C			0,14	0,182	0,189	0,1	0,061	0,255	0,165	0,17	
14	C			0,16	0,208	0,2	0,02	0,013	0,355	0,115	0,06	
15	C			0,16	0,208	0,2	0,04	0,025	0,335	0,145	0,21	
16	C			0,16	0,208	0,2	0,1	0,06	0,285	0,175	0,19	
17	C			0,18	0,234	0,21	0,02	0,012	0,37	0,125	0,12	
18	C			0,18	0,234	0,21	0,04	0,025	0,35	0,15	0,3	
19	C			0,18	0,234	0,21	0,1	0,06	0,31	0,175	0,27	
20	B	0,019	0,57	0,0305	0,040	0,012	0,19	0,116	0,43	0,025		4
21	B	0,0095	0,57	0,0149	0,019	0,006	0,19	0,115	0,435	0,02		3,8
22	B	0,038	0,419	0,0505	0,066	0,024	0,19	0,115	0,31	0,035		3,6
27	A	0,0076	0,329	0,0085	0,011	0,1	0,0935	0,057	0,22	0,165	0,1	1,45
28	A	0,01	0,503	0,0126	0,016	0,122	0,0935	0,061	0,41	0,23	0,17	1,96

Le misurazioni effettuate presentano però delle incertezze dovute sia alla tipologia degli strumenti utilizzati, come ad esempio l'idrometro a punta, che alla modalità di calcolo della celerità, stimata andando semplicemente a cronometrare il tempo impiegato dall'onda a percorrere una certa distanza.

La celerità dei fronti d'onda diffusi non è stata misurata a causa della difficoltà nell'identificare un valore medio della velocità dell'onda, perché a differenza di quelle di compressione, il fronte delle onde di espansione non è netto; mentre, la velocità U_1 è stata stimata utilizzando le classiche relazioni che descrivono l'efflusso al di sotto di una paratoia sollevata a battente (Henderson, 1966; Rouse, 1946):

$$U_1 = q_1 / (c_c w_1)$$

$$C = c_{q1} w_1 \sqrt{2gY_B} \quad (21)$$

$$c_{q1} = \frac{c_c}{\sqrt{1 + \frac{c_c w_1}{Y_B}}}$$

dove q_1 è la portata per unità di larghezza; Y_B è il tirante misurato appena a monte della paratoia; w_1 è l'apertura della paratoia, dopo che quest'ultima è stata azionata; c_c è il coefficiente di contrazione, assunto dagli autori pari a 0.62.

In Figura 5 si mostrano i dati sperimentali inseriti nei rispettivi campi di esistenza delle possibili configurazioni.

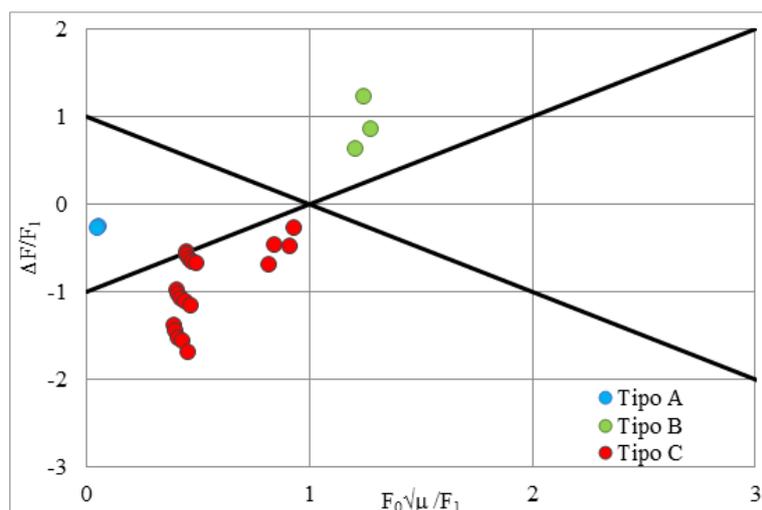


Figura 5: Condizioni sperimentali inserite nei rispettivi campi di esistenza delle varie configurazioni possibili

I dati raccolti da Montuori e Greco risultano tuttavia incompleti, infatti non sono stati effettuati esperimenti che producono la configurazione di tipo D, per la configurazione di tipo B si hanno punti solo per $U_0 > U_1$ e mentre per la configurazione di tipo C solo per $U_0 < U_1$ (vedi Figura 3).

Inoltre, si è notato come questi esperimenti presentino delle incongruenze teoriche; nello specifico, con riferimento alle prove 27 e 28, la teoria prevedrebbe che il moto indisturbato fosse caratterizzato da una velocità uniforme sulla verticale, mentre negli esperimenti si ha un efflusso inizialmente rigurgitato; per lo stesso motivo, il numero di Froude F_0 non può essere definito. Pertanto, questi esperimenti non dimostrano rigorosamente l'accuratezza del modello nel descrivere la configurazione di tipo A.

Queste limitazioni, in relazione alla copertura sperimentale del dominio di esistenza, sono determinate dal fatto che la sola manovra della paratoia non consente di ottenere tutte le combinazioni di velocità U_1 e tirante Y_1 necessarie per una verifica sufficientemente estesa. Infatti, per produrre configurazioni di tipo A sarebbe necessario un incremento di velocità da U_0 a U_1 con solo una modesta variazione di livello; analogamente per le configurazioni di tipo D dovrei avere una riduzione di velocità, sempre con una piccola variazione di livello e questo non è possibile da ottenere con una semplice manovra della paratoia. Per questo motivo si è

pensato di combinare le manovre della paratoia con quelle di un dispositivo, descritto nel successivo Capitolo 3, per ottenere una variazione di velocità, senza modificare il tirante.

3 La generazione delle onde mediante l'impiego di una paratoia

Nel seguente capitolo verranno approfondite le varie procedure sperimentali che sono state ideate al fine di verificare e completare i dati raccolti da Montuori e Greco e la teoria che sta alla base di esse.

A partire da quanto presente in letteratura, si è proceduto allo sviluppo di una soluzione teorica che fosse in grado di riprodurre le varie configurazioni di doppia onda e le due configurazioni di onda singola con efflusso rigurgitato, illustrate in precedenza.

La sola manovra di una paratoia mobile non è in grado di generare tutti i diversi tipi di configurazioni, per cui si è deciso di realizzare un dispositivo poroso, da accoppiare alla paratoia, la cui funzione è quella di introdurre una dissipazione localizzata di energia come verrà spiegato nel dettaglio nel Paragrafo 3.1; in particolare, mantenendo fissa la paratoia con una certa apertura se si inserisce tale dispositivo si ottiene una configurazione di tipo D, come mostrato in Figura 6, mentre se si estrae rapidamente il dispositivo si ottiene una configurazione di tipo A, come mostrato in Figura 7.

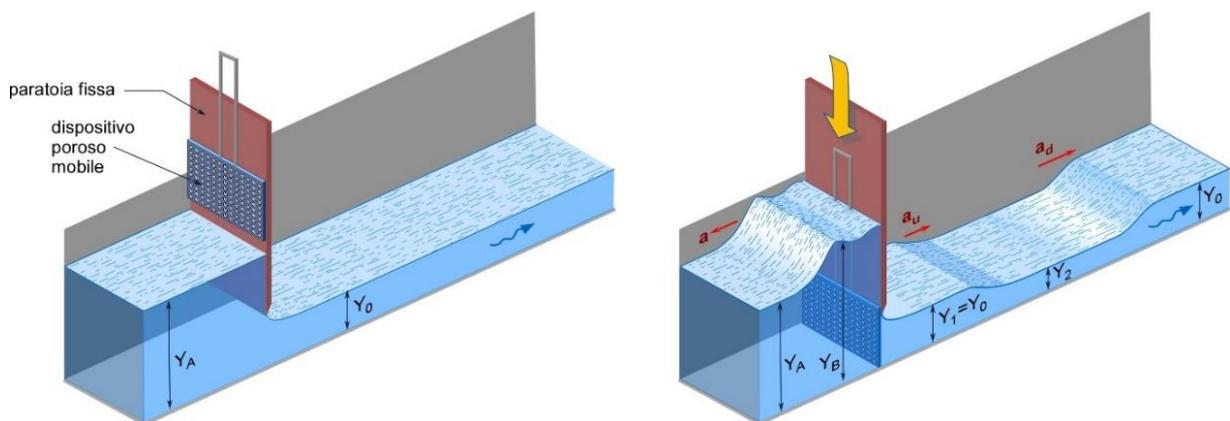


Figura 6: Rappresentazione delle condizioni iniziali e finali a seguito dell'inserimento del dispositivo poroso

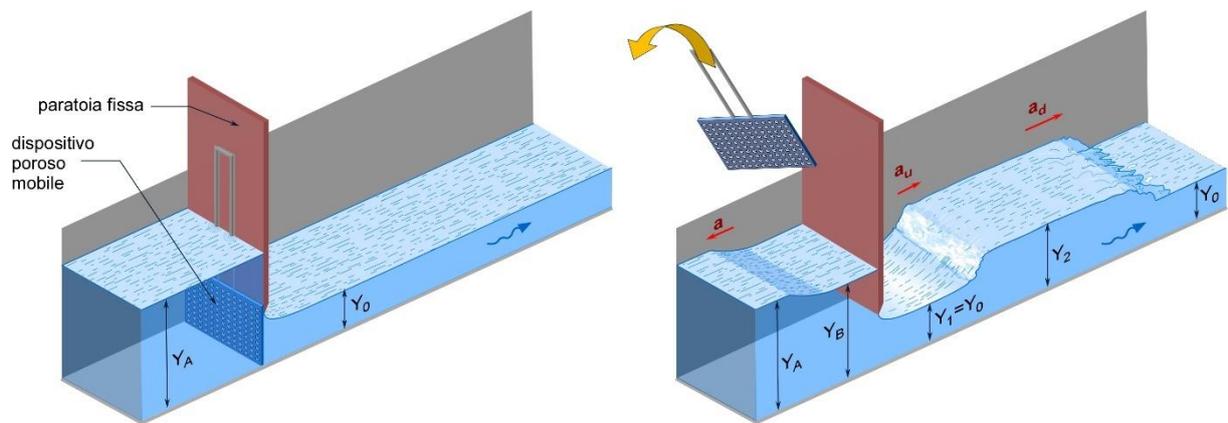


Figura 7: Rappresentazione delle condizioni iniziali e finali a seguito della rimozione del dispositivo poroso

3.1 Introduzione di una dissipazione localizzata

Come già anticipato alla fine del Capitolo 2, le configurazioni di tipo A e D, non possono essere riprodotte da una semplice manovra della paratoia, è stato quindi adottato un dispositivo che introduce una dissipazione di energia tra la sezione trasversale appena a monte della paratoia e quella immediatamente a valle; tale dissipazione di energia è prodotta da uno schermo mobile, poroso, che chiude l'apertura della paratoia, come mostrato in Figura 8. In questo modo se il dispositivo poroso viene rimosso si ha un aumento della velocità della corrente, senza far crescere il tirante e viceversa, se inserito si riduce la velocità senza modificare il tirante.

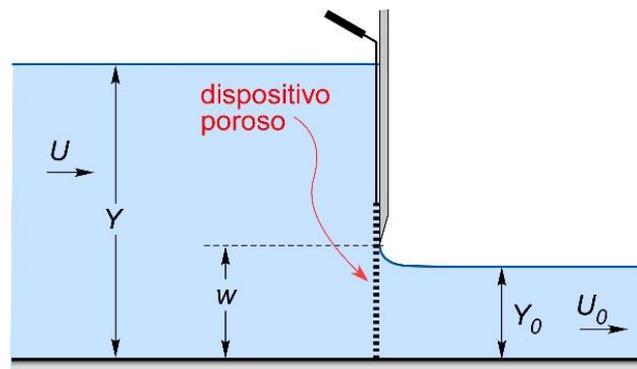


Figura 8: Rappresentazione dell'effetto dello schermo poroso inserito a monte della paratoia mobile

Si illustra di seguito, la soluzione teorica relativa all'introduzione di una dissipazione localizzata in corrispondenza della paratoia mobile. Ricordando che la portata specifica q_0 è costante, si consideri il bilancio di energia a cavallo della paratoia:

$$Y + \frac{q_0^2}{2gY^2} - \Delta E = wc_c + \frac{q_0^2}{2g(wc_c)^2} \quad (22)$$

dove: Y è il tirante a monte della paratoia, ΔE è la dissipazione di energia, w è l'apertura della paratoia e c_c è il coefficiente di contrazione.

La dissipazione di energia può essere calcolata in due modi differenti. Nel primo caso si può assumere che la perdita di energia sia proporzionale, mediante un coefficiente α , al dislivello tra le superfici libere a monte e a valle della paratoia:

$$\Delta E = \alpha(Y - wc_c) \quad (23)$$

In tal caso la legge di efflusso può essere scritta nella forma:

$$q_0 = c_q w \sqrt{2gY} \quad (24)$$

con il coefficiente di portata, c_q , pari a

$$c_q = \frac{c_c}{\sqrt{1 + \frac{wc_c}{Y}}} \sqrt{1 - \alpha} \quad (25)$$

Nel secondo caso si assume che la dissipazione di energia sia proporzionale al carico cinetico relativo alla vena contratta a valle della paratoia, secondo un coefficiente k :

$$\Delta E = k \frac{q_0^2}{2g(wc_c)^2} \quad (26)$$

In quest'altro caso, la legge di efflusso sarà sempre la (24), ma questa volta il coefficiente di portata sarà:

$$c_q = \frac{c_c}{\sqrt{\frac{k}{1 - wc_c/Y} + 1 + \frac{wc_c}{Y}}} \quad (27)$$

Confrontando i coefficienti di portata relativi alle due diverse ipotesi e andandoli ad uguagliare si ottiene:

$$\alpha = \frac{k}{1 + k - (wc_c/Y)^2} \quad (28)$$

Quando il rapporto wc_c/Y è piccolo rispetto all'unità, ovvero il carico cinetico a monte della paratoia è trascurabilmente piccolo se confrontato con quello della sezione di vena contratta, la precedente relazione si riduce a:

$$\alpha = \frac{k}{1 + k} \quad (29)$$

Le due formulazioni, pertanto, sono con buona approssimazione equivalenti e, per la maggiore semplicità, si preferisce esprimere la dissipazione localizzata mediante l'equazione (23); nel successivo Capitolo 4 (Paragrafo 4.2) sarà illustrata la calibrazione del coefficiente α .

3.2 Il caso di efflusso libero

Di seguito si riportano i diversi casi che possono essere realizzati, movimentando la singola paratoia mobile o accoppiando ad essa il dispositivo poroso, in condizioni di efflusso libero, riportando anche le equazioni che descrivono le conseguenze delle manovre.

In particolare, le procedure che vanno dalla 1 alla 4 fanno riferimento al solo impiego della paratoia, per questo motivo si possono ottenere dei risultati nelle stesse zone del dominio di esistenza già verificate da Montuori e Greco; le due successive procedure prevedono invece l'impiego del dispositivo poroso, in dettaglio nella procedura 5 si rimuove tale dispositivo e nella procedura 6 si inserisce.

In questo modo sarà possibile ampliare il set di dati disponibili per riempire le varie zone del dominio di esistenza, riuscendo a riprodurre anche configurazioni che mancano nei dati disponibili in letteratura.

3.2.1 Procedura 1: abbassamento della paratoia a partire da condizioni di efflusso libero

Si parte da una situazione in cui la paratoia ha un'apertura pari a w_0 e si ha una corrente rapida a valle con tirante Y_0 e velocità U_0 ; a monte della paratoia la corrente ha un tirante $Y_A > Y_0$ e una velocità $U_A < U_0$, ricordando che $q_0 = Y_0 \cdot U_0 = Y_A \cdot U_A$. Da questa condizione iniziale si abbassa la paratoia, riducendo la sua apertura al valore w_1 , come mostrato in Figura 9; per semplicità si assume sempre che il coefficiente di contrazione sia costante.

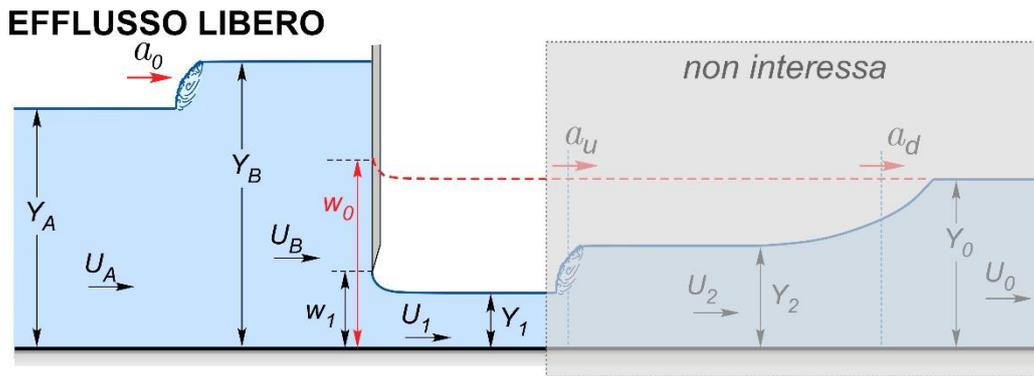


Figura 9: Rappresentazione dell'effetto dell'abbassamento di una paratoia in una corrente già esistente

Nel caso in cui, inizialmente, siano noti sia l'apertura della paratoia w_0 , che la portata fluente per unità di larghezza q_0 , per calcolare il tirante Y_A si deve risolvere l'equazione che descrive il bilancio di energia a cavallo della paratoia:

$$Y_A + \frac{q_0^2}{2gY_A^2} = w_0 c_c + \frac{q_0^2}{2g(w_0 c_c)^2} \quad (30)$$

Questa equazione può essere riscritta nella seguente forma:

$$Y_A = w_0 c_c + \frac{q_0^2}{2g} \left(\frac{1}{(w_0 c_c)^2} - \frac{1}{Y_A^2} \right) \quad (31)$$

Fissato inizialmente un valore per il tirante Y_A (si suggerisce di porre $\frac{1}{Y_A^2} = 0$) da inserire nel termine di destra, la (31) fornisce un valore per Y_A di migliore approssimazione; il procedimento iterativo prosegue quindi fino a convergenza.

Appena viene abbassata la paratoia, a monte parte un'onda positiva con celerità a_0 negativa; il livello cresce istantaneamente al valore Y_B e la velocità diventa U_B .

Prendendo un sistema di riferimento a cavallo di quest'onda, si procede con la scrittura delle equazioni del bilancio di massa e di quantità di moto:

$$(U_A - a_0)Y_A = (U_B - a_0)Y_B \quad (32)$$

$$\frac{Y_A^2}{2} + (U_A - a_0)^2 \frac{Y_A}{g} = \frac{Y_B^2}{2} + (U_B - a_0)^2 \frac{Y_B}{g} \quad (33)$$

dove le incognite sono Y_B , U_B e a_0 .

Si scrive poi la conservazione dell'energia a cavallo della paratoia:

$$Y_B + \frac{U_B^2}{2g} = w_1 c_c + \frac{U_1^2}{2g} \quad (34)$$

Ponendo la portata specifica $q_1 = Y_B \cdot U_B$, si riscrive la (32) come:

$$Y_B + \frac{q_1^2}{2gY_B^2} = w_1 c_c + \frac{q_1^2}{2g(w_1 c_c)^2} \quad (35)$$

Il sistema composto dalle equazioni (32), (33) e (35) consente di determinare le tre incognite, ma per comodità possono essere riscritte.

Posto $q_0 = Y_0 \cdot U_0 = Y_A \cdot U_A$, l'equazione di continuità (32) può essere scritta esplicitando la celerità a_0 come segue:

$$a_0 = \frac{Y_B U_B - q_0}{Y_B - Y_A} \quad (36)$$

L'equazione (33) diventa quindi:

$$Y_B = Y_A + (U_A - U_B) \sqrt{\frac{2Y_B Y_A}{g(Y_B + Y_A)}} \quad (37)$$

È inoltre possibile riscrivere l'equazione (35) nel seguente modo:

$$U_B = w_1 c_c \sqrt{\frac{2g}{Y_B + w_1 c_c}} \quad (38)$$

Per la soluzione delle equazioni (37) e (38) si applica un procedimento iterativo; fissato inizialmente un valore per il tirante Y_B (si suggerisce di porre $Y_B = Y_A$), mediante la (38) si determina un valore di prima approssimazione per U_B che, inserito nella (37) consente di calcolare un valore di migliore approssimazione per Y_B ; si prosegue fino a convergenza. Determinati così i valori per Y_B e U_B , mediante la (36) è possibile calcolare la celerità a_0 . Con questa procedura è possibile produrre un'onda doppia avente configurazione di tipo C.

Esempio. Consideriamo una condizione iniziale con $q_0 = 0.05 \text{ m}^2/\text{s}$, $w_0 = 0.06 \text{ m}$ e $Y_0 = w_0 c_c = 0.037 \text{ m}$, avendo assunto $c_c = 0.61$. Il numero di Froude della corrente indisturbata vale quindi $F_0 = 2.28$. Utilizzando l'equazione (31), si trova l'altezza a monte della paratoia pari a $Y_A = 0.12 \text{ m}$. Se, a partire da queste condizioni, si riduce l'apertura della paratoia al valore w_1 , la soluzione delle equazioni (36), (37) e (38) fornisce i valori riportati nella tabella che segue. È da osservare che $F_0 \sqrt{\mu}/F_1$ risulta sempre inferiore all'unità.

w_1 (m)	Y_B (m)	U_B (m/s)	a_0 (m/s)	q_1 (m ² /s)	Y_1 (m)	U_1 (m/s)	F_1	μ	$F_0 \sqrt{\mu}/F_1$	$\Delta F/F_1$	tipo
0.04	0.14	0.27	-0.8	0.037	0.024	1.53	3.12	1.5	0.90	-0.15	C
0.02	0.16	0.13	-0.9	0.021	0.012	1.68	4.87	3.0	0.81	-0.34	C
0.01	0.16	0.07	-0.96	0.011	0.006	1.76	7.20	6.0	0.78	-0.53	C

3.2.2 Procedura 2: inserimento della paratoia in una corrente a moto uniforme

Si parte da condizioni di moto uniforme, con tirante Y_0 e velocità U_0 , e si inserisce istantaneamente la paratoia mobile, lasciando un'apertura finale pari a w_1 , come mostrato in Figura 10; inoltre, per semplicità si assume costante il coefficiente di contrazione c_c . Per comodità, il tirante e la velocità a monte della sezione in cui viene abbassata la paratoia saranno indicati con Y_A e U_A , ma risultano ovviamente uguali a Y_0 e U_0 .

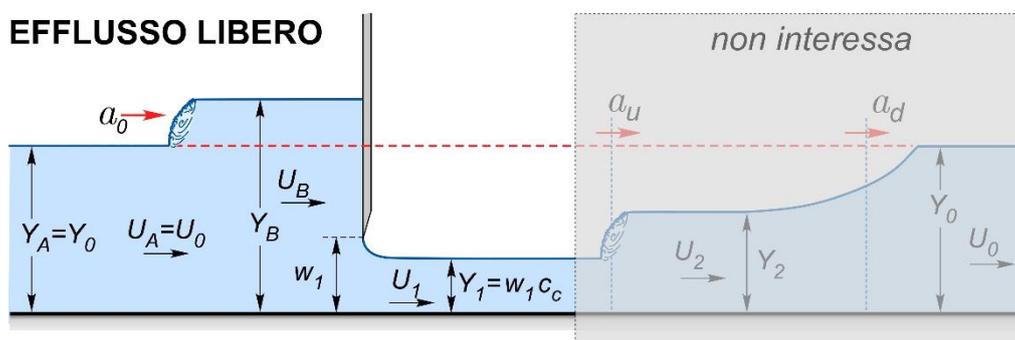


Figura 10: Rappresentazione dell'effetto dell'inserimento di una paratoia in una corrente a moto uniforme

Dopo aver inserito la paratoia, a monte parte un'onda positiva con celerità a_0 negativa, il tirante cresce istantaneamente al valore Y_B e la velocità diventa U_B .

Per un osservatore che si muove con quest'onda, le equazioni del bilancio di massa e di quantità di moto che si scrivono a cavallo dell'onda coincidono con le equazioni (32) e (33) (32), mentre la conservazione dell'energia a cavallo della paratoia è ancora espressa dall'equazione (34). Nel complesso, quindi, la soluzione vista per il caso del Paragrafo 3.2.1 è valida anche per questo.

Anche con questa procedura è possibile produrre solo un'onda doppia avente configurazione di tipo C o al più, come vedremo, un'onda singola di tipo Cw.

Esempio. Consideriamo una condizione iniziale di moto uniforme con $q_0 = 0.08 \text{ m}^2/\text{s}$, e $Y_0 = 0.08 \text{ m}$; il numero di Froude della corrente indisturbata vale quindi $F_0 = 1.13$. Se, a partire da queste condizioni, si introduce istantaneamente la paratoia fissando l'apertura della stessa al valore

w_1 , la soluzione del sistema composto dalle equazioni (32), (33) e (35) fornisce i valori riportati nella tabella che segue.

w_1 (m)	Y_B (m)	U_B (m/s)	a_0 (m/s)	q_1 (m ² /s)	Y_1 (m)	U_1 (m/s)	F_1	μ	$F_0\sqrt{\mu}/F_1$	$\Delta F/F_1$	tipo
0.04	0.16	0.253	-0.52	0.040	0.024	1.64	3.35	3.3	0.61	-0.55	C
0.02	0.17	0.126	-0.63	0.022	0.012	1.78	5.14	6.6	0.56	-0.82	C
0.01	0.18	0.063	-0.69	0.011	0.006	1.85	7.55	13.1	0.54	-1.18	C

È da osservare che, nelle condizioni iniziali qui fissate, il termine $F_0\sqrt{\mu}/F_1$ risulta sempre inferiore all'unità. Tuttavia, scegliendo condizioni iniziali opportune, come nell'esempio riportato di seguito, è possibile realizzare esperimenti nei quali il termine $F_0\sqrt{\mu}/F_1$ risulta, anche se di poco, superiore all'unità.

Esempio. Consideriamo una condizione iniziale di moto uniforme con $q_0=0.125$ m²/s, e $Y_0=0.05$ m; il numero di Froude della corrente indisturbata vale quindi $F_0=3.57$. Se, a partire da queste condizioni, si introduce istantaneamente la paratoia fissando l'apertura della stessa al valore w_1 , la soluzione del sistema composto dalle equazioni (32), (33) e (35) fornisce i valori riportati nella tabella che segue.

w_1 (m)	Y_B (m)	U_B (m/s)	a_0 (m/s)	q_1 (m ² /s)	Y_1 (m)	U_1 (m/s)	F_1	μ	$F_0\sqrt{\mu}/F_1$	$\Delta F/F_1$	tipo
0.04	0.26	0.20	-0.34	0.053	0.024	2.17	4.44	2.0	1.15	-0.20	C
0.02	0.27	0.10	-0.44	0.028	0.012	2.26	6.54	4.1	1.10	-0.37	C
0.01	0.28	0.05	-0.49	0.014	0.006	2.31	9.44	8.2	1.08	-0.57	C

Si può notare come, a seguito della manovra, si generi un brusco incremento del livello a monte della paratoia, di conseguenza la distribuzione della pressione verticale non può essere considerata idrostatica; perciò, questo tipo di manovra non si presta bene ad essere impiegata negli esperimenti.

3.2.3 Procedura 3: sollevamento di una paratoia mantenendo condizioni di efflusso libero

Si parte da una condizione analoga a quella descritta nel paragrafo 3.2.2, ma questa volta la paratoia viene sollevata, incrementando la sua apertura al valore w_1 , come mostrato in Figura 11; per semplicità si assume il coefficiente di contrazione sia costante. Essendo noti i valori iniziali dell'apertura della paratoia w_0 e della portata specifica q_0 , è possibile determinare il tirante Y_A utilizzando il procedimento iterativo, descritto in precedenza, che si basa sull'equazione (31).

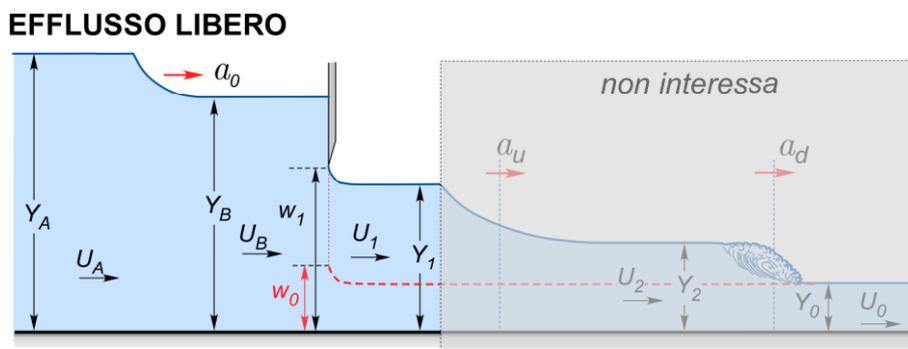


Figura 11: Rappresentazione dell'effetto del sollevamento di una paratoia già presente in una corrente

Una volta sollevata la paratoia, a monte di essa parte un'onda negativa con celerità a_0 negativa, il tirante si riduce istantaneamente al valore Y_B e la velocità diventa U_B .

Per un osservatore che si muove con quest'onda, le equazioni del bilancio di massa e di quantità di moto che si scrivono a cavallo dell'onda coincidono con le equazioni (32) e (33), mentre la conservazione dell'energia a cavallo della paratoia è ancora espressa dall'equazione (34). Nel complesso, quindi, la soluzione vista per il caso del Paragrafo 3.2.1 è valida anche per questo.

Con questa procedura è possibile produrre solo un'onda doppia avente configurazione di tipo B.

Esempio. Consideriamo una condizione iniziale di moto uniforme con $q_0=0.045 \text{ m}^2/\text{s}$, e $w_0=0.03 \text{ m}$; il numero di Froude della corrente indisturbata vale quindi $F_0=5.80$. Se, a partire da queste condizioni, si solleva istantaneamente la paratoia fissando l'apertura della stessa al valore w_1 , si può determinare il tirante $Y_A = 0.33 \text{ m}$ seguendo il procedimento iterativo, basato sull'equazione (31), la soluzione del sistema composto dalle equazioni (32), (33) e (35) fornisce i valori riportati nella tabella che segue.

w_1 (m)	Y_B (m)	U_B (m/s)	a_0 (m/s)	q_1 (m^2/s)	Y_1 (m)	U_1 (m/s)	F_1	μ	$F_0\sqrt{\mu/F_1}$	$\Delta F/F_1$	tipo
0.09	0.28	0.42	-1.44	0.12	0.05	2.12	2.90	0.33	1.16	0.33	B
0.12	0.25	0.57	-1.34	0.14	0.07	1.96	2.31	0.25	1.26	0.51	B
0.14	0.24	0.67	-1.28	0.16	0.09	1.85	2.02	0.21	1.33	0.65	B

3.2.4 Procedura 4: attivazione istantanea del flusso

Si parte da una condizione di paratoia chiusa, con tirante Y_0 a valle e Y_A a monte e velocità nulle ($U_A = U_0 = 0$); si procede poi sollevando la paratoia portando la sua apertura al valore w_1 , come illustrato in Figura 12.

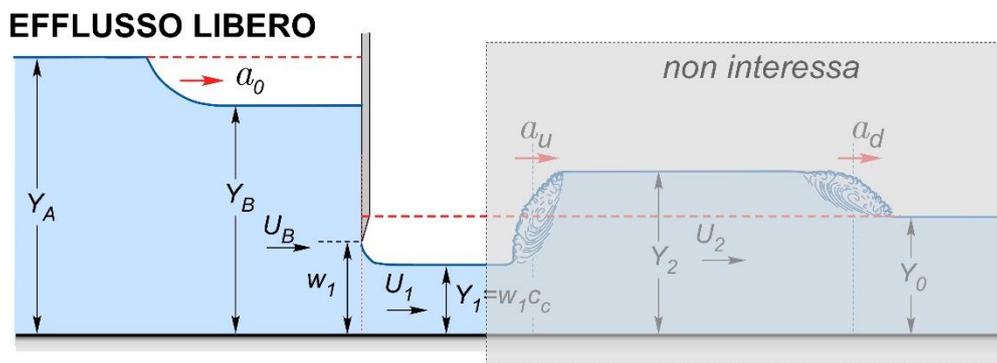


Figura 12: Rappresentazione dell'attivazione istantanea di efflusso.

Sollevata la paratoia parte un'onda negativa con celerità a_0 negativa, il tirante si riduce istantaneamente al valore Y_B e la velocità diventa U_B . Anche in questo caso le equazioni che descrivono il bilancio di massa e di quantità di moto e di conservazione dell'energia, sono le stesse dei casi precedenti; quindi, nel complesso la soluzione vista nel paragrafo 3.2.1 resta valida.

Con questa procedura è possibile produrre un'onda doppia avente configurazione di tipo A.

Esempio. Consideriamo una condizione iniziale di paratoia chiusa, con $Y_A = 0.25$ m e $Y_0 = 0.03$ m; se, a partire da queste condizioni, si solleva istantaneamente la paratoia fissando l'apertura della stessa al valore w_1 , la soluzione del sistema composto dalle equazioni (32), (33) e (35) fornisce i valori riportati nella tabella che segue.

w_1 (m)	Y_B (m)	U_B (m/s)	a_0 (m/s)	q_1 (m ² /s)	Y_1 (m)	U_1 (m/s)	F_1	μ	$F_0\sqrt{\mu}/F_1$	$\Delta F/F_1$	tipo
0,02	0,28	0,10	-1,64	0,03	0,01	2,31	6,67	4,92	0,00	-0,46	A
0,04	0,27	0,20	-1,57	0,05	0,02	2,19	4,47	2,46	0,00	-0,27	A
0,05	0,26	0,25	-1,53	0,06	0,03	2,13	3,89	1,97	0,00	-0,22	A

3.2.5 Procedura 5: Rimozione istantanea del dispositivo poroso

Si parte da una condizione di efflusso libero al di sotto della paratoia, la cui apertura vale w_0 , ed è inserito il dispositivo poroso, in modo tale che la corrente indisturbata di valle sia rapida e in moto uniforme con tirante Y_0 e velocità U_0 ; da questa condizione iniziale si rimuove il dispositivo poroso, come mostrato in Figura 13; per semplicità si assume sempre che il coefficiente di contrazione sia costante.

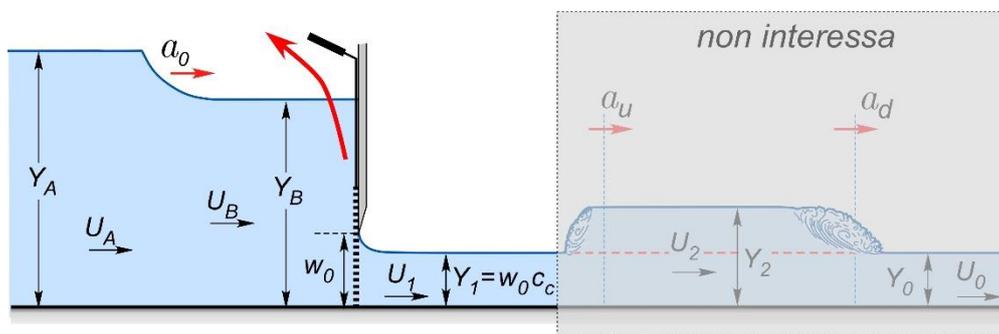


Figura 13: Rappresentazione dell'effetto della rimozione del dispositivo poroso

Nel caso in cui, inizialmente, siano noti sia l'apertura della paratoia w_0 che la portata fluente per unità di larghezza q_0 , per calcolare il tirante Y_A si deve risolvere l'equazione che descrive il bilancio di energia a cavallo della paratoia:

$$Y_A + \frac{q_0^2}{2gY_A^2} \pm \Delta E = w_0 c_c + \frac{q_0^2}{2g(w_0 c_c)^2} \quad (39)$$

dove ΔE è la dissipazione localizzata di energia, prodotta dal dispositivo poroso

Assumendo che possa essere descritta dalla relazione $\Delta E = \alpha(Y_A - w_0 c_c)$, con α un opportuno coefficiente da determinare mediante calibrazione (come già anticipato nel paragrafo 3.2.1), l'equazione può essere riscritta nella seguente forma:

$$Y_A = w_0 c_c + \frac{q_0^2}{2g} \left(\frac{1}{(w_0 c_c)^2} - \frac{1}{Y_A^2} \right) \mp \alpha (Y_A - w_0 c_c) \quad (40)$$

Inizialmente, si suggerisce di porre $\frac{1}{Y_A^2} = 0$ e $\alpha(Y_A - w_0 c_c) = 0$ da inserire nel termine di destra dell'equazione (40) che così consente di determinare un valore per Y_A di migliore approssimazione; il procedimento iterativo prosegue quindi fino a convergenza. Una volta determinato il tirante Y_A si calcola la velocità $U_A = q_0/Y_A$.

Una volta rimosso il dispositivo poroso, a monte di essa parte un'onda negativa con celerità a_0 negativa, il tirante si riduce istantaneamente al valore Y_B e la velocità diventa U_B .

Per un osservatore che si muove con quest'onda, le equazioni del bilancio di massa e di quantità di moto che si scrivono a cavallo dell'onda coincidono con le equazioni (32) e (33), mentre la conservazione dell'energia a cavallo della paratoia è espressa dall'equazione:

$$Y_B + \frac{U_B^2}{2g} = w_0 c_c + \frac{U_1^2}{2g} \quad (41)$$

Che coincide con l'equazione (34) a patto di porre, nella (34) $w_0 = w_1$. Nel complesso, quindi, il procedimento per ottenere la soluzione visto nel Paragrafo 3.2.1 è valido anche per questo caso.

Con questa procedura è possibile produrre un'onda doppia avente configurazione di tipo A.

Esempio. Consideriamo una condizione iniziale con $q_0=0.057 \text{ m}^2/\text{s}$, $w_0=0.07 \text{ m}$, $Y_0 = w_0 c_c = 0.0427 \text{ m}$, avendo assunto $c_c=0.61$, e $\alpha_0=0.6$ (vedi capitolo 4.2). Il numero di Froude della corrente indisturbata vale quindi $F_0=2.05$. Utilizzando l'equazione (40), si trova l'altezza a monte della paratoia pari a $Y_A=0.26 \text{ m}$. Se, a partire da queste condizioni, si rimuove il dispositivo poroso, la soluzione del sistema di equazioni (32), (33) e (41) mostra che a valle

della paratoia il tirante sarà ovviamente $Y_0 = Y_1 = 0.0427$ m, la portata aumenta a $q_1 = 0.085$ m²/s, la velocità è $U_1 = 1.99$ m/s e il numero di Froude è $F_1 = 3.08$; a monte della paratoia si trova che il tirante si riduce a $Y_B = 0.24$ m e la velocità a $U_B = 0.356$ m/s. In definitiva i tre parametri per cui la configurazione che si sviluppa, come previsto, è di tipo A, risultano pari a $\mu = 1$, $F_0 \sqrt{\mu}/F_1 = 0.67$ e $\Delta F/F_1 = 0$.

3.2.6 Procedura 6: Inserimento del dispositivo poroso

Si parte da una condizione di efflusso libero al di sotto della paratoia, la cui apertura vale w_0 , in modo che la corrente indisturbata di valle sia rapida e in moto uniforme con tirante Y_0 e velocità U_0 ; a partire da queste condizioni iniziali si inserisce istantaneamente il dispositivo poroso, come mostrato in Figura 14.

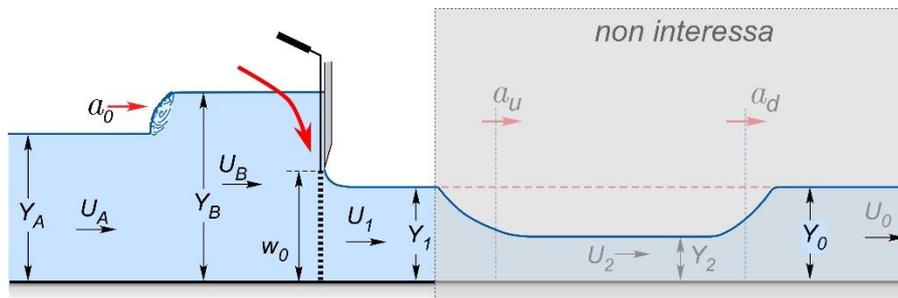


Figura 14: Rappresentazione dell'effetto dell'inserimento del dispositivo poroso

Anche in questo caso, inizialmente sono noti l'apertura w_0 e la portata fluente per unità di larghezza q_0 , per cui è possibile determinare l'altezza Y_A utilizzando il procedimento iterativo visto in precedenza che si basa sull'equazione (31).

Subito dopo aver inserito il dispositivo poroso, a monte parte un'onda positiva con celerità a_0 negativa; il livello cresce istantaneamente al valore Y_B e la velocità diventa U_B .

Prendendo un sistema di riferimento a cavallo di quest'onda, le equazioni del bilancio della massa e di quantità di moto coincidono rispettivamente con la (32) e la (33); si scrive poi la conservazione dell'energia a cavallo della paratoia:

$$Y_B + \frac{U_B^2}{2g} - \Delta E = w_1 c_c + \frac{U_1^2}{2g} \quad (42)$$

dove ΔE è la dissipazione localizzata di energia prodotta dal dispositivo poroso; anche in questo caso, nel calcolo, si assume, per semplicità, un coefficiente di contrazione costante.

Posto $q_1 = Y_B \cdot U_B$, e assumendo di poter esprimere la dissipazione localizzata mediante la relazione $\Delta E = \alpha(Y_B - w_0 c_c)$, con α un opportuno coefficiente da determinare mediante calibrazione (come già anticipato nel paragrafo 3.2.1), la (42) diventa:

$$Y_B + \frac{q_1^2}{2gY_B^2} - \alpha(Y_B - w_0 c_c) = w_0 c_c + \frac{q_1^2}{2g(w_0 c_c)^2} \quad (43)$$

La precedente equazione può essere riscritta nella seguente forma:

$$U_B = w_0 c_c \sqrt{\frac{2g(1 - \alpha)}{Y_B + w_0 c_c}} \quad (44)$$

In questo modo, considerando un sistema costituito dalle equazioni (36), (37) e (44) è possibile determinare le tre incognite Y_B , U_B e α_0 .

Per la soluzione del suddetto sistema si può procedere iterativamente come descritto di seguito.

Fissato inizialmente un valore per il tirante Y_B (si suggerisce di porre $Y_B = Y_A$), mediante la (44) si determina un valore di prima approssimazione per U_B che, inserito nella (37) consente di

calcolare un valore di migliore approssimazione per Y_B . Ovviamente il procedimento iterativo prosegue fino a convergenza; determinati così i valori per Y_B e U_B , mediante la (36) è possibile calcolare la celerità a_0 .

Con questa procedura è possibile produrre un'onda doppia avente configurazione di tipo D.

Esempio. Consideriamo una condizione iniziale con $q_0 = 0.06 \text{ m}^2/\text{s}$, $w_0 = 0.06 \text{ m}$ e $Y_0 = w_0 c_c = 0.0366 \text{ m}$, avendo assunto $c_c = 0.61$. Il numero di Froude della corrente indisturbata vale quindi $F_0 = 2.74$. Utilizzando l'equazione (31) (40), si trova l'altezza a monte della paratoia pari a $Y_A = 0.167 \text{ m}$. Se, a partire da queste condizioni, si inserisce il dispositivo poroso, $\alpha = 0.6$ (vedi capitolo 4.2); la soluzione delle equazioni (36), (37) e (44) mostra che a valle della paratoia il tirante sarà ovviamente $Y_0 = Y_1 = 0.0366 \text{ m}$, la portata diminuisce a $q_1 = 0.0404 \text{ m}^2/\text{s}$, la velocità è $U_1 = 1.104 \text{ m/s}$ e il numero di Froude è $F_1 = 1.84$; a monte della paratoia si trova che il tirante aumenta a $Y_B = 0.186 \text{ m}$ e la velocità a $U_B = 0.217 \text{ m/s}$. In definitiva i tre parametri per cui la configurazione che si sviluppa, come previsto, è di tipo D, risultano pari a $\mu = 1$, $F_0 \sqrt{\mu}/F_1 = 1.48$ e $\Delta F/F_1 = 0$.

3.2.7 Combinazioni delle varie procedure

Per ottenere le quattro di configurazioni di doppia onda sono state pensate anche varie procedure che combinano la manovra della paratoia con una manovra del dispositivo poroso, assumendo di essere in grado di manovrare la paratoia mobile per produrre un'apertura sia maggiore, che minore di quella iniziale. Si riporta ora un sistema generale di equazioni valido per le diverse combinazioni di procedure che verranno riportate di seguito.

Per ogni procedura deve essere stimato preliminarmente il tirante Y_A con l'equazione (31), se inizialmente non è presente il dispositivo poroso, o con l'equazione (40) se è già presente.

Non appena la paratoia e il dispositivo poroso vengono manovrati, contemporaneamente, parte un'onda a monte con celerità a_0 negativa e il livello si modifica quasi istantaneamente portandosi al valore Y_B , mentre la velocità diventa U_B .

Per un osservatore che si muove con quest'onda, la continuità e la conservazione della quantità di moto sono descritti dalle equazioni (32) e (33), nelle variabili incognite a_0 , Y_B e U_B ; mentre la conservazione dell'energia a cavallo della paratoia, in generale, si scrive:

$$Y_B + \frac{U_B^2}{2g} - \alpha(Y_B - w_1 c_c) = w_1 c_c + \frac{U_1^2}{2g} \quad (45)$$

con $\alpha=0$ se il dispositivo viene rimosso.

Posto $q_1 = Y_B \cdot U_B$, la precedente equazione si riscrive come:

$$Y_B + \frac{q_1^2}{2gY_B^2} - \alpha(Y_B - w_1 c_c) = w_1 c_c + \frac{q_1^2}{2g(w_1 c_c)^2} \quad (46)$$

Il sistema composto dalle equazioni (32), (33) e (46) consente di determinare le tre incognite.

Nota la portata $q_0 = Y_0 \cdot U_0 = Y_A \cdot U_A$, l'equazione (32) diventa la (36), mentre l'equazione (33) diventa la (37); essendo $U_B = q_1/Y_B$, è possibile riscrivere l'equazione (46) nella seguente forma:

$$U_B = w_1 c_c \sqrt{\frac{2g(1 - \alpha)}{Y_B + w_1 c_c}} \quad (47)$$

Il sistema composto dalle equazioni (36), (37) e (47) consente di determinare le tre incognite α_0 , Y_B e U_B . Ovviamente il tirante Y_1 è $Y_1 = w_1 c_c$, la portata sarà $q_1 = q_B = Y_B \cdot U_B$ e la velocità sarà $U_1 = q_1/Y_1$.

Procedura 1.5. In particolare, con la procedura 1.5 si parte da condizioni di efflusso libero, la paratoia ha un'apertura iniziale w_0 e il dispositivo poroso è inserito; si abbassa poi, istantaneamente, la paratoia ad un valore $w_1 < w_0$ e contemporaneamente si rimuove il dispositivo poroso; con questa manovra è possibile realizzare una configurazione di tipo A.

Esempio. Consideriamo una condizione iniziale con $q_0 = 0.033 \text{ m}^2/\text{s}$, $w_0 = 0.05 \text{ m}$, $Y_0 = w_0 c_c = 0.0305 \text{ m}$, avendo assunto $c_c = 0.61$, e $\alpha_0 = 0.6$ (vedi capitolo 4.2). Il numero di Froude della corrente indisturbata vale quindi $F_0 = 2.05$. Utilizzando l'equazione (40), si trova l'altezza a monte della paratoia pari a $Y_A = 0.26 \text{ m}$. Se, a partire da queste condizioni, si rimuove il dispositivo poroso, e contemporaneamente si abbassa la paratoia a $w_1 = 0.02 \text{ m}$, la soluzione del sistema di equazioni (32), (33) e (46) mostra che a monte della paratoia che il tirante si riduce a $Y_B = 0.19 \text{ m}$ e la velocità a $U_B = 0.121 \text{ m/s}$; a valle della paratoia si trova il tirante $Y_1 = 0.0122 \text{ m}$, la portata $q_1 = 0.023 \text{ m}^2/\text{s}$, la velocità $U_1 = 1.85 \text{ m/s}$ e il numero di Froude $F_1 = 5.37$. In definitiva i tre parametri per cui la configurazione che si sviluppa, come previsto, è di tipo A, risultano pari a $\mu = 2.5$, $F_0 \sqrt{\mu}/F_1 = 0.59$ e $\Delta F/F_1 = -0.2$.

Procedura 1.6. Mentre per la procedura 1.6, partendo da condizioni di efflusso libero e con un'apertura iniziale della paratoia w_0 , si abbassa istantaneamente la paratoia ad un valore $w_1 < w_0$ e nel mentre si inserisce il dispositivo poroso; con tale manovra è possibile realizzare sia una configurazione di tipo C che di tipo D, imponendo adeguate condizioni iniziali.

Esempio 1. Consideriamo una condizione iniziale con $q_0 = 0.03 \text{ m}^2/\text{s}$, $w_0 = 0.05 \text{ m}$ e $Y_0 = w_0 c_c = 0.0305 \text{ m}$, avendo assunto $c_c = 0.61$. Il numero di Froude della corrente indisturbata vale quindi $F_0 = 1.80$. Utilizzando l'equazione (31), si trova l'altezza a monte della paratoia pari a $Y_A = 0.071 \text{ m}$. Se, a partire da queste condizioni, si inserisce il dispositivo poroso, $\alpha = 0.6$ (vedi capitolo 4.2) e si abbassa istantaneamente la paratoia ad un valore $w_1 = 0.02 \text{ m}$, la soluzione delle equazioni (32), (33) e (46) mostra che, a monte della paratoia, il tirante aumenta a

$Y_B=0.100$ m e la velocità a $U_B=0.102$ m/s; valle della paratoia si trova che il tirante $Y_1= 0.0122$ m, la portata diminuisce a $q_1= 0.0122$ m²/s, la velocità è $U_1=1.104$ m/s e il numero di Froude è $F_1=1.84$; In definitiva i tre parametri per cui la configurazione che si sviluppa, come previsto, è di tipo C, risultano pari a $\mu= 2.5$, $F_0\sqrt{\mu}/F_1=1.17$ e $\Delta F/F_1=-0.52$.

Esempio 2. Consideriamo una condizione iniziale con $q_0= 0.06$ m²/s, $w_0=0.06$ m e $Y_0 = w_0c_c=0.0366$ m, avendo assunto $c_c=0.61$. Il numero di Froude della corrente indisturbata vale quindi $F_0=2.74$. Utilizzando l'equazione (31), si trova l'altezza a monte della paratoia pari a $Y_A=0.167$ m. Se, a partire da queste condizioni, si inserisce il dispositivo poroso, $\alpha=0.6$ (vedi capitolo 4.2) e si abbassa istantaneamente la paratoia ad un valore $w_1=0.04$ m, la soluzione delle equazioni (32), (33) e (46) mostra che, a monte della paratoia, il tirante aumenta a $Y_B=0.196$ m e la velocità a $U_B=0.146$ m/s; a valle della paratoia il tirante sarà $Y_1= 0.024$ m, la portata diminuisce a $q_1= 0.028$ m²/s, la velocità è $U_1=1.104$ m/s e il numero di Froude è $F_1=2.39$. In definitiva i tre parametri per cui la configurazione che si sviluppa, come previsto, è di tipo D, risultano pari a $\mu= 2.39$, $F_0\sqrt{\mu}/F_1=1.402$ e $\Delta F/F_1=-0.19$.

Procedura 2.6. La procedura 2.6, invece, si realizza partendo da condizioni di moto stazionario, si abbassa poi istantaneamente la paratoia lasciando un'apertura finale pari a w_1 e contemporaneamente si inserisce il dispositivo poroso fino in fondo; con questa manovra è possibile realizzare una configurazione di tipo C.

Esempio. Consideriamo una condizione iniziale di moto uniforme con $q_0=0.072$ m²/s, e $Y_0=0.06$ m; il numero di Froude della corrente indisturbata vale quindi $F_0=1.56$. Se, a partire da queste condizioni, si introduce istantaneamente la paratoia fissando l'apertura della stessa al valore $w_1= 0.04$ m e si inserisce il dispositivo poroso, $\alpha=0.6$ (vedi capitolo 4.2), la soluzione delle equazioni (32), (33) e (46) mostra che a monte della paratoia il tirante aumenta a $Y_B=0.157$ m e la velocità a $U_B=0.163$ m/s; a valle della paratoia si trova il tirante $Y_1= 0.025$ m, la portata $q_1= 0.0257$ m²/s, la velocità $U_1=1.104$ m/s e il numero di Froude $F_1=1.56$. In definitiva i tre parametri per cui la configurazione che si sviluppa, come previsto, è di tipo C, risultano pari a $\mu= 2.41$, $F_0\sqrt{\mu}/F_1=1.16$ e $\Delta F/F_1=-0.57$.

Procedura 3.5. Con la procedura 3.5 si parte da condizioni di efflusso libero, e con un'apertura iniziale della paratoia w_0 , si solleva istantaneamente la paratoia ad un valore $w_0 < w_1$ e nel mentre si rimuove il dispositivo poroso; con tale manovra è possibile realizzare sia una configurazione di tipo A che di tipo B, imponendo adeguate condizioni iniziali.

Esempio 1. Consideriamo una condizione iniziale con $q_0 = 0.033 \text{ m}^2/\text{s}$, $w_0 = 0.05 \text{ m}$, $Y_0 = w_0 c_c = 0.0305 \text{ m}$, avendo assunto $c_c = 0.61$, e $\alpha_0 = 0.6$ (vedi capitolo 4.2). Il numero di Froude della corrente indisturbata vale quindi $F_0 = 2$. Utilizzando l'equazione (40), si trova l'altezza a monte della paratoia pari a $Y_A = 0.18 \text{ m}$. Se, a partire da queste condizioni, si rimuove il dispositivo poroso, e contemporaneamente si solleva la paratoia a $w_1 = 0.1 \text{ m}$, la soluzione del sistema di equazioni (32), (33) e (46) mostra che a monte della paratoia il tirante cresce a $Y_B = 0.124 \text{ m}$ e la velocità a $U_B = 0.627 \text{ m/s}$; a valle della paratoia si trova il tirante $Y_1 = 0.061 \text{ m}$, la portata $q_1 = 0.078 \text{ m}^2/\text{s}$, la velocità $U_1 = 1.23 \text{ m/s}$ e il numero di Froude $F_1 = 1.65$. In definitiva i tre parametri per cui la configurazione che si sviluppa, come previsto, è di tipo B, risultano pari a $\mu = 0.5$, $F_0 \sqrt{\mu}/F_1 = 0.85$ e $\Delta F/F_1 = 0.37$.

Esempio 2. Consideriamo una condizione iniziale con $q_0 = 0.06 \text{ m}^2/\text{s}$, $w_0 = 0.08 \text{ m}$, $Y_0 = w_0 c_c = 0.0305 \text{ m}$, avendo assunto $c_c = 0.61$, e $\alpha_0 = 0.6$ (vedi capitolo 4.2). Il numero di Froude della corrente indisturbata vale quindi $F_0 = 1.78$. Utilizzando l'equazione (40), si trova l'altezza a monte della paratoia pari a $Y_A = 0.23 \text{ m}$. Se, a partire da queste condizioni, si rimuove il dispositivo poroso, e contemporaneamente si solleva la paratoia a $w_1 = 0.1 \text{ m}$, la soluzione del sistema di equazioni (32), (33) e (46) mostra che a monte della paratoia il tirante cresce a $Y_B = 0.19 \text{ m}$ e la velocità a $U_B = 0.537 \text{ m/s}$; a valle della paratoia si trova il tirante $Y_1 = 0.061 \text{ m}$, la portata $q_1 = 0.103 \text{ m}^2/\text{s}$, la velocità $U_1 = 1.23 \text{ m/s}$ e il numero di Froude $F_1 = 1.69$. In definitiva i tre parametri per cui la configurazione che si sviluppa, come previsto, è di tipo B, risultano pari a $\mu = 0.8$, $F_0 \sqrt{\mu}/F_1 = 0.73$ e $\Delta F/F_1 = 0.1$.

Procedura 3.6. Per la procedura 3.6 si parte da condizioni di efflusso libero e con un'apertura iniziale della paratoia w_0 , si solleva istantaneamente la paratoia ad un valore $w_0 < w_1$ e nel mentre si inserisce il dispositivo poroso; con tale manovra è possibile realizzare sia una configurazione di tipo D.

Esempio. Consideriamo una condizione iniziale con $q_0 = 0.05 \text{ m}^2/\text{s}$, $w_0 = 0.05 \text{ m}$ e $Y_0 = w_0 c_c = 0.0305 \text{ m}$, avendo assunto $c_c = 0.61$. Il numero di Froude della corrente indisturbata vale quindi $F_0 = 3$. Utilizzando l'equazione (31), si trova l'altezza a monte della paratoia pari a $Y_A = 0.163 \text{ m}$. Se, a partire da queste condizioni, si inserisce il dispositivo poroso, $\alpha = 0.6$ (vedi capitolo 4.2) e si solleva istantaneamente la paratoia ad un valore $w_1 = 0.1 \text{ m}$, la soluzione delle equazioni (32), (33) e (46) mostra che a monte della paratoia il tirante aumenta a $Y_B = 0.155 \text{ m}$ e la velocità a $U_B = 0.146 \text{ m/s}$; a valle della paratoia il tirante sarà $Y_1 = 0.061 \text{ m}$, la portata aumenta a $q_1 = 0.057 \text{ m}^2/\text{s}$, la velocità è $U_1 = 0.934 \text{ m/s}$ e il numero di Froude è $F_1 = 1.21$. In definitiva i tre parametri per cui la configurazione che si sviluppa, come previsto, è di tipo D, risultano pari a $\mu = 0.5$, $F_0 \sqrt{\mu} / F_1 = 1.75$ e $\Delta F / F_1 = 0.51$.

3.3 Il caso di efflusso rigurgitato

Di seguito si riportano i due diversi casi che possono essere realizzati movimentando la singola paratoia mobile, che producono condizioni di efflusso rigurgitato, illustrando anche le equazioni che descrivono le conseguenze della manovra; in particolare inserendo la paratoia in una corrente a moto uniforme si può realizzare la configurazione di tipo Cw, mentre andando ad attivare istantaneamente l'efflusso si ottiene una configurazione di tipo Aw.

3.3.1 Inserimento di una paratoia in una corrente a moto uniforme per produrre la configurazione di tipo Cw)

Si opera seguendo la procedura 2 descritta nel paragrafo 3.2.2; si parte quindi da una condizione di moto uniforme con tirante Y_0 e velocità U_0 e si inserisce istantaneamente una paratoia, lasciando un'apertura w_1 , come illustrato in Figura 15. Per comodità, il tirante e la velocità a monte della sezione in cui viene abbassata la paratoia saranno indicati con Y_A e U_A , ma risultano ovviamente uguali a Y_0 e U_0 ; inoltre nel calcolo, per semplicità, si assume costante il coefficiente di contrazione c_c .

EFFLUSSO RIGURGITATO

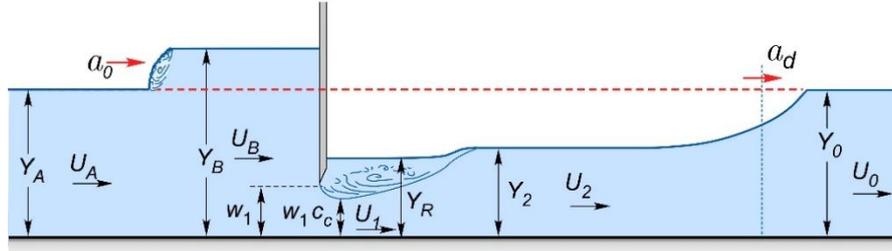


Figura 15: Rappresentazione dell'inserimento di una paratoia in una corrente a moto uniforme producendo un effluo rigurgitato (configurazione di tipo Cw).

Dopo aver inserito la paratoia, a monte parte un'onda positiva con celerità a_0 negativa, il tirante cresce istantaneamente al valore Y_B e la velocità diventa U_B .

Prendendo un sistema di riferimento a cavallo di quest'onda, le equazioni del bilancio di massa e di quantità di moto coincidono, rispettivamente, con la (32) e la (33); mentre la conservazione dell'energia a cavallo della paratoia, utilizzando la relazione:

$$q_1 = Y_B U_B = w_1 c_c U_1 = Y_2 U_2 \quad (48)$$

diventa:

$$Y_B + \frac{q_1^2}{2gY_B^2} = Y_R + \frac{q_1^2}{2g(w_1 c_c)^2} \quad (49)$$

A questa equazione ne va quindi aggiunta un'altra, avendo introdotto l'ulteriore incognita Y_R . Questa equazione è rappresentata dal teorema della quantità di moto tra la sezione immediatamente a valle della paratoia, con tirante Y_R , e quella più a valle dove il moto ha tirante Y_2 e velocità U_2 . Così facendo si introducono però altre due incognite, cioè Y_2 e a_d , essendo per continuità $U_2 = Y_B U_B / Y_2$ (vedi equazione (48)). Per questo si devono aggiungere le equazioni di continuità e di conservazione della quantità di moto, a cavallo del fronte tra la sezione 2 e una sezione posta poco più a valle, dove le condizioni sono quelle di moto indisturbato, per un osservatore che si muove con la celerità a_d del fronte.

Nel complesso, utilizzando ancora la relazione $q_1 = Y_B U_B$, alle equazioni (36), (37) e (49) vanno aggiunte le seguenti equazioni:

$$\frac{Y_R^2}{2} + \frac{q_1^2}{g(w_1 c_c)} = \frac{Y_2^2}{2} + \frac{q_1^2}{gY_2} \quad (50)$$

$$\left(\frac{q_1}{Y_2} - a_d\right) Y_2 = (U_0 - a_d) Y_0 \quad (51)$$

$$\frac{Y_2^2}{2} + \left(\frac{q_1}{Y_2} - a_d\right)^2 \frac{Y_2}{g} = \frac{Y_0^2}{2} (U_0 - a_d)^2 \frac{Y_0}{g} \quad (52)$$

Analogamente a quanto fatto in precedenza, si può riscrivere l'equazione (51) come segue:

$$a_d = \frac{Y_0 U_0 - q_1}{Y_0 - Y_2} \quad (53)$$

e quindi l'equazione (52) nella forma

$$\frac{Y_0 Y_2}{(Y_0 - Y_2)^2} (U_2 - U_0)^2 = \frac{g}{2} (Y_0 + Y_2) \quad (54)$$

Un possibile procedimento iterativo parte dall'ipotizzare un valore sensato per la portata q_1 (**passo 1**); ovviamente intercettando il moto con la paratoia, la portata q_1 risulta inferiore a q_0 e questo consente di partire agevolmente con un valore verosimile per q_1 .

Il passo successivo (**passo 2**) consiste nello stimare il tirante Y_2 utilizzando l'equazione (54) (55) che può essere riscritta nella forma:

$$\frac{Y_0 Y_2}{(Y_0 - Y_2)^2} \left(\frac{q_1}{Y_2} - U_0 \right)^2 - \frac{g}{2} (Y_0 + Y_2) = 0$$

La precedente equazione presenta tre soluzioni per l'unica incognita Y_2 ; di queste l'unica accettabile è quella centrale in un intorno della quale il termine di sinistra cresce con Y_2 ; si utilizza quindi il metodo di Newton-Raphson partendo da un valore di Y_2 di prima approssimazione appena più piccolo di Y_0 .

Indicata con f la derivata del termine di sinistra, si ha:

$$f = \frac{(q_1 - U_0 Y_2) Y_0}{Y_2 (Y_0 - Y_2)^3} \left[\frac{q_1}{Y_2} (3Y_2 - Y_0) - U_0 (Y_0 + Y_2) \right] - \frac{g}{2} \quad (56)$$

Quindi un valore per Y_2 di migliore approssimazione, $Y_{2 \text{ new}}$, è dato da:

$$Y_{2 \text{ new}} = Y_2 - \frac{2Y_0 Y_2 (Y_0 - Y_2) (q_1 - U_0 Y_2)^2 - g (Y_0 + Y_2) Y_2^2 (Y_0 - Y_2)^3}{2(q_1 - U_0 Y_2) Y_0 [q_1 (3Y_2 - Y_0) - U_0 Y_2 (Y_0 + Y_2)] - g Y_2^2 (Y_0 - Y_2)^3} \quad (57)$$

Il procedimento converge.

Una volta determinato il tirante Y_2 , è possibile determinare l'altezza Y_R (**passo 3**) utilizzando l'equazione (50) come:

$$Y_R = \sqrt{Y_2^2 - \left(\frac{1}{w_1 c_c} - \frac{1}{Y_2} \right)} \quad (58)$$

All'inizio del procedimento iterativo generale può capitare che l'argomento della radice, nella precedente equazione, sia negativo; in questo caso si pone $Y_R=0$.

Si passa quindi a determinare il tirante Y_B utilizzando l'equazione (49), che esprime il bilancio di energia a cavallo della paratoia (**passo 4**); a questo scopo è utile procedere iterativamente con la seguente forma dell'equazione (49):

$$Y_B = Y_R + \frac{q_1^2}{2g} \left(\frac{1}{(w_1 c_c)^2} - \frac{1}{Y_B^2} \right) \quad (59)$$

A partire da un valore di prima approssimazione per Y_B (si suggerisce $Y_B = Y_0$), il processo iterativo converge rapidamente.

È immediato quindi stimare la velocità U_B , essendo $U_B = q_1/Y_B$ (**passo 5**).

La celerità di propagazione a_0 può essere stimata sia mediante la (36), ricordando che $Y_A = Y_0$, indicata di seguito come a_{01} (**passo 6a**):

$$a_{01} = \frac{q_1 - q_0}{Y_B - Y_0} \quad (60)$$

che mediante l'equazione che si ottiene combinando le equazioni (32) e (33), indicata di seguito come a_{02} (**passo 6b**), ricordando ancora che $Y_A = Y_0$ e $U_A = U_0$:

$$a_{02} = U_0 - \sqrt{\frac{gY_B}{2Y_0} - (Y_0 + Y_B)} \quad (61)$$

Per una convergenza più efficace si suggerisce di calcolare il valore medio della celerità derivante dalle due precedenti relazioni (**passo 7**):

$$a_0 = \frac{1}{2} \left[\frac{q_1 - q_0}{Y_B - Y_0} + U_0 - \sqrt{\frac{gY_B}{2Y_0} (Y_0 + Y_B)} \right] \quad (62)$$

A questo punto si utilizza ancora l'equazione (61), questa volta esplicitata rispetto a Y_B , nella quale ad a_{02} si sostituisce il valore medio a_0 come segue (**passo 8**):

$$Y_B = \frac{Y_0}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{8}{gY_0} (U_0 - a_0)^2} \right] \quad (63)$$

Si calcola quindi un valore di migliore approssimazione per la portata q_1 , indicato come $q_{1\ new}$, mediandolo con il valore precedente (**passo 9**):

$$q_{1\ new} = \frac{1}{2} [q_1 + U_B Y_B] \quad (64)$$

Con il nuovo valore di portata si procede quindi all'iterazione successiva nel procedimento generale ripetendo i passi dal 2 al 9.

Una volta raggiunta la convergenza è possibile calcolare anche la celerità a_d mediante l'equazione (53).

Esempio. Consideriamo una condizione iniziale di moto uniforme con $q_0=0.066$ m²/s, e $Y_0=0.12$ m, si assume $c_c=0.61$. Se, a partire da queste condizioni, si introduce istantaneamente la paratoia fissando l'apertura della stessa al valore $w_1=0.03$ m, è possibile risolvere il sistema composto dalle equazioni (36), (37) e (49) e dalle equazioni (50), (51) e (52), seguendo il procedimento iterativo sopra riportato, da cui si ottiene il tirante $Y_B=0.165$ m e la velocità $U_B=0.179$ m/s di monte, la celerità dell'onda di valle sarà $a_d=1.46$ m/s e il tirante $Y_2=0.095$ m.

3.3.2 Attivazione istantanea del flusso per produrre la configurazione di tipo Aw

Si opera seguendo la procedura 4 e si parte quindi da una condizione di paratoia chiusa, con livelli Y_0 a valle e Y_A a monte e velocità nulle ($U_A = U_0 = 0$) e si solleva la paratoia fino a realizzare un'apertura pari a w_1 , come mostrato in Figura 16.

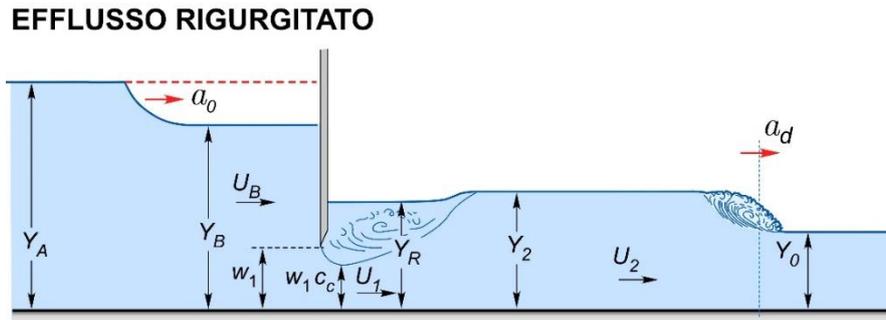


Figura 16: Rappresentazione dell'attivazione istantanea del flusso nel caso di efflusso rigurgitato (configurazione di tipo Aw).

Sollevata la paratoia, a monte, parte un'onda negativa con celerità a_0 negativa, il tirante si riduce istantaneamente al valore Y_B e la velocità diventa U_B .

Prendendo un sistema di riferimento a cavallo di quest'onda, le equazioni del bilancio di massa e di quantità di moto coincidono, rispettivamente, con la (32) e la (33); mentre la conservazione dell'energia a cavallo della paratoia è ancora espressa dalla (49).

È interessante osservare che, essendo $U_0 = 0$, l'equazione di continuità (51), a cavallo dell'onda che si propaga verso valle, fornisce $Y_2 > Y_0$, infatti ricordando la (48), si trova:

$$Y_2 - Y_0 = \frac{q_1}{a_d} > 0 \quad (65)$$

Le equazioni riportate nel capitolo 3.2.4 restano valide, tuttavia possono essere semplificate essendo, in questo caso, $Y_A > Y_0$ e $U_A = U_0 = 0$.

Per la soluzione che si basa sul procedimento iterativo è conveniente partire da un valore iniziale per l'altezza Y_2 (**passo 1**). A questo proposito si suggerisce di assumere $Y_2 = 1.1 Y_0$, poiché $Y_2 > Y_0$.

Combinando le equazioni (51) e (52) per eliminare la portata q_1 , si trova (**passo 2**):

$$a_d = \sqrt{g \frac{Y_0 + Y_2}{2} \frac{Y_2}{Y_0}} \quad (66)$$

Dall'equazione (51) è possibile calcolare la portata q_1 (**passo 3**):

$$q_1 = a_d(Y_2 - Y_0) \quad (67)$$

Si procede col passo successivo (**passo 4**) che consiste nel calcolare l'altezza Y_R , mediante l'equazione (58). All'inizio del procedimento iterativo generale può capitare che l'argomento della radice nella precedente equazione sia negativo; in questo caso si pone $Y_R = 0$.

Si sfrutta quindi l'equazione (59) per calcolare Y_B (**passo 5**) e si stima la velocità a monte della paratoia $U_B = q_1/Y_B$ (**passo 6**).

Si determina quindi l'altezza Y_A a monte della paratoia, da confrontare con quella effettiva ($Y_{A,vera}$); in particolare, combinando tra loro le equazioni (32) e (33), nelle quali si è posto $U_A = 0$, si trova (**passo 7**):

$$Y_A = \sqrt[3]{Y_A^2 Y_B + 2Y_A Y_B \left(\frac{Y_B}{2} + \frac{U_B^2}{g} \right) - Y_B^3} \quad (68)$$

La precedente equazione può essere risolta iterativamente; dovendo essere $Y_A > Y_B$, si può assumere come valore di prima iterazione $Y_A = 1.1 Y_B$.

Una volta determinata l'altezza Y_A , si corregge opportunamente il valore assunto per Y_2 in modo da far convergere la soluzione verso la condizione $Y_A = Y_{A,vera}$; il valore di migliore approssimazione di Y_2 (cioè $Y_{2,new}$) si stima mediante la relazione:

$$Y_{2,new} = Y_2 e^{k(Y_{A,vera} - Y_A)} \quad (69)$$

dove k è un peso che varia tra 0.1 e 0.5.

Si ripetono quindi i passi dal 2 al 7 fino al raggiungimento della convergenza.

Una volta raggiunta la convergenza si può calcolare la celerità a_0 mediante l'equazione (32), riscrivendola come segue:

$$a_0 = - \frac{U_B Y_B}{Y_A - Y_B} \quad (70)$$

Esempio. Consideriamo una condizione iniziale di paratoia chiusa, con livelli $Y_0 = 0.1$ m a valle e $Y_A = 0.25$ m a monte, si solleva istantaneamente la paratoia fino a realizzare un'apertura pari a $w_1 = 0.05$; è possibile risolvere il sistema composto dalle equazioni (36), (37) e (49) e dalle equazioni (50), (51) e (52), seguendo il procedimento iterativo sopra riportato, da cui si ottiene il tirante $Y_B = 0.214$ m e la velocità $U_B = 0.234$ m/s di monte, la celerità dell'onda di valle sarà $a_d = 1.28$ m/s e il tirante $Y_2 = 0.139$ m.

4 Indagini sperimentali

L'inquadramento teorico, descritto nei capitoli precedenti, è servito per sviluppare una serie di esperimenti che sono stati svolti nel laboratorio di Idraulica dell'Università di Padova; nel complesso sono state realizzate un numero totale di prove pari a 91.

Nel seguente capitolo, dopo aver riportato una breve descrizione dell'apparato sperimentale, si mostra e si commenta il confronto, per le diverse procedure sperimentali progettate e inquadrate analiticamente nel capitolo 3, tra la previsione teorica e l'evidenza sperimentale. Si procede con un confronto sintetico tra i dati raccolti sperimentalmente e quelli elaborati con il modello teorico relativo alla doppia onda, riportato in dettaglio da Palleri (2024), il buon accordo trovato è in qualche misura una ulteriore conferma indiretta della correttezza degli inquadramenti teorici riportati nel capitolo 3. Si conclude poi con l'analisi delle varie problematiche derivanti dall'utilizzo della paratoia, in relazione all'accuratezza delle prove sperimentali.

4.1 Apparato sperimentale

Di seguito si elencano e si descrivono brevemente tutti gli strumenti utilizzati per raccogliere dati e informazioni sulle tipologie di onde, riportate in Figura 2 e Figura 4.

È stata utilizzata una canaletta, lunga 6 m e larga 30 cm, nella quale è possibile far scorrere la portata proveniente da un serbatoio ad essa collegato, mediante la regolazione di due condotte di alimentazione; nella sezione di valle della canaletta è presente una paratoia a ventola, usata per regolare i livelli quando la corrente era lenta.

Per rilevare l'andamento nel tempo del livello dell'acqua in alcune sezioni sono state utilizzate 4 sonde acustiche come mostrato in Figura 17; le sonde sono state periodicamente tarate, in funzione della loro posizione, grazie all'uso di un software di acquisizione, collegato ad un datalogger, il quale, oltre a mostrare l'andamento del livello in tempo reale, ha consentito la registrazione e il salvataggio dei livelli.

Si è fatto uso anche di un idrometro a punta, per misurare il tirante Y_A , cioè il livello a monte della paratoia prima della manovra; è collocato 23 cm a monte della sezione 6 (posizione della paratoia mobile) come mostrato in Figura 17.

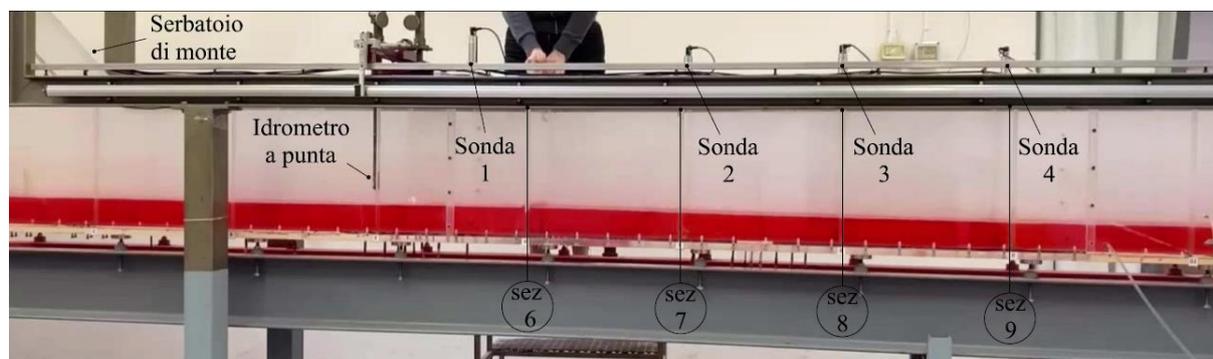


Figura 17: Disposizione degli strumenti utilizzati in laboratorio

Sono stati poi impiegati tre diversi dispositivi per produrre le diverse configurazioni di doppia onda; in particolare una paratoia mobile, che può essere alzata e abbassata, posizionata nella sezione 6 della canaletta, una tavoletta in plexiglass della stessa dimensione della sezione trasversale della canaletta, munita di manico sul corpo per essere sostenuta e manovrata, ed infine un dispositivo poroso, che consiste in una griglia con una trama molto fitta per riuscire a creare una perdita di carico in corrispondenza dell'apertura della paratoia.

4.2 Calibrazione e verifica del parametro α

Il parametro α , introdotto nel paragrafo 3.1, è una misura della dissipazione localizzata relativa, determinata dal dispositivo poroso; è infatti definito dalla relazione (vedi equazione (23))

$$\alpha = \frac{\Delta E}{Y - wc_c} \quad (71)$$

dove Y è il tirante a monte della paratoia.

Per la valutazione di α sono state fatte alcune prove preliminari, in condizioni di moto stazionario.

Combinando le equazioni (22) e (23) si può scrivere

$$\alpha = 1 - \frac{q_0^2}{2g} \frac{Y + wc_c}{Y^2 (wc_c)^2} \quad (72)$$

Misurando quindi la portata per unità di larghezza q_0 , il tirante Y a monte della paratoia e il tirante wc_c , in corrispondenza della sezione di vena contratta, è possibile determinare il valore di α .

Con una serie di prove preliminari si è trovato $\alpha = 0.6 \pm 0.1$ e la progettazione degli esperimenti ha quindi utilizzato il valore 0.6.

Questo valore del parametro α , che serve a dare un'indicazione quantitativa, seppur approssimata, delle caratteristiche del campo di moto generatosi a seguito di una qualche manovra, è stato verificato durante lo sviluppo della fase sperimentale, sulla base dei dati misurati, in tutte le prove in cui è stato utilizzato il dispositivo poroso.

In particolare, quando il dispositivo poroso era presente nelle condizioni iniziali, il parametro α è stato stimato mediante la (72), nella quale si utilizzano le grandezze misurate prima della manovra: Y_A , q_0 e $wc_c = Y_0$.

Si riporta, di seguito, il calcolo del coefficiente α per le prove sperimentali in cui la manovra prevede la rimozione del dispositivo poroso, con riferimento al procedimento sopra riportato. In questo caso è possibile osservare, che a meno di qualche incertezza, il calcolo risulta essere sufficientemente corretto ed è accettabile approssimare il valore di α a 0.6.

<i>procedure</i>	TIPO	Q ₀ (l/s)	q ₀ (m ² /s)	Y _A (m)	w _c (Y ₀) (m)	w _c / Y _A (-)	α
5	A	7,40	0,0247	0,235	0,021	0,090	0,6779
5	A	5,60	0,0187	0,143	0,019	0,133	0,6103
5	A	13,30	0,0443	0,232	0,037	0,158	0,6294
5	A	12,80	0,0427	0,226	0,036	0,160	0,637
5	A	14,50	0,0483	0,277	0,036	0,131	0,630
5	A	11,60	0,0387	0,183	0,033	0,183	0,558
5	A	16,00	0,0533	0,408	0,033	0,080	0,639
5	A	16,70	0,0557	0,408	0,033	0,080	0,604
5	A	12,35	0,0412	0,249	0,031	0,122	0,581
5	A	9,75	0,0325	0,170	0,028	0,167	0,538
5	A	13,75	0,0458	0,307	0,030	0,097	0,569
3,5	B	6,90	0,0230	0,224	0,019	0,084	0,631
3,5	B	6,10	0,0203	0,184	0,021	0,114	0,708
3,5	B	6,00	0,0200	0,400	0,012	0,031	0,652
3,5	B	2,40	0,0080	0,144	0,010	0,067	0,738
3,5	B	2,90	0,0097	0,207	0,008	0,039	0,626
3,5	B	3,50	0,0117	0,299	0,009	0,030	0,711
3,5	A	3,85	0,0128	0,083	0,020	0,244	0,690
1,5	A	10,50	0,0350	0,173	0,033	0,189	0,598
1,5	A	5,90	0,0197	0,143	0,020	0,142	0,622

Tabella 2 *Calcolo del coefficiente α con riferimento alle prove sperimentali in cui le procedure prevedono la rimozione del dispositivo poroso*

Quando invece l'inserimento del dispositivo poroso fa parte della manovra, la valutazione diventa più incerta, in quanto non dipende in modo diretto dalle grandezze misurate. Di seguito si ricava la relazione che, sulla base di quest'ultime, consente di stimare il valore di α.

Dall'equazione (32) si ha

$$a_0 = \frac{U_A Y_A - U_B Y_B}{Y_A - Y_B} \quad (73)$$

Inserita questa espressione per a_0 nella (33) si trova

$$U_B = U_A \pm \sqrt{\frac{g(Y_A + Y_B)}{2Y_A Y_B}} (Y_A - Y_B) \quad (74)$$

Una volta stimato U_B inserendo nella precedente relazione i valori misurati per Y_A , Y_B e $U_A = q_0/Y_A$, si calcola $q_1 = U_B Y_B$, e quindi, dalla (46), con $wc_c = Y_1$ misurato, si trova

$$\alpha = 1 - \frac{q_1^2}{2g} \left(\frac{Y_B + wc_c}{Y_B^2 (wc_c)^2} \right) \quad (75)$$

L'espressione è analoga alla (72), ma con grandezze (q_1 , Y_B , $wc_c = Y_1$) che fanno riferimento alla condizione che si determina a seguito della manovra.

Si riporta ora il calcolo del coefficiente α per le prove sperimentali in cui la manovra prevede l'inserimento del dispositivo poroso, con riferimento al procedimento sopra riportato. In questo caso è possibile osservare, che il valore di α oscilla tra 0.3 e 0.7, questo a causa della suscettibilità del calcolo ai valori stimati.

procedure	TIPO	Q ₀ (l/s)	q ₀ (m ² /s)	Y _A (m)	U _A (m/s)	Y _B (m)	U _B (m/s)	q ₁ (m ² /s)	w _c (Y ₁) (m)	w _c / Y _B (-)	α
6	D	7,00	0,0233	0,0813	0,2870	0,0889	0,2053	0,0183	0,0188	0,2115	0,3453
6	D	8,50	0,0283	0,1115	0,2541	0,1219	0,1587	0,0193	0,0189	0,1550	0,4943
6	D	17,00	0,0567	0,1474	0,3844	0,1698	0,2078	0,0353	0,0340	0,2002	0,6119
6	D	17,00	0,0567	0,1475	0,3842	0,1705	0,2030	0,0346	0,0340	0,1994	0,6283
6	D	20,00	0,0667	0,1909	0,3492	0,2142	0,1868	0,0400	0,0350	0,1634	0,6382
6	D	15,80	0,0527	0,1323	0,3981	0,1552	0,2083	0,0323	0,0322	0,2075	0,6003
6	D	16,90	0,0563	0,1989	0,2832	0,2148	0,1736	0,0373	0,0307	0,1429	0,5997
6	D	16,90	0,0563	0,1964	0,2868	0,2113	0,1834	0,0388	0,0286	0,1354	0,4972
6	D	12,50	0,0417	0,1161	0,3589	0,1325	0,2129	0,0282	0,0287	0,2162	0,5466
6	D	9,85	0,0328	0,0783	0,4193	0,0953	0,2377	0,0227	0,0238	0,2497	0,3944
6	D	14,10	0,0470	0,1445	0,3253	0,1590	0,2085	0,0332	0,0257	0,1616	0,3801
1,6	C	26,20	0,0873	0,1415	0,6172	0,2164	0,0501	0,0108	0,0071	0,0328	0,4333
1,6	C	25,90	0,0863	0,1445	0,5975	0,2190	0,0383	0,0084	0,0068	0,0311	0,6357
1,6	C	26,20	0,0873	0,1403	0,6225	0,2116	0,0788	0,0167	0,0119	0,0562	0,5004
1,6	C	26,10	0,0870	0,1441	0,6037	0,2147	0,0713	0,0153	0,0104	0,0484	0,4612
1,6	D	14,90	0,0497	0,1754	0,2832	0,1938	0,1489	0,0288	0,0222	0,1146	0,5050
1,6	D	15,30	0,0510	0,1772	0,2878	0,1946	0,1613	0,0314	0,0229	0,1177	0,4502
3,6	D	10,00	0,0333	0,1816	0,1836	0,1761	0,2243	0,0395	0,0395	0,2243	0,6457
3,6	D	5,00	0,0167	0,2665	0,0625	0,2599	0,1028	0,0267	0,0199	0,0766	0,6192

Tabella 3 *Calcolo del coefficiente α con riferimento alle prove sperimentali in cui le procedure prevedono l'inserimento del dispositivo poroso*

In Figura 18 si mostrano i risultati ottenuti per il calcolo di α sia nel caso di rimozione che di inserimento del dispositivo poroso, rappresentando con simboli differenti i due set di dati.

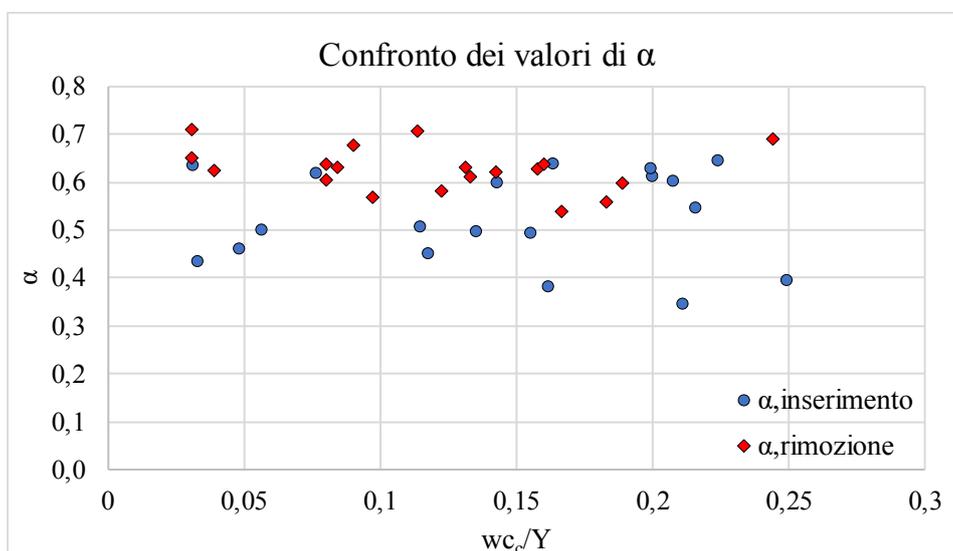


Figura 18: Confronto tra i valori calcolati di α nel caso di inserimento e nel caso di rimozione del dispositivo poroso

Come previsto, si osserva che, quando il dispositivo poroso è già inserito e viene poi estratto, essendo misurati i dati utilizzati per il calcolo di α , non si riscontrano particolari problemi; quando invece, il dispositivo poroso viene inserito, non è sufficiente utilizzare i valori misurati dei livelli a monte (Y_B) e a valle (Y_1) della paratoia dopo la manovra, ma è anche necessario stimare la portata q_1 per poter calcolare α , le incertezze crescono e piccoli errori sulla stima dei parametri causano un errore maggiore nel calcolo del coefficiente, ottenendo così valori che si discostano di molto da 0,6; si giustifica in questo modo lo scatter dei punti.

4.3 Confronto per le diverse procedure progettate, tra la previsione teorica e l'evidenza sperimentale

Gli inquadramenti teorici, che sono stati proposti nel Capitolo 3, sfruttati per progettare gli esperimenti, si sono dimostrati efficaci e sufficientemente corretti. In particolare, indipendentemente dalle procedure, ad ogni manovra la teoria prevede verso valle un tirante Y_1 e una velocità U_1 , la previsione del tirante è immediata essendo $Y_1 = w_1 c_c$, quindi non si mostra l'accordo trovato; per le velocità, invece, il confronto sarebbe stato più interessante, ma non è stato possibile misurare la velocità U_1 . Verso monte la teoria prevede il nuovo tirante Y_B e la celerità di propagazione dell'onda che si produce; quest'ultima, essendo presente una sola sonda acustica a monte della paratoia, non è stata misurata e la correttezza del modello teorico è stato sostanzialmente verificato per confronto con il tirante Y_B , prodotto dalla generica manovra. Di seguito sono illustrati e commentati alcuni confronti.

Si parte dalla configurazione di tipo A e si riporta, in Figura 19, il confronto tra il tirante a monte della paratoia Y_B teorico (linea tratteggiata) e quello sperimentale (linea continua), con riferimento alle diverse procedure utilizzate.

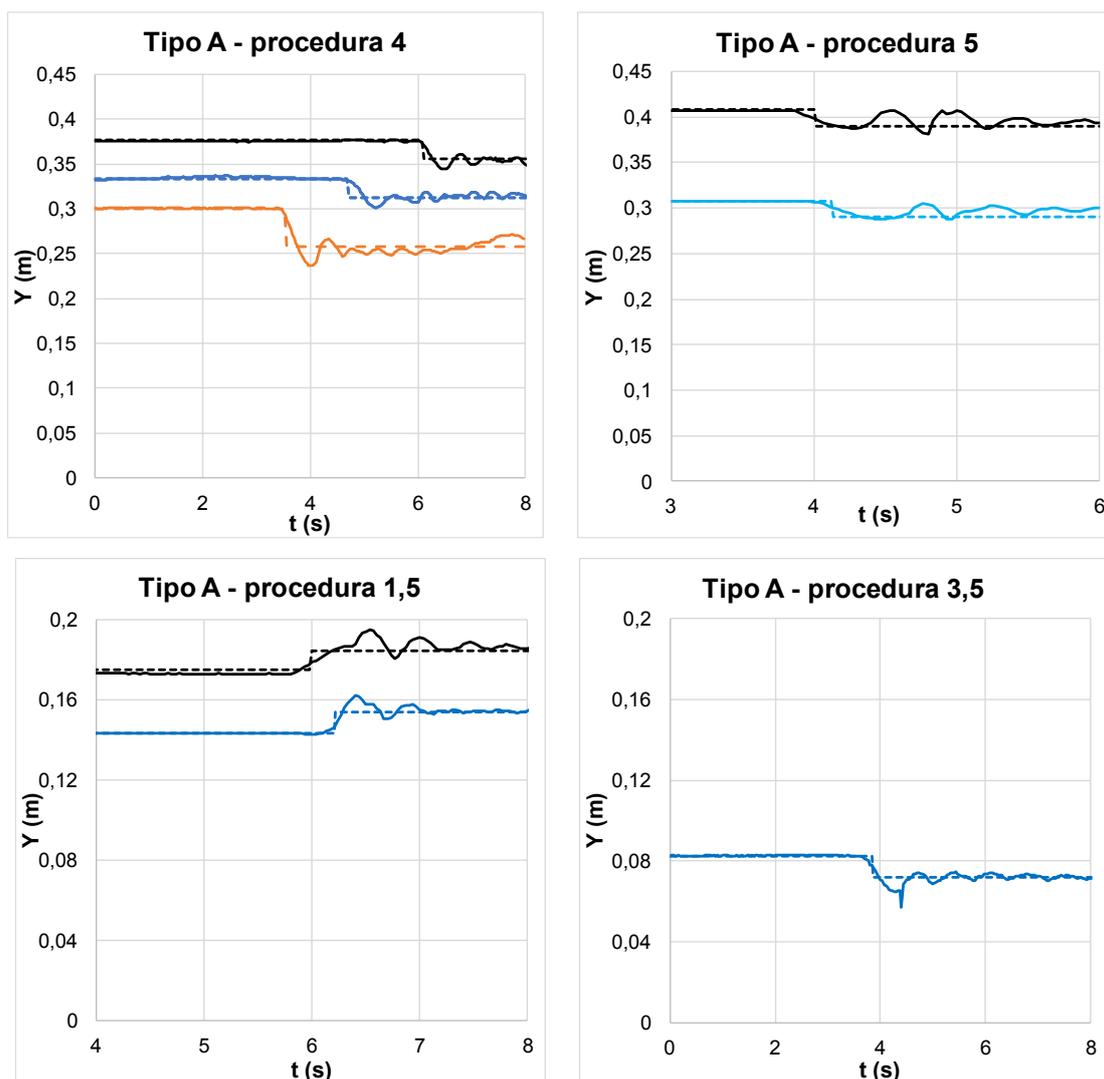


Figura 19: Confronto fra dati teorici e sperimentali del tirante Y_B per le configurazioni di tipo A, con riferimento alle diverse procedure utilizzate.

Si osserva che la procedura 4 è quella che più si avvicina alle previsioni teoriche, essendo modeste le oscillazioni seguenti la manovra, anche se con questa procedura si ottengono valori che cadono in corrispondenza di $F_0\sqrt{\mu}/F_1=0$ nel dominio di esistenza delle varie configurazioni.

Anche per la procedura 3.5 si può considerare un buon accordo tra il confronto dei dati sperimentali e teorici; per la procedura 1.5 si ha brusco innalzamento del livello a seguito della manovra, ma successivamente si ha un'oscillazione modesta, confrontabile col valore del livello stimato teoricamente; mentre per la procedura 5, nonostante sia una manovra 'semplice', l'ampiezza delle oscillazioni è molto grande e confrontabile con la variazione del livello determinato dalla manovra, i motivi di questo comportamento sperimentale saranno descritti e discussi nel paragrafo 4.4.

Per le configurazioni di tipo B si mostra in Figura 20 il confronto tra il tirante Y_B teorico (linea tratteggiata) e quello sperimentale (linea continua), con riferimento alle diverse procedure utilizzate.

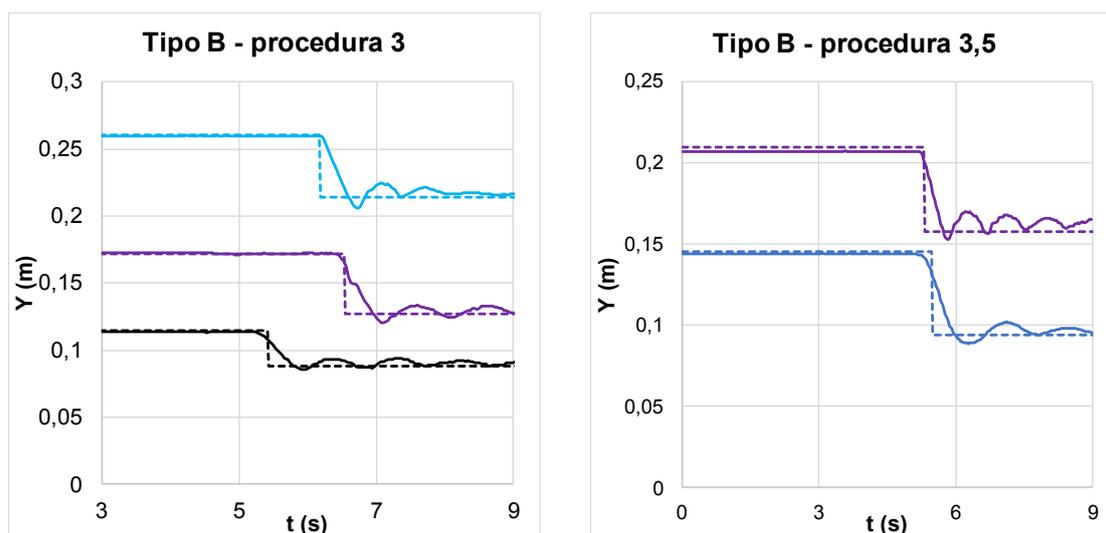


Figura 20: Confronto fra dati teorici e sperimentali del tirante Y_B per le configurazioni di tipo B, con riferimento alle diverse procedure utilizzate.

Si osserva che per tutte e tre le procedure utilizzate ci si avvicina alle previsioni teoriche del livello a monte della paratoia e le oscillazioni seguenti la manovra risultano abbastanza contenute.

Per le configurazioni di tipo C si mostra in Figura 21 il confronto tra il tirante Y_B teorico (linea tratteggiata) e quello sperimentale (linea continua), con riferimento alle diverse procedure utilizzate.

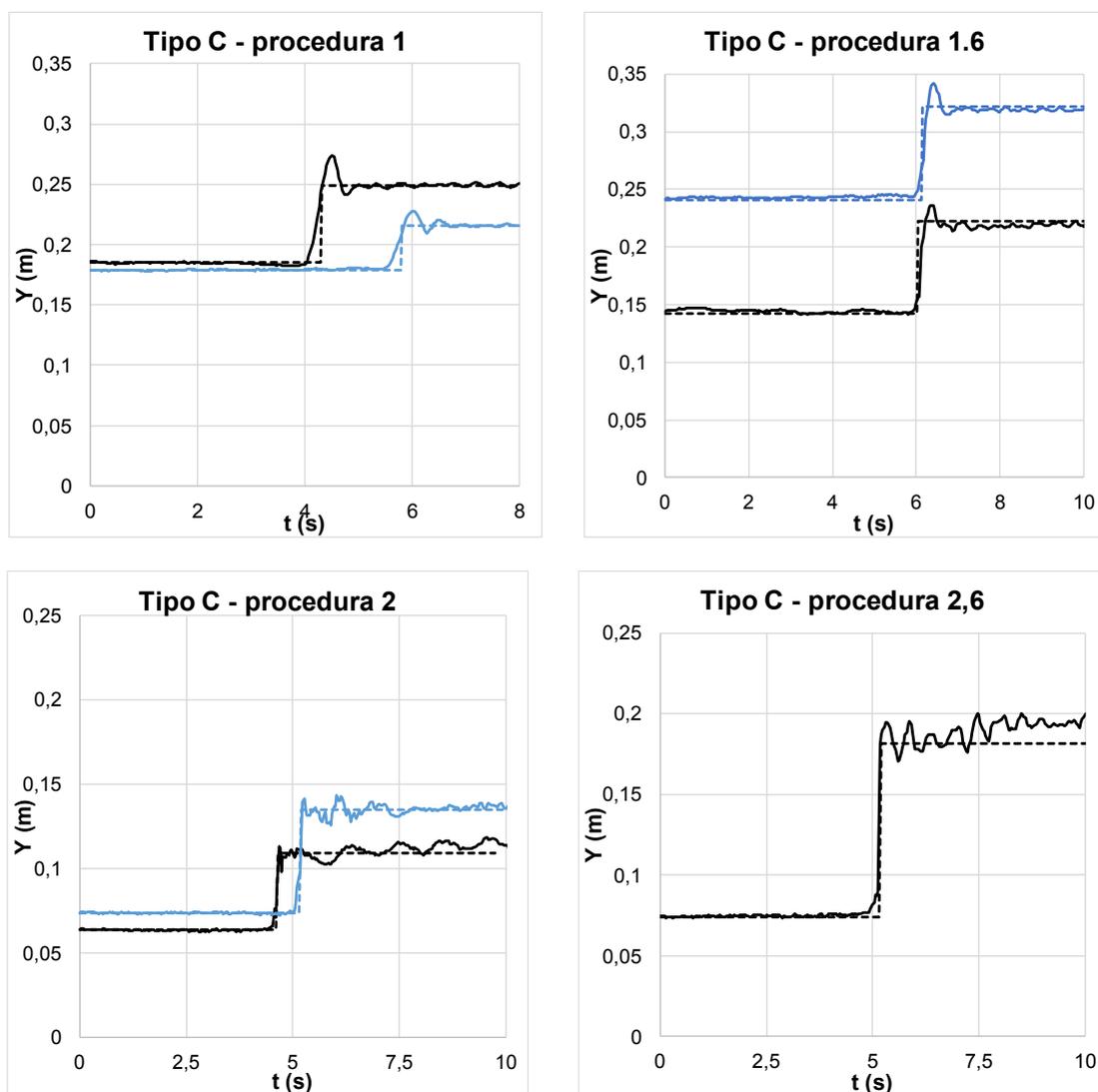


Figura 21: Confronto fra dati teorici e sperimentali del tirante Y_B per le configurazioni di tipo C, con riferimento alle diverse procedure utilizzate.

Si può osservare come sia per la procedura 1 che per la procedura 1.6 si abbia un buon accordo tra dati sperimentali e soluzione teorica, a seguito della manovra le oscillazioni che si generano possono essere considerate modeste; mentre per le procedure 2 e 2.6 la manovra crea maggior

disturbo al livello, quindi si ha una maggiore oscillazione del livello intorno al valore previsto dalla teoria, con conseguenti increspature del pelo libero.

Infine, per le configurazioni di tipo D si mostra, in Figura 22, il confronto tra il tirante Y_B teorico (linea tratteggiata) e quello sperimentale (linea continua), con riferimento alle diverse procedure utilizzate.

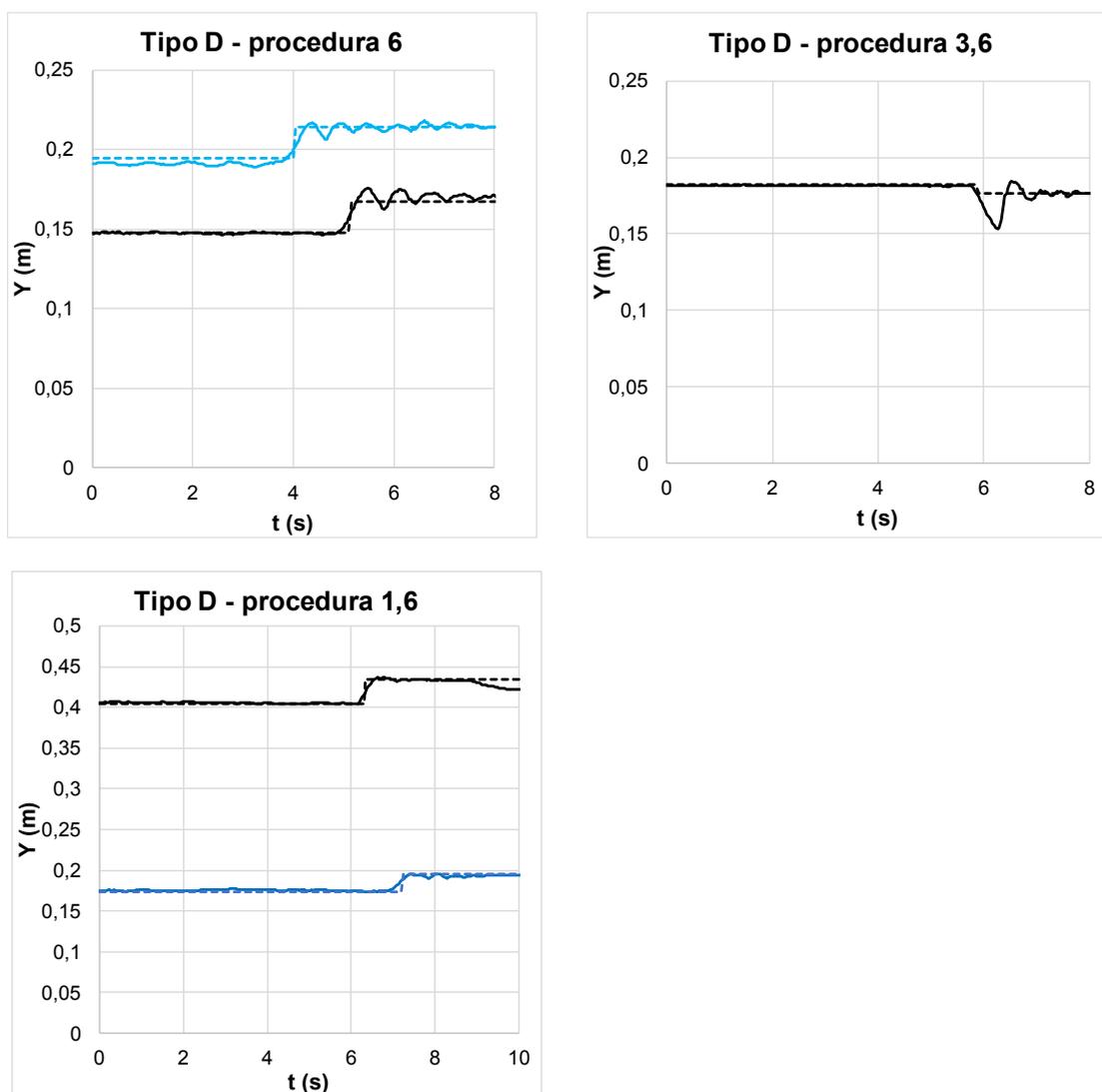


Figura 22: Confronto fra dati teorici e sperimentali del tirante Y_B per le configurazioni di tipo D, con riferimento alle diverse procedure utilizzate.

Si può osservare come sia la procedura 6 che la procedura 1.6 si avvicinano alle previsioni teoriche, essendo davvero modeste le oscillazioni seguenti la manovra. Nella procedura 3.6, invece, si osserva un iniziale abbassamento del livello, eccessivo rispetto a quanto ipotizzato dalla teoria, per poi risalire ed oscillare intorno ad un valore previsto correttamente dal modello teorico. Tale discrepanza tra comportamento sperimentale e teorico verrà descritta e discussa nel paragrafo 4.4. Per questo motivo non è stato possibile realizzare molte prove con questa procedura, nonostante sia l'unica che fornisce punti sperimentali per $\frac{\Delta F}{F_1} > 0$.

In generale, il buon accordo trovato tra il tirante Y_B teorico e quello sperimentale è, in qualche misura, una conferma indiretta della correttezza degli inquadramenti teorici riportati nel Capitolo 3. Non è mancato, tuttavia, qualche problema, riscontrato negli esperimenti e determinato dalle ipotesi che stanno alla base della teoria sviluppata; questi sono riportati e discussi nel paragrafo 4.4.

4.4 Confronto tra teoria ed esperimenti

Le indagini sperimentali sono state condotte assieme a Palleri (2024) che ha poi provveduto all'elaborazione dei dati e al confronto con le previsioni del modello teorico di onda doppia; in questo capitolo, per completezza, si riportano sinteticamente i risultati di queste elaborazioni.

Tutti i dati raccolti sperimentalmente sono stati elaborati affinché ciascuno di essi potesse essere riportato nel grafico con i campi di esistenza delle varie configurazioni (Figura 3); in particolare, per ogni prova sono stati calcolati i numeri di Froude della corrente di valle e di monte, e sono dunque stati ricavati i rispettivi valori di ascissa e ordinata $\Delta F/F_1$ e $F_0\sqrt{\mu}/F_1$, per poterli collocare correttamente all'interno del dominio di esistenza.

Si mostrano, in Figura 23, i risultati ottenuti, sia con riferimento alle configurazioni di doppia onda che di onda singola, in aggiunta ai dati sperimentali ricavati da Montuori e Greco (1973).

Si osserva come per il campo di esistenza delle configurazioni di tipo A sono state aggiunte varie condizioni sperimentali che soddisfano l'esistenza di tale tipologia di onda; per il dominio delle configurazioni di tipo B, si nota invece che è stato possibile ottenere nuovi punti per $F_0\sqrt{\mu}/F_1 > 1$ e aggiungere dei punti sperimentali per $F_0\sqrt{\mu}/F_1 < 1$; mentre per il campo di esistenza delle configurazioni di tipo C è stato possibile trovare condizioni sperimentali adeguate a soddisfare la condizione per cui $U_0 > U_1$ e, quindi, $F_0\sqrt{\mu}/F_1 > 1$; infine è stato possibile ricavare anche un certo numero di punti per le configurazioni di tipo D, Aw e Cw.

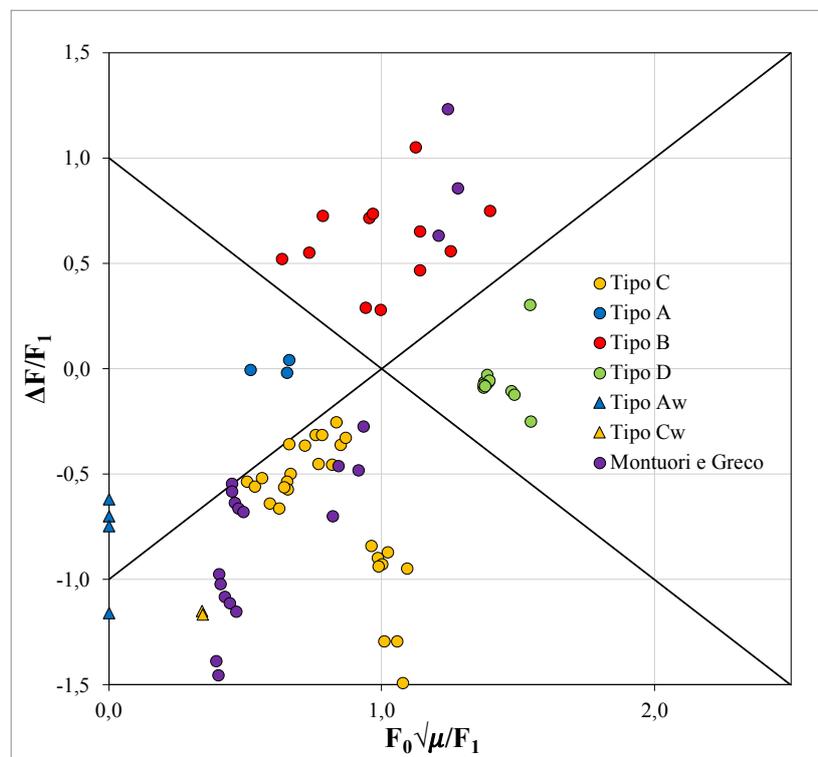


Figura 23: Condizioni sperimentali inserite nei rispettivi campi di esistenza delle varie configurazioni possibili

4.4.1 Configurazioni di doppia onda

Si procede con delle considerazioni sulla corrispondenza tra i parametri ottenuti dal modello teorico e quelli sperimentali per le configurazioni di doppia onda; si valutano nel dettaglio, i risultati ottenuti per i tiranti nella zona intermedia Y_2 , per la celerità dell'onda di valle a_v e per la celerità dell'onda di monte a_m .

Con riferimento alle configurazioni di doppia onda, partendo dall'elaborazione dei tiranti nella zona intermedia, per ogni caso sperimentale si riporta il rapporto Y_2/Y_0 , sostituendo come valore al numeratore sia il tirante calcolato dal modello che quello misurato dalle sonde. Si ottiene così il grafico riportato in Figura 24, dove ogni punto di coordinate $(\frac{Y_2}{Y_0} \text{ sperimentale}; \frac{Y_2}{Y_0} \text{ teorico})$ corrisponde ad una prova.

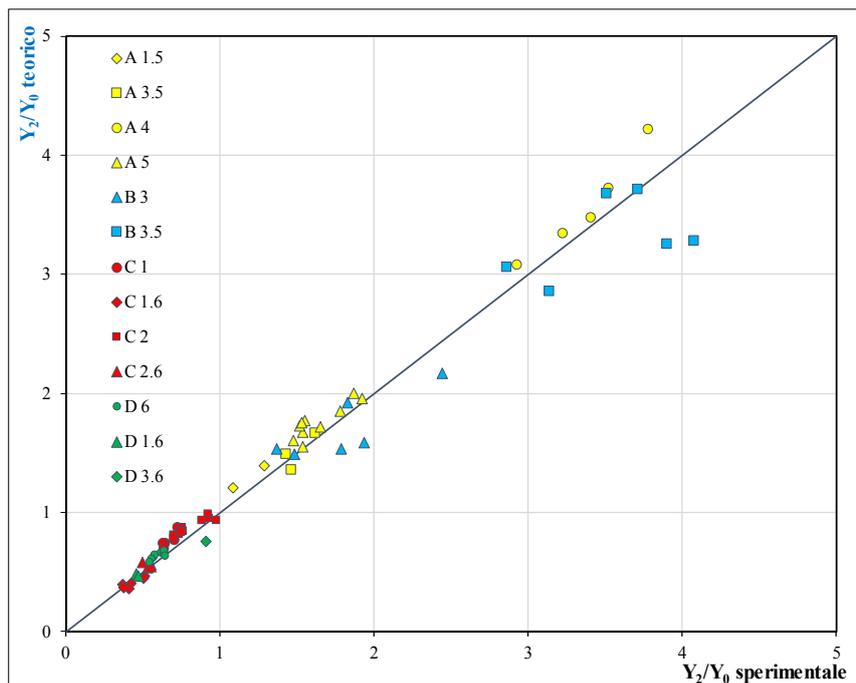


Figura 24: Confronto teorico/sperimentale dei rapporti tra il livello nella zona intermedia ed il livello a valle della configurazione. Le sigle indicano la tipologia di onda doppia e la procedura utilizzata.

In generale si osserva come, tramite tutte le procedure il valore del rapporto Y_2/Y_0 teorico risulta essere molto simile a quello sperimentale, infatti, la maggior parte dei punti riportati tendono a disporsi a ridosso della retta inclinata a 45° .

In particolare per le configurazioni di tipo A i punti relativi alle procedure 4 e 5 risultano maggiormente dispersi rispetto i punti ottenuti con la procedura 3.5 e la procedura 1.5; per le configurazioni di tipo B molti dei punti tendono a disporsi piuttosto a destra rispetto la retta a 45° , quindi il modello teorico tende a sottostimare il tirante nella zona intermedia sia con la procedura 3 che con la procedura 3.5; per le configurazioni di tipo C il tirante teorico nella zona intermedia risulta essere sovrastimato rispetto quello ricavato tramite la procedura 2 e la procedura 1, con la procedura 2.6, invece, il livello nella zona intermedia approssima meglio quello misurato sperimentalmente e i punti, riferiti ad ogni prova effettuata, si dispongono in corrispondenza della retta, mentre, i punti riferiti alla procedura 1.6, si trovano perlopiù, leggermente sotto la retta a 45° , il modello teorico tende quindi a sottostimare il tirante effettivamente misurato; per la configurazione di tipo D, infine, i tiranti ottenuti tramite tutte e tre le procedure attuate possono essere previsti con buona approssimazione dal modello teorico.

Passando poi alle osservazioni sulla celerità, per poter confrontare i risultati derivanti dal modello, è stato necessario misurare la celerità valutando il tempo impiegato dal fronte d'onda per percorrere la distanza tra una sonda e la successiva. La celerità misurata e calcolata, per ogni prova, viene scalata con la celerità relativa della corrente indisturbata, $c_0 = \sqrt{gY_0}$; si ottiene in questo modo, come per il tirante intermedio, una disposizione di punti attorno ad una retta inclinata a 45° . I seguenti grafici, in Figura 25, presentano i risultati sperimentali mentre, in ordinata, i risultati teorici.

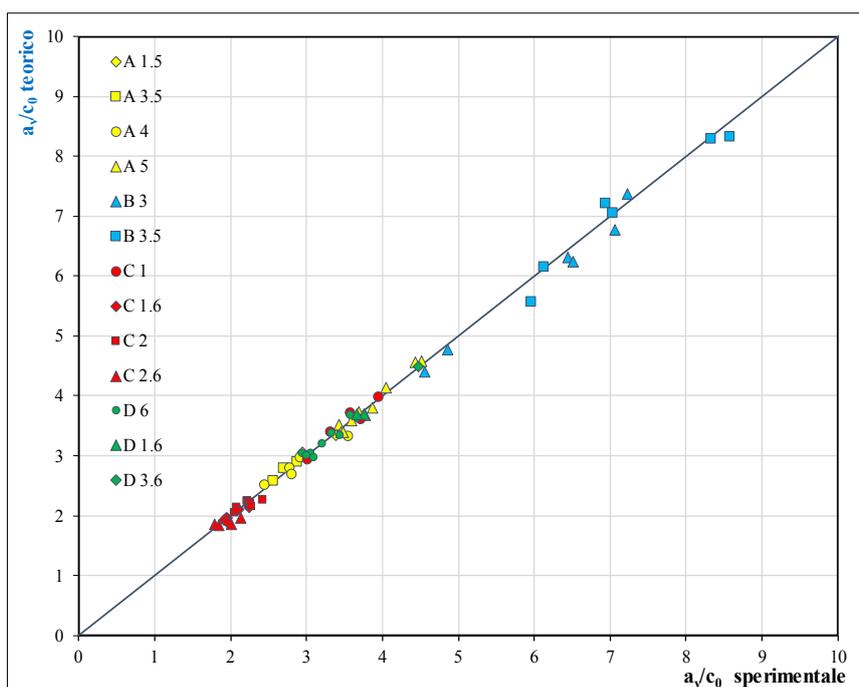
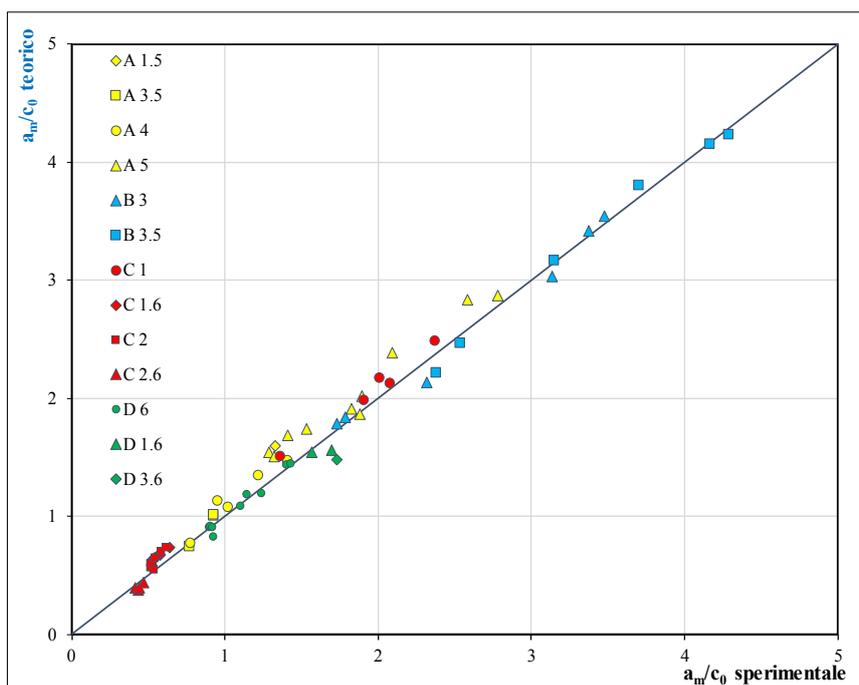


Figura 25: Confronto tra i valori sperimentali e teorici delle celerità di propagazione dell'onda di monte (in alto) e dell'onda di valle (in basso) scalate con la celerità relativa c_0 di una piccola perturbazione relativa alla corrente indisturbata. Le sigle indicano la tipologia di onda doppia e la procedura utilizzata.

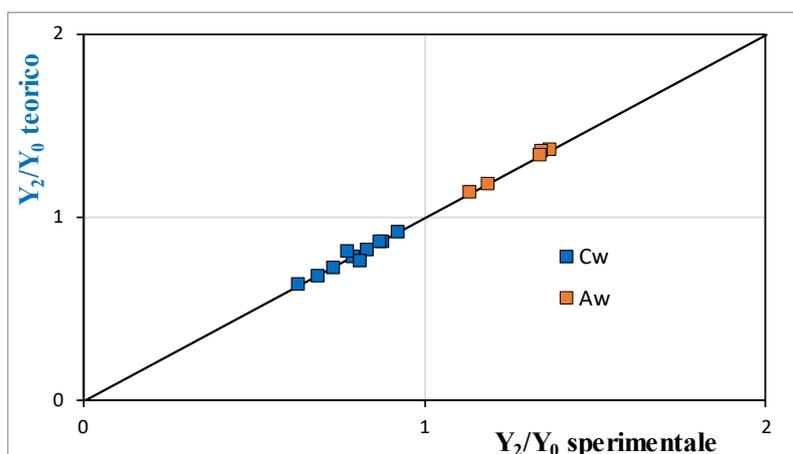
In generale si osserva che i punti della celerità di monte tendono a disporsi, attorno alla retta, più in alto rispetto a quelli della celerità dell'onda di valle; in particolare, per le configurazioni di tipo B e di tipo D si può constatare che il modello teorico approssima adeguatamente sia la celerità dell'onda di monte, che la celerità dell'onda di valle, i punti rimangono infatti piuttosto vicini alla retta, a meno di qualche punto corrispondente ad una differenza tra celerità teorica e sperimentale trascurabile; per le configurazioni di tipo A e di tipo C la celerità di monte, calcolata dal modello teorico, viene sovrastimata rispetto la celerità che risulta dall'impiego, rispettivamente, della procedura 5 e delle procedure 1, 2, e 1.6, infatti, i punti riferiti al confronto dei risultati di queste procedure sperimentali si posizionano sopra la retta a 45°.

4.4.2 Configurazioni di onda singola

Con riferimento, ora, alle configurazioni di onda singola Aw e Cw, ottenute in condizioni di efflusso rigurgitato, si riporta qualche considerazione sulla corrispondenza tra i parametri ottenuti dal modello teorico con quelli misurati sperimentalmente; vengono di seguito riportate alcune considerazioni sui livelli dopo a monte dell'onda che si viene a creare (Y_2) e sulla celerità dell'onda di valle (a_v).

Come descritto nel paragrafo precedente, per ogni caso sperimentale, si è calcolato il rapporto Y_2/Y_0 utilizzando sia il tirante intermedio misurato sperimentalmente che, quello risultante dal modello; in questo modo, è stato possibile ricavare il grafico di confronto, in Figura 26, con in ascissa il rapporto tra i tiranti misurati e, in ordinata, il rapporto teorico.

Risulta evidente come il modello teorico approssimi adeguatamente il livello a monte dell'onda di valle, i punti si dispongono tutti a ridosso della retta inclinata a 45°; in particolare per la configurazione di tipo Aw si ha una corrispondenza quasi perfetta, infatti il risultato teorico è pressoché uguale a quello sperimentale.



Il grafico di Figura 27 presenta in ascissa i rapporti sperimentali mentre, in ordinata, i risultati teorici.

Si può osservare come, sia per le configurazioni di tipo Aw che di tipo Cw, il modello teorico prevede in maniera adeguata la celerità sperimentale, infatti tutti i punti si posizionano sopra o al più in prossimità della retta inclinata a 45° .

4.5 Problemi con la paratoia

Il modello teorico approssima abbastanza bene i risultati sperimentali, come mostrato nei paragrafi precedenti, sia con riferimento alle configurazioni di onda doppia che di singola onda; tuttavia, non è stato possibile coprire in maniera uniforme i campi di esistenza delle varie configurazioni con i punti sperimentali (vedi Figura 23). Questo perché non si è sempre in grado di riprodurre, nella realtà, tutti gli esperimenti che teoricamente potrebbero essere suggeriti dal funzionamento della paratoia e del dispositivo poroso, come illustrato dalle procedure nel Capitolo 3.

A seguito delle prove svolte in laboratorio è stato possibile individuare delle problematiche legate all'utilizzo della paratoia, che causano delle incongruenze tra esperimenti e inquadramento teorico. Considerando infatti le manovre istantanee, o quasi, si ipotizza che anche l'adattamento alle nuove condizioni di efflusso sia immediato, tuttavia, durante il breve transitorio, mentre le nuove condizioni di moto si instaurano, vengono prodotte delle perturbazioni che si sovrappongono a quelle previste dalla teoria e non si tiene conto anche delle accelerazioni verticali che si generano in seguito alla manovra.

Nel caso in cui la manovra determina un aumento della portata scaricata, il fluido di monte, richiamato verso valle, non si adatta ad incunarsi sotto la paratoia e, sbattendo contro la stessa, determina un'onda positiva che risale verso monte e che non è prevista dalla trattazione unidimensionale, come mostrato in Figura 28. Questo effetto è tanto più importante quanto maggiore è l'ampiezza della manovra e dunque il volume spostato. In particolare, tale problematica è stata riscontrata in alcune prove in cui è stata seguita la procedura 3.

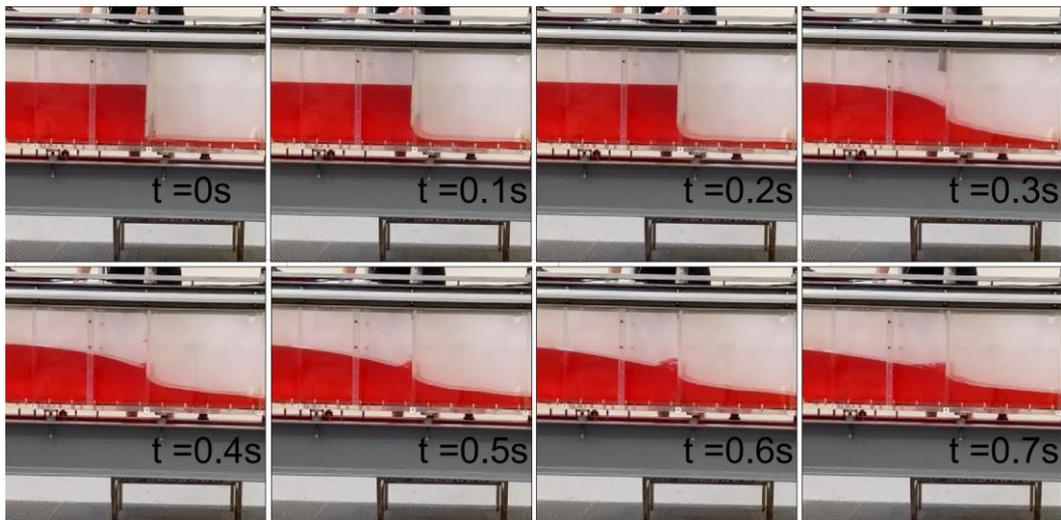


Figura 28: Frames estrapolati dalla registrazione di una prova sperimentale in cui si esegue la procedura 3

Oltre ai problemi legati all'inerzia temporale della manovra, è bene porre l'attenzione sull'utilizzo del dispositivo poroso; nell'esempio, riportato in Figura 29, si mostra che andando a sollevare istantaneamente tale strumento, c'è un certo volume di acqua che viene trascinato in alto, a causa della fitta maglia metallica, e che, per effetto della gravità, ricade subito giù, andando a creare un disturbo del pelo libero e causando delle perturbazioni a monte della paratoia, non previste dalla teoria.

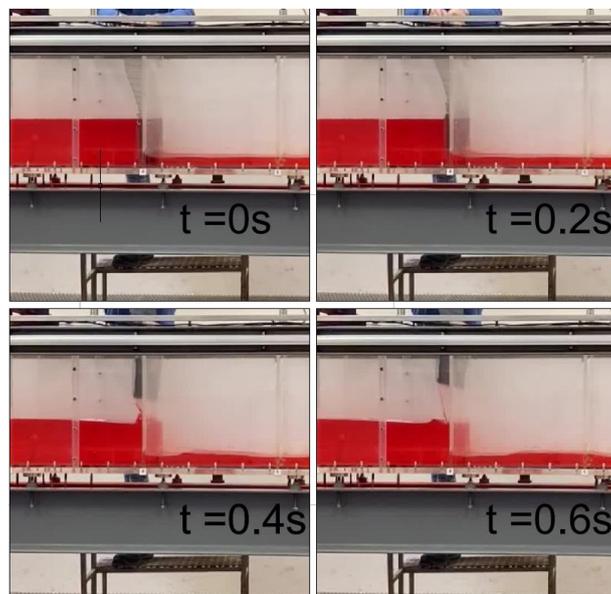


Figura 29: Frames estrapolati dalla registrazione di una prova sperimentale in cui si esegue la procedura 5

5 Conclusioni

Lo scopo di questo lavoro di tesi è stato quello di progettare degli esperimenti, per riuscire a riprodurre le varie configurazioni di doppia onda, che possono generarsi quando una corrente rapida viene immessa istantaneamente a monte di una generica corrente preesistente in modo da poter verificare la teoria alla base di tale fenomeno. Lo scopo finale, infatti, è quello di confrontare i dati raccolti dall'indagine sperimentale, svolta nel laboratorio di Idraulica dell'Università di Padova, confrontandoli con quelli elaborati mediante il modello teorico, per valutarne la validità e gli eventuali limiti.

Si parte da quanto trovato in letteratura, con riferimento agli esperimenti di Montuori e Greco (1973) che prevedevano la formazione di queste onde doppie attraverso opportune manovre di una paratoia piana, sollevata a battente; tuttavia, la sola manovra di una paratoia non è in grado di generare tutti i diversi tipi di configurazioni, per cui si è deciso di associare alla paratoia un dispositivo poroso, la cui funzione è quella di introdurre una dissipazione localizzata di energia.

Si è quindi proceduto allo sviluppo delle soluzioni teoriche in grado di prevedere il campo di moto non stazionario che si sviluppa a seguito di una serie di procedure sperimentali; quest'ultime si basano sulla movimentazione della paratoia e del dispositivo poroso sia singolarmente, che contemporaneamente.

Grazie all'apparato sperimentale, descritto nel paragrafo 4.1, è stato possibile svolgere un'indagine, insieme a Palleri (2024), nella quale è stato possibile riprodurre le diverse configurazioni e raccogliere i parametri necessari per il confronto con il modello teorico sviluppato.

I risultati derivanti dal confronto tra dati sperimentali e dati teorici presentano un buon accordo, sia con riferimento alle configurazioni di doppia onda, che di onda singola; questo ci consente di avere una conferma della bontà degli inquadramenti teorici, riportati nel Capitolo 3. In particolare, per quanto riguarda la zona a monte della paratoia, non essendo stato possibile

misurare la celerità di propagazione dell'onda, la correttezza del modello è stata verificata per confronto con il tirante Y_B , prodotto dalla generica manovra.

Dall'analisi svolta sono emerse però delle problematiche legate all'utilizzo della paratoia e del dispositivo poroso, che sono causate sia dall'inerzia temporale che dalle accelerazioni verticali che si generano in seguito alla manovra e che non sono considerate dalla teoria.

Nel complesso l'inquadramento teorico sviluppato risulta essere valido per la previsione delle caratteristiche della corrente rapida imposta a monte di una corrente preesistente e quindi delle configurazioni d'onda che possono di conseguenza generarsi.

6 Appendice: Soluzione iterativa del modello di doppia onda

Fissate le condizioni iniziali, U_0 e Y_0 , e le caratteristiche della corrente rapida imposta a monte, U_1 e Y_1 , il sistema composto dalle equazioni (1), (3), (5) e (6) può essere risolto iterativamente seguendo il procedimento descritto di seguito a partire da un valore di prima approssimazione per il tirante Y_2 ; si suggerisce di assumere $Y_2 = Y_1$.

1) si calcola la celerità a_m mediante l'equazione (5) e la celerità a_v mediante l'equazione (6)

2) si calcola la velocità U_2 mediante l'equazione (1) e la si indica come U_{2m}

3) analogamente, si calcola la velocità U_2 mediante l'equazione (3) e la si indica come U_{2v}

4) si calcola il fattore di correzione $\Delta Y = Y_1(U_{2m} - U_{2v})/(a_m + a_v)$

5) si calcola il tirante Y_2 di migliore approssimazione sommando al precedente valore di Y_2 il fattore di correzione ΔY

La successione di operazioni da 1) a 5) è ripetuta fino a raggiungere la convergenza. Una volta raggiunta la convergenza le altre variabili del problema possono essere facilmente stimate.

7 Bibliografia

Henderson, F. M. (1966). Open channel flow. *MacMillan*.

Montuori, C. (1968). Brusca immissione di una corrente ipercritica a tergo di altra preesistente. *Energia Elettrica*, XLV, 3 ,1-14.

Montuori, C. e Greco, V. (1973). Fenomeni di moto vario a valle di una paratoia piana. *Energia Elettrica*, L, 2 , 1-14.

Palleri Marianna (2024). Indagine sperimentale sulla doppia onda generata da una corrente rapida che si immette istantaneamente a monte di una corrente preesistente. Tesi di Laurea Magistrale, Dipartimento ICEA, Università di Padova, A.A. 2023/24, relatore: prof. Andrea Defina.

Rouse, H. (1946). Elementary mechanics of fluids. *John Wiley & Sons Ltd*.

Viparelli, M. (1950). Dell'onda generata da una corrente veloce in altra lenta. *Energia Elettrica*, XXVII, 1, 1-4.