INDICE

1.INTRODUZIONE

La previsione di dati ed informazioni relative all'evoluzione di variabili nel tempo è di cruciale importanza per l'impostazione di politiche di pianificazione e programmazione. Con questa tesi si cerca di fornire una panoramica delle tecniche matematiche per l'analisi e le previsioni di dati, attraverso l'ausilio di diversi esempi. In particolare si illustreranno metodi basati sulla regressione e metodi utilizzabili per l'analisi di serie storiche.

La pianificazione e la programmazione di un'attività consistono nell'assunzione di decisioni sulla base di ipotesi relative allo sviluppo di fenomeni che interessano ed influenzano l'attività. Per pianificare una città, ad esempio, è necessario ipotizzare quale sarà l'andamento demografico, lo sviluppo di attività economiche, industriali etc..

Analogamente, per pianificare la produzione di un'azienda, è fondamentale prevedere l'andamento della domanda futura dei prodotti, dei prezzi, dei costi delle materie prime e di tutti quei fattori che si ritengono influenti nell'attività di produzione.

Ne consegue che la previsione di dati ed informazioni assume un ruolo fondamentale in tutte le decisioni di pianificazione e programmazione.

Definire le informazioni da analizzare e da prevedere significa descrivere il fenomeno in termini di *variabili indipendenti* e *variabili dipendenti*.

Le variabili indipendenti sono quelle che si assumono disponibili al momento della previsione; le variabili dipendenti sono quelle da prevedere, per le quali si intende individuare una relazione con le variabili indipendenti e/o un possibile comportamento in funzione del tempo.

Ad esempio, se si vogliono quantificare i consumi di una certa popolazione per beni di lusso, può essere utile analizzare l'evoluzione del reddito pro capite della popolazione per individuare se esiste e quale è la relazione tra queste due variabili. In questo caso il reddito pro capite assume la funzione di variabile indipendente mentre la spesa per l'acquisto di prodotti di lusso diventa la variabile dipendente.

Per affrontare un problema di previsione è necessario individuare le informazioni da prevedere, la forma che esse devono assumere, l'orizzonte temporale di riferimento e il livello di precisione che la previsione deve assicurare.

L'obiettivo, in generale, è conoscere una stima del valore atteso insieme ad una stima dell'errore che il modello di previsione può produrre.

Rispetto alla variabile temporale si introducono le seguenti definizioni.
Il *periodo di previsione* è l'unità di tempo di riferimento per la previsione.
Ad esempio, se si intende prevedere l'andamento della produzione industriale su base mensile, il periodo di previsione è il mese.
L'*orizzonte di previsione* è il periodo di tempo, espresso in multipli del periodo di previsione, rispetto al quale si intende effettuare la previsione. Ad esempio, se si intende prevedere l'andamento della produzione industriale mensile per il prossimo anno, l'orizzonte di previsione è pari a 12 mesi.
La scelta di questi elementi (periodo di previsione, orizzonte di previsione) dipende dal problema specifico. Mentre il periodo di previsione può dipendere dal livello di aggregazione delle informazioni disponibili, l'orizzonte di previsione è funzione del tempo necessario per l'implementazione di una decisione. Se si vuole prevedere l'andamento della popolazione di una città allo scopo di dimensionare il piano regolatore generale, l'orizzonte di previsione deve essere nell'ordine del periodo di validità di un piano regolatore.
Tutti i fattori elencati influenzano la scelta del metodo di previsione.
I *metodi* o *tecniche qualitative* si basano principalmente sull'opinione, il giudizio o l'intuizione di persone più o meno esperte del fenomeno da analizzare.
Le *tecniche di regressione* consentono di prevedere l'andamento di una variabile sulla base dei valori che assumono altre variabili più o meno correlate alla variabile in esame.
I *metodi o tecniche basate sull'analisi di serie storiche* si fondano sulle informazioni desumibili dall'analisi di dati storici relativi alla variabile da analizzare.
Nel seguito si analizzano le tecniche più utilizzate per effettuare operazioni di previsione.

2.LE TECNICHE DI REGRESSIONE

Osservare ed analizzare l’evoluzione di una variabile significa anche analizzare in che modo o in che misura essa è collegata ad altre variabili. Se si intende prevedere l’andamento della popolazione in una certa regione, ad esempio, può essere utile analizzare in che modo la crescita della popolazione sia legato a fenomeni quali lo sviluppo economico della regione, le condizioni ambientali, la disponibilità ed il prezzo di alloggi etc.. In altre parole, si tratta di valutare in che modo la variabile da prevedere sia correlata ad altre variabili. Se X è la variabile indipendente e Y la variabile dipendente da prevedere, si pone il problema di individuare una funzione F tale che $\underline{Y}$=F(X) rappresenti una buona approssimazione della Y.

La F è detta *funzione di interpolazione* e l’operazione che consente di individuarla è detta *regressione* (*regression analysis*). In questo caso si parla di *regressione semplice* perché è presente una sola variabile indipendente; in presenza di più variabili indipendenti si parla di *regressione multipla* (*multiple regression*).

A titolo di esempio, si riportano i dati relativi alle temperature medie invernali e il consumo di energia riscontrano (in milioni di kWh). Se si riportano le coppie (X_i, Y_i) su un sistema di coordinate cartesiane XY si ottiene il diagramma di dispersione di figura.

La retta tracciata illustra una possibile rappresentazione del legame funzionale $\underline{Y}$=F(X).

Temperatura media (°C)	*5*	*-3*	*2*	*11*	*4*	*-6*	*2*	*0*	*7*	*8*	*-1*	*-3*	*3*	*10*	*3*
Consumo (milioni di KWh)	*10*	*18*	*13*	*7*	*10*	*24*	*12*	*15*	*13*	*11*	*16*	*22*	*15*	*9*	*19*

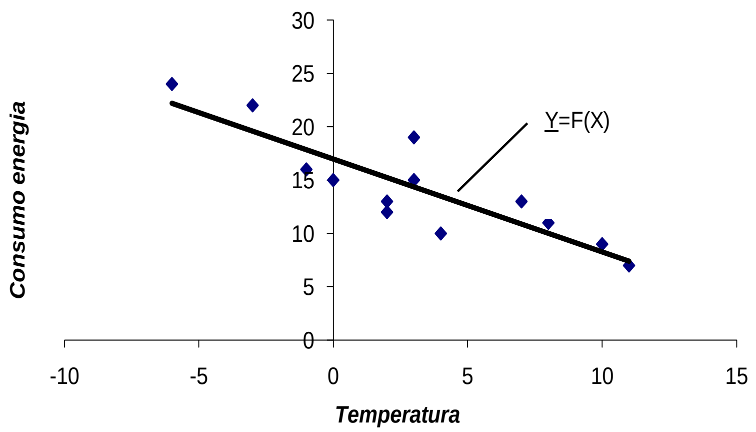


Figura 2.1 – Esempio di diagramma di dispersione e di regressione

Nota F, sulla base del valore della variabile indipendente, X', è possibile assumere come previsione il valore Y'= F(X').

Ad esempio, se è nota la relazione che lega la variazione del tasso di disoccupazione a quella del PIL, conoscendo la previsione del PIL per un certo periodo, è possibile ipotizzare la variazione del tasso di disoccupazione.

Più concentrata è la nuvola di punti del diagramma, più agevole risulta individuare una funzione che lega le due variabili e più elevata è la correlazione.

Al contrario, se la nuvola è molto dispersa, la funzione non rappresenterebbe efficacemente il legame tra le due variabili, poiché i valori $\underline{Y}_i = F(X_i)$ potrebbero differire notevolmente dai valori osservati Y_i.

Per convenzione, inoltre, si dirà che tra Y e X esiste una *correlazione positiva* se all'aumentare dei valori di X si osserva un aumento dei valori di Y.

Viceversa, si dice che esiste una *correlazione negativa* se all'aumentare dei valori di X si osserva una diminuzione dei valori di Y. In figura 2.2a e 2.2b sono illustrati casi di correlazione positiva e negativa.

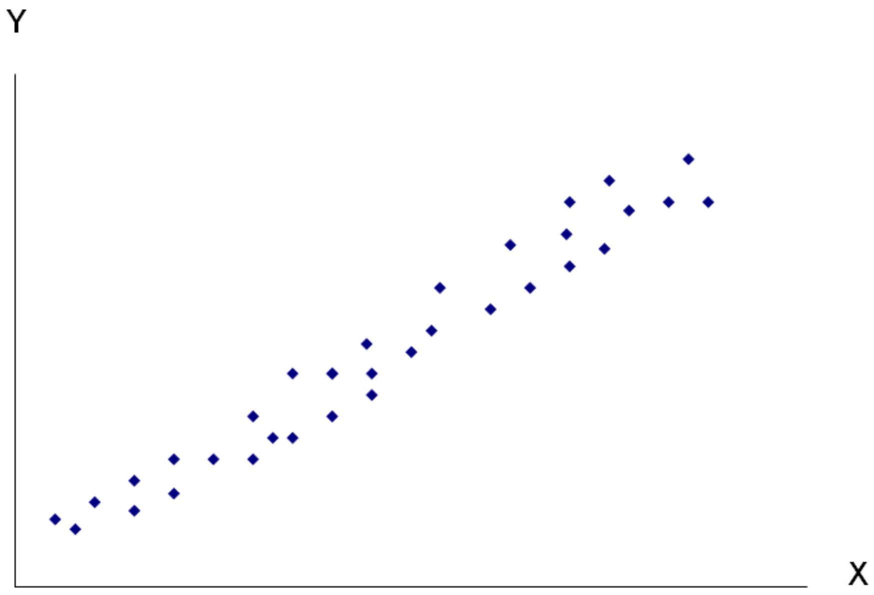


Figura 2.2a – Esempio di correlazione positiva

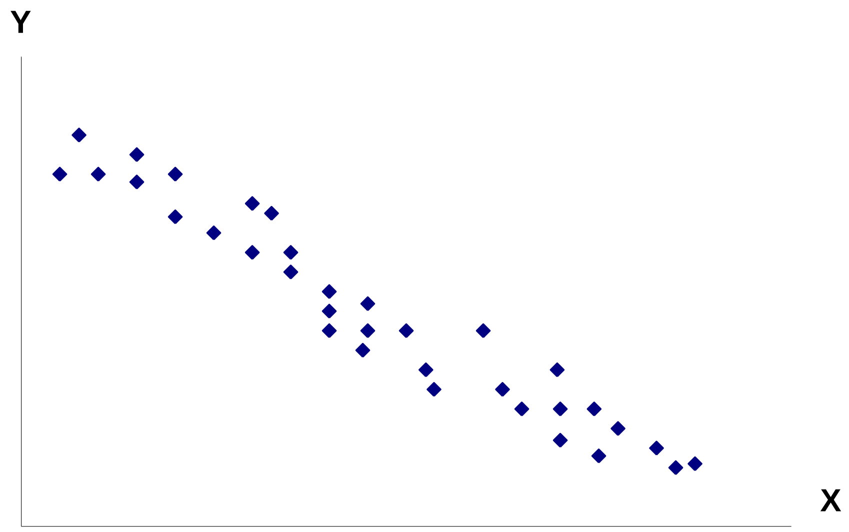


Figura 2.2b- Esempio di correlazione negativa

Il grafico di dispersione può fornire un'indicazione sulla tipologia della funzione di interpolazione.

Per i grafici di figura 2.3, ad esempio, nel caso (*a*) è più efficace l'uso di una funzione esponenziale mentre nel caso (*b*) è preferibile una funzione lineare.

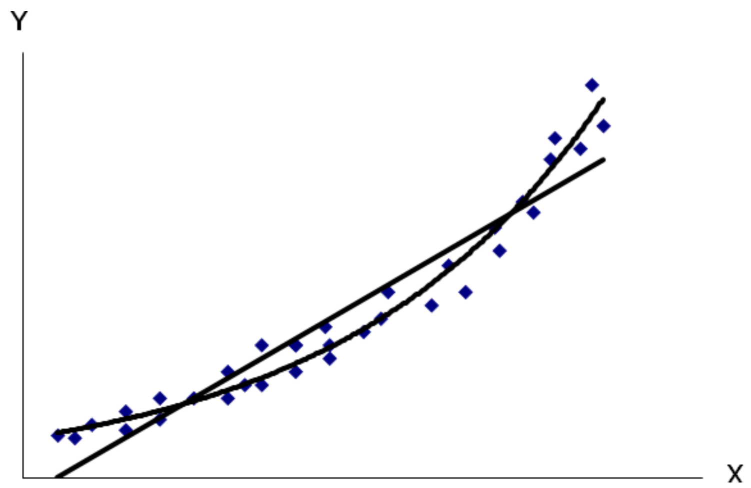


Figura 2.3a – Esempio di interpolazione in cui è più efficace l'utilizzo di una interpolazione esponenziale

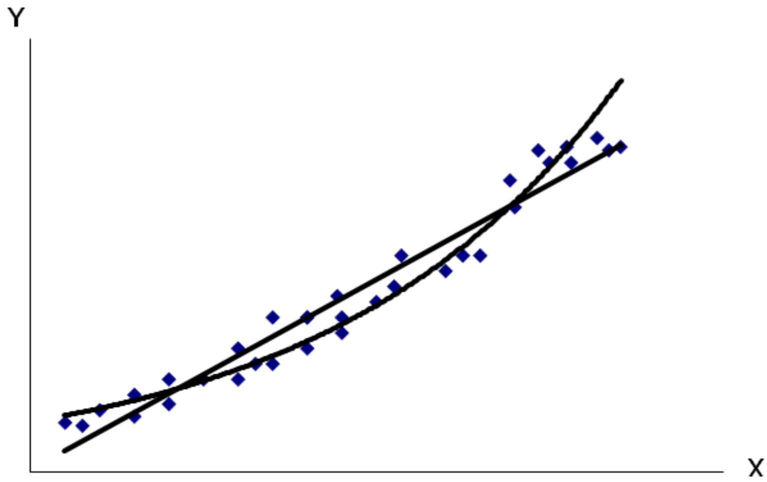


Figura 2.3b – Esempio di interpolazione in cui è più efficace l'utilizzo di una interpolazione lineare

Ne consegue che il problema consiste nell'individuazione di un modello di regressione tra le due variabili, ossia nell'individuazione della tipologia di funzione che meglio rappresenti il legame funzionale tra le due variabili interpolate e nella definizione dei parametri caratteristici della funzione scelta.

Si parlerà, quindi, di regressione lineare, esponenziale etc. se la tipologia di funzione adottata è quella lineare, esponenziale etc.

3.LA REGRESSIONE LINEARE

Si supponga di avere a disposizione *n* osservazioni e si indichi con:

- (X_i, Y_i) (i=1,..,*n*) i valori osservati per le variabili X e Y;
- $\underline{Y}_i$ (i=1,..,*n*) il valore della Y sulla base della relazione $\underline{Y}_i = F(X_i)$;
- $D_i = \underline{Y}_i - Y_i$ (i=1,..,*n*) la differenza tra il valore atteso e il valore osservato.

Risolvere un problema di regressione lineare significa determinare l'espressione di una funzione lineare $\underline{Y} = a + bX$.

Poiché al variare di *a* e *b* si ottengono infinite espressioni che possono rappresentare in maniera più o meno efficace il legame tra la X e la Y, tra i possibili valori si scelgono quelli che minimizzano la somma *Q* dei quadrati delle differenze tra i valori attesi e i valori osservati:

$$Q = \sum_{i=1,n} D_i^2 = D_1^2 + .. + D_n^2 = (\underline{Y}_1 - Y_1)^2 + .. + (\underline{Y}_n - Y_n)^2 = \sum_{i=1,n} [(a + bX_i) - Y_i]^2$$

Annullando le derivate parziali di Q rispetto ad a e b si ottiene:

$$\frac{\partial Q}{\partial a} = 2 \sum_{i=1,n} [(a + bX_i) - Y_i] = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial b} = 2 \sum_{i=1,n} [(a + bX_i) - Y_i] X_i = 0$$

Ossia:

$$\sum_{i=1,n} Yi - \sum_{i=1,n} a - \sum_{i=1,n} bX_i = 0$$

$$\sum_{i=1,n} Y_i X_i - \sum_{i=1,n} aX_i - \sum_{i=1,n} bX^2_i = 0$$

$$\sum_{i=1,n} Y_i = na + (\sum_{i=1,n} X_i) b$$

$$\sum_{i=1,n} Y_i X_i = (\sum_{i=1,n} X_i)a + (\sum_{i=1,n} (X^2_i)b$$

Che rappresenta un sistema di equazioni lineari nelle incognite *a* e *b*. Applicando la regola di Cramer si ottiene (nel seguito i pedici delle sommatorie sono omessi per semplicità di notazione):

$$a = \frac{\begin{vmatrix} \sum Y_i & \sum X_i \\ \sum Y_i X_i & \sum X^2_i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & \sum X_i \\ \sum X_i & \sum X^2_i \end{vmatrix}} = \frac{\sum Y_i \sum X^2_i - \sum X_i \sum X_i Y_i}{n \sum X^2_i - (\sum X_i)^2}$$

$$b = \frac{\begin{vmatrix} n & \sum Y_i \\ \sum X_i & \sum Y_i X_i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & \sum X_i \\ \sum X_i & \sum X^2_i \end{vmatrix}} = \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X^2_i - (\sum X_i)^2}$$

La curva $\underline{Y}=a+bX$ che minimizza la somma indicata è detta *curva dei minimi quadrati* (*least-squares equation*).

Con procedimento simile è possibile determinare una relazione tra la variabile indipendente Y e la variabile dipendente X della forma X=*c* +*d*Y con

$$c = \frac{\sum X_i \sum Y^2_i - \sum Y_i \sum X_i Y_i}{n \sum Y^2_i - \left(\sum Y_i\right)^2}$$

$$d = \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum Y^2_i - \left(\sum Y_i\right)^2}$$

La somma *Q* è espressa secondo un'unità di misura che dipende dal tipo e dall'intensità del fenomeno in esame. Un indice rappresentativo dell'efficacia del legame tra le variabili X e Y attraverso la funzione $\underline{Y}=a+bX$ è dato dal *coefficiente di correlazione*:

$$r = \sqrt{bd} = \frac{n\sum(XY) - \sum X \sum Y}{\sqrt{\left(n\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2\right) * \left(n\sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2\right)}}$$

o dal suo quadrato r^2 che viene detto *coefficiente di determinazione*.
Il coefficiente di correlazione è un valore compreso tra 0 e 1 ($0 < r \leq 1$) adottando il segno "+" in caso di correlazione positiva e il segno "-" in caso di correlazione negativa.
La condizione $r=1$ è la condizione di perfetta correlazione positiva che si ottiene quando le rette $\underline{Y}=a+bX$ e $\underline{X}=c+dY$ coincidono. In questo caso la retta dei minimi quadrati passa esattamente per i punti rappresentativi delle osservazioni e, quindi, $Q=0$.
Un valore del coefficiente di correlazione prossimo allo 0 attesta, invece, una scarsa relazione tra le variabili.
In tabella sono riportati i dati disponibili per due variabili X e Y (colonne 2 e 3).
Utilizzando le espressioni riportate, la retta dei minimi quadrati assume la forma $\underline{Y}_i=3.64+2.83X_i$ cui è associato un coefficiente di correlazione $r=0.99$ e un coefficiente di determinazione $r^2=0.98$.

Osservazione	X_i	Y_i	X_i^2	Y_i^2	X_iY_i
1	3	13	9	169	39
2	4	13	16	169	52
3	5	16	25	256	80
4	5	19	25	361	95
5	7	25	49	625	175
6	9	32	81	1024	288
7	10	31	100	961	310
8	12	35	144	1225	420
9	13	42	169	1764	546
10	15	46	225	2116	690
	$\Sigma X_i=$ 83	$\Sigma Y_i=$ 272	$\Sigma X_i^2=$ 843	$\Sigma Y_i^2=$ 8670	$\Sigma X_iY_i=$ 2695

coefficiente di correlazione $r =$ 0,99
coefficiente di determinazione $r^2 =$ 0,98

Tabella 3.1 – Esempio di determinazione del coefficiente di correlazione

In figura 3.1 sono riportati esempi di rette dei minimi quadrati caratterizzate da diversi valori di r^2. Non sempre la retta dei minimi quadrati rappresenta la soluzione più efficace per descrivere il legame funzionale tra due variabili; esso, infatti, può essere rappresentato anche da altri tipi di curve.

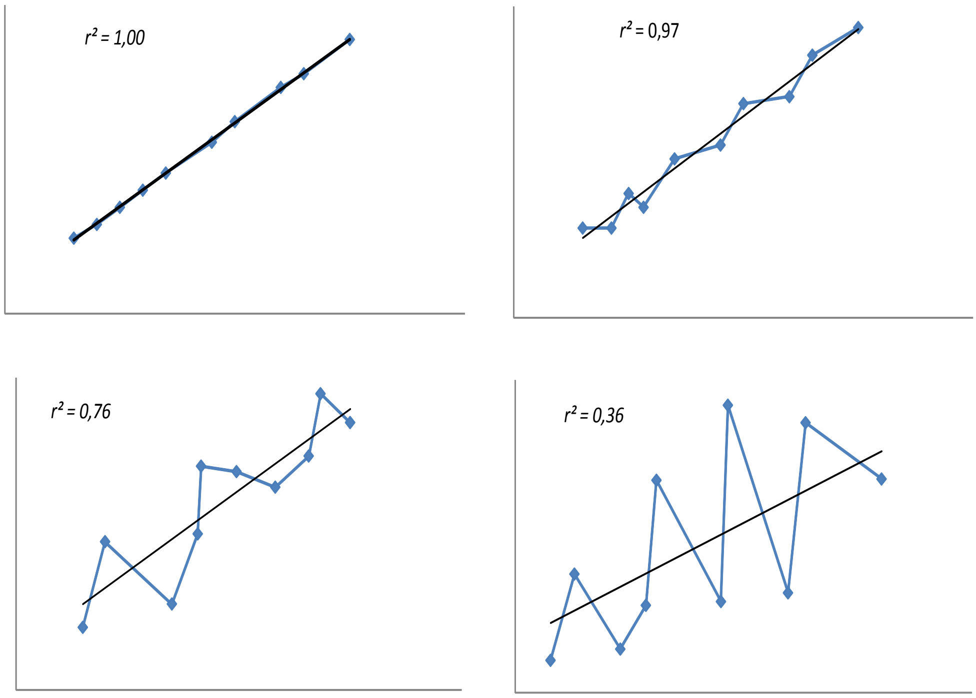


Figura 3.1 – Esempi di rette dei minimi quadrati caratterizzati da diversi valori di r^2

In tabella 3.2 sono indicate le famiglie di funzioni più frequentemente utilizzate, con l'indicazione dei parametri da calibrare allo scopo di minimizzare la somma dei quadrati degli errori.
L'espressione di *r* indicata è un parametro indicativo del livello di correlazione tra due variabili secondo un modello di regressione lineare.

Modello di regressione	*Espressione della funzione*	*Parametri da individuare*
Lineare	$Y=a_0+a_1X$	a_0,a_1
Parabolico	$Y=a_0+a_1X+a_2X^2$	a_0,a_1,a_2
Polinomiale di ordine n	$Y=a_0+a_1X+a_2X^2$	$a_0,a_1,a_2,..,a_n$
Esponenziale	$Y=a_0\ exp(a_1X)$	a_0,a_1
Logaritmico	$Y=a_0\ ln(X)+a_1$	a_0,a_1
Iperbolico	$Y=1/(a_0+a_1X)$	a_0,a_1

Tabella 3.2 – I modelli di regressione più frequentemente utilizzati

Anche per modelli di regressione non lineare è possibile ricavare delle espressioni per il coefficiente di correlazione. Va precisato, però, che non è corretto ritenere, ad esempio, che una funzione parabolica che presenti un coefficiente di correlazione maggiore di una funzione lineare rappresenti un modello di regressione più efficace.
Quanto fin qui esposto non esaurisce il tema delle analisi di regressione.
Infatti, una volta effettuata ai minimi quadrati la stima dei coefficienti che intervengono nel modello di regressione individuato, la determinazione di questi ultimi va verificata con l'effettuazione di opportuni test statistici.

4.TECNICHE BASATE SULL’ANALISI DELLE SERIE STORICHE

Una *serie temporale* o *serie storica* $\{Y_i\}$ è una sequenza di valori $Y_1,..,Y_i,..,Y_n$ presi ad intervalli regolari di tempo $T_1,..,T_i,..,T_n$ per un certo periodo temporale.
Per riconoscere proprietà e caratteristiche di una serie storica è utile la rappresentazione grafica.

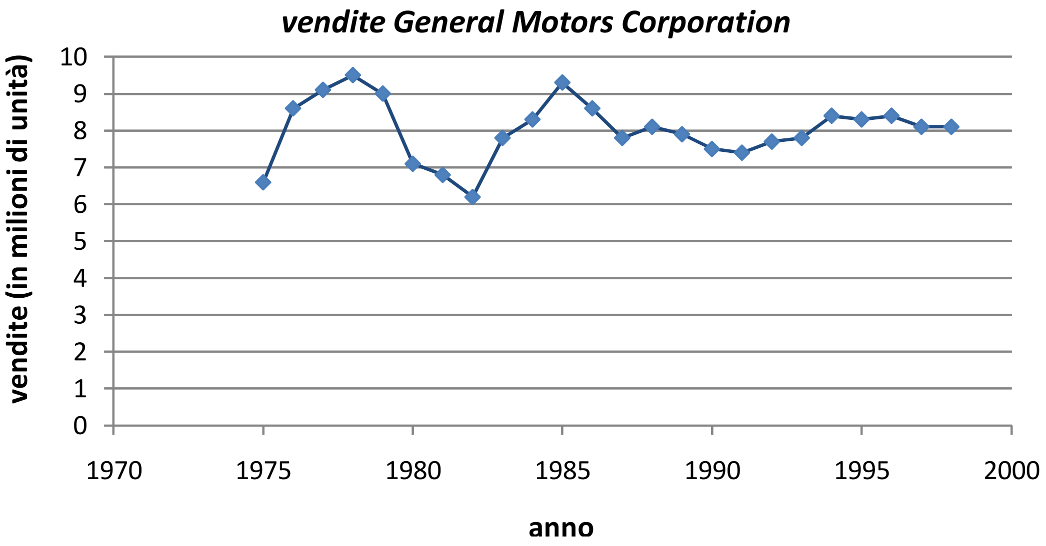


Figura 4.1 – Esempio di serie storica

Per analizzare il comportamento di una serie storica risulta utile pensare ad essa come risultato della sovrapposizione di più componenti. L’ipotesi più utilizzata è quella di individuare le seguenti componenti:

- *Componente di trend (T)*

Nonostante la presenza di variazione casuali nei dati, è possibile, in generale riconoscere, all’interno di una serie storica, ”tendenze” ad evolvere verso valori crescenti (*trend positivo*) o valori decrescenti (*trend negativo*). La componente di trend, quindi, descrive la tendenza del fenomeno nel breve e medio periodo.

- ***Componente ciclica (C)***

In alcuni casi l’evoluzione di un fenomeno può presentare sensibili scostamenti rispetto alla componente di trend. Questa caratteristica, se presente, è dovuta a variazioni cicliche su orizzonti temporali lunghi che comprendono diversi anni. In molti fenomeni di tipo economico, ad esempio, si riscontrano comportamenti ciclici che provocano andamenti differenti dal trend a breve periodo.

- ***Componente stagionale (S)***

Molte serie storiche evidenziano comportamenti regolarmente ricorrenti nell’arco di un anno. Questa caratteristica è ascrivibile alla presenza di una componente stagionale che è legata alla natura del fenomeno in esame. Ad esempio, la serie storica della temperatura media di una città italiana presenta regolarmente dei massimi in corrispondenza dei mesi estivi e dei minimi in corrispondenza dei mesi invernali.

- ***Componente casuale (R)***

La componete casuale considera le variazioni che si presentano in una serie storica rispetto alle previsioni dovute alla presenza delle componenti di trend, cicliche e stagionali.
La componente casuale è dovuta alla presenza di variazioni non prevedibili a breve termine, in virtù dell’influenza di diversi fattori che condizionano il fenomeno in esame.

Analizzare una serie storica significa riconoscere ed individuare le componenti all'interno della sequenza di dati a disposizione. A tale scopo si utilizzano due modelli:

- ***Modello additivo***

Si suppone che la serie *Y* sia esprimibile come somma delle componenti $Y=C+T+S+R$.

- ***Modello moltiplicativo***

Si suppone che la serie *Y* sia esprimibile come prodotto delle componenti $Y=C\cdot T\cdot S\cdot R$.

La differenza fondamentale tra i due modelli sta nelle unità di misura da attribuire alle varie componenti.
Nel *modello additivo* ciascuna componente deve essere espressa nell'unità di misura della serie storica. Considerando, ad esempio, il fatturato di una determinata azienda che produce articoli caratterizzati da consumi con sensibili variazioni stagionali (es:occhiali da sole) per quantificare la componente stagionale bisogna specificare le variazioni del fatturato in assoluto in aumento nei mesi estivi ed in diminuzione nei mesi invernali.
Nel *modello moltiplicativo*, invece, fissata una componente in valore assoluto (ad esempio la componente di trend) le altre componenti vanno espresse attraverso "*indici stagionali*" ovvero numeri adimensionali che rappresentano fattori moltiplicativi rispetto al valore medio della serie storica.
Si dirà, allora, che l'indice stagionale del fatturato dell'azienda per il mese di agosto è pari a 2.3, per indicare che il fatturato del mese di agosto è pari a 2.3 volte il fatturato mensile medio dell'anno in questione. Per questa ragione il modello moltiplicativo è, in generale, preferito a quello additivo.
Con riferimento, quindi, ad un modello moltiplicativo, si supponga di analizzare una serie storica, senza considerare la componente ciclica che si riferisce ad oscillazioni di lungo periodo.
In pratica si tratta di individuare la componente di trend e la componente stagionale, dal momento che la componente casuale, per definizione, non è prevedibile.
Per fenomeni in cui non esistono componenti stagionali la componente di trend può essere determinata come $T=Y/R$; le tecniche di previsione, quindi, saranno orientate a "depurare"la serie storica dalle oscillazioni casuali.

Nei fenomeni caratterizzati da una sensibile componente stagionale si ha $Y=T \cdot S \cdot R$. In questo caso si effettua prima una “*destagionalizzazione*” dei dati determinando la serie $Y'=Y/S=T \cdot R$ e poi si applica a questa serie una tecnica di previsione (es:tecnica di regressione) per individuare la componente di trend.

Nel seguito si illustrano le tecniche di previsione più largamente utilizzate distinguendo tra le tecniche adatte a prevedere fenomeni con assenza di componenti stagionali e tecniche per fenomeni con sensibile componente stagionale.

4.1.MISURE DI ACCURATEZZA DI UNA TECNICA DI PREVISIONE

Una buona tecnica di previsione dovrebbe limitare al minimo gli errori di previsione, ossia le differenze tra i valori previsti per l'andamento futuro e i valori che si andranno effettivamente ad osservare. Poiché, ovviamente, nel momento in cui si effettuano previsioni sull'andamento futuro non si hanno a disposizione i valori delle osservazioni, per valutare l'efficacia di una tecnica si adottano delle misure che fanno riferimento al grado di attendibilità rispetto al passato.

Più precisamente, se $\{\underline{Y}_i\}$ è la serie storica prodotta da una tecnica di previsione basate su una serie storica di riferimento $\{Y_i\}$ di n elementi, è possibile calcolare gli errori $D_i=\underline{Y}_i-Y_i$ commessi dalla tecnica nella previsione del fenomeno.

Per valutare l'accuratezza di una tecnica di previsione, quindi, si possono utilizzare i seguenti parametri sintetici:

$$\textit{Errore medio assoluto o MAD (Mean Absolute Deviation)} = \frac{\sum_{i=1,n} |Di|}{n}$$

$$\textit{Errore quadratico medio o MSE (Mean Squared Error)} = \frac{\sum_{i=1,n} Di^2}{n}$$

Tanto più limitati sono i valori di *MAD* e *MSE* tanto più efficace è la tecnica adottata.

In tabella 4.1.1 si riporta il calcolo di *MAD* e *MSE* per una serie storica $\{Y_i\}$ e per una sua previsione $\{\underline{Y}_i\}$.

i	Serie Y_i	Previsione $\underline{Y}_i$	Err. Assoluto $\lvert\underline{Y}_i-Y_i\rvert$	Err. Quadratico $\lvert\underline{Y}_i-Y_i\rvert^2$
1	7	9	2	4
2	12	10	2	4
3	12	11	1	1
4	10	12	2	4
5	13	13	0	0
6	15	14	1	1
7	16	15	1	1
8	20	16	4	16
9	21	17	4	16
10	19	18	1	1
			$\Sigma\lvert\underline{Y}_i-Y_i\rvert=$ 18	$\Sigma\lvert\underline{Y}_i-Y_i\rvert^2=$ 48
			MAD= 1,8	MSE= 4,8

Tabella 4.1.1 - Esempio di calcolo di MAD e MSE

È importante monitorare “dinamicamente” il comportamento di una serie storica allo scopo di individuare eventuali inadeguatezze della tecnica di previsione. Può accadere, infatti, che, a causa di forti e brusche variazioni nella componente di trend o dell’influenza di componenti cicliche, una previsione produca, in certi intervalli di tempo, sensibili errori.
Gli strumenti più utilizzati per controllare l’efficacia di una previsione sono la *linea di tracking* e le *carte di controllo*.
Si consideri la serie storica $\{MAD_i\}$ il cui elemento generico rappresenta il valore di *MAD* relativo ai primi i periodi:

$$MAD_i = \frac{\sum_{k=1,n} \left| Dk \right|}{i}$$

La *linea di tracking* (*tracking signal*) è una serie storica $\{T_i\}$ in cui l’elemento *i*-esimo rappresenta il rapporto tra la somma degli errori accumulati fino al periodo *i* e il valore di MAD_i:

$$T_i = \frac{\sum_{k=1,i} Dk}{MADi}$$

In pratica $\{T_i\}$ rappresenta una misura della tendenza persistente nell’errore di previsione. Pertanto è necessario che i valori di $\{T_i\}$ siano contenuti entro limiti predefiniti, la cui entità dipende dal fenomeno in esame o dal livello di precisione richiesto (valori tipici sono ±3, ±5, ±8).
Le carte di controllo evidenziano particolari errori di previsione.
Se si ipotizza che l’errore di previsione sia distribuito secondo una funzione normale di media nulla e σ =√MSE, si possono applicare considerazioni basate sulle proprietà di una distribuzione normale.
Fissato, ad esempio, il valore di 0.95, la previsione è ritenuta “sotto controllo” se il 95% dei dati presenta un errore compreso tra ±2σ; errori al di fuori di questa fascia sono indicativi di previsioni poco attendibili.

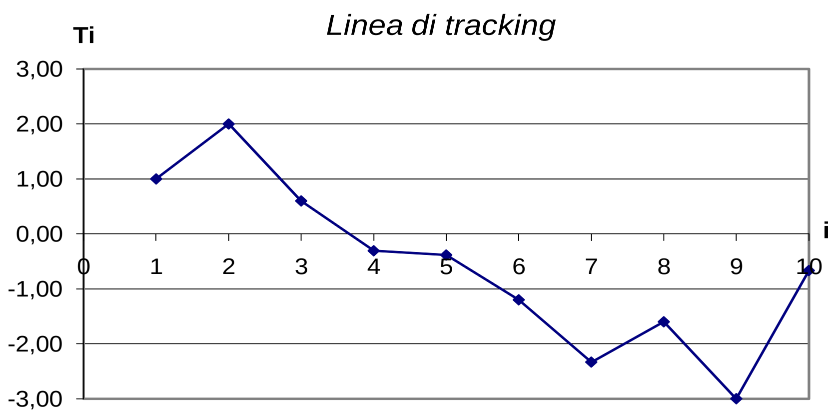
In tabella 4.1.2 si riporta un esempio di calcolo di linea di tracking il cui diagramma è rappresentato in figura 4.1.1a.

Essendo σ =√MSE=√11.4=3.38, in figura 4.1.1b si riporta l’andamento della carta di controllo con limiti ±2σ.

Poiché la totalità delle previsioni presenta errori compresi nella fascia ±2σ, la previsione può considerarsi sotto controllo.

i	*Serie* Y_i	*Previsione* $\underline{Y}_i$	*Errore* $D_i=\underline{Y}_i-Y_i$	*Err.cumulato* ΣD_k	*Err.assoluto* $\lvert D_i\rvert=\lvert \underline{Y}_i-Y_i\rvert$	*Err.ass.cumulato* $\sum \lvert D_k\rvert$	*MAD* $_i$ $\sum\lvert D_k\rvert/i$	*Tracking* $T_i=\sum D_k/MAD_i$
1	15	17	2	2	2	2	2,00	1,00
2	18	22	4	6	4	6	3,00	2,00
3	20	16	-4	2	4	10	3,33	0,60
4	21	18	-3	-1	3	13	3,25	-0,31
5	20	20	0	-1	0	13	2,60	-0,38
6	15	13	-2	-3	2	15	2,50	-1,20
7	22	19	-3	-6	3	18	2,57	-2,33
8	24	26	2	-4	2	20	2,50	-1,60
9	21	17	-4	-8	4	24	2,67	-3,00
10	19	25	6	-2	6	30	3,00	-0,67

MSE= 11,4
σ= 3,38



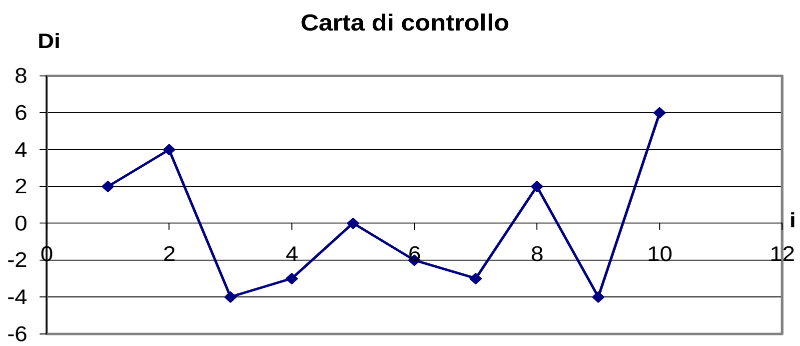


Tabella 4.1.2, Figura 4.1.1a, Figura 4.1.1b - Esempio di calcolo di linea di tracking e di carta di controllo

4.2.TECNICHE BASATE SULLO SMOOTHING

Se in una serie storica non sono riconoscibili significative componenti cicliche o stagionali, l'obiettivo della tecnica di previsione è quello di "smussare" (*smoothing*) la componente casuale attraverso operazioni di medie.
Nel seguito si illustrano le principali tecniche di smoothing.

4.2.1.La tecnica delle medie mobili

Consiste nell'utilizzare la media di un certo numero di dati più recenti per delineare un possibile andamento del trend. Più precisamente, data la serie storica$\{Y_i\}$ di *n* elementi, si definisce media mobile di ordine N $\{M_k\}$, con *i*=N,..,n la successione di valori:

$$M_N = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3 + .. + Y_N}{N}$$

$$M_k = \frac{Y_{k-N+1} + Y_{k-N+1} + .. + Y_k}{N}$$

$$M_n = \frac{Y_{n-N+1} + Y_{n-N+1} + .. + Y_n}{N}$$

In definitiva, se n sono gli elementi della serie, gli elementi della media mobile di ordine N sono n-N+1. In tabella 4.2.1 sono calcolate le medie mobili di ordine 2 e 3, mentre in figura 4.2.1 si riporta l'andamento di una serie storica e di medie mobili di ordine diverso.

Periodo	Serie storica	Media mobile ordine 2	Media mobile ordine 3
1	9		
2	6	7,5	
3	9	7,5	8
4	12	10,5	9
5	12	12,0	11
6	15	13,5	13
7	15	15,0	14
8	18	16,5	16
9	15	16,5	16
10	21	18,0	18

Tabella 4.2.1 - Esempio di calcolo delle medie mobili di ordine 2 e 3

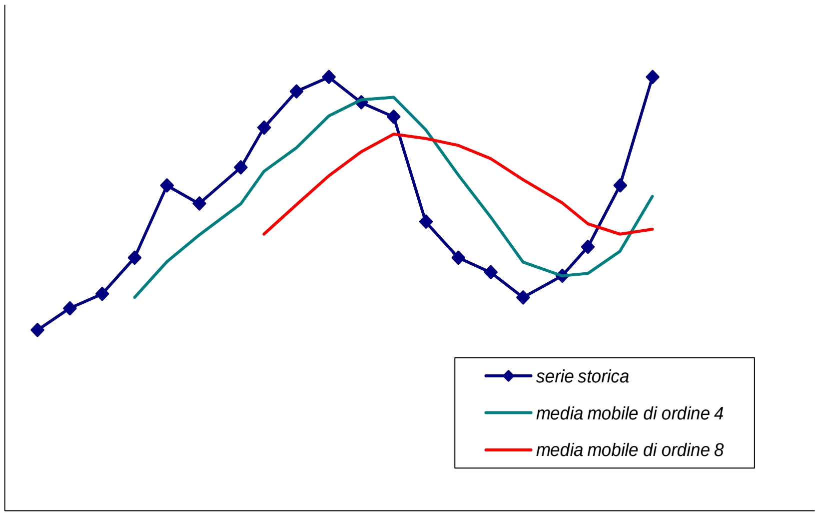


Figura 4.2.1 – Serie storica approssimata con medie mobili di ordine diverso

La media mobile non serve a prevedere l'andamento futuro della serie ma può essere considerata un indicatore di trend.

Quando, infatti, la serie ha un andamento decrescente, la media mobile decresce mantenendosi "al di sopra" della serie storica. Viceversa, quando il trend è positivo, la media mobile si mantiene "al di sotto della serie". Di conseguenza se il valore di media mobile è inferiore al valore corrente si può dire che, relativamente al periodo pari all'ordine della media, il trend è positivo; nel caso inverso il trend è negativo.

Per questa proprietà la media mobile viene usata, ad esempio, come parametro sintetico nell'analisi tecnica borsistica a breve periodo.

Si consideri, ad esempio, la serie storica rappresentativa dell'andamento giornaliero del valore ufficiale di un titolo in borsa e si consideri una sua media mobile di ordine N. Dal confronto dell'andamento della serie e della sua media mobile, sulla base delle considerazioni effettuate, si potrebbe dire che il momento per comperare è quello in cui il grafico della serie storica va al di sopra del grafico della media mobile, perché si è in corrispondenza di un trend positivo. Viceversa, quando la serie storica passa al di sotto di quello della media mobile, significa che dovrebbe iniziare un trend negativo e, pertanto, potrebbe risultare opportuno vendere.

È possibile ricavare una formula iterativa che leghi due elementi consecutivi della serie $\{M_k\}$.

Fissato l'ordine *N*, l'espressione di due elementi consecutivi è:

$$M_k = \frac{Y_{k-N+1} + Y_{k-N+2} + .. + Y_k}{N}$$

$$M_{k-1} = \frac{Y_{n-N} + Y_{n-N+2} + .. + Y_{k-1}}{N}$$

Sottraendo membro a membro, si ricava la formula iterativa

$$M_k = M_{k-1} + \frac{Y_k - Y_{n-N}}{N}$$

Per individuare l'ordine della media mobile si fa riferimento alle misure di accuratezza introdotte; pertanto si sceglie l'ordine *N* in modo da minimizzare il *MAD* e/o l'*MSE*.

In tabella 4.2.2 si riportano gli errori di previsione nell'ipotesi di adottare serie di ordine 2 o 3.

Periodo	*Serie storica*	*Media mobile ordine 2*	*Errore assoluto previsione*	*Errore quadratico*	*Media mobile ordine 3*	*Errore assoluto previsione*	*Errore quadratico*
1	9						
2	6	7,5	1,5	2,25			
3	9	7,5	1,5	2,25	8	1	1
4	12	10,5	1,5	2,25	9	3	9
5	12	12,0	0,0	0,00	11	1	1
6	15	13,5	1,5	2,25	13	2	4
7	15	15,0	0,0	0,00	14	1	1
8	18	16,5	1,5	2,25	16	2	4
9	15	16,5	1,5	2,25	16	1	1
10	21	18,0	3,0	9,00	18	3	9

Media mobile ordine 2:

$\sum|D_i| =$ 12

n= 9

MAD= 1,33

$\sum D_i^2 =$ 22,5

MSE= 2,5

Media mobile ordine 3:

$\sum|D_i| =$ 14

n= 8

MAD= 1,75

$\sum D_i^2 =$ 30

MSE= 3,75

Tabella 4.2.2 - Calcolo di MAD e MSE per serie di medie mobili

La media mobile, mediando valori relativi a periodi temporali successivi, riduce le variazioni casuali. Inoltre, come mostrato in figura 4.2.1, all'aumentare dell'ordine della media, si ottiene un maggiore "smussamento" nella variabilità dei dati e un effetto "ritardo", nel senso che i massimi e i minimi della media mobile si presentano sfalsati in ritardo rispetto a quelli presenti nella serie storica.

4.2.2. La tecnica delle medie mobili pesate

Il limite del metodo delle medie mobili sta nel fatto che, fissato l'ordine *N*, nell'operazione di media ciascun elemento pesa in eguale misura. Se *N* è piuttosto elevato questo aspetto può creare delle distorsioni, in quanto i valori più recenti incidono allo stesso modo dei valori meno recenti.

Per superare questo inconveniente è possibile introdurre il concetto di *media mobile pesata*.

In questo caso ciascun valore *j* viene ponderato in maniera diversa con l'attribuzione di un peso specifico w_j.

Assegnando, quindi, opportunamente i valori dei pesi è possibile privilegiare l'influenza dei valori più recenti della serie.

La media mobile pesata di ordine *N* della serie storica $\{Y_i\}$ assume la forma:

$$M_N = \frac{w_1 Y_1 + .. + w_N Y_N}{\sum_{j=1,N} w_j}$$

$$M_{N+1} = \frac{w_1 Y_1 + .. + w_N Y_{N+1}}{\sum_{j=1,N} w_j}$$

$$M_k = \frac{\sum_{j=1,N} w_j Y_{k-N+j}}{\sum_{j=1,N} w_j}$$

Attribuendo ai pesi w_j valori tali che $0 \leq w_j \leq 1$ e $\sum_j w_j = 1$, l'espressione della media pesata si semplifica dal momento che il denominatore assume valore unitario.

In tabella 4.2.3 è riportato un esempio di calcolo di media mobile di ordine 2 pesata attraverso i valori w_1=0.4 e w_2=0.6.

Periodo	*Serie storica*	*Media mobile pesata di ordine 2*	*formula*
1	*9*		
2	*6*	*7,2*	$M_2 = 0.4 \cdot 9 + 0.6 \cdot 6 = 7.2$
3	*9*	*7,8*	$M_3 = 0.4 \cdot 6 + 0.6 \cdot 9 = 7.8$
4	*12*	*10,8*	$M_4 = 0.4 \cdot 9 + 0.6 \cdot 12 = 10.8$
5	*12*	*12,0*	$M_5 = 0.4 \cdot 12 + 0.6 \cdot 12 = 12.0$
6	*15*	*13,8*	$M_6 = 0.4 \cdot 12 + 0.6 \cdot 15 = 13.8$
7	*15*	*15,0*	$M_7 = 0.4 \cdot 15 + 0.6 \cdot 15 = 15$
8	*18*	*16,8*	$M_8 = 0.4 \cdot 15 + 0.6 \cdot 18 6 = 16.8$
9	*15*	*16,2*	$M_9 = 0.4 \cdot 18 + 0.6 \cdot 15 = 16.2$
10	*21*	*18,6*	$M_{10} = 0.4 \cdot 15 + 0.6 \cdot 21 = 18.6$

w1= 0,4
w2= 0,6

Tabella 4.2.3 - Calcolo di media mobile pesata di ordine 2

4.2.3.La tecnica dello smussamento esponenziale

Secondo la tecnica delle medie mobili, l'andamento del trend è il risultato della media, pesata o non, dei valori più recenti del fenomeno in esame.

La tecnica dello smussamento esponenziale (exponential smoothing) si basa, invece, sul fatto che l'andamento del trend è il risultato di una media pesata di tutti i valori precedenti del fenomeno.

Dalla formula ricorsiva delle medie mobili

$$M_k = M_{k-1} + \frac{Y_k - Y_{n-N}}{N}$$

si evince che la previsione del periodo k è la somma della media mobile al periodo k-1 con una aliquota che tiene conto della differenza tra il valore al periodo corrente k e quello al periodo k-N.

Nella tecnica dello smussamento esponenziale la formula ricorsiva è:

$$F_k = F_{k-1} + \alpha(Y_{k-1} - F_{k-1}) \qquad (\theta)$$

Dove F_k è la previsione della serie storica per il periodo k, Y_{k-1} è il valore della serie al periodo k-1 e α (0 ≤ α ≤ 1) è una costante detta di smussamento.

La formula viene inizializzata ponendo F_1=Y_1 e può essere scritta anche nella forma:

$$F_k = F_{k-1} + \alpha Y_{k-1} - \alpha F_{k-1} = \alpha Y_{k-1} + (1-\alpha)F_{k-1}$$

Considerando la (θ), la previsione F_k può essere vista come il risultato della somma tra la previsione relativa al periodo precedente (F_{k-1}) e una correzione data da α volte l'errore di previsione più recente (Y_{k-1}-F_{k-1}).

La costante α, quindi, rappresenta il peso della correzione da apportare al termine precedente della previsione. Valori elevati di α consentono, in presenza di una serie caratterizzata da una variabilità contenuta, di correggere rapidamente eventuali errori commessi nella previsione.

La tecnica illustrata è detta di *smoothing esponenziale* perché si può dimostrare che la (θ) può essere ottenuta esprimendo la previsione F_k come combinazione lineare dei valori precedenti della serie storica pesata secondo valori che decrescono esponenzialmente nel tempo.
A partire dall'espressione:

$$F_k = b_1 Y_{k-1} + b_2 Y_{k-2} + b_3 Y_{k-3} + \ldots$$

Ponendo $b_j = b\alpha'^j$ con $0 < \alpha' < 1$ e $0 < b < 1$, si ottiene:

$$F_k = b\alpha' Y_{k-1} + b\alpha'^2 Y_{k-2} + b\alpha'^3 Y_{k-3} + .. =$$
$$= b\alpha' Y_{k-1} + \alpha(b\alpha' Y_{k-2} + b\alpha'^2 Y_{k-3} + ..) = b\alpha' Y_{k-1} + \alpha' F_{k-1}$$

Imponendo che la somma dei pesi sia unitaria, si ha $b\alpha'+\alpha'=1$ e, quindi, $\alpha'=1-b\alpha'$ che, sostituita nell'espressione della F_k , fornisce la formula ricorsiva (θ), ponendo $\alpha=b\alpha'$ con $0 < \alpha < 1$.
Il criterio di scelta del valore di α è identico a quello per la scelta di *N* nella tecnica delle medie mobili; pertanto si sceglie α che minimizza il *MAD* e/o l'*MSE*.
In tabella 4.2.4 è illustrato un esempio di applicazione della tecnica di smussamento esponenziale per due diversi valori di α.

Periodo	Serie storica	Smooth.espon. α=0.20	Errore assoluto di previsione	Errore quadratico	Smooth.espon. α=0.60	Errore assoluto di previsione	Errore quadratico
1	10	10,00			10,00		
2	12	10,00	2,00	4,00	10,00	2,00	4,00
3	11	10,40	0,60	0,36	11,20	0,20	0,04
4	13	10,52	2,48	6,15	11,08	1,92	3,69
5	12	11,02	0,98	0,97	12,23	0,23	0,05
6	14	11,21	2,79	7,77	12,09	1,91	3,64
7	15	11,77	3,23	10,43	13,24	1,76	3,11
8	14	12,42	1,58	2,51	14,29	0,29	0,09
9	16	12,73	3,27	10,67	14,12	1,88	3,54
10	15	13,39	1,61	2,60	15,25	0,25	0,06

smooth.esponential α=0.20:		smooth.esponential α=0.60:	
α_1=	0,20	α_2=	0,60
Σ|Di|=	18,55	Σ|Di|=	10,45
n=	9,00	n=	9,00
MAD=	2,06	MAD=	1,16
MSE=	5,05	MSE=	2,02

Tabella 4.2.4 – Esempio di applicazione della tecnica di smoothing esponenziale

4.3.PREVISIONE DI SERIE STORICHE CON COMPONENTI STAGIONALI

La componente stagionale fa riferimento a variazioni sistematiche di una serie storica che si verificano in certi periodi. Se si considerano, ad esempio, le temperature medie mensili di una certa città è evidente che, ogni anno, si riscontreranno dei comportamenti che variano più o meno accentuatamente intorno a certi valori tipici mensili. Analogamente, se si analizza il numero di persone che in un certo mese vanno al cinema si osserveranno alcuni giorni della settimana caratterizzati da una maggiore affluenza rispetto ad altri giorni con minore affluenza.
Per descrivere la componente stagionale si introducono gli *indici stagionali*.
Si consideri, ad esempio, la serie storica riportata in tabella 4.3.1 indicativa del fatturato, in milioni di euro, di un'azienda produttrice di gelati.

	Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug	Ago	Sett	Ott	Nov	Dic	Media
Anno 1	7,4	6,1	8,8	10,5	12,6	16,5	19,9	21,6	19,3	13,6	9,8	10,9	13,1
Anno 2	7,7	6,6	9,8	11,2	13,8	18,3	22,5	22,8	20,5	14,9	10,6	11,7	14,2
Anno 3	8,4	7,1	10,5	12,4	15,1	19,9	24,2	24,8	21,9	15,9	11,3	12,7	15,4

Tabella 4.3.1 – Andamento del fatturato di un'azienda

Da un'analisi qualitativa oltre che dalla natura del fenomeno in esame, si evincono delle sensibili variazioni stagionali. È possibile esprimere il fatturato relativo a ciascun mese in termini di rapporto rispetto al fatturato mensile medio dell'anno corrispondente.
Ad esempio il fatturato di gennaio del primo anno può essere espresso dal rapporto 7.4/13.1=0.57.
In tabella 4.3.2 sono indicati i fatturati in termini di rapporti rispetto alle medie mensili dell'anno corrispondente.

	Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug	Ago	Sett	Ott	Nov	Dic	Media
Anno 1	0,57	0,47	0,67	0,80	0,96	1,26	1,52	1,65	1,48	1,04	0,75	0,83	1,00
Anno 2	0,54	0,46	0,69	0,79	0,97	1,29	1,58	1,61	1,44	1,05	0,75	0,82	1,00
Anno 3	0,55	0,46	0,68	0,81	0,98	1,30	1,58	1,62	1,43	1,04	0,74	0,83	1,00
Indici stagionali	0,55	0,46	0,68	0,80	0,97	1,28	1,56	1,63	1,45	1,04	0,75	0,83	

Tabella 4.3.2 – Fatturati mensili in termini di rapporti rispetto alle medie mensili

La stagionalità del fenomeno risulta dal fatto che, per uno stesso mese, tali valori presentano variazioni contenute.
Si definisce indice stagionale per un certo mese la media dei rapporti, relativi ad anni diversi, tra i valori mensili ed il valore medio mensile.

Per definizione, una tecnica di previsione consiste nell'individuazione di una funzione Y=F(t) capace di approssimare nel modo migliore possibile la serie storica in esame.
Considerando il tempo t come variabile indipendente e la Y come variabile dipendente, il problema può essere visto come la ricerca di un modello di regressione in grado di rappresentare efficacemente il legame tra la variabile Y e la variabile t.
La presenza della componente stagionale, però, rende questa procedura inefficace.
Se si considera l'esempio di tabella 4.3.1, infatti, applicando il metodo dei minimi quadrati si ottiene la retta di figura 4.3.1.

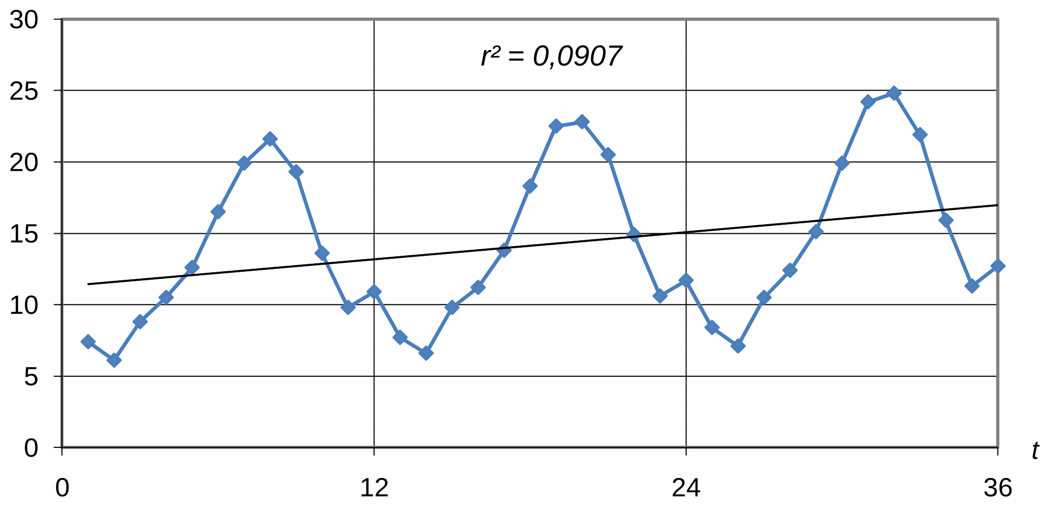


Figura 4.3.1 – Retta di interpolazione per la serie storica relativa all'esempio

La presenza di componenti stagionali rende l'approssimazione realizzata poco efficace come testimoniato dal basso valore di r^2.
È necessario, quindi, isolare la componente di trend attraverso un'operazione di "*destagionalizzazione*" dei dati.
In accordo con il modello moltiplicativo, la Y(t), a meno della componente ciclica, può essere espressa come $Y=T\cdot S\cdot R$ da cui si ricava che $Y'=Y/S=T\cdot R$.

Dividendo i valori di tabella 4.3.1 per gli indici stagionali di tabella 4.3.2, si ottiene la serie storica destagionalizzata di tabella 4.3.3.

	Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug	Ago	Sett	Ott	Nov	Dic
Anno 1	*13,37*	*13,17*	*12,94*	*13,13*	*12,99*	*12,86*	*12,76*	*13,28*	*13,31*	*13,04*	*13,13*	*13,19*
Anno 2	*13,92*	*14,24*	*14,41*	*14,00*	*14,23*	*14,26*	*14,42*	*14,02*	*14,14*	*14,28*	*14,20*	*14,15*
Anno 3	*15,18*	*15,32*	*15,44*	*15,50*	*15,57*	*15,51*	*15,51*	*15,25*	*15,10*	*15,24*	*15,13*	*15,36*

Tabella 4.3.3 – Serie storica destagionalizzata

Applicando il metodo dei minimi quadrati a tale serie si ottiene una funzione di interpolazione che rappresenta più efficacemente la componente di trend. La funzione cosi ottenuta può essere prolungata per continuità per prevedere l'andamento nei periodi successivi.
Considerando sempre l'esempio di tabella 4.3.1, volendo prevedere l'andamento relativo all'anno successivo, poiché l'espressione della funzione di interpolazione individuata è Y=12.67+0.0833t, prolungare tale funzione significa valutare $Y(t)$ per t=37,..,48.
Il risultato di questa operazione è indicato in tabella 4.3.4 e figura 4.3.2.

	Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug	Ago	Sett	Ott	Nov	Dic
Trend Anno 4	15,75	15,83	15,91	15,99	16,08	16,16	16,24	16,33	16,41	16,49	16,58	16,66

Tabella 4.3.4 – Valori della componente di trend sull'orizzonte temporale di un anno

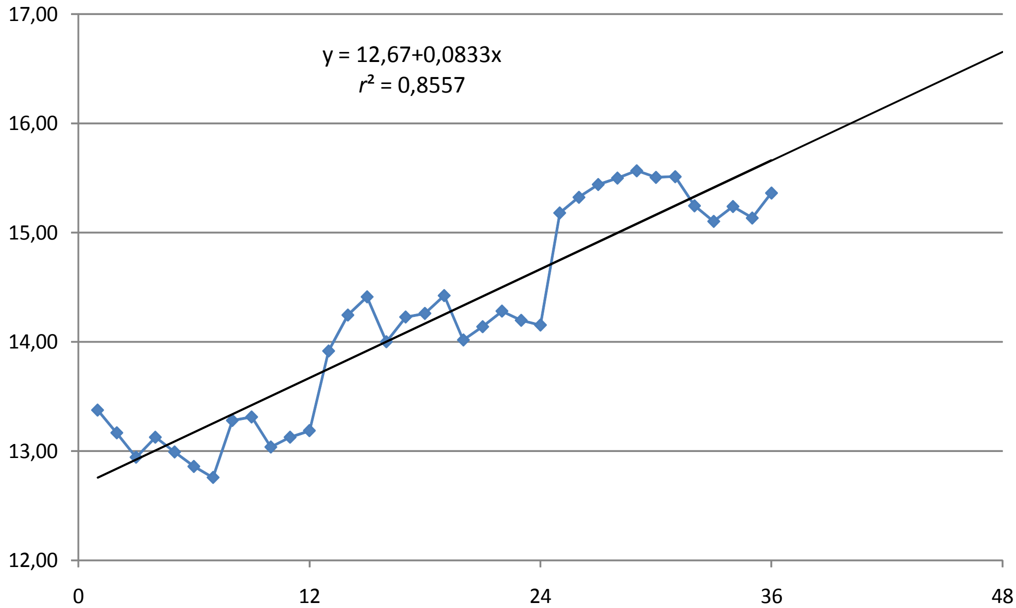


Figura 4.3.2 - Proiezione della funzione di interpolazione

Il prolungamento della funzione di interpolazione consente di rappresentare la previsione dell'andamento della variabile a meno della componente stagionale.
Poiché *Y´=Y/S*, è necessario, allora, moltiplicare la funzione di interpolazione per gli indici stagionali ottenendo i valori (*Y=Y´·S*) indicati in tabella 4.3.5.

	Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug	Ago	Sett	Ott	Nov	Dic
Proiez. Y'	15,75	15,84	15,92	16,00	16,09	16,17	16,25	16,34	16,42	16,50	16,59	16,67
Ind. Stagionale	0,55	0,46	0,68	0,8	0,97	1,28	1,56	1,62	1,45	1,04	0,74	0,83
Proiez Y'·S	8,66	7,28	10,82	12,80	15,60	20,70	25,35	26,46	23,81	17,16	12,27	13,83

Tabella 4.3.5 - Proiezione dei valori della variabile sull'orizzonte temporale di un anno

In figura 4.3.3 è riportata la serie storica di partenza con la previsione sull'orizzonte temporale, considerando contestualmente la componente di trend e la componente stagionale secondo i valori di tabella 4.3.5.

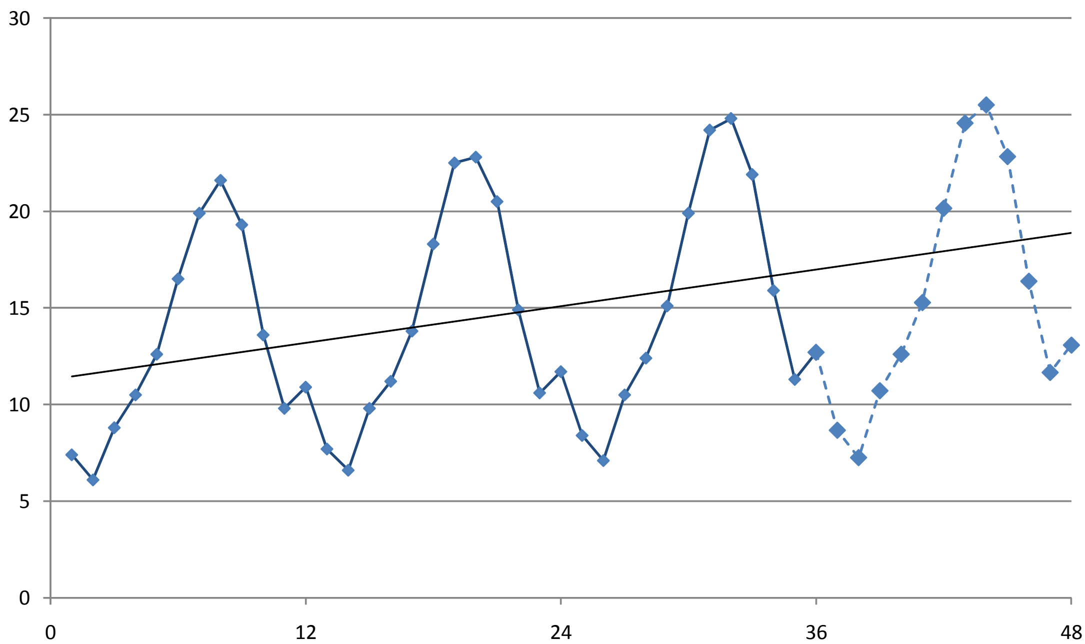


Figura 4.3.3 - Andamento della serie storica e della previsione

Riepilogando, la procedura per effettuare una previsione su una serie storica che presenta una sensibile componente stagionale può essere suddivisa nelle seguenti fasi:

1. Calcolo indici stagionali
2. Destagionalizzazione della serie storica
3. Individuazione della funzione di interpolazione relativa alla serie storica destagionalizzata
4. Prolungamento della funzione di interpolazione sull'orizzonte temporale
5. Applicazione degli indici stagionali al prolungamento della funzione di interpolazione.

Le tecniche di analisi delle serie storiche qui illustrate vengono oggi affiancate da modelli di tipo probabilistico (es: *ARIMA*,*ARMA*,..) direttamente derivanti dall'analisi dei processi stocastici. I due modi di approccio allo studio di un fenomeno temporale vanno considerati complementari.

5. ESEMPI APPLICATIVI

Vengono ora presentati due esempi applicativi di quanto spiegato fino ad ora.
Nei mesi di ottobre e novembre sono stato impegnato in un tirocinio universitario presso l’azienda Trafimet s.p.a. di Castegnero (Vicenza).
Durante questo periodo sono stato spesso all’interno dell’ufficio acquisti e da qui sono riuscito a ricavare degli spunti utili per ottenere degli esempi applicativi di quanto presentato fino ad ora.
I due esempi presentati riguardano uno l’applicazione del metodo delle medie mobili e l’altro una previsione effettuata su una serie storica avente la presenza di una componente stagionale.
Lo spunto per la prima applicazione mi è venuto dal fatto che l’azienda Trafimet lavora nel settore della saldatura.
Questo porta al fatto che, per la realizzazione dei suoi articoli, l’azienda ha bisogno di utilizzare rame, ottone e zinco.
L’ufficio acquisti, infatti, ogni giorno registra la quotazione borsistica di questi tre materiali in modo da poter tenere sotto controllo eventuali variazioni di prezzo.
Da questa cosa mi è nata l’idea di utilizzare la tecnica delle medie mobili per delineare un possibile andamento borsistico dei tre materiali e provare a delineare un suo andamento futuro.
Il secondo esempio applicativo, come detto prima, riguarda la previsione di una serie storica con componente stagionale.
Per fare questo ho utilizzato dati storici d’acquisto dell’ufficio acquisti di Trafimet.
Ho cercato quanto l’azienda fatturava mensilmente negli anni 2007, 2008 e 2009 per l’acquisto di materiale dai fornitori.
Ricavati questi dati ho cercato di ottenere una previsione su quanto avrebbe speso l’ufficio acquisti nel corso dell’anno 2010 per poter poi ottenere un riscontro con quanto speso effettivamente nel corso di quest’anno passato.
Effettuato quest’ultimo confronto ho cercato, sempre utilizzando la stessa tecnica, di delineare l’andamento delle spese nei primi tre mesi dell’anno 2011.

5.1.ESEMPIO APPLICATIVO DELLA TECNICA DELLE MEDIE MOBILI

Dato che l'azienda Trafimet lavora nel campo della saldatura, ed ha quindi una grande necessità di tenere sotto controllo la variazione del prezzo di rame, ottone e zinco sul mercato, ho pensato di applicare la tecnica delle medie mobile alle quotazioni dei mesi di ottobre e novembre 2010 per poter delineare un andamento del trend.

In azienda è stata fatta un'analisi riguardante tutto l'anno.

	RAME	OTTONE	ZINCO
	€/Kg	€/Kg	€/Kg
Data	***Mi Cash rame***	***Ot58***	***Zn Cash Euro***
01/10/2010	6,87700	4,4800	1,6100
04/10/2010	6,87200	4,4800	1,6400
05/10/2010	6,90600	4,4800	1,6600
06/10/2010	6,88800	4,5100	1,6500
07/10/2010	6,81000	4,5100	1,6100
08/10/2010	6,96200	4,5100	1,6500
11/10/2010	6,95800	4,5100	1,6700
12/10/2010	7,00200	4,5100	1,7100
13/10/2010	6,94200	4,5400	1,7000
14/10/2010	6,90900	4,5400	1,6900
15/10/2010	6,98500	4,5400	1,7000
18/10/2010	6,96800	4,5700	1,7100
19/10/2010	6,93100	4,5700	1,7200
20/10/2010	6,97800	4,5400	1,7500
21/10/2010	6,94200	4,5400	1,7900
22/10/2010	7,04500	4,5700	1,8200
25/10/2010	7,07700	4,5700	1,8400
26/10/2010	7,02500	4,6200	1,8200
27/10/2010	6,99800	4,6200	1,7800
28/10/2010	6,91300	4,5700	1,7300
29/10/2010	6,97000	4,5700	1,7600
02/11/2010	6,96900	4,5500	1,7300
03/11/2010	6,97500	4,5500	1,7300
04/11/2010	6,95700	4,5500	1,7400
05/11/2010	7,17400	4,6000	1,7600
08/11/2010	7,23600	4,6300	1,7700
09/11/2010	7,35800	4,7300	1,8000
10/11/2010	7,35800	4,7300	1,8300
11/11/2010	7,55100	4,8000	1,8400
12/11/2010	7,37700	4,8000	1,7800
15/11/2010	7,32200	4,7500	1,6900
16/11/2010	7,24400	4,7500	1,6600
17/11/2010	7,03700	4,6500	1,5500
18/11/2010	7,14700	4,6500	1,5700
19/11/2010	7,15200	4,6500	1,5600
22/11/2010	7,16300	4,6500	1,5600
23/11/2010	7,03100	4,6000	1,5400
24/11/2010	7,03300	4,6000	1,5500
25/11/2010	7,20100	4,6300	1,5900
26/11/2010	7,24000	4,6300	1,6000
29/11/2010	7,29000	4,6800	1,6200
30/11/2010	7,32000	4,6800	1,6100

Quotazioni di rame, ottone e zinco nei mesi di ottobre e novembre 2010

Per individuare l'ordine della media mobile si fa riferimento alle misure di accuratezza introdotte; pertanto si sceglierà l'ordine N in modo da minimizzare il *MAD* e/o l'*MSE.*
In tabella 5.1.2 vengono i riportati i valori di MAD e MSE nel caso in cui l'ordine sia 2 o 3 per il rame.

Periodo	*Serie storica*	*Media mobile ordine 2*	*Errore assoluto previsione*	*Errore quadratico*	*Media mobile ordine 3*	*Errore assoluto previsione*	*Errore quadratico*
1	6,8770						
2	6,8720	6,8745	0,0025	0,0000			
3	6,9060	6,8890	0,0170	0,0003	6,8850	0,0210	0,0004
4	6,8880	6,8970	0,0090	0,0001	6,8887	0,0007	0,0000
5	6,8100	6,8490	0,0390	0,0015	6,8680	0,0580	0,0034
6	6,9620	6,8860	0,0760	0,0058	6,8867	0,0753	0,0057
7	6,9580	6,9600	0,0020	0,0000	6,9100	0,0480	0,0023
8	7,0020	6,9800	0,0220	0,0005	6,9740	0,0280	0,0008
9	6,9420	6,9720	0,0300	0,0009	6,9673	0,0253	0,0006
10	6,9090	6,9255	0,0165	0,0003	6,9510	0,0420	0,0018
11	6,9850	6,9470	0,0380	0,0014	6,9453	0,0397	0,0016
12	6,9680	6,9765	0,0085	0,0001	6,9540	0,0140	0,0002
13	6,9310	6,9495	0,0185	0,0003	6,9613	0,0303	0,0009
14	6,9780	6,9545	0,0235	0,0006	6,9590	0,0190	0,0004
15	6,9420	6,9600	0,0180	0,0003	6,9503	0,0083	0,0001
16	7,0450	6,9935	0,0515	0,0027	6,9883	0,0567	0,0032
17	7,0770	7,0610	0,0160	0,0003	7,0213	0,0557	0,0031
18	7,0250	7,0510	0,0260	0,0007	7,0490	0,0240	0,0006
19	6,9980	7,0115	0,0135	0,0002	7,0333	0,0353	0,0012
20	6,9130	6,9555	0,0425	0,0018	6,9787	0,0657	0,0043
21	6,9700	6,9415	0,0285	0,0008	6,9603	0,0097	0,0001
22	6,9690	6,9695	0,0005	0,0000	6,9507	0,0183	0,0003
23	6,9750	6,9720	0,0030	0,0000	6,9713	0,0037	0,0000
24	6,9570	6,9660	0,0090	0,0001	6,9670	0,0100	0,0001
25	7,1740	7,0655	0,1085	0,0118	7,0353	0,1387	0,0192
26	7,2360	7,2050	0,0310	0,0010	7,1223	0,1137	0,0129
27	7,3580	7,2970	0,0610	0,0037	7,2560	0,1020	0,0104
28	7,3580	7,3580	0,0000	0,0000	7,3173	0,0407	0,0017
29	7,5510	7,4545	0,0965	0,0093	7,4223	0,1287	0,0166
30	7,3770	7,4640	0,0870	0,0076	7,4287	0,0517	0,0027
31	7,3220	7,3495	0,0275	0,0008	7,4167	0,0947	0,0090
32	7,2440	7,2830	0,0390	0,0015	7,3143	0,0703	0,0049
33	7,0370	7,1405	0,1035	0,0107	7,2010	0,1640	0,0269
34	7,1470	7,0920	0,0550	0,0030	7,1427	0,0043	0,0000
35	7,1520	7,1495	0,0025	0,0000	7,1120	0,0400	0,0016
36	7,1630	7,1575	0,0055	0,0000	7,1540	0,0090	0,0001
37	7,0310	7,0970	0,0660	0,0044	7,1153	0,0843	0,0071
38	7,0330	7,0320	0,0010	0,0000	7,0757	0,0427	0,0018
39	7,2010	7,1170	0,0840	0,0071	7,0883	0,1127	0,0127
40	7,2400	7,2205	0,0195	0,0004	7,1580	0,0820	0,0067
41	7,2900	7,2650	0,0250	0,0006	7,2437	0,0463	0,0021
42	7,3200	7,3050	0,0150	0,0002	7,2833	0,0367	0,0013

Media mobile ordine 2:

$\sum|D_i|=$ 1,3385
n= 42
MAD= 0,0319
$\sum D_i^2=$ 0,0806
MSE= 0,0019

Media mobile ordine 3:

$\sum|D_i|=$ 2,0510
n= 42
MAD= 0,0488
$\sum D_i^2=$ 0,1689
MSE= 0,0040

Tabella 5.1.2 - Calcolo di MAD e MSE per serie di medie mobili per il rame

In tabella 5.1.3 e 5.1.4 sono riportati gli stessi calcoli per l'ottone e lo zinco.

Periodo	*Serie storica*	*Media mobile ordine 2*	*Errore assoluto previsione*	*Errore quadratico*	*Media mobile ordine 3*	*Errore assoluto previsione*	*Errore quadratico*
1	4,4800						
2	4,4800	4,4800	0,0000	0,0000			
3	4,4800	4,4800	0,0000	0,0000	4,4800	0,0000	0,0000
4	4,5100	4,4950	0,0150	0,0002	4,4900	0,0200	0,0004
5	4,5100	4,5100	0,0000	0,0000	4,5000	0,0100	0,0001
6	4,5100	4,5100	0,0000	0,0000	4,5100	0,0000	0,0000
7	4,5100	4,5100	0,0000	0,0000	4,5100	0,0000	0,0000
8	4,5100	4,5100	0,0000	0,0000	4,5100	0,0000	0,0000
9	4,5400	4,5250	0,0150	0,0002	4,5200	0,0200	0,0004
10	4,5400	4,5400	0,0000	0,0000	4,5300	0,0100	0,0001
11	4,5400	4,5400	0,0000	0,0000	4,5400	0,0000	0,0000
12	4,5700	4,5550	0,0150	0,0002	4,5500	0,0200	0,0004
13	4,5700	4,5700	0,0000	0,0000	4,5600	0,0100	0,0001
14	4,5400	4,5550	0,0150	0,0002	4,5600	0,0200	0,0004
15	4,5400	4,5400	0,0000	0,0000	4,5500	0,0100	0,0001
16	4,5700	4,5550	0,0150	0,0002	4,5500	0,0200	0,0004
17	4,5700	4,5700	0,0000	0,0000	4,5600	0,0100	0,0001
18	4,6200	4,5950	0,0250	0,0006	4,5867	0,0333	0,0011
19	4,6200	4,6200	0,0000	0,0000	4,6033	0,0167	0,0003
20	4,5700	4,5950	0,0250	0,0006	4,6033	0,0333	0,0011
21	4,5700	4,5700	0,0000	0,0000	4,5867	0,0167	0,0003
22	4,5500	4,5600	0,0100	0,0001	4,5633	0,0133	0,0002
23	4,5500	4,5500	0,0000	0,0000	4,5567	0,0067	0,0000
24	4,5500	4,5500	0,0000	0,0000	4,5500	0,0000	0,0000
25	4,6000	4,5750	0,0250	0,0006	4,5667	0,0333	0,0011
26	4,6300	4,6150	0,0150	0,0002	4,5933	0,0367	0,0013
27	4,7300	4,6800	0,0500	0,0025	4,6533	0,0767	0,0059
28	4,7300	4,7300	0,0000	0,0000	4,6967	0,0333	0,0011
29	4,8000	4,7650	0,0350	0,0012	4,7533	0,0467	0,0022
30	4,8000	4,8000	0,0000	0,0000	4,7767	0,0233	0,0005
31	4,7500	4,7750	0,0250	0,0006	4,7833	0,0333	0,0011
32	4,7500	4,7500	0,0000	0,0000	4,7667	0,0167	0,0003
33	4,6500	4,7000	0,0500	0,0025	4,7167	0,0667	0,0044
34	4,6500	4,6500	0,0000	0,0000	4,6833	0,0333	0,0011
35	4,6500	4,6500	0,0000	0,0000	4,6500	0,0000	0,0000
36	4,6500	4,6500	0,0000	0,0000	4,6500	0,0000	0,0000
37	4,6000	4,6250	0,0250	0,0006	4,6333	0,0333	0,0011
38	4,6000	4,6000	0,0000	0,0000	4,6167	0,0167	0,0003
39	4,6300	4,6150	0,0150	0,0002	4,6100	0,0200	0,0004
40	4,6300	4,6300	0,0000	0,0000	4,6200	0,0100	0,0001
41	4,6800	4,6550	0,0250	0,0006	4,6467	0,0333	0,0011
42	4,6800	4,6800	0,0000	0,0000	4,6633	0,0167	0,0003

Media mobile ordine 2:

$\sum|D_i|=$ 0,4000
n= 42
MAD= 0,0095
$\sum D_i^2=$ 0,0117
MSE= 0,0003

Media mobile ordine 3:

$\sum|D_i|=$ 0,8000
n= 42
MAD= 0,0190
$\sum D_i^2=$ 0,0279
MSE= 0,0007

Tabella 5.1.3 - Calcolo di MAD e MSE per serie di medie mobili per l'ottone

Periodo	Serie storica	Media mobile ordine 2	Errore assoluto previsione	Errore quadratico	Media mobile ordine 3	Errore assoluto previsione	Errore quadratico
1	1,6100						
2	1,6400	1,6250	0,0150	0,0002			
3	1,6600	1,6500	0,0100	0,0001	1,6367	0,0233	0,0005
4	1,6500	1,6550	0,0050	0,0000	1,6500	0,0000	0,0000
5	1,6100	1,6300	0,0200	0,0004	1,6400	0,0300	0,0009
6	1,6500	1,6300	0,0200	0,0004	1,6367	0,0133	0,0002
7	1,6700	1,6600	0,0100	0,0001	1,6433	0,0267	0,0007
8	1,7100	1,6900	0,0200	0,0004	1,6767	0,0333	0,0011
9	1,7000	1,7050	0,0050	0,0000	1,6933	0,0067	0,0000
10	1,6900	1,6950	0,0050	0,0000	1,7000	0,0100	0,0001
11	1,7000	1,6950	0,0050	0,0000	1,6967	0,0033	0,0000
12	1,7100	1,7050	0,0050	0,0000	1,7000	0,0100	0,0001
13	1,7200	1,7150	0,0050	0,0000	1,7100	0,0100	0,0001
14	1,7500	1,7350	0,0150	0,0002	1,7267	0,0233	0,0005
15	1,7900	1,7700	0,0200	0,0004	1,7533	0,0367	0,0013
16	1,8200	1,8050	0,0150	0,0002	1,7867	0,0333	0,0011
17	1,8400	1,8300	0,0100	0,0001	1,8167	0,0233	0,0005
18	1,8200	1,8300	0,0100	0,0001	1,8267	0,0067	0,0000
19	1,7800	1,8000	0,0200	0,0004	1,8133	0,0333	0,0011
20	1,7300	1,7550	0,0250	0,0006	1,7767	0,0467	0,0022
21	1,7600	1,7450	0,0150	0,0002	1,7567	0,0033	0,0000
22	1,7300	1,7450	0,0150	0,0002	1,7400	0,0100	0,0001
23	1,7300	1,7300	0,0000	0,0000	1,7400	0,0100	0,0001
24	1,7400	1,7350	0,0050	0,0000	1,7333	0,0067	0,0000
25	1,7600	1,7500	0,0100	0,0001	1,7433	0,0167	0,0003
26	1,7700	1,7650	0,0050	0,0000	1,7567	0,0133	0,0002
27	1,8000	1,7850	0,0150	0,0002	1,7767	0,0233	0,0005
28	1,8300	1,8150	0,0150	0,0002	1,8000	0,0300	0,0009
29	1,8400	1,8350	0,0050	0,0000	1,8233	0,0167	0,0003
30	1,7800	1,8100	0,0300	0,0009	1,8167	0,0367	0,0013
31	1,6900	1,7350	0,0450	0,0020	1,7700	0,0800	0,0064
32	1,6600	1,6750	0,0150	0,0002	1,7100	0,0500	0,0025
33	1,5500	1,6050	0,0550	0,0030	1,6333	0,0833	0,0069
34	1,5700	1,5600	0,0100	0,0001	1,5933	0,0233	0,0005
35	1,5600	1,5650	0,0050	0,0000	1,5600	0,0000	0,0000
36	1,5600	1,5600	0,0000	0,0000	1,5633	0,0033	0,0000
37	1,5400	1,5500	0,0100	0,0001	1,5533	0,0133	0,0002
38	1,5500	1,5450	0,0050	0,0000	1,5500	0,0000	0,0000
39	1,5900	1,5700	0,0200	0,0004	1,5600	0,0300	0,0009
40	1,6000	1,5950	0,0050	0,0000	1,5800	0,0200	0,0004
41	1,6200	1,6100	0,0100	0,0001	1,6033	0,0167	0,0003
42	1,6100	1,6150	0,0050	0,0000	1,6100	0,0000	0,0000

Media mobile ordine 2:

∑|Di|= 0,5400
n= 42
MAD= 0,0129
∑ Di²= 0,0119
MSE= 0,0003

Media mobile ordine 3:

∑|Di|= 0,8567
n= 42
MAD= 0,0204
∑ Di²= 0,0326
MSE= 0,0008

Tabella 5.1.4 - Calcolo di MAD e MSE per serie di medie mobili per lo zinco

Guardando i risultati dei tre casi si nota quindi che risulta più corretto utilizzare una media mobile di ordine 2.

Fatto questo, nelle figure 5.1.5, 5.1.6 e 5.1.7 vengono riportate le serie storiche approssimate mediante le medie mobili di ordine 2 (in verde) e 3 (in rosso).

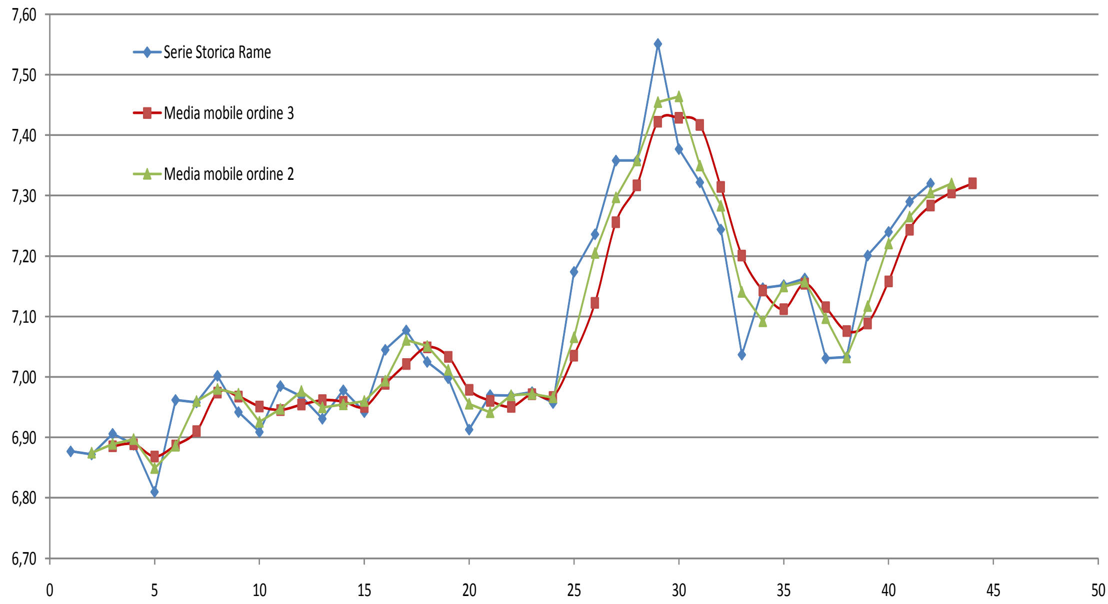


Figura 5.1.5 – Serie storica del rame approssimata con medie mobili di ordine 2 e 3

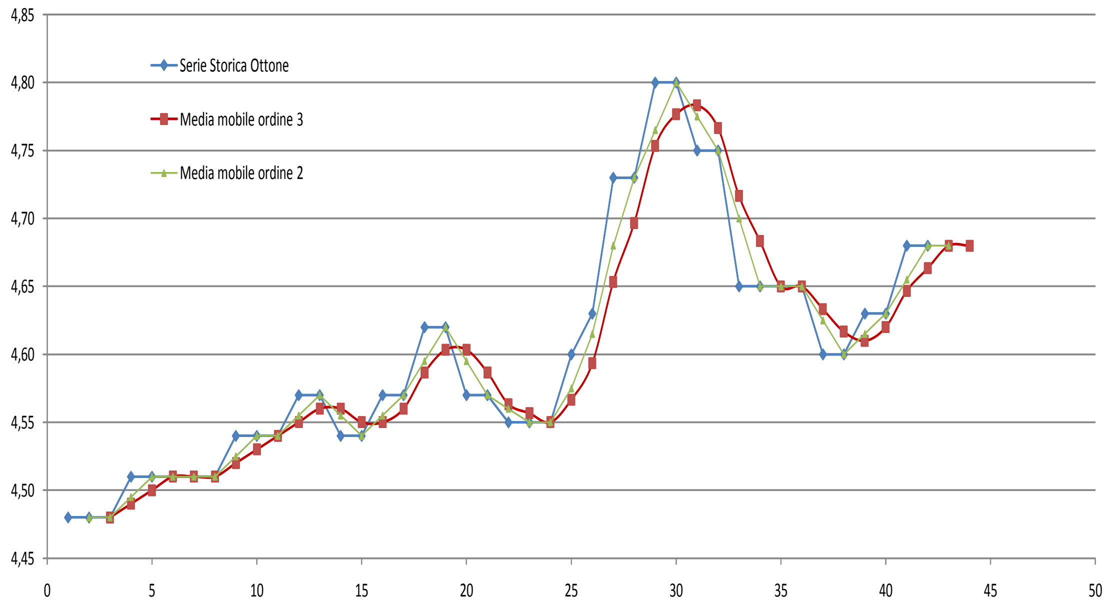


Figura 5.1.6 – Serie storica dell'ottone approssimata con medie mobili di ordine 2 e 3

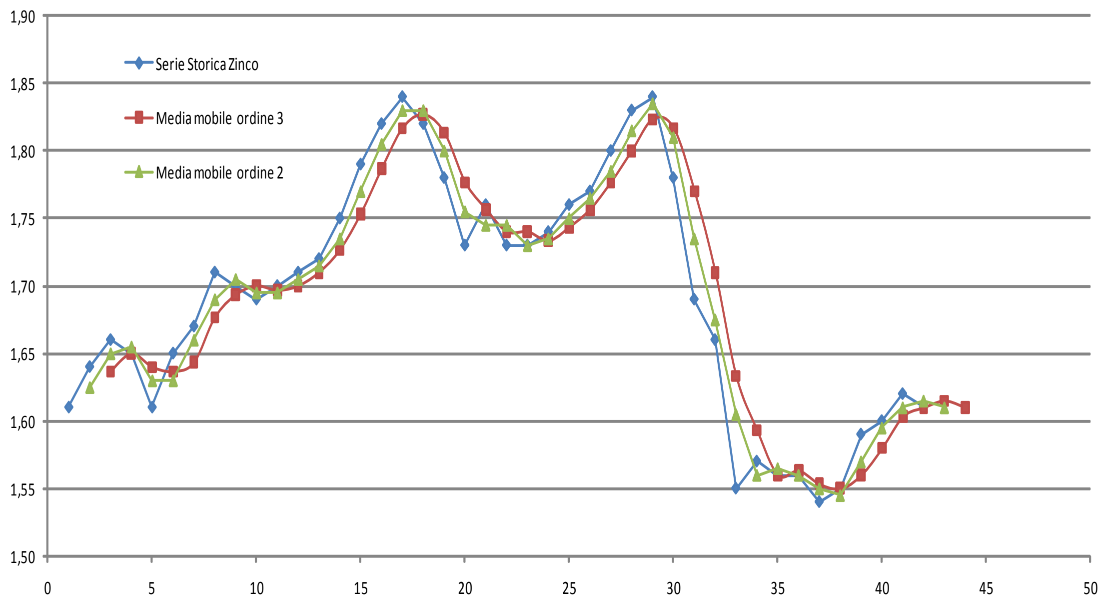


Figura 5.1.7 – Serie storica dello zinco approssimata con medie mobili di ordine 2 e 3

Da questi grafici si deduce quindi il trend dell’andamento della materia prima nei due mesi presi in analisi.

Dal confronto tra l’andamento della serie storica e della sua media mobile si riesce a capire quando all’azienda conviene di più acquistare.

Sostanzialmente, dal punto di vista dell’azienda, conviene comprare quando il grafico della serie storica passa al di sotto di quello della media mobile e, viceversa, le conviene evitare di comprare quando la serie storica passa al di sopra del grafico della media mobile.

Fatto questo ho cercato di ottenere, sempre mediante l’utilizzo della tecnica delle medie mobili, una possibile previsione dell’andamento futuro delle quotazioni in borsa di rame, ottone e zinco.

L’arco temporale su cui ho orientato lo studio è di una e di due settimane.

Per fare questo ho dovuto modificare l’ordine della media mobile.

Nel primo caso di studio, cioè arco temporale di una settimana, ho usato una media mobile di ordine 7 mentre, per la previsione di 2 settimane, una media mobile di ordine 14.

In tabella 5.1.5, 5.1.6 e 5.1.7 sono riportati i valori ottenuti precedentemente e quelli relativi alla previsione futura nel caso di rame, ottone e zinco(parte riquadrata in azzurro).

		RAME				
		€/Kg			PREVISIONE	
	Data	Mi Cash rame	media mobile ordine 2	media mobile ordine 3	media mobile ordine 7	media mobile ordine 14
1	01/10/2010	6,87700				
2	04/10/2010	6,87200	6,87450			
3	05/10/2010	6,90600	6,88900	6,88500		
4	06/10/2010	6,88800	6,89700	6,88867		
5	07/10/2010	6,81000	6,84900	6,86800		
6	08/10/2010	6,96200	6,88600	6,88667		
7	11/10/2010	6,95800	6,96000	6,91000	6,89614	
8	12/10/2010	7,00200	6,98000	6,97400	6,91400	
9	13/10/2010	6,94200	6,97200	6,96733	6,92400	
10	14/10/2010	6,90900	6,92550	6,95100	6,92443	
11	15/10/2010	6,98500	6,94700	6,94533	6,93829	
12	18/10/2010	6,96800	6,97650	6,95400	6,96086	
13	19/10/2010	6,93100	6,94950	6,96133	6,95643	
14	20/10/2010	6,97800	6,95450	6,95900	6,95929	6,92771
15	21/10/2010	6,94200	6,96000	6,95033	6,95071	6,93236
16	22/10/2010	7,04500	6,99350	6,98833	6,96543	6,94471
17	25/10/2010	7,07700	7,06100	7,02133	6,98943	6,95693
18	26/10/2010	7,02500	7,05100	7,04900	6,99514	6,96671
19	27/10/2010	6,99800	7,01150	7,03333	6,99943	6,98014
20	28/10/2010	6,91300	6,95550	6,97867	6,99686	6,97664
21	29/10/2010	6,97000	6,94150	6,96033	6,99571	6,97750
22	02/11/2010	6,96900	6,96950	6,95067	6,99957	6,97514
23	03/11/2010	6,97500	6,97200	6,97133	6,98957	6,97750
24	04/11/2010	6,95700	6,96600	6,96700	6,97243	6,98093
25	05/11/2010	7,17400	7,06550	7,03533	6,99371	6,99443
26	08/11/2010	7,23600	7,20500	7,12233	7,02771	7,01357
27	09/11/2010	7,35800	7,29700	7,25600	7,09129	7,04407
28	10/11/2010	7,35800	7,35800	7,31733	7,14671	7,07121
29	11/11/2010	7,55100	7,45450	7,42233	7,22986	7,11471
30	12/11/2010	7,37700	7,46400	7,42867	7,28729	7,13843
31	15/11/2010	7,32200	7,34950	7,41667	7,33943	7,15593
32	16/11/2010	7,24400	7,28300	7,31433	7,34943	7,17157
33	17/11/2010	7,03700	7,14050	7,20100	7,32100	7,17436
34	18/11/2010	7,14700	7,09200	7,14267	7,29086	7,19107
35	19/11/2010	7,15200	7,14950	7,11200	7,26143	7,20407
36	22/11/2010	7,16300	7,15750	7,15400	7,20600	7,21793
37	23/11/2010	7,03100	7,09700	7,11533	7,15657	7,22193
38	24/11/2010	7,03300	7,03200	7,07567	7,11529	7,22736
39	25/11/2010	7,20100	7,11700	7,08833	7,10914	7,22929
40	26/11/2010	7,24000	7,22050	7,15800	7,13814	7,22957
41	29/11/2010	7,29000	7,26500	7,24367	7,15857	7,22471
42	30/11/2010	7,32000	7,30500	7,28333	7,18257	7,22200
43	01/12/2010		7,32000	7,30500	7,18583	7,19669
44	02/12/2010			7,32000	7,21680	7,18167
45	03/12/2010				7,26275	7,16891
46	06/12/2010				7,28333	7,16140
47	07/12/2010				7,30500	7,17522
48	08/12/2010				7,32000	7,17875
49	09/12/2010					7,18257
50	10/12/2010					7,18583
51	13/12/2010					7,21680
52	14/12/2010					7,26275
53	15/12/2010					7,28333
54	16/12/2010					7,30500
55	17/12/2010					7,32000

Tabella 5.1.5 – Calcolo della previsione dell'andamento del rame mediante media mobile di ordine 7 e 14

	Data	OTTONE €/Kg Ot58	media mobile ordine 2	media mobile ordine 3	PREVISIONE media mobile ordine 7	PREVISIONE media mobile ordine 14
1	01/10/2010	4,4800				
2	04/10/2010	4,4800	4,4800			
3	05/10/2010	4,4800	4,4800	4,4800		
4	06/10/2010	4,5100	4,4950	4,4900		
5	07/10/2010	4,5100	4,5100	4,5000		
6	08/10/2010	4,5100	4,5100	4,5100		
7	11/10/2010	4,5100	4,5100	4,5100	4,4971	
8	12/10/2010	4,5100	4,5100	4,5100	4,5014	
9	13/10/2010	4,5400	4,5250	4,5200	4,5100	
10	14/10/2010	4,5400	4,5400	4,5300	4,5186	
11	15/10/2010	4,5400	4,5400	4,5400	4,5229	
12	18/10/2010	4,5700	4,5550	4,5500	4,5314	
13	19/10/2010	4,5700	4,5700	4,5600	4,5400	
14	20/10/2010	4,5400	4,5550	4,5600	4,5443	4,52071
15	21/10/2010	4,5400	4,5400	4,5500	4,5486	4,52500
16	22/10/2010	4,5700	4,5550	4,5500	4,5529	4,53143
17	25/10/2010	4,5700	4,5700	4,5600	4,5571	4,53786
18	26/10/2010	4,6200	4,5950	4,5867	4,5686	4,54571
19	27/10/2010	4,6200	4,6200	4,6033	4,5757	4,55357
20	28/10/2010	4,5700	4,5950	4,6033	4,5757	4,55786
21	29/10/2010	4,5700	4,5700	4,5867	4,5800	4,56214
22	02/11/2010	4,5500	4,5600	4,5633	4,5814	4,56500
23	03/11/2010	4,5500	4,5500	4,5567	4,5786	4,56571
24	04/11/2010	4,5500	4,5500	4,5500	4,5757	4,56643
25	05/11/2010	4,6000	4,5750	4,5667	4,5729	4,57071
26	08/11/2010	4,6300	4,6150	4,5933	4,5743	4,57500
27	09/11/2010	4,7300	4,6800	4,6533	4,5971	4,58643
28	10/11/2010	4,7300	4,7300	4,6967	4,6200	4,60000
29	11/11/2010	4,8000	4,7650	4,7533	4,6557	4,61857
30	12/11/2010	4,8000	4,8000	4,7767	4,6914	4,63500
31	15/11/2010	4,7500	4,7750	4,7833	4,7200	4,64786
32	16/11/2010	4,7500	4,7500	4,7667	4,7414	4,65714
33	17/11/2010	4,6500	4,7000	4,7167	4,7443	4,65929
34	18/11/2010	4,6500	4,6500	4,6833	4,7329	4,66500
35	19/11/2010	4,6500	4,6500	4,6500	4,7214	4,67071
36	22/11/2010	4,6500	4,6500	4,6500	4,7000	4,67786
37	23/11/2010	4,6000	4,6250	4,6333	4,6714	4,68143
38	24/11/2010	4,6000	4,6000	4,6167	4,6500	4,68500
39	25/11/2010	4,6300	4,6150	4,6100	4,6329	4,68714
40	26/11/2010	4,6300	4,6300	4,6200	4,6300	4,68714
41	29/11/2010	4,6800	4,6550	4,6467	4,6343	4,68357
42	30/11/2010	4,6800	4,6800	4,6633	4,6386	4,68000
43	01/12/2010		4,6800	4,6800	4,6367	4,67077
44	02/12/2010			4,6800	4,6440	4,66000
45	03/12/2010				4,6550	4,65182
46	06/12/2010				4,6633	4,64200
47	07/12/2010				4,6800	4,64111
48	08/12/2010				4,6800	4,64000
49	09/12/2010					4,63857
50	10/12/2010					4,63667
51	13/12/2010					4,64400
52	14/12/2010					4,65500
53	15/12/2010					4,66333
54	16/12/2010					4,68000
55	17/12/2010					4,68000

Tabella 5.1.6 – Calcolo della previsione dell'andamento dell'ottone mediante media mobile di ordine 7 e 14

		ZINCO				
		€/Kg			PREVISIONE	
	Data	Zn Cash Euro	media mobile ordine 2	media mobile ordine 3	media mobile ordine 7	media mobile ordine 14
1	01/10/2010	1,6100				
2	04/10/2010	1,6400	1,6250			
3	05/10/2010	1,6600	1,6500	1,63667		
4	06/10/2010	1,6500	1,6550	1,65000		
5	07/10/2010	1,6100	1,6300	1,64000		
6	08/10/2010	1,6500	1,6300	1,63667		
7	11/10/2010	1,6700	1,6600	1,64333	1,64143	
8	12/10/2010	1,7100	1,6900	1,67667	1,65571	
9	13/10/2010	1,7000	1,7050	1,69333	1,66429	
10	14/10/2010	1,6900	1,6950	1,70000	1,66857	
11	15/10/2010	1,7000	1,6950	1,69667	1,67571	
12	18/10/2010	1,7100	1,7050	1,70000	1,69000	
13	19/10/2010	1,7200	1,7150	1,71000	1,70000	
14	20/10/2010	1,7500	1,7350	1,72667	1,71143	1,67643
15	21/10/2010	1,7900	1,7700	1,75333	1,72286	1,68929
16	22/10/2010	1,8200	1,8050	1,78667	1,74000	1,70214
17	25/10/2010	1,8400	1,8300	1,81667	1,76143	1,71500
18	26/10/2010	1,8200	1,8300	1,82667	1,77857	1,72714
19	27/10/2010	1,7800	1,8000	1,81333	1,78857	1,73929
20	28/10/2010	1,7300	1,7550	1,77667	1,79000	1,74500
21	29/10/2010	1,7600	1,7450	1,75667	1,79143	1,75143
22	02/11/2010	1,7300	1,7450	1,74000	1,78286	1,75286
23	03/11/2010	1,7300	1,7300	1,74000	1,77000	1,75500
24	04/11/2010	1,7400	1,7350	1,73333	1,75571	1,75857
25	05/11/2010	1,7600	1,7500	1,74333	1,74714	1,76286
26	08/11/2010	1,7700	1,7650	1,75667	1,74571	1,76714
27	09/11/2010	1,8000	1,7850	1,77667	1,75571	1,77286
28	10/11/2010	1,8300	1,8150	1,80000	1,76571	1,77857
29	11/11/2010	1,8400	1,8350	1,82333	1,78143	1,78214
30	12/11/2010	1,7800	1,8100	1,81667	1,78857	1,77929
31	15/11/2010	1,6900	1,7350	1,77000	1,78143	1,76857
32	16/11/2010	1,6600	1,6750	1,71000	1,76714	1,75714
33	17/11/2010	1,5500	1,6050	1,63333	1,73571	1,74071
34	18/11/2010	1,5700	1,5600	1,59333	1,70286	1,72929
35	19/11/2010	1,5600	1,5650	1,56000	1,66429	1,71500
36	22/11/2010	1,5600	1,5600	1,56333	1,62429	1,70286
37	23/11/2010	1,5400	1,5500	1,55333	1,59000	1,68929
38	24/11/2010	1,5500	1,5450	1,55000	1,57000	1,67571
39	25/11/2010	1,5900	1,5700	1,56000	1,56000	1,66357
40	26/11/2010	1,6000	1,5950	1,58000	1,56714	1,65143
41	29/11/2010	1,6200	1,6100	1,60333	1,57429	1,63857
42	30/11/2010	1,61000	1,6150	1,61000	1,58143	1,62286
43	01/12/10		1,6100	1,61500	1,58500	1,60615
44	02/12/10			1,61000	1,59400	1,59167
45	03/12/10				1,60500	1,58273
46	06/12/10				1,61000	1,57500
47	07/12/10				1,61500	1,57778
48	08/12/10				1,61000	1,57875
49	09/12/10					1,58143
50	10/12/10					1,58500
51	13/12/2010					1,59400
52	14/12/2010					1,60500
53	15/12/2010					1,61000
54	16/12/2010					1,61500
55	17/12/2010					1,61000

Tabella 5.1.7 – Calcolo della previsione dell'andamento dello zinco mediante media mobile di ordine 7 e 14

Nelle figure 5.1.8,5.1.9 e 5.1.10 vengono riportati i grafici delle tabelle appena viste in cui vengono riportati la serie storica e le previsioni future mediante media mobile di ordine 7 e 14.

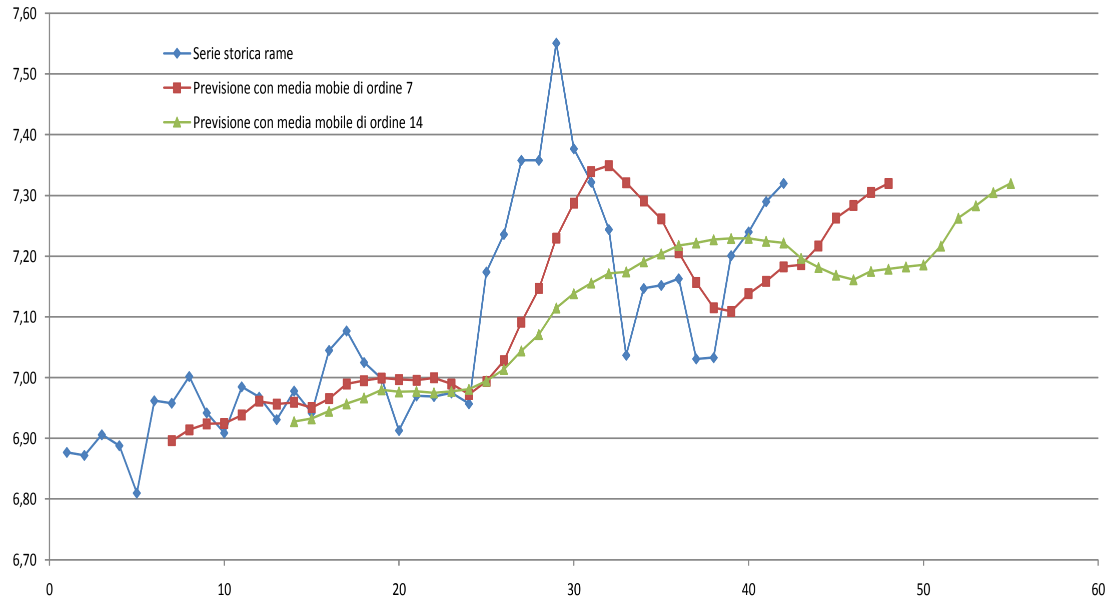


Figura 5.1.8 – Serie storica del rame e relativa previsione mediante medie mobili di ordine 7 e 14

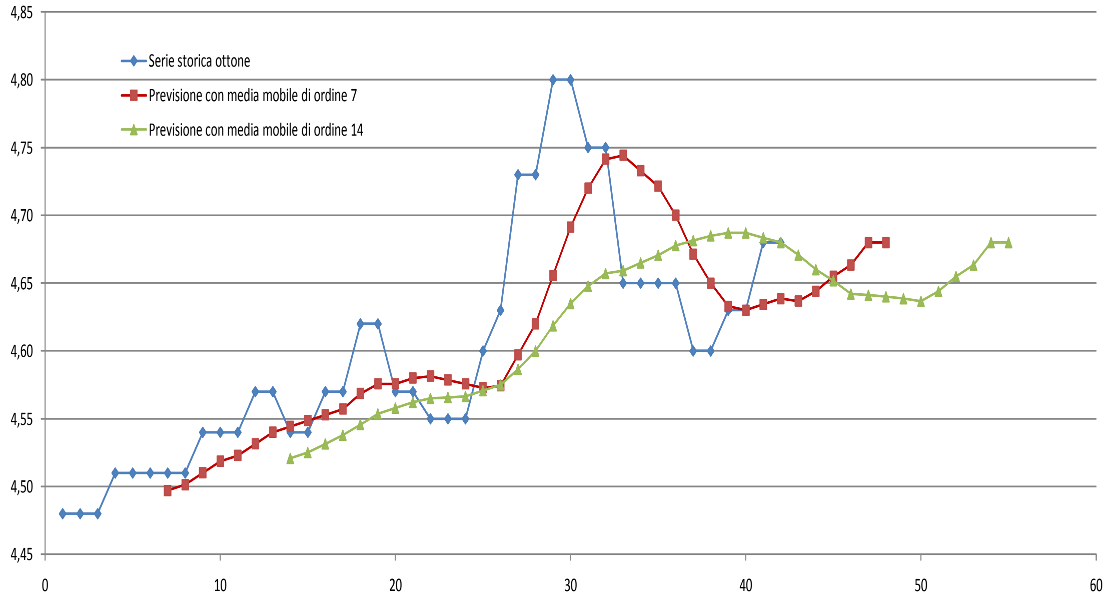


Figura 5.1.9 – Serie storica dell'ottone e relativa previsione mediante medie mobili di ordine 7 e 14

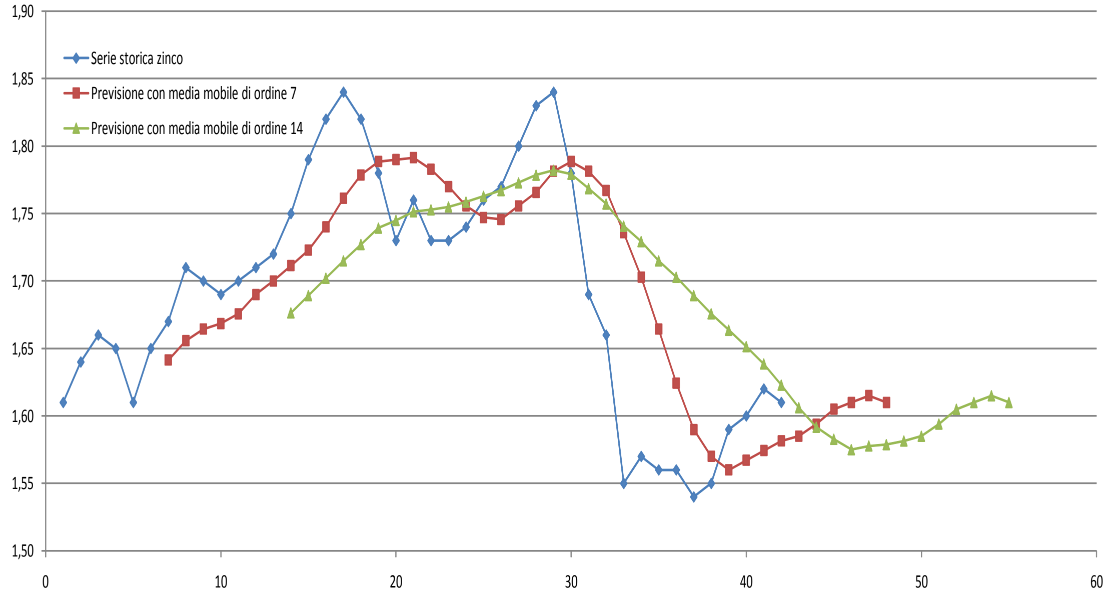


Figura 5.1.10 – Serie storica dello zinco e relativa previsione mediante medie mobili di ordine 7 e 14

5.2. ESEMPIO APPLICATIVO DI PREVISIONE DI SERIE STORICA CON COMPONENTE STAGIONALE

Con questo esempio si è cercato di prevedere quanto avrebbe speso ogni mese del 2010 l'ufficio acquisti di Trafimet.

Dopo aver ottenuto questa previsione si farà un confronto con quanto speso realmente nell'anno e si cercherà di fare una previsione per i primi tre mesi del 2011.

Per ottenere la previsione per l'anno 2010 è stato necessario ricavare quanto è stato speso mensilmente negli anni 2007,2008 e 2009.

In tabella 5.2.1 sono riportati i fatturati mensili dei tre anni considerati.

	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre	Media
2007	1.090.061,04	1.362.286,11	1.342.729,59	864.787,99	1.056.894,59	833.351,12	948.137,91	650.147,02	1.042.305,55	1.004.335,91	853.267,78	617.287,24	972.132,65
2008	1.125.473,40	1.011.537,04	1.033.243,54	952.932,95	1.055.754,84	1.487.192,94	923.825,48	298.481,09	1.220.211,92	828.771,44	960.260,62	434.015,19	944.308,37
2009	749.241,64	681.437,71	259.008,91	350.668,42	383.668,42	361.819,11	560.618,00	0,00	1.064.840,00	690.836,77	786.112,53	636.271,75	543.710,27

Tabella 5.2.1 – Fatturati di Trafimet nei 12 mesi degli anni 2007,2008,2009 e rispettive medie

Da questa tabella si ottiene quindi la retta di interpolazione per la serie storica.

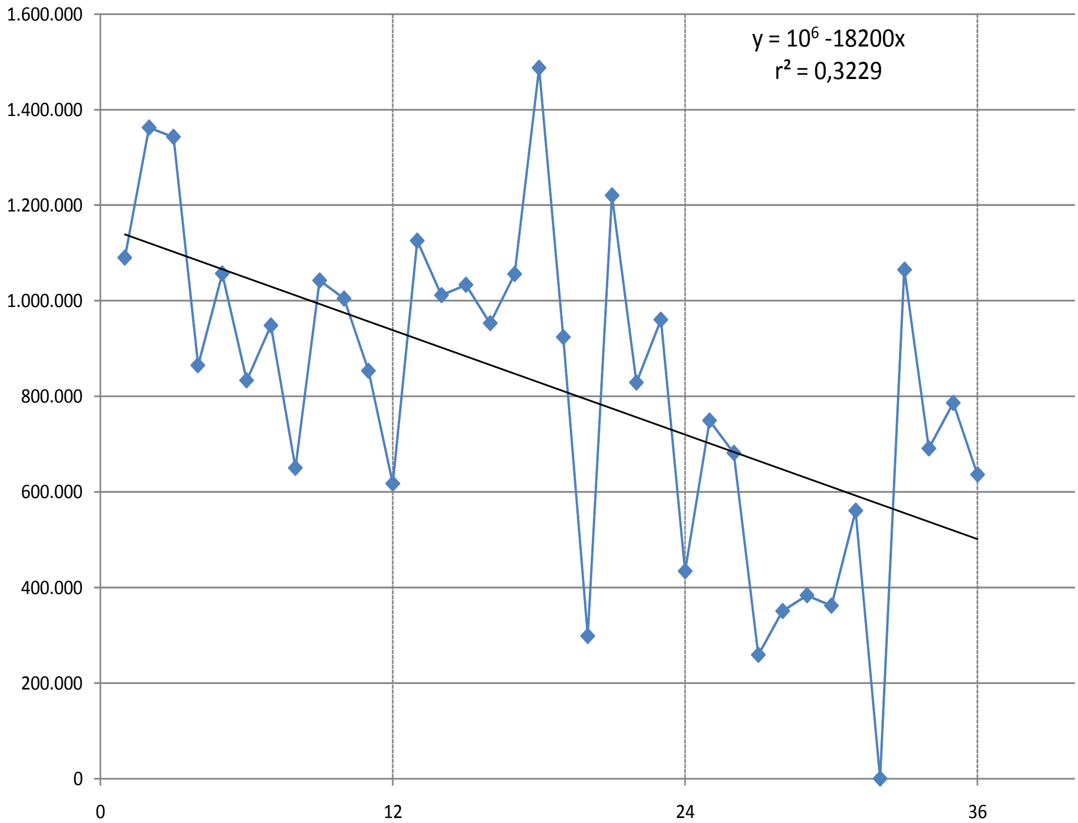


Figura 5.2.1 - Retta di interpolazione per la serie storica

Ora bisogna isolare la componente di trend attraverso l'operazione di "destagionalizzazione" dei dati.

Per ottenere questo bisogna, per prima cosa, ricavare i valori degli indici stagionali.

Questi indici sono stati ottenuti facendo la media dei valori ricavati dividendo il fatturato di ogni mese dell'anno rispetto alla media totale dei fatturati dello stesso anno.

I risultati sono riportati in tabella 5.2.2.

	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre	Media
2007	1,12	1,40	1,38	0,89	1,09	0,86	0,98	0,67	1,07	1,03	0,88	0,63	1,00
2008	1,19	1,07	1,09	1,01	1,12	1,57	0,98	0,32	1,29	0,88	1,02	0,46	1,00
2009	1,38	1,25	0,48	0,64	0,71	0,67	1,03	0,00	1,96	1,27	1,45	1,17	1,00
Indici stagionali	1,23	1,24	0,98	0,85	0,97	1,03	0,99	0,33	1,44	1,06	1,11	0,75	

Tabella 5.2.2 – Fatturati mensili in termini di rapporti rispetto alle medie mensili

Dividendo ora i valori di tabella 5.2.1 con quelli di tabella 5.2.2 si ottiene la serie storica destagionalizzata di tabella 5.2.3.

	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre
2007	885.946,44	1.096.895,36	1.364.667,16	1.019.931,08	1.089.260,31	807.092,37	952.990,71	1.980.407,39	723.349,56	947.077,86	766.304,80	817.658,67
2008	914.727,82	814.476,69	1.050.124,72	1.123.889,26	1.088.085,66	1.440.331,75	928.553,84	909.200,75	846.814,79	781.522,47	862.393,19	574.896,52
2009	608.945,68	548.684,93	263.240,61	413.578,39	395.417,66	350.418,25	563.487,38	0,00	738.988,24	651.451,57	705.993,85	842.805,56

Tabella 5.2.3 – Serie storica destagionalizzata

Mettendo a grafico i valori ottenuti si ottiene una funzione di interpolazione che rappresenta più efficacemente la componente di trend. La funzione ottenuta si può prolungare per continuità per prevedere l'andamento nei periodi successivi.

Il tutto è riportato in figura 5.2.2

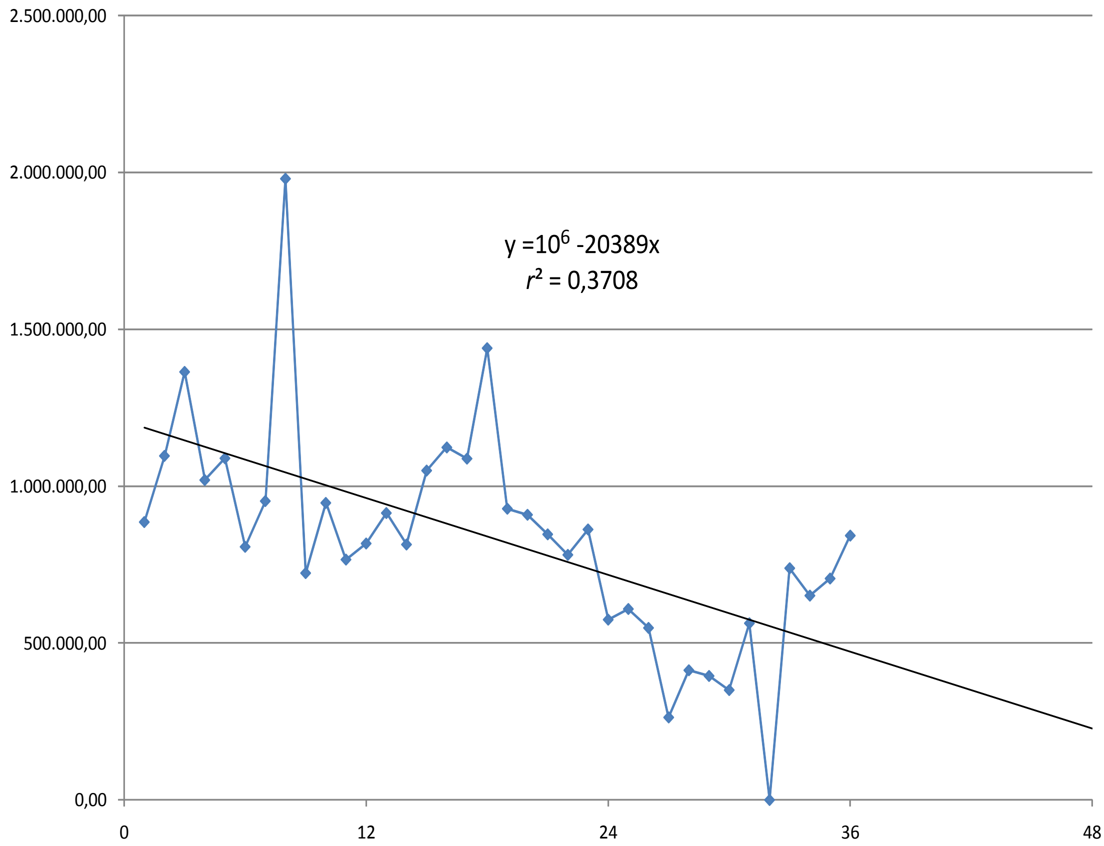


Figura 5.2.2 – Proiezione della funzione di interpolazione

Nel nostro esempio l'espressione della funzione interpolata è $y=10^6 -20389x$.

Per prevedere l'andamento relativo all'anno successivo bisogna valutare Y(t) per t=37,…,48.

Il risultato di questa operazione è indicato in tabella 5.2.4.

	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre
Trend 2010	245.607,00	225.218,00	204.829,00	184.440,00	164.051,00	143.662,00	123.273,00	102.884,00	82.495,00	62.106,00	41.717,00	21.328,00
x=	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48

Tabella 5.2.4 – Valori della componente di trend sull'orizzonte temporale di un anno

Il prolungamento della funzione di interpolazione consente di rappresentare la previsione dell'andamento della variabile a meno della componente stagionale.

È necessario allora moltiplicare la funzione di interpolazione per gli indici stagionali ottenendo i valori indicati in tabella 5.2.5.

	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre
Proiezione Y'	245.607,00	225.218,00	204.829,00	184.440,00	164.051,00	143.662,00	123.273,00	102.884,00	82.495,00	62.106,00	41.717,00	21.328,00
Ind.Stagionale	*1,23*	*1,24*	*0,98*	*0,85*	*0,97*	*1,03*	*0,99*	*0,33*	*1,44*	*1,06*	*1,11*	*0,75*
Proiez. Y'·S	***302.192,78***	***279.708,86***	***201.536,29***	***156.384,58***	***159.176,47***	***148.336,04***	***122.645,27***	***33.775,74***	***118.870,60***	***65.860,78***	***46.451,19***	***16.101,46***

Tabella 5.2.5 – Proiezione dei valori della variabile sull'orizzonte temporale di un anno

In figura 5.2.3 è riportata la serie storica di partenza con la previsione sull'orizzonte temporale, considerando contestualmente la componente di trend e la componente stagionale secondo i valori di tabella 5.2.5.

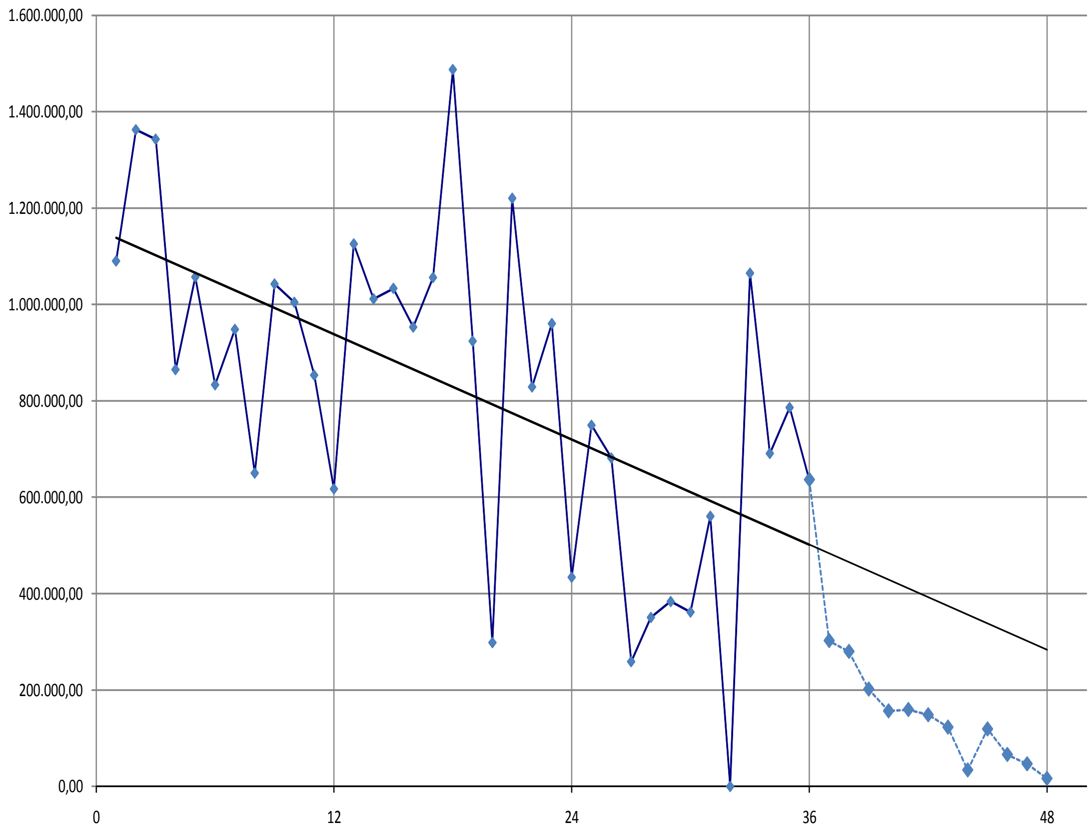


Figura 5.2.3 – Andamento della serie storica e della previsione

Arrivati a questo punto bisogna fare quindi un confronto con quanto speso realmente durante l’anno 2010.
In tabella 5.2.6 sono quindi riportate, per ogni mese, le spese previste e quelle realmente effettuate dall’ufficio acquisti in quest’ultimo anno.

	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre
Previsione 2010	302.192,78	279.708,86	201.536,29	156.384,58	159.176,47	148.336,04	122.645,27	33.775,74	118.870,60	65.860,78	46.451,19	16.101,46
Effettivo 2010	889.657,33	613.850,95	537.390,76	414.551,32	503.215,77	450.264,91	478.259,48	115.628,32	802.203,67	511.460,14	593.273,55	495.831,87

Tabella 5.2.6 – Previsione e spesa effettiva dell’anno 2010

In tabella 5.2.7 sono quindi riportati gli storici delle spese effettuate dall’ufficio acquisti negli anni 2007,2008,2009,2010.

	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre
2007	1.090.061,04	1.362.286,11	1.342.729,59	864.787,99	1.056.894,59	833.351,12	948.137,91	650.147,02	1.042.305,55	1.004.335,91	853.267,78	617.287,24
2008	1.125.473,40	1.011.537,04	1.033.243,54	952.932,95	1.055.754,84	1.487.192,94	923.825,48	298.481,09	1.220.211,92	828.771,44	960.260,62	434.015,19
2009	749.241,64	681.437,71	259.008,91	350.668,42	383.668,42	361.819,11	560.618,00	0,00	1.064.840,00	690.836,77	786.112,53	636.271,75
2010	889.657,33	613.850,95	537.390,76	414.551,32	503.215,77	450.264,91	478.259,48	115.628,32	802.203,67	511.460,14	593.273,55	495.831,87

Tabella 5.2.7 – Serie storica delle spese effettuate dall’ufficio acquisti dal 2007 al 2010

L’obiettivo ora è di ricavare la previsione di quanto verrà speso nei primi tre mesi dell’anno 2011.

Dalla tabella 5.2.7 si ottiene la retta di interpolazione della serie storica.

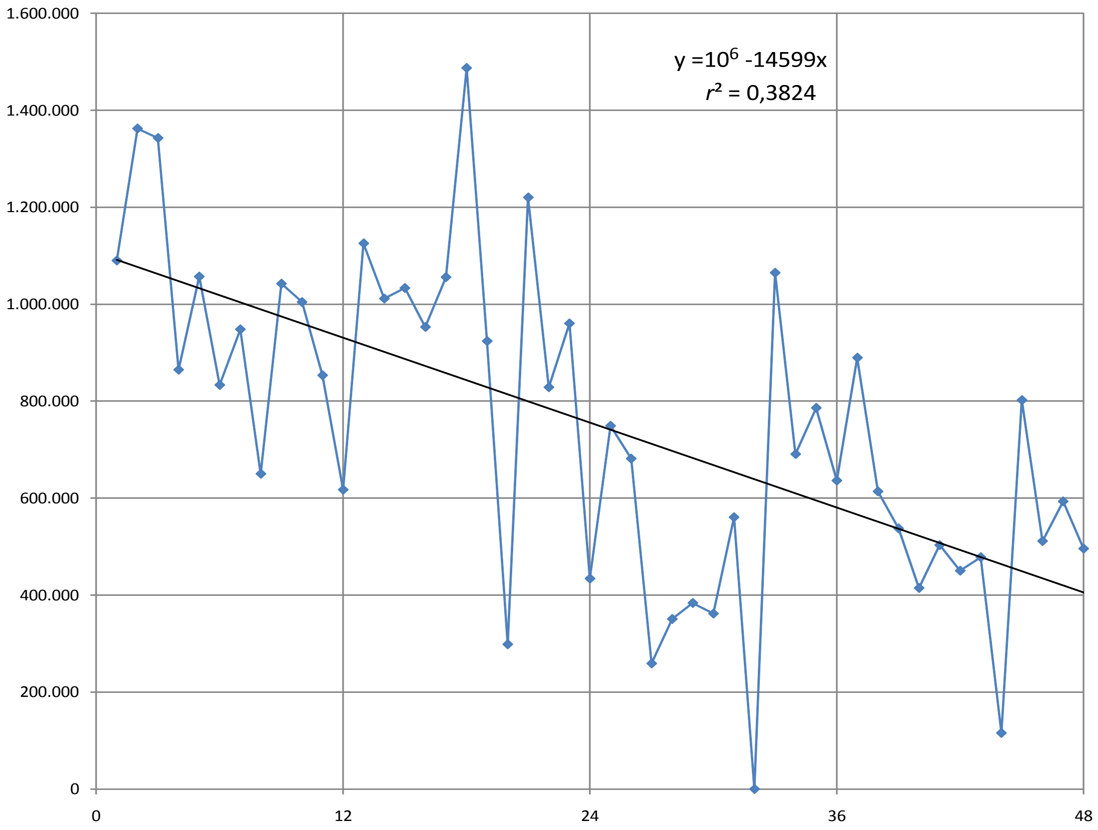


Figura 5.2.1 - Retta di interpolazione per la serie storica

Come fatto precedentemente ora bisogna isolare la componente di trend attraverso l'operazione di "destagionalizzazione" dei dati.

Ricalcoliamo quindi il valore degli indici stagionali.

I risultati sono riportati in tabella 5.2.2.

	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre
2007	1,12	1,40	1,38	0,89	1,09	0,86	0,98	0,67	1,07	1,03	0,88	0,63
2008	1,19	1,07	1,09	1,01	1,12	1,57	0,98	0,32	1,29	0,88	1,02	0,46
2009	1,38	1,25	0,48	0,64	0,71	0,67	1,03	0,00	1,96	1,27	1,45	1,17
2010	1,67	1,15	1,01	0,78	0,94	0,84	0,90	0,22	1,50	0,96	1,11	0,93
Indici stagionali	1,34	1,22	0,99	0,83	0,96	0,99	0,97	0,30	1,46	1,03	1,11	0,80

Tabella 5.2.2 – Fatturati mensili in termini di rapporti rispetto alle medie mensili

Dividendo ora i valori di tabella 5.2.1 con quelli di tabella 5.2.2 si ottiene la serie storica destagionalizzata di tabella 5.2.3.

	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre
2007	813.808,31	1.117.587,98	1.356.805,62	1.041.828,01	1.097.056,17	845.802,35	977.291,06	2.164.482,57	715.666,56	970.484,45	766.660,43	773.129,12
2008	840.246,17	829.841,56	1.044.075,18	1.148.018,07	1.095.873,11	1.509.413,32	952.231,08	993.709,26	837.820,42	800.837,44	862.793,42	543.587,75
2009	559.362,32	559.035,72	261.724,14	422.457,51	398.247,67	367.225,10	577.855,77	0,00	731.139,14	667.551,90	706.321,49	796.906,51
2010	664.192,65	503.589,10	543.024,30	499.418,57	522.337,77	456.992,39	492.964,91	384.952,13	550.808,10	494.221,22	533.055,82	621.010,82

Tabella 5.2.3 – Serie storica destagionalizzata

Mettendo a grafico i valori ottenuti si ottiene una funzione di interpolazione che rappresenta in modo più efficace la componente di trend.

Per prevedere l'andamento dei periodi successivi si deve prolungare tale funzione per continuità.

Il tutto è riportato in figura 5.2.2

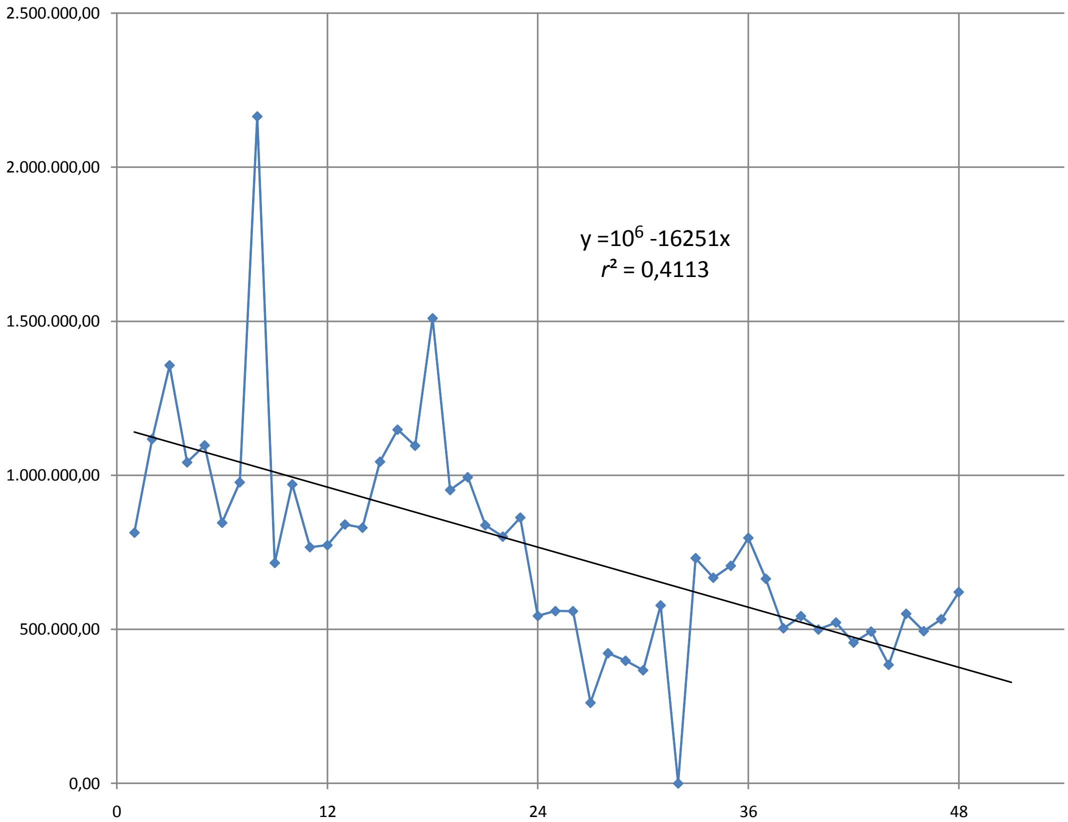


Figura 5.2.2 – Proiezione della funzione di interpolazione

Dato che si vuole prevedere l'andamento relativo ai primi tre mesi del 2011 e che l'espressione della funzione interpolata è $y=10^6$-16251x, basta valutare Y(t) per t=49,50 e 51.
Il risultato di questa operazione è indicato in tabella 5.2.4.

	Gennaio	*Febbraio*	*Marzo*
Trend 2011	203.701,00	187.450,00	171.199,00
x=	49	50	51

Tabella 5.2.4 – Valori della componente di trend sull'orizzonte temporale dei primi tre mesi dell'anno 2011

Per evitare che il prolungamento della funzione di interpolazione rappresenti la previsione dell'andamento a meno della componente stagionale, è necessario moltiplicare la funzione di interpolazione per gli indici stagionali prima definiti, ottenendo quindi i valori indicati in tabella 5.2.5.

	Gennaio	*Febbraio*	*Marzo*
Proiezione Y'	203.701,00	187.450,00	171.199,00
Ind.Stagionale	*1,34*	*1,22*	*0,99*
Proiez. Y'·S	***272.848,68***	***228.492,55***	***169.422,92***

Tabella 5.2.5 – Proiezione dei valori della variabile sull'orizzonte temporale dei primi tre mesi dell'anno 2011

In figura 5.2.3 è riportata la serie storica fino all'anno 2010 unita alla previsione dei mesi di Gennaio, Febbraio e Marzo 2011 (in tratteggiato).

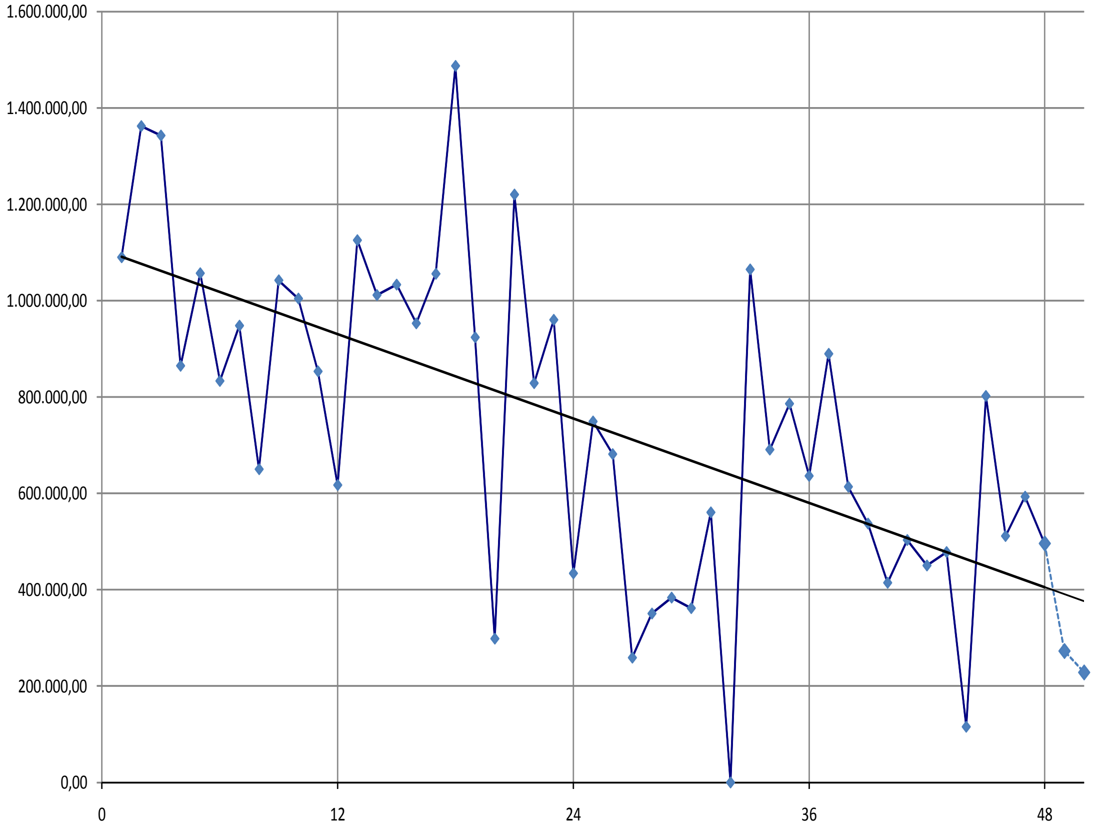


Figura 5.2.3 – Andamento della serie storica e della previsione

6.CONCLUSIONI

La previsione di dati ed informazioni è di fondamentale importanza per affrontare problemi di ottimizzazione della programmazione e gestione di sistemi di produzione.
Con questo elaborato si è cercato di fornire una panoramica delle tecniche matematiche per l'analisi e la previsione di dati, distinguendo tra tecniche basate sulla regressione e tecniche utilizzabili per l'analisi di serie storiche.
Per quanto riguarda le tecniche di regressione si è analizzato in dettaglio la regressione lineare e si è sottolineato, in questo contesto, il significato del coefficiente di correlazione.
Nell'ambito delle tecniche basate sull'analisi delle serie storica, si sono analizzate tecniche basate sullo smoothing (*medie mobili*, *smoothing esponenziale*) e tecniche basate sulla destagionalizzazione.
Sono stati introdotti, inoltre, alcuni parametri (*MAD, MSE, linea di tracking, carte di controllo*) per la valutazione, il monitoraggio ed il controllo della qualità di una tecnica di previsione.
Mediante l'utilizzo di esempi applicativi si è cercato di dimostrare quanto possa essere utile nell'ambito lavorativo l'utilizzo di tecniche di previsione per poter effettuare delle previsioni future o per poter semplicemente effettuare delle analisi di valori di alto interesse per l'azienda stessa (analisi di trend).

7.BIBLIOGRAFIA

-Giuseppe Bruno, *Operations Management. Modelli e metodi per la logistica*, Italia: Edizioni Scientifiche Italiane