

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Università degli Studi di Padova

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA “TULLIO LEVI-CIVITA”

Corso di Laurea Magistrale in Matematica

Il laboratorio di matematica come metodologia per insegnare la matematica.
Sfide, strumenti e opportunità per l'educazione matematica nella scuola secondaria.

Relatore:
Prof. Dietelmo Pievani
Correlatore:
Prof. Luigi Tomasi

Laureanda:
Emilia Bertorelle
Matricola: 2062594

Anno Accademico 2023/2024

19 Luglio 2024

A Pippi

Indice

Abstract	1
Introduzione	4
I Il Laboratorio di Matematica come metodologia per l'insegnamento e l'apprendimento della matematica	8
II I musei scientifici in Italia	20
II.1 Il Giardino di Archimede	26
II.2 Il Laboratorio delle Macchine Matematiche	29
II.3 I Science Center	34
III Le aspettative e le esigenze delle studentesse e degli studenti verso la Matematica: un questionario per rilevarle	39
III.1 Informazioni di base	42
III.2 Investigare l'esperienza scolastica attuale	43
III.3 Investigare l'opinione e quanto sperimentato su metodi alternativi alla didattica frontale	45
IV Analisi dei dati emersi dal questionario	50
IV.1 Informazioni di base	50
IV.2 Investigare l'esperienza scolastica attuale	53
IV.3 Investigare l'opinione e quanto sperimentato su metodi alternativi alla didattica frontale	61
V La proposta di un sito per offrire delle alternative didattiche	

laboratoriali	73
Conclusioni	86
Bibliografia	90
Sitografia	91
Ringraziamenti	96

Abstract

Questa tesi esplora alcune metodologie alternative all'insegnamento tradizionale della matematica nella scuola secondaria, come il Laboratorio di Matematica, e analizza le opinioni degli studenti su questi approcci. La ricerca è motivata dalla necessità di affrontare il disinteresse e le difficoltà che molti studenti incontrano nello studio della matematica. Il lavoro si divide in cinque capitoli principali.

Nel primo capitolo, vengono analizzati vari progetti educativi che hanno promosso metodi didattici innovativi per l'insegnamento della matematica, con particolare attenzione al Laboratorio Matematico. Questo approccio mira a rendere la matematica più coinvolgente e rilevante attraverso attività pratiche che collegano concetti astratti alla realtà quotidiana.

Il secondo capitolo esamina la presenza e il ruolo dei musei scientifici in Italia, focalizzandosi su quelli che includono sezioni dedicate alla matematica. Si evidenzia come questi musei possano contribuire alla divulgazione scientifica e stimolare l'interesse per la matematica tra i giovani.

Il terzo capitolo presenta un questionario progettato per raccogliere le opinioni degli studenti riguardo l'insegnamento della matematica e la loro apertura verso metodi didattici alternativi. Il questionario indaga anche l'esperienza scolastica attuale e le preferenze degli studenti.

Nel quarto capitolo, i dati raccolti dal questionario vengono analizzati per identificare le principali tendenze e percezioni degli studenti. I risultati mostrano un generale apprezzamento per metodologie didattiche più interattive e pratiche.

Infine, il quinto capitolo descrive la creazione di un sito web che funge da piattaforma di condivisione per insegnanti di matematica. Questo sito offre risorse per implementare laboratori di matematica in classe e promuove uno spazio di collaborazione dove gli insegnanti possono condividere esperienze e

suggerimenti.

In conclusione, la tesi sottolinea la richiesta degli studenti di avere più metodologie didattiche alternative come il Laboratorio Matematico. Questo probabilmente è dovuto al fatto che le percepiscono come importanti integrazioni alla didattica frontale con le quali sentono di poter superare le tradizionali e molto frequenti difficoltà connesse allo studio e all'apprendimento della matematica. Inoltre, evidenzia la necessità di una maggiore diffusione di queste pratiche per superare le resistenze esistenti e creare un ambiente educativo più stimolante e inclusivo per gli studenti.

This thesis explores some alternative methodologies to traditional mathematics teaching in secondary schools, such as the Mathematics Laboratory, and analyzes students' opinions on these approaches. The research is motivated by the need to address the disinterest and difficulties many students encounter in studying mathematics. The work is divided into five main chapters.

In the first chapter, various educational projects that have promoted innovative teaching methods for mathematics are analyzed, with particular attention to the Mathematics Laboratory. This approach aims to make mathematics more engaging and relevant through practical activities that connect abstract concepts to everyday reality.

The second chapter examines the presence and role of science museums in Italy, focusing on those that include sections dedicated to mathematics. It highlights how these museums can contribute to scientific dissemination and stimulate interest in mathematics among young people.

The third chapter presents a questionnaire designed to gather students' opinions regarding mathematics teaching and their openness to alternative teaching methods. The questionnaire also investigates the current school experience and students' preferences.

In the fourth chapter, the data collected from the questionnaire are analyzed to identify the main trends and perceptions of the students. The results show a general appreciation for more interactive and practical teaching methodologies.

Finally, the fifth chapter describes the development of a website that ser-

ves as a sharing platform for mathematics teachers. This site offers resources for implementing mathematics laboratories in the classroom and promotes a collaborative space where teachers can share experiences and suggestions.

In conclusion, the thesis highlights students' demand for more alternative teaching methodologies like the Mathematics Laboratory. This is likely because they perceive these methods as important supplements to traditional teaching, which help them overcome the common and frequent difficulties associated with studying and learning mathematics. Furthermore, it emphasizes the need for greater dissemination of these practices to overcome existing resistance and create a more stimulating and inclusive educational environment for students.

Introduzione

“L’obiettivo è quello di suscitare, [...] lo stesso spirito che aveva condotto alla scoperta il matematico creatore. Ci si rifà quindi, spesse volte, alle origini dei concetti e alla storia del cammino delle idee. Altre volte invece, trascinati dagli allievi le cui motivazioni e i cui interessi vengono sempre dalla realtà, siamo condotti a introdurre l’argomento sotto una visuale che si allontana dalla storia; il lavoro didattico consiste allora nella ideazione e nella costruzione di una nuova via di sviluppo.

La realtà è, comunque, sempre presente: si prende spunto dalla realtà, si indaga nella realtà, si traggono dopo aver matematizzato, regole di comportamento per la realtà.”

Così scrivono Emma Castelnuovo e Mario Barra nella prefazione di *Matematica nella realtà* ([BC00]), volume che contiene tutti gli argomenti che sono stati discussi all’Esposizione di Matematica, svoltasi nei giorni 2-3-4 aprile 1974, dai 138 ragazzi dei corsi A e B della Scuola media Tasso di Roma.

Questi obiettivi erano tanto attuali allora quanto lo sono adesso: suscitare negli studenti curiosità, motivazione e interesse nell’appassionarsi alla matematica.

In Italia ci sono sicuramente delle carenze ma anche tante idee e nuovi progetti che si pongono come scopo quello di avvicinare maggiormente la matematica ai giovani, agli studenti che spesso vedono nella matematica una materia lontana dalla realtà e da ciò che potrebbe servirgli concretamente nel loro futuro e nella loro vita quotidiana.

Con questa tesi si vuole dare innanzitutto un panorama del lavoro fatto in questi anni e dell’offerta presente in Italia per quanto riguarda l’insegnamento e la divulgazione matematica alternativa alla classica didattica frontale.

Da un lato è importante soffermarsi sui musei scientifici in Italia, in quanto possono dare uno spaccato della società, soprattutto in un paese dove il patrimonio storico, artistico e scientifico è così vasto e di grande importanza. È rilevante osservare come di base i musei scientifici sono poco più di un terzo rispetto ai totali presenti, e di questi una piccolissima percentuale sono quasi interamente dedicati alla matematica. Per fortuna questi sporadici casi sono dei piccoli gioielli che dovrebbero essere promossi e valorizzati.

Ma oltre al ruolo dei musei si sono sviluppati progetti che incentivino un maggior numero di studenti ad approcciarsi alla matematica e in generale alle materie scientifiche, anche in un percorso di studio post diploma. Per esempio il PLS, cioè il Piano di Lauree Scientifiche istituito nel 2004, che si pone l'obiettivo di opporsi alla drastica diminuzione di iscritti registrata negli anni '90.

In mancanza di luoghi che proponano differenti punti di vista sulla matematica, è fondamentale offrire delle alternative soprattutto nell'ambiente scolastico. È all'interno della classe che lo studente inizia a conoscere la matematica e dal modo in cui ci si avvicina si determina il legame che si instaura tra loro, che potrà essere positivo o negativo. Questo legame inevitabilmente si inizia a creare fin dalle scuole primarie.

Tra i diversi metodi didattici, è importante ricordare il Laboratorio Matematico per i risultati che ha prodotto e per i feedback positivi registrati da parte degli studenti. Il Laboratorio Matematico non è un luogo fisico, si può prestare alla classe, all'aperto, ad un laboratorio; bensì si pone l'obiettivo di dare significato agli oggetti della matematica, che siano astratti o concreti, attraverso attività pratiche e coinvolgenti. La costruzione di questi significati dipende sia dagli strumenti che vengono utilizzati, che possono essere molteplici, tangibili o elettronici; ma anche dall'interazione fra le persone che partecipano.

Nonostante le proposte e le opportunità siano numerose e molto promettenti, purtroppo, la realizzazione dei Laboratori Matematici è ancora poco diffusa, che sia in classe o in un altro luogo esterno.

Quello che si può dedurre è che negli anni si sia sviluppato un circolo vizioso tale per cui pochi studenti proseguono lo studio della matematica dopo la scuola secondaria di secondo grado; e di conseguenza ancora meno approfondiscono l'aspetto didattico-divulgativo durante o dopo lo studio universitario. Questo porta ad avere pochi insegnanti veramente appassionati specificatamente verso la matematica, per i quali è difficile proporre alterna-

tive coinvolgenti e innovative ai propri studenti o ad altri insegnati durante corsi di formazione. In questo modo, però, si continuano a perdere studenti e futuri insegnanti, formatori, divulgatori che potrebbero perseguire questa “missione”.

È fondamentale trovare soluzioni a questo dilemma complesso. Il Laboratorio Matematico può essere una risposta, ma oltre a non essere l’unica, per vederne veramente i benefici è necessario che venga maggiormente svolto e preso in considerazione come metodologia didattica.

Dopo una analisi più teorica del panorama italiano, la tesi si pone l’obiettivo di portare l’attenzione sull’opinione degli studenti. Intervistare chi oggi sta frequentando la scuola secondaria di primo o secondo grado, chi quotidianamente affronta le difficoltà di una didattica standard che non sempre riesce ad integrare costruttivamente tutte le diverse tipologie di intelligenza. Si è creato un questionario per studiare le esigenze degli studenti, il loro approccio alla matematica ed anche la loro predisposizione verso alternative alla didattica ordinaria che seguono tutti i giorni ed in particolare verso il Laboratorio di Matematica.

È importante non trascurare il pensiero dei giovani, visto che tutto lo studio viene fatto per loro, per migliorare l’insegnamento e l’apprendimento della matematica. Se si perde il punto di vista concreto degli studenti si perde tutto il senso delle analisi, dei corsi di aggiornamento, degli approfondimenti che vengono fatti ogni anno con questo scopo.

Infine, una volta raccolti un numero significativo di dati, ed analizzati si vuole restituire i risultati rilevanti a chi può cambiare la metodologia e offrire un nuovo approccio agli studenti: gli insegnanti.

Si è scelto di creare un sito accessibile a tutti che raccolga l’esito del questionario, soprattutto le percentuali più considerevoli. Ma non solo, che presenti anche degli esempi di laboratori da proporre facilmente in classe, attraverso l’utilizzo di materiale non ricercato ma che tutti possono recuperare, non costoso, semplice.

Anche se l’obiettivo principale nel creare questo sito è che diventi un portale in cui insegnanti da tutta Italia possano caricare le loro esperienze, i laboratori che propongono in classe, commentare e chiedere suggerimenti, una community in cui confrontarsi e aiutarsi gli uni con gli altri.

Le esperienze e gli esperimenti didattici sono presenti in Italia, questo è evidente, fin dal secolo precedente; quello che però è assente è il confronto e

la divulgazione di tutti questi esempi che possono essere innovativi e vincenti. Ma che, purtroppo, spesso vengono svolti solo da un paio di insegnanti in una piccola scuola di provincia, anche se potrebbero essere un metodo valido e innovativo per migliaia di scuole e studenti.

La tesi si suddivide principalmente in cinque capitoli:

1. Il primo capitolo approfondisce i progetti che si sono sviluppati negli anni per promuovere la matematica attraverso metodologie e approcci didattici innovativi. In particolare descrive il Laboratorio Matematico, come si articola e i suoi numerosi vantaggi e benefici per gli studenti nello studiare e approcciarsi ad argomenti di matematica attraverso questa metodologia didattica.
2. Nel secondo si descrive il panorama italiano per quanto riguarda la divulgazione museale scientifica ed in particolare matematica, i musei che presentano sezioni di matematica e come lo fanno.
3. Il terzo presenta il questionario che è stato creato, il suo scopo e come è strutturato nel dettaglio, con tutte le domande presenti.
4. Nel quarto vengono analizzati i dati raccolti dal questionario, rielaborandoli in funzione dei risultati ottenuti.
5. Infine, nel quinto capitolo, si descrive il sito che è stato sviluppato, quali sono i suoi obiettivi e cosa è stato inserito all'interno.

Capitolo I

Il Laboratorio di Matematica come metodologia per l'insegnamento e l'apprendimento della matematica

Il professor Brunetto Piochi, docente fino al 2011 presso l'Università di Firenze, scrive: “La matematica viene percepita come pura forma e astrazione, e le sue applicazioni come rigide risposte a situazioni standard. L'idea della matematica come “scienza morta” è del resto molto diffusa nella cultura attuale. Essa è però inevitabilmente destinata a produrre negli studenti convinzioni distorte sulla materia e di conseguenza, secondo quanto ormai abbondantemente dimostrato da più autori, distorsioni nell'apprendimento stesso.” ([Pio]).

D'altro canto, la matematica che si impara a scuola è molto spesso fatta da un insieme, a volte non completamente omogeneo, di nozioni di base, assiomi, definizioni e regole, che vengono date dall'insegnante e su cui è praticamente impossibile discutere. Spesso questo modo di presentarla è motivato dal desiderio di fornire il maggior numero di concetti nel più breve tempo possibile.

È quindi necessario porsi delle domande sul metodo con cui insegnare la matematica e di conseguenza riflettere sulla necessità di integrare nell'insegnamento diversi approcci, visto anche il disamore che spesso viene espresso nei confronti di questa disciplina.

Le *Indicazioni del Ministero della Pubblica Istruzione* ricordano che: “La matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi utili nella vita quotidiana; inoltre contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri.” (Indicazioni MPI, 2007).

Infatti, nonostante l'affermazione che oggi la matematica ci circonda possa sembrare un'immagine un po' trita, in realtà non è mai stato più vero di così. Nel mondo tecnologico attuale la matematica è parte intrinseca della nostra vita quotidiana.

Quindi l'insegnamento della matematica trascende la mera trasmissione di concetti e tecniche; esso assume una rilevanza culturale e sociale profonda, rappresentando uno degli strumenti chiave per soddisfare le esigenze di conoscenza e democrazia all'interno della società contemporanea. Di conseguenza, l'approccio all'insegnamento della matematica non può essere definito unicamente dalla struttura intrinseca delle conoscenze matematiche, ma deve anche considerare la necessità di contribuire agli obiettivi educativi generici, orientati allo sviluppo delle capacità cognitive.

L'assimilazione della conoscenza matematica e l'acquisizione delle abilità necessarie per sfruttarne appieno le potenzialità costituiscono un processo graduale e impegnativo, il quale inizia sin dalle prime fasi della formazione scolastica. Tale processo richiede l'attenzione verso opportune aree di esperienza, basate su elementi concreti che sono esaminati, discussi e rappresentati in modo adeguato al livello di sviluppo e conoscenza individuale. È essenziale sfruttare anche le competenze provenienti da contesti diversi, come quelli linguistici, storici, sperimentali, motori, figurativi e ludici.

Le idee in matematica nascono per dare risposte a problemi spesso molto pratici, a volte profondi, a volte posti da altri settori della stessa matematica. “Forse uno dei modi più efficaci di avvicinarsi alla matematica è di vederla come un metodo per affrontare i problemi, un linguaggio, ma anche una scatola di attrezzi che ci permettono di potenziare la nostra intuizione.” ([BFDNR18]). Di conseguenza la matematica senza servirsi del senso comune potrebbe rivelarsi un esercizio vuoto e che non suscita particolare interesse, in quanto priva di una visione pratica ma mera applicazione di

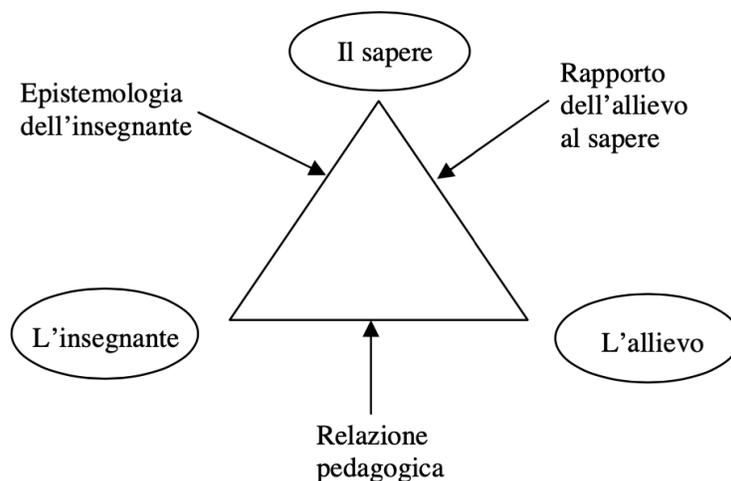
regole formali.

Piochi in un altro articolo scrive: “Gli allievi devono essere incoraggiati, stimolati, invitati ad una continua verbalizzazione di idee, intuizioni e proposte: bisogna rimuovere la convinzione (erronea!) che fare matematica consista nel trovare l'unica soluzione corretta e che questa vada trovata fuggendo, o comunque nascondendo col bianchetto, gli errori, mediante l'applicazione di procedimenti standard e formule di cui l'insegnante è depositario.” ([Pio+10]).

Purtroppo, la *Didattica della Matematica* in quanto disciplina è relativamente giovane. È difficile fissarne l'inizio: anche se forse non si può parlare ancora di didattica della matematica, fu agli inizi del 1900 quando alcuni matematici, tra i quali Felix Klein, cominciarono a riflettere su certi aspetti legati all'insegnamento della matematica.

L'attenzione dei primi lavori interessati alle dinamiche dell'insegnamento della matematica era completamente focalizzata sul contenuto matematico e sugli eventuali nodi epistemologici dello stesso. L'ingenua assunzione era che presentare bene i contenuti risolvesse i problemi del processo di insegnamento/apprendimento. “Lo sviluppo di una vera e propria disciplina, la didattica della matematica, è coinciso praticamente con il momento nel quale lo studio delle difficoltà concettuali dei contenuti matematici è stato affiancato dalla considerazione della *variabile studente*. Solo successivamente è stato riconosciuto anche il ruolo chiave della variabile *insegnante*, mettendo insieme quello che Chevallard (1982) chiama sistema didattico.” ([BFDMNR18]).

Quindi, richiamando alcuni concetti dovuti alla scuola francese di didattica della matematica (Chevallard, Brousseau,...), il processo dell'insegnare si muove attraverso una relazione che coinvolge l'insegnante, l'alunno e il sapere da trasmettere.



La metodologia adottata per l'insegnamento di un determinato argomento è strettamente correlata alla relazione esistente tra l'insegnante e la materia. Di conseguenza, le difficoltà non derivano unicamente dalle modalità di insegnamento, ma anche dalla natura degli stessi contenuti, i quali spesso vengono considerati standard per quanto riguarda la matematica.

Pertanto, nell'affrontare qualsiasi argomento, è essenziale considerare non solo le strategie utilizzate dall'insegnante per presentarlo in modo efficace, ma anche la complessità intrinseca del contenuto, la sua posizione all'interno del contesto disciplinare e le difficoltà che esso comporta.

Inoltre, nonostante la matematica sia una scienza viva che si sviluppa intorno a problemi reali, quando raggiunge il livello dell'insegnamento-apprendimento formale tratta delle teorie che sembrano "morte". Purtroppo a questo livello è difficile ricondursi alla sua natura problematica, alle questioni e alle situazioni che hanno fatto in modo che si sviluppasse un certo risultato. Per questo spesso gli studenti nell'apprendere e studiare la matematica la percepiscono statica e distante dal mondo e dai problemi che li circondano.

L'UMI (Unione Matematica Italiana) tradizionalmente ha tra i suoi obiettivi la promozione e la diffusione della cultura matematica tra tutti i cittadini, in particolare nei giovani, e il miglioramento dell'insegnamento della disciplina a tutti i livelli scolastici (per questo opera una sua Commissione permanente, la CIIM, Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica). Pur

con i limitati mezzi di cui dispone, l'associazione ha sempre impegnato risorse umane e materiali per il raggiungimento di tali obiettivi. Un'iniziativa in questo senso è la proposta, in collaborazione col MIUR, di diversi volumi per l'aggiornamento degli insegnanti sui temi principali della matematica e di un curriculum completo di matematica dai 6 ai 19 anni, intitolati "La matematica per il cittadino", pubblicati agli inizi degli anni Duemila.

Nel volume del 2003 l'UMI-CIIM ([Mat]), scrive: "L'educazione matematica deve contribuire, insieme con tutte le altre discipline, alla formazione culturale del cittadino, in modo da consentirgli di partecipare alla vita sociale con consapevolezza e capacità critica."; e dunque l'insegnamento della matematica non è da considerarsi a sé stante, ma all'interno di un processo di crescita globale.

In Italia ci sono diversi progetti che negli anni hanno cercato di sviluppare la didattica della matematica, in modo da avvicinare un numero sempre maggiore di studenti a questa disciplina.

Nel 2004 venne istituito il Piano di Lauree Scientifiche (PLS) su iniziativa del MIUR, da una proposta della Conferenza Nazionale dei Presidi delle Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali, e con l'appoggio di Confindustria, per contrastare la drammatica diminuzione di vocazioni in ambito scientifico registrato negli anni '90. Inizialmente il PLS coinvolse le scienze di base (Matematica, Fisica e Chimica) e fu successivamente esteso alle Scienze dei Materiali e alla Statistica. Gli obiettivi prioritari sono ([Pls]):

- promuovere le immatricolazioni ai corsi di laurea scientifici, puntando anche a favorire un equilibrio di genere, mediante l'offerta di occasioni di orientamento attivo che pongano gli studenti delle Scuole secondarie superiori come soggetti di fronte alle discipline scientifiche;
- ridurre gli abbandoni universitari e migliorare le carriere degli studenti mediante l'introduzione di strumenti e metodologie didattiche innovative coerenti con l'approccio dello studente al centro delle attività di apprendimento;
- realizzare iniziative di formazione, supporto e monitoraggio delle attività dei tutor che affiancano i corsi di base dei primi anni al fine di fornire ai tutor strumenti di base necessari per l'identificazione delle difficoltà che incontrano gli studenti e per realizzare le forme di sostegno più adatte, predisporre materiale di supporto didattico alle attività

di tutorato, sviluppare azioni di monitoraggio per l'identificazione delle modalità più efficaci di tutorato;

- realizzare attività di autovalutazione degli studenti delle scuole secondarie superiori con l'obiettivo di verificare la preparazione all'ingresso nelle università in relazione ai requisiti richiesti e di accrescere la consapevolezza delle loro conoscenze ai fini della scelta del percorso formativo;
- fornire agli insegnanti in servizio delle discipline scientifiche occasioni di crescita professionale mediante la partecipazione attiva alla progettazione delle attività realizzate congiuntamente con l'Università.

Attualmente il PLS è articolato in 9 progetti nazionali disciplinari, ai quali aderiscono tutte le sedi universitarie italiane nelle quali è attivo un Corso di Laurea in quella disciplina.

La metodologia nota come "PLS" suggerisce che sia gli studenti, nelle attività di orientamento e autovalutazione, sia gli insegnanti, durante la formazione, svolgano un ruolo attivo anziché limitarsi a partecipare passivamente. Per raggiungere questo obiettivo, si fa ampio uso del laboratorio come metodologia. Tuttavia, il concetto di laboratorio va oltre il semplice spazio fisico con attrezzature specifiche; esso abbraccia una metodologia di apprendimento che coinvolge attivamente gli studenti come protagonisti nel contesto delle discipline scientifiche, adottando un approccio sperimentale. Infatti si ritiene che il laboratorio sia la cornice adeguata nella quale inserire le azioni del PLS anche per quanto riguarda l'attività di autovalutazione e di miglioramento della carriera degli studenti universitari mediante la riduzione del tasso di abbandono.

Tenuta presente l'esperienza del Piano Lauree Scientifiche, nell'anno scolastico 2015 – 2016 nasce il Liceo Matematico come progetto di ricerca didattica dell'università di Salerno. Già dall'anno successivo, la proposta didattica viene promossa dall'Università di Torino e dai tre Atenei di Roma: Sapienza, Roma 3 e Tor Vergata. Ad oggi il progetto coinvolge circa 150 scuole superiori in tutta Italia. Nel Liceo Matematico sono previste ore aggiuntive rispetto a quelle curriculari, ma queste ore non hanno lo scopo di ampliare il programma, ma di approfondire contenuti di matematica. Vengono proposte attività interdisciplinari che coinvolgono la fisica, le scienze naturali, l'arte, la letteratura, la filosofia,...

Il Laboratorio di Matematica come metodologia per l'insegnamento e l'apprendimento della matematica

Inoltre il Liceo Matematico prevede una stretta relazione tra mondo accademico e mondo scolastico: la sperimentazione didattica proposta nelle classi del Liceo Matematico viene progettata, realizzata e monitorata con una sistematica collaborazione tra docenti della Scuola e dell'Università. Infatti viene realizzato con il sostegno didattico-scientifico di UMI (Unione Matematica Italiana), CIIM (Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica) e PLS (Piano Lauree Scientifiche).

I principi comuni a tutti i Licei Matematici sono ([Lm]):

- la presenza di ore aggiuntive rispetto a quelle curricolari, almeno un'ora in più alla settimana, in media, per tutti e 5 gli anni;
- la collaborazione tra professori universitari e docenti delle scuole, in ambo i casi non solo di matematica;
- le attività interdisciplinari, con attenzione agli aspetti culturali delle discipline;
- il carattere laboratoriale della didattica, con il ricorso anche a tecnologie didattiche innovative, con l'obiettivo di formare studentesse e studenti con competenze di tipo esplorativo, argomentativo, di indagine.

Infatti, per quanto riguarda la metodologia didattica, nel progetto si ricorre in modo sistematico al Laboratorio di Matematica: in laboratorio le studentesse e gli studenti esplorano, osservano, congetturano, argomentano, dimostrano, in contesti di apprendimento matematici e non matematici.

È dunque importante che la classe viva a tutti gli effetti il clima di un laboratorio dove è lecito, anzi è apprezzato, esporre a tutti le proprie idee in una situazione di rispetto, condivisione e ascolto.

Le Indicazioni Nazionali per il curriculum della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione affermano che: "In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale il laboratorio, inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive. Nella scuola primaria si potrà utilizzare il gioco, che ha un ruolo cruciale nella comunicazione, nell'educazione

al rispetto di regole condivise, nell'elaborazione di strategie adatte a contesti diversi." ([PI12]).

Sul documento del 2003 dal titolo: "Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di Matematica", l'UMI-CIIM ([Mat]) descrivono cos'è il Laboratorio di Matematica come segue.

Il *Laboratorio* di Matematica non è un luogo fisico diverso dalla classe, è piuttosto un insieme strutturato di attività volte alla costruzione di *significati* degli oggetti matematici. Il laboratorio, quindi, coinvolge persone (studenti e insegnanti), strutture (aule, strumenti, organizzazione degli spazi e dei tempi), idee (progetti, piani di attività didattiche, sperimentazioni).

L'ambiente del Laboratorio di Matematica è in qualche modo assimilabile a quello della bottega rinascimentale, nella quale gli apprendisti imparavano facendo e vedendo fare, comunicando fra loro e con gli esperti.

La costruzione di significati, nel laboratorio di matematica, è strettamente legata, da una parte, all'uso degli strumenti utilizzati nelle varie attività, dall'altra, alle interazioni tra le persone che si sviluppano durante l'esercizio di tali attività. E' necessario ricordare che uno strumento è sempre il risultato di un'evoluzione culturale, che è prodotto per scopi specifici e che, conseguentemente, incorpora idee. Sul piano didattico ciò ha alcune implicazioni importanti: innanzitutto il significato non può risiedere unicamente nello strumento né può emergere dalla sola interazione tra studente e strumento. Il significato risiede negli scopi per i quali lo strumento è usato, nei piani che vengono elaborati per usarlo; l'appropriazione del significato, inoltre, richiede anche una riflessione individuale sugli oggetti di studio e sulle attività proposte.

Precursora italiana dei laboratori didattici dagli anni cinquanta del Novecento è Emma Castelnuovo (1913-2014). La Castelnuovo ha sempre sostenuto che la matematica non dovesse essere un'"arma" selettiva, ma piuttosto qualcosa grazie alla quale: il lavorare direttamente con le mani da parte degli studenti, il guardarsi intorno, il *fare*; potesse essere una disciplina con cui tutti possono avere un rapporto positivo.

Emma Castelnuovo è stata una matematica e pedagoga italiana di grande rilievo nel campo dell'educazione matematica. Nata a Roma nel 1913, ha dedicato la sua vita allo studio e all'insegnamento della matematica, diventando una figura di riferimento per la didattica della disciplina matematica in Italia e nel mondo.

Castelnuovo ha contribuito significativamente allo sviluppo di metodi didattici innovativi, promuovendo un approccio attivo e sperimentale all'apprendimento della matematica. Ha sostenuto l'importanza di rendere la matematica accessibile e interessante per gli studenti di tutte le età e livelli di competenza, attraverso l'utilizzo di materiali didattici creativi e l'organizzazione di laboratori e attività pratiche.

Oltre alla sua attività didattica, Castelnuovo ha svolto ricerche di alto livello nel campo della storia della matematica, contribuendo alla comprensione e all'apprezzamento delle radici storiche della disciplina. Ha anche scritto numerosi articoli e pubblicazioni, condividendo la sua vasta conoscenza e la sua passione per la matematica con il pubblico più ampio.

Il suo impegno nel campo dell'educazione matematica è stato riconosciuto con numerosi premi e riconoscimenti internazionali, che testimoniano l'importanza del suo lavoro nel promuovere una didattica della matematica più inclusiva, stimolante e accessibile per tutti. Emma Castelnuovo è una figura emblematica che ha lasciato un'impronta indelebile nel panorama dell'educazione matematica, ispirando generazioni di studenti, insegnanti e ricercatori.

“Le mani sono più democratiche della parola”. Questa frase racchiude totalmente l'idea di didattica di Emma Castelnuovo, che non intendeva solo un metodo di insegnamento in cui l'interattività e la praticità fossero il fulcro, ma riteneva che il far lavorare, far tenere in mano un oggetto e osservare fosse qualcosa che tutti possono fare: anche se non hanno un linguaggio molto evoluto, anche se sono arrivati da poco nel nostro paese e non parlano la lingua, anche se sono ragazzi che non hanno libri in casa e magari sono i primi della loro famiglia a studiare. Con questa visione Emma Castelnuovo non solo fa luce sulle esigenze didattiche nell'insegnamento della matematica ma si pone anche come donna di frontiera già dagli anni post bellici, vedendo nella matematica uno strumento di integrazione fra le culture, visione che la renderebbe all'avanguardia ancora oggi.

Quindi Castelnuovo non è stata soltanto una matematica ma anche, come detto sopra, una pedagoga. Questo connubio non scontato fra matematica e pedagogia, e il suo grande spirito scientifico che aveva nel fare scuola, le hanno fatto subito capire a cosa le alunne e gli alunni non erano interessati o cosa non capivano. Sapendo, però, quale poteva essere il piacere nel far incontrare la matematica in modo bello, ha iniziato insieme a delle amiche neolaureate a inventare quelli che oggi vengono chiamati corsi di autoformazione per gli insegnanti, cercando di coinvolgere e arrivare ad un numero

sempre maggiore di docenti ([Emm]).

Riprendendo il Laboratorio di Matematica oggi e il documento del 2003 dell'UMI-CIIM ([Mat]), gli strumenti che possono essere utilizzati sono molteplici e spaziano da quelli più tecnologici ad alcuni più semplici e tradizionali, se ne propongono alcuni.

- *I materiali poveri*
Fogli trasparenti, la piegatura della carta, l'uso di spilli, fogli quadretati, tutti materiali che non devono essere esclusivamente circoscritti alla scuola primaria.
- *Le macchine matematiche*
Si intende la possibilità di manipolare fisicamente oggetti, come ad esempio le macchine che generano curve.
- *I software di geometria*
Veri e propri micromondi nei quali gli studenti possono fare esperienze, compiere esplorazioni, osservare, produrre e formulare congetture e validarle con le funzioni messe a disposizione dallo stesso software.
- *I software di manipolazione simbolica*
Vengono chiamati comunemente CAS e mettono a disposizione diversi ambienti integrati. Affidando ai CAS i calcoli più laboriosi si ha un duplice vantaggio, da una parte consentono di concentrarsi sugli aspetti concettuali, dall'altra permettono di affrontare problemi più complessi e meno artificiosi.
- *I fogli elettronici*
Permettono svariate applicazioni, in particolare quelle relative alla rappresentazione e all'analisi dei dati.
- *Le calcolatrici grafico simboliche*
Tutte le possibilità descritte prima si trovano oggi disponibili anche su calcolatrici tascabili che hanno il vantaggio di poter essere utilizzate con molta agilità, sia per quel che riguarda gli spazi, sia per quel che riguarda i tempi.

Inoltre anche la storia della matematica può essere un possibile ed efficace strumento di laboratorio adatto a motivare adeguatamente e ad indicare

possibili percorsi didattici per l'apprendimento di importanti contenuti matematici.

La storia della matematica può dare al singolo docente l'opportunità di scegliere un percorso didattico aperto alle connessioni interdisciplinari e generalmente capace di suscitare l'interesse degli allievi.

Purtroppo l'aspetto storico della matematica non ha mai trovato veramente il suo posto nell'insegnamento nelle scuole, nonostante sarebbe importante che ogni studente conoscesse qualcosa del lato più umano e personale del soggetto che studia. Un insegnante che conosce poco della storia della matematica sarà in grado di insegnare nozioni scollegate, non correlate né ai problemi e alle idee che li hanno generati, né agli ulteriori sviluppi che ne sono nati. “Uno dei beni più preziosi che l'insegnante può acquisire da una conoscenza della storia della sua materia è un apprezzamento dell'influenza delle tradizioni attuali. [...] È importante trasmettere agli alunni la consapevolezza che gran parte di ciò che viene insegnato oggi come prodotto finito, è stato il risultato di secoli di incertezze e di vivaci polemiche. La matematica può essere adeguatamente insegnata solo su uno sfondo della propria storia.” ([His]).

Inoltre, negli anni si sono messe a fuoco delle specifiche strategie per l'apprendimento attivo, ed è importante osservare come molte di queste di mettano facilmente in atto durante le attività laboratoriali. Ad esempio:

1. *Peer-to-Peer (P2P)*: filosofia di trasmissione delle conoscenze pratiche ed innovative. Si basa sul concetto dello “scambio fra pari”. Con l'espressione “educazione alla pari” si delinea l'attività di crescita personale fatta in gruppo. Una peculiarità importante è quella di prevedere numerose attività di carattere fortemente pratico, ci si mette in gioco tra confronti costruttivi, approfondimenti, laboratori didattici e attività di gruppo.
2. *Inquiry Based Learning (IBL)*: approccio pedagogico promosso dalla commissione europea basato sull'investigazione che stimola la formulazione di domande e azioni per risolvere problemi e capire fenomeni. Si basa quindi sull'indagine, che pone le sue basi nella pedagogia dell'apprendimento esperienziale di John Dewey.
3. *Collaborative Work*: si tratta di spazi di lavoro basati sulla collaborazione e il gioco di squadra tra individui, caratterizzati dall'unione

di abilità diverse, menti diverse, competenze diverse. Il *Collaborative Work* funziona come un circolo virtuoso in cui maggiore è la collaborazione, quindi più si è flessibili e si condivide, maggiore sarà l'efficienza e si otterranno risultati più performanti.

4. *Game Based Learning*: si intende l'apprendimento realizzato attraverso l'uso di giochi o videogiochi, che a volte possono nascere come strumenti di intrattenimento ma che poi vengono utilizzati per raggiungere un obiettivo educativo. La parola "empatia" è forse la chiave di tutto. Il gioco, ed in particolare i giochi digitali, consentono di immergersi in scenari ed ambientazioni difficilmente rappresentabili nella realtà e così facendo di mettersi nei panni degli altri, di essere in prima persona i protagonisti di quello che si sta vivendo.

Queste sono solo alcune delle strategie, ma come si può capire sono molteplici quelle che possono essere facilmente messe in pratica in un Laboratorio di Matematica. In tal modo è possibile servirsi delle loro potenzialità allo scopo di raggiungere quanti più studenti possibile, ciascuno con la propria intelligenza, modo di apprendere e approccio alla matematica.

Capitolo II

I musei scientifici in Italia

L'Italia vanta una ricca e diversificata tradizione museale che riflette la sua straordinaria eredità culturale e artistica. I musei italiani rappresentano un'importante testimonianza del patrimonio storico, artistico e archeologico del paese, attirando milioni di visitatori nazionali e internazionali ogni anno. Da iconiche collezioni d'arte rinascimentale e barocca a reperti archeologici risalenti all'antichità romana, i musei offrono un viaggio affascinante attraverso i secoli di storia e creatività umana.

L'Italia però non vanta solo una ampia cultura artistica ma anche un patrimonio scientifico enorme, essendo per altro patria di scienziate e scienziati del calibro di Galileo Galilei, Evangelista Torricelli, Enrico Fermi e Rita Levi-Montalcini. Eppure il confronto degli oggetti di scienza con la tradizione ben più consolidata delle arti e delle antichità, ha fatto sì che il processo che ha portato a identificare musei, raccolte e collezioni scientifiche come beni culturali degni di essere tutelati, conservati, tramandati e condivisi da una comunità che vi si riconosce fosse lungo, e per certi versi non ancora concluso ([Ist]).

La storia dei musei scientifici in Italia affonda le sue radici nel Rinascimento, quando la curiosità umana per il mondo naturale e le scienze iniziò a fiorire. Nel XV e XVI secolo, collezionisti privati, nobili e accademie scientifiche cominciarono a raccogliere e conservare reperti naturali, manufatti tecnologici e strumenti scientifici. Queste collezioni pionieristiche costituirono il nucleo dei primi musei, che emersero come luoghi di studio e divulgazione delle conoscenze scientifiche. Nel corso dei secoli successivi, durante l'età illuminista e oltre, l'Italia ha continuato a giocare un ruolo di primo piano

nello sviluppo dei musei dedicati alla scienza, con la creazione di istituzioni dedicate alla conservazione e alla presentazione di reperti archeologici, collezioni di storia naturale, e strumenti scientifici. Nel XIX e XX secolo, con l'avanzamento delle discipline scientifiche e l'espansione dell'istruzione e della ricerca, i musei scientifici hanno assunto un ruolo sempre più importante nella promozione della conoscenza scientifica e nella diffusione della cultura.

Secondo i dati ISTAT pubblicati nel 2019 relativi allo studio effettuato nel 2017, in Italia ci sono poco meno di 1700 musei scientifici suddivisi in: musei di Storia naturale e scienze naturali, musei di Scienza e tecnica, musei di Etnografia e antropologia, musei Tematici e specializzati, e musei Industriali e/o d'impresa. Per l'esattezza sono 1683 rispetto ai 4889 musei e istituti simili, pubblici e privati, aperti al pubblico; che quindi corrispondono circa ad un terzo del totale, una percentuale più che consistente ([Ist]).

Di questi, quanti trattano di matematica?

In realtà è difficile definirlo con esattezza perché attualmente non esiste un censimento completo dei musei italiani interamente dedicati alla matematica, inoltre diversi musei scientifici presentano sezioni dedicate ad essa. Anche molte università possiedono collezioni di strumenti e/o modelli matematici che però rimangono poco valorizzati. Le collezioni vengono conservate in magazzini o, se esposte, posizionate per le sedi della facoltà, rendendole difficilmente usufruibili sia per i possibili visitatori esterni, sia per gli studenti. Di conseguenza le collezioni, seppur esposte, non vengono messe in risalto e diventano così parte passiva dell'arredamento.

Questi sono i risultati se si effettua una indagine Google con “museo” e “matematica” come chiavi di ricerca, e nel complesso il quadro è piuttosto deludente (molti musei chiusi, siti vecchi e poco attraenti).

Sede	Denominazione	Ente gestore	Situazione attuale	Sito
Roma	Museo della Matematica <i>I Racconti di Numeria</i>	Comune di Roma	Chiuso per restauro	[Rom]
Bari	<i>MuMa</i> , Museo della Matematica	Università di Bari	Su prenotazione	[Bar]
Firenze	Museo della Matematica <i>Giardino di Archimede</i>	Università di Firenze	Chiuso per trasferimento	[Gia]
Milano	<i>iLab Matematica</i> , Museo Scienza e Tecnologia	Museo Nazionale	Su prenotazione	[Mil]
Pennabilli, Rimini	<i>Mateureka</i> , Museo del Calcolo	Comune di Pennabilli	Su prenotazione	[Pen]
Parma	Museo della Matematica e dell'Informatica	Università di Parma	Su prenotazione	[Par]
Padova	Collezione di modelli e strumenti matematici	Università di Padova	Su prenotazione	[Cen]
Pisa	Museo degli Strumenti per il Calcolo	Università di Pisa	Chiuso per ristrutturazione, ma collezione esposta in altra sede	[Pis]
Priverno, Latina	Museo della Matematica <i>Giochiamo all'infinito</i>	Comune di Priverno	Aperto, comunale	[Pri]
Firenze	Museo <i>Galileo</i>	Fondazione Museo Galileo, Firenze	Aperto	[Fir]

Successivamente si approfondirà come la matematica viene presentata nei musei e alcuni casi in cui un museo viene interamente dedicato ad essa. Quello

che però preme sottolineare ora, è il perché i musei dedicati alla matematica dovrebbero aumentare e i benefici che se ne potrebbero ricavare.

Negli ultimi cento anni, uno dei tratti distintivi della matematica è indubbiamente la sua crescente influenza sul progresso scientifico e tecnologico. Settori tradizionalmente inclini all'utilizzo della matematica, come la fisica e l'ingegneria, sono stati completamente permeati da essa, tanto che spesso è difficile delimitare il confine tra matematica e fisica teorica. Altri campi, precedentemente più restii all'impiego di approcci matematici, come la biologia, la medicina o l'economia, si sono ora aperti all'uso del linguaggio e alla formalizzazione matematica. Questo è dovuto non solo alla diffusa utilizzazione dei computer e alle nuove opportunità che ne derivano, ma anche ai significativi progressi nell'arte della modellazione matematica di fenomeni complessi. È ragionevole prevedere che il contributo della matematica alle discipline scientifiche continuerà ad aumentare nel prossimo futuro, influenzando anche settori finora estranei al suo dominio, e che la matematica diventerà sempre più un pilastro fondamentale dello sviluppo scientifico e tecnologico.

Nonostante la sua centralità, è però altrettanto innegabile che sta diventando sempre meno comprensibile per chi non è specialista, trasformandosi in un linguaggio esclusivo e perdendo così la sua rilevanza culturale.

Si sta sviluppando un nuovo analfabetismo matematico, l'uso diffuso delle calcolatrici tascabili fin dalle prime classi della scuola primaria sta gradualmente soppiantando anche la pratica dei calcoli mentali più elementari. Questa tendenza porta ad un declino nella capacità concettuale, poiché si passa dall'effettuare moltiplicazioni alla semplice somma ripetuta, retrocedendo quindi lungo la storia dello sviluppo dei metodi di calcolo.

In realtà, nonostante l'importanza sempre crescente che la scienza ha nella vita di tutti, la comprensione dei concetti scientifici, anche i più basilari, è piuttosto limitata persino tra le persone istruite. Tuttavia, fortunatamente, c'è comunque una crescente domanda di informazioni scientifiche da parte di un pubblico interessato, che ha contribuito al successo di diverse riviste scientifiche di stampo divulgativo, alla fondazione di musei scientifici e al buon esito di alcune trasmissioni televisive di carattere scientifico, oltre alla pubblicazione di numerosi libri dedicati alla divulgazione scientifica. Molti di questi libri trattano argomenti matematici e sono ben ricevuti dal pubblico. Naturalmente, si potrebbe fare di più e meglio, ma per quanto riguarda la divulgazione scientifica attraverso i libri, la matematica è all'altezza della maggior parte delle altre discipline scientifiche.

La situazione è completamente diversa quando si tratta di musei scientifici o trasmissioni televisive, dove la matematica ha uno spazio limitato o è addirittura assente, viene trattata in modo marginale, e raramente si riesce a capire appieno l'importanza della matematica nella società moderna ([Musb]).

Scrivendo a questo proposito Ennio De Giorgi (1928-1996): “La divulgazione della Matematica è difficile anche perché vi sono molte persone di buona cultura che sono convinte di non essere in grado di capirla, nemmeno nelle sue linee più generali. Fra gli stessi matematici, molti non hanno fiducia nella possibilità di comunicare ai non esperti problemi e risultati del loro lavoro, e ritengono anche che la stessa riflessione sul pensiero matematico nel suo complesso debba essere riservata a pochi specialisti, logici, epistemologici, eccetera. Penso che i matematici debbano reagire contro questa sfiducia”. ([DGMS96])

In *Didattica della matematica* gli autori Baccaglini-Frank, Di Martino, Natalini e Rosolini, scrivono: “Ancora oggi, questa centralità della matematica nella vita moderna, non è riconosciuta dai non specialisti e dai nostri governi, ed è un compito difficile, ma fondamentale, cercare di cambiare questa comune percezione distorta, proprio a partire dalla scuola. [...] Come in ogni atto comunicativo, l'interazione tra il comunicatore e il suo pubblico, e la precisa identificazione dei presupposti comuni e delle possibili difficoltà di comprensione, formano l'ambiente specifico in cui costruire il percorso di lavoro. Ma quando si parla di matematica, non sempre questo comune retroterra esiste e nemmeno può essere costruito rapidamente. Questo si sperimenta in classe con alunni che hanno delle lacune nella loro preparazione, ma soprattutto limita enormemente quel lavoro motivazionale che dovrebbe portare l'alunno a capire a che cosa gli servirà un giorno studiare tutta questa matematica, a capire come la matematica entri dappertutto e soprattutto a come utilizzarla in tanti interessanti ambiti professionali.” ([BFDMNR18]).

Da sottolineare come eccezione positiva i programmi di divulgazione per studenti e pubblico generale, di Rai Scuola. Questi progetti rappresentano uno strumento educativo, promuovendo una comprensione più profonda della scienza e dei suoi impatti sulla società. In particolare il professor Telmo Pievani ha collaborato a vari progetti che trattano la matematica e le scienze, spesso con un approccio multidisciplinare e divulgativo. Ad esempio, uno dei progetti principali è *“Le nostre domande. Alessio Figalli: la matematica è*

un linguaggio della natura?”. In questo programma, Pievani intervista Alessio Figalli, vincitore della Medaglia Fields nel 2018, esplorando il ruolo della matematica nella comprensione dei fenomeni naturali. La serie si propone di spiegare concetti matematici complessi in modo accessibile, evidenziando come la matematica sia fondamentale per descrivere e prevedere i comportamenti della natura. Un altro contributo significativo è *Storie della scienza*, dove sono presenti diverse puntate dedicate ad argomenti matematici come lo zero, la nascita della geometria o l’errore. Questi ed altri progetti, riflettono l’impegno di Pievani nel rendere la scienza e la matematica accessibili a un pubblico più ampio, utilizzando una combinazione di interviste, storytelling e spiegazioni didattiche per coinvolgere gli spettatori in un viaggio educativo stimolante.

La differenza nella comunicazione della matematica rispetto alle altre scienze nei musei potrebbe derivare da diversi fattori, e non solo dal presunto disinteresse o presunzione dei matematici nel comunicare il loro lavoro al pubblico. In realtà, la matematica non è necessariamente più difficile da divulgare rispetto ad altre discipline scientifiche o attività umane. Non tutta la matematica può essere spiegata in modo semplice, ma questo vale anche per molte altre scienze e settori. Esistono ampie sezioni della matematica, sia di base che più complesse, che possono essere descritte in modo accessibile, infatti sono state trattate con successo in libri di divulgazione. Quindi se la matematica non viene adeguatamente rappresentata nei musei, ciò può essere dovuto a varie ragioni, tra cui diversi approcci nella comunicazione rispetto ad altre scienze, aspetto che non è rilevante nei libri di divulgazione.

Una delle differenze fondamentali tra un libro e un museo è la loro struttura narrativa. I libri, per la loro stessa natura, possono essere dettagliati e analitici; possono affrontare un argomento da diverse angolazioni, fornendo una visione più approfondita dei concetti e spiegandoli in modo esaustivo. D’altra parte, una mostra museale è limitata nello spazio e nella capacità di fornire spiegazioni dettagliate. Il linguaggio utilizzato in un museo deve essere conciso e sintetico, ridotto all’essenziale. Mentre un libro si basa sulle parole e sul linguaggio, un museo si concentra sugli oggetti e sui fenomeni, quindi le spiegazioni devono essere ridotte al minimo indispensabile. Il pubblico osserva un oggetto in mostra, come una replica di una navicella spaziale o un uovo di dinosauro, e legge una breve descrizione che illustra la sua costruzione, il suo scopo e la sua storia. In sintesi, si può affermare che un museo non è un libro appeso alle pareti.

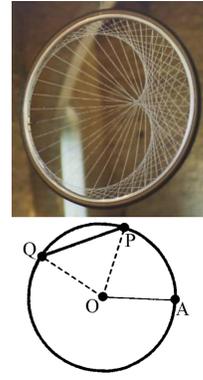
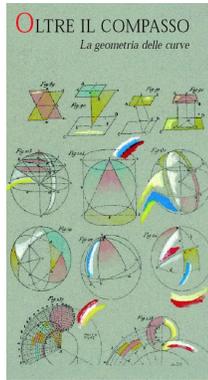
II.1 Il Giardino di Archimede

Un esempio di museo in Italia che cerca di rispondere alle esigenze e alle mancanze descritte sopra è “Il Giardino di Archimede” fondato nel 1999 da Enrico Giusti (1940-2024) a Firenze. Il primo museo dedicato interamente alla matematica, concepito e realizzato per avvicinare la matematica ai cittadini. Si pone come principali obiettivi quelli di: condurre il visitatore a riconoscere l’importanza della matematica, e il suo ruolo determinante nella propria vita quotidiana; far venire il pubblico in contatto con il nucleo centrale delle idee matematiche che risiedono all’interno degli oggetti esposti e che determinano i loro reciproci legami. Inoltre comunica anche che la matematica non è semplicemente una serie noiosa di esercizi privi di significato pratico, ma piuttosto un affascinante universo di concetti e tecniche progettati per affrontare problemi significativi. Queste idee e metodologie possono essere esplorate in modo accessibile e coinvolgente, senza bisogno di formalismi o pedanterie, ma piuttosto in modo semplice e interessante.

Attualmente “Il Giardino di Archimede” è chiuso poiché sta cambiando sede, ma grazie al suo sito web dettagliato è possibile percorrere visualmente cosa veniva offerto. Erano presenti quattro mostre permanenti:

1. *Oltre il compasso: la geometria delle curve*

La mostra trattava dell’importanza delle curve nella matematica, iniziando dalla retta e dal cerchio fino ad arrivare ai moderni frattali. Le curve rappresentano una zona di confine dove convergono attività diverse, come il disegno, il progetto e la costruzione, mentre allo stesso tempo simboleggiano la bellezza e l’immaginazione. La mostra si proponeva di guidare il visitatore attraverso questo mondo di forme concrete e astratte, mostrando le corrispondenze tra i concetti della geometria, i meccanismi della tecnica e le costruzioni scientifiche. Il percorso della mostra seguiva tre itinerari: uno conoscitivo che descriveva le idee principali della geometria delle curve, un percorso storico che evidenziava l’evoluzione del concetto di curva e dei metodi matematici correlati, e infine un itinerario che mostrava l’utilizzo delle curve nella scienza e nella tecnica.



2. *Pitagora e il suo teorema*

Una sezione del museo era dedicata alla scoperta o riscoperta di aspetti più o meno noti del “suo” teorema. Oltre a notizie sulla vita e sull’insegnamento di Pitagora, il visitatore poteva cimentarsi con una serie di puzzles attraverso cui scoprire le sfaccettature del famosissimo teorema.



3. *Un ponte sul Mediterraneo. Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente*

La mostra si componeva di una quarantina di pannelli illustrati, di alcuni pannelli sagomati, di una trentina di opere tra cui riproduzioni di manoscritti di opere di Fibonacci, altri testi di matematica medioevale e pubblicazioni e studi Ottocenteschi su Fibonacci, e di un plastico riprodotto la dislocazione delle scuole d’abaco nella Firenze tardo-medioevale.



4. *Aiutare la natura. Dalle Meccaniche di Galileo alla vita quotidiana*
Galileo considera le macchine come strumenti per “aiutare la natura” facilitando operazioni e risultati altrimenti impossibili. Galileo suggerisce che non sono necessari complessi meccanismi, ma macchine semplici basate su pochi principi naturali evidenti, descritti tramite il linguaggio della matematica. La mostra si concentrava sulle macchine studiate da Galileo, come la leva, l’argano e la vite di Archimede, accanto a oggetti di uso quotidiano che operano secondo gli stessi principi. Questo per sottolineare il ruolo fondamentale degli strumenti comuni nell’evoluzione della scienza moderna.





Inoltre “Il Giardino di Archimede” offriva una serie di attività strutturate e variegata, tra visite guidate e laboratori, destinate alle scuole di ogni livello. Tali iniziative permettevano un incontro diretto e concreto con diversi aspetti della matematica. L’obiettivo era di coinvolgere attivamente i partecipanti, mostrando il lato motivante, divertente, stimolante e talvolta sorprendente di questa disciplina, al fine di favorire l’apprendimento e superare le principali difficoltà. Inoltre, le attività offrivano l’opportunità di esplorare e approfondire temi spesso trascurati nel curriculum scolastico, fornendo nuovi contenuti e prospettive. In particolare, si poneva l’accento sul carattere dinamico della matematica, la sua presenza diffusa nella vita quotidiana e i suoi legami con altre discipline, quali la storia, la geografia, la linguistica, l’arte e la musica.

II.2 Il Laboratorio delle Macchine Matematiche

Un altro esempio italiano è il museo “Laboratorio delle macchine matematiche” a Modena. Inizialmente nasce come associazione “Macchine matematiche” alla fine degli anni ottanta da Annalisa Martinez, Marcello Pergola, Marco Turrini e Carla Zanoli. L’associazione opera con il Nucleo di Ricerca in Storia e Didattica della Matematica dell’Università di Modena e Reggio Emilia; collaborando ad attività di formazione e di aggiornamento per gli insegnanti, a ricerche in storia e didattica della matematica, alla traduzione e diffusione delle fonti storiche, alla progettazione, costruzione e diffusione di materiale didattico per l’insegnamento della geometria, all’allestimento di mostre con organizzazione di visite guidate.

Mediante i contributi finanziari del Comune di Modena, del CNR, del Di-

partimento di Matematica (Università di Modena) e del Liceo scientifico “A. Tassoni” (Modena) sono stati allestiti (nei locali del Liceo) un’aula attrezzata e un laboratorio. Da lì ha avuto inizio (1983) la costruzione di modelli fisici per l’insegnamento della Geometria e, negli anni immediatamente successivi, la produzione di materiali audiovisivi (sui fasci di coniche e le trasformazioni geometriche) con l’assistenza del Centro di Calcolo dell’Università.

Lo studio sperimentale che hanno svolto, ha mirato all’incorporazione nell’insegnamento di una prospettiva storica e pratica, anche mediante l’utilizzo di strumenti pratici realizzati (molti dei quali basati su concetti o idee sviluppate da matematici dall’antica Grecia all’età moderna). Tale approccio agevola l’assimilazione dei concetti fondamentali e contestualizza problemi, teorie e metodologie, facilitando così il processo di apprendimento.

Le macchine matematiche presenti nel museo sono state realizzate a partire da descrizioni presenti nella letteratura scientifico-tecnica dalla Grecia antica fino ai primi del Novecento, dopo una serie di esperienze rivolte ad esplorare la possibilità di un loro impiego didattico. Inoltre sul sito si legge: “tra i numerosi vantaggi offerti dall’uso di queste “macchine” nel processo di apprendimento (suscitano interesse; rafforzano intuizione e immaginazione; consentono di approfondire il rapporto tra modelli matematici e realtà; aiutano a cercare, trovare e scrivere dimostrazioni; mettono in contatto diretto con fatti geometrici di tipo nuovo o inconsueto legati al movimento, ecc.) uno soprattutto si è rivelato importante: la loro presenza conduce in modo spontaneo e “naturale” insegnanti e studenti (quindi anche chiunque sia curioso di comprenderne significato e funzioni) ad immergersi in una dimensione storica, a interrogarsi sui rapporti tra matematica, società, cultura.” ([Mac]).

Nella collezione del Laboratorio delle Macchine Matematiche di Modena ci sono artefatti di natura diversa:

- Curvigrافي in grado di tracciare rette, coniche, cubiche, quartiche, ecc... e qualche curva trascendente.

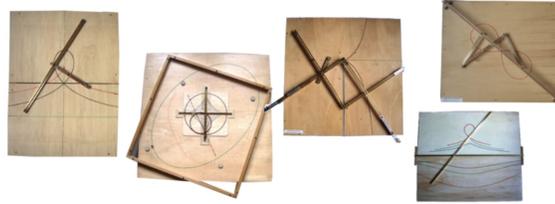


Figura II.2.1: Curvigrafi: “macchine” per disegnare archi di curva

- Sistemi a due gradi di libertà (pantografi) che realizzano trasformazioni nel piano.

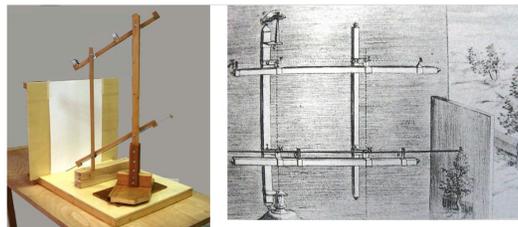


Figura II.2.2: Pantografo del Parrè: permette di realizzare una anamorfosi per specchi conici

- Modelli tridimensionali che illustrano la teoria delle coniche come luoghi solidi, ossia come sezioni di coni.

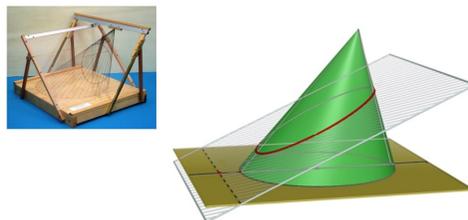


Figura II.2.3: Coni di Apollonio (262 a.C.-190 a.C.)

- Modelli tridimensionali che illustrano proprietà di curve algebriche studiate per proiezione o per sezione.

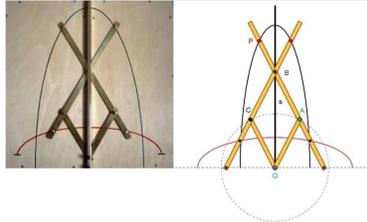


Figura II.2.4: Ellissografo di Leonardo

- Modelli tridimensionali che illustrano la genesi spaziale di alcune trasformazioni nel piano.

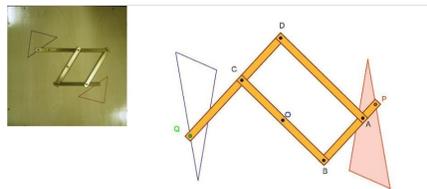


Figura II.2.5: La macchina realizza una corrispondenza tra due regioni limitate del medesimo piano. La trasformazione generata è una simmetria centrale con centro in O

- Prospettografi che illustrano le tecniche di costruzione di immagini prospettiche o i teoremi che validano queste tecniche.

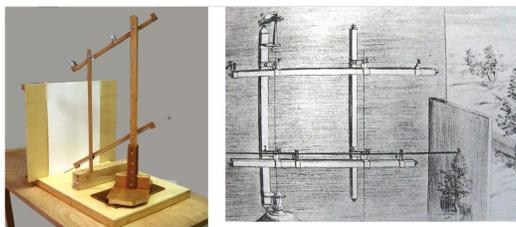


Figura II.2.6: Prospettografo di Bettini-Grienberger: descritto da Bettini (1582-1657) e costruito da C.Grienberger (1561-1636) nel 1635

- Strumenti per la soluzione di problemi di varia natura come: la trisezione dell'angolo, la duplicazione del cubo, la quadratura del cerchio, l'inserimento di due o più medi proporzionali tra due segmenti dati.

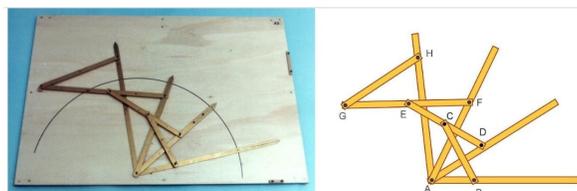


Figura II.2.7: Trisettole del Kempe: strumento per trisecare un angolo

Le esperienze con macchine matematiche e, più in generale, con modelli di curve e superfici immerse nello spazio tridimensionale erano un tempo assai comuni negli Istituti di Matematica.

Infatti, fu a partire dal 1900 che il matematico tedesco Felix Klein (1849-1925) iniziò ad interessarsi della divulgazione e dell'insegnamento della matematica elementare rendendo protagonisti della sua idea di didattica i modelli matematici. Egli credeva fosse fondamentale una interazione costante fra astrazione e visualizzazione di ciò che veniva studiato. Inoltre pensava che da un punto di vista geometrico il passaggio tra i diversi strumenti di visualizzazione non doveva essere solo auspicabile ma addirittura preteso affinché i teoremi potessero essere resi immediatamente comprensibili.



Figura II.2.8: Modello di Klein della superficie cubica di Cayley/Klein con quattro singolarità

Oggi sopravvivono alcune collezioni di questi modelli, a volte restaurate ed esposte in vetrine, a volte purtroppo ancora nascoste nei magazzini delle università. “Le macchine matematiche sono sussidi didattici particolari, non inventati artificialmente oggi per concretizzare un particolare concetto o una procedura della matematica. Esse sono state testimoni e protagoniste dello sviluppo storico della geometria. Assumerle come rappresentanti di un concetto o una procedura non è una forzatura convenzionale, dal momento che essi sono incorporati nella macchina fin dalla sua origine.” ([BM07]).

È evidente il forte impatto che ha avuto l’associazione “Macchine Matematiche” alla base del museo, non solo grazie alle mostre ma anche per la grande quantità di materiale didattico presente sulla pagina web. Infatti vengono forniti diversi strumenti e documenti affinché una classe, o più in generale una scuola, possa riprodurre a loro volta delle macchine matematiche attraverso dei laboratori anche rimanendo nella propria sede e beneficiando comunque dello studio e della ricerca svolta dall’associazione.

II.3 I Science Center

Queste idee di museo, dedicate alla promozione della conoscenza attraverso l’esperienza pratica e l’esplorazione interattiva, possono sembrare innovative specialmente per quanto riguarda la matematica ma in realtà nascono alla fine degli anni Sessanta del secolo scorso negli Stati Uniti.

In quegli anni, infatti, a fianco dei grandi musei naturalistici nati nei

secoli precedenti e sostanzialmente rimasti identici, prende luce qualcosa di nuovo, “dalla confluenza fra il movimento per un’educazione centrata su chi apprende della metà degli anni sessanta, e il movimento di riforma dell’educazione scientifica centrato sulla scoperta dei tardi anni cinquanta e primi anni sessanta”. Vengono presi “in prestito gli exhibit interattivi dai musei della scienza e dell’industria, gli allestimenti informativi dalle Expo universali, e le dimostrazioni scientifiche sempre più diffuse nelle scuole e nelle università” ([MR07]).

Oggi vengono chiamati *Science Center* e ritrovano come loro fondatore lo statunitense Frank Oppenheimer (1904-1967), che nel 1969 fondò l’Exploratorium di San Francisco.

Frank Oppenheimer è un fisico geniale, a causa delle sue simpatie comuniste, però, nel 1949 la commissione di inchiesta sulle attività antiamericane gli toglie la cattedra all’università e lo manda al confino a Pagosa Spring, nel Colorado. Qui per quasi dieci anni si dedica all’allevamento del bestiame per poi diventare insegnante nel liceo locale. Questi lo aprono a due nuove realtà: il lavoro manuale e l’educazione; realtà che non scompariranno più dalla sua vita, neanche quando verrà progressivamente reintrodotta nel mondo accademico e che saranno alla base dell’ideazione e realizzazione dell’Exploratorium.

In un numero della rivista dell’Exploratorium, Oppenheimer afferma: “L’Exploratorium introduce il pubblico alla scienza esaminando come vede, ascolta, sente al tatto. Le percezioni sono alla base del nostro modo di scoprire e interpretare il mondo, sia direttamente con i nostri occhi sia attraverso la costruzione di utili strumenti come i microscopi, gli acceleratori, l’arte, la poesia o la letteratura” ([MR07]). E continua: “Non vogliamo che le persone lascino l’Exploratorium pensando più o meno consapevolmente: “Ma come sono intelligenti gli altri”. I nostri exhibit sono semplici e onesti, perché nessuno pensi di dover stare in guardia dall’essere preso in giro o depistato” ([MR07]).

Si può quindi affermare che i musei della scienza dopo l’Exploratorium si possono suddividere in due grandi categorie: “da un lato i musei “tradizionali”, o di “prima generazione”, caratterizzati dall’esposizione di collezioni storiche o naturalistiche e quindi non interattive per il pubblico, e con alle spalle una missione di conservazione. Dall’altro i science center, i centri della scienza di “seconda generazione”, privi di collezioni, in cui l’elemento fondamentale è l’interazione dei visitatori con gli exhibit.” ([MR07]).

Questa suddivisione chiaramente non esclude la possibilità di combinare entrambe le tipologie all'interno di un museo che offre sia collezioni storiche che sale interattive con exhibit hands-on. Ad esempio, *Il Giardino di Archimede* si può inserire perfettamente nella fusione di queste due categorie, offrendo sia esposizioni con oggetti storici che interattività. Chiaramente l'aspetto interattivo è quello più innovativo per il quale si differenzia dalla maggior parte delle altre realtà presenti in Italia.

Non considerando esclusivamente i musei interamente dedicati alla matematica, ma osservando anche i musei scientifici che al loro interno dedicano alcune sale o mostre temporanee alla matematica, quello che si può riscontrare sono principalmente tre tipologie di approcci differenti.

1. Carattere didattico: modelli e strumenti matematici spesso vengono inseriti all'interno di musei di scienza e tecnica. I modelli, ad esempio possono rappresentare curve e superfici geometriche aiutando gli studenti a visualizzare concretamente ciò che viene descritto da equazioni; come è possibile vedere anche nella collezione presente nella biblioteca del Dipartimento di Matematica "Tullio Levi-Civita" dell'università di Padova oppure nel "Laboratorio delle Macchine Matematiche" di Modena descritto precedentemente.



2. Carattere ausiliario: nei casi in cui la matematica viene inserita come supporto per spiegare leggi o avvenimenti relativi ad altre scienze come la fisica. Nel MUSE di Trento un intero piano interattivo dal nome *Palestra della scienza* è incentrato sullo sperimentare leggi fisiche e matematiche.



3. Carattere storico: quando si costruisce una mostra o una sala su un celebre matematico del passato, di conseguenza si mostreranno studi matematici relativi allo scienziato o al periodo storico in cui è vissuto. Una mostra di questo tipo era stata presentata a Padova tra il 2017 e il 2018 al Palazzo del Monte di Pietà dal titolo: “Rivoluzione Galileo. L’arte incontra la scienza”.



In ogni caso si tratta raramente di esposizioni puramente dedicate alla matematica come scienza a sé. Eppure, come sottolineato precedentemente, la matematica continua ad essere sempre più presente nel progresso scientifico e tecnologico, ma rimane una di quelle materie comunque più ostiche per gli studenti e il corso di Laurea in matematica una di quelle con pochi iscritti. Perché un bambino è entusiasta se deve andare al museo per vedere lo scheletro di un dinosauro o il diorama con la tigre, mentre lo è meno per mostre dedicate alla matematica? Sicuramente non è facile ritrovare lo stesso entusiasmo quando si parla di matematica, ormai purtroppo è insito anche un preconcetto verso la materia tale che fin da piccoli la maggior parte degli studenti la vedono difficile, noiosa e complessa. Se si riuscisse a mostrarla sbalordendo e suscitando, allo stesso modo di altre discipline scientifiche, fervore ed euforia nei musei o attraverso altri metodi didattici, forse si potrebbe

iniziare a instaurare un approccio diverso verso la matematica da parte degli studenti, già dai bambini della scuola primaria.

Capitolo III

Le aspettative e le esigenze delle studentesse e degli studenti verso la Matematica: un questionario per rilevarle

Sono molteplici le difficoltà che si possono riscontrare nel provare ad avvicinare la matematica agli studenti. È quindi importante comprendere i bisogni attuali e concreti degli adolescenti per poter proporre metodi didattici diversificati. Per questo motivo è stato creato un questionario con lo scopo di indagare quale sia l'approccio dei giovani alla matematica, e recepire suggerimenti e consigli sugli strumenti e i metodi maggiormente attrattivi e coinvolgenti.

Il questionario che è stato creato ha l'obiettivo specifico di interrogarsi su come è vissuta la matematica dalle allieve e dagli allievi della scuola secondaria di primo e secondo grado. Spesso in classe, si sentono frasi come: "Non mi piace la matematica!" o "Non capisco niente!" o ancora "È difficile, tanto a cosa mi serve nella vita di tutti i giorni?"

Come scrivono gli autori Baccaglioni Frank, Di Martino, Natalini e Rosolini in *Didattica della matematica*: "Suscitare l'interesse nei ragazzi è una parte essenziale e ineliminabile del processo didattico. Certo, quando proviamo a raccontare, per esempio in un evento pubblico di diffusione della scien-

za, qualcosa di matematica appena al di là degli argomenti svolti a scuola e proposti nelle Indicazioni Nazionali, o anche gli stessi argomenti, ma con un taglio diverso, non è scontato saper suscitare l'entusiasmo della classe, a qualsiasi livello sia. Ci si scontra con una certa diffidenza, perché in fondo la matematica è ancora considerata dai più come incomprensibile, inutile e in ogni modo noiosa. Per certi versi addirittura paurosa, perché legata al ricordo di insuccessi, che spesso hanno portato molti studenti ad ignorarla.” ([BFDMNR18]).

La maggior parte degli studenti ritiene la matematica una materia ostica, e ormai questa idea è data quasi per scontata. Non è raro sentire considerazioni di questo genere: “Si è sempre detto che la matematica è difficile → quindi non ci provo neanche più a cercare di capirla”. Se negli anni si è innescato un pensiero di questo tipo è fondamentale provare a modificarlo, ridare valore e senso a quello che si insegna, cercando di riappassionare i giovani partendo dai banchi di scuola.

Questa tematica è ampiamente discussa all'interno del libro *“Difficoltà in matematica: Osservare, interpretare, intervenire”* scritto da Rosetta Zan e pubblicato nel 2007. Rosetta Zan è una figura di rilievo nel campo della didattica della matematica in Italia. Dopo aver conseguito la laurea in Matematica presso l'Università di Pisa, ha intrapreso una carriera accademica che l'ha portata a diventare professoressa ordinaria presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa. Zan ha dedicato gran parte della sua carriera alla ricerca sull'educazione matematica, focalizzandosi in particolare sull'atteggiamento degli studenti verso la matematica, sulle difficoltà di apprendimento e sugli aspetti affettivi legati all'insegnamento della matematica.

Ha contribuito significativamente alla comprensione di come le emozioni, le convinzioni e i fattori cognitivi influenzino l'apprendimento matematico. Zan ha anche esplorato l'uso di metodologie innovative e interattive nell'insegnamento della matematica, come il Laboratorio di Matematica e l'approccio basato sul problem-solving.

In *“Difficoltà in matematica: Osservare, interpretare, intervenire”* approfondisce il fenomeno delle difficoltà in matematica in un contesto scolastico, importante non solo per la sua diffusione ma anche per le conseguenze che ha a vari livelli: dal disagio personale con cui viene vissuto da molti allievi, all'atteggiamento negativo che larghi strati della popolazione costruiscono verso la matematica, fino al calo di iscrizioni ai corsi di laurea scientifici. Ma, come spiega Rosetta Zan, di fronte a queste difficoltà l'azione didattica

finalizzata al recupero è in genere un'azione locale, che nasce dall'individuazione di errori per poi intervenire sulle conoscenze ritenute necessarie per rispondere correttamente. Spesso questo tipo di intervento si rivela in genere fallimentare, e l'insegnante, insieme all'allievo, matura un senso di impotenza e di frustrazione. Il fatto è che questo approccio tende ad ignorare la varietà degli scopi che allievi diversi si possono porre davanti ad uno stesso compito, scopi non necessariamente interni alla matematica: per un intervento efficace è necessario allora spostare l'attenzione dagli errori che l'allievo commette all'allievo che li commette, alla ricerca dei motivi delle sue azioni. Per questo, all'interno del volume l'autrice intende offrire agli insegnanti di matematica strumenti utili per affrontare il problema ([Zan07]).

I metodi, gli strumenti e le opportunità da affiancare alle classiche lezioni frontali ci sono, come anche visto nei capitoli precedenti. È importante però capire cosa pensano gli studenti di queste alternative. Innanzitutto se presentano difficoltà reali dovute all'ambiente classe o all'insegnante, oppure se invece sono preconcetti o difficoltà che trascendono da tutto ciò. In ogni caso vale veramente la pena spendersi nel cercare quali metodi potrebbero aiutare nell'accorciare la distanza fra gli studenti e lo studio della matematica.

Il questionario presenta principalmente due tipi di domande: da un lato si cerca di investigare l'esperienza attuale del compilatore, la presenza di eventuali ostacoli, l'approccio allo studio e alla comprensione della matematica, quali sono state le esperienze pregresse, quali argomenti gli sono parsi più interessanti e quali meno.

Dall'altro sono inserite domande che chiedono una opinione più diretta su esperienze e metodi meno tradizionali, se si sono mai visitati musei scientifici (e se in questi erano presenti parti dedicate alla matematica), come si immagina il Laboratorio di Matematica, cosa si ritiene importante e cosa si vorrebbe venisse trattato durante una lezione di matematica.

Il questionario è stato redatto attraverso lo strumento preimpostato Google Moduli, ottimale per creare un questionario semplice ed immediato per la comprensione e compilazione da parte di studenti di età diverse.

Il questionario è composto da 28 domande, principalmente a scelta multipla o domande a cui rispondere attraverso una scala di gradimento o con la quale esprimere il proprio essere più o meno d'accordo con la domanda posta. Si è cercato di ridurre al minimo le domande aperte, sia per facilitare la suc-

Le aspettative e le esigenze delle studentesse e degli studenti verso la
Matematica: un questionario per rilevarle

cessiva analisi dei dati che per velocizzare e invogliare la compilazione dato che gli adolescenti non presentano un tempo di attenzione particolarmente alto. Non tutte le domande sono obbligatorie in quanto alcune dipendono da una risposta specifica alla domanda precedente.

Il questionario è stato somministrato attraverso un link condiviso su social media (WhatsApp e Instagram) e liste di discussione. Inizialmente ho contattato persone conosciute che rientrassero nel range d'età richiesto o a chi aveva contatti diretti con ques'ultimi, per poi incentivare la condivisione su gruppi classe, sport e amici. All'interno del questionario non vengono fornite particolari istruzioni, se non quella di rispondere sinceramente alle domande. Le risposte vengono raccolte in forma anonima. Per accedere al questionario è necessario inserire una email personale, ma questi indirizzi non vengono memorizzati.

Vediamo ora in dettaglio le domande presenti nel questionario e il senso di ciascuna di esse.

III.1 Informazioni di base

Le prime tre domande servono per inquadrare lo studente che sta compilando il questionario, infatti viene chiesto:

1. Quanti anni hai?
2. Che classe frequenti?
3. A che tipo di scuola o indirizzo sei iscritto?

Nel caso in cui si frequenti la scuola secondaria di secondo grado. In modo da capire in quanti frequentano un liceo, istituto tecnico o istituto professionale, e nello specifico gli indirizzi che possono essere più o meno affini a materie scientifiche e in particolare alla matematica.

III.2 Investigare l'esperienza scolastica attuale

Dopodiché le domande entrano nel vivo dello scopo del questionario interrogando lo studente sull'approccio quotidiano alla matematica. Innanzitutto

4. Ti piace la matematica?

La risposta poteva variare tra 1 a 5, dove 1 indica "Per niente" e 5 "Molto Moltissimo".

Per poi continuare con domande aperte più specifiche:

5. Quale è un argomento di matematica che ti è piaciuto particolarmente? Perché?

6. Quale è un argomento che non ti è piaciuto? Perché?

In queste domande è più rilevante la motivazione piuttosto che l'argomento in sé, poiché fa capire se il gradimento o l'avversione sono dovuti al fatto di non comprenderlo o nel modo in cui è stato insegnato o per altre motivazioni ancora. È chiaro che alcuni argomenti potrebbero essere più frequenti di altri, ma in generale ne saranno citati molti e diversi, questi non sono particolarmente rilevanti allo scopo della ricerca.

Vengono poi poste domande che possono far capire a cosa è dovuto l'eventuale avversione per la matematica.

7. Hai mai avuto esperienze negative o frustranti nell'apprendimento della matematica?

Con una successiva domanda in caso affermativo, a scelta multipla con la possibilità di selezionare più risposte:

8. Se hai risposto sì alla domanda precedente, quali sono stati i principali motivi di frustrazione?

Le cui possibili risposte sono:

- Difficoltà a comprendere i concetti
- Insegnanti poco disponibili o poco chiari nelle spiegazioni
- Poca applicabilità dei concetti nella vita reale

Le aspettative e le esigenze delle studentesse e degli studenti verso la
Matematica: un questionario per rilevarle

- Senti pressione per ottenere dei buoni risultati
- Hai paura di deludere le aspettative dei tuoi insegnanti o genitori
- Credi che il metodo con cui ti viene insegnata non sia adatto per il tuo modo di capire le cose
- Ti manca la motivazione
- Altro

La domanda successiva per capire a cosa potrebbe essere dovuta l'avversione verso la matematica è:

9. Riesci a capire gli argomenti spiegati durante le ore di matematica?
A questa domanda si doveva rispondere con una scala di gradimento da 1 a 5.

Le successive domande a scelta multipla servivano per comprendere il modo con cui lo studente si approccia alla matematica, come la studia e come la apprende.

10. Preferisci apprendere la matematica attraverso:

- Lezioni tradizionali
- Laboratori pratici
- Progetti di gruppo
- Altro

11. Ti capita di studiare matematica con amici o compagni di classe?

- Mai
- Raramente
- Ogni tanto
- Spesso
- Sempre

12. Il professore/la professoressa (e di conseguenza il suo metodo di insegnamento) influenza, a tuo parere, quanto capisci delle lezioni e gli argomenti di matematica?

A questa domanda si doveva rispondere attraverso una scala di gradimento da 1 a 5.

Per concludere questa sezione si è posta la seguente domanda.

13. Cosa pensi possa rendere l'apprendimento della matematica più interessante per te?
- Attività pratiche e interattive
 - Applicazioni reali e contestualizzate
 - Insegnanti entusiasti e motivati
 - Materiale didattico interessante e stimolante
 - Altro

III.3 Investigare l'opinione e quanto sperimentato su metodi alternativi alla didattica frontale

In questa sezione si vogliono conoscere le opinioni degli intervistati sui metodi di didattica alternativi e se hanno avuto modo di provarne.

14. Hai mai partecipato ad attività di matematica diverse dalla lezione in classe?

Con la successiva domanda aperta:

15. Se hai risposto sì nella domanda precedente descrivi le attività svolte.

Per l'analisi svolta nel secondo capitolo di questa tesi, si sono inserite un paio di domande a scelta multipla relative ai musei scientifici, anche perché un'alunna o un alunno che è solito andare o essere accompagnato nei musei è abituato a stimoli diversi ed alternativi alla didattica frontale. Inoltre può mostrare anche una idea dell'ambiente in cui sta crescendo, se è un ambiente che dà importanza alla cultura.

16. Sei mai stato in un museo scientifico?
- Sì
 - No

17. In caso affermativo, hai mai visto un museo che contenesse anche sezioni riguardanti la matematica?

- Sì
- No

Dopodiché il questionario proseguiva con una serie di domande in cui si richiede l'opinione del compilatore su possibili metodi di insegnamento o apprendimento che può aver già sperimentato, o altrimenti che pensa possano essere interessanti o utili per comprendere più facilmente gli argomenti del programma.

18. Per te, si può imparare la matematica attraverso i giochi?

- Sì
- No

19. Pensi ci siano metodi più coinvolgenti per imparare argomenti di matematica rispetto alle normali lezioni in classe?

- Sì
- No

20. Se hai risposto sì alla domanda precedente scrivi dei modi che ti vengono in mente.

(Domanda aperta.)

21. Pensi sia utile fare dei lavori di gruppo in classe?

A questa domanda si rispondeva attraverso una scala di gradimento da 1 a 5.

22. Se dovessi dare un consiglio (costruttivo) al/alla tuo/a insegnante di matematica, relativamente all'insegnamento della matematica quale proporresti?

(Domanda aperta.)

L'ultima sezione del questionario è dedicata al Laboratorio di Matematica. Come descritto nel primo capitolo di questa tesi, sono molteplici i vantaggi di un approccio laboratoriale interattivo. Quello su cui ci si vuole interrogare è se tale metodo sia conosciuto, utilizzato nelle classi ed eventualmente se è

Le aspettative e le esigenze delle studentesse e degli studenti verso la
Matematica: un questionario per rilevarle

una attività sporadica o più frequente. Sono inserite anche domande in cui si chiede un'opinione diretta dello studente in modo da capire le priorità per gli argomenti o i materiali nello sviluppo di nuovi laboratori da proporre.

23. Sai che cosa è un laboratorio di matematica?
- Sì
 - No
24. Hai mai partecipato ad un laboratorio di matematica?
- Sì
 - No
25. Se hai risposto di sì alla domanda precedente, descrivi brevemente il laboratorio a cui hai partecipato.
(Domanda aperta.)
26. Cosa pensi non possa mancare in un laboratorio di matematica? (Scegli al massimo 4 risposte.)
- Matematica
 - Interattività
 - Costruire qualcosa
 - Lavorare con più persone insieme
 - Spazio diverso dalla classe
 - Materiali e strumenti difficili da trovare
 - Strumenti tecnologici e connessione a internet
 - Creatività
 - Lasciare libertà ai partecipanti
 - Imparare qualcosa di nuovo
27. Quali argomenti matematici ti interesserebbe esplorare durante un laboratorio?
- Aritmetica e Algebra
 - Geometria

Le aspettative e le esigenze delle studentesse e degli studenti verso la
Matematica: un questionario per rilevarle

- Statistica e Probabilità
- Funzioni, Analisi Matematica
- Altro

28. Quali strumenti o risorse pensi sarebbero utili durante un laboratorio di matematica?

- Calcolatrice scientifica (e grafica)
- Lavagna Interattiva (LIM)
- Software matematico (per es. GeoGebra)
- Materiale didattico stampato (per es. schede di lavoro, ecc...)
- Altro

Una difficoltà che si poteva riscontrare è la richiesta della mail personale. Non per un motivo di privacy, bensì le allieve e gli allievi potrebbero non tutti avere una mail. Infatti, essendo il questionario aperto fin dagli studenti di prima media, non è scontato che tutti possiedano un indirizzo di posta elettronica. Questa complicazione è però difficile da rilevare in quanto non si è in grado di sapere a chi sia arrivato il link del questionario in condivisione e quanti di loro effettivamente non abbiano potuto compilarlo.

Partire dall'opinione sincera degli studenti penso sia necessario, non credo che questo questionario possa dare tutte le risposte per riavvicinare la didattica della matematica alle allieve e agli allievi. Credo però sia importante iniziare a invertire la situazione, l'analisi del problema; partendo dai giovani, da chi magari prova frustrazione ogni giorno a lezione o chi non capisce concretamente cosa sta facendo e si sente cadere il mondo addosso quando non gli viene il risultato di una espressione.

Sicuramente la matematica è tra le materie più difficili, a quanto detto dalla maggior parte degli studenti da sempre, ma non è solo una questione di apprendimento. Negli ultimi anni è in aumento la condizione di ansia con cui vivono le nuove generazioni, quasi un terzo di loro ne soffre, e questo numero è in costante aumento ([Ans]). E' importante dare valore a questo, non minimizzare le loro esigenze, le sensazioni; come vivono la quotidianità dell'ambiente scolastico. In particolare con la matematica, una materia ostica di per sé, bisogna riuscire a migliorare come le alunne e gli alunni la percepiscono, la studiano e la apprendono.

Le aspettative e le esigenze delle studentesse e degli studenti verso la
Matematica: un questionario per rilevarle

Per questo dare voce agli studenti è importante, e l'intento del questionario è proprio quello di partire dalle loro opinioni e idee per poi interrogarsi sui metodi didattici che meglio possono rispondere alle loro esigenze. In questo caso, credo che le domande poste possano dare diversi spunti interessanti e una visione accurata del pensiero e del vissuto quotidiano degli "intervistati" riguardo l'approccio allo studio della matematica scolastica.

Capitolo IV

Analisi dei dati emersi dal questionario

Il questionario è stato condiviso liberamente per un mese (dal 29 aprile 2024 al 3 giugno 2024), raccogliendo un totale di 354 risposte tra allieve e allievi di scuola secondaria di primo e secondo grado.

IV.1 Informazioni di base

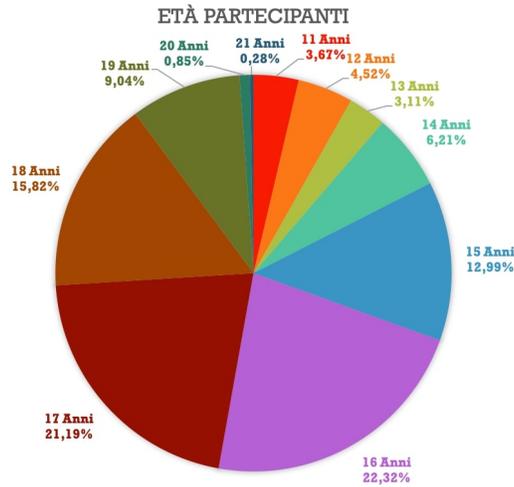


Figura IV.1.1: Fasce di età dei partecipanti al questionario.

Come si può vedere le classi più frequenti sono 16 e 17 anni, più in generale gli studenti fra i 15 e i 18 anni hanno compilato il 72,32% dei moduli raccolti.

La maggior parte degli intervistati (306 su 354, ovvero l'86,44%) sono iscritti alla scuola secondaria di secondo grado. Tra questi la distribuzione nei diversi tipi di scuola è la seguente:



Figura IV.1.2: Distribuzione dei partecipanti nella scuola secondaria di secondo grado.

Inoltre tra gli studenti liceali, circa la metà (69 su 127) frequentano un liceo scientifico o delle scienze applicate.

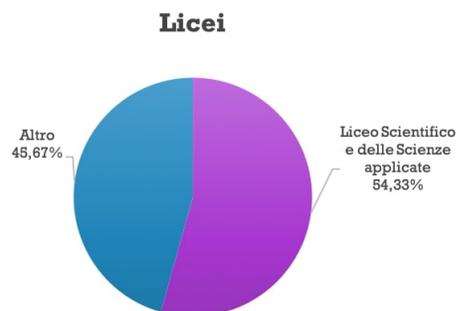


Figura IV.1.3: Distribuzione degli iscritti al Liceo in relazione agli indirizzi scientifici.

IV.2 Investigare l'esperienza scolastica attuale

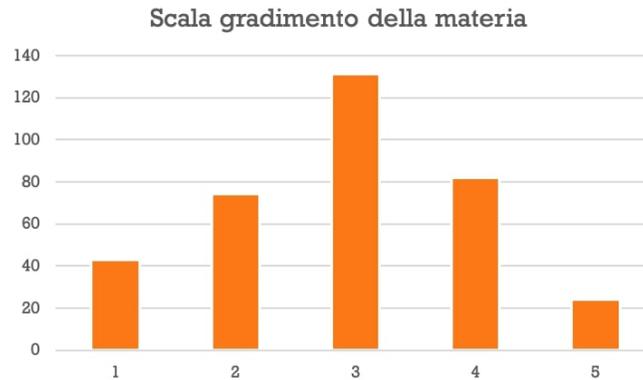


Figura IV.2.1: Quanto piace la matematica su una scala di gradimento dove 1 indica “Per Niente” e 5 “Moltissimo”.

Dall'istogramma si può osservare una distribuzione “a campana” del gradimento verso la matematica. La maggioranza di 3 punti su 5, è un buon risultato visto la quantità di studenti che affermano il fatto di non apprezzare la materia con tanto slancio. Infatti solo il 12,14% dei votanti ha indicato “Per Niente” mentre il 66,95% risponde con un gradimento fra 3 e 5.

Il dato più preoccupante riguarda l'aver vissuto o meno esperienze negative e frustranti nell'apprendimento della matematica.

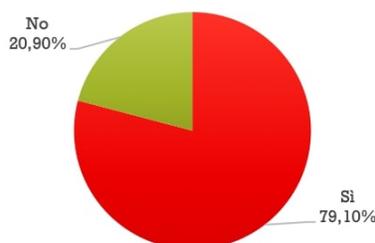


Figura IV.2.2: Il grafico mostra le risposte alla domanda: “Hai mai avuto esperienze negative o frustranti nell’apprendimento della matematica?”

È triste che quasi l’80% degli studenti abbiano vissuto esperienze di questo tipo per quanto riguarda l’*apprendimento* della matematica.

Come ci si può aspettare che i giovani apprezzino o comunque riescano a preferire una materia per la quale vivono esperienze negative e fatica nel comprenderla? Chiaramente bisogna interrogarsi su cosa rende così frustrante l’apprendimento e non rimanere su metodi di insegnamento che non sempre sono adatti per la maggior parte degli studenti. Nonostante questo dato mostri la percentuale degli alunni che hanno vissuto esperienze negative, a molti studenti comunque piace abbastanza la materia, come mostrato sopra.

In questa prima parte investigativa erano presenti le domande: “Quale è stato un argomento che ti è piaciuto di matematica? Quale è stato uno che non ti è piaciuto? Perché?”

Si è deciso di non riportare tutte le singole risposte, anche perché per entrambe le domande erano presenti argomenti molto variegati fra i programmi scolastici dei vari anni della scuola secondaria e nessun argomento spiccava in particolare in quanto maggiormente citato. L’aspetto interessante è il *perché*; sia in positivo che in negativo, la risposta predominante è stata: “... *mi è piaciuto perché l’ho capito.*” o “... *non mi è piaciuto perché non l’ho capito.*”

La costante che rende appetibile o perlomeno interessante un argomento di matematica è averlo compreso e viceversa se invece non lo si capisce; non

si riesce a fare una distinzione più specifica. Ad esempio in letteratura italiana, il gradimento di un autore piuttosto che di un altro può essere dovuto a come scrive, di cosa scrive, al periodo storico in cui è vissuto. In matematica è difficile cogliere tutte queste distinzioni, che banalmente potrebbero essere anche solo riuscire a separare ciò che è analisi da geometria, algebra o statistica e quindi capire cosa è per il singolo studente più interessante. Questo livello di comprensione della materia non si raggiunge quasi mai e di conseguenza l'apprezzamento di un argomento anziché di un altro si limita a ciò che uno studente sembra capire meglio, che poi non significa altro che gli argomenti in cui si riescono a svolgere gli esercizi senza eccessiva difficoltà e in cui i risultati sono corretti.

Ma questo limita estremamente la materia e provoca un gradimento o una avversione del tutto superficiale che non si può dire essere relativo alla matematica in sé ma più che altro di come è stata insegnata.

Questa visione viene ulteriormente confermata quando viene chiesto a chi ha vissuto esperienze negative o frustranti di indicare le motivazioni che la rendono tale.

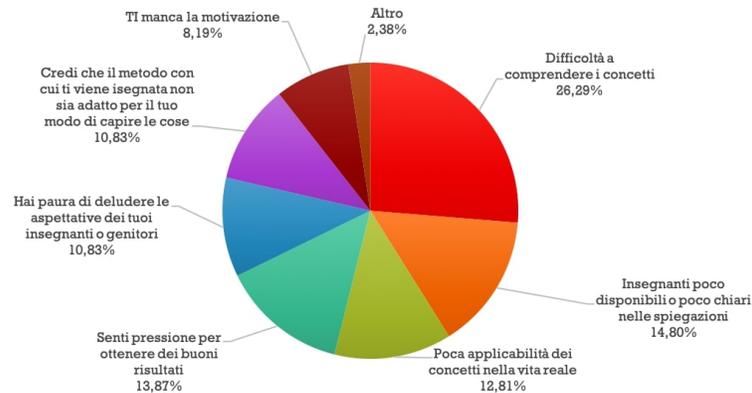


Figura IV.2.3: Il diagramma circolare mostra le risposte più indicate alla domanda: “Quali sono i principali motivi di frustrazione?”. Ogni allievo o allieva poteva scegliere anche più di una possibilità.

Come si può vedere la risposta più votata è stata proprio “Difficoltà a comprendere i concetti” avvalorando il fatto che il motivo principale alla base delle esperienze negative vissute dagli studenti sia proprio una bassa e diffi-

cile comprensione della materia.

Non da sottovalutare anche la seconda motivazione più votata: “Insegnanti poco disponibili o poco chiari nelle spiegazioni” che si collega strettamente alla prima dato che influisce direttamente sull’apprendimento della matematica e di conseguenza sulla sua comprensione. Spesso metodi di insegnamento poco dinamici non si prestano ad andare incontro alle necessità di tutti gli studenti, e professori restii a cambiare il loro modo di insegnare possono aiutare chi si trova particolarmente bene con quel metodo ma svantaggiare tutti gli altri. Questo provoca conseguentemente difficoltà di comprensione e frustrazione da parte di quest’ultimi, e quindi esperienze difficili da invertire.

Eppure quando viene chiesto esplicitamente quanto vengano capiti gli argomenti spiegati durante le lezioni le risposte sono le seguenti.

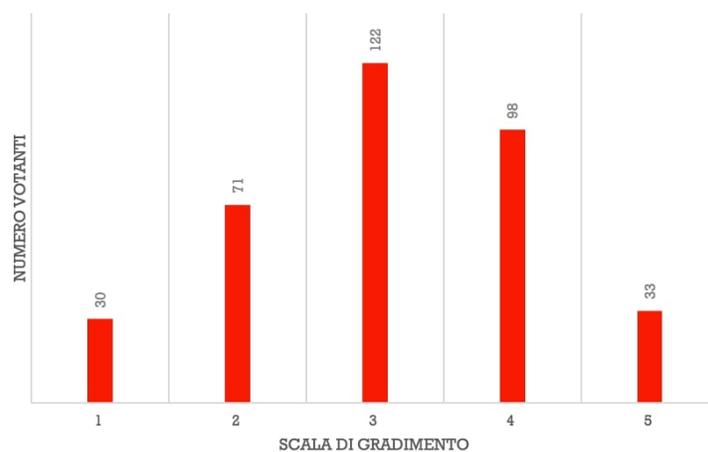


Figura IV.2.4: Il diagramma a barre mostra i risultati alla domanda “Riesci a capire gli argomenti spiegati durante le ore di matematica?” su una scala di gradimento dove 1 è “Per Niente” e 5 indica “Moltissimo”.

Queste risposte sembrerebbero essere in contrasto con quanto detto sopra, dato che la maggioranza ha indicato una comprensione media degli argomenti spiegati in classe. Ma allora come interpretare questi nuovi dati? Sicuramente sarebbe interessante approfondire maggiormente queste domande con gli studenti che hanno compilato il questionario. Probabilmente in classe avviene una comprensione parziale degli argomenti spiegati, ma la parte del

processo di comprensione puramente personale richiede una parte di lavoro individuale, che può essere solo delineata in classe. Se questo non avviene in modo fruttuoso e positivo, di conseguenza anche ciò che si pensava di aver capito viene meno, accumulando incertezze che in matematica si portano avanti nel tempo.

Inoltre bisogna anche considerare sia che non tutti i partecipanti al questionario hanno avuto esperienze negative, e che comunque, di questi il 26,29% afferma che sia dovuto per la difficoltà a comprendere i concetti. Quindi questi dati riflettono anche le esperienze degli altri partecipanti.

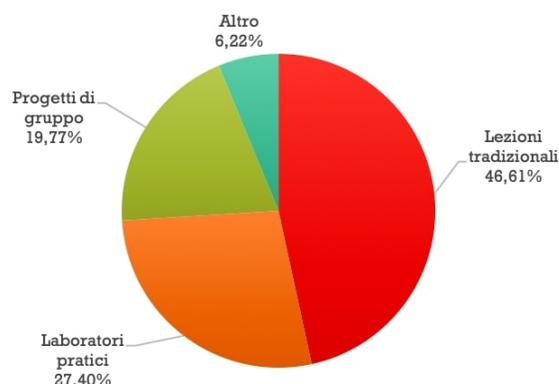


Figura IV.2.5: Si mostrano, con le loro percentuali, quali metodi sembrano preferire gli studenti per l'apprendimento della matematica.

Questo grafico mostra un altro dato interessante. Da un lato circa la metà degli studenti preferiscono la didattica alternativa, che sia attraverso laboratori pratici oppure con progetti di gruppo. Dall'altro rimane una metà che preferisce le lezioni tradizionali, dato che potrebbe sembrare in contrasto con quello scritto sopra.

Sorge di conseguenza un dubbio: in quanti studenti hanno potuto sperimentare metodi didattici alternativi?

Perché, come descritto nel primo capitolo, le alternative in Italia ci sono e vengono continuamente studiate e ampliate, però quanto sono veramente conosciute e diffuse? E quanti sono i progetti concreti che vengono attuati nelle scuole, soprattutto se non si parla di realtà in grandi città?

Questo aspetto si approfondirà nella seconda sezione di analisi del questionario.

Inoltre è rilevante osservare quanto influenzi l'insegnante, attraverso il suo metodo e il suo modo di porsi, la comprensione delle lezioni e degli argomenti di matematica. Questo si può vedere chiaramente nel seguente istogramma.

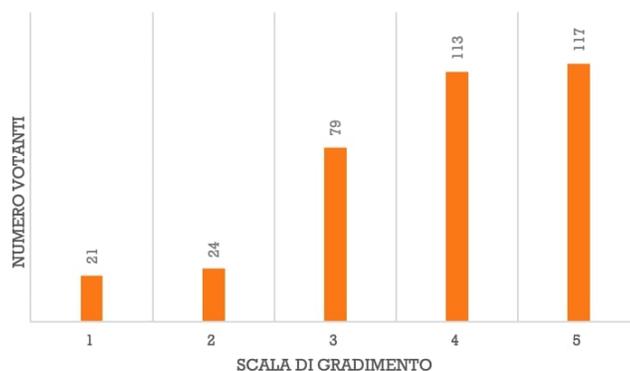


Figura IV.2.6: Diagramma a barre che riporta la distribuzione delle risposte alla domanda: “Il professore/la professoressa (e di conseguenza il suo metodo di insegnamento) influenza, a tuo parere, quanto capisci le lezioni e gli argomenti di matematica?” in una scala da 1 (Per Niente) a 5 (Moltissimo).

È evidente come il ruolo dell'insegnante sia centrale nel vissuto scolastico dello studente, sia per quanto riguarda l'esclusiva comprensione che per tutto ciò che la circonda: l'ambiente classe, il rapporto studente-insegnante e tutto ciò che completa l'esperienza scolastica, non fatta esclusivamente dei singoli momenti di lezione.

La domanda aperta che chiedeva allo studente di dare un consiglio, costruttivo, alla propria professoressa o professore; ha sottolineato diversi aspetti.

Da un lato, per fortuna, un gran numero di studenti hanno risposto che si trovano molto bene con i loro insegnanti, ma che nonostante ciò fanno comunque fatica in alcuni casi a comprendere la materia.

Dall'altro si cercano di riassumere le risposte più ripetute accorpandole nei seguenti macrogruppi simili:

- Spiegare con maggiore calma, senza avere l'ansia costante del programma, mostrando la ragione dietro ad ogni singolo passaggio.

- Metodi più vari e diversificati di insegnamento.
- Lezioni più interattive in cui venga richiesto un maggior coinvolgimento degli studenti.
- Proporre maggiori esempi e svolgere più esercizi, in entrambi i casi con uno sguardo particolare alla praticità e all'applicazione alla vita reale.
- Capire maggiormente gli studenti che hanno davanti, le loro esigenze, difficoltà e, talvolta, paure.

Si può osservare come tutti questi consigli non si riferiscono ad una didattica frontale standard ma la vorrebbero integrare.

Mi ha colpito particolarmente la seguente risposta: *“Ho pianto moltissime volte a casa perché non riesco a capire le lezioni, i collegamenti che faceva e soprattutto non trovavo un filo logico nei suoi ragionamenti, pregherei per avere un professore che spieghi anche 100 volte (se serve anche in maniera più semplice) l'argomento, non trovare scontati alcuni ragionamenti, perché forse la maggior parte delle persone non ci arriva.”*

Questa estrema sincerità presente non solo in questa risposta, ma anche in altre, che forse si cela dietro ad un questionario anonimo mi suscita molta tenerezza e dispiacere. Quanti ragazzi vivono esperienze così frustranti e si sentono così incompresi? Talvolta si è così presi dalla frenesia scolastica dei programmi e del poco tempo a disposizione che si mettono in secondo piano gli studenti in quanto adolescenti che vivono costantemente un turbinio di emozioni.

Per concludere questa sezione del questionario, sono piuttosto chiari i dati raccolti dalla seguente domanda: “Cosa pensi possa rendere l'apprendimento della matematica più interessante per te?”

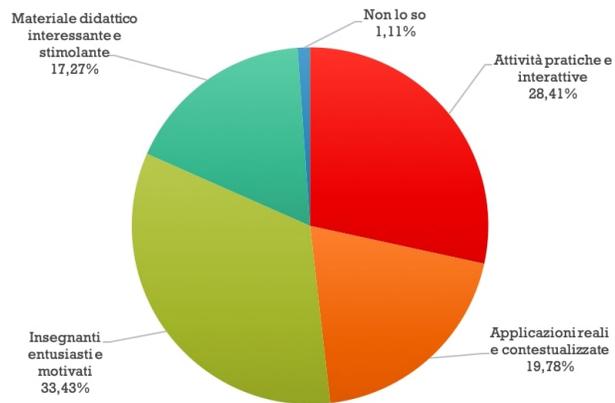


Figura IV.2.7: Diagramma circolare raffigurante le percentuali delle risposte alla domanda: “Cosa pensi possa rendere l’apprendimento della materia più interessante?”

È evidente che le risposte maggiormente indicate: “Insegnanti entusiasti e motivati” e “Attività pratiche e interattive” confermino quello scritto sopra sottolineando la necessità di proporre metodi didattici alternativi.

IV.3 Investigare l'opinione e quanto sperimentato su metodi alternativi alla didattica frontale

La prima domanda che è stata inserita in questa sezione di analisi è: “Ti capita di studiare matematica con amici o compagni di classe?”, anche se nel capitolo precedente era stata collocata nella sezione prima. Ciononostante può collegarsi bene con le proposte di progetti più interattivi. Infatti lo studente che è abituato a studiare in gruppo sarà anche più “esercitato” e di conseguenza facilitato ad apprendere attraverso metodi interattivi che richiedono la collaborazione e il confronto fra più persone. Questo non significa che chi non è solito a questo tipo di studio riscontrerà necessariamente delle difficoltà, ma sarà sicuramente meno abituato.

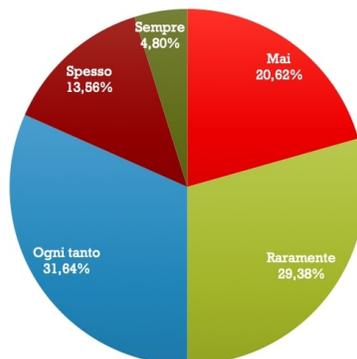


Figura IV.3.1: Diagramma circolare raffigurante le percentuali delle risposte alla domanda: “Ti capita di studiare matematica con amici o compagni di classe?”, dove le possibili risposte erano: Sempre - Spesso - Ogni tanto - Raramente - Mai

Come si può vedere il 50% delle risposte si divide fra “Mai” e “Raramente”. È evidente che gli adolescenti non sono abituati a condividere il tempo dedicato allo studio; anzi, talvolta vengono anche scoraggiati in questo. Sicuramente studiare in gruppo può allungare i tempi che solitamente

una persona da sola impiegherebbe per comprendere un certo argomento, ma il confronto, la collaborazione, anche solo il ripetere ad alta voce quello che si sta imparando, sono solo alcuni dei vantaggi che si possono avere studiando insieme, anche se non si è della stessa classe.

Passando al vivo di questa sezione, si osservi la percentuale di “No” alla domanda: “Hai mai partecipato ad attività di matematica diverse dalla lezione in classe?”

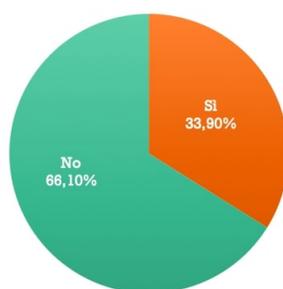


Figura IV.3.2: Grafico che mostra come gli studenti hanno risposto alla domanda: “Hai mai partecipato ad attività di matematica diverse dalla lezione in classe?”

Oltre il 66% di studenti non ha mai avuto la possibilità di partecipare ad attività diverse dalla lezione frontale, e questo ci suggerisce che introdurre la didattica alternativa potrebbe cambiare sensibilmente la situazione generale.

Inoltre è stato chiesto a chi avesse risposto di sì, di descrivere le attività svolte. L’attività più partecipata in assoluto sono i Giochi/Gare/Olimpiadi matematiche che sono ovviamente un modo diverso di approcciarsi alla matematica, ma di tipo prestazionale e competitivo, non va ad influire sull’apprendimento, dato che chi partecipa sono in genere studenti che non hanno particolari problemi nella comprensione, ma che anzi spiccano per maggiori capacità nel risolvere problemi sulla realtà.

La seconda risposta più frequente è stata “Ripetizioni/Corsi di recupero/Potenziamento”, che sicuramente aiutano uno studente con difficoltà ma non offrono propriamente un approccio alternativo al metodo con cui si in-

segna in classe.

Quindi, sono da rivalutare anche le risposte affermative alla domanda precedente, dato che in realtà sono ancora meno gli studenti che hanno partecipato ad effettive attività che propongono una metodologia e uno studio diversi.

Le domande successive indagano sulla visita ai musei scientifici con un focus su quelli di matematica.

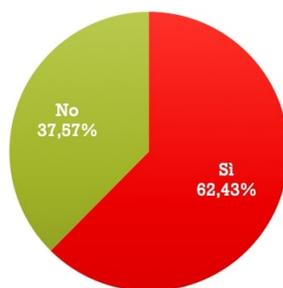


Figura IV.3.3: Il grafico mostra quanti, fra gli intervistati, hanno mai visitato un Museo Scientifico

Come si può vedere, una percentuale molto alta degli intervistati, quasi il 40%, non ha mai visto un museo scientifico nella sua vita. È incoraggiante il fatto che la maggioranza ne abbia visitato almeno uno, ma rimane comunque un numero troppo grande quello degli studenti che hanno risposto negativamente. Soprattutto tenendo conto che musei di storia naturale sono presenti quasi in ogni città e che la loro visita dovrebbe essere solo il primo piccolo passo per offrire differenti metodi per studiare ed approcciarsi ad argomenti scientifici in generale. Inoltre il museo come luogo di cultura, mostra un linguaggio divulgativo totalmente differente dai libri di testo scolastici, favorendo l'interazione fra gli studenti, ma anche fra la classe e figure adulte competenti diverse dall'insegnante che possono suscitare un maggiore interesse come le guide museali.

A coloro che hanno visitato un museo scientifico viene chiesto se all'interno di questo hanno trovato almeno una sezione dedicata alla matematica.

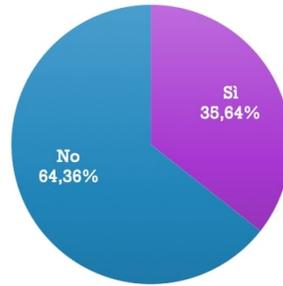


Figura IV.3.4: Il grafico mostra le risposte affermative o negative alla domanda: “In caso affermativo (di visita ad almeno un museo scientifico nella vita), hai mai visitato un museo che contenesse anche sezioni riguardanti la matematica?”

I risultati ottenuti da questa domanda sono sicuramente sconcertanti, ma confermano l’analisi svolta nel capitolo 2. I musei scientifici dedicati alla matematica in Italia ci sono, ma sicuramente non ce ne sono abbastanza. Sarebbe interessante chiedere a chi ha risposto affermativamente cosa ha effettivamente visto e quali musei ha visitato, dato che come mostrato nei capitoli precedenti non è facile portare la matematica nei musei.

Chiaramente un’allieva o allievo che non ha avuto la possibilità, né con la scuola né con la famiglia, di vedere cosa significa divulgare a livello museale la matematica, quindi con più interattività e coinvolgimento, ha perso una grande occasione. Forse se musei di questo tipo fossero più diffusi, sarebbe possibile ridurre la fetta di giovani che non ne ha mai visitato uno.

Successivamente è stata chiesta l’opinione dei partecipanti al questionario rispetto ad altri metodi di apprendimento della matematica.

Innanzitutto se si può imparare la matematica attraverso giochi.

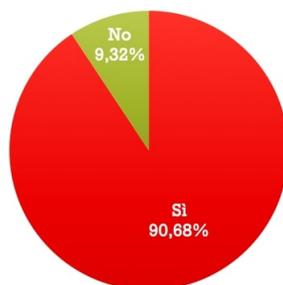


Figura IV.3.5: Il grafico mostra le risposte affermative o negative alla domanda: “Per te, si può imparare la matematica attraverso dei giochi?”

Chiaramente la grande maggioranza degli studenti crede che sia possibile imparare attraverso dei giochi. In effetti esiste una strategia dell’apprendimento specifica, chiamata *Game Based Learning*, che implica proprio l’apprendimento attraverso giochi o videogiochi. Per la maggior parte questi non vengono pensati e realizzati fin da subito con uno scopo didattico ma nascono come strumenti di intrattenimento che poi vengono utilizzati per raggiungere un obiettivo educativo.

La parola *empatia* è forse la chiave di tutto. Il gioco, ed in particolare i giochi digitali, consentono di immergersi in scenari e ambientazioni difficilmente rappresentabili nella realtà e così facendo di mettersi “nei panni degli altri”, di essere in prima persona i protagonisti.

Attraverso il gioco l’alunno acquisisce, rinforza o arricchisce il proprio sapere. È il gioco stesso che allena l’acquisizione di conoscenze. Lo studente, mentre gioca, apprende le conoscenze oggetto del gioco. La didattica basata sul gioco, utilizza i contenuti disciplinari e li rende sfidanti e divertenti.

Alcuni esempi di attività che si basano sul *Game Based Learning* sono: l’utilizzo di rompicapo e puzzle matematici per sviluppare il pensiero logico e la capacità di risolvere problemi complessi, dove partecipando a competizioni fra compagni si incentiva il coinvolgimento. Oppure è possibile servirsi di Kahoot, una piattaforma online, per creare quiz interattivi e giochi di apprendimento per valutare le competenze matematiche in modo divertente e interattivo.

Quello che viene da chiedersi è quanti abbiano effettivamente sperimentato

questa metodologia, probabilmente, viste le risposte precedenti, un numero molto piccolo. Eppure anche solo l'idea di apprendere "giocando" alletta un buon 90% dei votanti; è solo da immaginare l'entusiasmo che mostrerebbero nell'avere la possibilità reale di farlo.

Nella domanda successiva veniva chiesto direttamente ai partecipanti se credono possano esserci metodi più coinvolgenti per imparare la matematica. In caso affermativo, veniva richiesto di scrivere quali potessero essere questi metodi.

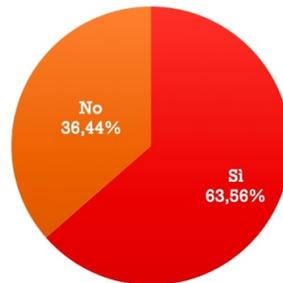


Figura IV.3.6: Il grafico mostra le risposte affermative o negative alla domanda: "Pensi ci siano metodi più coinvolgenti per imparare argomenti di matematica rispetto alle normali lezioni in classe?"

Le principali attività indicate sono:

- Giochi, vengono citate attività come Kahoot ma soprattutto giochi in cui si possa sfruttare una sana competitività fra compagni di classe.
- Laboratori, che si possano svolgere anche in luoghi diversi dall'ambiente classe e che soprattutto mostrino applicazioni concrete della matematica rispetto alla realtà circostante.
- Lavori di gruppo e confronto fra studenti, leggendo le risposte è immediato pensare alla metodologia del *Peer to Peer* dato che viene sottolineato più volte la necessità di occasioni in cui allieve e allievi si possano confrontare fra loro, collaborare ed insegnare l'uno all'altro.

- Video e tutto ciò che riguarda l'utilizzo di strumenti tecnologici più recenti come la realtà aumentata e l'IA (Intelligenza Artificiale).
- Infine una grande quantità di studenti non hanno risposto o comunque scritto di avere la necessità di nuovi metodi ma di non conoscerne. Anche questo aspetto è indicativo, poiché molti non si immaginano neanche le alternative che si possono offrire.

Le risposte precedenti vengono confermate dal seguente istogramma che mostra i dati raccolti dalla domanda che chiedeva nello specifico quanto gli studenti pensano sia utile svolgere dei lavori di gruppo.

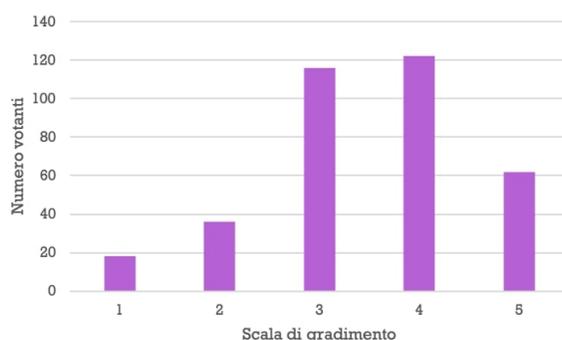


Figura IV.3.7: Diagramma a barre che risponde alla domanda: “Pensi sia utile fare dei lavori di gruppo in classe?” in una scala da 1 (Per Niente) a 5 (Moltissimo).

Infatti si può osservare come quasi l'85% dei votanti abbia scelto un punteggio maggiore o uguale a 3 esprimendo di essere particolarmente d'accordo sull'utilità dei lavori di gruppo in classe.

Le domande successive si concentrano sul Laboratorio di Matematica, principale oggetto di studio del capitolo 1 e, in generale, di questa tesi.



Figura IV.3.8: Diagramma circolare che mostra le risposte affermative o negative alla domanda: “Sai che cosa è un Laboratorio di Matematica?”

Già da questa primo dato è evidente come uno strumento come il Laboratorio di Matematica, di cui si sono visti i numerosi vantaggi nei capitoli precedenti, sia poco diffuso e poco utilizzato.

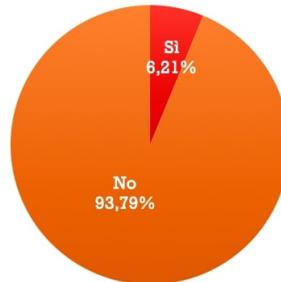


Figura IV.3.9: Grafico che mostra le risposte affermative o negative alla domanda: “Hai mai partecipato ad un laboratorio di matematica?”

Le risposte a questa seconda domanda confermano ulteriormente i dati precedenti, con solo 22 risposte affermative (6,21%).

Inoltre è stato chiesto a chi ha risposto in maniera affermativa di descrivere il laboratorio a cui ha partecipato. Le risposte più presenti sono state due. Entrambe con 8 risposte, la prima è “Non so” o “Non mi ricordo” (sicuramente non una esperienza particolarmente di impatto). La seconda invece è “Geogebra” che già si presta meglio per creare un Laboratorio di Matematica interattivo e di visualizzazione.

La domanda successiva è stata posta con l'intento di investigare: in primis come si immaginano gli studenti un laboratorio di matematica, anche se non hanno mai partecipato ad uno, ma anche per capire gli aspetti che ritengono prioritari in un ambiente laboratoriale.

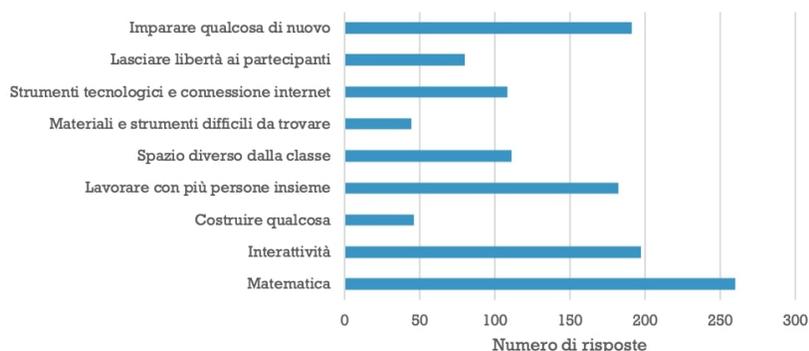


Figura IV.3.10: Il grafico mostra le risposte alla domanda: “Cosa pensi non possa mancare in un laboratorio di matematica?” dove i votanti potevano scegliere fino a quattro risposte.

Escludendo la risposta “Matematica” che per fortuna è la più votata dato che si sta analizzando il Laboratorio di matematica, gli aspetti più importanti che sono stati scelti sono: “Imparare qualcosa di nuovo”, “Lavorare con più persone insieme” e “Interattività”.

Come era evidente anche dalle domande precedenti, le esigenze principali sono: maggiore interattività e contatto, e le interazioni con i propri coetanei. Nonostante gli alunni di una classe passino almeno cinque ore insieme tutti i giorni, sembra che i lavori di gruppo siano probabilmente carenti.

Inoltre anche la voce *Imparare qualcosa di nuovo*, mostra la volontà di approcciarsi a nuovi aspetti della materia ma con un metodo differente. Questo però non significa che si debba sfruttare lo strumento del laboratorio per ampliare i programmi o necessariamente per parlare di argomenti della matematica che altrimenti non si tratterebbero a scuola. Bisognerebbe forse utilizzarlo per spiegare e approfondire argomenti che già rientrano nella quotidianità scolastica, approcciandoli con uno sguardo diverso e rendendo gli studenti protagonisti nel loro apprendimento.

Il Laboratorio si fonda sull'interattività, e di conseguenza sulla collabo-

razione fra pari. È evidente come questo strumento si presti molto bene a colmare le mancanze e le difficoltà che gli studenti riscontrano nello studio quotidiano della matematica.

Le ultime domande sono state poste con l'intento di capire quali siano le priorità degli studenti, nell'ottica di provare a creare dei laboratori da proporre agli studenti.

Quindi, innanzitutto, stabilire gli argomenti a cui dare la precedenza.

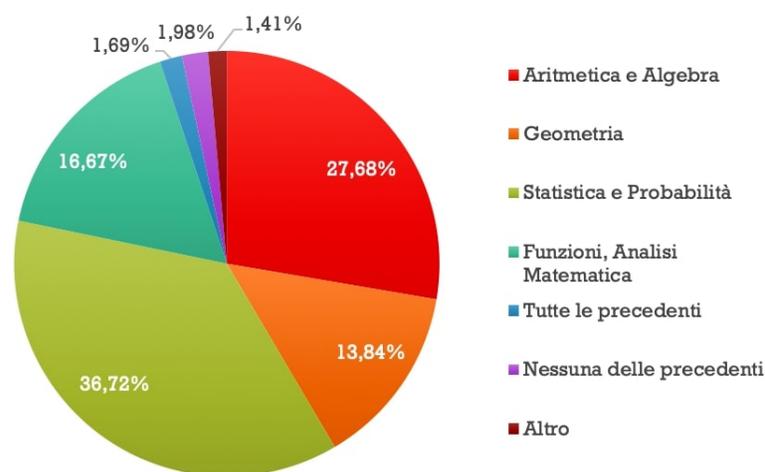


Figura IV.3.11: Il grafico mostra le risposte alla domanda: “Quali argomenti matematici ti interesserebbe esplorare durante un laboratorio?”, con le loro percentuali

Dal grafico si può vedere che le più votate sono: “Statistica e Probabilità” e “Aritmetica e Algebra”. Queste scelte sono, ad avviso personale, dettate da due motivazioni differenti. Per quanto riguarda aritmetica e algebra, c'è la necessità di comprendere meglio quella che probabilmente è la parte più astratta di matematica che si studia durante la scuola secondaria e quindi si vuole cercare di approfondirle attraverso un metodo più interattivo.

Mentre per quanto riguarda statistica e probabilità, sono argomenti sempre poco trattati, spesso lasciati per ultimi per consentire di prepararsi a quel quesito che viene inserito nella prova di maturità scientifica o nell'esame scritto di terza media.

Anche l'analisi, come l'algebra, rimane comunque fra gli argomenti più astratti. Forse è stata meno votata visto che, per gli studenti della scuola secondaria, non è così chiara la distinzione fra le diverse aree della matematica ed in particolare che cosa si intenda nello specifico per analisi matematica.

Infine viene chiesto di indicare gli strumenti che si pensano di fondamentale, o prioritaria, presenza in un laboratorio di matematica.

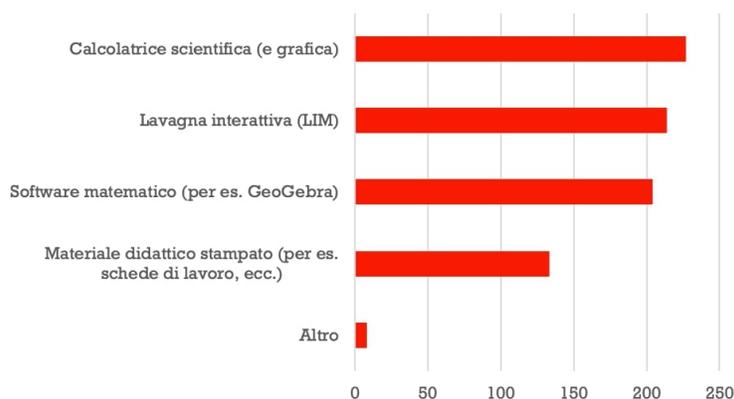


Figura IV.3.12: Il diagramma a barre mostra le risposte alla domanda: “Quali strumenti o risorse pensi sarebbero utili durante un laboratorio matematico?”, i votanti potevano scegliere anche più di una risposta

Come si può osservare le prime tre risposte hanno tutte raccolto un gran numero di voti. In primo luogo questo mostra come gli studenti si sentano molto in sintonia con l'utilizzo di strumentazioni digitali, e vista la loro padronanza probabilmente vorrebbero sfruttarne maggiormente le potenzialità.

Inoltre si può cogliere la necessità del *visualizzare*. Sono infatti tutti e tre strumenti che, in qualsiasi modo vengano utilizzati, aiutano a visualizzare ciò per cui li si sta sfruttando. Questo sottolinea come spesso gli studenti vedano quello che studiano di matematica come un qualcosa molto distante da loro e che è difficile da concretizzare.

Ad opinione personale, la calcolatrice scientifica spesso viene molto richiesta perché sfruttata anche per svolgere piccoli conti ed evitare errori di calcolo. Non credo sia uno strumento prioritario in un laboratorio di matematica. Un programma come GeoGebra aiuta maggiormente nella visualizzazione. Inoltre sfruttare la calcolatrice anche per calcoli semplici distrae lo

studente che rischia di commettere comunque errori di altro tipo.

In generale il questionario ha portato dati interessanti, mettendo in luce diverse difficoltà riscontrate dagli studenti per quanto riguarda l'apprendimento della matematica.

La metodologia del Laboratorio di Matematica potrebbe rispondere positivamente ad alcune delle mancanze che i giovani sentono di vivere oggi nel loro studio e nella loro quotidianità scolastica. Quello su cui è doveroso interrogarsi, è come rendere questo metodo più diffuso e alla portata di un numero sempre maggiore di insegnanti, e di conseguenza di allieve e allievi.

Capitolo V

La proposta di un sito per offrire delle alternative didattiche laboratoriali

I dati ottenuti indicano che ci sono alcune problematiche sull'apprendimento della matematica, che riflettono una metodologia didattica che crea una distanza sempre più grande fra insegnanti e alunni, ma anche fra gli alunni stessi.

Diverse metodologie didattiche alternative, sono state sviluppate negli anni, ed in particolare, in questa tesi, si è voluto portare l'attenzione sul Laboratorio di matematica. Quello che però sembra mancare è la conoscenza da parte dei docenti di queste diverse metodologie che così non vengono abbastanza sfruttate.

In assenza di luoghi di aggregazione e scambio di idee, come i musei matematici potrebbero essere qualora fossero più frequenti, è necessario trovare ulteriori opzioni che siano fruibili da più persone possibile. Un sito internet sicuramente può raggiungere un maggior numero di utenti in tutta Italia.

A questo scopo nel lavoro per questa tesi è stato creato un sito come possibile proposta che possa offrire spunti e opportunità riguardanti il Laboratorio di Matematica, ma anche un luogo in cui si possa creare una community dove insegnanti con esperienze e necessità diverse si possano confrontare e scambiare idee.

La proposta di un sito per offrire delle alternative didattiche laboratoriali

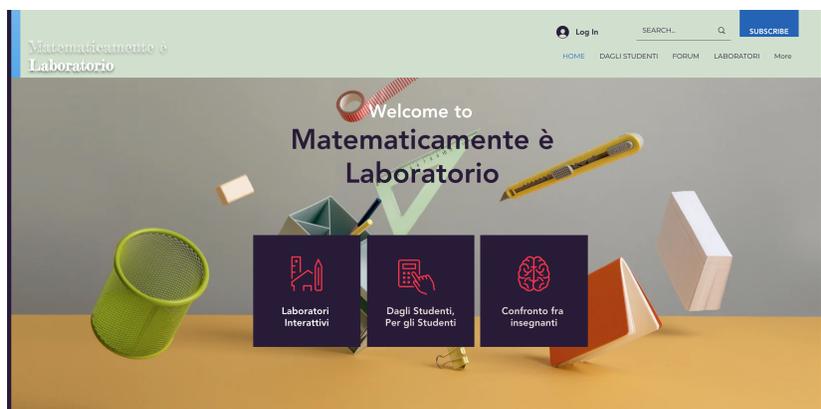
Così è stato creato “**Matematicamente è Laboratorio**”. Il sito è stato costruito dall’autrice di questa tesi magistrale utilizzando la piattaforma gratuita Wix.com che facilita questo processo attraverso font già presenti e che si può facilmente adattare alle proprie esigenze.

La home della pagina ha l’intento di presentare questo progetto mostrando cosa offre il sito, attraverso anticipazioni di informazioni che si potranno ritrovare nelle pagine secondarie.

L’URL della pagina è:

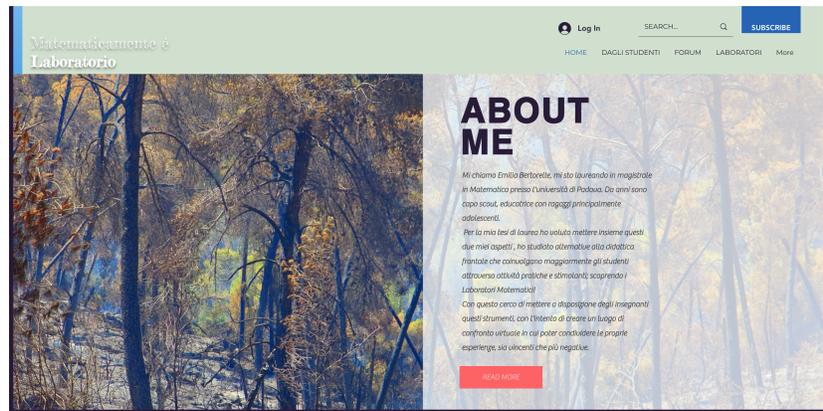
<https://emiliabertorelle.wixsite.com/matelaboratorio>.

Fin da subito, attraverso icone specifiche, è possibile passare alle pagine a cui si è interessati.

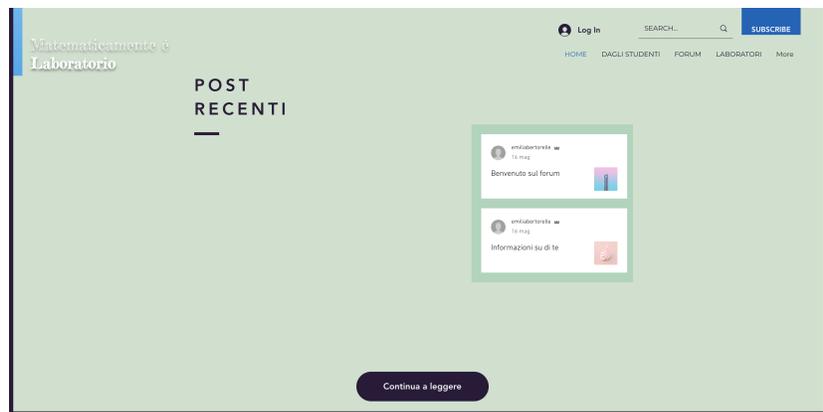


Come si può vedere è stata inserita anche una breve presentazione personale in cui è scritto il perché di questo sito e quale sia il suo intento.

La proposta di un sito per offrire delle alternative didattiche laboratoriali

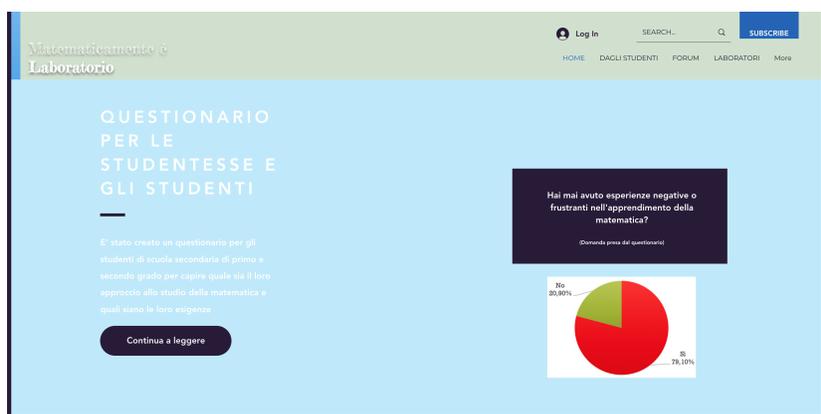


Già dalla home c'è la possibilità di vedere una anteprima degli ultimi post pubblicati sulla pagina dedicata al forum.



Inoltre sono presenti delle brevi didascalie accompagnate da un dato inerente rilevato dal questionario, per presentare le pagine “Dagli studenti” e “Laboratori”.

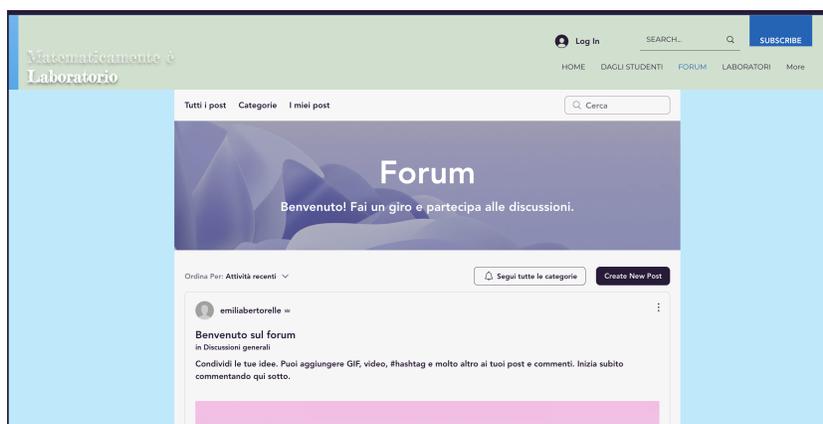
La proposta di un sito per offrire delle alternative didattiche laboratoriali



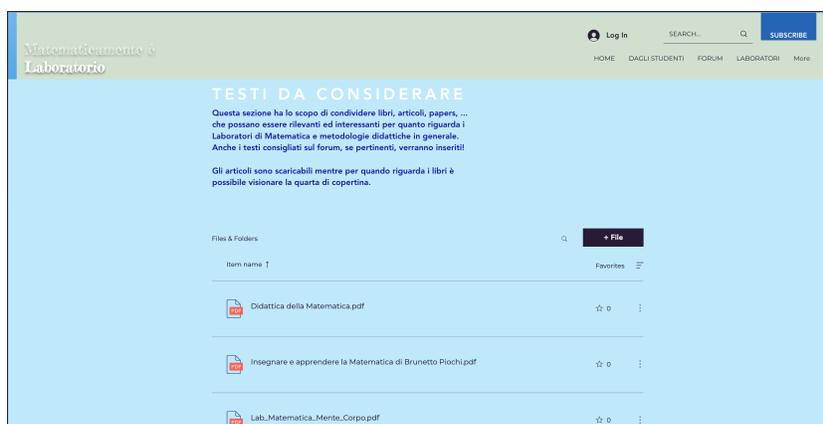
Le pagine secondarie che sono state inserite sono quattro:

1. Forum: luogo in cui ogni visitatore può scrivere e postare la propria esperienza in quanto insegnante, alunno di scuola secondaria, studente di università che si sta approcciando alla didattica della matematica. A differenza di un blog, che viene gestito dal proprio amministratore e riporta esclusivamente il pensiero di uno, attraverso il forum si ha l'intento di creare una community in cui tutti possono scrivere. In questo modo è possibile confrontarsi e scambiarsi idee, opinioni e attività che sono state vissute come studenti o proposte come insegnanti.

La proposta di un sito per offrire delle alternative didattiche laboratoriali



2. Spunti bibliografici: in questa sezione si sono voluti riportare libri o articoli particolarmente rilevanti per quanto riguarda il laboratorio di matematica o la didattica della matematica più in generale. Quelli per ora inseriti sono testi che sono stati utilizzati e studiati anche per questa tesi, ma potranno essere ampliati col tempo, a partire anche dai suggerimenti raccolti nel forum. Chiaramente non è possibile allegare il testo per intero quando si tratta di libri, ma in quei casi si è allegato un pdf con la quarta di copertina che quindi lo presenta. Mentre articoli disponibili gratuitamente in Internet sono stati inseriti per intero ed è possibile scaricarli.



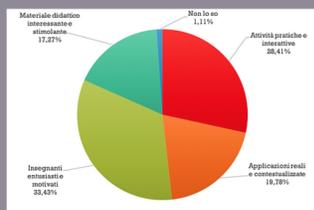
3. Dagli studenti: alcuni dei risultati ottenuti dal questionario svolto per questa tesi, possono dare una panoramica degli studenti oggi per quanto

La proposta di un sito per offrire delle alternative didattiche laboratoriali

riguarda il loro apprendimento della matematica. Per questo si è pensato che, contestualizzando il questionario con i numeri dei dati raccolti e a chi è stato rivolto, potesse essere interessante condividere quello che si è ottenuto. Sia per quanto riguarda lo studio e l'apprendimento della matematica a scuola. Ma anche le competenze che possiedono, i luoghi che hanno visitato e le esperienze che hanno sperimentato.



La proposta di un sito per offrire delle alternative didattiche laboratoriali

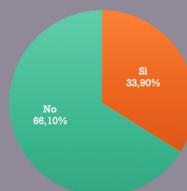


Cosa può rendere l'apprendimento della matematica più interessante?

E' evidente che le risposte maggiormente indicate: "Insegnanti entusiasti e motivati" e "Attività pratiche e interattive" confermano quello scritto sopra sottolineando la necessità di proporre metodi didattici alternativi.

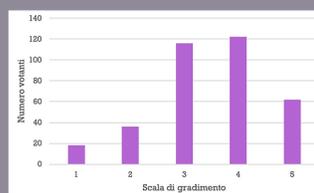
Partecipazione ad attività diverse dalla lezione in classe di matematica

Come si può vedere oltre il 66% degli studenti non ha mai vissuto esperienze alternative alla lezione frontale di matematica. Alla domanda "Quali?" per chi avesse risposto in modo affermativo, le principali attività nominate sono state: Gare/Giochi Matematici (approccio diverso ma solo per chi non ha particolari difficoltà nell'apprendimento) e Ripetizioni/Corsi di Potenziamento, non esattamente un approccio alternativo.



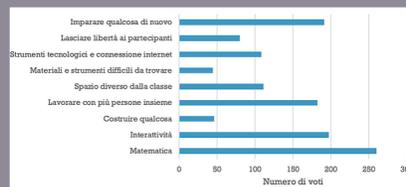
Quanto sono utili i lavori di gruppo?

Quasi l'85% dei votanti afferma che su una scala da 1 a 5 (in cui 1 è Per Niente e 5 è Molto) i lavori di gruppo sono particolarmente utili (voto 3/4/5). Eppure in pochi veramente li sperimentano ed oltre il 93%, come mostrato nella Home, non hanno mai partecipato ad un Laboratorio di Matematica che si presta molto bene ad un approccio di questo tipo.



Cosa non può mancare in un Laboratorio di Matematica?

Andando a chiedere nello specifico cosa si creda sia indispensabile per un Laboratorio di Matematica, le risposte che si ottengono sono quelle mostrate a lato. Escludendo la risposta matematica che per fortuna è la più votata, le seconde più gettonate sono "Imparare qualcosa di nuovo", "Lavorare con più persone insieme" e "Interattività"



Strumenti Fondamentali

Come ultima domanda del questionario viene chiesto quali siano gli strumenti fondamentali in un Laboratorio di Matematica. Le risposte sottolineano una necessità di apparecchi che aiutino nella visualizzazione di quello che si sta studiando. Questo sottolinea come gli studenti vedano in una metodologia come il laboratorio un aiuto nella comprensione della matematica e in particolare nel concretizzare ciò che hanno davanti.



4. Laboratori: questa ultima sezione nasce con l'intento di offrire idee di laboratorio da poter riproporre in classe. Chiaramente gli esempi riportati sul forum potranno essere integrati in questa sezione. L'intento è quello di avvicinare più insegnanti al Laboratorio di Matematica, mostrando che non serve necessariamente organizzare attività molto complesse per proporre metodi alternativi di didattica. Le ore di lezione a scuola sembrano non essere mai abbastanza, e in ugual modo la disponibilità economica da poterci investire, per questo i laboratori che si vogliono inserire devono rispettare queste esigenze. Da un lato laboratori efficaci, che non richiedano troppo tempo di preparazione, si prestino bene per il programma scolastico e che si possano anche svolgere in classe. Dall'altra laboratori che non abbiano bisogno di un alto budget, con materiali facilmente reperibili, che siano da acquistare o ancora meglio già presenti nella scuola.

La proposta di un sito per offrire delle alternative didattiche laboratoriali



Per quanto riguarda i laboratori, ne sono stati inseriti inizialmente quattro. Quelle che si vedranno sono immagini raffiguranti l'attività. Nel sito, sono invece presenti brevissimi video in loop che riassumono meglio il laboratorio descritto.

1. Laboratorio Ellisse.

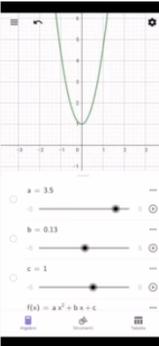
Prevede l'utilizzo di spago, carta, puntine e matita per disegnare una ellisse e capire le sue proprietà fondamentali. Le puntine rappresentano i fuochi mentre la lunghezza costante dello spago dimostra la definizione dell'ellisse come luogo del piano in cui la somma delle distanze dai due fuochi è costante. Si può iniziare a spiegare questa conica facendo prendere agli studenti dimestichezza prima con l'oggetto in sé per poi passare allo studio analitico.



2. Laboratorio Parabola.

Sfruttando un software di calcolo e di visualizzazione come GeoGebra è possibile studiare nel dettaglio una curva come la parabola. Per capire la parabola è importante saperla immaginare a partire dalla sua definizione, e questo è possibile quando si comprende il significato di entrambi i coefficienti di x e x^2 e del coefficiente angolare nella legge $y = ax^2 + bx + c$. Attraverso GeoGebra, è possibile vedere come cambia il grafico della parabola al variare dei coefficienti.

Parabola



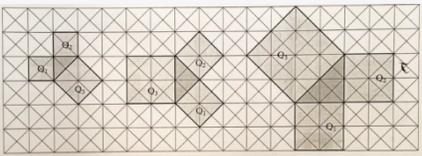
Per comprendere una parabola in quanto conica è necessario avere ben chiare le sue caratteristiche in modo da poterla immaginare a partire dalla sua legge. Per poter fare questo bisogna saper interpretare i suoi coefficienti nella legge: $y=ax^2+bx+c$, ciò è possibile utilizzando GeoGebra, sia dai devices degli studenti che direttamente dalla LIM se presente in classe.

Materiali: GeoGebra

3. Laboratorio Teorema di Pitagora.

Permette di capire uno dei concetti fondamentali della matematica, utile sin dalle Scuole secondarie di primo grado. Ripercorrendo la leggenda che narra come Pitagora abbia iniziato ad elaborare il teorema, non solo si introduce una contestualizzazione storica ma si compie anche qualcosa di pratico. Infatti viene richiesto agli studenti di riprodurre sul quaderno tanti piccoli triangoli rappresentanti delle piastrelle e poi di disegnare con colori diversi triangoli rettangoli di grandezze differenti e i relativi quadrati costruiti sui lati. In questo modo si potranno contare le piastrelle che formano i quadrati, vedere come cambiano e che relazione c'è fra di essi.

Il Teorema di Pitagora



Area $Q_1 = 4$ piastrelle	Area $Q_1 = 8$ piastrelle	Area $Q_1 = 16$ piastrelle
Area $Q_2 = 4$ piastrelle	Area $Q_2 = 8$ piastrelle	Area $Q_2 = 16$ piastrelle
Area $Q_3 = 8$ piastrelle	Area $Q_3 = 16$ piastrelle	Area $Q_3 = 32$ piastrelle

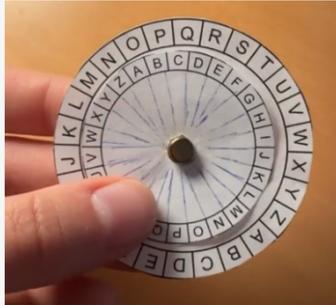
La leggenda narra che Pitagora, passeggiando su un pavimento di piastrelle tutte uguali tra loro e aventi la forma di triangoli rettangoli isosceli, sia rimasto colpito da alcune particolarità. Si dice che partendo da queste osservazioni sia arrivato poi alla formulazione del suo celebre teorema. Perché non fare ripetere agli studenti le osservazioni di Pitagora riportate dalla leggenda?

Materiali: carta con i quadretti, matita, gomma.

4. Laboratorio Crittografia.

In questo caso si può utilizzare il Laboratorio per presentare un ambito della matematica come la crittografia, raramente trattata nelle Scuole secondarie di secondo grado. Anche qui è interessante introdurre l'argomento attraverso un approfondimento storico, mostrando immagini di diversi cifrari nella storia dell'uomo. In seguito si può chiedere agli studenti di costruire il cifrario di Cesare con pochi e semplici materiali e sfruttarlo per lanciare una sfida fra compagni di classe basato su cifrazione e decifrazione di messaggi.

Crittografia



Il campo della crittografia spesso non viene neanche citato durante le ore scolastiche, ma anche solo dedicargli una lezione può mostrare agli studenti una nuova disciplina della matematica. Iniziando da una introduzione storica e all'utilizzo dei diversi cifrari nel tempo, è possibile far costruire un cifrario di Cesare. Attraverso questo si può organizzare una gara fra compagni in cui si possano sfidare, utilizzando lo strumento che hanno appena costruito, cifrando e decifrando messaggi.

Materiali: carta, cartoncino, penna, fermacampioni.

Per il momento il sito web contiene solo questi quattro esempi di laboratori. Si tratta ovviamente di un punto di partenza, e l'auspicio è che questo archivio cresca anche grazie agli spunti condivisi nel forum.

Conclusioni

L'obiettivo principale di questa tesi è stato quello di capire i problemi e le necessità delle allieve e allievi di scuole secondarie di primo e secondo grado impegnati nello studio della matematica e di esplorare e valorizzare la metodologia del Laboratorio di Matematica come strumento efficace per l'insegnamento e l'apprendimento nella scuola secondaria.

I dati raccolti dal questionario somministrato agli studenti hanno evidenziato alcune difficoltà significative nell'apprendimento della matematica, spesso percepita come una materia astratta e distante dalla realtà quotidiana. Molti studenti hanno espresso frustrazione per la mancanza di collegamenti concreti tra i concetti matematici e le applicazioni pratiche. Tuttavia, è emerso che metodi didattici alternativi, come il Laboratorio di Matematica, possono rispondere positivamente a queste criticità, rendendo la matematica più concreta e accessibile.

In particolare, il metodo del laboratorio si è dimostrato efficace nel promuovere un apprendimento attivo e partecipativo. Gli studenti coinvolti in attività laboratoriali mostrerebbero un maggiore interesse e motivazione verso lo studio della matematica, nonché un miglioramento delle competenze matematiche e delle abilità di problem-solving. L'approccio laboratoriale inoltre favorisce lo sviluppo di competenze trasversali, come la capacità di lavorare in gruppo, la comunicazione e il pensiero critico.

Questi risultati indicano che il Laboratorio di Matematica può rappresentare una valida alternativa da integrare con la didattica frontale tradizionale. L'approccio laboratoriale, basato sull'esperienza diretta e sulla manipolazione di materiali concreti, consente agli studenti di comprendere meglio i concetti matematici e di apprezzarne le applicazioni pratiche. Questo meto-

do potrebbe favorire inoltre un apprendimento più significativo e duraturo, in quanto gli studenti sono attivamente coinvolti nel processo di scoperta e costruzione della conoscenza.

Le implicazioni di questi risultati sono rilevanti sia per gli insegnanti sia per chi ha un effettivo potere organizzativo nella scuola. Gli insegnanti possono trarre vantaggio dall'integrazione di attività laboratoriali nella loro pratica didattica, migliorando così l'efficacia dell'insegnamento della matematica e l'esperienza di apprendimento degli studenti. Il Ministero dell'Istruzione e del Merito (MIM), d'altra parte, dovrebbe considerare l'importanza di supportare e promuovere l'adozione del metodo laboratoriale nelle scuole, investendo in risorse e formazione per gli insegnanti.

Nonostante i risultati promettenti, questo studio presenta alcune limitazioni. In primo luogo, il campione di studenti coinvolti nel questionario è stato limitato e potrebbe non essere rappresentativo di tutte le realtà scolastiche italiane. Inoltre, la durata dello studio è stata relativamente breve, e ulteriori ricerche a lungo termine potrebbero fornire dati più completi e affidabili. Infine, il questionario utilizzato per la raccolta dei dati potrebbe non aver catturato tutti gli aspetti delle esperienze e delle percezioni degli studenti.

Ricerche future potrebbero concentrarsi sull'espansione del campione di studenti e sulla diversificazione delle scuole coinvolte, al fine di ottenere dati più rappresentativi e generalizzabili. Inoltre, sarebbe interessante esplorare l'impatto a lungo termine dell'approccio laboratoriale sull'apprendimento della matematica e sulle competenze trasversali degli studenti. Ulteriori studi potrebbero anche investigare l'efficacia di specifiche attività laboratoriali e il ruolo delle tecnologie digitali nel supportare l'insegnamento laboratoriale della matematica.

Per quanto riguarda i musei scientifici in Italia, sarebbe interessante svolgere una vera e propria mappatura dell'intero territorio. Analizzando in modo particolare i musei che presentano almeno delle sezioni riguardanti la matematica. In questa tesi si è scelto di mostrare alcuni esempi, ma sono numerosi i musei non citati, alcuni molto interessanti e presenti in piccole realtà poco conosciute. Infatti accanto ai grandi musei sono nati numerosi musei medio-piccoli, frutto spesso della volontà di amministrazioni locali, associazioni, o addirittura singoli individui intraprendenti e appassionati. Molti di questi

piccoli e medi musei interattivi sono *science center* molto attivi, soprattutto nei confronti delle scuole del territorio o di una regione, poveri di risorse ma ricchi di idee, ciascuno con una marcata personalità. Un esempio di queste realtà è “*Mateureka, il Museo del Calcolo*”, presente nel paese di Pennabilli in provincia di Rimini.

Inoltre sarebbe importante creare un’applicazione o un sito web che in base alla posizione in cui ci trova suggerisce il museo scientifico più vicino e in particolare, l’offerta matematica divulgativa. Uno strumento di questo tipo può essere utile e interessante per incentivare la visita e l’incremento di questi luoghi. Non è da escludere che in futuro il sito che è stato creato possa soddisfare anche questa richiesta.

In conclusione, il Laboratorio di Matematica, o laboratori affini, rappresenta una strategia didattica promettente per migliorare l’insegnamento e l’apprendimento della matematica nella scuola secondaria. L’esperienza acquisita durante questo percorso di ricerca ha evidenziato l’importanza di un approccio didattico che valorizzi l’interazione, la manipolazione concreta e la scoperta autonoma da parte degli studenti. Il sito “Matematicamente è Laboratorio” rappresenta una proposta concreta di offrire risorse e spunti per l’applicazione di questo e di altri metodi nelle scuole, con l’obiettivo di creare una community di insegnanti e appassionati di matematica che possano condividere idee, esperienze e materiali didattici.

È auspicabile che il metodo laboratoriale diventi sempre più diffuso e alla portata di un numero crescente di insegnanti, contribuendo così a migliorare l’esperienza scolastica e l’apprendimento della matematica nelle scuole italiane. Il cammino verso una didattica della matematica più coinvolgente e significativa è ancora lungo, ma i risultati di questa tesi mostrano l’importanza e la necessità di muoversi in questa direzione.

Quando ho iniziato a pensare e preparare questa tesi, e a scriverla, avevo l’idea che avrei potuto portare una nuova visione sulla didattica matematica. Sottolineando le lacune che circondano questa materia credevo di poter dare degli spunti nuovi. In realtà studiando e leggendo testi, articoli e sezioni di libri al riguardo mi sono resa conto dell’enorme numero di studi e ricerche che sono già state fatte in questo ambito.

Il problema quindi si sposta sulla comunicazione e divulgazione di questa continua ricerca, sulla condivisione degli studi e su una attenta formazione degli insegnanti. È fondamentale investire nella ricerca sulla didattica della matematica, ma è altrettanto importante investire nella formazione degli insegnanti e nelle strutture scolastiche per poter offrire luoghi innovativi e strumenti arricchenti dove mettere in pratica le metodologie didattiche alternative.

Vorrei concludere questa tesi con alcune riflessioni personali.

In tutta la mia carriera scolastica sono sempre stata quella che si definirebbe una “brava studentessa”. Studiavo, adempivo al mio dovere e ottenevo i risultati. Soprattutto in matematica ho sempre ottenuto bei voti, ma ho sempre vissuto l’esperienza di studio e verifica con ansia, inadeguatezza e paura di deludere i miei genitori e gli insegnanti.

Emozioni che mi porto ancora addosso e che mi fanno associare a quel periodo ricordi faticosi e non piacevoli, per questo motivo mi sta particolarmente a cuore adesso l’opinione delle allieve e degli allievi. Le lamentele verso la scuola ci saranno sempre, ma questo non dovrebbe far sottovalutare esperienze che colpiscono le persone internamente, nel loro carattere, nelle loro fragilità, emozioni e frustrazioni che poi si portano dentro a lungo.

Talvolta è difficile dare spazio anche ad un rapporto personale tra docente e alunna o alunno, ma non bisogna escluderlo. Un rapporto freddo e distaccato è un legame che non è fruttuoso per un clima sano in classe. Non considerare cosa vivono le studentesse e gli studenti nella loro quotidianità, dentro e fuori la scuola, non favorisce il benessere psicologico e rallenta sicuramente l’apprendimento.

Bibliografia

- [BFDMNR18] A. Baccaglini Frank, P. Di Martino, R. Natalini e G. Rosolini. *Didattica della matematica*. Mondadori università, 2018.
- [BC00] M. Barra e E. Castelnuovo. *Matematica nella realtà*. Boringhieri, Torino, 2000.
- [BM07] M. G. Bartolini Bussi e M. Maschietto. *Macchine matematiche: dalla storia alla scuola*. Springer Science, Milano, 2007.
- [CIP12] R. Calvino, C. Iodice e C. Pranteda. *Concorsi a cattedre. A059-Scienze matematiche, chimiche, fisiche e naturali nella scuola secondaria di I grado*. Maggioli Editore, 2012.
- [CCGP87] C. Cipriani, O. Curti, F. Garbari e G. Pinna. *Il museo scientifico come strumento educativo. Atti del quinto congresso dell'A.N.M.S. Verona, 27-30 settembre 1984*. Grafiche Fiorini - Verona, 1987.
- [DGMS96] E. De Giorgi, A. Marino e C. Sbordone. *Riflessioni su matematica e sapienza*. Accademia Pontaniana, 1996.
- [GOR07] R. Garuti, A. Orlandoni e R. Ricci. «Il laboratorio matematico-scientifico: suggerimenti ed esperienze». In: *Irre Emilia Romagna, Innovazione Educativa* (2007).

-
- [Gia+16] L. Giacardi et al. «L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate». In: *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate* 39.Sez. A+B (2016).
- [MR07] M. Merzagora e P. Rodari. *La scienza in mostra: musei, science centre e comunicazione*. Pearson Italia, 2007.
- [MDP05] G. Moggi, C. D'Amico e F. Pesarini. *Museologia scientifica. Workshop A.N.M.S. sulla didattica museale. 2001-2002-2003-2004*. Grafiche Fiorini - Verona, 2005.
- [MGMM96] C. Morigi Govi e A. Molfino Mottola. *La gestione dei musei civici: pubblico o privato?* Allemandi, 1996.
- [Pin97] G. Pinna. *Fondamenti teorici per un museo di storia naturale*. Vol. 103. Editoriale Jaca Book, 1997.
- [Pio] B. Piochi. *Insegnare e apprendere la Matematica*.
- [Pio+10] B. Piochi et al. «Laboratorio di matematica nella scuola secondaria di I grado, Fare Matematica con mente e corpo». In: *L'insegnamento della matematica e delle Scienze integrate* 33 (2010), pp. 47–63.
- [PI12] Annali della Pubblica Istruzione. «Indicazioni nazionali per il curriculum della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione». In: *Firenze: Le Monnier* (2012).
- [Tom20] Luigi Tomasi. *Matematiche Elementari da un Punto di Vista Superiore*. Appunti delle lezioni di Matematiche Elementari da un Punto di Vista Superiore, Università di Padova, Padova. A.A.2022-23.
- [WMMNS19] H.-G. Weigand, W. McCallum, M. Menghini, M. Neubrand e G. Schubring. *The Legacy of Felix Klein*. Springer Nature, 2019.
- [Zan07] R. Zan. *Difficoltà in matematica*. Springer, 2007.

Sitografia

- [Lm] *Breve presentazione dei licei matematici.* URL: https://www.liceomatematico.it/wp-content/uploads/2021/03/presentazione_progetto.pdf.
- [Cen] *Collezione di Modelli e Strumenti matematici del Dipartimento di Matematica dell'Università di Padova.* URL: <https://www.musei.unipd.it/it/collezioni/modelli-strumenti-matematici>.
- [Emm] *EmmaMetodo, Metodo didattico di Emma Castelnuovo.* URL: <https://emmametodo.com/chi-siamo/>.
- [Gbl] *Game Based Learning e Gamification: facciamo chiarezza.* URL: https://serviziomarconi.istruzioneer.gov.it/wp-content/uploads/sites/2/2021/02/Perche-il-Game-Based-Learning-NON-e-la-Gamification_-facciamo-chiarezza.pdf.
- [Gia] *Il Giardino di Archimede. Un museo per la matematica.* URL: <https://web.math.unifi.it/archimede/>.
- [Musa] *Il percorso espositivo del MUSE: la Palestra della scienza.* URL: <https://www.muse.it/home/scopri-il-museo/percorso-espositivo/piano-0/palestra-della-scienza/>.
- [Mil] *iLab matematica, Museo della Scienza e Tecnologia.* URL: <https://www.museoscienza.org/it>.

- [Uni] *Laboratorio delle Macchine Matematiche, UniMoRe.* URL: <http://www.mmlab.unimore.it/site/home.html>.
- [Raia] *Le nostre domande. Alessio Figalli: La matematica è il linguaggio della natura?* URL: <https://www.raiscuola.rai.it/matematica/articoli/2022/12/Le-nostre-domande-Alessio-Figalli-La-matematica-e-il-linguaggio-della-natura-c7801a33-38a8-4905-968c-1e9c8e1e5697.html>.
- [Mac] *Macchine Matematiche.* URL: <https://www.macchinematematiche.org/>.
- [Mè] *Matematicamente è Laboratorio.* URL: <https://emiliabertorelle.wixsite.com/matelaboratorio>.
- [Pen] *Mateureka, Museo del Calcolo.* URL: <https://www.mateureka.it/>.
- [Bar] *MuMa, Museo della Matematica.* URL: <https://www.dm.uniba.it/it/dipartimento/strutture/museo-della-matematica>.
- [Pis] *Museo degli Strumenti per il Calcolo.* URL: <https://www.msc.sma.unipi.it/>.
- [Par] *Museo della Matematica e dell'informatica.* URL: <https://www.sma.unipr.it/it/museo-di-matematica-e-informatica/>.
- [Pri] *Museo della Matematica, Giochiamo all'infinito.* URL: <https://www.museomatematicapriverno.it/contatti/>.
- [Rom] *Museo della Matematica, I Racconti di Numeria.* URL: <http://www.museiscientificiroma.eu/museomatematica/index.htm>.
- [Fir] *Museo Galileo.* URL: <https://www.museogalileo.it/it/>.

-
- [Ist] *Oggi Scienza. Quanti sono e dove sono i musei scientifici in Italia.* URL: <https://oggiscienza.it/2020/01/28/quant-dove-di-cosa-trattano-musei-scientifici-italia/index.html>.
- [Pls] *Piano Lauree Scientifiche (PLS).* URL: <https://www.pianolaureescientifiche.it/pianolaureescientifiche/>.
- [Mta] *Piano M@t.abel - Piano di formazione docenti. Attività laboratoriali di Matematica.* URL: <https://www.matematica.it/tomasi/mat.abel/index.htm>.
- [Ans] *Pressioni e ansia da performance, i giovani della generazione Z sono "sfiancati".* URL: https://www.ansa.it/canale_lifestyle/notizie/teen/2023/02/25/pressioni-e-ansia-da-performance-i-giovani-della-generazione-z-sono-sfiancati_4848fc5a-33bd-4642-a49a-2b7a8a7e97c9.html.
- [Lab] *Riflessioni sul laboratorio di matematica.* URL: <https://umi.dm.unibo.it/materiali-umi-ciim/trasversali/riflessioni-sul-laboratorio-di-matematica/>.
- [Raib] *Storie della Scienza.* URL: <https://www.raiplay.it/programmi/storiedellascienza>.
- [Mat] *UMI-CIIM, Matematica 2003, Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di Matematica. Ciclo secondario, Liceo Vallisneri, Lucca, 2003.* URL: <https://umi.dm.unibo.it/wp-content/uploads/2020/04/Matematica2003.pdf>.
- [Musb] *Un Museo per la Matematica: perché, come e dove.* URL: <https://php.math.unifi.it/archimede/archimede/presentazione2.html>.

- [His] *Using History in Mathematics Education*. URL: <https://flm-journal.org/Articles/5B7A202B26495E83D7655D943808FF.pdf>.

Ringraziamenti

Vorrei ringraziare prima di tutto il mio relatore, il professor Telmo Pievani che mi ha dato l'opportunità di sviluppare l'argomento poco ordinario per una tesi magistrale in matematica, approfondendo anche la tematica della divulgazione e museologia scientifica che per me è particolarmente stimolante.

Ma soprattutto ci tengo a ringraziare il professor Luigi Tomasi che in questi mesi è sempre stato disponibile, rispondendo alle mie tante domande e seguendomi passo a passo nella costruzione di questa tesi, anche quando facevo fatica a vedere chiarezza persino nella mia testa.

Per questa laurea, per questa tesi, vorrei poi ringraziare dei luoghi. Dei luoghi felici di questi anni, e anche di quelli precedenti, ai quali associo ricordi, persone, suoni quasi sempre belli ma che comunque mi hanno aiutato ad arrivare ad oggi, alla fine di questo percorso che dicono ti dovrebbe aprire alla *"vita vera"*, anche se non mi ha insegnato cosa significa.

La mia casa, con le luci calde dalle finestre ed una lampada sempre accesa nel "salone".

Trento e gli altri trentini che non sono di Trento, ma che hanno lasciato un pezzo di cuore schiacciato fra una persona e l'altra sul 5/ delle 8:00.

Il caos di via Altainate, la psicoanalisi delle due di notte e la cartomanzia delle tre.

Ziano, le panche in legno su cui studiare e l'aria buona, specialmente se sa di neve.

L'Aula 12, l'Atrio Europa e il viale degli ulivi, posti di ritrovo allora, grazie ai quali ci si ritrova ancora adesso.

Le quattro rampe di scale di Santa Francesca Romana, solo arrivando in cima si scopre la bellezza vera di quelle stanza anguste, polverose ed incasinate ma mai silenziose.

Ed infine, i prati del verde acceso dell'estate, con le tende, l'odore del fuoco e le stelle luminose, ti fanno capire quali sono le cose importanti e non ti fanno sentire mai solo (con pro e contro).

Grazie