

Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria dell'energia

Metodi di ottimizzazione topologica per il design innovativo di gruppi di bobine: implementazione e analisi in COMSOL Multiphysics

Tutor universitario: Prof. Riccardo Torchio

Laureando: *Giulio Franco Formaggio*

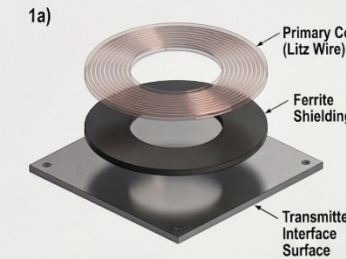
Padova, 16/09/2026

Che argomenti vengono trattati?

- **Wireless Power Transfer**
 - Com'è fatto?
 - Perché la ferrite piena non è utilizzabile?
- **Ottimizzazione Topologica**
 - Come agisce l'algoritmo?
- **Effetto dei metodi di ottimizzazione**
 - Metodi Gradient based
 - Schemi di interpolazione, proiezione, filtro

Tesi di Laurea in Ottimizzazione Topologica: Analisi dell'Accoppiamento di Potenza Wireless

1a) Component Details: Power Transmitter (A2)

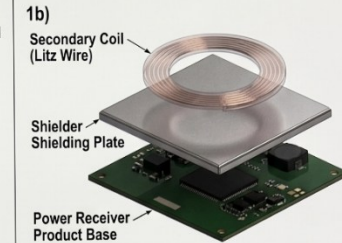


Component Details: Power Transmitter (A2)

Parameter	Symbol	Value	Tolerance	Unit
Outer diameter	d_o	30	± 0.25	mm
Inner diameter	d_i	19	± 0.6	mm
Thickness	d_t	0.9	± 0.1	mm
Number of turns per layer	N	9	± 0.2	N/A
Number of layers	-	2	N/A	N/A

The Primary Coil of Power Transmitter (as designed, nath Coil $d_o=40\text{mm}$, (Litz Wire), $d_i=40\text{mm}$, $d_t=19\text{mm}$, $d_c=2\text{mm}$, $d_c=2\text{mm}$, 'Image 0', from Table 4, <Image 0>.

Component Details: Power Receiver (Example 2, 5W)



Component Details: Power Receiver (Example 2, 5W)

Parameter	Symbol	Value	Tolerance	Unit
Outer diameter	d_o	32	± 0.25	mm
Inner diameter	d_i	21.7	± 0.6	mm
Thickness	d_t	0.9	± 0.1	mm
Number of turns per layer	N	9	± 0.2	N/A
Number of layers	-	2	N/A	N/A

The Secondary Coil of Power Receiver 2 as 1d). Shielding (Ni-Zn or Mn-Zn, $d_o \times d_i = (35 \pm 1) \times (35 \pm 1) \text{mm}^2$, 0.8mm thick, from Figure 7, <Image 1>.

Tesi di Laurea in Ottimizzazione Topologica: Analisi dell'Accoppiamento di Potenza Wireless

(2)

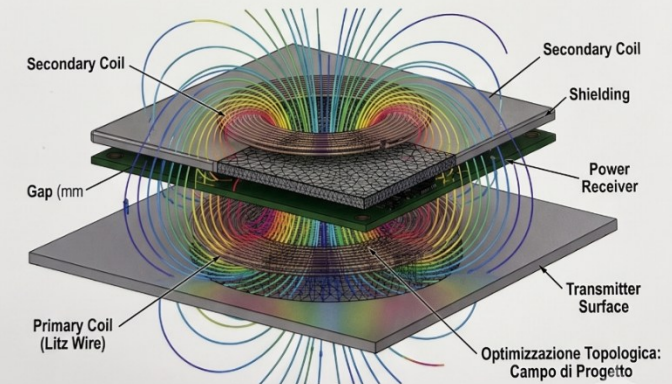


Figure 10: Assembled and Coupled Wireless Power Transfer System (Transmitter A2 & Receiver Example 2)

Il lavoro si articola in tre macro-obiettivi, finalizzati all'ottimizzazione degli schemi di interpolazione, allo studio dei filtri e al miglioramento delle formulazioni matematiche



Confronto schemi di interpolazione

Analizzare e confrontare le prestazioni dei modelli **SIMP**, **RAMP** e **LUKAS** per identificare e giustificare la soluzione ottimale.



Filtro e Proiezione

Dimostrare l'impatto critico e la necessità del **filtro di Helmholtz**, abbinato all'utilizzo delle tecniche matematiche di proiezione.



Formulazione Multi-Obiettivo

Confrontare l'approccio a **singolo obiettivo** con quello **multi-obiettivo**, giustificando analiticamente le variazioni apportate alla formulazione.

Il Wireless Power Transfer (WPT) è una tecnologia che permette il trasferimento di energia elettrica da una sorgente a un carico senza l'ausilio di contatti fisici o cavi, sfruttando l'accoppiamento di campi magnetici (legge di Lenz)

Principio di funzionamento

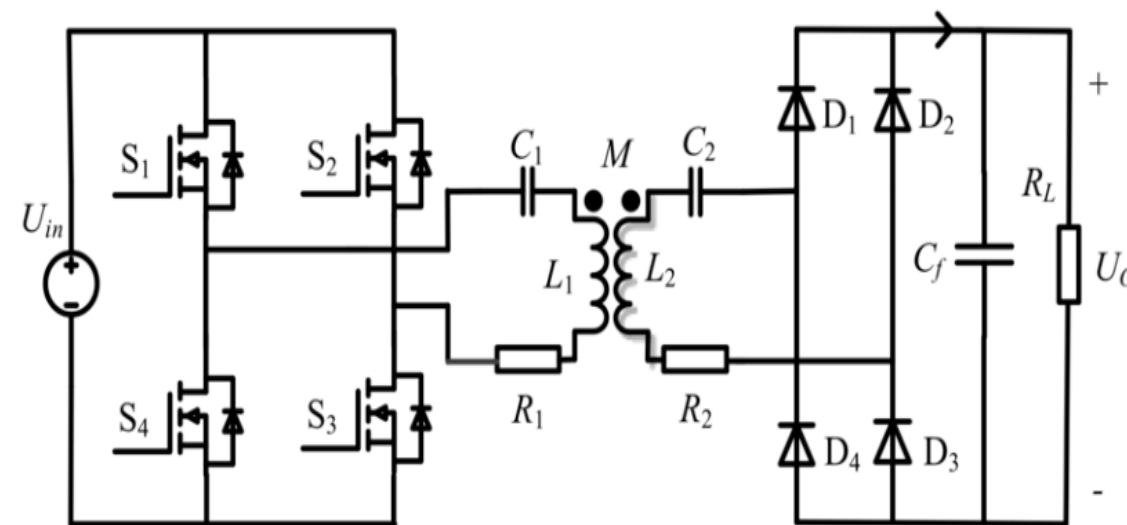
Nei sistemi di **WPT** una corrente alternata nella bobina primaria (imposta da un generatore) genera un campo magnetico variabile che induce una forza elettromotrice nella bobina secondaria separata da un traferro

Architettura di base

Il sistema completo (non trattato in questo articolo) prevede un lato primario di potenza (lato sorgente), formato da un raddrizzatore + inverter per innalzare la frequenza; e da un lato secondario formato da un raddrizzatore e da un filtro per massimizzare il trasferimento di potenza

Il ruolo cruciale della Ferrite

La ferrite è il materiale essenziale per sfruttare l'accoppiamento magnetico, a causa della sua elevata permeabilità



Classica rappresentazione di un circuito per il trasferimento di potenza wireless. Vediamo rappresentati gli inverter sulla Sx necessari per la trasformazione in AC a elevata frequenza. A Dx invece vediamo un raddrizzatore a ponte necessario per alimentare il carico in modo stabile e sicuro.

Riempire l'intero dominio di progetto con il 100% di ferrite garantisce comunque un'ottima conduzione del flusso, ma presenta **criticità ingegneristiche ed economiche** che rendono necessaria l'ottimizzazione topologica.

\$ **COSTO DEL MATERIALE**

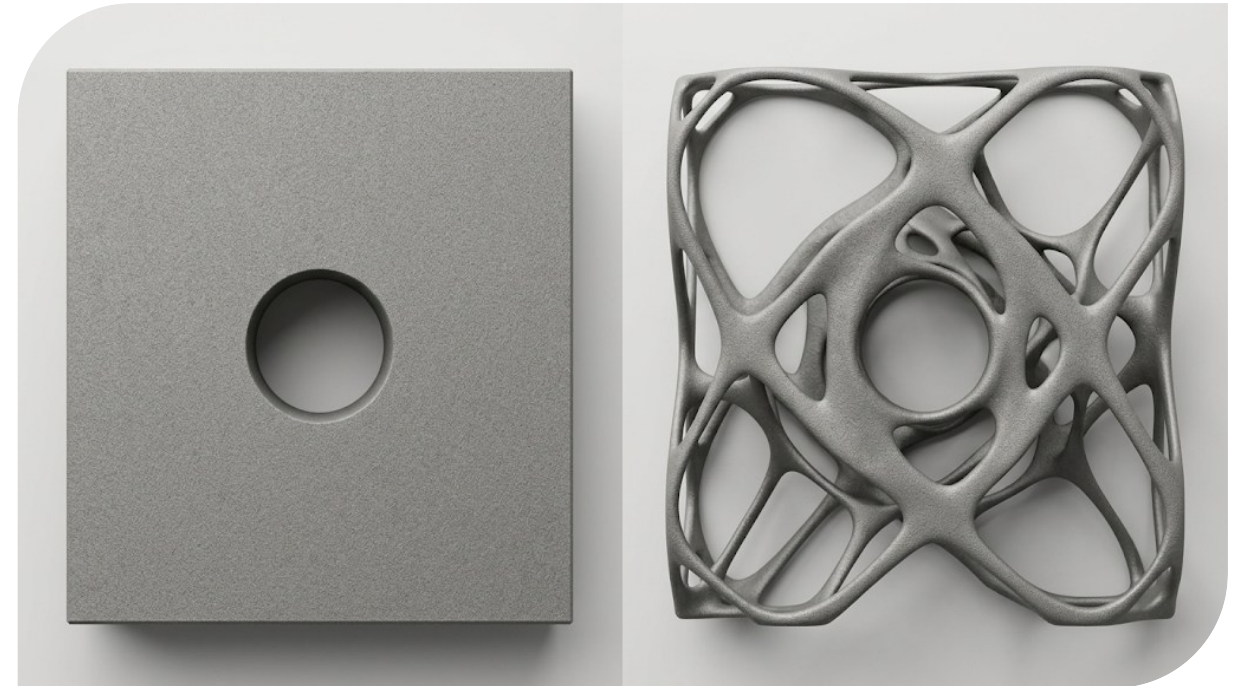
I materiali ferromagnetici, per i loro trattamenti a partire dall'estrazione, sono parecchio costosi

⚖ **PESO ECCESSIVO**

Per via della sua densità, la ferrite è un materiale pesante

📉 **FRAGILITÀ**

la ferrite presenta limiti fisici/meccanici



Esempio della differenza tra un dominio di partenza (immagine sx, 100% Ferrite) e un dominio ottimizzato (immagine dx, in questo caso il ricavo è massimo, circa il 78% di ferrite è stato eliminato)

L'Ottimizzazione Topologica è un metodo matematico utilizzato per determinare la distribuzione ottimale del materiale all'interno di un dominio, massimizzando le prestazioni meccaniche o elettromagnetiche del componente.

⚠ Il Problema dell'approccio Binario

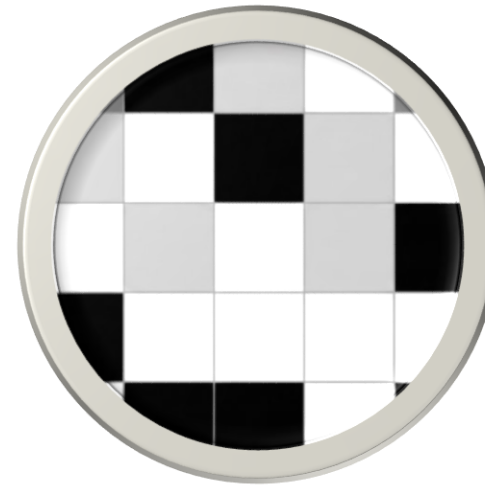
- Numero di combinazioni estremamente elevato
- Costo computazionale Proibitivo

💡 Soluzione: Approccio continuo

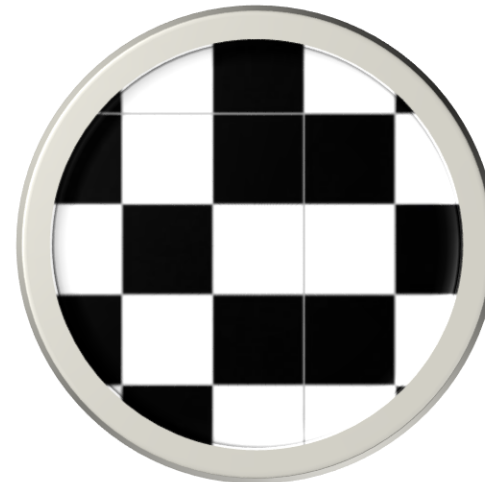
- Introduzione di una densità intermedia $0 \leq \rho \leq 1$

📈 Vantaggi dell'approccio continuo

- Il problema diviene differenziabile
- Permette l'utilizzo di algoritmi efficienti «Gradient-based»



Approccio continuo (■ = Materiale , □ = Aria)



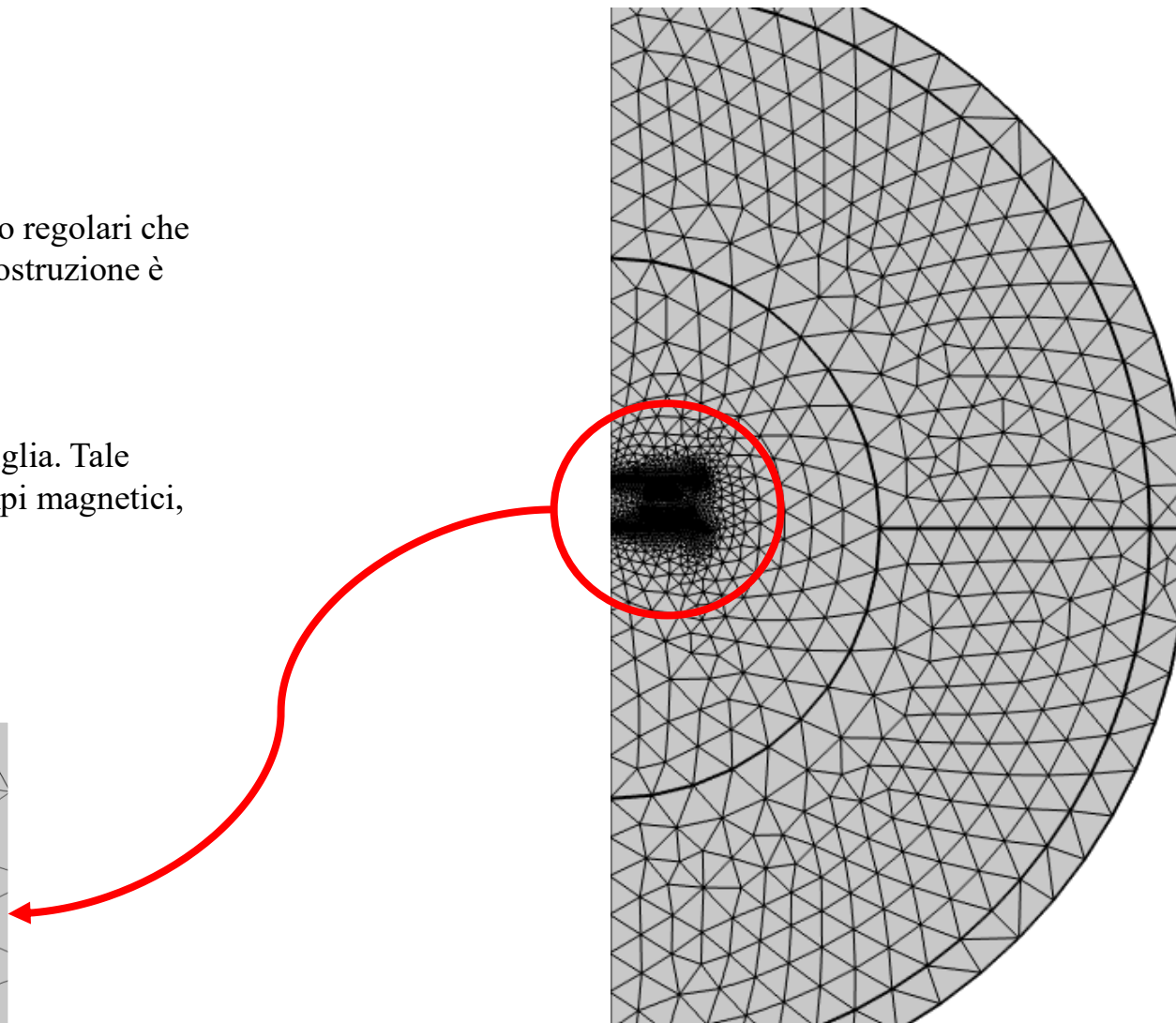
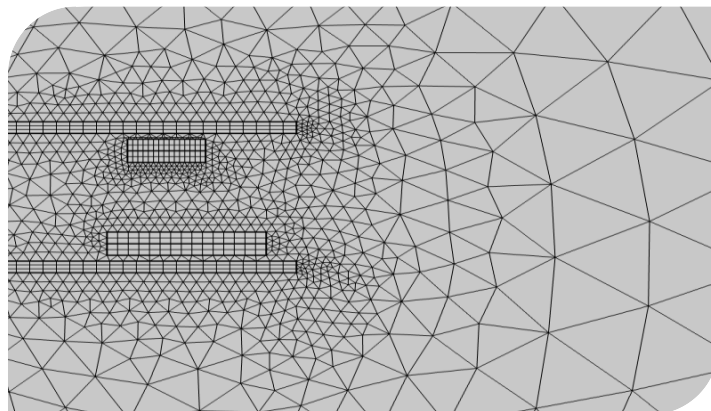
Approccio binario (■ = Materiale , □ = Aria)

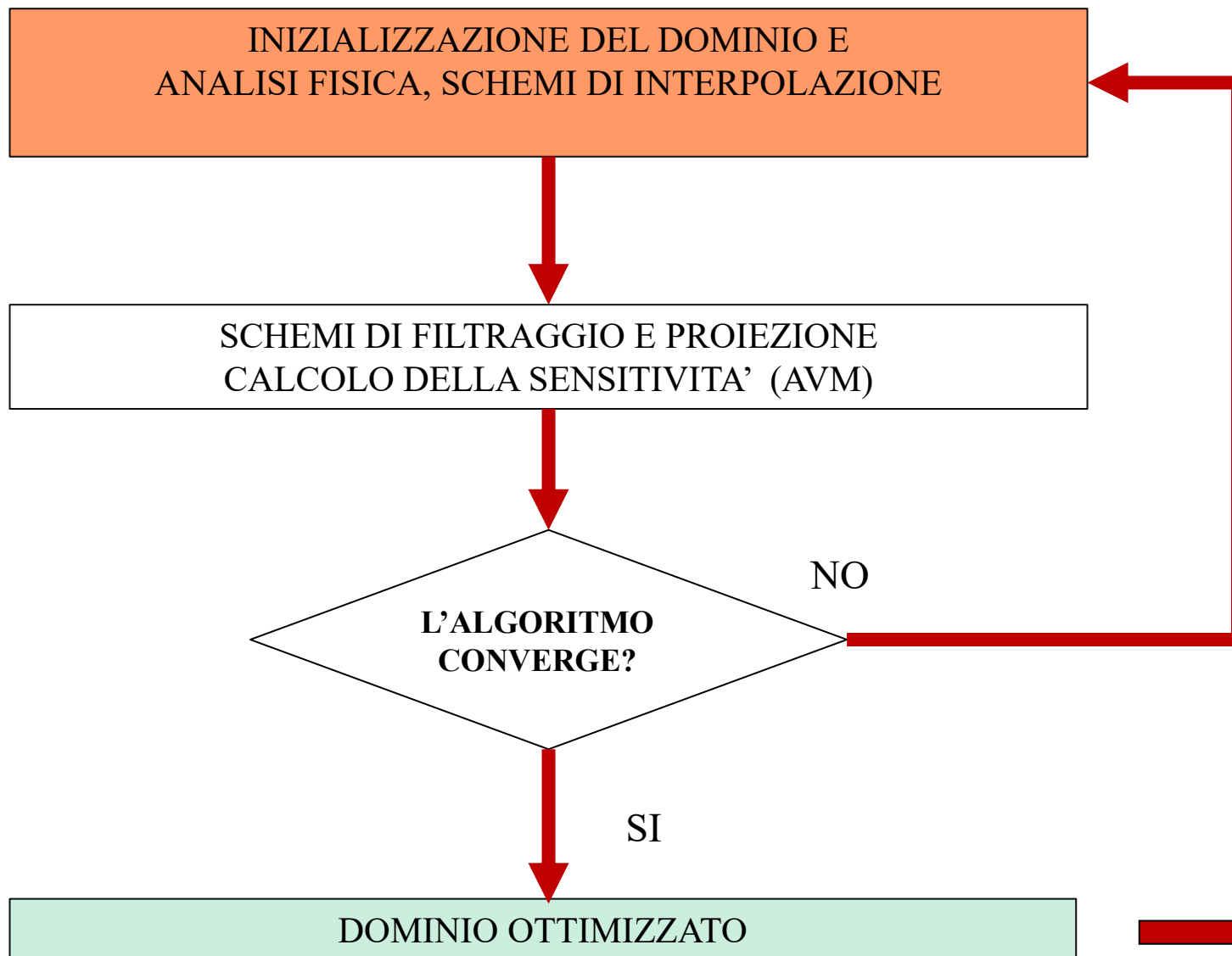
🔍 **Discretizzazione della Mesh**

Il dominio presenta elementi geometrici geometricamente molto regolari che diminuiscono progressivamente verso l'area centrale. Questa costruzione è anche chiamata **Mesh a Gradiente**

⚙️ **Risoluzione del Nucleo**

Nella zona centrale si rende necessario un infittimento della griglia. Tale processo è necessario per risolvere gli elevati gradienti dei campi magnetici, originati dalle correnti che scorrono nei **fili Litz**





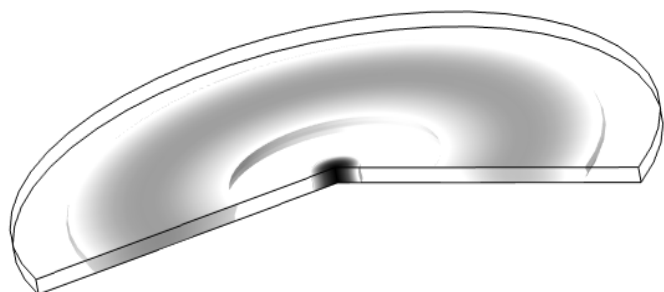
$$\frac{dF}{d\rho_i} = \frac{\partial F}{\partial \rho_i} + \lambda^T \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \rho} \mathbf{u}.$$

Studio sensibilità funzione, metodo AVM

PERICOLO OTTIMI LOCALI

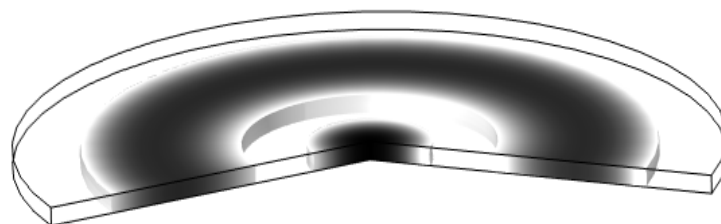


Gli schemi di interpolazione servono a risolvere il problema fondamentale dell'ottimizzazione topologica di far capire al computer che un materiale non può essere "mezzo pieno" rendendo dunque le densità intermedie estremamente svantaggiose, forzando l'algoritmo a scegliere solo "tutto bianco" o "tutto nero".



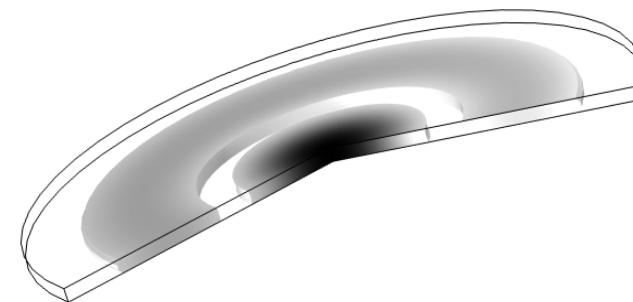
SIMP

$$g(\rho) = p_{mat1} + (p_{mat2} - p_{mat1})\rho^\alpha,$$



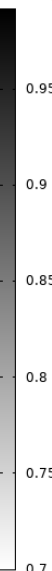
RAMP

$$g(\rho) = p_{mat1} + \frac{p_{mat2} - p_{mat1}}{\alpha} \sum_{i=1}^{\alpha} \rho^i.$$



LUKAS

$$g(\rho) = p_{mat1} + \frac{(p_{mat2} - p_{mat1})}{2} \left(1 + \frac{\arctan(p(2\rho - 1))}{\arctan(p)} \right)$$

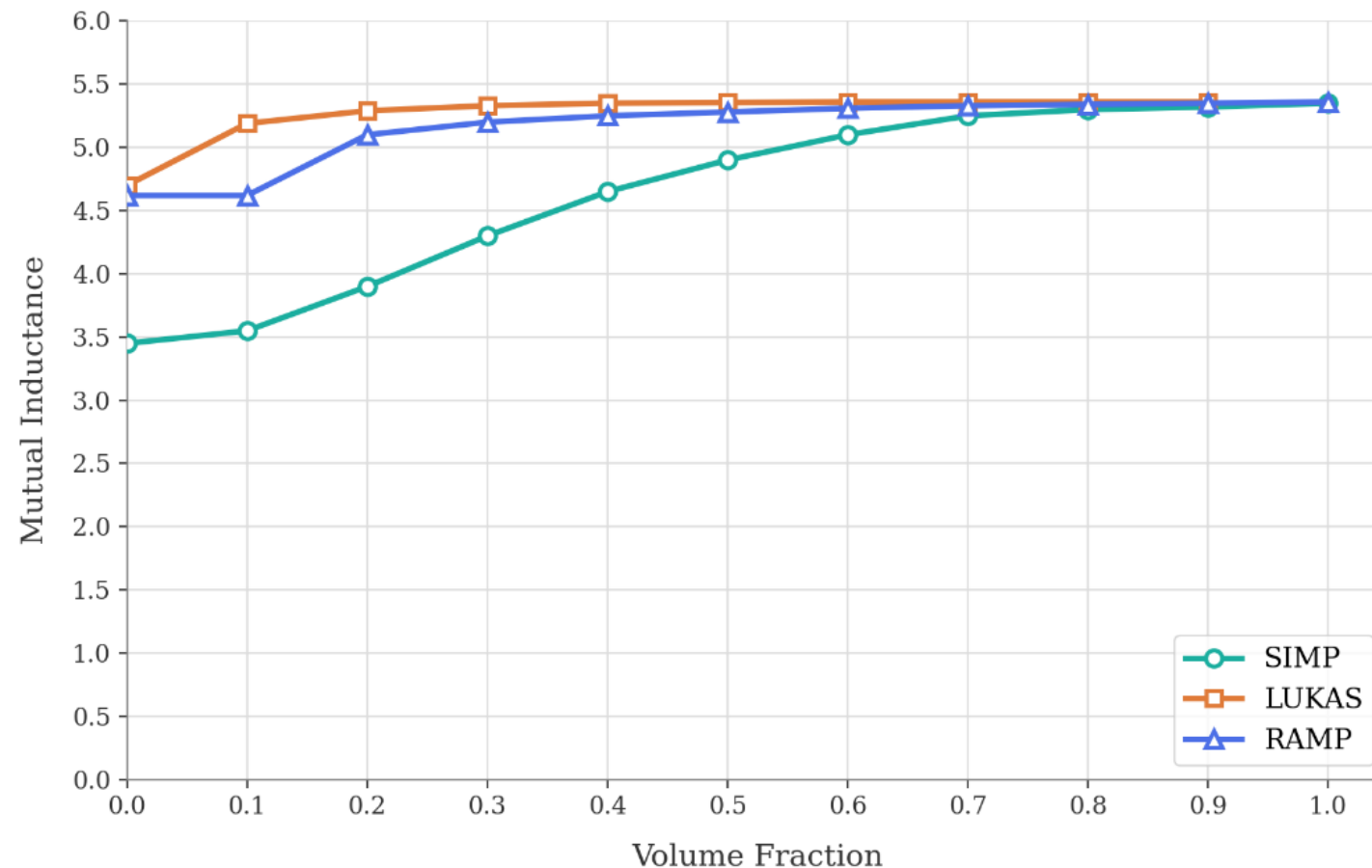


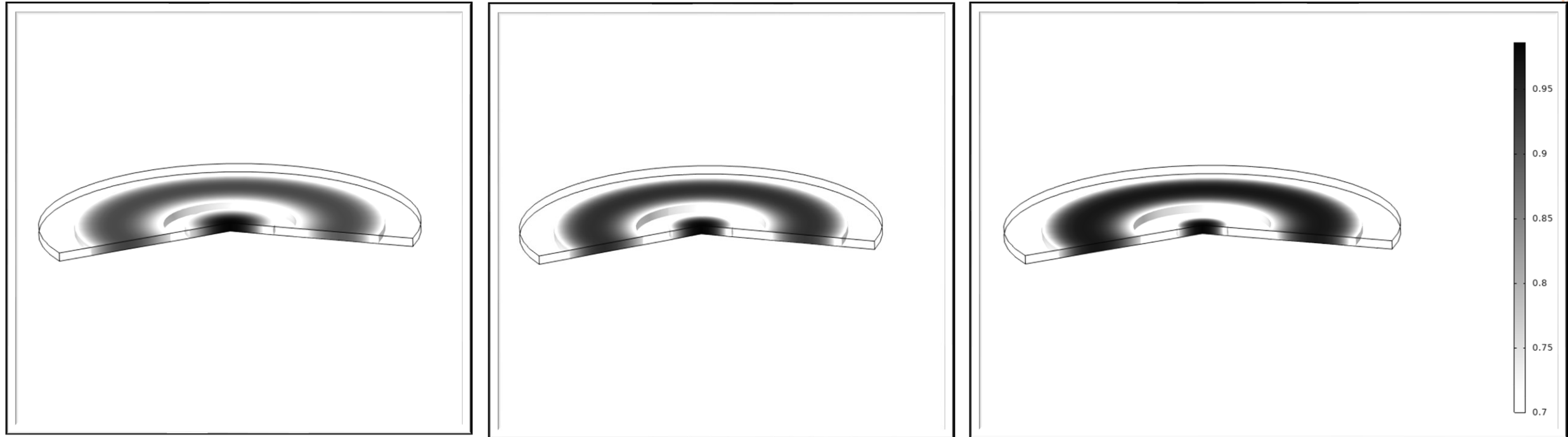
Simp: prevede un modello lento e graduale, non adatto per bassi valori di densità

Ramp: approccio più «violento» e risolve le problematiche legate a bassi valori di ρ

Lukas: approccio violentissimo che satura fin da subito le prestazioni (quasi come un interruttore)

Confronto tra i modelli SIMP, LUKAS e RAMP

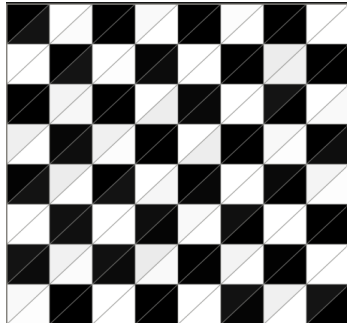




$\alpha = 3$

$\alpha = 7$

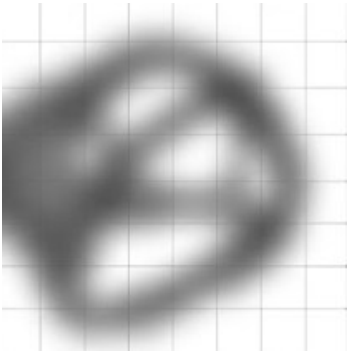
$\alpha = 15$



Senza Filtering

C'è la possibilità che si creino variazioni brusche nella distribuzione di materiale

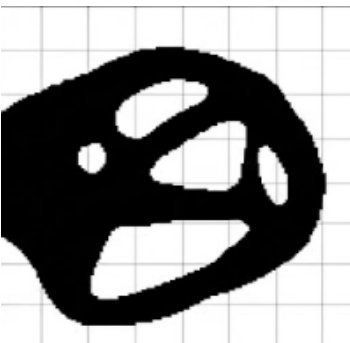
⚠ Idealmente valido ma Fisicamente irrealizzabile



Filtering

Introduce una regolarizzazione (sfumatura) che elimina la scacchiera mediando così un effetto sfumato ai bordi

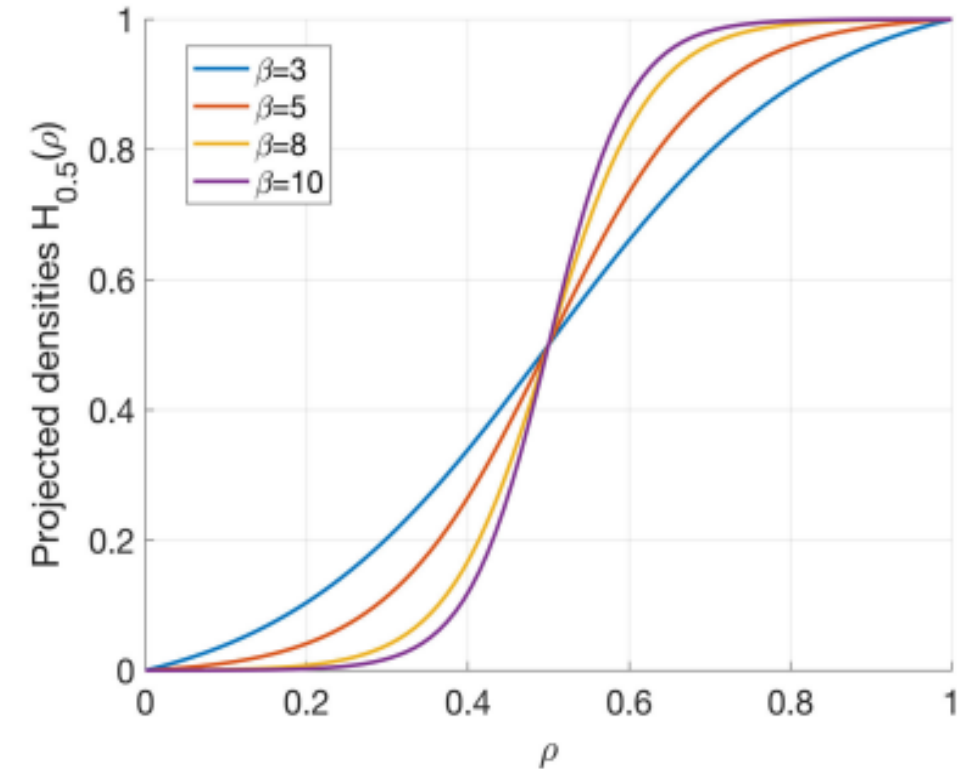
⚠ Criticità: lascia i bordi sfumati a densità intermedia, irrealizzabili nella pratica



Projection

Applica una funzione a gradino per eliminare le sfumature e convergere il risultato a una soluzione binaria

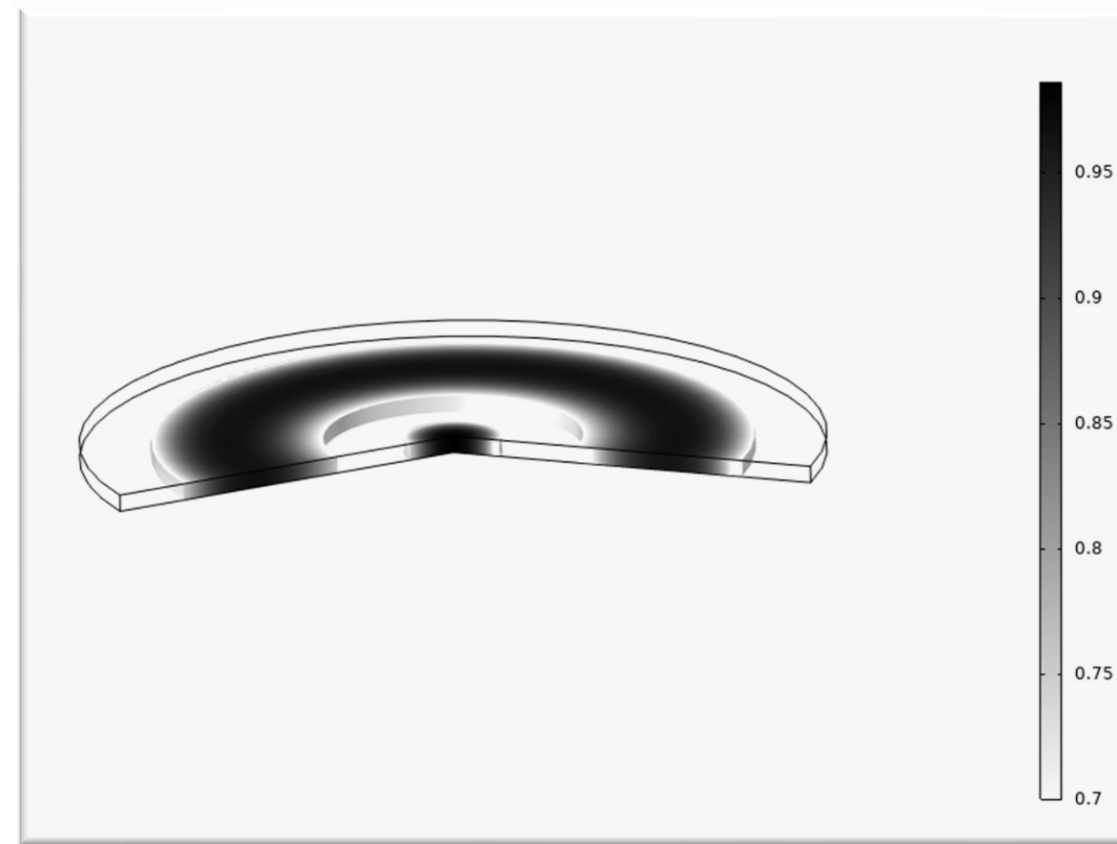
- β : Nitidezza del gradino (pendenza)
- θ_B : Parametro di taglio (soglia limite)



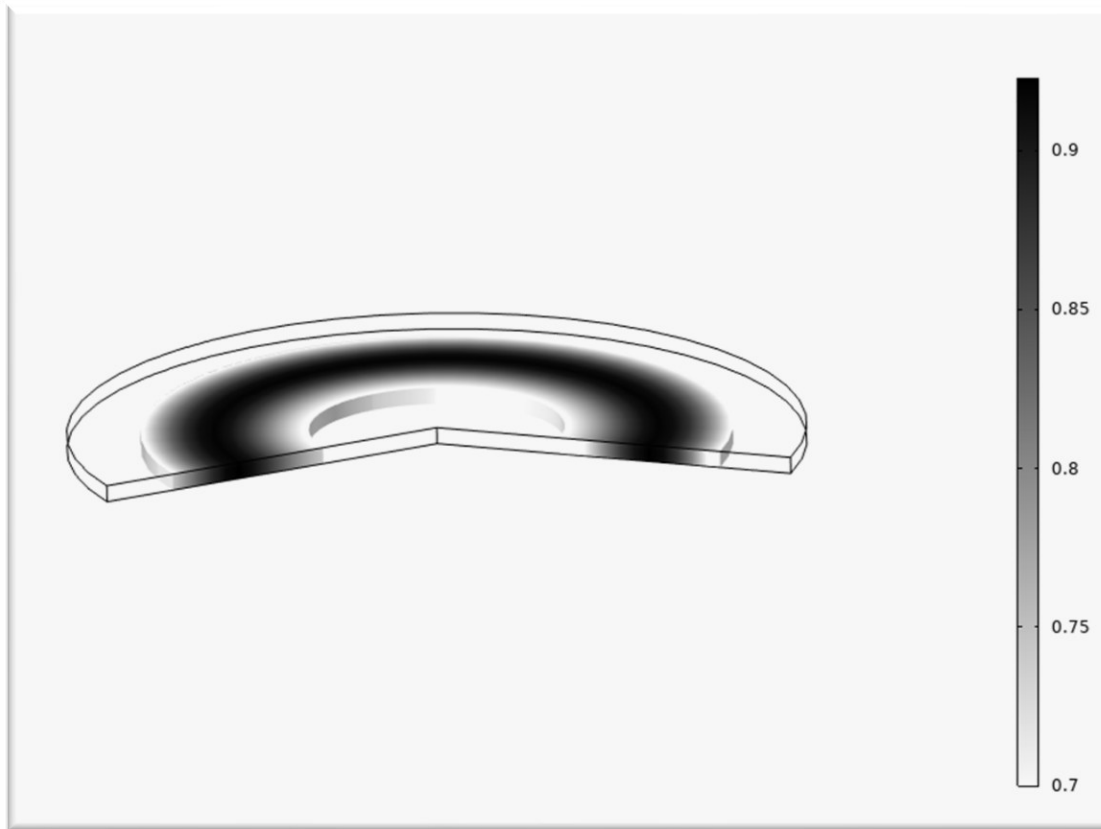
$$\hat{\rho} = H_{\eta}(\tilde{\rho}) = \frac{\tanh(\beta\eta) + \tanh(\beta(\tilde{\rho} - \eta))}{\tanh(\beta\eta) + \tanh(\beta(1 - \eta))},$$



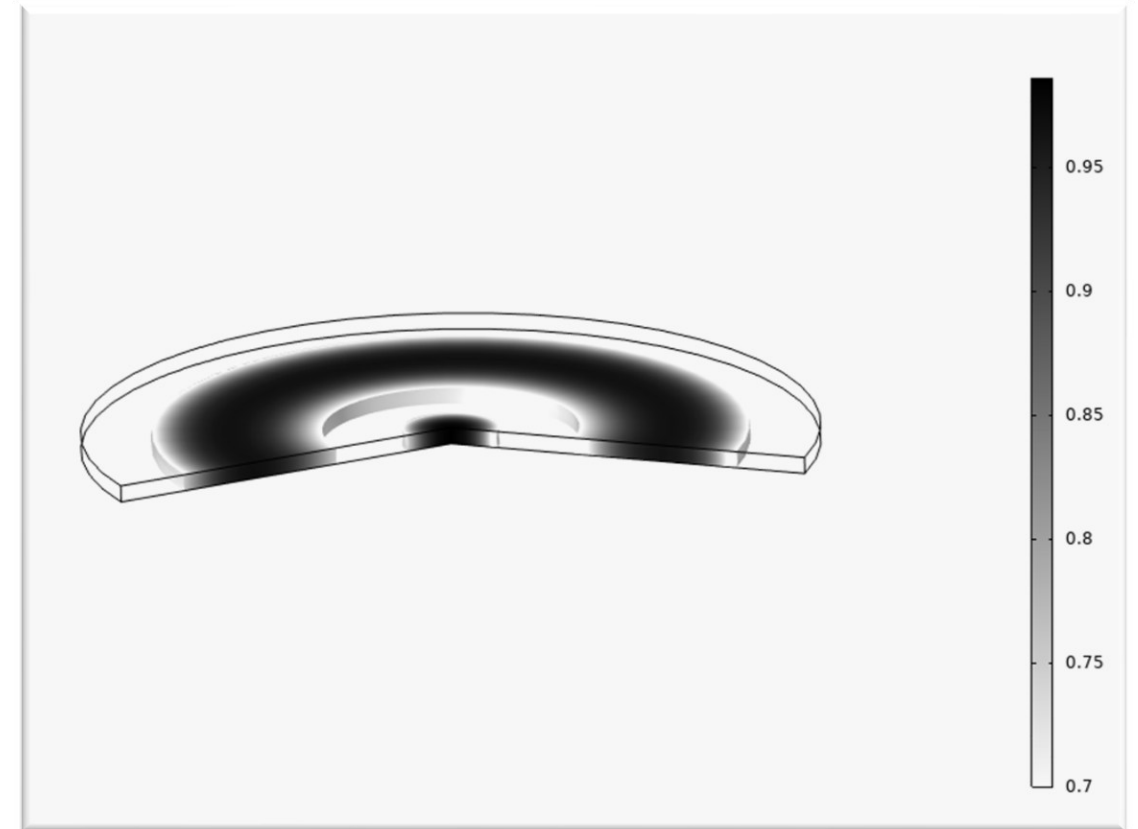
RAMP SENZA FILTERING (solo projection)



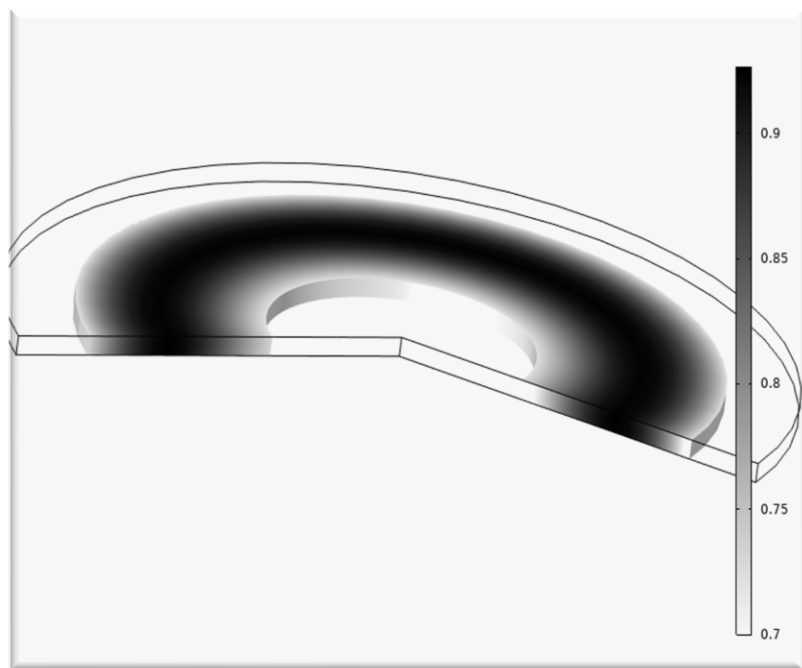
RAMP CON FILTERING (+ projection)



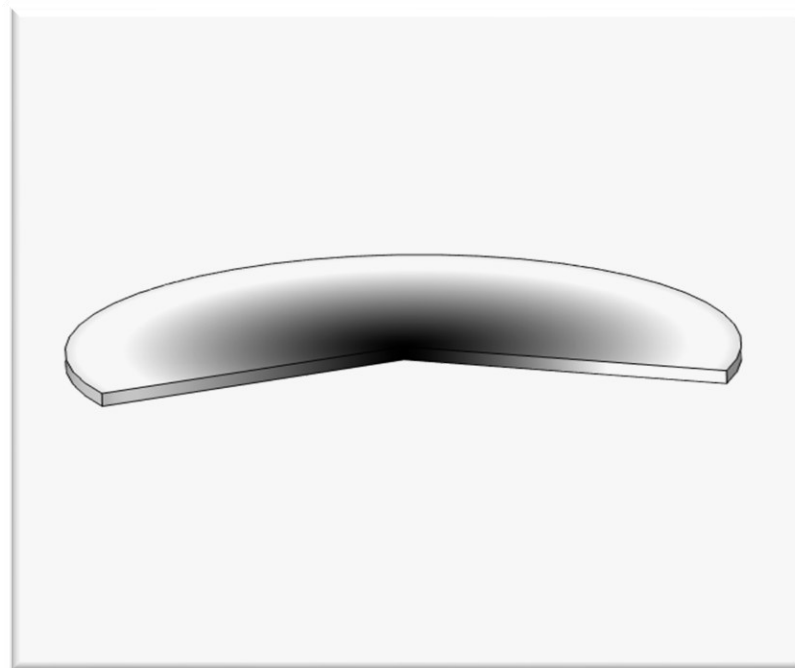
RAMP SENZA PROJECTION (+ filtering)



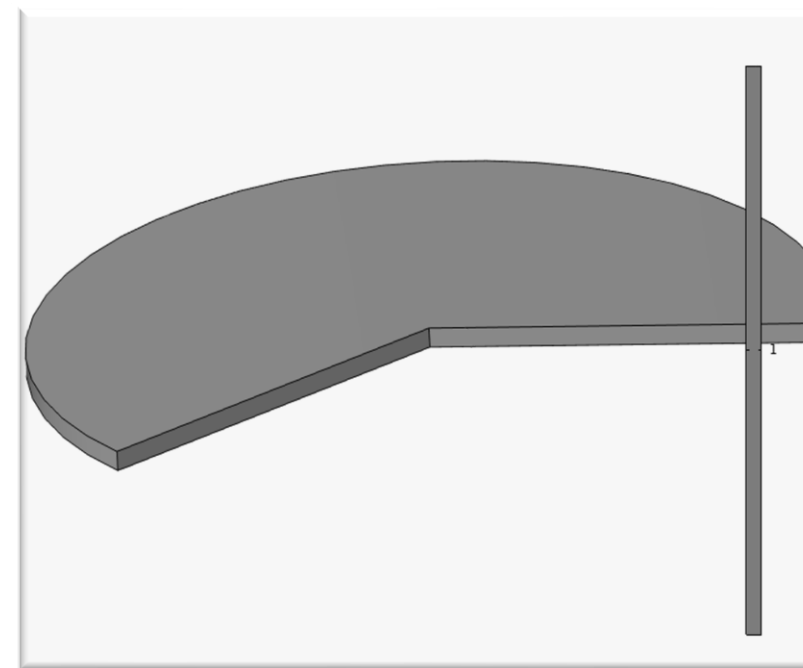
RAMP CON PROJECTION (+ filtering)



$\beta=2$

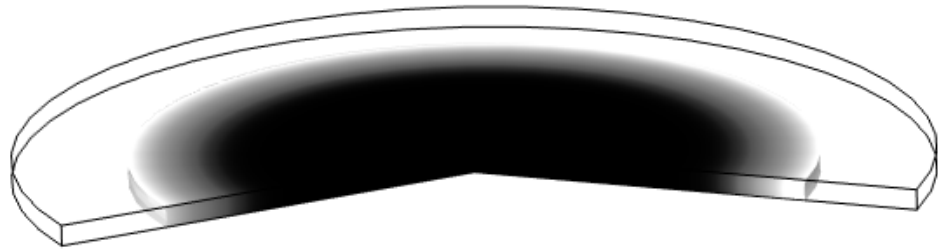


$\beta =20$



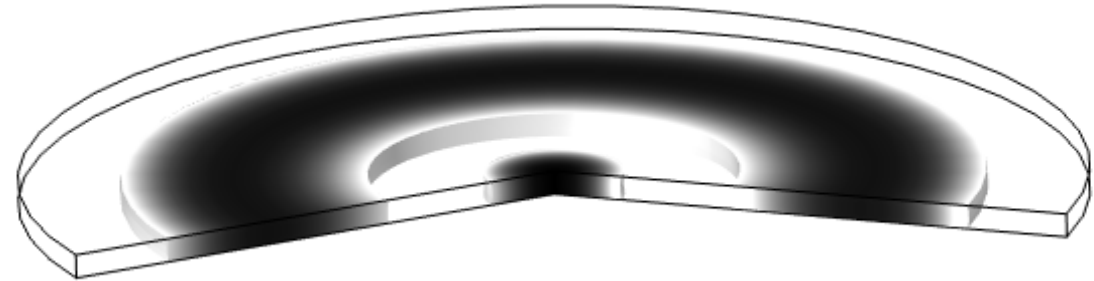
$\beta =64$

θ_B = Projection Point

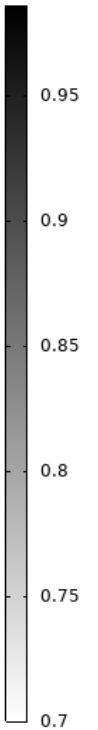


$\theta_B = 0,2$

$\theta_B = 0,5$



$\theta_B = 0,8$



Ottimizzazione Multi-obiettivo:



Limite Gradiente:

Gli algoritmi di ottimizzazione basati sul gradiente necessitano di **una sola** funzione obiettivo da poter derivare



Riduzione a singolo obiettivo:

Per risolvere tale problema (punto 1) le diverse funzioni vengono fuse in un'unica f_{obj}

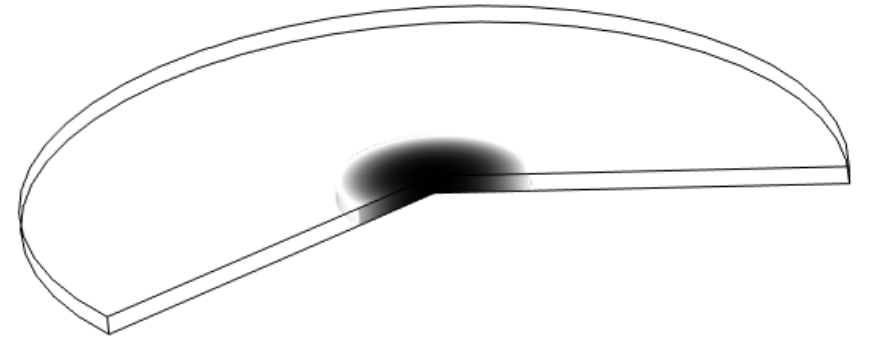


Normalizzazione:

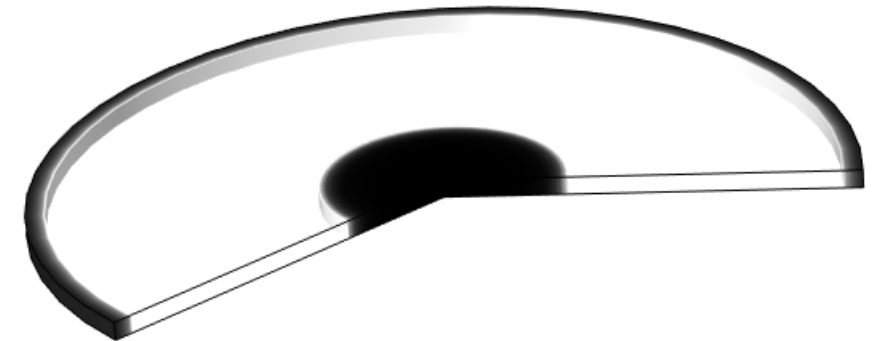
Spesso le funzioni hanno variabili proprie che spesso risultano incompatibili se combinate, per questo è necessaria una normalizzazione

$$f_{obj} = w_1 f_{1,norm} - w_2 f_{2,norm}$$

$$\text{With } w_1 + w_2 = 1 \quad \text{and} \quad f_{1,norm} = \frac{f_1 - f_{utopia}}{f_{nadir} - f_{utopia}}$$



$$W_1 = 0,2$$



$$W_1 = 0,8$$

Funzione Obiettivo

$$\min F(\rho) = [f_1(\rho), f_2(\rho) \dots f_k]^T$$

Il grafico mette in luce i seguenti punti:

📊 Insieme delle Soluzioni NON-Dominate

Costituisce il Fronte di Pareto dove non è possibile migliorare un obiettivo senza comprometterne un altro

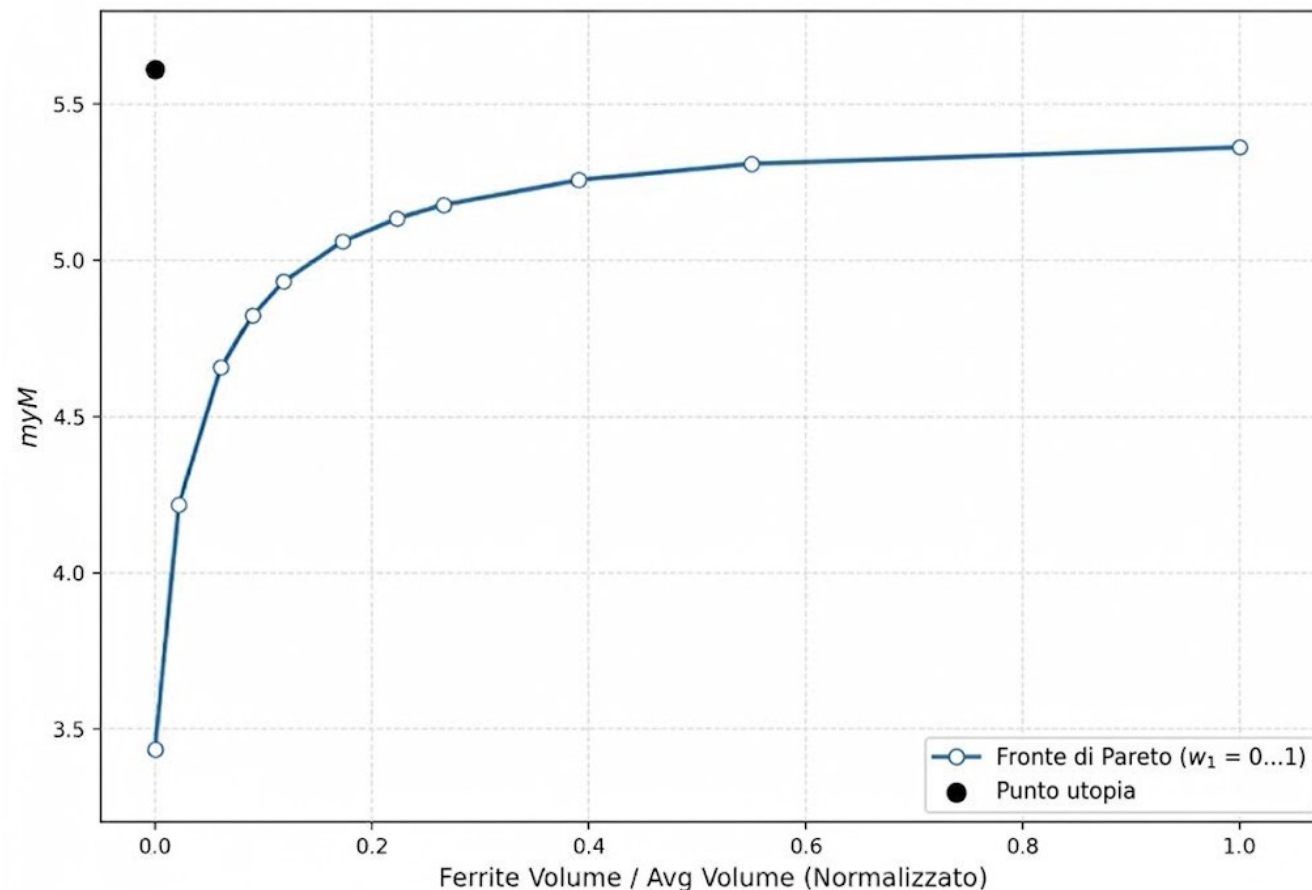
🎯 Punto di NADIR

Rappresenta il limite superiore (peggiore) degli obiettivi valutati sul fronte ottimo di Pareto

🎯 Punto di UTOPIA

L'ottimo ideale in cui tutti gli obiettivi raggiungono il loro minimo assoluto fisicamente

Analisi dei Dati di Ottimizzazione — Grafico Pareto



Il lavoro ha dimostrato i vari stadi che ci son dietro uno studio di ottimizzazione Topologica:

- » La descrizione e l'utilità del Metodo Gradient based
- » L'impiego Dell'AVM, filtro di Helmholtz e proiezione di Heaviside
- » Confronto degli schemi di interpolazione (RAMP, LUKAS, SIMP)
- » L'ottimizzazione del dominio comporta una miglior efficienza dal punto di vista del peso e del costo del materiale
- » Lo studio e la distinzione di una funzione multi-obiettivo da una a obiettivo singolo

