



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA  
Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

---

Laurea Triennale in Astronomia

## Problemi recenti per la costante di Hubble

*Laureanda:*  
Maria Bazzicalupo

*Relatore:*  
Prof. Alberto Franceschini

---

Anno Accademico 2019/2020



# Indice

<b>1</b>	<b>Distanze in un universo omogeneo e isotropo</b>	<b>3</b>
1.1	Principio Cosmologico . . . . .	3
1.2	Metrica di Robertson-Walker . . . . .	4
1.3	Dinamica di Friedmann e parametri cosmologici . . . . .	4
1.3.1	Modelli Cosmologici: . . . . .	6
1.4	Osservabili cosmologici . . . . .	7
1.4.1	Redshift . . . . .	7
1.4.2	Flusso Fotonico . . . . .	8
1.4.3	Dimensioni apparenti di oggetti lontani . . . . .	9
1.4.4	Distanza di Luminosità . . . . .	10
1.4.5	Distanza di Diametro Angolare . . . . .	11
1.4.6	Modulo di distanza . . . . .	11
1.5	Universo in espansione accelerata . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Universo vicino: scala delle distanze cosmiche</b>	<b>15</b>
2.1	Indicatori di distanza . . . . .	16
2.1.1	Indicatori Geometrici e Fotometrici . . . . .	16
2.1.2	Indicatori Primari . . . . .	17
2.1.3	Indicatori Secondari . . . . .	20
2.2	Valori di $H_0$ ottenuti con gli indicatori locali . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Universo lontano: osservazioni delle anisotropie della radiazione cosmica di fondo (CMB)</b>	<b>25</b>
3.1	Radiazioni di fondo . . . . .	25
3.1.1	Cosmic Microwave Background . . . . .	25
3.2	Orizzonte sonoro . . . . .	29
3.3	Primo picco acustico . . . . .	29

---

3.4	Valori di $H_0$ ottenuti dallo studio delle anisotropie della radiazione cosmica di fondo . . . . .	30
<b>4</b>	<b>Uno sguardo al futuro: la tecnica delle Baryon Acoustic Oscillations(BAO)</b>	<b>31</b>
<b>5</b>	<b>Risultati recenti sulla Costante di Hubble</b>	<b>33</b>
5.1	Risultati recenti sulla costante di Hubble nell'universo locale e primordiale . . . . .	33
5.2	Confronto tra valori della costante di Hubble ottenuti nell'universo locale e nell'universo primordiale . . . . .	35
<b>6</b>	<b>Possibili soluzioni dell'inconsistenza</b>	<b>39</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>41</b>

# Abstract

Con questo lavoro di tesi si vuole affrontare il problema riguardante le misure discordanti della costante di Hubble  $H_0$ .

La costante di Hubble è una costante spaziale: essa varia nel tempo ma non nello spazio. E' un parametro fondamentale che determina il tasso di espansione dell'universo.

L'espansione cosmologica è stata scoperta negli anni venti del novecento da Edwin Hubble; egli osservò che le sorgenti luminose più distanti si allontanano più velocemente seguendo la formula:

$$v = zc = H_0 d$$

cioè la velocità di recessione è pari alla distanza della sorgente moltiplicata per una costante  $H_0$  chiamata 'Costante di Hubble'. Con la lettera 'c' è indicata la velocità della luce e con la lettera 'z' il redshift della sorgente.

Un primo metodo per trovare  $H_0$  è quello di applicare la Legge di Hubble basandosi su distanze trovate attraverso l'utilizzo della 'Cosmic Distance Ladder' cioè della scala delle distanze cosmiche. Questo processo richiede diverse fasi, da calibrare una sull'altra; Un altro metodo utilizzato, si basa su osservazioni della radiazione cosmica di fondo, in particolare si studiano le sue anisotropie.

I valori calcolati con i metodi sopra descritti non sono compatibili tra loro in quanto c'è una differenza con significatività che varia dai  $4\sigma$  ai  $6\sigma$ . Questo comporta un problema.

La tesi riassume alcuni fatti e risultati riguardanti questa inconsistenza.

Un terzo e più innovativo metodo per il calcolo di  $H_0$  utilizza le oscillazioni acustiche dei barioni; queste strutture permettono di calcolare  $H_0$  a redshift intermedi, e saranno sfruttate efficacemente da campagne osservative nei prossimi anni.



# Distanze in un universo omogeneo e isotropo

## 1.1 Principio Cosmologico

L'espansione dell'universo viene definita uniforme, questo porta a dire che la distanza tra due punti qualsiasi nello spazio varia dello stesso fattore nello stesso intervallo di tempo, cioè  $\frac{r_1(t_2)}{r_1(t_1)} = \frac{r_n(t_2)}{r_n(t_1)} = \alpha$  in cui  $\alpha$  è una costante che dipende dall'intervallo temporale ma non da quello spaziale.

Da qui si descrive la velocità di recessione dall'origine della galassia e cioè

$$v_n = \frac{r_n(t_2) - r_n(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\alpha - 1}{t_2 - t_1} r_n(t_1) = H_0 r_n(t_1) \quad (1.1)$$

perciò si ha  $v \propto r$  e ciò caratterizza l'espansione uniforme.

L'universo invece è possibile ritenerlo composto da un substrato cosmico su cui si diffonde omogeneamente la materia; questo è formato da componenti non-relativistiche, quali i barioni, e da componenti relativistiche: neutroni e fotoni. Per descrivere formalmente l'universo andando a creare un modello cosmologico è necessario un osservatore fondamentale cioè un osservatore comovente con il substrato.

A caratterizzare la struttura dell'universo è il Principio Cosmologico: "l'universo visto da osservatori fondamentali è omogeneo e isotropo"; ciò però non toglie che la visione dell'universo possa variare in base al tempo cosmico a cui osservo.

Il tempo cosmico è il tempo misurato dal Big Bang ed è un tempo assoluto che accomuna tutti gli osservatori fondamentali che vedono la stessa pittura dell'universo; la sua misurazione è basata su osservazioni concrete come la temperatura della radiazione cosmica di fondo nelle microonde.

Considerando inoltre  $R(t)$  il fattore di scala universale legato alla distanza  $d$ :  $d = \frac{R(t)}{R_0}r$ , con  $r$  coordinata comoving e  $R_0 = R(t_0)$  fattore di scala universale al tempo attuale, la densità del substrato cosmico è proporzionale ad  $R(t)$  nel seguente modo  $\rho(t) \propto R(t)^{-3}$ ; si ricava un parametro di Hubble  $H(t)$  pari a:

$$H(t) = \frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt} \quad (1.2)$$

La costante di Hubble altro non è che il parametro di Hubble al tempo attuale  $H_0 = H(t_0)$ .

## 1.2 Metrica di Robertson-Walker

Si ottiene la metrica di Robertson-Walker basandosi sull'intervallo spazio-temporale infinitesimo e sull'omogeneità e sull'isotropia dell'universo; questa è espressa dalla formula

$$ds^2 = dt^2 - \frac{1}{c^2} \left[ \frac{dx^2}{1 - kx^2} + x^2(d\theta^2 + \sin^2(\Theta)d\phi^2) \right] \quad (1.3)$$

Considerando  $c$  una costante è possibile osservare gli oggetti come erano nel passato, cioè a distanze maggiori si hanno tempi remoti maggiori. Inoltre  $k$  è il parametro di curvatura da cui è possibile definire un raggio di curvatura  $R_c = \frac{1}{k^{\frac{1}{2}}}$  e diversi modelli geometrici possibili per l'universo: sferici, piatti e iperbolici; tali modelli geometrici sono in stretta relazione con i parametri cosmologici che descrivono lo stato dinamico dell'universo.

È importante notare che la metrica di Robertson-Walker è basata esclusivamente sull'intervallo spazio-temporale e sul Principio Cosmologico, quindi non dipende dalla teoria della gravitazione adottata.

## 1.3 Dinamica di Friedmann e parametri cosmologici

In un universo omogeneo in espansione rappresentato da una shell di particelle-eventi ad una distanza comoving  $r$  da un punto-evento  $O$ , la coordinata fisica propria  $x$  è rappresentata da  $x = \frac{R(t)r}{R_0}$ , la velocità  $\dot{x} = \frac{\dot{R}(t)r}{R_0}$  e l'accelerazione  $\ddot{x} = \frac{\ddot{R}(t)r}{R_0}$ .



le particelle che si trovano sul bordo della shell che hanno massa 'm' risentono di una forza:

$$F = m\ddot{x} = -\frac{Gm\rho Vx}{x^3} = -\frac{Gm\rho 4\pi x^3 x}{3x^3}$$

andando a sostituire in quest'equazione le precedenti definizioni per x,  $\ddot{x}$  e considerando  $\rho = \rho(t) = \rho_0\left(\frac{R_0}{R(t)}\right)^3$  si ottiene:  $\ddot{R}(t) = \frac{4\pi G\rho_0 R_0^3 R(t)}{3R(t)^3}$  da cui si ricava la Prima equazione dinamica dei modelli cosmologici che descrive la variazione nel tempo del fattore di scala:

$$\ddot{R}(t) = \frac{4\pi G\rho_0 R_0^3}{3R(t)^2} \quad (1.4)$$

andando a risolverla si ottiene la seconda equazione dinamica dei modelli cosmologici o equazione di Friedmann che rappresenta la conservazione dell'energia:

$$\dot{R}(t)^2 = \frac{8\pi G\rho_0 R_0^3}{3R(t)} - Kc^2 \quad (1.5)$$

In quest'equazione il termine di sinistra rappresenta l'energia cinetica mentre il primo termine a destra rappresenta l'energia potenziale e  $-kc^2$  è un termine d'integrazione. Altri parametri cosmologici che descrivono l'evoluzione dinamica dell'universo sono:

- Il parametro di decelerazione dell'espansione:

$$q(t) = -\frac{R(t)\ddot{R}(t)}{\dot{R}(t)^2} \quad (1.6)$$

con  $q_0 = q(t_0)$  parametro di decelerazione dell'espansione al tempo attuale.

- Il parametro di densità:

$$\Omega(t) = \frac{8\pi G\rho(t)}{3H(t)^2} \quad (1.7)$$

- Il parametro di densità della materia gravitante:

$$\Omega_M = \frac{8\pi G\rho_m}{3H(t)^2} \quad (1.8)$$

con  $\rho_m$  densità della materia gravitante (=materia barionica e materia oscura), per un universo in espansione  $\rho_m = \rho_0\left(\frac{R_0}{R(t)}\right)^3$ .

- Il parametro di densità della radiazione al tempo attuale:

$$\Omega_\gamma \simeq \Omega_M 10^{-3} \quad (1.9)$$

- Il parametro di densità di energia del vuoto:

$$\Omega_\Lambda = \frac{8\pi G \rho_\Lambda}{3H(t)^2} \quad (1.10)$$

con  $\rho_\Lambda$  densità di massa equivalente dell'energia del vuoto, per un universo in espansione è costante, cioè non dipende del fattore di scala.

- La costante cosmologica  $\Lambda$  è l'energia repulsiva del vuoto che si contrappone alla gravità, si calcola come:

$$\Omega_\Lambda = 8\pi G \rho_\Lambda \quad (1.11)$$

### 1.3.1 Modelli Cosmologici:

Al variare della costante di integrazione  $k$  e del parametro di densità  $\rho$  si generano diversi modelli cosmologici:

- **Modello cosmologico di Milne**

il parametro di densità è nullo ( $\rho = 0$ ) e la costante  $k=-1$ , prevede un universo che si espande in modo lineare seguendo la formula  $\dot{R}(t)^2 = c^2$  da cui  $R(t) = ct$  per un universo in espansione, in cui a  $t=0$  corrisponde il Big Bang.

- **Modello piatto di Einstein-De Sitter**

Prevede la presenza di un universo piatto in espansione con  $k=0$  e quindi  $R_c \rightarrow \infty$  con  $t \propto R^{3/2}$  e  $R(t) = \pm R_0 \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3}$ .

- **Modello Aperto**

costante  $k=-1$ , il parametro di densità positivo ( $\rho > 0$ ),  $R_c \in C$ . Per  $t$  grandi tende al modello di Milne. Sostiene la presenza di un universo "a sella" con superficie totale infinita e volume infinito a qualsiasi tempo.

- **Modello Chiuso**

costante di curvatura  $k=+1$ , il parametro di densità positivo ( $\rho > 0$ ). Tale modello ha un raggio di curvatura  $R_c = 1$  e ( $t < 0$ ), per consentire il Big Bang, comporta un Big Crash. L'universo proposto dal modello chiuso è un universo con superficie e volume finito.

## 1.4 Osservabili cosmologici

Basandosi sulla metrica di Robertson-Walker è possibile studiare la propagazione dei fotoni nello spazio-tempo descrivendo degli osservabili relativi a sorgenti cosmologiche.

### 1.4.1 Redshift

Tra gli osservabili misurabili direttamente, uno dei più importanti è il redshift che è lo spostamento verso il rosso dello spettro, si misura confrontando dati spettrali di sorgenti lontane con spettri simili ottenuti da sorgenti di laboratorio; nell' universo vicino dove è possibile trascurare la curvatura e applicare la metrica di Minkowski, il redshift è strettamente collegato all'effetto Doppler e perciò al moto relativo tra osservatore e sorgente; nell'universo lontano, invece, la curvatura non è più trascurabile e viene utilizzata la metrica di Robertson-Walker, il redshift è definito come la variazione del fattore di scala universale  $R(t)$  tra il momento di emissione e di ricezione del segnale luminoso.

A redshift superiori a 1080 si ha un universo contenente plasma completamente ionizzato, questo causa un'impossibilità di osservare oltre tale  $z$ , in quanto i moti di elettroni liberi con elevata sezione d'urto comportano un cammino libero medio piccolissimo dei fotoni.

Adottando la metrica di Robertson-Walker e prendendo in considerazione due osservatori fondamentali costituiti da un emettitore di segnale luminoso ed un osservatore, separati da un intervallo spazio-temporale  $\partial s^2 = 0$ , si ha

$$\frac{cR_0 \partial t}{R(t)} = -\frac{\partial r}{\sqrt{1 - kr^2}} \quad (1.12)$$

integrando per la coordinata comoving e per la coordinata temporale (tenendo in considerazione che in quest'ultima integrazione c'è una differenza tra il periodo di emissione del segnale e il periodo di ricezione) è possibile ottenere la regola di trasformazione dei tempi causata dal modulo di espansione cosmico:

$$\frac{\partial t_e}{R(t_e)} = \frac{\partial t_o}{R(t_o)} \quad (1.13)$$

Ciò porta a dire che l'espansione allunga i periodi dell'osservatore di un fattore  $\frac{R(t_o)}{R(t_e)}$ .

Mettendo in relazione questo con la frequenza  $z = \frac{\nu_e - \nu_o}{\nu_o}$  si ottiene:

$$1 + z = \frac{R(t_o)}{R(t_e)} = \frac{\nu_e}{\nu_o} = \frac{\partial t_o}{\partial t_e} \quad (1.14)$$

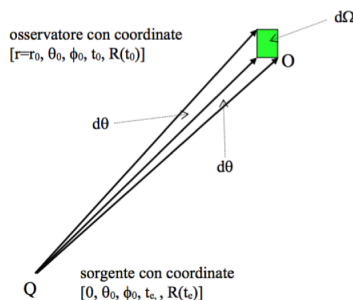
### 1.4.2 Flusso Fotonico

Il flusso fotonico in una banda elettromagnetica dipende dalla luminosità intrinseca della sorgente (L) e dalla distanza, perciò implicitamente dal redshift.

È possibile studiare il flusso fotonico totale di energia emessa per unità di area raccogliitrice ricevuto dall'osservatore (S). Tale flusso si può ricavare considerando sempre osservatore e sorgente con stesse coordinate angolari ( $\Theta_0$  e  $\phi_0$ ), applicando la metrica di Robertson-Walker è possibile descrivere l'elemento di area del telescopio che sottende un angolo solido alla sorgente come:

$$\partial a = \sqrt{(-c^2 \partial s^2)}|_{\partial \phi=0} \sqrt{(-c^2 \partial s^2)}|_{\partial \Theta=0} = r^2 \partial \Theta \partial \phi \sin \Theta = r^2 \partial \Omega \quad (1.15)$$

Ponendo perciò  $\partial a = 1$  si ottiene  $\partial \Omega = \frac{1}{r_0^2}$ .



**Figura 1.1:** Osservatore e sorgente isotropa rappresentati nelle rispettive coordinate.

L'energia emessa per secondo in  $\partial \Omega$  è pari a  $L \frac{\partial \Omega}{4\pi} = \frac{L}{4\pi r_0^2}$  perciò S è proporzionale al flusso emesso  $\frac{L}{4\pi r_0^2}$  moltiplicato per una correzione  $K(z)$  secondo la formula:

$$S = \frac{L}{4\pi r_0^2} K(z) \quad (1.16)$$

In cui S ed L sono grandezze bolometriche, cioè un totale di energia radiante emessa ed osservata, indipendente dall'energia e dalla frequenza dei fotoni stessi.

Tale correzione  $K(z)$  penalizza il flusso osservato, poiché il flusso di energia radiante è una frequenza di fotoni emessi o raccolti per un'unità di tempo. Considerando che ogni fotone perde energia a causa del redshift proporzionalmente a  $\frac{R(t_0)}{R(t)}$  e considerando anche che tra produzione di fotoni e ricezione c'è

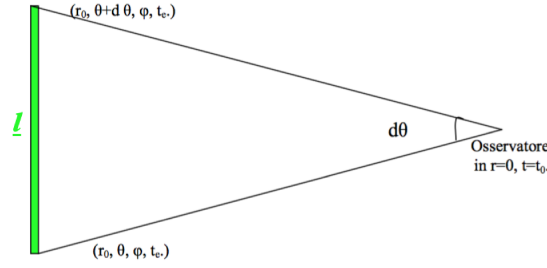
una differenza di ritmo proporzionale ad un fattore  $\frac{R(t_0)}{R(t)}$ , si ha una correzione  $K(z)$  pari a

$$K(z) = \frac{1}{(1+z)^2}$$

Il flusso osservato risulta essere :

$$S = \frac{L}{4\pi r_0^2} \frac{1}{(1+z)^2} \quad (1.17)$$

### 1.4.3 Dimensioni apparenti di oggetti lontani



**Figura 1.2:** Rappresentazione nelle rispettive coordinate dell'osservatore e dell'oggetto con la sua dimensione reale  $l$  e il suo diametro angolare  $\partial\Theta$ .

Per quanto riguarda la relazione tra dimensione propria e dimensione apparente, applicando la metrica di RW si ottiene:

$$l = \sqrt{-c^2 \partial s^2} = \frac{R(t_e) r_0 \partial\Theta}{R_0} \quad (1.18)$$

perciò la dimensione apparente  $\partial\Theta$  è pari a

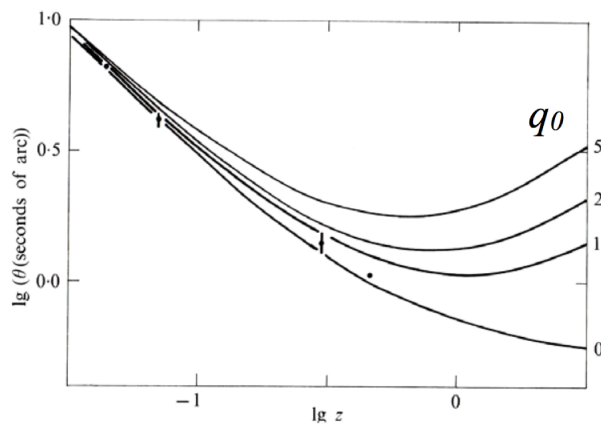
$$\partial\Theta = \frac{R_0 l}{R_e r_0} = \frac{(1+z)l}{r_0} \quad (1.19)$$

dove la coordinata radiale comoving  $r_0$  e il redshift  $z$  sono collegati dalla relazione semplificata di Mattig:

$$r_0 = \frac{c}{H_0} \frac{q_0 z + (q_0 - 1)(\sqrt{1 + 2q_0 z} - 1)}{q_0^2(1+z)} \quad (1.20)$$

Per questo motivo le dimensioni apparenti sono legate alla dimensione propria del corpo ( $l$ ) e al parametro di decelerazione dell'espansione ( $q_0$ ).

Inoltre il diametro angolare apparente varia in funzione del redshift; tale variazione dipende dalla scelta del valore di  $q_0$ : al crescere di  $q_0$  c'è un appiattimento della dimensione apparente, mentre la dimensione angolare cresce con la distanza per  $q_0 > 1$ : questo effetto chiamato "lente gravitazionale" è dovuto al fatto che la curvatura dell'universo modifica le traiettorie dei fotoni in modo non trascurabile. La "Lente Gravitazionale" è tanto più importante tanto più elevato è il valore di  $q_0$  scelto, in quanto all'aumentare di  $q_0$  aumenta la quantità di materia e quindi la decelerazione.



**Figura 1.3:** Variazione del diametro angolare  $\Theta$  rispetto al Redshift  $z$  e al parametro di decelerazione dell'espansione  $q_0$ .

#### 1.4.4 Distanza di Luminosità

La distanza di luminosità confronta il flusso osservato ( $S$ ) con la luminosità intrinseca dell'oggetto ed è espressa dalla formula:

$$d_L = \left(\frac{L}{4\pi S}\right)^2 \quad (1.21)$$

si ottiene:

$$d_L = \left(\frac{L}{4\pi S}\right)^2 = r_0(1+z) \quad (1.22)$$

Applicando la relazione di Mattig a  $d_L$  :

$$d_L = \frac{c}{H_0} \frac{q_0 z + (q_0 - 1)(\sqrt{1 + 2q_0 z} - 1)}{q_0^2} \quad (1.23)$$

Per questo motivo tale distanza è possibile calcolarla solamente nel caso in cui è nota la luminosità intrinseca dell'oggetto.

### 1.4.5 Distanza di Diametro Angolare

La distanza di diametro angolare invece si basa su un metodo trigonometrico che va a confrontare la dimensione intrinseca con la dimensione apparente:

$$d_D = \frac{l}{\partial\Theta} \quad (1.24)$$

cioè :

$$d_D = \frac{l}{\partial\Theta} = \frac{r_0}{(1+z)} \quad (1.25)$$

e applicando la relazione di Mattig si ottiene:

$$d_D = \frac{c}{H_0} \frac{q_0 z + (q_0 - 1)(\sqrt{1 + 2q_0 z} - 1)}{q_0^2 (1+z)^2} \quad (1.26)$$

### 1.4.6 Modulo di distanza

Un ulteriore modo per calcolare la distanza è fornito dalla coordinata comoving  $r$ ; è possibile definire il modulo di distanza come:

$$d_M = r_0 \quad (1.27)$$

in cui  $r_0$  è la distanza radiale comoving dall'osservatore. Questa modalità di calcolo della distanza è puramente teorica in quanto non è possibile metterla in pratica per mancanza di osservabili. Resta, così, una tecnica teorica a meno che non si consideri un universo piatto, per cui  $\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$  (con  $\Omega_M$  parametro di densità di materia e  $\Omega_\Lambda$  parametro di densità del vuoto) in questo caso si può integrare  $\partial r$  definito come:

$$\partial r = \frac{c}{H_0} \frac{\partial z}{\sqrt{\Omega_M (1+z)^3 + \Omega_\Lambda}} \quad (1.28)$$

e si ottiene:

$$d_M = r_0 = \int_0^{z(r)} dr' = \int_0^z \frac{c}{H_0} \frac{1}{\sqrt{\Omega_M (1+z)^3 + \Omega_\Lambda}} dz \quad (1.29)$$

nel caso in cui  $z \gg 1$  e  $\Omega_M$  finito, questa formula è facilmente integrabile:

$$d_M = r_1 = \frac{2c}{H_0 \sqrt{\Omega_M}} (1 - z^{-\frac{1}{2}}) \quad (1.30)$$

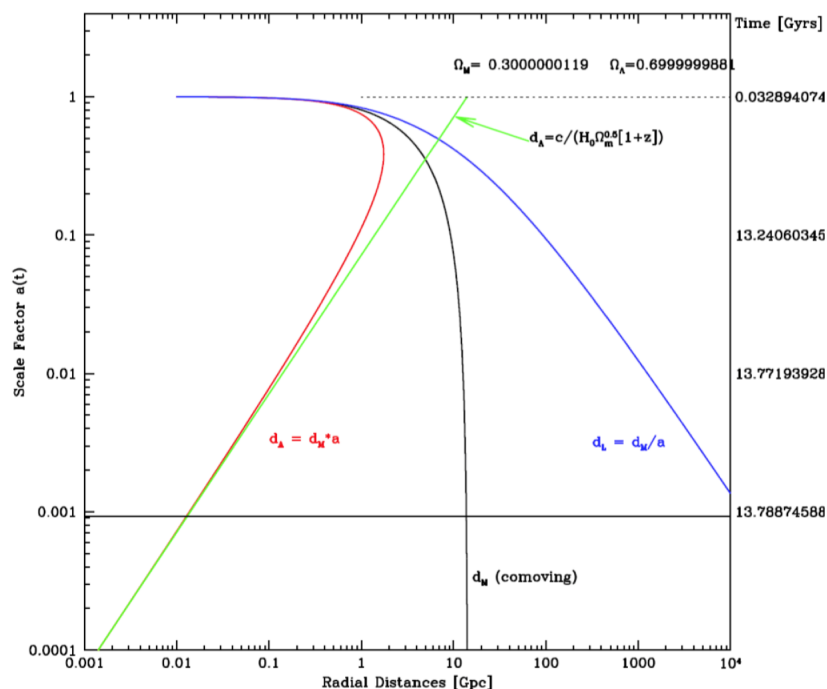
Continuando a considerare lo spazio metrico di RW è possibile ottenere un valore finito per la distanza di diametro angolare:

$$d_M = r_0 = \int_0^{r'} dr = \int_0^z \frac{c}{H_0} \frac{1}{\sqrt{(1+z)^2(\Omega_M z + 1) - z\Omega_\Lambda(2+z)}} dz \quad (1.31)$$

**Relazioni tra  $d_M$ ,  $d_D$  e  $d_L$**

Queste tre tecniche sono strettamente correlate tra loro, infatti confrontando le equazioni 1.23, 1.26, 1.31:

$$d_D = \frac{r_0}{(1+z)} = \frac{l}{\partial\Theta} = \frac{d_L}{(1+z)^2} = \frac{d_M}{(1+z)} \quad (1.32)$$



**Figura 1.4:** Misurazioni di distanza al variare del Redshift, sono visibili: la distanza di diametro angolare  $d_A$ , la distanza di luminosità  $d_L$  e il modulo di distanza comovente  $d_M$ .

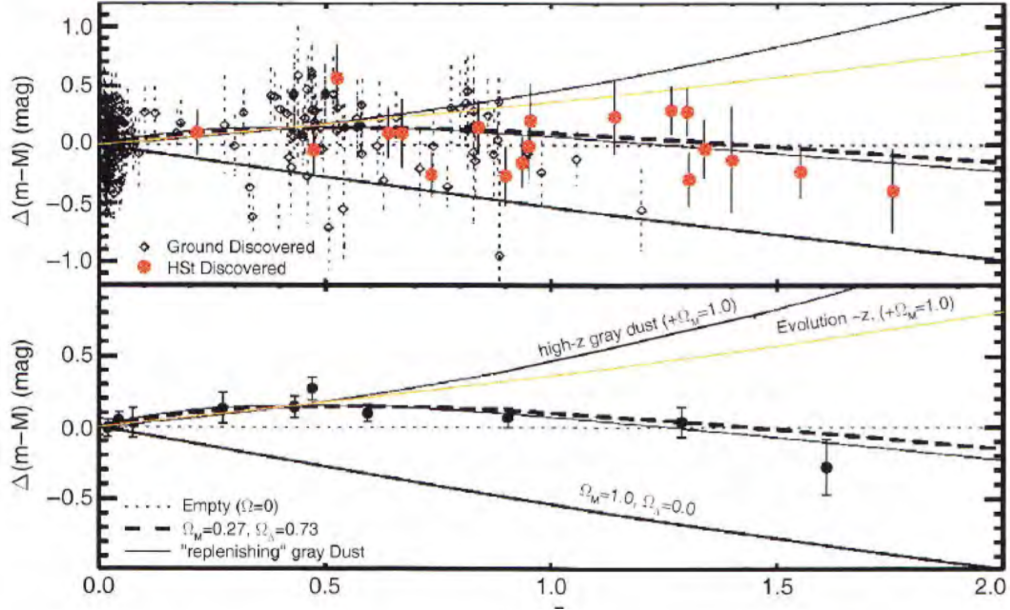
Si nota anche un andamento asintotico ai piccoli valori del fattore di scala per  $d_A$ .

Ricordando che  $d_A$  e  $d_L$  dipendono da  $H_0$  come esplicitato in 1.23 1.26 per creare questo grafico si è assunto un valore di  $H_0$  medio di 70 Km/s/Mpc.

## 1.5 Universo in espansione accelerata

Studiando i diagrammi di Hubble per le Supernovae di tipo Ia, sono stati notati dei dati particolari. In figura è visibile come i dati tra  $z=0.2$  e  $z=1$





**Figura 1.5:** Diagramma di Hubble per le supernove 1A, in ordinata si ha la magnitudine osservata normalizzata al valore predetto per modello di Milne (con il minimo contenuto di materia gravitante  $\Omega_m = 0$ ) e in ascissa il redshift  $z$ . Nella figura superiore sono visibili i dati per le singole supernove, in quella inferiore i dati per i campioni di oggetti ai vari redshift.

siano superiori ai valori attesi adottando il modello cosmologico di Milne (rappresentato dalla linea orizzontale tratteggiata), questo comporta magnitudini maggiori e quindi flussi minori, con conseguente distanza di luminosità dilatata. I dati perciò richiederebbero un modello con densità di materia inferiore alla densità di materia gravitante assunta dal modello di Milne, cioè una densità di materia negativa. Sono state considerate diverse possibilità per spiegare questi dati, delle quali, le prime tre, si basano sulla fisica standard:

- effetti evolutivi e metallicità delle supernove; questa ipotesi è stata scartata in quanto effetti di questo tipo dovrebbero essere visibili anche negli spettri ottici delle stesse Supernove, ma confrontando spettri ottici a diversi  $z$  delle SNe Ia non si notano variazioni.
- estinzione da parte della galassia ospite. Si nota che Supernove di galassie sferoidali e galassie a spirale mostrano le stesse proprietà; perciò tale ipotesi è stata scartata.

- presenza nella galassia ospite di una polvere grigia che assorbe a tutte le  $\lambda$ . Questa ipotesi è poco plausibile in quanto non è mai stata riscontrata una polvere simile finora.
- universo in espansione accelerata, e quindi il ricorso ad una nuova fisica con l'introduzione della costante cosmologica  $\Lambda$ , questa sembra l'ipotesi più plausibile.

La linea continua, che fitta meglio i dati, rappresenta un modello cosmologico con  $\Omega_m = 0,27$  e  $\Omega_\Lambda = 0,73$ , universo piatto  $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$  ma in espansione accelerata con  $\dot{R} > 1$ , il tempo minimo a cui questa espansione diventa importante è possibile calcolarlo come

$$z_{min} = \left(\frac{2\Omega_\Lambda}{\Omega_m}\right)^{1/3} - 1 = 0.6 \pm 1 \quad (1.33)$$

prima di questa fase si ha un universo  $\simeq$  Einstein-de sitter in cui l'effetto di  $\Lambda$  è nullo. Ciò vuol dire che nelle prime fasi dell'espansione è possibile trascurare l'effetto di  $\Lambda$ , poi, con l'espansione, la materia gravitante diventa rarefatta, l'auto-gravità dell'universo diminuisce portando  $\Lambda$ , che è rimasta invariata, inizia a prendere importanza. Da  $z_{min}$  in poi l'espansione è sempre più dominata dall'energia oscura, questo porterà ad un momento in cui si avrà un'espansione esponenziale in cui l'energia oscura dominerà l'auto-gravità.

Considerando la costante cosmologica  $\Lambda$ , perciò, si avrebbero importanti cambiamenti:  $\Lambda$  è uno scalare indipendente dallo spazio e dal tempo, comporta variazioni ai modelli cosmologici e trasforma l'equazione di Friedmann 1.34 nell'equazione di Friedmann generalizzata:

$$\dot{R}(t)^2 = \frac{\Omega_m H_0^2 R_0^3}{R(t)} - Kc^2 + \Omega_\Lambda H_0^2 R^2 \quad (1.34)$$

e l'equazione di Mattig semplificata 1.20 nell'equazione di Mattig generalizzata:

$$r_0(z_0) = \frac{c}{H_0} \frac{1}{\sqrt{|\Omega_k|}} \text{sinn}(\sqrt{|\Omega_k|}) \int_0^{z_0} \frac{dz}{\sqrt{(1+z)^3 \Omega_m + (1+z)^2 \Omega_k + (1+z)^4 \Omega_\gamma + \Omega_\Lambda}} \quad (1.35)$$

con  $\Omega_k = 1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda - \Omega_\gamma$ , e con  $\text{sinn}() = \sin()$  se  $k > 0$ ,  $\text{sinn}() = \sinh()$  se  $k < 0$ ,  $\text{sinn}() = ()$  se  $k = 0$ .

# Capitolo 2

## Universo vicino: scala delle distanze cosmiche

La cosmic distance ladder o scala delle distanze cosmiche è un insieme di metodi che permette di calcolare le distanze nell'universo locale. Il nome "scala delle distanze" è rappresentativo del fatto che, le distanze maggiori si ottengono calibrando le tecniche su metodi di misurazione di distanze inferiori.

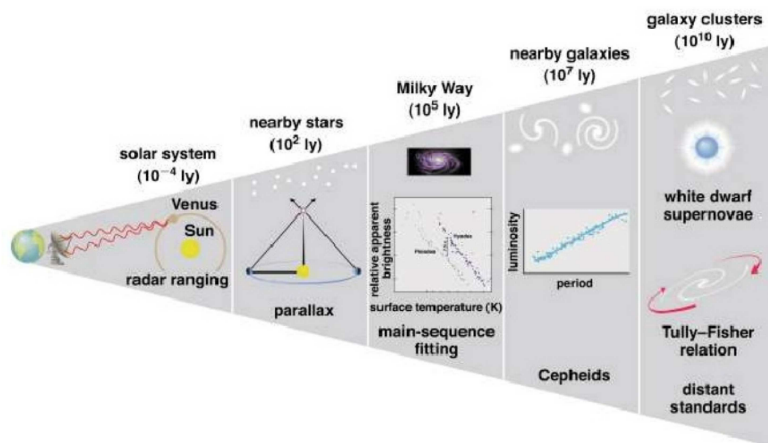


Figura 2.1: Scala delle distanze.

## 2.1 Indicatori di distanza

### 2.1.1 Indicatori Geometrici e Fotometrici

Le prime caratteristiche sfruttate per il calcolo della distanza di un corpo sono state le caratteristiche geometriche e fotometriche del corpo stesso.

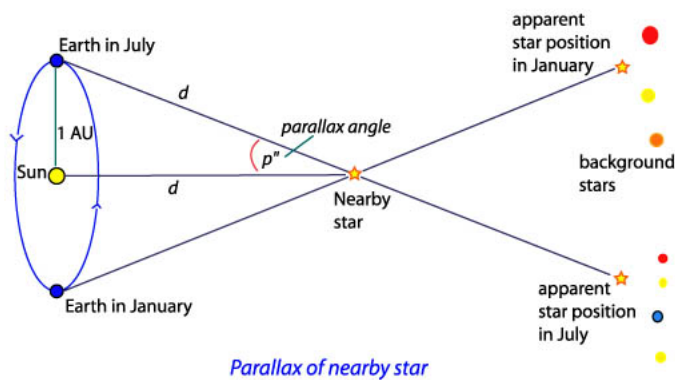
#### Parallasse Trigonometrica

La parallasse trigonometrica sfrutta la geometria del sistema, è priva di assunzioni fisiche e prende in considerazione i moti noti e caratteristici del sistema solare.

A seconda del raggio di base ( $r$ ), che caratterizza il moto scelto, si può calcolare la distanza ( $d$ ) osservando l'angolo di parallasse ( $p$ ) che si viene a formare secondo la regola:

$$\frac{1''}{p} = d(\text{pc}) \quad (2.1)$$

Calcolato l'angolo di parallasse da terra si possono misurare distanze di massimo 30pc, è possibile utilizzare il satellite Hipparcos per arrivare a misurare distanze di 300pc. Questo perchè aumentando la base  $r$ , aumenta anche la distanza che si può calcolare.



**Figura 2.2:** Parallasse trigonometrica.

Le parallasse comunemente utilizzate sono: la parallasse secolare, la parallasse statistica e la parallasse di gruppo che rispettivamente sfruttano il moto del sole, i moti propri di un insieme di stelle e il moto d'insieme di un gruppo di stelle.

### Metodo di Baade-Wesselink

Per calcolare la distanza è possibile confrontare la magnitudine apparente e la magnitudine assoluta di un sistema, il metodo utilizzato è quello di Baade-Wesselink. Questo prevede che, ricavando la temperatura effettiva 'T' dalla forma dello spettro e dal colore, noto il raggio 'R' da misure interferometriche, la luminosità 'L' risulta:

$$L = 4\phi\theta R^2 T^4 \quad (2.2)$$

da qui si calcola la magnitudine assoluta:

$$M = -2.5\log T - 5\log R - 2.5\log(4\pi\theta) + \text{cost} \quad (2.3)$$

il modulo di distanza m-M e la distanza, secondo la formula:

$$d = 10^{0.2(m-M+5)} \quad (2.4)$$

### 2.1.2 Indicatori Primari

Quando indicatori geometrici e fotometrici non sono efficienti per il calcolo delle distanze si utilizzano gli indicatori primari.

Gli indicatori primari vengono calibrati utilizzando indicatori geometrici e fotometrici.

#### Stelle Variabili: Cefeidi, Virgin Strars, RR Lyae

Tra i maggiori indicatori primari ci sono le stelle variabili. Queste stelle, appunto, variano di intensità nel tempo e il periodo di questa variazione dà informazioni indispensabili per calcolare la loro distanza.

Il periodo è legato alla massa della stella e perciò alla sua luminosità, studian-dolo si ottengono informazioni sulla luminosità della stella stessa e, ottenuta la luminosità, è possibile calcolare la distanza con la tecnica precedente 2.3 2.4 . Considerando il teorema virale  $\frac{GMm_p}{R} = K_B T$  e il fatto che le pulsazioni all'interno di una stella sono onde di densità radiale che si propagano con la velocità del suono  $c_s$ , si deduce che il periodo è paragonabile al tempo di attraversamento del suono attraverso la stella:  $P = \frac{R}{c_s}$  e quindi la velocità del suono è dello stesso ordine di grandezza della velocità termica delle particelle di gas, quindi si ottiene  $K_B T \sim m_p c_s^2$ . Da questi risultati si ricava:

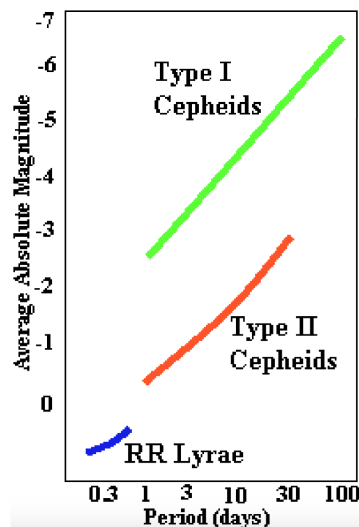
$$P \sim \frac{R}{c_s} \sim \frac{R\sqrt{m_p}}{\sqrt{K_B T}} \sim \frac{R^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}} \propto \rho^{-\frac{1}{2}}$$

dove  $\rho$  rappresenta la densità media della stella; perciò è possibile vedere come il periodo di pulsazione dipenda esclusivamente dalla densità media della stella. Utilizzando la relazione  $L \propto M^3$  si trova:

$$P \propto \frac{R^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{M}} \propto L^{\frac{7}{12}}$$

questa relazione Periodo-Luminosità è ben definita per tre tipi di stelle variabili:

- Cefeidi
- Virginis stars
- RRLyrae

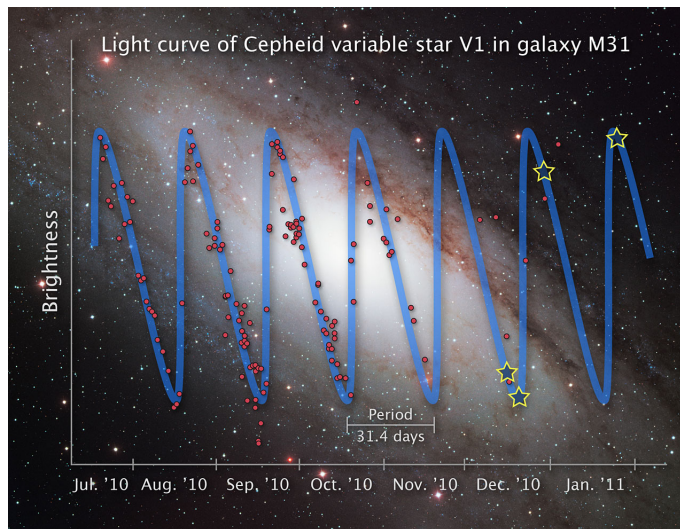


**Figura 2.3:** Confronto tra la relazione Periodo-Luminosità tra Cefeidi, di primo e secondo tipo, e RR Lyrae.

### Cefeidi

Le Cefeidi sono stelle con  $M \geq 5M_{\odot}$ , con un Periodo  $P$  che va da 1 a 50 giorni e raggiungono luminosità pari a 100.000 luminosità solari; sono stelle giovani di popolazione I estrema, si trovano nei bracci di spirale di giovani ammassi stellari. A causa della loro vicinanza al disco, l'estinzione dovuta alle polveri è molto forte, di questa si tiene conto nel calcolo della distanza. Inoltre la

loro relazione periodo-luminosità risulta più accurata nelle lunghezze d'onda maggiori, dove, quindi, è possibile calcolare le magnitudini con più precisione. Le Cefeidi più vicine si trovano a 200 pc di distanza, possono essere studiate con il telescopio spaziale Hubble (Hst) nella maggior parte delle galassie fino ad una distanza di 17 Mpc; hanno magnitudine assoluta di  $M_v \propto -3\text{Mag}$



**Figura 2.4:** Curva di luce della cefeide V1 della galassia M31.

### Virginis stars

Sono situate nell'alone della galassia, in ammassi globulari e vicino al centro galattico, sono povere di metalli e con bassa massa; si possono inserire nella categoria delle Cefeidi, infatti sono anche dette Cefeidi di popolazione II.

### RR Lyrae

Sono stelle variabili con periodo breve compreso tra 1.5 ore e 1 giorno, la loro massa è  $M \geq 1M_{\odot}$  mentre la loro magnitudine assoluta è compresa tra i valori  $0.5 < M_v < 1.5$  con un valore medio pari a 0.6 Mag. Sono stelle di popolazione II, perciò sono povere di metalli, è possibile avere delle misure più precise prendendo in considerazione le variazioni comportate dalla metallicità e dal periodo come mostrato nella seguente formula:

$$\langle M_k \rangle = -(2.0 \pm 0.3) \lg \frac{P}{1d} + (0.06 \pm 0.04) \left[ \frac{Fe}{H} \right] - 0.7 \pm 0.1$$

Le RR Lyrae sono presenti nei bulge, negli aloni e negli ammassi globulari. Esse possono essere studiate con il telescopio spaziale Hubble (Hst) fino a  $m - M \sim 27$  Mag; la calibrazione della relazione periodo-luminosità per le RR Lyrae si esegue utilizzando la parallasse secolare, la parallasse statistica e il metodo di Baade-Wesselink.

La distanza calcolata con il metodo delle Cefeidi e delle RR Lyrae può avere un errore minore del 10%.

### Novae

Oltre alle stelle variabili, tra gli indicatori primari si trovano le Novae, queste sono stelle di popolazione II, formatesi dopo il bruciamento esplosivo di materiale accresciuto sulla superficie di una nana bianca in un sistema binario; sono presenti negli sferoidi delle galassie a disco. La loro distanza si può calcolare in modi diversi:

- se si trovano nella nostra galassia, sono novae galattiche, e allora è possibile utilizzare la parallasse d'espansione, questa considera la velocità di espansione ( $v_{exp}$ ) della shell di gas fuoriuscito con l'esplosione:

$$d = \frac{v_{exp} \Delta t}{\Theta}$$

con  $\Delta t$  tempo d'osservazione e  $\Theta$  grandezza angolare della shell dopo  $\Delta t$

- se sono novae extragalattiche questo metodo non è utilizzabile. Per le novae extragalattiche si utilizza la relazione luminosità-tasso di declino. Il rate di declino è direttamente proporzionale alla luminosità della nova stessa. La relazione che lega la magnitudine assoluta  $M_{max}$  e il tempo di declino ( $t$ ) che la nova impiega per arrivare ad una luminosità di  $M_{max} + 2$  è :  $M_{max} = -10.7 + 2.3 \lg t$  (giorni)

### 2.1.3 Indicatori Secondari

Per arrivare a distanze ancora maggiori si utilizzano gli indicatori primari per calibrare gli indicatori secondari. Gli indicatori secondari sono :

- Supernovae di tipo Ia
- Ammassi globulari
- Nebulose planetarie



- Relazione di Tully-Fisher
- Relazione di Faber-Jackson
- Relazione  $D_n - \sigma$

### Supernovae di tipo Ia

Tra gli indicatori secondari troviamo le Supernovae di tipo Ia, queste raggiungono luminosità pari a 10 miliardi di luminosità solari e hanno origine dalle nane bianche composte da carbonio e ossigeno, caratterizzate da temperatura superficiale elevata, densità elevata ed elettroni degeneri. Le nane bianche che danno origine alle supernovae spesso si trovano in sistemi binari stretti ed esplodono per accrescimento di gas da parte della stella compagna o per scontro diretto con questa che provoca il collasso dei due corpi uno sull'altro. Superata la massa di Chandrasekar  $M_c = 1.44M_\odot$  iniziano le reazioni nucleari tra carbonio e ossigeno che portano la temperatura a salire a causa degli elettroni degeneri, quindi avviene la deflagrazione della stella con rilascio di massa stellare di ferro e calcio cioè si viene a formare la Supernova di tipo Ia.

Tutte le Supernovae di tipo Ia hanno una curva di luce simile, quindi è possibile riportarle ad una curva luce 'tipo' caratterizzata da: una crescita, un picco ( $M_B \sim -19.5$ ) ed una successiva decrescita rapida e poi decrescita lenta. [Lo spettro di tali supernovae è ricco di righe di Si II ed è privo di righe di H.] La calibrazione del picco della curva viene fatta utilizzando:

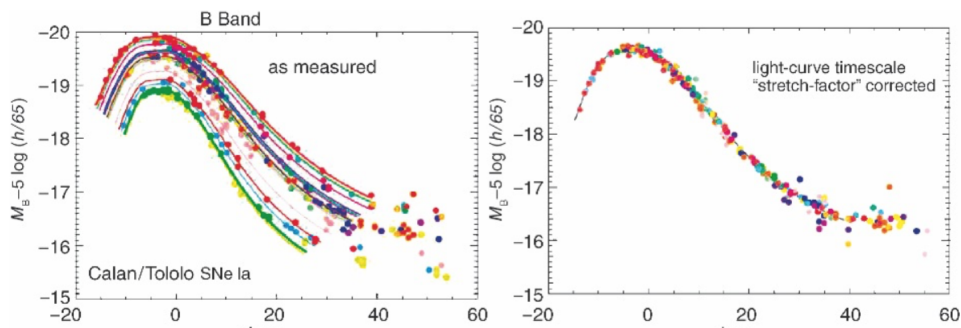
- le Cefeidi della galassia a cui appartiene la Supernova,
- modelli stellari di esplosione,
- il metodo di Baade-Wesselink.

Le Supernovae Ia possono essere studiate con HTS fino a  $m - M \sim 44$ .

La precisione con cui è possibile determinare la curva di luce e la luminosità al massimo delle Supernovae Ia, le rende delle ottime candele campione.

### Ammassi globulari

Per calcolare la distanza si può utilizzare anche la funzione di luminosità ( $\Phi$ ) degli ammassi globulari, questi sono sistemi vecchi di popolazione II di alone che contengono  $\sim 10^4$  stelle, si osservano soprattutto attorno ad ellittiche e spirali.  $\Phi$  è caratterizzata dalla seguente relazione:  $\Phi(m)dm = n(m, m + dm)$  la funzione di luminosità moltiplicata per la variazione della magnitudine



**Figura 2.5:** A sinistra sono riportate le curve di luce di differenti supernove di tipo Ia. A destra è riportata curva di luce caratteristica delle supernove di tipo Ia.

è pari al numero di ammassi globulari nell'intervallo di magnitudini ( $m$ ,  $m+dm$ ); la funzione di luminosità è una gaussiana:

$$\Phi(m) = K e^{-\frac{m-m_{cg}^2}{2\sigma_{gc}^2}}$$

con centro  $m_{cg}$  (calibrato con la magnitudine assoluta in galassie di distanza nota) e dispersione  $\sigma_{gc}$ . Le funzioni di luminosità sono costruite con una sola osservazione sfruttando il poco arrossamento e possono essere studiate con HST fino a  $m - M \sim 35$  Mag.

### Nebulose planetarie

Le nebulose planetarie sono sistemi giovani formati da gusci in espansione attorno a nane bianche; sono caratterizzate da spettri dominati da righe di OIII e si individuano grazie a filtri interferenziali con banda centrata su  $5700 \text{ \AA}$ . La funzione di luminosità ( $\Phi$ ) delle nebulose planetarie, similmente a quella degli ammassi globulari, è caratterizzata dalla forma  $\Phi(m)dm = n(m, m+dm)$  dove qui  $n(m, m+dm)$  è il numero di nebulose planetarie nell'intervallo ( $m, m+dm$ ) di magnitudini.  $\Phi$  è caratterizzata da  $\Phi(m) = K e^{0.307m} [1 - e^{m_{pn}-m}]$ ;  $m_{pn}$  viene calibrato utilizzando  $M_{pn}$  su galassie di distanza nota, ottenendo  $M_{pn,5007} = -4.7 \pm 0.1$ .

### Relazione di Tully-Fisher

La relazione di Tully-Fisher è stata scoperta nel 1997, si basa sullo studio della cinematica del gas e perciò è valida esclusivamente per le galassie a spirale; considerando che le galassie a spirale più luminose hanno velocità di rotazione ( $\Delta V$ ) maggiori secondo la formula

$$L_T \propto (\Delta V)^4$$

e hanno massa maggiore  $M_T = -10 \lg(\Delta V) + cost$ ; partendo dalla cinematica si calibra la relazione e si ricava la luminosità e poi la magnitudine ottenendo il modulo di distanza e quindi la distanza.

### Relazione di Faber Jackson

La relazione di Faber Jackson è valida per le galassie ellittiche, basandosi sullo stesso concetto della relazione di Tully-Fischer si ha la formula:

$$L_T \propto \sigma^4$$

cioè le galassie più luminose hanno dispersioni di velocità maggiori e le più luminose sono anche le più massicce  $\lg \sigma = -0.1 M_T + cost$ ; calibrata la relazione si ottiene il modulo di distanza e conseguentemente la distanza.

### Relazione $D_n - \sigma$

Un'altra relazione basata sulla cinematica stellare e valida per le sole galassie ellittiche, trovata nel 1987, è la relazione  $D_n - \sigma$  cioè la relazione tra la dispersione di velocità e il diametro dell'isofota ( $D_n$ ) entro cui la brillantezza superficiale media ( $\langle \mu \rangle_B$ ) è pari a 20.75 :

$$\sigma \propto (D_n)^{0.75}$$

si deduce che le galassie ellittiche più luminose sono anche le più massicce. Si trova la distanza comparando la grandezza angolare di  $D_n$  con il risultato predetto di  $D_n$  in kpc, seguendo la regola  $\frac{D_n}{kpc} = 2.05 \left( \frac{\sigma}{100 km s^{-1}} \right)^{1.33}$ . Calcolata la distanza in questo modo si ha un'incertezza intrinseca al risultato ottenuto del 15% per il calcolo della distanza della singola galassia; tale incertezza può essere trascurata se si studia la distanza di un ammasso, così può essere trascurata se si vuole utilizzare il calcolo per la misurazione di  $H_0$ .

## 2.2 Valori di $H_0$ ottenuti con gli indicatori locali

Con il progetto 'Supernovae H0 for the Equation of State' (SH0ES) si è cercato di aumentare il numero di calibrazioni geometriche delle Cefeidi e di misurare i loro flussi con lo stesso strumento, diminuendo così gli errori di calibrazione, in modo tale da avere un campione migliore per il calcolo delle distanze delle Supernovae 1a.

Il miglior valore ricavato dal progetto SH0ES è

$$H_0 = 73.5 \pm 1.4 \frac{km}{sMpc}$$

# Capitolo 3

## Universo lontano: osservazioni delle anisotropie della radiazione cosmica di fondo (CMB)

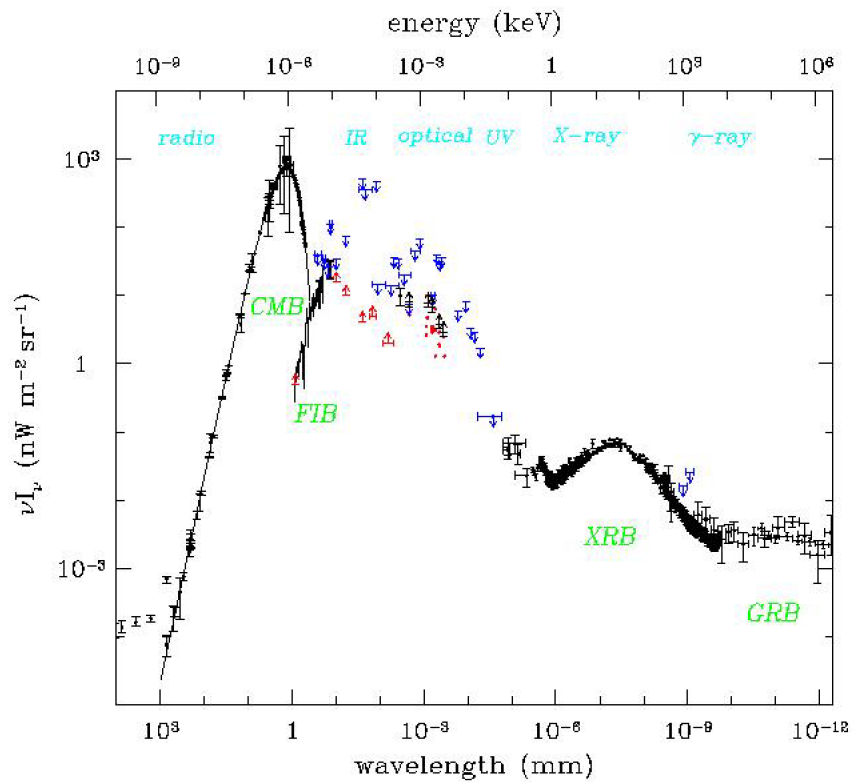
### 3.1 Radiazioni di fondo

Le radiazioni di fondo possono essere descritte come un bagno di fotoni che permeano in modo omogeneo l'universo su uno spettro complesso ed esteso in un vasto intervallo di frequenze. Partendo dalle basse frequenze è possibile osservare il fondo radio, il fondo cosmico delle microonde, il fondo del lontano infrarosso, il fondo ottico e vicino-infrarosso, il fondo X, il fondo Gamma. Questi dati forniscono informazioni sull'emissione integrata a qualunque epoca cosmica, dai quali si ricavano vincoli sull'omogeneità dell'universo e sulla storia evolutiva delle sorgenti.

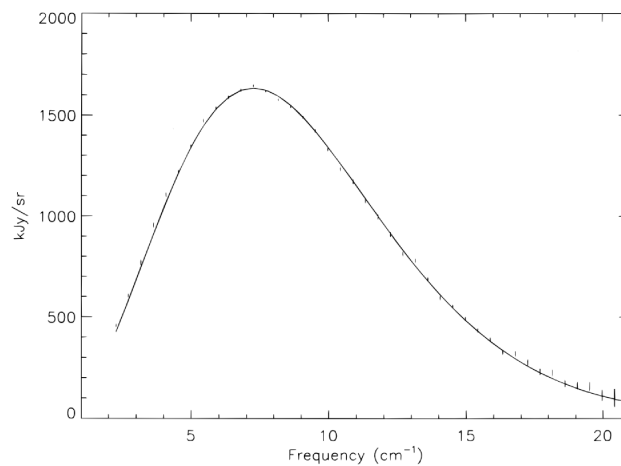
#### 3.1.1 Cosmic Microwave Background

##### Origine della Cosmic Microwave Background

La Cosmic Microwave Background (CMB) è la principale componente radiativa cosmica dal punto di vista energetico, ha un perfetto spettro di corpo nero ed un elevato grado di isotropia angolare. Andando ad osservare nell'universo vicino, non si notano sorgenti che siano in grado di generare un perfetto spettro di corpo nero; è possibile osservare a qualsiasi  $\lambda$  fino a  $z=10$ , poiché la probabilità di assorbimento di fotoni da parte della materia è bassa.



**Figura 3.1:** grafico log-log dell'intensità sulla lunghezza d'onda e sull'energia fotonica. Si nota che tra i 1000Å e i 100Å non sono visibili fotoni a causa dell'assorbimento dovuto all'idrogeno diffuso nella nostra galassia.



**Figura 3.2:** Spettro CMB

Ad epoche corrispondenti a  $z > 10$  si nota che la materia garantisce ancora la trasparenza dell'universo, in quanto stelle e galassie si sono formate in epoche recenti, questo accade anche per molte componenti radiative. Si nota però, andando indietro nel tempo, una situazione sempre più calda e densa di fotoni che diventano sempre più energetici ( $h\nu \propto (z + 1)$ ). Arrivati all'epoca della ricombinazione o del disaccoppiamento, con  $z=1080$ , si ha un'interazione tra fotoni e materia che porta ad una ionizzazione di H e quindi ad una fase precedente in cui l'universo è opaco, il gas primordiale è ionizzato, sono presenti un gran numero di elettroni liberi e la sezione d'urto tra materia e fotoni risulta essere pari alla sezione di Thomson  $\sigma_\tau = 6.710^{-25} \text{cm}^{-2}$ . Quindi, prima della ricombinazione, gli urti tra particelle e particelle e tra particelle e fotoni, erano molto frequenti e nella fase di ricombinazione i fotoni hanno subito un ultimo processo di diffusione da parte degli elettroni liberi, questo ha permesso la formazione del perfetto spettro di corpo nero, caratteristico della CMB.

È presente, quindi, una superficie oltre la quale non è visibile alcuna sorgente. Tale superficie è chiamata *superficie di ultimo scattering* o *orizzonte*; le osservazioni al di là di essa possono essere effettuate utilizzando messaggeri di informazione cosmologica differenti dai fotoni: le abbondanze di elementi leggeri (elio primordiale, deuterio primordiale, litio primordiale,...).

L'orizzonte è una superficie sferica di cui l'osservatore è al centro; spostando l'osservatore ad un'epoca differente, si vedrebbe una superficie differente ma con le stesse caratteristiche generali.

### Anisotropie della radiazione cosmica CMB

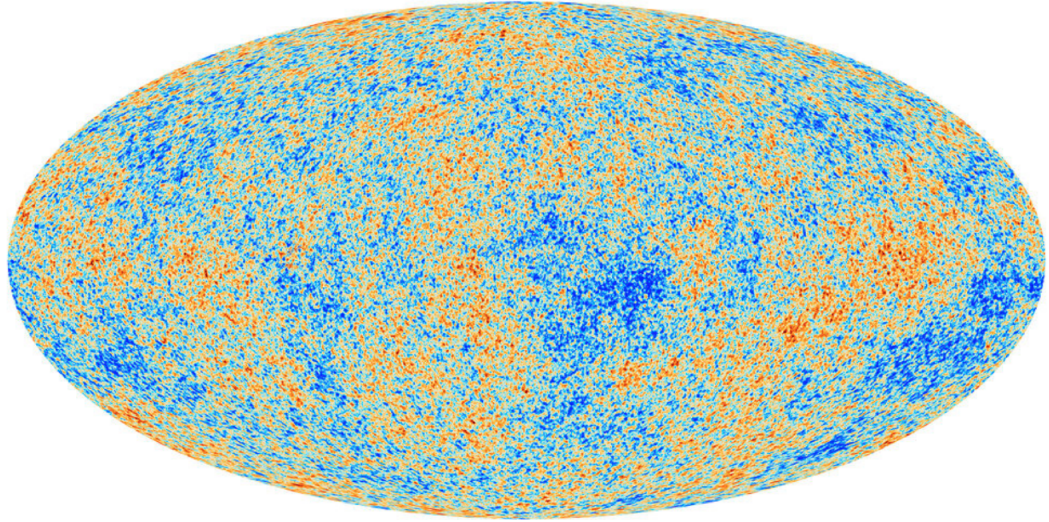
Sono stati utilizzati diversi satelliti per studiare la CMB: *COBE*, *WMAP*, *PLANCK*.

Le Anisotropie della CMB sono come fluttuazioni di intensità e di temperatura della radiazione.

La prima anisotropia ad essere osservata fu un'anisotropia su scale di 180 gradi, questa era più intensa in una direzione e meno intensa, della stessa quantità, nella direzione opposta. Si scoprì che non è un'isotropia intrinseca della CMB, ma dovuta al moto del nostro sistema di riferimento, causato dal Beaming Relativistico.

Le anisotropie della CMB si possono dividere in due tipi:

- Anisotropie primarie
  - effetto Sachs-wolfe
  - perturbazioni adiabatiche intrinseche



**Figura 3.3:** Radiazione CMB ottenuta con Planck con angolo di risoluzione di  $\Theta = 5 \text{ arcmin}$ .

- Perturbazioni di velocità
- Anisotropie secondarie
  - effetto Sachs-Wolfe integrato e l'effetto Rees-Sciama
  - effetto Sunyaev-Zeldovich
  - distribuzioni lungo la linea di vista di sorgenti che emettono in radio, microonde e in sub-millimetrico

Le anisotropie primarie nascono da processi avvenuti nell'era di ricombinazione, quindi nella superficie di ultimo scattering.

Le anisotropie secondarie provengono invece da processi di scattering avvenuti lungo la linea di vista.

Le anisotropie a grandi scale angolari (da  $l=2$  a  $l=30$ ) sono dovute a perturbazioni del potenziale gravitazionale. Trascurando i contributi della pressione, l'effetto della gravità è dovuto dal fatto che i fotoni escono dalle zone di minimo o massimo del potenziale. A questa scala angolare un ulteriore contributo alle anisotropie è dato dalle onde gravitazionali primordiali.



## 3.2 Orizzonte sonoro

L'orizzonte sonoro, rappresentato dal simbolo  $\lambda_s$ , è l'ampiezza massima alla quale le perturbazioni nel plasma primordiale, possono essersi espanse dal Big Bang all'epoca della ricombinazione.

$$\lambda_s \approx c_s t_{rec} = \frac{c(t_{rec})}{\sqrt{c}\sqrt{1+R}} \simeq t_{rec} 0.33c \approx \frac{5.3(10^{22})}{\sqrt{\Omega_m} h^2} cm \quad (3.1)$$

In questa formula  $c_s$  è la velocità del suono nel plasma, quindi è la velocità con cui si propagano le perturbazioni sonore, mentre  $t_{rec}$  è il tempo della ricombinazione (380000 anni dopo il Big Bang). Così

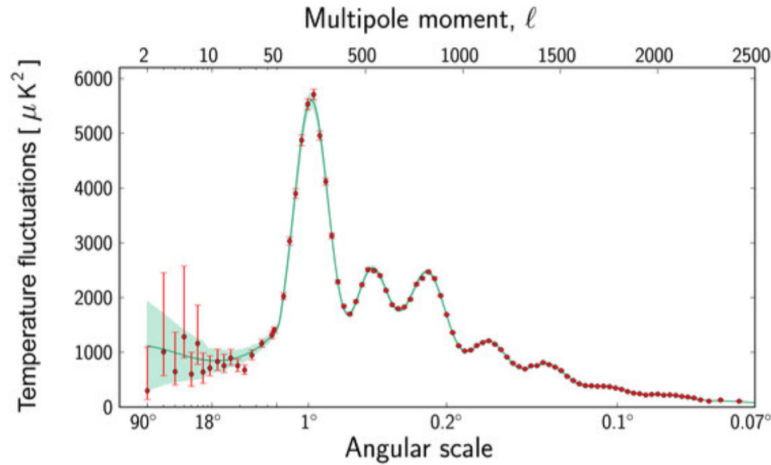
$$\lambda_s = \frac{3(18.6)}{\sqrt{\Omega_m} h^2} \quad (3.2)$$

da cui si ottiene un valore di  $\lambda_s$  che approssimativamente corrisponde a 125 Mpc comoving cioè 125 Kpc propri della superficie di ultimo scattering. Considerando  $\Omega_m=0.3$  e  $h=0.7$ .

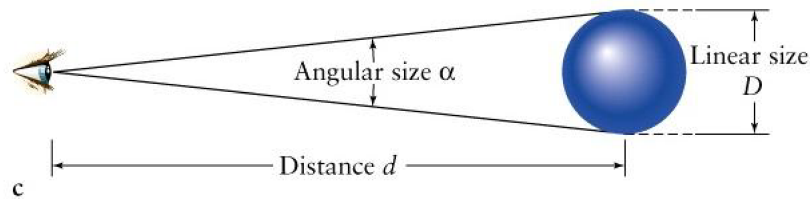
## 3.3 Primo picco acustico

Il plasma perturbato mostra contrazioni e dilatazioni di tipo pulsante (onde stazionarie). In gioco ci sono l'autogravità della perturbazione e, la pressione di radiazione, l'autogravità attira il plasma verso il centro dell'eccesso di gravità, portando ad una contrazione che ne aumenta la temperatura, invece la pressione di radiazione tende ad arrestare la contrazione e favorire l'espansione. Campionando la Superficie di ultimo Scattering su diverse scale angolari si ottiene uno spettro della variazione di temperatura sulle celle del cielo rispetto alla temperatura media della radiazione  $\frac{\Delta T}{T}$  su scala angolare e si nota un picco evidente a circa 1 grado. Questo ci dice che ad 1 grado si ha il massimo del contrasto di densità che si verifica per perturbazioni che hanno la dimensione propria dell'orizzonte sonoro.

Utilizzando la formula 1.24  $d_D = \frac{l}{\partial\Theta}$  con i valori ottenuti per l'orizzonte sonoro: dimensione angolare  $\partial\Theta \simeq \frac{1}{57} radiante$  e dimensione lineare  $\lambda_s = 125$  Kpc si ricava la distanza di diametro angolare con cui è possibile ricavare la costante di Hubble.



**Figura 3.4:** Spettro delle fluttuazioni di temperatura rispetto alla temperatura media della radiazione su scala angolare. Il primo picco acustico, corrispondente alla scala angolare dell'orizzonte sonoro, è ben visibile.



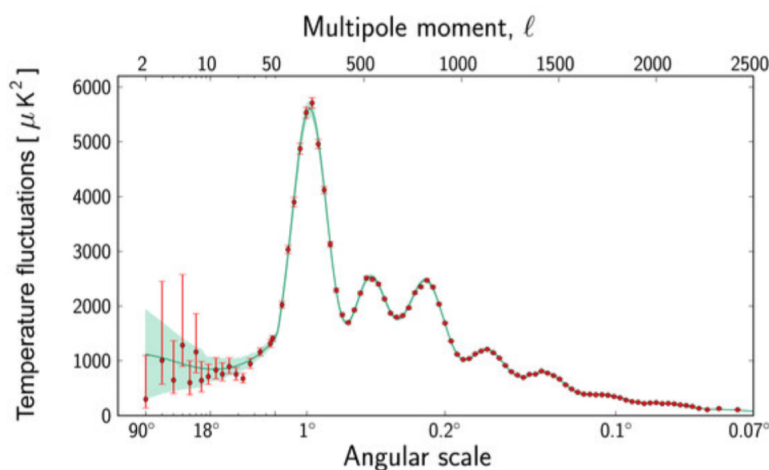
**Figura 3.5:** dimensione angolare, distanza e dimensione lineare.

### 3.4 Valori di $H_0$ ottenuti dallo studio delle anisotropie della radiazione cosmica di fondo

Considerando un modello di universo in espansione accelerata chiamato Lambda Cold Dark Matter ( $\Lambda$ CDM), in cui le componenti oscure (materia ed energia) costituiscono il 95% dell'universo, andando ad osservare la radiazione cosmica di fondo con il satellite Planck, si ottengono risultati importanti per i parametri cosmologici. In particolare si calcola  $H_0$  utilizzando 1.26 ponendo  $z = z_{Rec}$ , avendo misurato  $d_D(1080) \simeq 13$  Mpc, si ottiene  $H_0 = 67.4 \pm 0.5 \frac{km}{sMpc}$ . Questo valore è discordante per  $4.2\sigma$  dal valore trovato utilizzando la scala delle distanze con il progetto "Supernovae H0 for the Equation of State".

# Capitolo 4

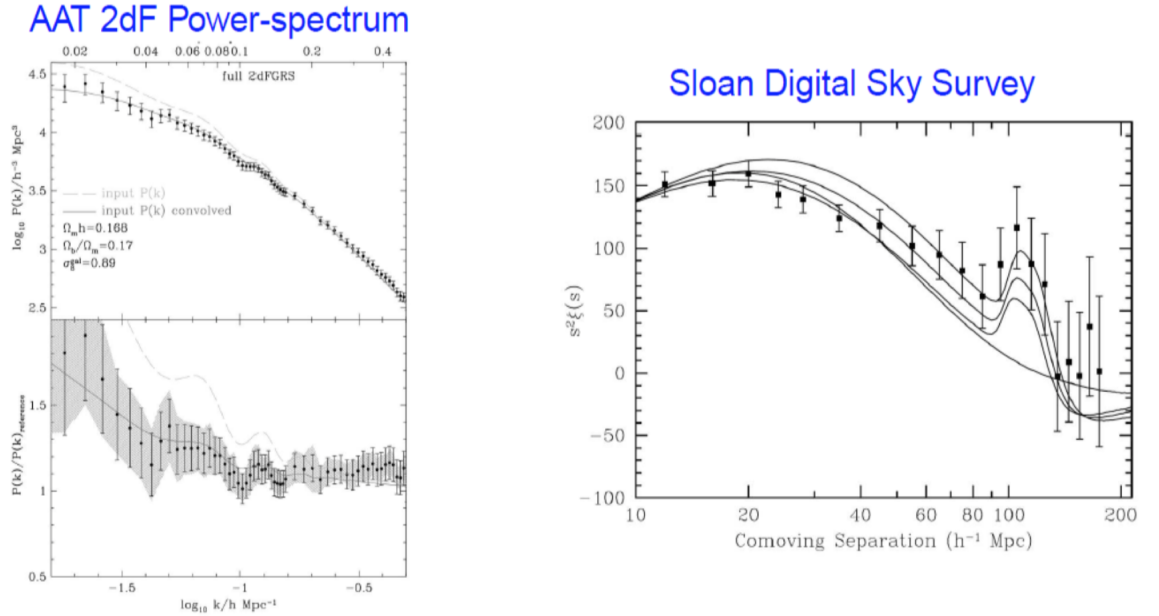
## Uno sguardo al futuro: la tecnica delle Baryon Acoustic Oscillations (BAO)



**Figura 4.1:** Spettro delle fluttuazioni di temperatura rispetto alla temperatura media della radiazione su scala angolare

Il primo picco acustico a 1 grado è ben visibile, oltre ad esso ne sono presenti altri che si manifestano a scale angolari più piccole e per questo motivo risultano più difficilmente osservabili.

Le onde acustiche alla superficie di ultimo scattering hanno lasciato traccia nello spettro di potenza di strutture osservabili al tempo presente, queste strutture sono chiamate oscillazioni acustiche barioniche (BAO). Nello spet-



**Figura 4.2:** Spettro di potenza di galassie della 2 Degree Field e Sloan Digital Sky Survey.

tro di potenza della 2df si notano due massimi locali per  $k \simeq 0.06$  e per  $k \simeq 0.12$ , rispettivamente corrispondenti (come visibile nello spettro SDSS) ad una distanza di separazione comoving di 100 Mpc/h e 140 Mpc/h. Per interpretare questi risultati è necessario tener conto del fatto che subito dopo la ricombinazione, il fluido barionico tende a cadere negli aloni di materia oscura e a seguire la loro distribuzione spaziale, ma poiché la densità dei barioni non è molto più piccola di quella della materia oscura, il gas che emerge dalla ricombinazione mantiene i tratti spaziali che aveva prima del disaccoppiamento dalla radiazione. Quindi, il tratto acustico, una volta misurato con precisione nei fotoni della CMB a  $z=1080$ , nei tempi successivi, resta 'congelato' nella distribuzione di materia. Il fenomeno delle BAO lascia una traccia con una precisa dimensione propria nella distribuzione delle galassie. Da qui, confrontando i valori predetti con i dati ottenuti dalle osservazioni del power-spectrum di campioni di galassie selezionati a differenti redshifts con statistiche sufficientemente buone da consentire l'identificazione delle strutture, si otterrà una misura precisa della distanza angolare in funzione del redshift, quindi un ulteriore vincolo, senza precedenti, sui parametri cosmologici. Così, si otterrebbe, un nuovo metodo di misura per  $H_0$ .

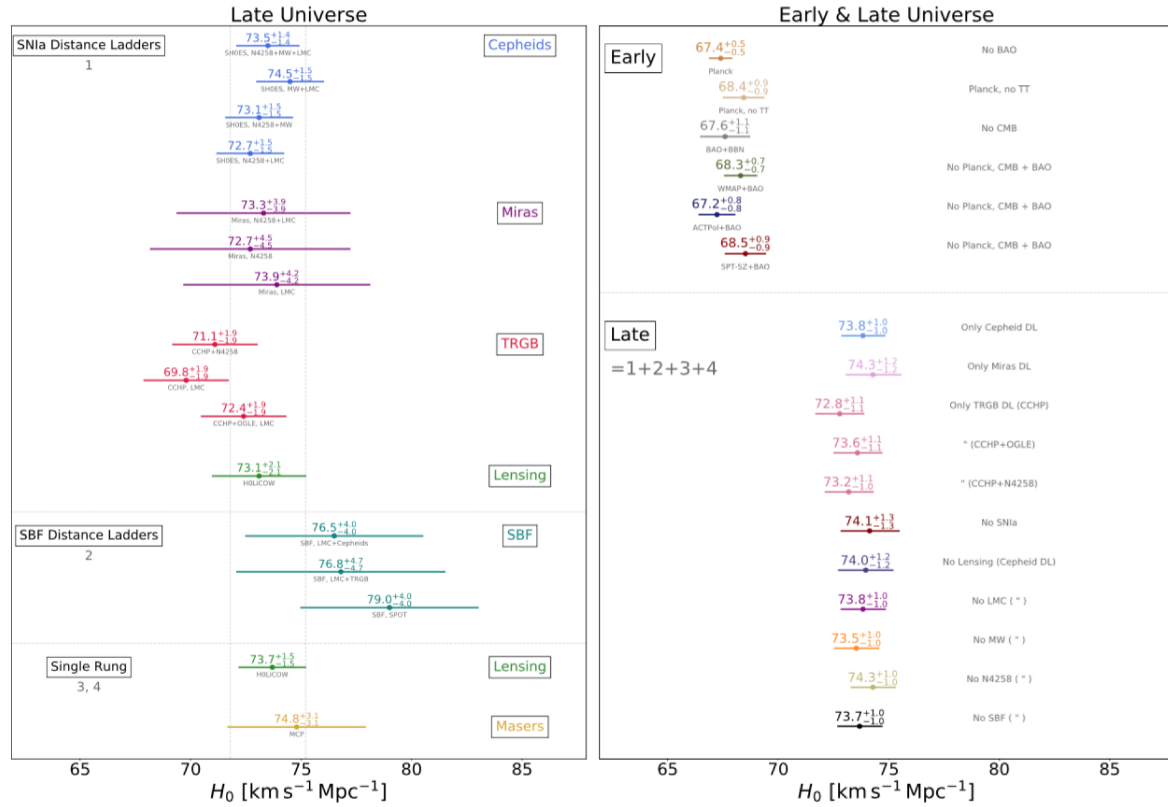
# Capitolo 5

## Risultati recenti sulla Costante di Hubble

### 5.1 Risultati recenti sulla costante di Hubble nell'universo locale e primordiale

In figura 5.1 sono presenti i valori di  $H_0$  ricavati da diverse tecniche di misurazione. Basandosi sulla scala delle distanze, si osservano valori ottenuti con quattro principali metodi: SH0ES, Miras, TRGB, Lensing.

- SH0ES "Supernovae H0 for the Equation of State" è un progetto con il quale si è cercato di aumentare il numero di calibrazioni geometriche delle Cefeidi e di misurare i loro flussi con lo stesso strumento (diminuendo così gli errori di calibrazione), in modo tale da avere un campione migliore per il calcolo delle distanze delle Supernovae Ia. Il miglior valore ricavato dal progetto SH0ES è  $H_0 = 73.5 \pm 1.4 \frac{km}{sMpc}$ .
- "Miras" è un metodo che sfrutta le stelle Miras, queste sono giganti rosse variabili, recentemente utilizzate per calibrare le SNe Ia. Il miglior valore ottenuto con il metodo delle Miras, basato su nuove osservazioni HST e su distanze geometriche precedentemente discusse, è  $H_0 = 73.3 \pm 3.9 \frac{km}{sMpc}$ .  
Altri due metodi utilizzati per il calcolo di  $H_0$  nell'universo locale sono 'Surface Brightness Fluctuations' (SBF) che produce  $H_0 = 76.5 \pm 4.0 \frac{km}{sMpc}$  e "water masers", cioè fonti di emissione stimolata da microonde, con il quale si ottiene  $H_0 = 74.8 \pm 3.1 \frac{km}{sMpc}$ . Il metodo SBF è un



**Figura 5.1:** Grafico riassuntivo contenente i valori di  $H_0$  calcolati con i differenti metodi; sulla sinistra è possibile osservare valori ottenuti da tecniche basate sull'universo locale; sulla destra, invece, i valori calcolati sono ottenuti da tecniche basate sull'universo primordiale (in alto) e sull'universo locale (in basso).

indicatore di distanza secondario, sfrutta la variazione della brillantezza superficiale di una galassia derivante dalle fluttuazioni del numero e della luminosità delle popolazioni stellari per elemento di risoluzione; la tecnica SBF sfrutta il fatto che le galassie sono costituite da un numero finito di stelle. In qualsiasi piccola parte di una galassia, il numero di stelle varia da un punto all'altro, creando una fluttuazione simile al rumore nella sua brillantezza superficiale. Il metodo SBF utilizza la brillantezza media. La brillantezza di una galassia due volte più lontana appare doppiamente uniforme. Se si utilizza questo metodo, si deve tener conto di correzioni dovute all'età e alla metallizzazione dalla galassia stessa. I maser, invece, sono sorgenti naturali di emissione stimolata; i maser d'acqua extragalattici permettono, attraverso l'utilizzo di metodi

geometrici, di determinare la distanza delle galassie.

- Recentemente, si è sviluppata una scala delle distanze in cui il posto delle Cefeidi è stato preso dal Tip of the Red Giant Branch (TRGB), cioè dalla luminosità massima raggiunta dalle giganti rosse, dopo aver terminato la fusione della shell di H e prima di iniziare la fusione di He del nucleo. Il TRGB è una caratteristica che appartiene a migliaia di stelle, perciò, viene utilizzata la Large Magellanic Cloud per aumentare la precisione della sua calibrazione. I risultati ottenuti con questa tecnica sono due:  $H_0 = 69.8 \pm 1.9 \frac{km}{sMpc}$ ,  $H_0 = 72.4 \pm 1.9 \frac{km}{sMpc}$ , la differenza, tra i due risultati, è dovuta alle diverse stime dell'estinzione del TRGB causata dalle polveri della grande nube di Magellano e dalle diverse stime della calibrazione di HST e della fotometria da terra.
- Il lensing gravitazionale è stato utilizzato dal team H0LiCOW (Obiettivi H0 nella Wellspring di COSMOGRAIL). Sono stati misurati i ritardi temporali tra più immagini di quasar di background; tali ritardi hanno origine dal fatto che la luce segue dei percorsi diversi a causa del lensing gravitazionale forte, generato dalla presenza di una galassia in primo piano. Del sistema sopra descritto, ne sono stati studiati sei, ottenendo  $H_0 = 73.3 \pm 1.8 \frac{km}{sMpc}$ ; un settimo sistema è stato studiato dal team STRIDES, producendo  $H_0 = 74.2 \pm 3.0 \frac{km}{sMpc}$ .

Nella parte destra della figura 5.1, sono riportate undici medie riassuntive del valore di  $H_0$ , calcolate con le tecniche dell'universo locale.

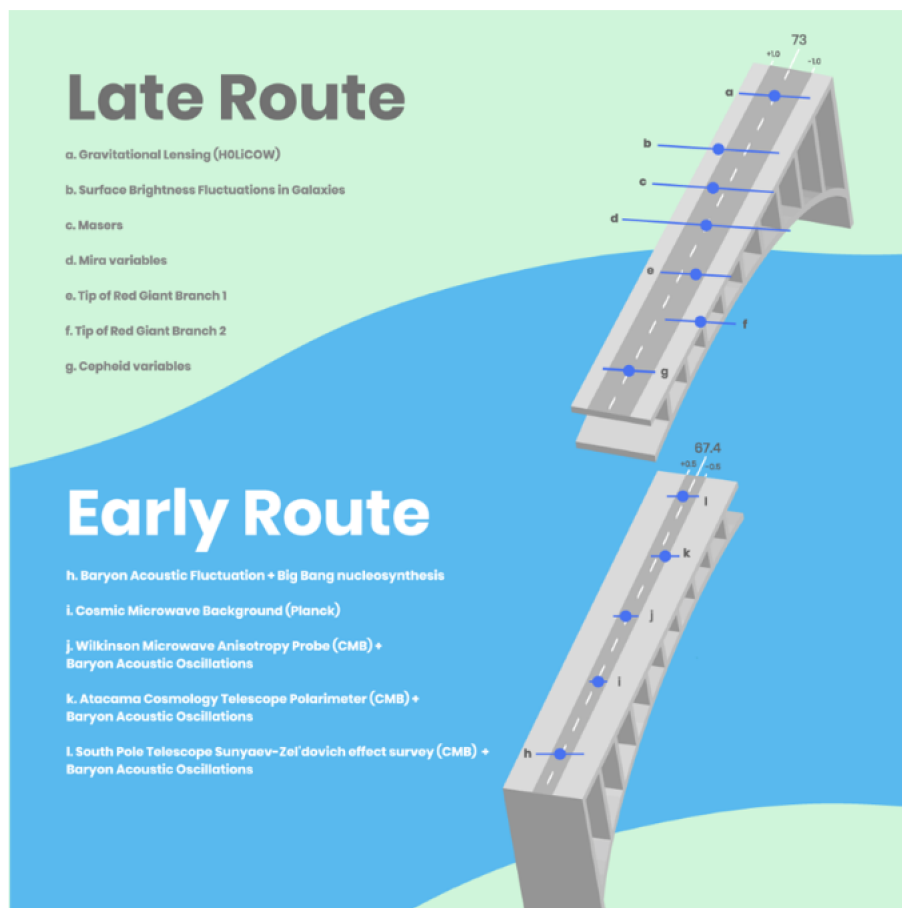
In alto a destra sono riportati i valori calcolati con tecniche basate sull'universo primordiale, i valori sono calcolati da BAO, BBN (big bang nucleosynthesis), CMB (Planck), Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP), Atacama Cosmology Telescope Polarization camera (ACTPol), South Pole Telescope SZ camera (SPT-SZ).

## 5.2 Confronto tra valori della costante di Hubble ottenuti nell'universo locale e nell'universo primordiale

Si nota che i valori di  $H_0$  ottenuti dall'universo locale e dall'universo primordiale, non sono compatibili tra loro, in particolare c'è una differenza con

significatività che varia dai  $3\sigma$  ai  $6.3\sigma$ . La discrepanza tra i valori ottenuti dall'universo attuale e dall'universo primordiale si è fatta quanto più significativa tanto più è aumentata la precisione delle tecniche di misurazione. In figura 5.3 è presente una tabella rappresentativa della tensione tra i valori di  $H_0$  ricavati utilizzando le tecniche descritte.

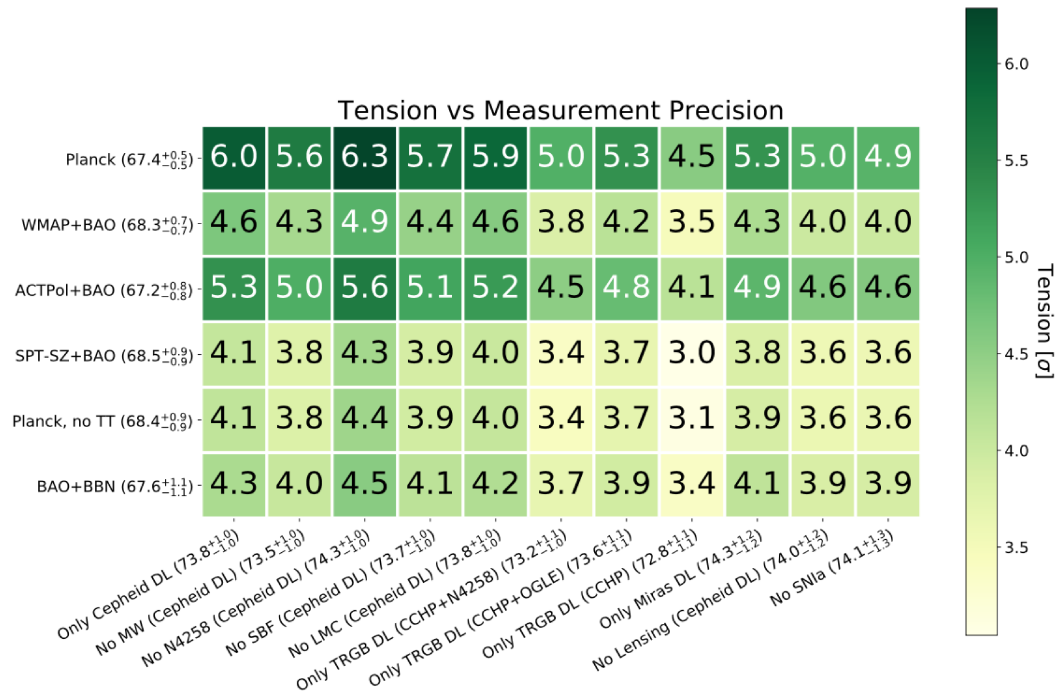
Le undici medie ottenute dai valori di  $H_0$  nell'universo locale si discostano da  $4.5\sigma$  a  $6.3\sigma$  rispetto alla stima ottenuta con Planck; questo porta a dire che i valori di  $H_0$  calcolati nell'universo locale sono molto superiori rispetto ai valori ottenuti da misurazioni nell'universo primordiale.



**Figura 5.2:** Grafico esplicativo dell'incompatibilità dei valori di  $H_0$  calcolati nell'early e nel late universe.



5.2. CONFRONTO TRA VALORI DELLA COSTANTE DI HUBBLE  
OTTENUTI NELL'UNIVERSO LOCALE E NELL'UNIVERSO



**Figura 5.3:** Tabella rappresentativa della discrepanza (Tension) tra i risultati ottenuti con le varie tecniche. Valori di discrepanza maggiori sono rappresentati da colori più scuri.



# Capitolo 6

## Possibili soluzioni dell'inconsistenza

Per spiegare la significativa discrepanza tra i risultati delle varie tecniche di misurazione di  $H_0$  sono state considerate diverse ipotesi, nel seguito menzionate. Questa discussione è riportata in Riess (2020)

- La presenza del nostro sistema di riferimento entro una cavità nello spazio a bassa densità. Questo potrebbe portare ad un tasso di espansione locale superiore al valore medio di  $H_0$  su grande scala al tempo attuale. Questa ipotesi risulta tuttavia sfavorita dalla considerazione che una sottodensità così forte su una scala così grande (superiore a 1000 Mpc) sia estremamente improbabile, date le caratteristiche statistiche della Struttura Cosmica su Grande Scala (LSS) dell'universo attuale. I calcoli mostrano che questo produrrebbe una inconsistenza con i dati della LSS superiore a  $10\sigma$  e sarebbe anche fortemente escluso empiricamente dalla mancanza di evidenze da osservazioni di SNe Ia a distanze maggiori.
- Un'energia oscura con un'equazione di stato inferiore a quella corrispondente alla Costante Cosmologica ( $\Lambda$  costante nel tempo,  $w=-1$ <sup>1</sup>), ciò potrebbe produrre un'accelerazione più forte e spiegare la discrepanza; ma questa possibilità è sfavorita da altre misure a redshift intermedio ( $z \simeq 1$ ).

---

<sup>1</sup>w è il parametro dell'equazione di stato generalizzata. É un parametro che lega pressione e densità secondo la formula:  $P = c^2 w \rho$ . Nel caso in cui  $w=-1$  il fluido è dominato dalla Costante Cosmologica.

- Presenza di una nuova componente nel fluido cosmico in prossimità della ricombinazione, ad esempio una componente neutrinica o un nuovo campo scalare (chiamato Early Dark Energy o EDE); questo avrebbe potuto aumentare il tasso di espansione dell'universo primordiale, diminuito il tempo cosmico corrispondente alla ricombinazione, e conseguentemente diminuito la scala dell'orizzonte sonoro delle fluttuazioni primordiali. La conseguenza di questo (si vedano ad esempio Figura 3.5 ed eq. 1.24) sarebbe che la distanza di diametro angolare della superficie di ultimo scattering è incorrettamente aumentata, e pertanto il valore di  $H_0$  risulterebbe diminuito rispetto al valore corretto, che sarebbe così quello calcolato nell'universo locale <sup>2</sup>. In ogni caso, la presenza di una nuova particella neutrinica sarebbe più difficile da spiegare e potrebbe essere in conflitto con la struttura della CMB, mentre la presenza di un campo scalare sarebbe più facilmente conciliabile.

Come già detto, la terza possibilità menzionata, ovvero quella dell'EDE, sembrerebbe attualmente la favorita.

Una critica all'EDE, tuttavia, è che il suo effetto deve essere regolato con precisione, e risulta piuttosto *ad-hoc*. Peraltro lo stesso si può dire anche degli altri due episodi di espansione anomala, corrispondenti all'inflazione primordiale e all'espansione accelerata attuale. Questo solleva la domanda se episodi apparenti di tale espansione anomala sono comuni o addirittura correlati. Inoltre, se il vero tasso di espansione corrisponde al valore locale più alto di  $H_0$ , l'Universo potrebbe effettivamente essere fino a un miliardo di anni più giovane del previsto.

Come si vede, la discrepanza tra diverse misure di  $H_0$  potrebbe avere conseguenze molto rilevanti sulla nostra comprensione dell'Universo e della sua storia.

---

<sup>2</sup>Per ancor maggiore chiarezza, se viene stimato un oggetto lontano possedere una dimensione propria maggiore di quella reale, a parità di dimensione angolare osservata, verrà stimato essere più lontano di quanto realmente non in realtà sia.

# Bibliografia

- [1] [1] RIESS, Adam G. The expansion of the universe is faster than expected. *Nature Reviews Physics*, 2020
- [2] RIESS, Adam G., et al. New parallaxes of galactic cepheids from spatially scanning the hubble space telescope: Implications for the hubble constant. *The Astrophysical Journal*, 2018
- [3] FIXSEN, D. J., et al. The cosmic microwave background spectrum from the full coBE\* firas data set. *The Astrophysical Journal*, 1996
- [4] AGHANIM, N., et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. arXiv preprint arXiv:1807.06209, 2018
- [5] SHANKS, Tom; HOGARTH, L. M.; METCALFE, Nigel. Gaia Cepheid parallaxes and ‘Local Hole’relieve H 0 tension. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, 2019
- [6] RIESS, Adam G., et al. Milky Way Cepheid standards for measuring cosmic distances and application to Gaia DR2: implications for the Hubble constant. *The Astrophysical Journal*, 2018
- [7] BERNAL, Jose Luis; VERDE, Licia; RIESS, Adam G. The trouble with H0. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2016, 2016.
- [8] BIRRER, S., et al. H0LiCOW–IX. Cosmographic analysis of the doubly imaged quasar SDSS 1206+ 4332 and a new measurement of the Hubble constant. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2019
- [9] YUAN, Wenlong, et al. Consistent Calibration of the Tip of the Red Giant Branch in the Large Magellanic Cloud on the Hubble Space Telescope Photometric System and a Redetermination of the Hubble Constant. *The Astrophysical Journal*, 2019

- 
- [10] JENSEN, Joseph B.; TONRY, John L.; LUPPINO, Gerard A. Measuring distances using infrared surface brightness fluctuations. *The Astrophysical Journal*, 1998
- [11] MACRI, L. M., et al. A new Cepheid distance to the maser-host galaxy NGC 4258 and its implications for the Hubble Constant. *The Astrophysical Journal*, 2006,
- [12] SCHNEIDER, P. 2006, *Extragalactic Astronomy and Cosmology*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg
- [13] FRANCESCHINI, A. 2013, *Corso di Cosmologia*
- [14] FRANCESCHINI, A. ,*Theoretical Astrophysics and Cosmology*
- [15] CORSINI, E.M. 2016, *Scala delle distanze*
- [16] ROWMAN ROBINSON, *The cosmological distance ladder*, 1985
- [17] HUBBLE, Edwin P. Cepheids in spiral nebulae. *Popular Astronomy*, 1925,
- [18] TULLY, R. Brent; FISHER, J. Richard. A new method of determining distances to galaxies. *Astronomy and Astrophysics*, 1977
- [19] HUBBLE, Edwin. A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *Proceedings of the national academy of sciences*, 1929
- [20] <https://www.stsci.edu/ariess/Research.htm>
- [21] <http://www.labela.altervista.org/AstronomicalNotes/MilkyWayDistances.html>
- [22] <https://www.3towers.com/Essays/RRLyrae/RRLyrae1.html>
- [23] *Extragalactic Astronomy and Cosmology*”, Peter Schneider
- [24] <https://ned.ipac.caltech.edu/level5/Scott/Scott1.html>
- [25] [http://www.esa.int/Science\\_Exploration/Space\\_Science/Planck/Planck\\_and\\_the\\_cosmic\\_microwave\\_background](http://www.esa.int/Science_Exploration/Space_Science/Planck/Planck_and_the_cosmic_microwave_background)