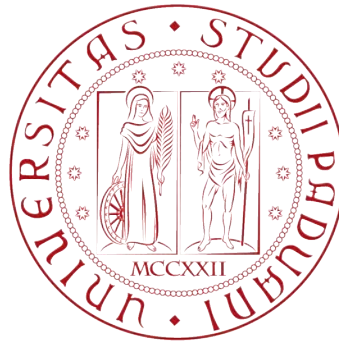

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Ingegneria Industriale DII
Corso di Laurea Magistrale in
Ingegneria dell'Energia Elettrica



**STIMA DELLA POSIZIONE ROTORICA
DI MOTORI SINCRONI ANISOTROPI
TRAMITE INIEZIONE
DI TENSIONI ROTANTI HF.**

**STUDIO DELLA CONVERGENZA
E DELL'ERRORE DI STIMA**

Relatore: Prof. **Silverio Bolognani**

Correlatore: Dott. **Matteo Berto**

Laureando: **Giacomo Silvan** - 1179284

Anno Accademico 2018-2019

alla mia famiglia

Non importa quanto facciamo,...
ma quanto amore mettiamo in ciò che facciamo.

Madre Teresa di Calcutta

Indice

Introduzione	7
1 Azionamento sensorless per velocità bassa o nulla tramite iniezione di tensioni rotanti in alta frequenza	9
2 Motore sincrono anisotropo	11
2.1 Modello ideale di un motore IPM	11
2.2 Modello ideale con induttanza di saturazione incrociata	14
2.3 Parametri del modello ideale del motore e dell'azionamento	17
3 Azionamento sensorless con flusso rotante in $\alpha\beta$	19
3.1 Principio di funzionamento	19
3.2 Metodo del flusso rotante in assenza di saturazione incrociata	22
3.3 Metodo del flusso rotante in presenza di saturazione incrociata	27
3.4 Correzioni dell'errore sulla stima della posizione introdotto da L_{dq}	33
3.4.1 Correzione dell'errore a monte della demodulazione	33
3.4.2 Correzione dell'errore sulle tensioni hf iniettate	35
3.4.3 Correzione dell'errore dato da L_{dq} sui segnali demodulanti	39
4 Convergenza del controllo su un modello di motore reale	41
4.1 Modello reale di un motore PMAREL a 4 poli	41
4.2 Modello Simulink del motore	46
4.3 Il problema della convergenza	48

4.4	Ricostruzione del segnale I_{hq} a partire dalle induttanze differenziali	52
4.5	Compensazione del segnale I_{hq}	55
5	Studio delle soluzioni finalizzate alla convergenza del controllo	59
5.1	Compensazioni tramite LUT	59
5.2	Approssimazione di induttanze e inertanze differenziali tramite serie di Fourier	63
5.3	Misura indiretta delle inertanze differenziali	70
6	Azionamento sensorless con flusso pulsante in $d^x q^x$	79
6.1	Schemi e funzionamento	79
6.2	Correzioni dell'errore di stima sulla posizione rotorica	83
6.2.1	Correzione tramite doppia rotazione del sistema di riferimento $d^x q^x$	84
6.2.2	Compensazione del termine contenente l_{dq} in i_{hq}^x	86
6.3	Misura indiretta delle inertanze/induttanze differenziali	87
7	Prove sperimentali	93
	Conclusioni	103
	Ringraziamenti	105
	Bibliografia	106

Introduzione

Negli ultimi decenni si è fatta sempre più stringente la richiesta di motori ad alte prestazioni energetiche, meccaniche e di controllo. La domanda viene spesso soddisfatta attraverso l'utilizzo di motori sincroni a magneti permanenti, in quanto utilizzabili con un'ampia versatilità.

In particolare, sono presenti nel mercato e vengono particolarmente studiati per ottenere sempre più alte prestazioni i motori sincroni a magneti permanenti esterni (*SPM*) o interni (*IPM*), i motori sincroni a riluttanza (*REL*) e i motori sincroni a riluttanza assistiti da magneti permanenti (*PMAREL*), che rappresentano una via di mezzo tra i due casi precedenti [1].

Il riconoscimento della posizione rotorica, necessario per il controllo di tali macchine, veniva inizialmente svolto attraverso l'utilizzo di un encoder. Tali apparecchi, oltre a risultare molto costosi, rappresentano un ostacolo per alcune applicazioni a causa del loro ingombro. Essi infatti vengono ancorati all'albero del motore per riconoscere la posizione in modo incrementale o assoluto. Riducono inoltre l'affidabilità del motore perché, in caso di rottura, il riconoscimento della posizione, e dunque il controllo stesso, non sarebbero più attuabili.

È dunque cresciuta la richiesta di nuove tecniche di misura o stima della posizione rotorica che funzionino in assenza di sensori. I controlli che utilizzano questi metodi vengono dunque definiti *controlli sensorless*.

In questa tesi viene proposto uno studio approfondito di una di queste tecniche tramite l'uso di un motore a riluttanza assistito da magneti permanenti (PMAREL), ovvero la stima della posizione rotorica attraverso l'iniezione di tensioni rotanti *hf* (*high frequency*) in $\alpha\beta$. Questa tecnica risulta efficace per velocità del rotore bassa o nulla e risulta applicabile soltanto in presenza di anisotropia dello stesso.

In particolare si prenderanno in considerazione due aspetti critici di tale controllo, ovvero l'errore di stima sulla posizione rotorica, causato dalla saturazione magnetica del ferro, e il problema della convergenza nel controllo stesso, causato sempre dalla saturazione del ferro e dalla conseguente non idealità delle induttanze del motore.

Dopo una base teorica riguardante l'azionamento a flussi rotanti e il problema della convergenza, si procede con l'analisi in dettaglio delle diverse tecniche e tipologie di compensazione degli errori causati dalla saturazione magnetica del ferro. Inoltre vengono presentate delle modalità nuove di misurazione e di stima dei parametri del motore necessari al controllo. Si cerca infine anche di approssimare l'andamento delle inertanze/induttanze differenziali del motore tramite una loro misura nel minor numero di punti possibile, così da semplificare una eventuale attività di caratterizzazione della macchina.

Infine, si dimostra che i risultati ottenuti sono applicabili anche nel caso di un azionamento a flussi pulsanti in $d^x q^x$.

Lo sviluppo teorico del problema è stato sostenuto da simulazioni svolte tramite *MatLab* & *Simulink* e da alcune misure sperimentali finali operate su un motore reale.

Capitolo 1

Azionamento sensorless per velocità bassa o nulla tramite iniezione di tensioni rotanti in alta frequenza

Il controllo di velocità dei motori sincroni, a magneti permanenti o a riluttanza, può essere effettuato, come anticipato nell'introduzione, con differenti tecniche. Per motori dotati di magneti permanenti, ad alte velocità, ovvero per valori superiori alla velocità nominale del motore o inferiori a essa, fino a $\frac{1}{10}n_{nominale}$, viene utilizzata la tecnica mediante cui, attraverso la misura di corrente e tensione statorica, si ricava la forza elettromotrice (*f.e.m.*) generata dai magneti permanenti. Essa contiene al suo interno un'informazione della posizione dei magneti, ovvero la posizione dell'asse diretto nell'istante di misurazione. Questa tecnica è utilizzabile sia per motori a magneti superficiali esterni (SPM), sia per motori IPM o PMAREL [3] [1].

A basse velocità, purtroppo, è riconoscibile la posizione rotorica mediante tecniche apposite soltanto per motori a magneti interni (IPM) o per motori a riluttanza (REL), oltre quindi ai PMAREL. Per motori a magneti superficiali la posizione rotorica a velocità bassa o nulla è possibile soltanto introducendo piccole anisotropie rotoriche. La forza elettromotrice generata sugli avvolgimenti di statore dipende anche dalla velocità del rotore, per cui se essa è molto bassa, risulterà molto bassa anche la *f.e.m.* generata dai magneti, tanto da essere molto vicina o addirittura confondibile con gli errori di misura.

Dunque, per velocità molto bassa o nulla, ovvero per rotore fermo fino a velocità pari a circa il 25% di quella nominale, e per motori con anisotropia rotorica si utilizza una tecnica alternativa. Vengono iniettate allo statore delle

tensioni di modulo inferiore alla tensione nominale di alimentazione del motore e di frequenza nettamente superiore a quest'ultima. Vengono quindi misurate le correnti allo statore, che risentiranno delle tensioni a diversa frequenza che sono state iniettate. Attraverso un corretto filtraggio e una adeguata demodulazione delle correnti misurate, è possibile stimare la posizione rotorica istante per istante. [1]

Le tensioni iniettate possono essere di diversa forma, ma in questa trattazione saranno sempre sinusoidali.

I metodi tramite cui demodulare le correnti in uscita dal motore sono molteplici e differiscono in base alla tipologia del vettore spaziale del flusso, che può essere rotante o pulsante, e in base al sistema di riferimento che viene preso in considerazione, ovvero il sistema di assi $d^x q^x$ o $\alpha\beta$.

È presente inoltre un ulteriore metodo di stima della posizione che si basa sul riconoscimento dell'asse maggiore dell'ellisse generato dalle correnti statoriche.

Tutte le tecniche portano con loro alcuni vantaggi e svantaggi. Nei capitoli successivi si prenderà in considerazione soltanto la tecnica a flusso rotante nel sistema di riferimento $\alpha\beta$.

Il modello del motore preso in considerazione nella trattazione sarà inizialmente ideale, mentre poi si passerà a un modello il più possibile realistico.

A prescindere da quale tecnica si utilizza, i problemi legati all'errore di stima della posizione rotorica e quelli relativi alla convergenza del controllo si manifestano in modo del tutto simile, se non identico. La trattazione riguardante questi due problemi sarà fatta prendendo in considerazione l'iniezione di tensioni rotanti *high frequency (hf)*, ma può essere riportata, con risultati corrispondenti, ad azionamenti a flusso pulsante.

Capitolo 2

Motore sincrono anisotropo

2.1 Modello ideale di un motore IPM

Un motore trifase ideale è una macchina che, oltre a essere dotata di linearità magnetica (ovvero assenza di saturazione magnetica nel ferro), presenta anche una distribuzione sinusoidale degli avvolgimenti statorici e una anisotropia magnetica evidente [1].

Un esempio di questa macchina è rappresentato nella figura seguente:

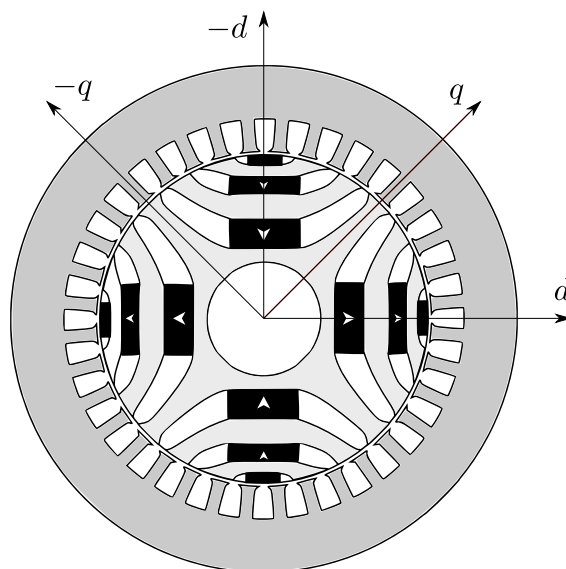


Figura 2.1: Motore IPM a 4 poli.

Il motore in *Figura (2.1)* rappresenta un motore a riluttanza assistito da magneti permanenti, PMAREL (*Permanent Magnet Assisted Reluctance motor*), ovvero un motore a riluttanza a cui sono stati aggiunti dei magneti permanenti in ferrite nelle tasche d'aria per rinforzare il flusso (a differenza dei motori IPM dove vengono utilizzati magneti permanenti più potenti, ovvero che sviluppano un flusso magnetico più grande a parità di condizioni e grandezza, come quelli al *Neodimio*).

Idealmente, questo motore si presenta come un normalissimo motore IPM (*Interior Permanent Magnet motor*), in cui però, oltre a dei magneti permanenti, sono presenti anche delle tasche d'aria vuote che hanno diversa permeabilità magnetica μ rispetto alla struttura ferromagnetica ($\mu_{ferro} \gg \mu_{vuoto}$). Esse dunque esercitano una funzione simile a quella dei magneti, generando una variazione di flusso al traferro.

Per l'analisi semplificata è indifferente utilizzare un motore IPM con o senza tasche d'aria, visto che il magnete ha una permeabilità magnetica relativa pari a quella dell'aria. Risulteranno dunque induttanze di asse diretto differenti da quelle di asse in quadratura.

Come da *Figura (2.1)* si indica come *asse diretto*, o *asse polare*, l'asse del magnete permanente. Mentre si indica come *asse in quadratura*, o *asse interpolare*, l'asse che taglia il ferro rotorico compreso tra due magneti consecutivi.

Più rigorosamente viene indicato come asse diretto positivo quello dei magneti il cui flusso magnetico ha polo nord (ovvero polo da cui esce il flusso) rivolto verso il traferro. L'asse diretto negativo, invece, rappresenterà la situazione opposta. Come si nota dalla figura sono sempre presenti un asse diretto positivo e un asse diretto negativo consecutivi.

Tra gli assi diretti sono presenti quelli in quadratura. L'asse q positivo anticipa sempre l'asse d in senso antiorario di 90 gradi elettrici, come ugualmente accade per gli assi $-q$ e $-d$.

Gli assi d e q rappresentano due diverse situazioni di riluttanza magnetica. La riluttanza di asse d risulta infatti maggiore rispetto alla riluttanza di asse q perché vi è una netta differenza di permeabilità magnetica dovuta alla presenza di aria nelle tasche rotoriche.

$$\mathfrak{R}_d > \mathfrak{R}_q \quad (2.1)$$

$$\boxed{L_d < L_q} \quad (2.2)$$

Le induttanze, infatti, dipendono dall'inverso della riluttanza magnetica.

L_d e L_q sono rispettivamente l'*induttanza sincrona di asse diretto* e l'*induttanza sincrona di asse in quadratura*. Esse tengono conto sia delle autoinduttanze sia delle mutue induttanze tra le diverse fasi di statore.

In un motore ideale, il bilancio delle tensioni nel sistema di riferimento dq è il seguente [3]:

$$\begin{aligned} u_d &= R i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega_{me} L_q i_q \\ u_q &= R i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega_{me} L_d i_d + \omega_{me} \Lambda_{PM} \end{aligned} \quad (2.3)$$

dove Λ_{PM} è il valore massimo di flusso concatenato dal magnete. A seguire vengono riportate le equazioni dei flussi concatenati e l'espressione della coppia generata dal motore in un sistema di riferimento rotante sincrono con il rotore:

$$\begin{aligned} \lambda_d &= L_d i_d + \Lambda_{PM} \\ \lambda_q &= L_q i_q \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$m = \frac{3}{2} p [\Lambda_{PM} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] \quad (2.5)$$

dove p è il numero di coppie polari.

La coppia generata (2.5) è suddivisibile in due termini:

- $\frac{3}{2} p \Lambda_{PM} i_q$: la coppia elettrodinamica, che rappresenta la coppia ottenibile da un motore isotropo a magneti superficiali (SPM);
- $\frac{3}{2} p (L_d - L_q) i_d i_q$: la coppia di riluttanza, che dipende dalle induttanze L_d e L_q (diverse tra loro) e dai segni delle correnti i_d e i_q , che è tipica dei motori a riluttanza (REL).

La coppia generata dal motore viene bilanciata da vari termini di coppia frenante. Nello studio semplificato vengono presi in considerazione soltanto tre termini.

$$m = m_L + B \omega_m + J \frac{d\omega_m}{dt} \quad (2.6)$$

dove:

- m_L è la *coppia di disturbo*;
- $B\omega_m$ è la *coppia viscosa*, dove B è il coefficiente di attrito viscoso e ω_m la velocità angolare meccanica del motore;
- $J \frac{d\omega_m}{dt}$ è la *coppia d'inerzia*, con J il *momento di inerzia equivalente* del sistema riportato all'albero del motore.

In seguito viene riportato lo schema a blocchi del motore ideale, che tiene conto delle (2.3), (2.5), (2.4) e (2.6).

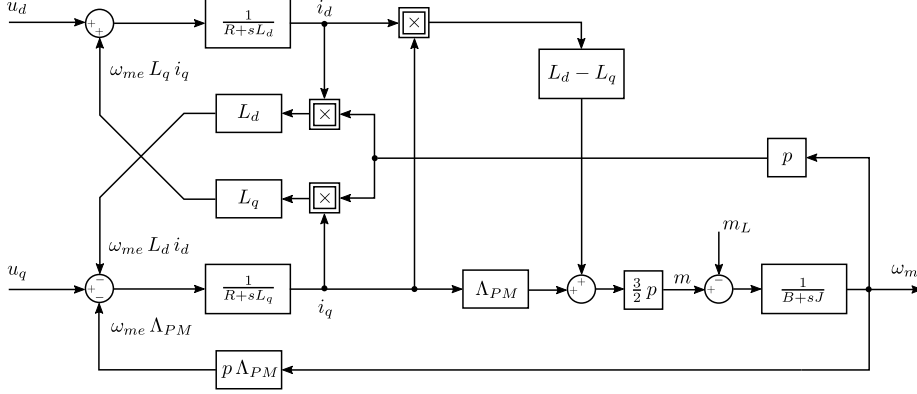


Figura 2.2: Schema a blocchi del motore PMAREL lineare, in assenza di saturazione incrociata.

2.2 Modello ideale con induttanza di saturazione incrociata

Un modello più accurato e più simile alla realtà tiene conto anche della saturazione del ferro. Questo fenomeno modifica il flusso concatenato, introducendo una componente nel flusso di asse q che dipende dalle correnti di asse d e, viceversa, una componente nel flusso di asse d che dipende dalle correnti di asse q . Questo fenomeno viene denominato *cross saturation*, ovvero *saturazione incrociata*. Di questo fenomeno ne tiene conto l'*induttanza di saturazione incrociata* L_{dq} . Essa è un'induttanza mutua differenziale che descrive l'accoppiamento tra gli assi ortogonali d e q e dipende dalle correnti di entrambi gli assi di riferimento. Dunque, per essere rigorosi, bisognerebbe indicarla come $l_{dq}(i_d, i_q)$ [1].

I flussi concatenati nel sistema di riferimento rotante, in presenza di saturazione incrociata, sono i seguenti (si considera L_{dq} costante al variare delle correnti, per ora):

$$\begin{aligned}\lambda_d &= L_d i_d + L_{dq} i_q + \Lambda_{PM} \\ \lambda_q &= L_q i_q + L_{dq} i_d\end{aligned}\quad (2.7)$$

Mentre il bilancio delle tensioni, espresso nella (2.3) senza L_{dq} , diventa ora:

$$\begin{aligned}u_d &= R i_d + L_d \frac{di_d}{dt} + L_{dq} \frac{di_q}{dt} - \omega_{me} (L_q i_q + L_{dq} i_d) \\ u_q &= R i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + L_{dq} \frac{di_d}{dt} + \omega_{me} (L_d i_d + L_{dq} i_q) + \omega_{me} \Lambda_{PM}\end{aligned}\quad (2.8)$$

che riscritta tenendo conto della (2.7), diventa:

$$\begin{aligned} u_d &= R i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega_{me} \lambda_q \\ u_q &= R i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega_{me} \lambda_d \end{aligned} \quad (2.9)$$

Dunque, lo schema a blocchi del motore che tiene conto della saturazione incrociata, è il seguente. Esso utilizza la (2.7) invertita, ovvero si ricavano le correnti i_d e i_q in funzione dei flussi λ_d (a cui viene sottratta Λ_{PM}) e λ_q .

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{1}{L_d L_q - L_{dq}^2} (L_q \lambda_d - L_{dq} \lambda_q) \\ i_q &= \frac{1}{L_d L_q - L_{dq}^2} (-L_{dq} \lambda_d + L_d \lambda_q) \end{aligned} \quad (2.10)$$

dove:

$$(\underline{\mathbf{L}})^{-1} = \frac{1}{L_d L_q - L_{dq}^2} \begin{pmatrix} L_q & -L_{dq} \\ -L_{dq} & L_d \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

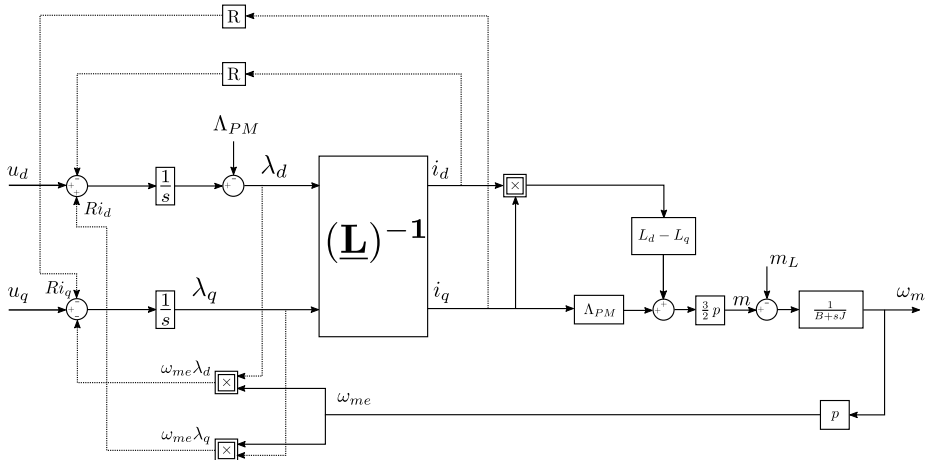


Figura 2.3: Schema a blocchi del motore PMAREL lineare, in presenza di saturazione incrociata.

Se volessimo ora vedere il tutto con un sistema di riferimento rotante dato dagli assi ortogonali α e β , le equazioni delle tensioni e dei flussi diventerebbero:

$$\begin{aligned} u_\alpha &= R i_\alpha + \frac{d\lambda_\alpha}{dt} \\ u_\beta &= R i_\beta + \frac{d\lambda_\beta}{dt} \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_\alpha \\ \lambda_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_\Sigma - L_\Delta \cos(2\vartheta_{me}) & -L_\Delta \sin(2\vartheta_{me}) \\ -L_\Delta \sin(2\vartheta_{me}) & L_\Sigma + L_\Delta \cos(2\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix} + \Lambda_{PM} \begin{pmatrix} \cos(\vartheta_{me}) \\ \sin(\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

dove:

- $L_\Sigma = \frac{L_q + L_d}{2}$ è l'*induttanza sincrona media* o *induttanza sincrona di semi-somma*;
- $L_\Delta = \frac{L_q - L_d}{2}$ è l'*induttanza sincrona di semidifferenza*;
- ϑ_{me} è la *posizione meccanico-elettrica* del rotore.

Per avere un modello di motore molto accurato e quasi del tutto somigliante a quello reale, occorre ricostruirlo e farne una analisi agli elementi finiti (*FEM analysis*). In tale modo è possibile ricavare le induttanze e i flussi per ogni singolo valore di corrente, in modo che i parametri del motore risultino molto prossimi a quelli che si verificano nel reale funzionamento. Questo è quello che verrà fatto e sarà illustrato nei successivi capitoli.

L'alternativa consiste nel misurare su un banco di prova i principali parametri del motore al variare delle correnti. In questo modo sarebbe possibile ottenere un modello più somigliante al funzionamento reale.

2.3 Parametri del modello ideale del motore e dell'azionamento

Il modello ideale del motore che viene utilizzato per le simulazioni, ovvero un modello con L_d , L_q e L_{dq} costanti al variare delle correnti e altri parametri costanti al variare delle condizioni di funzionamento, viene dotato dei seguenti parametri:

- Motore IPM:
 - $R = 1.25 \Omega$
 - $L_d = 15 \text{ mH}$
 - $L_q = 23 \text{ mH}$
 - $L_{dq} = 0 \text{ mH}$ in assenza di *saturazione incrociata*
 - $L_{dq} = \frac{L_d}{10}$ in presenza di *saturazione incrociata*
 - $p = 2$
 - $\Lambda_{PM} = 0.185 \text{ Wb}$
 - $J = 2e^{-4} \text{ kg m}^2$
 - $B = 5e^{-5} \text{ N m s}$
- Ritardo dell'inverter e limiti di corrente e di tensione:
 - $\tau_c = 2e^{-4} \text{ s}$
 - $I_n = 4.2 \sqrt{2} \text{ A}$
 - $U_n = \frac{360}{\sqrt{3}} \text{ V}$
- Guadagni del controllo di corrente:
 - $B_{pi} = 2 \pi 100 \text{ rad/s}$ banda passante del controllo di corrente
 - $K_i = B_p R$
 - $K_{pd} = B_p L_d$
 - $K_{pq} = B_p L_q$
- Iniezione di tensioni in alta frequenza:
 - $U_h = 50 \text{ V}$
 - $f_h = 1000 \text{ Hz}$
- Riferimenti di velocità, corrente e coppia di disturbo:
 - Riferimento di velocità: 20 o 0 *rpm*
 - $i_d^* = -0.2 \text{ A}$
 - $i_q^* = 2 \text{ A}$
 - $m_L = 0 \text{ N m}$
- Banda passante dei filtri [10]:
 - $B_{pHPF} = 2 \pi 500 \text{ rad/s}$ filtro passa-alto
 - $B_{pLPFe} = 2 \pi 100 \text{ rad/s}$ filtro passa-basso del blocco demodulazione
 - $B_{pLPFi} = 2 \pi 200 \text{ rad/s}$ filtro passa-basso delle correnti

Eventuali altri parametri saranno specificati in seguito.

Capitolo 3

Azionamento sensorless con flusso rotante in $\alpha\beta$

3.1 Principio di funzionamento

Lo schema di funzionamento di questo metodo si basa su un sistema di riferimento stazionario sugli assi $\alpha\beta$. Le tensioni iniettate all'interno della macchina sono rotanti e, dunque, anche i flussi che vengono poi generati. Uno schema di funzionamento di questo sistema è il seguente:

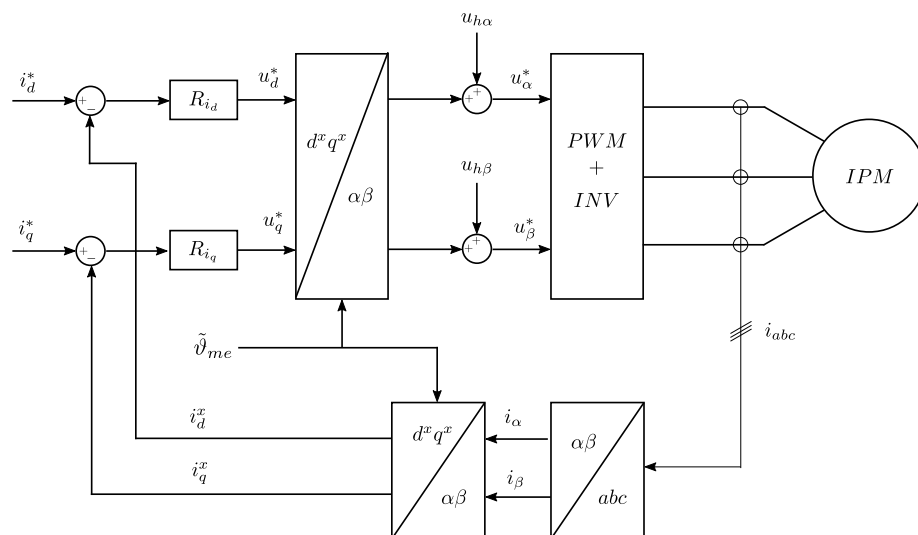


Figura 3.1: Schema dell'azionamento *sensorless* con iniezione di tensioni rotanti hf nel sistema di riferimento stazionario $\alpha\beta$ [1].

Nella *Figura (3.1)* si nota come i riferimenti di tensione u_d^* e u_q^* , originati dal controllo di corrente per ogni asse di riferimento, vengono prima trasformati in $\alpha\beta$, per poi essere sommati alle tensioni *hf* u_α e u_β . I riferimenti di tensione $\begin{pmatrix} u_\alpha^* \\ u_\beta^* \end{pmatrix}$ entrano nel blocco *PWM + INVERTER* che provvederà ad attuarli, a meno di piccoli errori trascurabili di modulo e piccoli errori noti di fase (da cui ha origine il ritardo generato dall'inverter).

Le correnti di fase vengono dunque misurate ai morsetti del motore e trasformate da riferimento *abc* a $d^x q^x$, passando attraverso quello intermedio $\alpha\beta$. Per svolgere le due trasformazioni, $d^x q^x \rightarrow \alpha\beta$ e $\alpha\beta \rightarrow d^x q^x$, occorre conoscere la posizione meccanico-elettrica del rotore. Essa, come noto, può essere misurata da un encoder oppure può essere stimata, come nello schema, attraverso le correnti in uscita dallo statore, ovvero tramite $\begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix}$.

Vengono dunque iniettate le seguenti tensioni:

$$\boxed{\begin{aligned} u_{h\alpha} &= U_h \cos(\omega_h t) \\ u_{h\beta} &= U_h \sin(\omega_h t) \end{aligned}} \quad (3.1)$$

Le tensioni iniettate produrranno un flusso *hf* rotante che, trascurando l'effetto della resistenza di statore, risulterà:

$$\boxed{\begin{aligned} \lambda_{h\alpha} &= \frac{U_h}{\omega_h} \sin(\omega_h t) \\ \lambda_{h\beta} &= -\frac{U_h}{\omega_h} \cos(\omega_h t) \end{aligned}} \quad (3.2)$$

Infatti, ad alte frequenze le componenti reattive superano nettamente quelle resistive. Trascurare le resistenze di statore è inevitabile ai fini del calcolo, ma anche assolutamente comprensibile; nonostante ciò, questo comporterà comunque un piccolo errore sulla stima finale della posizione.

L'operazione svolta è la seguente. I flussi sono stati ricavati integrando le tensioni.

$$\begin{aligned} \lambda_{h\alpha} &= \int u_{h\alpha} dt = \int (U_h \cos(\omega_h t)) dt = \frac{U_h}{\omega_h} \sin(\omega_h t) \\ \lambda_{h\beta} &= \int u_{h\beta} dt = \int (U_h \sin(\omega_h t)) dt = -\frac{U_h}{\omega_h} \cos(\omega_h t) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Senza tale semplificazione risulterebbe:

$$\begin{aligned} \lambda_{h\alpha} &= \int (u_{h\alpha} - R i_{h\alpha}) dt \\ \lambda_{h\beta} &= \int (u_{h\beta} - R i_{h\beta}) dt \end{aligned} \quad (3.4)$$

Sia i vettori delle tensioni che quelli dei flussi hf ruotano con una velocità angolare ω_h e tracciano una circonferenza.

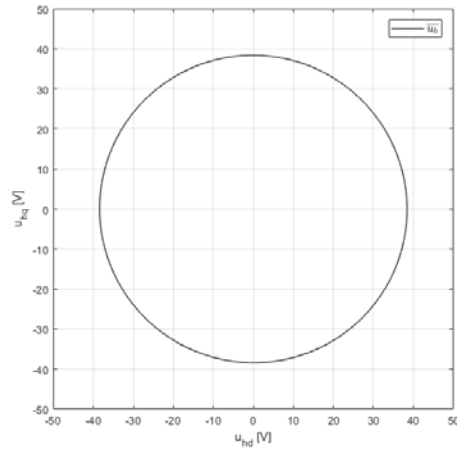


Figura 3.2: Tensioni iniettate in hf durante le simulazioni.

La figura seguente, invece, mostra insieme il vettore della corrente e quello del flusso hf che tracciano rispettivamente un'ellisse e una circonferenza.

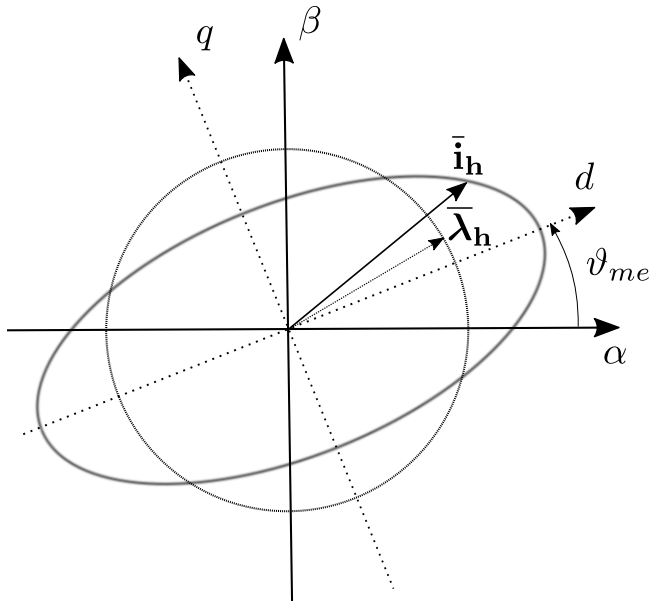


Figura 3.3: Vettori di corrente e flusso hf in $\alpha\beta$ (con $L_{dq} = 0$).

Essendo un motore a riluttanza (assistito con magneti), in esso l'induttanza sincrona di asse diretto è differente da quella di asse in quadratura. Per cui, in assenza di saturazione magnetica del ferro, risulta:

$$\begin{aligned}\lambda_{hd} &= L_d i_{hd} \\ \lambda_{hq} &= L_q i_{hq}\end{aligned}\quad (3.5)$$

da cui si ottengono:

$$\begin{aligned}i_{hd} &= \frac{\lambda_{hd}}{L_d} \\ i_{hq} &= \frac{\lambda_{hq}}{L_q}\end{aligned}\quad (3.6)$$

Essendo $L_q > L_d$ se ne deduce che $i_{hd} > i_{hq}$ essendo $|\lambda_{hd}| = |\lambda_{hq}|$. Ecco spiegata la forma ellittica tracciata dal vettore delle correnti $\bar{\mathbf{i}}_h$. Inoltre, come ben si nota, gli assi d e q sono ruotati di un angolo ϑ_{me} rispetto agli assi $\alpha\beta$. L'asse maggiore dell'ellisse tracciata dalle correnti è posizionato sull'asse d : è dunque possibile, attraverso la misurazione e la corretta elaborazione del vettore di corrente $\bar{\mathbf{i}}_h$, riconoscere la posizione rotorica, ovvero l'angolo meccanico-elettrico ϑ_{me} .

3.2 Metodo del flusso rotante in assenza di saturazione incrociata

Il prossimo passo consiste nel ricavare le correnti hf nel sistema di riferimento $\alpha\beta$. Per fare ciò, si parte dai flussi $\begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix}$ e si applica prima la trasformazione di Park $(\mathbf{T})_{\alpha\beta \rightarrow d^*q^*}^{-1}$ e poi la (3.5).

$$\begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\vartheta_{me}) & -\sin(\vartheta_{me}) \\ \sin(\vartheta_{me}) & \cos(\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{hd} \\ \lambda_{hq} \end{pmatrix}\quad (3.7)$$

da cui si ottiene:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\vartheta_{me}) & -\sin(\vartheta_{me}) \\ \sin(\vartheta_{me}) & \cos(\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{hd} \\ i_{hq} \end{pmatrix}\quad (3.8)$$

Attraverso la trasformazione $(\mathbf{T})_{d^*q^* \rightarrow \alpha\beta}^{-1}$ si ottiene il vettore $\begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix}$:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\vartheta_{me}) & -\sin(\vartheta_{me}) \\ \sin(\vartheta_{me}) & \cos(\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\vartheta_{me}) & \sin(\vartheta_{me}) \\ -\sin(\vartheta_{me}) & \cos(\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix}\quad (3.9)$$

Infine, si esegue il prodotto tra le seguenti matrici:

$$\begin{pmatrix} \cos(\vartheta_{me}) & -\sin(\vartheta_{me}) \\ \sin(\vartheta_{me}) & \cos(\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\vartheta_{me}) & \sin(\vartheta_{me}) \\ -\sin(\vartheta_{me}) & \cos(\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

da cui si ricava la matrice $(\underline{\mathbf{L}})_{\alpha\beta}$.

$$(\underline{\mathbf{L}})_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} L_\Sigma - L_\Delta \cos(2\vartheta_{me}) & -L_\Delta \sin(2\vartheta_{me}) \\ -L_\Delta \sin(2\vartheta_{me}) & L_\Sigma + L_\Delta \cos(2\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

E dunque, infine, risulterà:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} = (\underline{\mathbf{L}})_{\alpha\beta} \begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Si procede dunque con l'inversione della matrice $(\underline{\mathbf{L}})_{\alpha\beta}$ che si può ricavare eseguendo i seguenti calcoli:

$$(\underline{\mathbf{L}})_{\alpha\beta}^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\vartheta_{me}) & -\sin(\vartheta_{me}) \\ \sin(\vartheta_{me}) & \cos(\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\vartheta_{me}) & \sin(\vartheta_{me}) \\ -\sin(\vartheta_{me}) & \cos(\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

$$(\underline{\mathbf{L}})_{\alpha\beta}^{-1} = \frac{1}{L_d L_q} \begin{pmatrix} L_\Sigma + L_\Delta \cos(2\vartheta_{me}) & L_\Delta \sin(2\vartheta_{me}) \\ L_\Delta \sin(2\vartheta_{me}) & L_\Sigma - L_\Delta \cos(2\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

ovvero:

$$\begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix} = \frac{1}{L_d L_q} \begin{pmatrix} L_\Sigma + L_\Delta \cos(2\vartheta_{me}) & L_\Delta \sin(2\vartheta_{me}) \\ L_\Delta \sin(2\vartheta_{me}) & L_\Sigma - L_\Delta \cos(2\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Infine, sostituendo la (3.2), si ottiene:

$$\boxed{\begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix} = \frac{U_h}{\omega_h L_d L_q} \begin{pmatrix} L_\Sigma \sin(\omega_h t) + L_\Delta \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) \\ -L_\Sigma \cos(\omega_h t) + L_\Delta \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) \end{pmatrix}} \quad (3.16)$$

Come ben si nota, in assenza di L_Δ , non sarebbe possibile stabilire una relazione tra il vettore di corrente $\begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix}$ e la posizione ϑ_{me} del rotore.

Si procede ora con la demodulazione delle correnti. Inizialmente $i_{h\alpha}$ e $i_{h\beta}$ vengono moltiplicate rispettivamente per $-\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$ e $\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$ per farne poi la somma algebrica:

$$\begin{aligned} & i_{h\alpha} [-\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})] + i_{h\beta} [\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})] = \\ &= \frac{U_h}{\omega_h L_d L_q} [L_\Sigma \sin(\omega_h t) + L_\Delta \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me})] [-\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})] + \\ & \quad [L_\Sigma \cos(\omega_h t) + L_\Delta \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me})] [\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})] = \\ &= \frac{U_h}{\omega_h L_d L_q} [-L_\Sigma \sin(2\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me}) - L_\Delta \sin(2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\vartheta_{me})] \end{aligned}$$

Infine, con un filtro passa-basso viene eliminato il termine che oscilla in alta frequenza. Rimane dunque il termine I_{hq} , così definito dal suo omologo negli azionamenti a flusso pulsante:

$$I_{hq} = -\frac{U_h L_\Delta}{\omega_h L_d L_q} \sin[2(\tilde{\vartheta}_{me} - \vartheta_{me})] = -\frac{U_h}{\omega_h L_d L_q} L_\Delta \sin(2\Delta\vartheta) \quad (3.17)$$

Il segnale I_{hq} è formato da un fattore sinusoidale, $-\sin(2\Delta\vartheta)$, e da un fattore costante positivo, $\frac{U_h L_\Delta}{\omega_h L_d L_q}$, che dipende da induttanze, tensione e pulsazione angolare dei segnali hf iniettati all'inizio.

Il segnale in questione entra attraverso un controllore PI (*proporzionale-integrale*) che lo forza a zero, trovando così la convergenza per valori di $\Delta\vartheta = \frac{k\pi}{2}$ con k intero e pari. In questo modo:

- Le soluzioni $k = 4n$ con $n \in \mathbb{N}$ sono corrette poiché $\Delta\vartheta = 0$;
- Le soluzioni $k = 2 + 4n$ con $n \in \mathbb{N}$ corrispondono ad un errore di 180° elettrici.

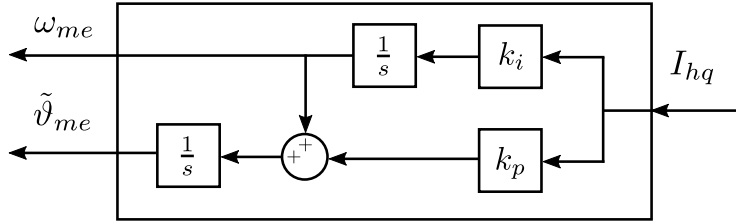


Figura 3.4: PI dell'osservatore.

A seguire viene illustrato il segnale I_{hq} all'ingresso del PI al variare dell'errore $\Delta\vartheta$.

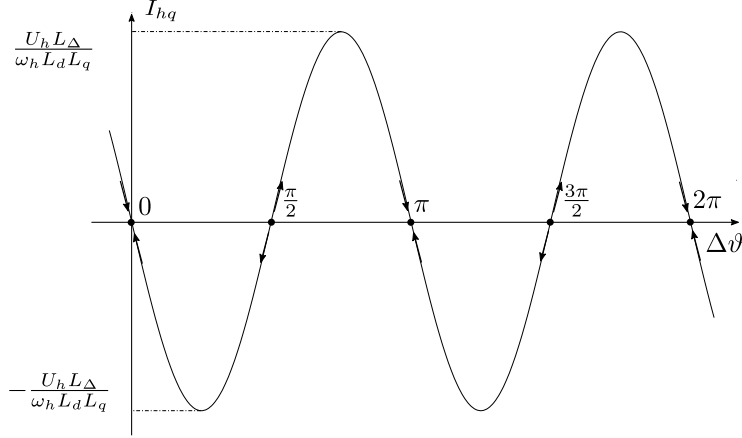


Figura 3.5: Segnale in ingresso al PI, senza saturazione incrociata.

I segnali usati per demodulare le correnti vengono generati nel seguente modo:

$$\begin{aligned} \sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me}) &= \sin(\omega_h t) \cos(2\tilde{\vartheta}_{me}) - \cos(\omega_h t) \sin(2\tilde{\vartheta}_{me}) \\ \cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me}) &= \cos(\omega_h t) \cos(2\tilde{\vartheta}_{me}) + \sin(\omega_h t) \sin(2\tilde{\vartheta}_{me}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Il calcolo viene svolto da un apposito blocco denominato *Generazione segnali*. Infine si mostra lo schema a blocchi della demodulazione.

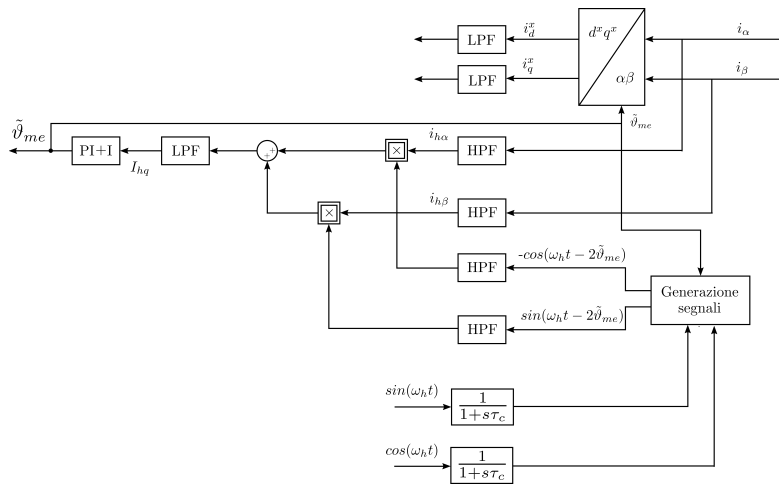


Figura 3.6: Schema a blocchi della demodulazione.

Si può notare la massiccia presenza di filtri e blocchi con funzioni di trasferimento. I due filtri passa-alto (*HPF*) che seguono alla generazione dei segnali e che occorrono per demodulare, hanno la sola funzione di introdurre un ritardo pari a quello proveniente dai segnali delle correnti, che prima di essere demodulate devono essere filtrate da un *HPF* identico; le correnti misurate nel motore comprenderanno sia la componente in bassa frequenza, sia quella in alta frequenza, che interessa al fine di ricavare la stima della posizione rotorica. Le due funzioni di trasferimento che seguono i segnali seno e coseno di pulsazione angolare ω_h servono invece ad introdurre parallelamente il ritardo provocato dalla presenza dell'inverter, ovvero il ritardo temporale con cui quest'ultimo attua i segnali di riferimento in entrata nel motore.

Infine, il controllore *PI* è seguito da un integratore *I*. Il blocco *PI + I* viene chiamato *osservatore*. Il *PI*, infatti, dà in uscita un segnale corrispondente alla velocità stimata. Facendo transitare questo segnale attraverso un blocco integratore, si ottiene la posizione stimata $\hat{\vartheta}_{me}$.

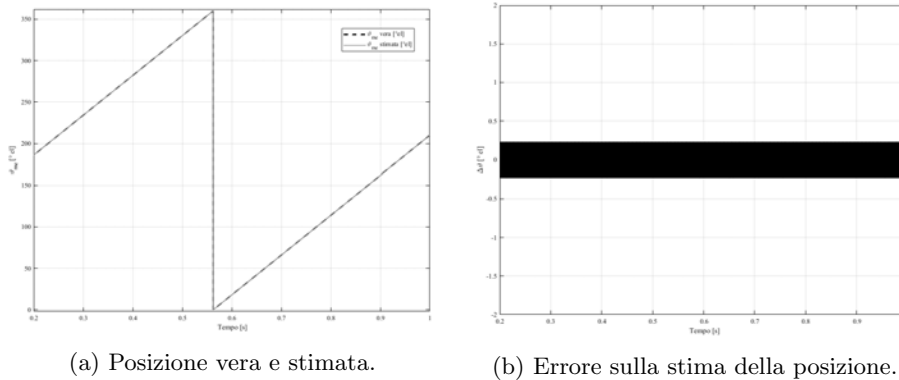


Figura 3.7: Posizione stimata ed errore sulla stessa in assenza di saturazione incrociata.

Le simulazioni effettuate, come si può vedere dalle immagini appena riportate, sostengono il fatto che la stima della posizione rotorica ha errore completamente nullo in assenza di saturazione magnetica del ferro. L'errore sulla stima della posizione $\Delta\vartheta$, una volta tarato correttamente il guadagno proporzionale e integrale del *PI* dell'osservatore, risulta oscillare in un intorno di zero con una pulsazione ω_h .

Questa e tutte le simulazioni successive sono state svolte trascinando il motore alla velocità di 20 *rpm*. Nella realtà questo si può fare grazie all'utilizzo di un motore cosiddetto *master*, ovvero una macchina in grado di esercitare una coppia nettamente più grande di quella utilizzata nella prova, capace di portarla alla velocità desiderata. Così facendo la coppia esercitata dal motore in prova diventa irrilevante nel controllo. Inoltre, la posizione iniziale del motore all'inizio della simulazione è stata fissata a 90° elettrici.

In condizioni ideali e in assenza di saturazione incrociata, dunque, l'errore sulla stima della posizione risulta sempre nullo.

3.3 Metodo del flusso rotante in presenza di saturazione incrociata

I calcoli in presenza di saturazione incrociata sono pressoché identici, con l'unica eccezione che entra in gioco anche L_{dq} . Gli stessi calcoli vengono riportati in seguito partendo dalla (3.15).

$$\begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\vartheta_{me}) & -\sin(\vartheta_{me}) \\ \sin(\vartheta_{me}) & \cos(\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_d & L_{dq} \\ L_{dq} & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\vartheta_{me}) & \sin(\vartheta_{me}) \\ -\sin(\vartheta_{me}) & \cos(\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Infine, si esegue il prodotto tra le seguenti matrici:

$$\begin{pmatrix} \cos(\vartheta_{me}) & -\sin(\vartheta_{me}) \\ \sin(\vartheta_{me}) & \cos(\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_d & L_{dq} \\ L_{dq} & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\vartheta_{me}) & \sin(\vartheta_{me}) \\ -\sin(\vartheta_{me}) & \cos(\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

da cui si ricava la matrice $(\underline{\mathbf{L}})_{\alpha\beta}$.

$$(\underline{\mathbf{L}})_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} L_\Sigma - L_\Delta \cos(2\vartheta_{me}) - L_{dq} \sin(2\vartheta_{me}) & -L_\Delta \sin(2\vartheta_{me}) + L_{dq} \cos(2\vartheta_{me}) \\ -L_\Delta \sin(2\vartheta_{me}) + L_{dq} \cos(2\vartheta_{me}) & L_\Sigma + L_\Delta \cos(2\vartheta_{me}) + L_{dq} \sin(2\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

E dunque, infine, risulterà:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} = (\underline{\mathbf{L}})_{\alpha\beta} \begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix}$$

Si procede dunque nuovamente con l'inversione della matrice $(\underline{\mathbf{L}})_{\alpha\beta}$:

$$(\underline{\mathbf{L}})_{\alpha\beta}^{-1} = \frac{1}{L_d L_q - L_{dq}^2} \begin{pmatrix} L_\Sigma + L_\Delta \cos(2\vartheta_{me}) + L_{dq} \sin(2\vartheta_{me}) & L_\Delta \sin(2\vartheta_{me}) - L_{dq} \cos(2\vartheta_{me}) \\ L_\Delta \sin(2\vartheta_{me}) - L_{dq} \cos(2\vartheta_{me}) & L_\Sigma - L_\Delta \cos(2\vartheta_{me}) - L_{dq} \sin(2\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

ovvero:

$$\begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix} = \frac{1}{L_d L_q - L_{dq}^2} \begin{pmatrix} L_\Sigma + L_\Delta \cos(2\vartheta_{me}) + L_{dq} \sin(2\vartheta_{me}) & L_\Delta \sin(2\vartheta_{me}) - L_{dq} \cos(2\vartheta_{me}) \\ L_\Delta \sin(2\vartheta_{me}) - L_{dq} \cos(2\vartheta_{me}) & L_\Sigma - L_\Delta \cos(2\vartheta_{me}) - L_{dq} \sin(2\vartheta_{me}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

dove:

$$\frac{1}{L_d L_q - L_{dq}^2} = \det \begin{pmatrix} L_d & L_{dq} \\ L_{dq} & L_q \end{pmatrix} = \det(\underline{\mathbf{L}})$$

Infine, sostituendo nuovamente la (3.2), si ottiene:

$$\begin{aligned} i_{h\alpha} &= \frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} [L_\Sigma \sin(\omega_h t) + L_\Delta \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) + L_{dq} \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me})] \\ i_{h\beta} &= -\frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} [L_\Sigma \cos(\omega_h t) - L_\Delta \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) + L_{dq} \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me})] \end{aligned} \quad (3.24)$$

Seguendo ancora gli stessi identici passaggi, si demodula moltiplicando le correnti $i_{h\alpha}$ e $i_{h\beta}$ rispettivamente per $-\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$ e $\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$ e svolgendone successivamente la somma algebrica:

$$\begin{aligned} & i_{h\alpha} [-\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})] + i_{h\beta} [\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})] = \\ &= \frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} [L_\Sigma \sin(\omega_h t) + L_\Delta \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) + L_{dq} \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me})] (-\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})) + \\ &+ \frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} [-L_\Sigma \cos(\omega_h t) + L_\Delta \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) - L_{dq} \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me})] (\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})) = \\ &= \frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} [-L_\Sigma \sin(2\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me}) - L_\Delta \sin(2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\vartheta_{me}) - L_{dq} \cos(2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\vartheta_{me})] \end{aligned}$$

Il segnale viene dunque fatto passare attraverso un filtro passa-basso (*LPF*) per ottenere:

$$I_{hq} = \frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} [-L_\Delta \sin(2\Delta\vartheta) - L_{dq} \cos(2\Delta\vartheta)] \quad (3.25)$$

Il risultato è simile a quello della (3.17), ma con l'aggiunta ora del termine contenente L_{dq} .

Svolgendo la somma di un *sin* e un *cos* (che si può fare avendo essi lo stesso argomento $2\Delta\vartheta$ e ampiezze differenti) si ottiene il seguente risultato:

$$I_{hq} = -\frac{U_h \sqrt{L_\Delta^2 + L_{dq}^2}}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} \cos \left(2\Delta\vartheta - \operatorname{atan} \left(\frac{L_\Delta}{L_{dq}} \right) \right)$$

Per essere più rigorosi, la funzione arcotangente ($atan$) dà in uscita un angolo compreso tra $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$ (estremi esclusi). Occorre però considerare tutto l'intervallo nel quale le funzioni sin e cos sono periodiche, ovvero, per esempio, da $-\pi$ a π . Per questo motivo si definisce la funzione $atan2 = atan2(y, x)$, dove y corrisponderebbe al numeratore e x al denominatore. Questa funzione tiene conto del segno di x e y e dunque restituisce dei risultati che variano nell'intervallo $-\pi < \Delta\vartheta \leq \pi$. Essa, considerando la funzione $atan$ nell'intervallo $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$, viene definita nel seguente modo:

$$atan2(y, x) = \begin{cases} atan\left(\frac{y}{x}\right) & x > 0 \\ atan\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & x < 0 \wedge y \geq 0 \\ atan\left(\frac{y}{x}\right) - \pi & x < 0 \wedge y < 0 \\ +\frac{\pi}{2} & x = 0 \wedge y > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & x = 0 \wedge y < 0 \\ \text{non definita} & x = 0 \wedge y = 0 \end{cases} \quad (3.26)$$

Un'altra definizione, più compatta rispetto alla (3.26), è la seguente:

$$atan2(y, x) = \begin{cases} atan\left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+x}}\right) & x > 0 \\ atan\left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2-x}}\right) & x \leq 0 \wedge y \neq 0 \\ \pi & x < 0 \wedge y = 0 \\ \text{non definita} & x = 0 \wedge y = 0 \end{cases} \quad (3.27)$$

Entrambe le funzioni, così definite, danno risultati compresi nell'intervallo $-\pi < \Delta\vartheta \leq \pi$.

Quindi è corretto scrivere:

$$I_{hq} = -\frac{U_h \sqrt{L_\Delta^2 + L_{dq}^2}}{\omega_h (L_d L_q - L_{dq}^2)} \cos(2\Delta\vartheta - atan2(L_\Delta, L_{dq}))$$

da cui ricavo che:

$$I_{hq} = -\frac{U_h \sqrt{L_\Delta^2 + L_{dq}^2}}{\omega_h (L_d L_q - L_{dq}^2)} \cos\left(2\Delta\vartheta + atan2(L_{dq}, L_\Delta) - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\boxed{I_{hq} = -\frac{U_h \sqrt{L_\Delta^2 + L_{dq}^2}}{\omega_h (L_d L_q - L_{dq}^2)} \sin\left(2\Delta\vartheta - atan2(-L_{dq}, L_\Delta)\right)} \quad (3.28)$$

Ne consegue che l'osservatore annullerà l'errore, ma lo farà con un certo errore costante, definito come ε . Le formule appena utilizzate, che valgono sia per $atan$ che per $atan2$, sono le seguenti:

$$A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t) = \sqrt{A^2 + B^2} \cos(\omega t - atan2(B, A)) \quad (3.29)$$

$$atan2(1, x) = \frac{\pi}{2} - atan2(x, 1) \quad (3.30)$$

$$\text{atan2}(y, x) = -\text{atan2}(-y, x) \quad (3.31)$$

Riscrivendo la (3.28) con ε , si ottiene:

$$I_{hq} = -\frac{U_h \sqrt{L_\Delta^2 + L_{dq}^2}}{\omega_h (L_d L_q - L_{dq}^2)} \sin(2\Delta\vartheta - 2\varepsilon) \quad (3.32)$$

Questa formulazione permette dunque di definire rigorosamente l'errore di stima della posizione. Se si verificasse sempre che $L_\Delta > 0$, questa distinzione tra le diverse funzioni che definiscono *arcotangente* non sarebbe più necessaria. Operando però nel modo appena illustrato, i risultati sono sempre validi.

L'errore di stima della posizione risulta dunque pari a:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \text{atan2}(-L_{dq}, L_\Delta) \quad (3.33)$$

Altrimenti, con $L_\Delta > 0$ sempre, come risulta nel caso ideale, il risultato sarebbe:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \text{atan} \left(\frac{-L_{dq}}{L_\Delta} \right) \quad (3.34)$$

L'errore sulla posizione stimata è costante e negativo in presenza di L_{dq} , qualora i parametri in gioco rimangano a loro volta costanti. Come si vede dalla (3.33) e dalla (3.34), l'errore aumenta tanto quanto maggiore è l'induttanza di saturazione incrociata L_{dq} . Ma si può anche vedere come ε diminuisca tanto quanto l'induttanza di semidifferenza L_Δ incrementa: dunque, maggiore è l'anisotropia del motore, tanto minore risulta l'errore sulla stima della posizione. Dalla (3.28) si nota infine anche che il segnale I_{hq} ha una ampiezza diversa da quella presente senza saturazione (3.17).

A seguire, viene illustrato il segnale I_{hq} in funzione di $\Delta\vartheta$. La convergenza si comporta identicamente a come già riportato in *Figura (3.5)*. L'osservatore azzerà il segnale I_{hq} per $\Delta\vartheta = \frac{k\pi}{2}$ con k intero e pari:

- $k = 4n + \varepsilon$ con $n \in \mathbb{N}$ la soluzione dell'osservatore converge correttamente;
- $k = 2 + 4n + \varepsilon$, con $n \in \mathbb{N}$, l'osservatore converge con un errore di 180° elettrici.

I risultati della simulazione saranno ora più realistici, ovvero con un errore sulla posizione stimata.

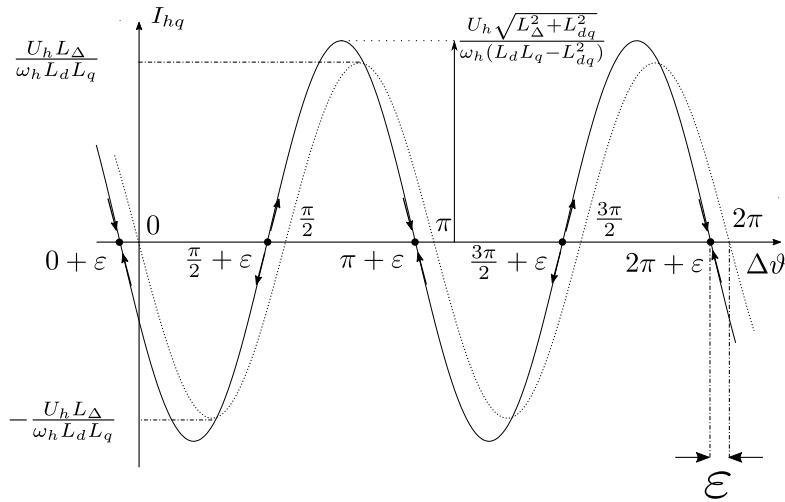
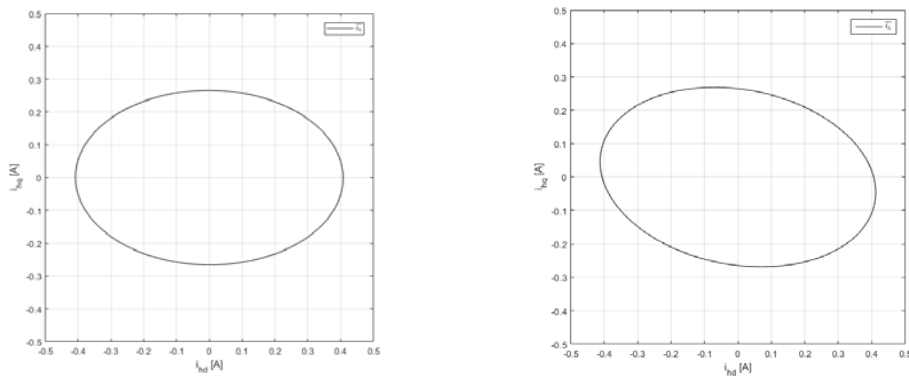


Figura 3.8: Segnale in ingresso al PI, con e senza saturazione incrociata.

L'induttanza di saturazione incrociata è stata fissata ad un valore che assomiglia, grosso modo, a quello dei motori tradizionali, ovvero $L_{dq} = \frac{L_d}{10}$. L'errore dovuto alla presenza di saturazione, con $L_{dq} = \frac{L_d}{10}$, risulta oscillare intorno a $\Delta\vartheta = -10.2^\circ$ dalle simulazioni. La posizione stimata non convergerà mai su quella vera a regime, a meno che non vengano attuate compensazioni della stessa.

L'errore di stima si nota anche dalla posizione dell'ellisse delle correnti nel sistema di riferimento dq , che passa dall'essere allineato con l'asse maggiore sull'asse d , a un disallineamento pari all'errore ε .

Se venisse osservata la stessa ellisse in un sistema di riferimento rotante $d^x q^x$, il suo asse maggiore risulterebbe allineato con l'asse d e l'errore non sarebbe più visibile.



(a) Ellisse di corrente senza saturazione incrociata.

(b) Ellisse di corrente con saturazione incrociata.

Figura 3.9: Ellissi di corrente con o senza saturazione incrociata.

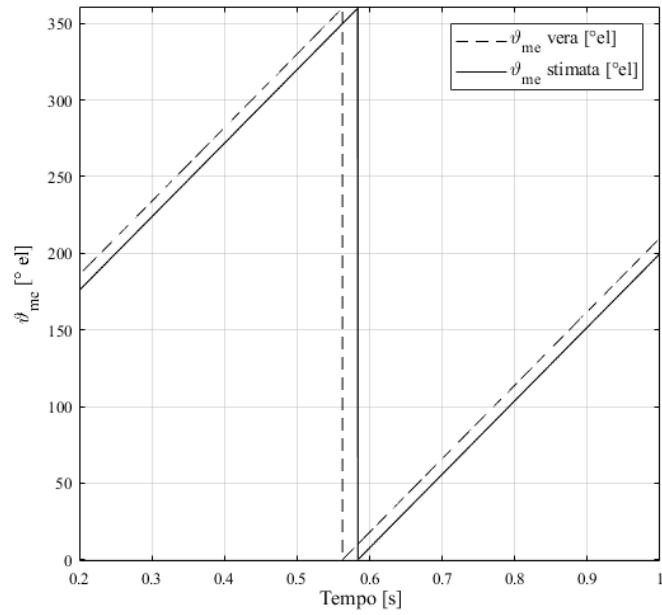


Figura 3.10: Posizione vera e stimata.

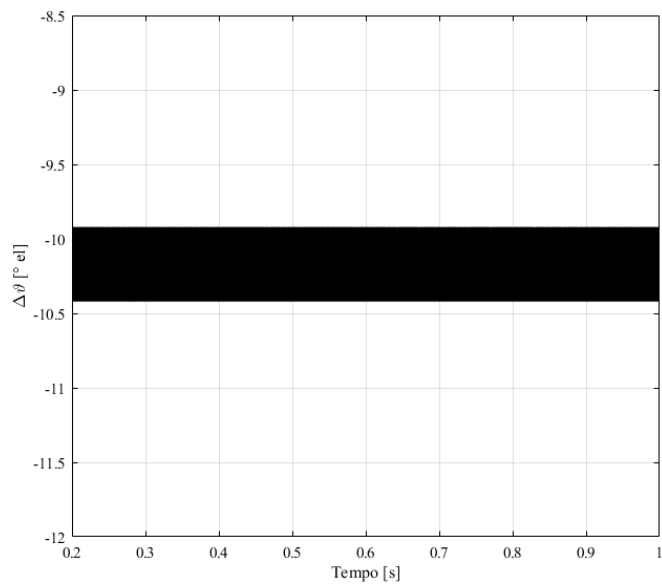


Figura 3.11: Errore sulla stima della posizione.

3.4 Correzioni dell'errore sulla stima della posizione introdotto da L_{dq}

L'errore introdotto dalla L_{dq} è indubbiamente molto alto. Le possibilità di correzione sono molteplici.

3.4.1 Correzione dell'errore a monte della demodulazione

La prima correzione possibile si effettua sulle correnti in uscita dal motore, prima che esse vengano filtrate con un *HPF*. La correzione consiste nel sommare alla $i_{h\alpha}$ e alla $i_{h\beta}$ rispettivamente i segnali $-\frac{L_{dq}U_h}{\omega_h(L_dL_q-L_{dq}^2)}\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$ e $\frac{L_{dq}U_h}{\omega_h(L_dL_q-L_{dq}^2)}\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$ [1]. Così facendo, si ottiene la (3.24), a meno dei termini in cui è presente L_{dq} , che dunque non rientrano nemmeno nella demodulazione e non passano attraverso i filtri passa-alto *HPF*.

Il tutto si fa con la posizione stimata che, essendo l'azionamento sensorless, è l'unica che si ha a disposizione. La posizione $\tilde{\vartheta}_{me}$ è ricavabile all'uscita dall'osservatore mentre U_h e ω_h sono noti perché già applicati dall'inverter.

Le induttanze L_d , L_q e L_{dq} sono note se il modello del motore è ideale. Altrimenti sono stimabili attraverso un modello agli elementi finiti oppure tramite misure accurate in un motore reale.

In seguito si mostra lo schema della correzione. Per generare i due segnali si utilizza lo stesso blocco che viene utilizzato per generare i segnali demodulanti, *Generazione segnali*.

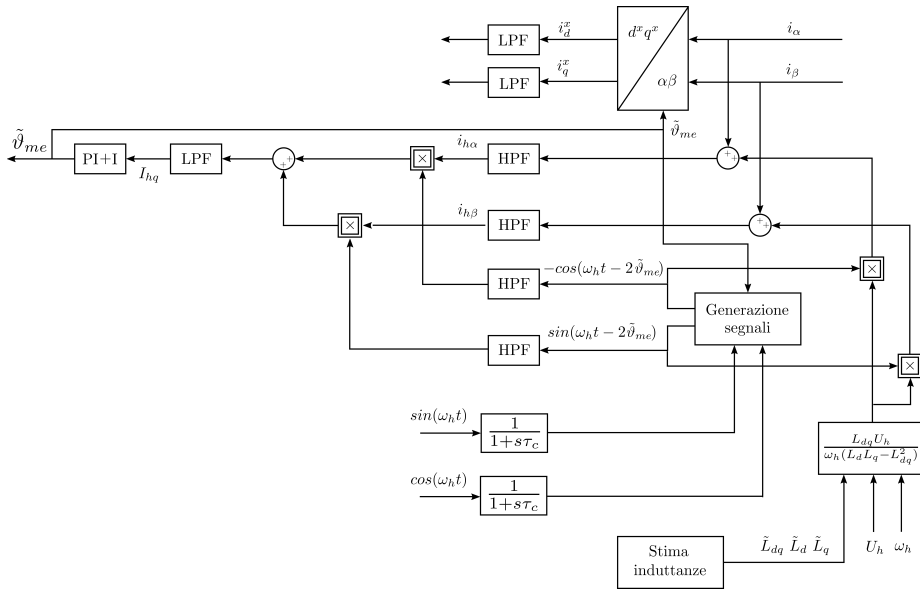


Figura 3.12: Schema a blocchi della demodulazione con correzione della L_{dq} sulle correnti $i_{h\alpha}$ e $i_{h\beta}$.

I risultati che si ottengono tramite simulazione sono i seguenti:

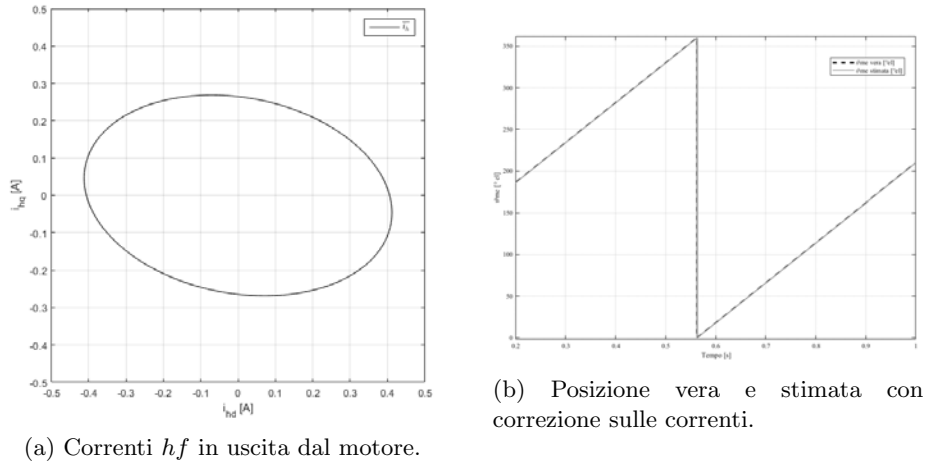


Figura 3.13: Simulazione con flusso rotante in $\alpha\beta$ con $L_{dq} = \frac{L_d}{10}$ e correzione sulle correnti in uscita dal motore.

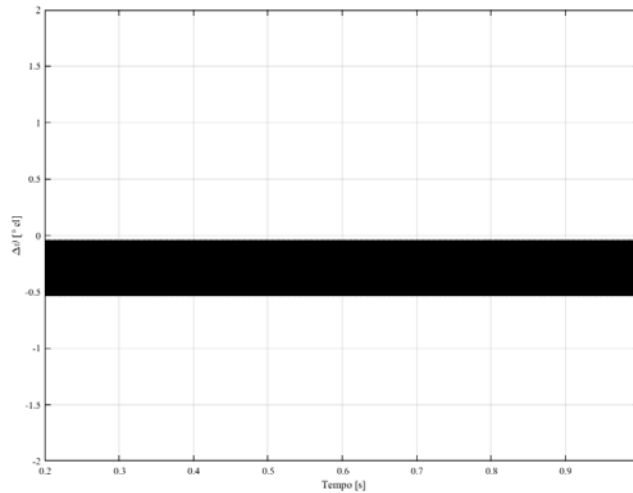


Figura 3.14: Errore di stima della posizione con correzione sulle correnti.

Dalle simulazioni si può chiaramente vedere che l'errore passa dal valore medio di -10.2° elettrici di *Figura (3.11)* a un valore che oscilla intorno ai -0.3° elettrici. Da *Figura (3.13)* si può anche osservare come dal motore esca comunque un'informazione sbagliata, che solo successivamente viene corretta. Infatti l'ellisse delle correnti hf è ancora inclinato nel suo asse maggiore di -10.2° elettrici rispetto all'asse d .

Infine, si vede che a parità di parametri di controllo, l'errore non viene azzerato completamente. Nella pratica, considerando questo modello ideale, l'errore $\Delta\vartheta$ può essere portato a 0° modificando leggermente i guadagni del *PI* dell'osservatore.

3.4.2 Correzione dell'errore sulle tensioni hf iniettate

Come è stato già espresso nella (3.28) e dalla (3.32), l'errore ε salta fuori nel segnale in entrata dell'osservatore all'interno di un \sin e moltiplicato per per un coefficiente pari a 2. Da qui viene l'idea di correggere l'errore iniettando delle tensioni sfasate della stessa quantità 2ε . Il risultato finale evidenzia come l'errore dovuto alla L_{dq} venga annullato.

Eccone la dimostrazione algebrica. Si parte dalla (3.1) in cui ora viene aggiunta una fase a entrambe le tensioni iniettate. I passaggi, poi, sono gli stessi percorsi nella *Sezione 3.3*.

$$\begin{aligned} u_{h\alpha} &= U_h \cos(\omega_h t + 2\varepsilon) \\ u_{h\beta} &= U_h \sin(\omega_h t + 2\varepsilon) \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{h\alpha} &= \frac{U_h}{\omega_h} \sin(\omega_h t + 2\varepsilon) \\ \lambda_{h\beta} &= -\frac{U_h}{\omega_h} \cos(\omega_h t + 2\varepsilon) \end{aligned} \quad (3.36)$$

Dai flussi hf in $\alpha\beta$ si ricavano le correnti $\begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix}$ che, modificando la (3.15) sostituendo i nuovi flussi, risultano:

$$\begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix} = (\mathbf{L}_{\alpha\beta})^{-1} \frac{U_h}{\omega_h} \begin{pmatrix} \sin(\omega_h t + 2\varepsilon) \\ -\cos(\omega_h t + 2\varepsilon) \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

da cui, svolgendo i calcoli, risulta:

$$\begin{aligned} i_{h\alpha} &= \frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} [L_\Sigma \sin(\omega_h t + 2\varepsilon) + L_\Delta \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me} + 2\varepsilon) + L_{dq} \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me} + 2\varepsilon)] \\ i_{h\beta} &= \frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} [-L_\Sigma \cos(\omega_h t + 2\varepsilon) + L_\Delta \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me} + 2\varepsilon) - L_{dq} \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me} + 2\varepsilon)] \end{aligned} \quad (3.38)$$

Dunque, si passa similmente alla demodulazione:

$$\begin{aligned} & i_{h\alpha} [-\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})] + i_{h\beta} [\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})] = \\ & = \frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} [L_\Sigma \sin(\omega_h t + 2\varepsilon) + L_\Delta \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me} + 2\varepsilon) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +L_{dq}\cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me} + 2\varepsilon)](-\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})) + \\
 & + \frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} [-L_\Sigma \cos(\omega_h t + 2\varepsilon) + L_\Delta \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me} + 2\varepsilon) - \\
 & - L_{dq} \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me} + 2\varepsilon)] (\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})) = \\
 & = \frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} [-L_\Sigma \sin(2\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me} + 2\varepsilon) - L_\Delta \sin(2\Delta\vartheta + 2\varepsilon) - L_{dq} \cos(2\Delta\vartheta + 2\varepsilon)]
 \end{aligned}$$

da cui, attraverso il *LPF*, si ottiene il segnale I_{hq} :

$$I_{hq} = \frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} [-L_\Delta \sin(2\Delta\vartheta + 2\varepsilon) - L_{dq} \cos(2\Delta\vartheta + 2\varepsilon)] \quad (3.39)$$

Eseguendo la somma di *sin* e *cos* di ugual argomento, nel caso ideale in cui $L_\Delta > 0$, si ottiene:

$$I_{hq} = -\frac{U_h \sqrt{L_\Delta^2 + L_{dq}^2}}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} \sin\left(2\Delta\vartheta - \operatorname{atan}\left(-\frac{L_{dq}}{L_\Delta}\right) + 2\varepsilon\right) \quad (3.40)$$

Ma dalla (3.34) si sa che $\varepsilon = \frac{1}{2}\operatorname{atan}\left(-\frac{L_{dq}}{L_\Delta}\right)$, per cui il segnale che esce dalla demodulazione e che entra nell'osservatore risulta privo di errori dovuti alla L_{dq} e ha la seguente espressione:

$$I_{hq} = -\frac{U_h \sqrt{L_\Delta^2 + L_{dq}^2}}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} \sin(2\Delta\vartheta)$$

Le simulazioni supportano le tesi appena esposte.

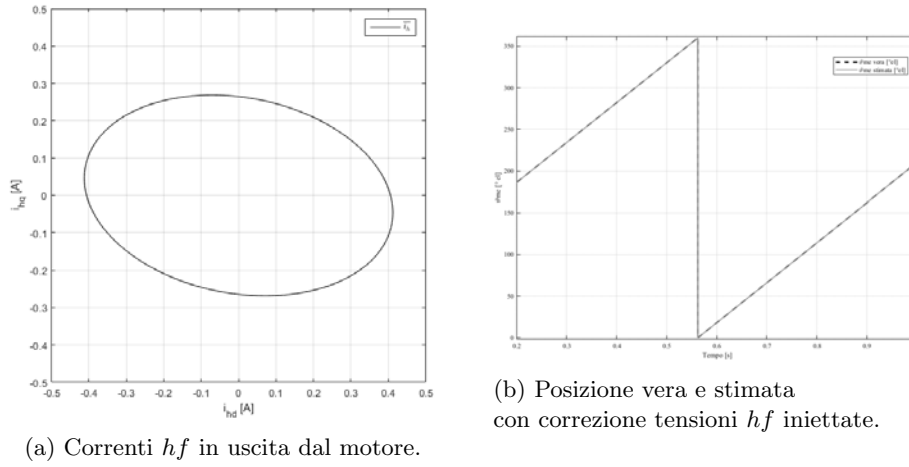


Figura 3.15: Simulazione con flusso rotante in $\alpha\beta$ con $L_{dq} = \frac{L_d}{10}$ e correzione sulle tensioni hf iniettate.

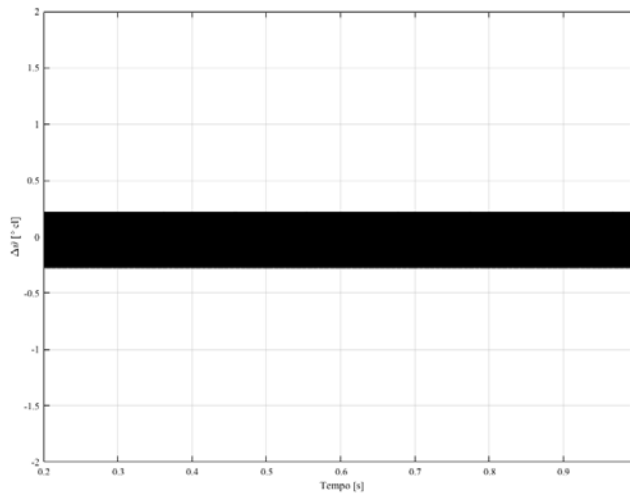


Figura 3.16: Errore di stima della posizione con correzione sulle tensioni hf iniettate.

Come si vede dalle figure, l'errore medio sulla posizione, $\Delta\vartheta$, risulta completamente azzerato (con i parametri del controllo invariati rispetto a quelli di quando non veniva fatta la correzione). Infatti, in questo modo, non viene corretto l'errore soltanto in un secondo momento sottraendo una certa quantità alle correnti in uscita dal motore, ma si agisce operando direttamente sulle tensioni hf iniettate e sulla loro fase. Molto probabilmente, questa procedura evita piccoli errori causati dai lievi ritardi introdotti dai vari filtri all'interno del controllo.

Le tensioni iniettate, dunque, non sono più dei semplici segnali sinusoidali e cosinusoidali, ma devono avere uno sfasamento pari a 2ε . Il metodo per rico-

struire questi due segnali, partendo dalla (3.34), è il seguente.

$$\begin{aligned} \cos(\omega_h t + 2\varepsilon) &= \cos(\omega_h t) \cos(2\varepsilon) - \sin(\omega_h t) \sin(2\varepsilon) \\ \sin(\omega_h t + 2\varepsilon) &= \sin(\omega_h t) \cos(2\varepsilon) + \cos(\omega_h t) \sin(2\varepsilon) \end{aligned} \quad (3.41)$$

Occorre anche ricavare $\cos(2\varepsilon)$ e $\sin(2\varepsilon)$ da grandezze note, ovvero da L_Δ e da L_{dq} :

$$\begin{aligned} \cos(2\varepsilon) &= \cos\left(\operatorname{atan}\left(-\frac{L_{dq}}{L_\Delta}\right)\right) \\ \sin(2\varepsilon) &= \sin\left(\operatorname{atan}\left(-\frac{L_{dq}}{L_\Delta}\right)\right) \end{aligned} \quad (3.42)$$

Sapendo che le funzioni atan e \sin sono dispari e la funzione \cos è pari e che:

$$\begin{aligned} \cos(\operatorname{atan}(x)) &= \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \\ \sin(\operatorname{atan}(x)) &= \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \end{aligned} \quad (3.43)$$

si ottiene:

$$\begin{aligned} \cos(2\varepsilon) &= \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{L_{dq}}{L_\Delta}\right)^2}} \\ \sin(2\varepsilon) &= \frac{\left(-\frac{L_{dq}}{L_\Delta}\right)}{\sqrt{1+\left(\frac{L_{dq}}{L_\Delta}\right)^2}} \end{aligned} \quad (3.44)$$

Il risultato finale è il seguente:

$$\begin{aligned} \cos(\omega_h t + 2\varepsilon) &= \cos(\omega_h t) \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{L_{dq}}{L_\Delta}\right)^2}} - \sin(\omega_h t) \frac{\left(-\frac{L_{dq}}{L_\Delta}\right)}{\sqrt{1+\left(\frac{L_{dq}}{L_\Delta}\right)^2}} \\ \sin(\omega_h t + 2\varepsilon) &= \sin(\omega_h t) \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{L_{dq}}{L_\Delta}\right)^2}} + \cos(\omega_h t) \frac{\left(-\frac{L_{dq}}{L_\Delta}\right)}{\sqrt{1+\left(\frac{L_{dq}}{L_\Delta}\right)^2}} \end{aligned} \quad (3.45)$$

che riscritta in forma matriciale diviene:

$$\boxed{\begin{pmatrix} \cos(\omega_h t + 2\varepsilon) \\ \sin(\omega_h t + 2\varepsilon) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\omega_h t) & -\sin(\omega_h t) \\ \sin(\omega_h t) & \cos(\omega_h t) \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{L_{dq}}{L_\Delta}\right)^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{L_{dq}}{L_\Delta} \end{pmatrix}} \quad (3.46)$$

In questo modo si evitano problemi causati dalla difficoltà di implementare analogicamente o digitalmente la funzione *arcotangente*.

Lo schema a blocchi della demodulazione resta uguale a quello di *Figura (3.6)*; ugualmente per lo schema dell'azionamento di *Figura (3.1)*.

3.4.3 Correzione dell'errore dato da L_{dq} sui segnali demodulanti

La stessa operazione appena compiuta nelle tensioni *hf* iniettate si può ripetere similmente nei segnali che vengono moltiplicati per le correnti $i_{h\alpha}$ e $i_{h\beta}$. Si prendono le correnti *hf* in $\alpha\beta$ della (3.24) e si moltiplicano rispettivamente per i segnali $-\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\varepsilon)$ e $\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\varepsilon)$. Questi segnali si ottengono nel seguente modo e con l'uso della (3.45), con la sola modifica dei segni:

$$\begin{aligned} -\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\varepsilon) &= -[\cos(\omega_h t - 2\varepsilon) \cos(2\tilde{\vartheta}_{me}) + \sin(\omega_h t - 2\varepsilon) \sin(2\tilde{\vartheta}_{me})] \\ \sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\varepsilon) &= \sin(\omega_h t - 2\varepsilon) \cos(2\tilde{\vartheta}_{me}) - \cos(\omega_h t - 2\varepsilon) \sin(2\tilde{\vartheta}_{me}) \end{aligned} \quad (3.47)$$

Dunque, si ottiene:

$$\begin{aligned} i_{h\alpha} [-\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\varepsilon)] + i_{h\beta} [\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\varepsilon)] &= \\ &= \frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} [L_\Sigma \sin(\omega_h t) + L_\Delta \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) + \\ &\quad + L_{dq} \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me})] (-\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\varepsilon)) + \\ &\quad + \frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} [-L_\Sigma \cos(\omega_h t) + L_\Delta \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me}) - \\ &\quad - L_{dq} \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me})] (\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\varepsilon)) = \\ &= \frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} [-L_\Sigma \sin(2\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me} + 2\varepsilon) - L_\Delta \sin(2\Delta\vartheta + 2\varepsilon) - L_{dq} \cos(2\Delta\vartheta + 2\varepsilon)] \end{aligned}$$

da cui, attraverso il *LPF*, si ottiene il segnale I_{hq} , identico alla (3.39):

$$I_{hq} = \frac{U_h}{\omega_h(L_d L_q - L_{dq}^2)} [-L_\Delta \sin(2\Delta\vartheta + 2\varepsilon) - L_{dq} \cos(2\Delta\vartheta + 2\varepsilon)]$$

I calcoli algebrici eseguiti risultano uguali al metodo precedente e portano agli stessi identici risultati finali. Si omettono dunque gli ultimi passaggi. L'errore quindi può essere annullato anche aggiustando la fase dei segnali demodulanti.

Le simulazioni mostrano risultati del tutto identici al caso esposto nella *Sezione 3.4.2*. I due metodi sono dunque equivalenti. Cambierà soltanto lo schema a blocchi della demodulazione, nel quale si dovrà aggiungere un blocco che generi i nuovi segnali desiderati. Anche qui, l'implementazione risulta molto semplice e del tutto simile al caso precedente.

Capitolo 4

Convergenza del controllo su un modello di motore reale

L'obiettivo per cui si attuano le correzioni viste nella *Sezione 3.4* non è arrivare a una stima altamente precisa della posizione rotorica, ma giungere piuttosto alla funzionalità del controllo stesso. Ecco perché si può parlare di *convergenza* del controllo sensorless su un motore sincrono anisotropo.

4.1 Modello reale di un motore PMAREL a 4 poli

La macchina che viene analizzata è un motore sincrono a riluttanza assistito con magneti permanenti (PMAREL), realizzato dall'azienda *SME group* su commessa del laboratorio *EDLab*.

Una rappresentazione approssimativa è quella di *Figura (2.1)*.

Le specifiche del motore in esame sono le seguenti:

- Coppie polari $p = 2$;
- Lunghezza pacco $L_{stk} = 40 \text{ mm}$;
- Cave di statore $Q_s = 36$;
- Collegamento delle fasi a Y ;
- Diametro esterno e interno di statore $D_{es} = 200 \text{ mm}$ e $D_{is} = 125 \text{ mm}$.

Il motore è stato modellato in tutti i suoi parametri attraverso dei software agli elementi finiti. Se ne sono ricavati i flussi concatenati di fase al variare delle correnti di statore per una posizione fissa a $\vartheta_{me} = 0$ (ovvero, quando l'asse d è allineato con l'asse della fase a e, dunque, anche con l'asse α). Da qui sono stati ricavati i parametri del motore, ovvero le induttanze differenziali di asse diretto e di asse in quadratura e quelle di saturazione incrociata.

Le altre specifiche note del motore sono le seguenti:

- $R = 4.6 \Omega$, resistenza di fase degli avvolgimenti di statore;
- $I_n = 4.2\sqrt{2} A$, corrente nominale di fase.

Il motore viene controllato attraverso un inverter industriale con frequenza di switching pari a $f_s = 10 kHz$.

A seguire si riportano i grafici dei flussi concatenati di asse d e q , al variare delle correnti riferite ai corrispettivi assi e per diversi valori delle stesse riferite all'asse opposto. Inoltre vengono riportate le mappe delle induttanze differenziali di asse diretto, l_{dd} , di asse in quadratura, l_{qq} , e di saturazione incrociata, l_{dq} , al variare delle correnti i_d e i_q tra $-I_n$ e $+I_n$.

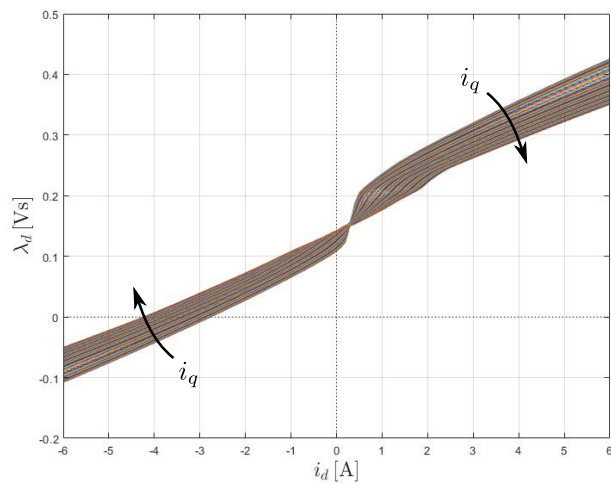


Figura 4.1: Flusso concatenato di asse d al variare delle correnti i_d e per diversi valori costanti di i_q .

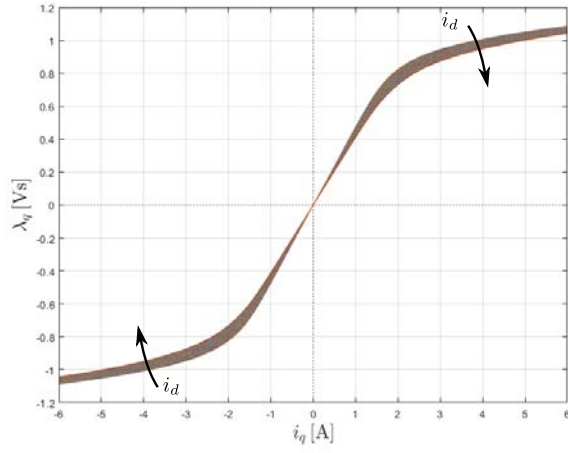


Figura 4.2: Flusso concatenato di asse q al variare delle correnti i_q e per diversi valori costanti di i_d .

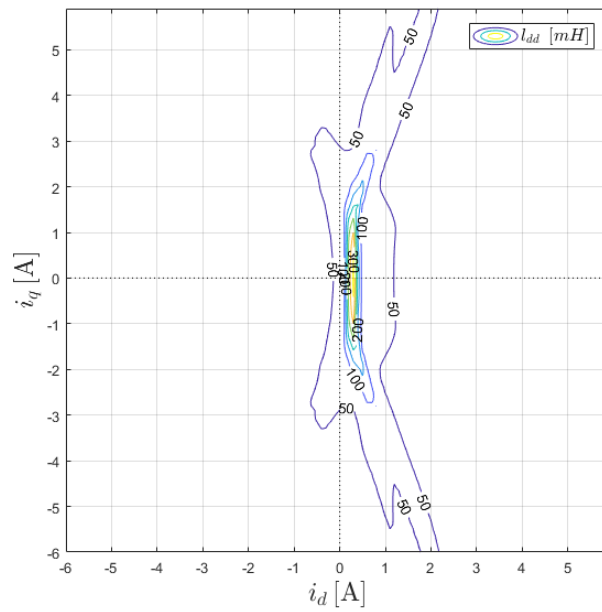


Figura 4.3: Induttanza differenziale di asse d al variare di i_d e i_q .

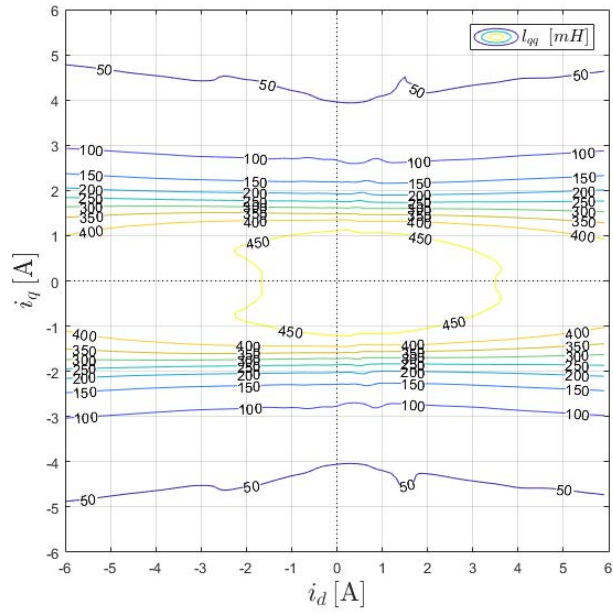


Figura 4.4: Induttanza differenziale di asse q al variare di i_d e i_q .

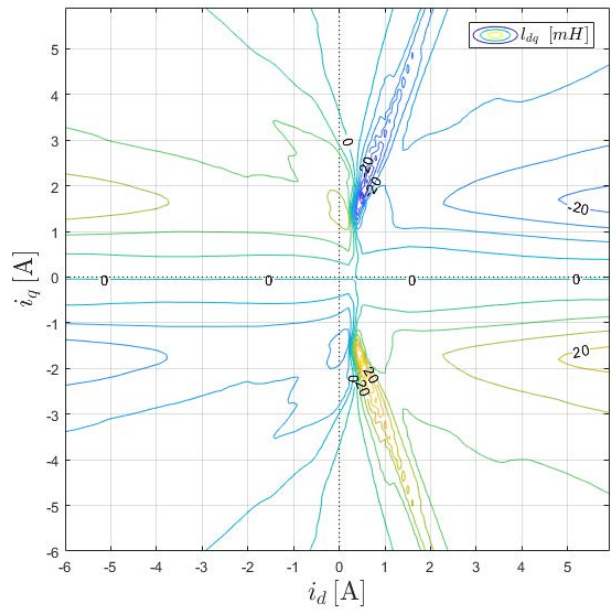


Figura 4.5: Induttanza differenziale di saturazione incrociata al variare di i_d e i_q .

Vengono infine riportate la mappa dell'induttanza differenziale di semidifferenza, l_{Δ} , e la mappa dell'errore di stima sulla posizione rotorica, ε .

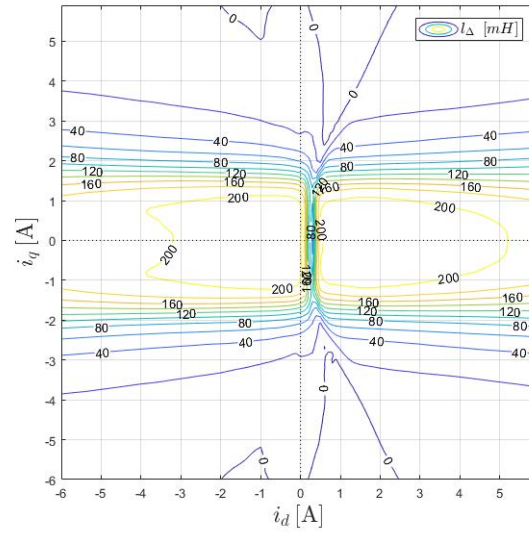


Figura 4.6: Induttanza differenziale di semidifferenza al variare di i_d e i_q .

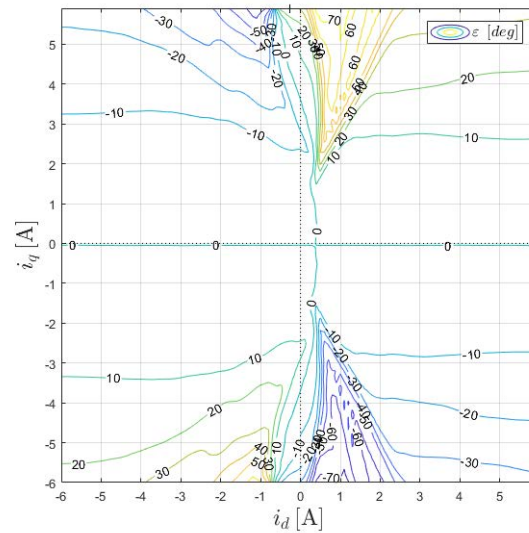


Figura 4.7: Errore di stima sulla posizione rotorica espressa in gradi al variare di i_d e i_q .

I flussi concatenati λ_d e λ_q diminuiscono nel loro valore assoluto all'aumentare rispettivamente delle correnti dell'asse opposto, i_q e i_d , a causa della saturazione incrociata. Ciò si vede chiaramente dalle *Figure (4.1) e (4.2)*.

Le induttanze differenziali di asse diretto e di asse in quadratura vengono calcolate come la variazione del flusso di un determinato asse rispetto alla variazione della corrente relativa allo stesso asse. L'induttanza differenziale di saturazione incrociata viene calcolata invece come il rapporto tra la variazione del flusso di asse d e la corrente di asse q o, viceversa, come il rapporto tra la variazione del flusso di asse q e la corrente di asse d (i risultati si equivalgono, a meno di piccoli errori); essa, infatti, tiene in considerazione la dipendenza del flusso di un determinato asse dalla corrente dell'altro [4]. Ovvero:

$$l_{dd} = \frac{\partial \lambda_d(i_d, i_q)}{\partial i_d} \quad (4.1)$$

$$l_{qq} = \frac{\partial \lambda_q(i_d, i_q)}{\partial i_q} \quad (4.2)$$

$$l_{dq} = \frac{\partial \lambda_d(i_d, i_q)}{\partial i_q} = \frac{\partial \lambda_q(i_d, i_q)}{\partial i_d} = l_{qd} \quad (4.3)$$

4.2 Modello Simulink del motore

Mappate tutte le induttanze, si procede ora la costruzione del modello del motore tramite l'utilizzo di *Look Up Table* attraverso *Simulink*.

A tal proposito si introducono dei nuovi parametri, le inertanze differenziali Γ_{dd} , Γ_{qq} e Γ_{dq} .

Derivando la (2.7) ricaviamo la seguente equazione, riscritta anche in forma matriciale.

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_d}{dt} &= l_{dd} \frac{di_d}{dt} + l_{dq} \frac{di_q}{dt} \\ \frac{d\lambda_q}{dt} &= l_{dq} \frac{di_q}{dt} + l_{dd} \frac{di_d}{dt} \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{d\lambda_d}{dt} \\ \frac{d\lambda_q}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_{dd} & l_{dq} \\ l_{dq} & l_{qq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Dunque, si può ottenere l'equazione inversa della (4.5), per cui si procede inizialmente a invertire la matrice delle induttanze differenziali, così da ottenere la matrice delle inertanze differenziali, $(\mathbf{\Gamma})_{dq}$.

$$(\mathbf{\Gamma})_{dq} = \begin{pmatrix} l_{dd} & l_{dq} \\ l_{dq} & l_{qq} \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{l_{dd}l_{qq} - l_{dq}^2} \begin{pmatrix} l_{qq} & -l_{dq} \\ -l_{dq} & l_{dd} \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

Le inertanze della nuova matrice sono le seguenti:

$$\Gamma_{dd} = \frac{l_{qq}}{l_{dd}l_{qq} - l_{dq}^2} \quad (4.7)$$

$$\Gamma_{qq} = \frac{l_{dd}}{l_{dd}l_{qq} - l_{dq}^2} \quad (4.8)$$

$$\Gamma_{dq} = \frac{-l_{dq}}{l_{dd}l_{qq} - l_{dq}^2} = \frac{-l_{qd}}{l_{dd}l_{qq} - l_{dq}^2} = \Gamma_{qd} \quad (4.9)$$

Si nota che, se non fosse presente la saturazione magnetica del ferro, le inertanze differenziali di asse d e q sarebbero esattamente il valore inverso delle induttanze differenziali dei rispettivi assi.

La matrice delle inertanze differenziali diventa:

$$(\mathbf{\Gamma})_{\mathbf{dq}} = \begin{pmatrix} \Gamma_{dd} & \Gamma_{dq} \\ \Gamma_{dq} & \Gamma_{qq} \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Per cui la (4.4) diventa:

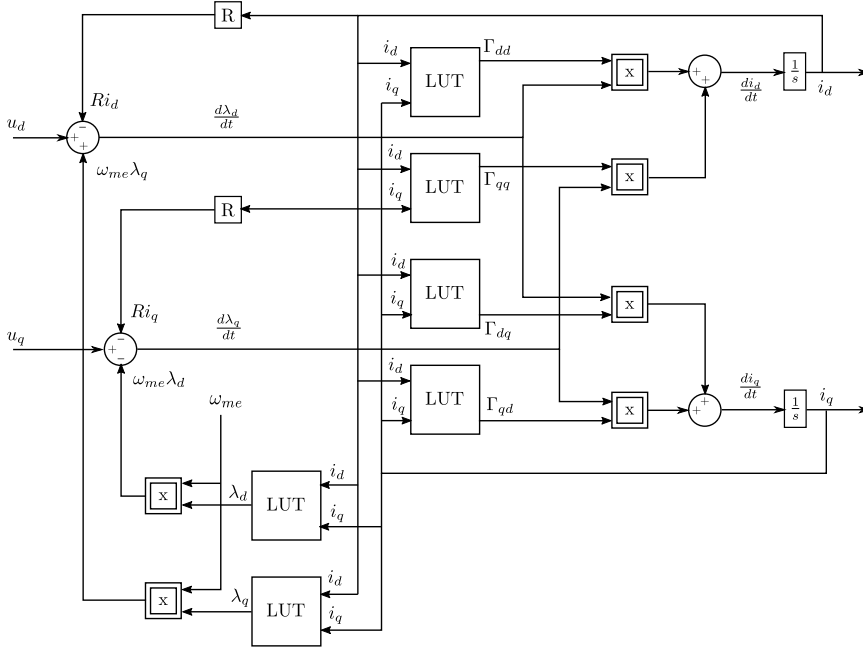
$$\begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= \Gamma_{dd} \frac{d\lambda_d}{dt} + \Gamma_{dq} \frac{d\lambda_q}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} &= \Gamma_{dq} \frac{d\lambda_d}{dt} + \Gamma_{qq} \frac{d\lambda_q}{dt} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Il bilancio delle tensioni all'interno del motore è il seguente:

$$\begin{aligned} u_d &= R i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega_{me} \lambda_q \\ u_q &= R i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega_{me} \lambda_d \end{aligned} \quad (4.12)$$

La figura seguente rappresenta il modello del motore utilizzato nelle simulazioni.

Le inertanze differenziali, ricavate attraverso le LUT , vengono moltiplicate per i flussi concatenati e sommate come nelle equazioni (4.11), per ottenere infine, attraverso un integratore, le correnti di asse d e q .


 Figura 4.8: Modello del motore riprodotto con l'utilizzo di *Look Up Table*.

4.3 Il problema della convergenza

Alcuni motori a riluttanza, assistiti o meno da magneti permanenti, e alcuni motori IPM manifestano problemi di convergenza del controllo per correnti elevate, anche se al di sotto rispetto a quella nominale.

Questo fenomeno altera pesantemente le prestazioni dell'azionamento sensorless perché ne riduce il range di funzionamento e, dunque, di coppia esercitabile dal motore [9].

Il problema nasce a causa del segnale che arriva in ingresso all'osservatore. Esso è pesantemente affetto dalla non linearità delle induttanze (di cui idealmente non se ne terrebbe conto).

Come si vede chiaramente dalle *Figure (4.5) e (4.6)*, tenendo costante il modulo della corrente e variandone il rispettivo angolo ϑ_i per 2π radianti elettrici, si ottengono delle curve con andamento rispettivamente circa cosinusoidale e sinusoidale.

Il segnale all'entrata dell'osservatore è il seguente:

$$I_{hq}(i_d, i_q) = \frac{U_h}{\omega_h(l_{dd}(i_d, i_q)l_{qq}(i_d, i_q) - l_{dq}^2(i_d, i_q)) \cdot [-l_{\Delta}(i_d, i_q) \sin(2\Delta\vartheta) - l_{dq}(i_d, i_q) \cos(2\Delta\vartheta)]} \quad (4.13)$$

Per essere ancora più rigorosi, si può definire come $\bar{\mathbf{i}}^*$ il punto di funzionamento del motore nei punti di *MTPA*. Le induttanze, dunque, variano con il modulo della corrente, $|\bar{i}^*|$, con l'angolo della stessa (che dipende dall'*MTPA*), ϑ_i^* , e con l'angolo $\Delta\vartheta$ che viene imposto.

$$I_{hq}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, \Delta\vartheta) = \frac{U_h}{\omega_h (l_{dd}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, \Delta\vartheta) l_{qq}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, \Delta\vartheta) - l_{dq}^2(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, \Delta\vartheta))} \cdot [-l_{\Delta}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, \Delta\vartheta) \sin(2\Delta\vartheta) - l_{dq}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, \Delta\vartheta) \cos(2\Delta\vartheta)] \quad (4.14)$$

Per analizzare più in dettaglio tale segnale, definiamo A_{hq} e B_{hq} .

$$A_{hq}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, \Delta\vartheta) = \frac{U_h}{\omega_h (l_{dd}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, \Delta\vartheta) l_{qq}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, \Delta\vartheta) - l_{dq}^2(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, \Delta\vartheta))} \quad (4.15)$$

$$B_{hq}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, \Delta\vartheta) = [-l_{\Delta}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, \Delta\vartheta) \sin(2\Delta\vartheta) - l_{dq}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, \Delta\vartheta) \cos(2\Delta\vartheta)] \quad (4.16)$$

Per cui risulta:

$$I_{hq}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, \Delta\vartheta) = A_{hq}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, \Delta\vartheta) B_{hq}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, \Delta\vartheta)$$

Il segnale I_{hq} si può ottenere anche dal modello del motore e da misure sperimentali. Il rotore viene tenuto fermo in 0° elettrici grazie a un blocco meccanico o a un motore di potenza nettamente maggiore che esercita una coppia uguale e contraria oppure, nel modello Simulink, azzerando la velocità della macchina. Viene rimosso il *PI* dell'osservatore e la stima della posizione che serve ai blocchi di trasformazione delle correnti all'interno del controllo viene sostituita da un angolo $\Delta\vartheta$ crescente, con il quale variano anche le correnti di riferimento (che partono però da un angolo ϑ_i^*).

Sono stati ricavati per questo motore i punti di funzionamento in *MTPA* nel diagramma delle correnti dq e sono stati posti anch'essi in una *LUT* che ha in ingresso il modulo della corrente di riferimento. In base ad essa, viene sempre imposto il funzionamento del motore in *MTPA*. Sono state fatte varie simulazioni per diversi valori del modulo della corrente di riferimento. Il risultato ottenuto è quello della figura seguente. Le tensioni *hf* iniettate erano di modulo $U_h = 40 V$ e di frequenza $f_h = 1000 Hz$.

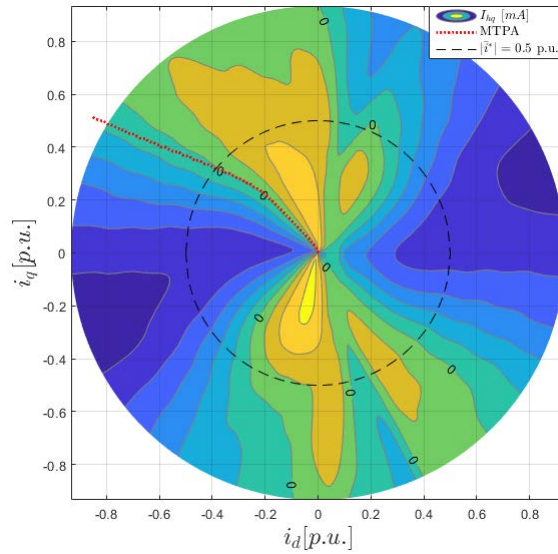


Figura 4.9: Segnale I_{hq} al variare di $|\bar{i}^*|$ e $\Delta\vartheta$.

Dalla *Figura (4.9)* si possono notare alcuni particolari:

- Le curve tracciate al variare dell'angolo $\Delta\vartheta$ attraversano lo zero nell'intorno dell'angolo di *MTPA*, ovvero l'angolo imposto alle correnti di riferimento al variare del modulo. L'attraversamento per lo zero avviene circa sull'*MTPA* fino a $|\bar{i}^*| = 3A$, ovvero fino a circa la metà della corrente nominale, per poi discostarsi di ε gradi, ovvero dell'errore di stima della posizione rotorica dovuto alla saturazione incrociata;
- Si può notare che l'angolo comprendente la zona in cui il segnale I_{hq} è positivo, si restringe all'aumentare del modulo di corrente: ciò potrebbe restringere la possibilità che il *PI* dell'osservatore converga in situazioni di transitorio.
- Questo motore non presenta particolari problemi di convergenza, se non in prossimità della corrente nominale dove il segnale I_{hq} supera lo zero di poco. Questo permette di sfruttare il motore nell'intero range di corrente nominale.

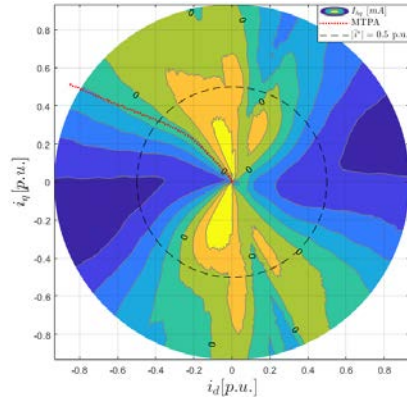


Figura 4.10: I_{hq} ricostruita a partire dalla (4.14), al variare di $|\bar{i}^*|$ e $\Delta\vartheta$.

La Figura (4.10) attesta che il segnale I_{hq} ricostruito tramite l'utilizzo delle LUT delle induttanze differenziali è coerente con quello che esce dal modello del motore. La figura rivela anche che i filtri e il modello del motore stesso operano un'azione benefica a favore dell'errore di stima e della convergenza. Si nota, infatti, che l'ampiezza dell'angolo in cui il segnale I_{hq} ricostruito è positivo è leggermente minore e si vede, inoltre, che l'errore di stima ε è cresciuto abbastanza.

Nella figura seguente si mostra il segnale I_{hq} ricavato per modulo di corrente nominale e metà dello stesso, al variare dell'angolo $\Delta\vartheta$. Si nota chiaramente che il segnale risulta essere di forma sinusoidale (come ci si aspettava che fosse), ma traslato molto verso il basso. Si può immaginare che, se alzassimo ancora il modulo della corrente di riferimento, il segnale non varcherebbe mai la soglia dello zero (come avviene per altri motori al di sotto del valore nominale di corrente).

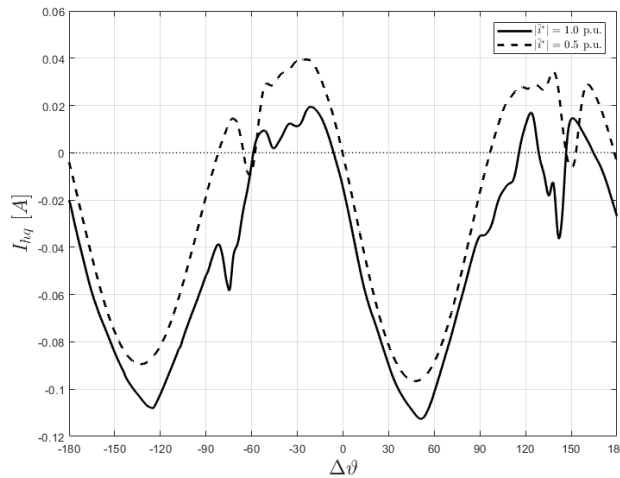


Figura 4.11: Segnale I_{hq} con modulo di corrente nominale e metà dello stesso.

4.4 Ricostruzione del segnale I_{hq} a partire dalle induttanze differenziali

Come si può vedere dalla *Figura (4.11)*, il segnale I_{hq} ha una forma facilmente approssimabile a quella di una sinusoide. Questa forma è dovuta a $\sin(2\Delta\vartheta)$ e a $\cos(2\Delta\vartheta)$, da cui è costituito. Esso però è formato da altre armoniche: queste sono dovute alle induttanze differenziali che variano a seconda dell'angolo e del modulo della corrente di riferimento imposta dal controllo.

Di seguito si illustrano gli andamenti delle induttanze differenziali del motore in analisi al variare dell'angolo ϑ_i e per diversi moduli di corrente, espressa in *p.u.* (“per unità”) rispetto alla corrente nominale (I_n) e per la posizione fissa del rotore $\vartheta_{me} = 0$.

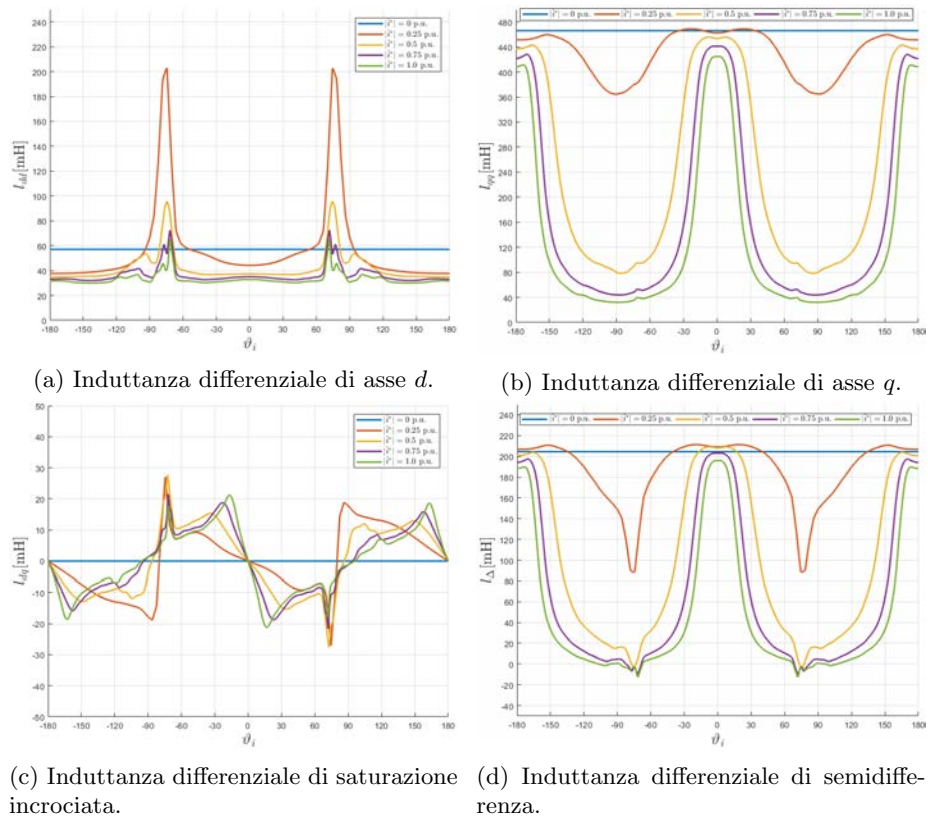


Figura 4.12: Induttanze differenziali del motore al variare dell'angolo della corrente di riferimento e per diversi moduli della stessa.

In *Figura (4.12)* sono stati riportati i valori di l_{dd} , l_{qq} , l_{dq} e l_{Δ} in mH per valori del modulo della corrente in *p.u.* pari a $|i^*| = 0$, $|i^*| = 0.25$, $|i^*| = 0.5$, $|i^*| = 0.75$ e $|i^*| = 1.0$.

Dunque, dalla *Figura (4.12)* si possono fare le seguenti osservazioni:

- L'induttanza differenziale di asse d ha una forma molto piatta per moduli di corrente compresi tra $0.5p.u.$ e $1.0p.u.$. Può essere dunque approssimata con un valore costante al variare dell'angolo ϑ_i e del modulo della corrente di riferimento. Come si può chiaramente vedere, anche da *Figura (4.3)*, i valori di l_{dd} sono speculari rispetto all'asse di riferimento d , ovvero tra $-180^\circ < \vartheta_i < 0^\circ$ e $0^\circ < \vartheta_i < 180^\circ$.
- L'induttanza differenziale di asse q assume una forma molto simile a un $\cos(2\vartheta_i)$ a cui si somma un certo valore costante che varia con $|i^*|$. La "gobba" superiore tende a restringersi all'aumentare del modulo di corrente, viceversa quella inferiore. Inoltre, come si può vedere anche da *Figura (4.4)*, anche essa è speculare rispetto all'asse delle correnti i_d , ovvero tra $-180^\circ < \vartheta_i < 0^\circ$ e $0^\circ < \vartheta_i < 180^\circ$.

Da un'analisi fatta tramite approssimazione con serie di Fourier, come si vedrà in seguito, si può facilmente approssimare queste curve tramite l'utilizzo delle sole armoniche pari del coseno. Si nota anche che il piccolo positivo non ha sempre lo stesso valore, questo probabilmente a causa della presenza dei magneti permanenti che esercitano un flusso opposto in poli consecutivi (cosa che non si noterebbe in un motore a riluttanza pura). La l_{qq} si può approssimare bene con un'equazione simile:

$$l_{qq} = l_{qq}^{(0)} + l_{qq}^{(2)} \cos(2\vartheta_i) + l_{qq}^{(4)} \cos(4\vartheta_i) + l_{qq}^{(6)} \cos(6\vartheta_i) + l_{qq}^{(8)} \cos(8\vartheta_i) \quad (4.17)$$

- L'induttanza differenziale di saturazione incrociata, l_{dq} , assume forme abbastanza differenti a seconda della corrente di riferimento. Per tutte queste, però, la curva è approssimabile con armoniche pari del seno, con l'esclusione dei picchi presenti tra 60° e 90° e tra -90° e -60° . Come si vede dalla *Figura (4.5)*, i valori di l_{dq} sono speculari e di valore inverso rispetto all'asse delle correnti i_d , similmente a l_{dd} e l_{qq} . La l_{dq} è dunque approssimabile con un'equazione simile alla seguente:

$$l_{dq} = l_{dq}^{(2)} \sin(2\vartheta_i) + l_{dq}^{(4)} \sin(4\vartheta_i) + l_{dq}^{(6)} \sin(6\vartheta_i) + l_{dq}^{(8)} \sin(8\vartheta_i) \quad (4.18)$$

- Per l'induttanza differenziale di semidefferenza valgono le stesse identiche considerazioni fatte per la l_{qq} . Infatti, considerando costante la l_{dd} , la forma risulta quasi del tutto simile all'induttanza differenziale di asse in quadratura. L'equazione con cui può essere approssimata è la seguente:

$$l_{\Delta} = l_{qq}^{(0)} + l_{\Delta}^{(2)} \cos(2\vartheta_i) + l_{\Delta}^{(4)} \cos(4\vartheta_i) + l_{\Delta}^{(6)} \cos(6\vartheta_i) + l_{\Delta}^{(8)} \cos(8\vartheta_i) \quad (4.19)$$

Simili considerazioni varrebbero anche per l'induttanza differenziale di semisomma L_{Σ} .

- Infine, si osserva che sia l_{dq} che l_{qq} e l_{Δ} hanno armonica predominante quella di ordine 2.

Riassumendo, dunque, le induttanze differenziali sono esprimibili, in prima approssimazione, con le seguenti equazioni:

$$l_{dd} = l_{dd}^{(0)} \quad (4.20)$$

$$l_{qq} = l_{qq}^{(0)} + l_{qq}^{(2)} \cos(2\vartheta_i) \quad (4.21)$$

$$l_{dq} = l_{dq}^{(2)} \sin(2\vartheta_i) \quad (4.22)$$

$$l_{\Delta} = l_{\Delta}^{(0)} + l_{\Delta}^{(2)} \cos(2\vartheta_i) \quad (4.23)$$

Da queste osservazioni segue tale approssimazione:

$$B_{hq} = -(l_{\Delta}^{(0)} + l_{\Delta}^{(2)} \cos(2\Delta\vartheta + 2\vartheta_i^*)) \sin(2\Delta\vartheta) - l_{dq}^{(2)} \sin(2\Delta\vartheta + 2\vartheta_i^*) \cos(2\Delta\vartheta) \quad (4.24)$$

dove le induttanze sono espresse in funzione dell'angolo di corrente, che solitamente coincide con l'angolo di *MTPA*, ϑ_i^* .

Svolgendo i calcoli algebrici, risulta:

$$B_{hq} = -l_{\Delta}^{(0)} \sin(2\Delta\vartheta) - \frac{1}{2}(l_{\Delta}^{(2)} + l_{dq}^{(2)}) \sin(4\Delta\vartheta + 2\vartheta_i^*) + \frac{1}{2}(l_{\Delta}^{(2)} - l_{dq}^{(2)}) \sin(2\vartheta_i^*) \quad (4.25)$$

Da questa equazione approssimativa, si può chiarire il motivo per cui il segnale I_{hq} , a meno della A_{hq} , ha un valore medio costante e negativo. Infatti, se si valuta la (4.25) in $\Delta\vartheta = 0$, si ottiene il seguente segnale, denominato I_{hq}^* :

$$I_{hq}^* = A_{hq} * (-l_{dq}^{(2)} \sin(2\vartheta_i^*))$$

ovvero:

$$I_{hq}^* = -\frac{U_h}{\omega_h (l_{dd} l_{qq} - l_{dq}^2)} [l_{dq}^{(2)} \sin(2\vartheta_i^*)] \quad (4.26)$$

L'espressione (4.26) e quanto precedentemente descritto chiariscono perché il *PI* dell'osservatore non converga in situazioni particolari, ovvero in motori in cui l_{dq} risulta molto alta, a parità delle altre induttanze differenziali. Infatti, il blocco osservatore individua i passaggi per lo zero del segnale I_{hq} : se esso non passa per zero a causa della costante I_{hq}^* , o comunque supera lo zero per valori molto piccoli, il controllo potrebbe non convergere.

La stessa cosa può essere detta con altre parole, ovvero il margine di convergenza del *PI* si restringe notevolmente incrementando le correnti, ovvero all'aumentare dell'induttanza differenziale di saturazione incrociata.

Le simulazioni nel motore sotto indagine hanno dimostrato l'esattezza delle valutazioni approssimative. A seguire si illustra lo schema a blocchi con cui viene valutato il segnale I_{hq} e le possibili correzioni che possono essere applicate.

4.5 Compensazione del segnale I_{hq}

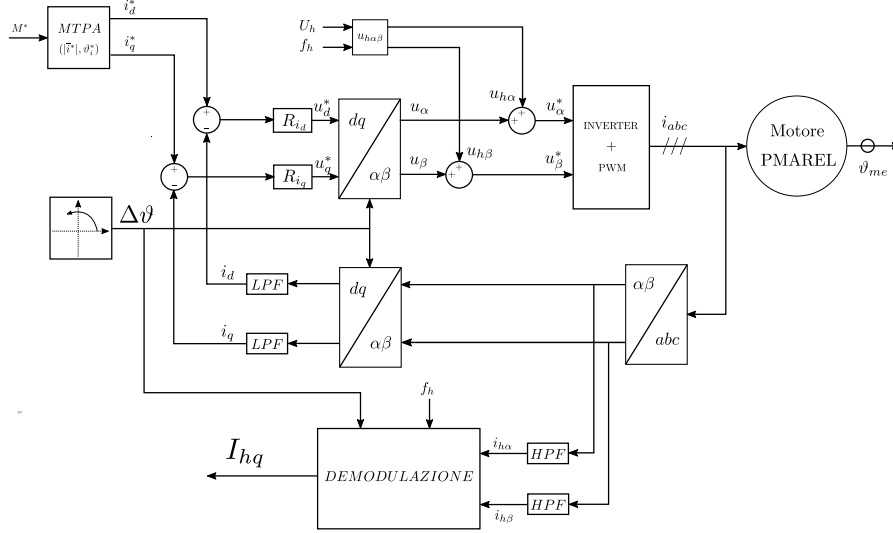


Figura 4.13: Schema a blocchi del controllo per ottenere il segnale I_{hq} al variare dell'angolo di riferimento e con rotore bloccato.

La Figura (4.13) illustra lo schema a blocchi del controllo utilizzato per valutare il segnale I_{hq} , dove, come già visto, si tiene il rotore bloccato e si fa variare l'angolo di corrente e quello utilizzato come riferimento per le trasformazioni da $\alpha\beta$ a dq (o viceversa), $\Delta\vartheta$.

Una possibile soluzione al problema è quella di compensare l'offset del segnale I_{hq} , sommando ad esso un valore uguale e contrario, ovvero $-I_{hq}^*$. Questa compensazione viene fatta forzatamente prima che il segnale passi attraverso il PI dell'osservatore.

Compensando l'errore di offset, il segnale I_{hq} risulterà sfasato in anticipo di un angolo pari a metà dell'arcoseno del rapporto fra $-I_{hq}^*$ e il modulo del segnale I_{hq} valutato in $\Delta\vartheta = 0$, ovvero il valore massimo che può assumere (I_{hq}^{\max}). I_{hq}^* e I_{hq}^{\max} vengono definiti rigorosamente come [9]:

$$I_{hq}^* = I_{hq}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, 0) \quad (4.27)$$

$$I_{hq}^{\max} = A_{hq}(\bar{i}^*, 0) \sqrt{l_{\Delta}^2(\bar{i}^*, 0) + l_{dq}^2(\bar{i}^*, 0)} \quad (4.28)$$

L'angolo di sfasamento dovuto a questa compensazione, α^* , risulta:

$$\alpha^* = \frac{1}{2} \text{asin} \left(-\frac{I_{hq}^*}{I_{hq}^{\max}} \right) \quad (4.29)$$

α^* si ricava pensando il segnale I_{hq} come a un $\sin(2\Delta\vartheta + 2\varepsilon)$ (e non più come a $\sin(2\Delta\vartheta)$ e $\cos(2\Delta\vartheta)$) e sapendo che esso si annulla a $\Delta\vartheta = 0$:

$$I_{hq}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, 0) = -I_{hq}^*(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, 0) - \frac{U_h \sqrt{l_{dq}^2(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, 0) + l_{\Delta}^2(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, 0)}}{\omega_h (l_{dd}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, 0) l_{qq}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, 0) - l_{dq}^2(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, 0))} \sin(2\Delta\vartheta + 2\varepsilon) = 0$$

Da qui, si ottiene l'angolo α^* che corrisponde all'errore introdotto da $-I_{hq}^*$, da cui poi si ricava la forma data nella (4.29):

$$\begin{aligned} -I_{hq}^*(\bar{i}^*, 0) &= \frac{U_h \sqrt{l_{dq}^2(\bar{i}^*, 0) + l_{\Delta}^2(\bar{i}^*, 0)}}{\omega_h (l_{dd}(\bar{i}^*, 0) l_{qq}(\bar{i}^*, 0) - l_{dq}^2(\bar{i}^*, 0))} \sin(2\Delta\vartheta + 2\varepsilon) \\ &= I_{hq}^{\max}(\bar{i}^*, 0) \sin(2\Delta\vartheta + 2\varepsilon) \end{aligned}$$

Da cui:

$$\alpha^* = \Delta\vartheta + \varepsilon = \frac{1}{2} \operatorname{asin} \left(-\frac{I_{hq}^*}{I_{hq}^{\max}} \right)$$

Inoltre, si ricaverà sempre che:

$$-I_{hq}^{\max} < I_{hq}^* < I_{hq}^{\max} \quad (4.30)$$

Oltre a questa compensazione, può essere operata anche quella relativa all'errore di stima della posizione rotorica causato da l_{dq} : anch'essa, già illustrata nel *Capitolo 3*, contribuisce alla convergenza del controllo. Viene dunque riportata la correzione dell'errore ε , fatta direttamente all'uscita dell'osservatore. Sommando le ultime due compensazioni sulla posizione rotorica, risulta un'unico angolo α che verrà sottratto all'uscita dell'osservatore:

$$\alpha = \varepsilon + \alpha^* \quad (4.31)$$

Il segnale $I_{hq}^{\text{IN}} = I_{hq}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*, \Delta\vartheta, I_{hq}^*, \alpha)$, ovvero quello che entra nell'osservatore con le compensazioni già sommate, risulta:

$$I_{hq}^{\text{IN}} = -I_{hq}^* + I_{hq}^{\text{A}}(\bar{i}^*, \Delta\vartheta) [-l_{\Delta}(\bar{i}^*, \Delta\vartheta) \sin(2\Delta\vartheta - 2\alpha) - l_{dq}(\bar{i}^*, \Delta\vartheta) \cos(2\Delta\vartheta - 2\alpha)] \quad (4.32)$$

Lo schema seguente illustra quanto appena detto.

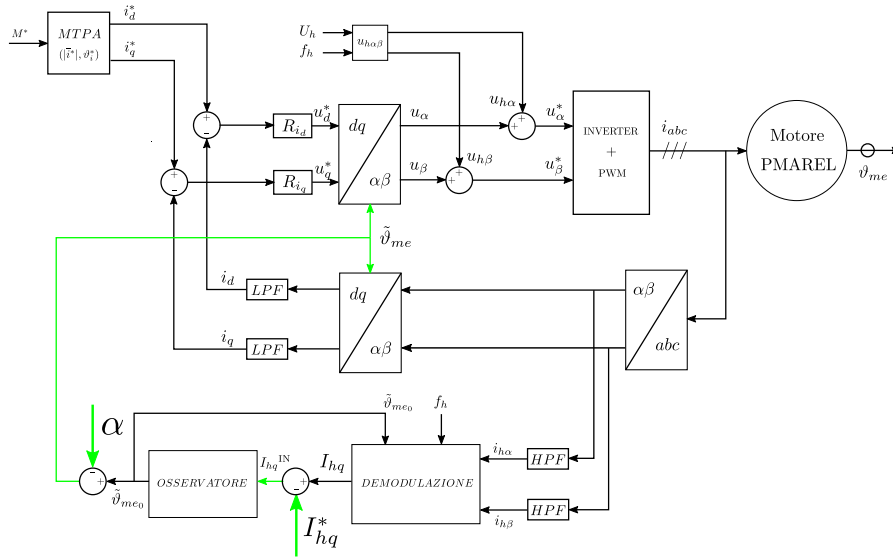


Figura 4.14: Schema a blocchi del controllo di un motore PMAREL con entrambe le compensazioni [9].

Al blocco *DEMODULAZIONE* viene dato l'angolo stimato senza correzione dell'errore sulla posizione rotorica dovuto a l_{dq} e a I_{hq}^* , altrimenti la compensazione non avverrebbe.

Questo problema non vi è, invece, qualora la correzione venga fatta prima del blocco della demodulazione. Dunque, le stesse compensazioni degli angoli possono essere fatte, con risultati identici, anche come visto nelle *Sezioni 3.4.2* e *3.4.3*.

Capitolo 5

Studio delle soluzioni finalizzate alla convergenza del controllo

Le modalità di compensazione e correzione sono state presentate nei capitoli precedenti. Si procede ora con l'applicazione delle stesse sul modello del motore tramite simulazioni e si cerca di trovare delle soluzioni da applicare su motori reali che portino al dispendio minimo di tempo e che possano essere applicate anche su motori IPM, REL o PMAREL di cui non si conosce esattamente la struttura interna (e dunque dove è difficile ricavare un modello agli elementi finiti).

5.1 Compensazioni tramite LUT

Il primo approccio al problema è il più complesso dal punto di vista della realizzazione.

Si procede con la ricostruzione di un modello agli elementi finiti del motore. Attraverso quest'ultimo si ricavano i flussi concatenati per diverse correnti di statore e, attraverso le equazioni viste nella *Sezione 4.2*, si ricavano le induttanze differenziali. Il modello, perché abbia una validità applicativa, deve essere quanto più accurato e simile al funzionamento reale. Questo comporta un dispendio di risorse che potrebbe essere valutato spesso come irragionevole.

L'obiettivo sarebbe *mappare* le induttanze differenziali del motore per un numero abbastanza fitto di correnti di asse d e q e per diverse posizioni del rotore: in questo modo sarebbe possibile, attraverso delle Look Up Table, applicare delle compensazioni accurate in funzione delle correnti misurate allo statore.

Il motore analizzato è stato mappato accuratamente ad una posizione fissa del rotore ($\vartheta_{me} = 0$). In questo modo sono state applicate tutte le compensazioni tramite *LUT*, nelle diverse modalità descritte. Le simulazioni hanno dato i risultati seguenti.

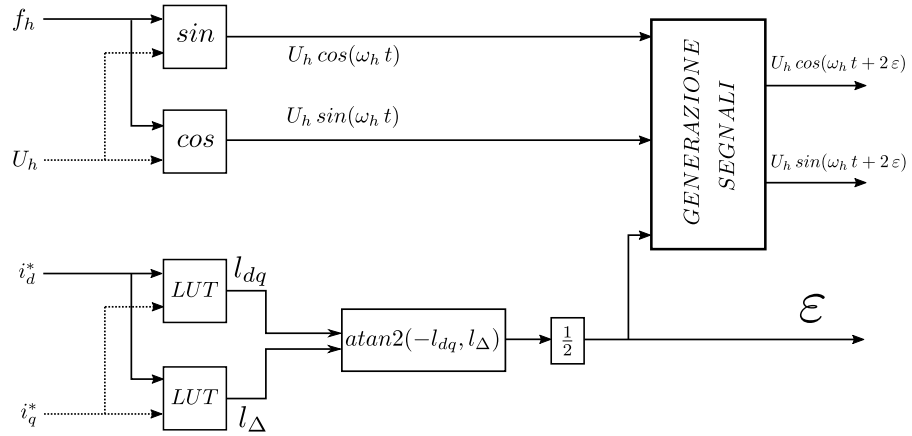


Figura 5.1: Generazione di ε o delle tensioni hf iniettate con correzione dell'errore di stima integrato.

Come si vede dalla *Figura (5.1)*, il valore delle induttanze viene preso in corrispondenza della corrente di riferimento (che si presume coincida con quella del motore se il controllo è ben tarato) o in corrispondenza della corrente misurata e viene applicata la correzione dell'errore di stima ε nelle tre diverse modalità già esposte.

Il risultato è ben visibile dal grafico che riproduce il segnale I_{hq} .

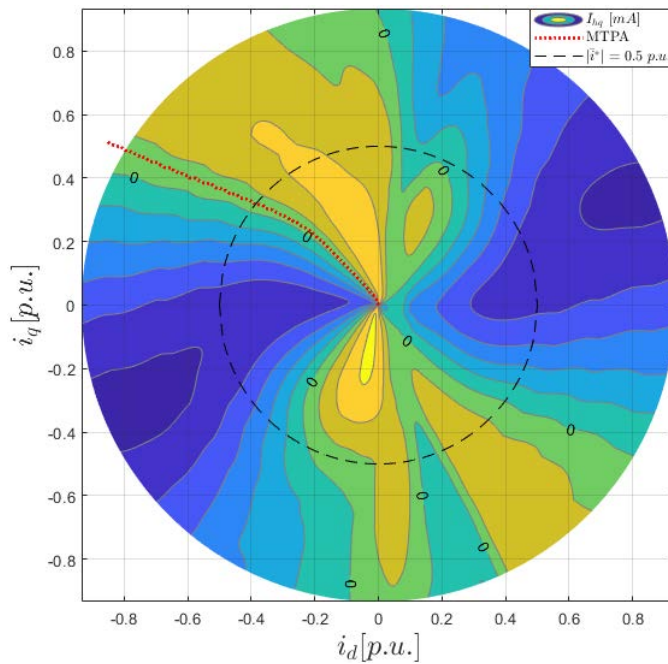


Figura 5.2: Segnale I_{hq} con compensazione dell'errore di stima sulla posizione.

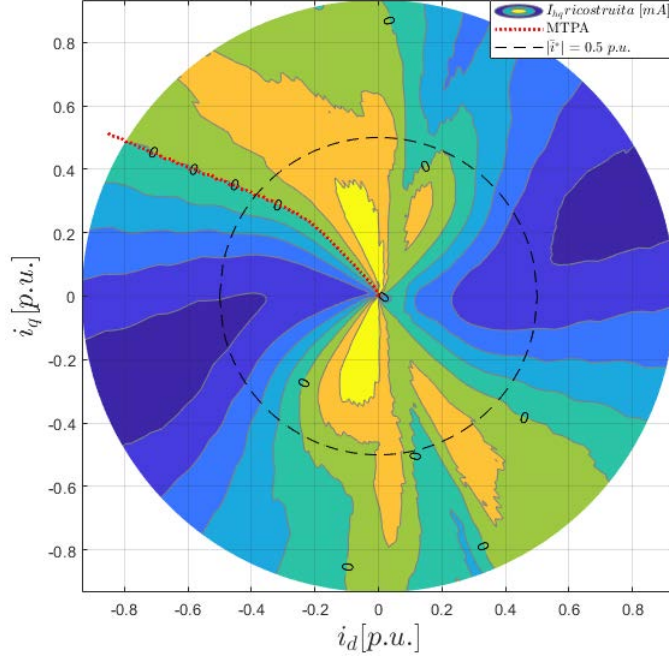


Figura 5.3: Segnale I_{hq} ricostruito con compensazione dell'errore di stima sulla posizione.

In *Figura (5.2)* si nota che la compensazione di ε è stata addirittura abbondante, tanto da sovra-compensare l'errore. Probabilmente, questo errore di compensazione è dovuto all'azione dei filtri e al fatto che i segnali vengono attuati a tempo discreto, per riprodurre il più possibile un modello reale di motore e controllo.

Infatti, in *Figura (5.3)* si vede chiaramente che compensando l'errore nello stesso modo, ma questa volta nel segnale I_{hq} ricostruito partendo dalle induttanze ricavate tramite *LUT* e dall'equazione (4.14), l'osservatore andrebbe a convergere con errore nullo sulla stima della posizione. La stessa differenza si può notare anche nelle *Figure (4.9)* e *(4.10)*, nelle quali l'errore di stima della posizione rotorica differisce leggermente.

La medesima compensazione viene attuata anche con la I_{hq}^* , ricostruita anch'essa attraverso le correnti di riferimento i_d^* e i_q^* e tramite le *LUT* delle induttanze oppure direttamente con la *LUT* dell'inertanza differenziale di saturazione incrociata. Infatti:

$$I_{hq}^* = \frac{U_h}{\omega_h} \left(-\frac{l_{dq}}{l_{dd}l_{qq} - l_{dq}^2} \right) = \frac{U_h}{\omega_h} (\Gamma_{dq}) \quad (5.1)$$

Si mostra dunque il segnale I_{hq} con la sola compensazione I_{hq}^* e α^* e lo stesso con entrambe le compensazioni, I_{hq}^* e α^* ed ε .

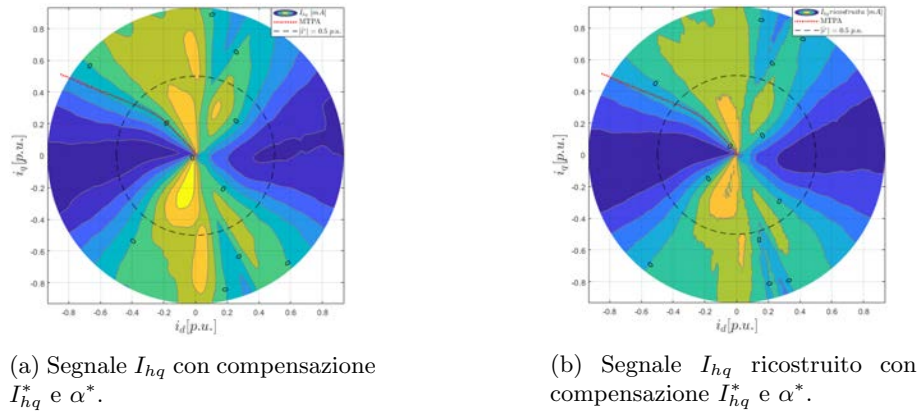


Figura 5.4: Segnale I_{hq} in funzione delle correnti di riferimento con la sola compensazione di I_{hq}^* e α^* .

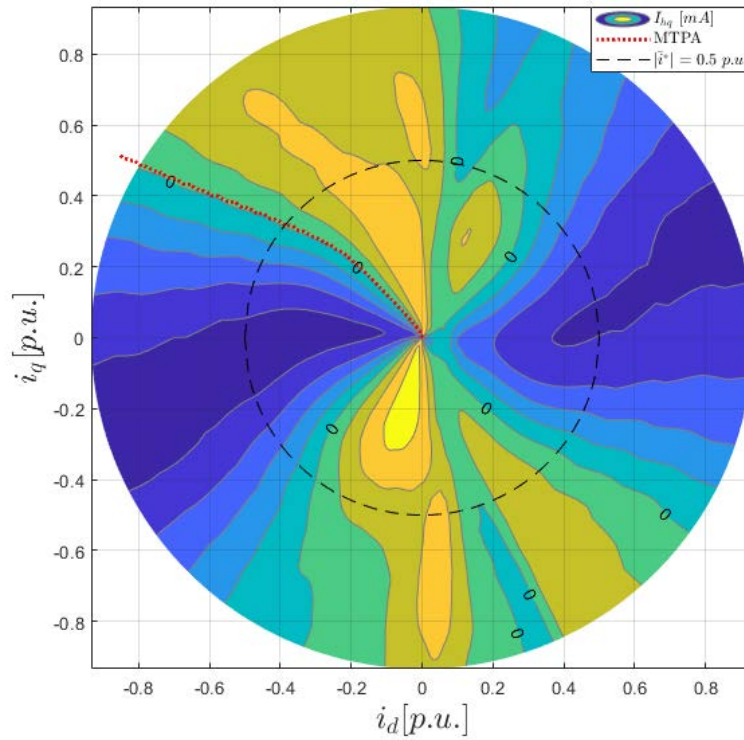


Figura 5.5: Segnale I_{hq} con entrambe le compensazioni.

La Figura (5.4a) mostra che il segnale I_{hq} è stato leggermente traslato verso l'alto (ovvero è stata estesa la zona intorno all'*MTPA* ove esso è positivo), evitando così problemi di convergenza anche a corrente nominale o poco oltre. Non è stata fatta nessuna correzione dell'errore di stima della posizione: infatti, la linea indicante i punti di lavoro in *MTPA* si discosta molto da quella dello zero.

Con entrambe le compensazioni si va invece ad aumentare il cosiddetto *margin di convergenza*, m , ovvero l'intervallo angolare in cui I_{hq} è positivo; ma allo stesso tempo si va anche ad azzerare l'errore di stima sulla posizione rotorica. È molto importante che m sia abbastanza elevato in modo da permettere all'osservatore di convergere: con margini di convergenza molto piccoli o nulli il controllo non convergerebbe [9].

A supporto di quanto appena esposto viene mostrato il segnale I_{hq} per il modulo di corrente nominale, $|\hat{i}^*| = 1.0 \text{ p.u.}$, al variare dell'angolo $\Delta\vartheta$.

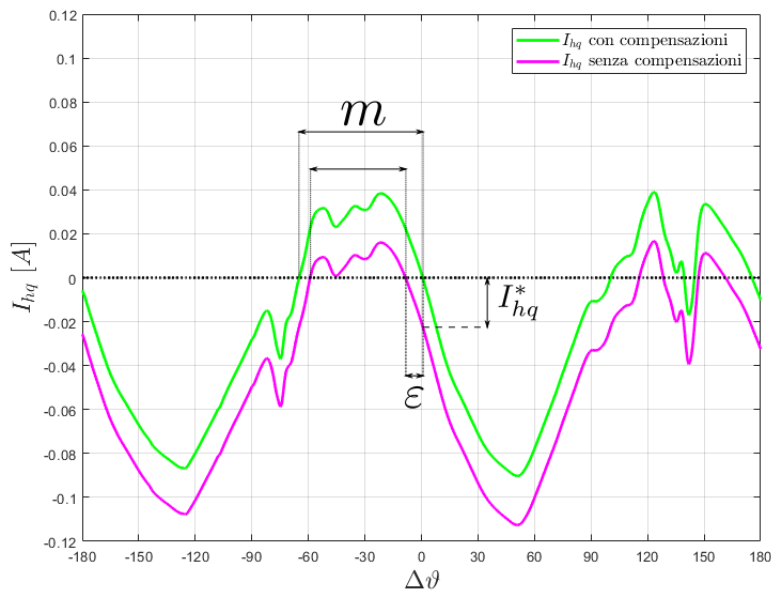


Figura 5.6: Segnale I_{hq} con modulo di corrente nominale, con e senza compensazioni.

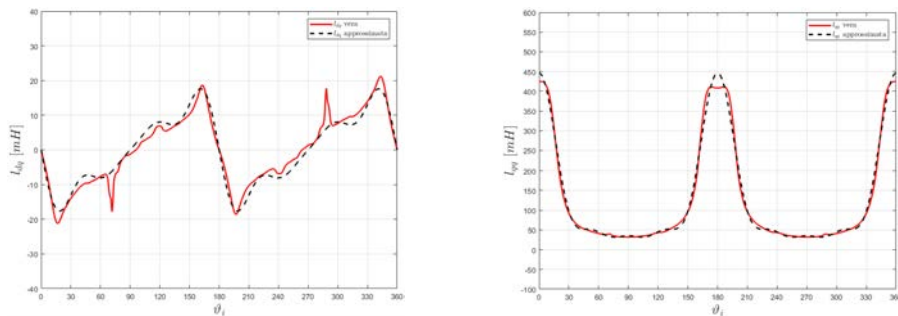
5.2 Approssimazione di induttanze e inertanze differenziali tramite serie di Fourier

Costruire un modello accurato di un motore tramite analisi agli elementi finiti può essere spesso difficile e molto dispendioso da tutti i punti di vista. Inoltre, non vi è mai la matematica certezza che il modello riproduca esattamente il funzionamento del motore reale, essendoci variabili di cui non è semplice tenere conto.

Allo stesso modo, misurare i flussi e le correnti di un motore reale, mappandone così il funzionamento, e potendo ricavare tutte le induttanze differenziali, può portare via molto tempo e richiede una strumentazione avanzata.

L'obiettivo, dunque, è quello di capire il comportamento delle induttanze al variare dell'angolo di corrente per riprodurle con il minor numero di misure possibile.

Come visto nella *Sezione 4.4*, le induttanze differenziali, al variare dell'angolo della corrente di riferimento, possono essere approssimate bene tramite una somma di coseni o seni (ad esclusione della l_{dd}). Quindi, sono stati presi i valori di queste induttanze, ricavate tramite simulazioni *FEM*, per un modulo di corrente intorno a quella nominale e considerando un numero di punti molto grande al variare dell'angolo ϑ_i . Tramite l'apposita funzione *fit* di *MatLab*, è possibile approssimare la curva tramite serie di Fourier e si può inoltre estrapolare dai risultati il contenuto armonico delle curve in questione. I risultati sono quelli già mostrati nelle equazioni (4.17), (4.18) e (4.19). Approssimando la l_{qq} con una somma di coseni e la l_{dq} con una somma di seni, entrambi soltanto di armoniche pari, fino a quelle di ordine 8, si ottengono le seguenti curve.



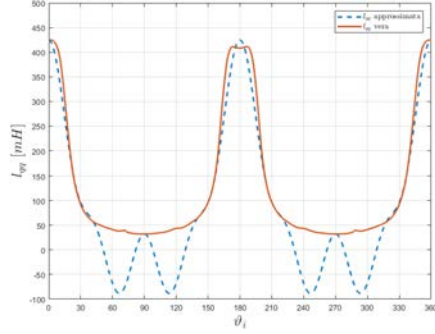
(a) l_{dq} approssimata tramite *fitting* di un numero grande di valori.

(b) l_{qq} approssimata tramite *fitting* di un numero grande di valori.

Figura 5.7: Induttanze l_{dq} e l_{qq} a corrente nominale approssimate tramite *fitting* fino all'armonica di ordine 8.

Come noto, l'obiettivo finale è cercare di approssimare tali curve con il minor numero di misure. Risulta difficile però farlo con precisione: infatti, attraverso il metodo di Cramer, è possibile risolvere un sistema lineare di n equazioni in n incognite. Attraverso il *fitting* di un numero grande di punti è possibile approssimare bene le incognite, che nel nostro caso corrispondono ai coefficienti di seni e coseni presenti nella serie di Fourier.

Per esempio, conoscendo soltanto 5 punti della curva, è possibile approssimare tramite serie di Fourier con 5 armoniche, come succede nell'equazione (4.17) e in quelle seguenti. L'approssimazione risulta molto scarsa specialmente in alcuni punti: ma è altresì vero che prendere un numero di punti superiore sarebbe identico a misurare accuratamente le induttanze e approssimarle linearmente. Scegliendo accuratamente i punti nei quali fare le misure (in questo caso presi dai valori ricavati dalle simulazioni), la l_{qq} risulta come in figura seguente. La l_{dq} , purtroppo, è difficilmente approssimabile soltanto con 5 misure e non dà risultati soddisfacenti.


 Figura 5.8: l_{qq} approssimata con *fitting* in 5 punti.

Un'alternativa potrebbe essere approssimare graficamente l_{dq} e l_{qq} (e identicamente per l_{Δ}) tramite la misura di l_{qq} in $\vartheta_i = 0^\circ$ e $\vartheta_i = 90^\circ$, ovvero nel suo massimo e nel suo minimo, e ugualmente per l_{dq} a $\vartheta_i = 45^\circ$ e $\vartheta_i = -45^\circ$ [9]. Se consideriamo l'induttanza differenziale di asse q come un valore fisso a cui è sommato un coseno di armonica 2 (e similmente per l_{Δ}) e l'induttanza differenziale di saturazione incrociata soltanto come un seno di armonica 2, il risultato è il seguente.

$$l_{qq} = \left(\frac{l_{qq}^0 + l_{qq}^{90}}{2} \right) + \left(\frac{l_{qq}^0 - l_{qq}^{90}}{2} \right) \cos(2\vartheta_i) \quad (5.2)$$

$$l_{dq} = - \left(\frac{l_{dq}^{-45} - l_{dq}^{45}}{2} \right) \sin(2\vartheta_i) \quad (5.3)$$

$$l_{\Delta} = \left(\frac{l_{\Delta}^0 + l_{\Delta}^{90}}{2} \right) + \left(\frac{l_{\Delta}^0 - l_{\Delta}^{90}}{2} \right) \cos(2\vartheta_i) \quad (5.4)$$

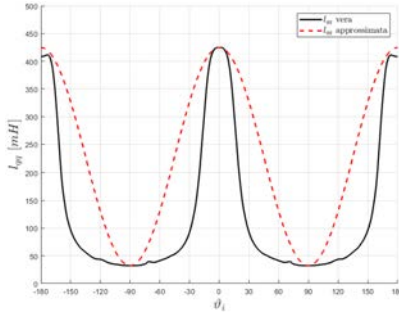
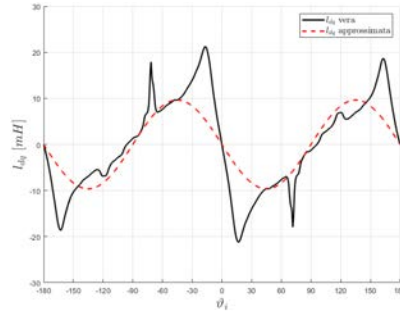

 (a) l_{qq} approssimata graficamente.

 (b) l_{dq} approssimata graficamente.

Figura 5.9: Induttanze di asse in quadratura e di saturazione incrociata a correnti nominali approssimate graficamente.

Dalle due figure riportate si vede con chiarezza che l'approssimazione grafica non può assolutamente essere utilizzata per il controllo. Infatti, l'errore che si farebbe approssimando l_{qq} tra 120° e 150° , zone dove è posto il funzionamento in *MTPA*, sarebbe troppo elevato. Le stesse considerazioni valgono per l_{dq} .

Le approssimazioni pensate per le induttanze differenziali vengono ora testate sulle inerzie differenziali, Γ_{dq} e Γ_{Δ} , identicamente a come è stato appena fatto. Le definizioni di inerzia differenziale di semisomma e di semidifferenza sono rispettivamente le seguenti.

$$\Gamma_{\Sigma} = \frac{\Gamma_{dd} + \Gamma_{qq}}{2} = \frac{l_{\Sigma}}{l_{dd}l_{qq} - l_{dq}^2} \quad (5.5)$$

$$\Gamma_{\Delta} = \frac{\Gamma_{dd} - \Gamma_{qq}}{2} = \frac{l_{\Delta}}{l_{dd}l_{qq} - l_{dq}^2} \quad (5.6)$$

Qui prenderemo in analisi direttamente l'inerzia differenziale di semidifferenza visto che ai fini del controllo interessa maggiormente rispetto a quella di asse q .

A titolo esemplificativo si mostrano le inerzie differenziali di asse d , q , di saturazione incrociata e di semidifferenza, calcolate per diversi valori di corrente, esattamente come fatto nelle *Figure (4.12)*.

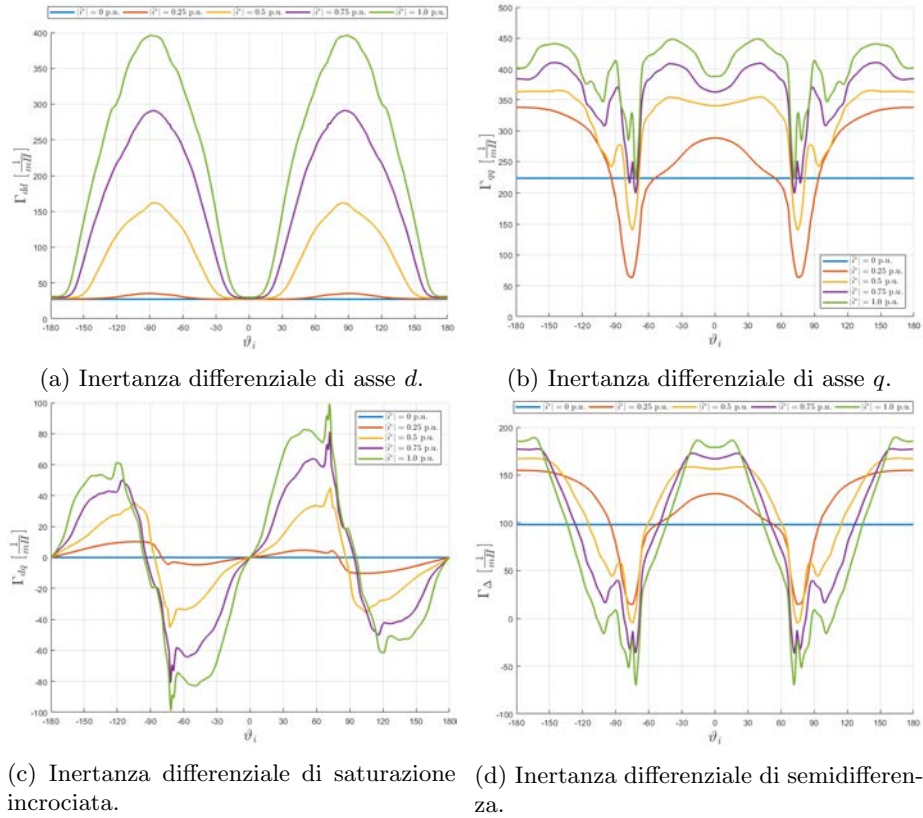


Figura 5.10: Inerzie differenziali del motore al variare dell'angolo della corrente e per diversi moduli della corrente stessa.

Dalle figure sembrerebbe che le inerzie abbiano delle forme molto simili alle induttanze. Il contenuto armonico, però, è abbastanza differente. Sottoponendo Γ_{dq} e Γ_{Δ} alla funzione *fit*, si ottengono infatti i seguenti risultati.

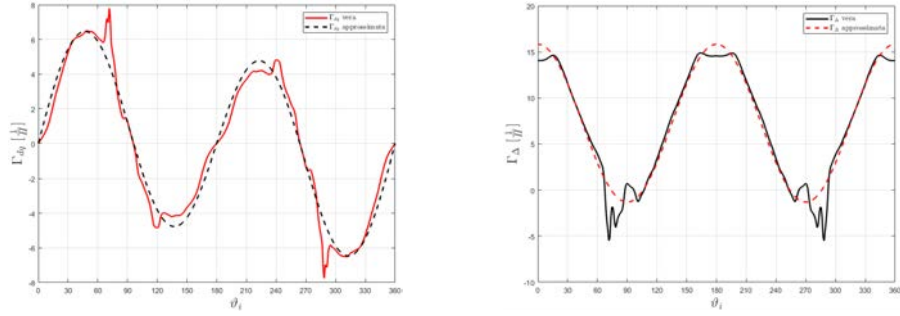
$$\Gamma_{qq} = \Gamma_{qq}^{(0)} + \Gamma_{qq}^{(2)} \cos(2\vartheta_i) + \Gamma_{qq}^{(4)} \cos(4\vartheta_i) + \Gamma_{qq}^{(6)} \cos(6\vartheta_i) + \Gamma_{qq}^{(8)} \cos(8\vartheta_i) \quad (5.7)$$

$$\Gamma_{\Delta} = \Gamma_{\Delta}^{(0)} + \Gamma_{\Delta}^{(2)} \cos(2\vartheta_i) + \Gamma_{\Delta}^{(4)} \cos(4\vartheta_i) + \Gamma_{\Delta}^{(6)} \cos(6\vartheta_i) + \Gamma_{\Delta}^{(8)} \cos(8\vartheta_i) \quad (5.8)$$

$$\Gamma_{dq} = \Gamma_{dq}^{(2)} \sin(2\vartheta_i) + \Gamma_{dq}^{(4)} \sin(4\vartheta_i) + \Gamma_{dq}^{(6)} \sin(6\vartheta_i) + \Gamma_{dq}^{(8)} \sin(8\vartheta_i) \quad (5.9)$$

L'approssimazione con serie di Fourier varia molto a seconda del modulo di corrente. Per cui è difficile dare una definizione accurata del problema a livello generale.

A correnti nominali, però, si nota come sia molto semplice approssimare le curve di Γ_{Δ} e Γ_{dq} rispettivamente con un semplice $\cos(2\vartheta_i)$ e con un $\sin(\vartheta_i)$ sommato al $\sin(2\vartheta_i)$ (che è sempre e comunque l'armonica predominante).



(a) Γ_{dq} approssimata con armoniche di ordine 1 e 2 tramite *fitting* di un numero grande di valori.

(b) Γ_{Δ} approssimata soltanto con armonica di ordine 2 tramite *fitting* di un numero grande di valori.

Figura 5.11: Inertanze Γ_{dq} e Γ_{Δ} a corrente nominale approssimate tramite *fitting*.

L'approssimazione grafica, fatta allo stesso modo delle (5.3) e (5.4), darebbe problemi simili a quelli delle induttanze per Γ_{dq} e qualche problema in meno per Γ_{Δ} vista la sua somiglianza forte a un $\cos(2\vartheta_i)$. I risultati per l'inertanza differenziale di semidifferenza a corrente nominale sono sicuramente più soddisfacenti rispetto a quelli della corrispondente induttanza.

$$\Gamma_{\Delta} = \left(\frac{\Gamma_{\Delta}^0 + \Gamma_{\Delta}^{90}}{2} \right) + \left(\frac{\Gamma_{\Delta}^0 - \Gamma_{\Delta}^{90}}{2} \right) \cos(2\vartheta_i) \quad (5.10)$$

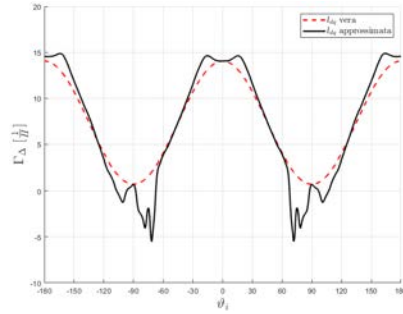
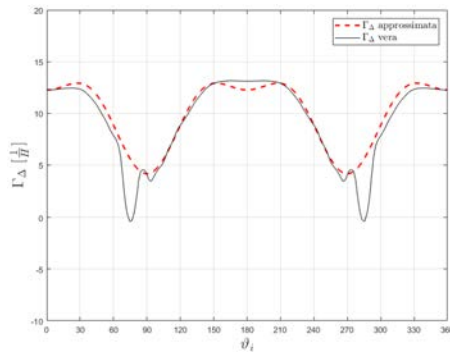


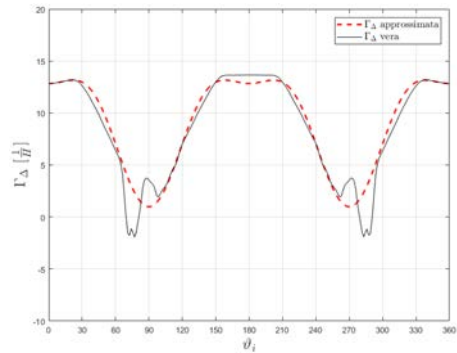
Figura 5.12: Γ_{Δ} approssimata graficamente.

Si procede ora con l'approssimazione tramite serie di Fourier della Γ_{Δ} , attraverso la misura di soli 3 punti. Prendendo i valori a $\vartheta_i = 0^\circ$, $\vartheta_i = 120^\circ$ e $\vartheta_i = 150^\circ$, l'approssimazione per moduli di corrente pari a $|i^*| = 0.5$ p.u., $|i^*| = 0.67$ p.u., $|i^*| = 0.83$ p.u. e $|i^*| = 1.0$ p.u. (ovvero a 3 A, 4 A, 5 A e 6 A quando $|I_{nominale}| \approx 6$ A), dà i risultati seguenti.

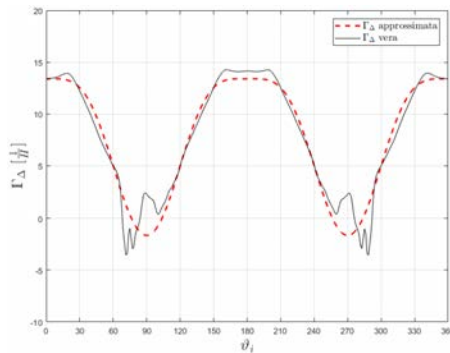
$$\Gamma_{\Delta} = \Gamma_{\Delta}^{(0)} + \Gamma_{\Delta}^{(2)} \cos(2\vartheta_i) + \Gamma_{\Delta}^{(4)} \cos(4\vartheta_i) \quad (5.11)$$



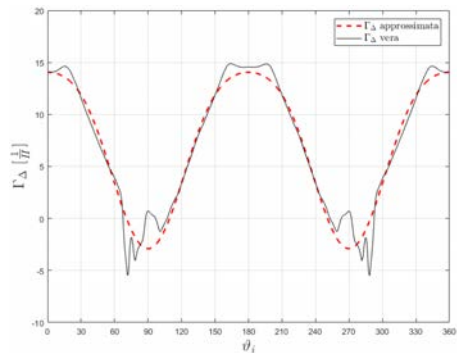
(a) Γ_{Δ} a 3 A.



(b) Γ_{Δ} a 4 A.



(c) Γ_{Δ} a 5 A.



(d) Γ_{Δ} a 6 A.

Figura 5.13: Inertanza differenziale di semidifferenza approssimata tramite serie di Fourier attraverso la misura di 3 suoi valori.

Dalle figure riportate si vede che all'aumentare del modulo della corrente, aumenta anche la possibilità di approssimare bene con la (5.11) le curve relative a Γ_{Δ} . La forma delle curve, al crescere del modulo di corrente, si modifica molto meno rispetto alle stesse curve delle induttanze: questo permette una più facile approssimazione anche con pochissimi punti campionati.

Se ripetessimo la stessa operazione misurando soltanto 2 punti, i risultati sarebbero soddisfacenti a corrente nominale. Diverrebbero poco utili altrove dato che la curva diventa approssimabile soltanto con:

$$\Gamma_{\Delta} = \Gamma_{\Delta}^{(0)} + \Gamma_{\Delta}^{(2)} \cos(2\vartheta_i) \quad (5.12)$$

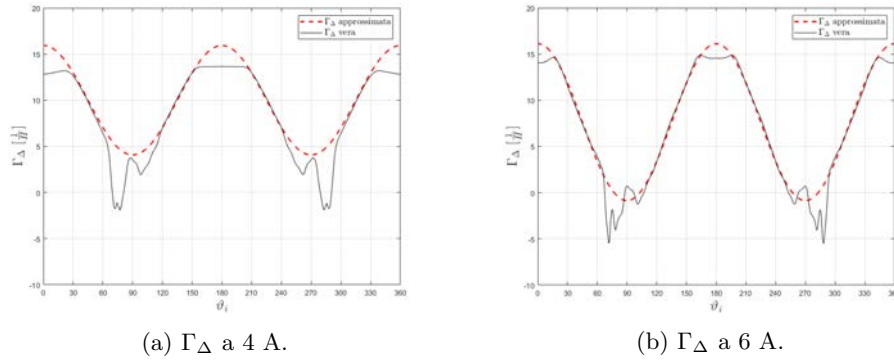


Figura 5.14: Inertanza differenziale di semidifferenza approssimata tramite serie di Fourier attraverso la misura di 2 suoi valori.

Le stesse operazioni sono state svolte per Γ_{dq} : misurandola in due punti determinati, nel nostro caso a $\vartheta_i = 45^\circ$ e $\vartheta_i = 225^\circ$, e approssimando la curva attraverso la somma di due seni, si ottengono dei risultati soddisfacenti a corrente nominale, che divengono meno buoni a correnti più basse. Questo è dovuto al cambio di forma della curva e dunque anche al suo differente contenuto armonico a seconda della valore del modulo di corrente.

$$\Gamma_{dq} = \Gamma_{dq}^{(1)} \sin(\vartheta_i) + \Gamma_{dq}^{(2)} \sin(2\vartheta_i) \quad (5.13)$$

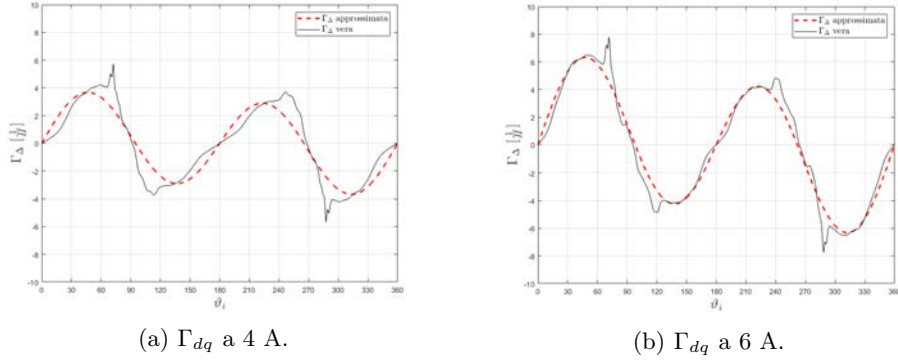


Figura 5.15: Inertanza differenziale di saturazione incrociata approssimata tramite serie di Fourier attraverso la misura di 2 suoi valori.

Infine, un problema non trascurabile è il fatto che, per misurare i due valori necessari al fine di ricavare le due inertanze, anche solo a corrente nominale, occorrerebbe farlo in 4 punti differenti, e non soltanto 2 come preventivato. Questo a causa del fatto che, misurando in angoli ϑ_i uguali sia Γ_{dq} che Γ_{Δ} , non si otterrebbero risultati soddisfacenti per entrambe le inertanze.

5.3 Misura indiretta delle inertanze differenziali

Solitamente, per ricavare le induttanze differenziali del motore si procede con la misura dei flussi concatenati in maniera indiretta tramite misure di tensione e si misurano le correnti in entrata nelle fasi di statore. In questo modo, è possibile ricavare le induttanze differenziali tramite le equazioni (4.1), (4.2) e (4.3). Allo stesso modo si possono ricavare le inertanze.

$$\Gamma_{dd} = \frac{\partial i_d(\lambda_d, \lambda_q)}{\partial \lambda_d} \quad (5.14)$$

$$\Gamma_{qq} = \frac{\partial i_q(\lambda_d, \lambda_q)}{\partial \lambda_q} \quad (5.15)$$

$$\Gamma_{dq} = \frac{\partial i_d(\lambda_d, \lambda_q)}{\partial \lambda_q} = \frac{\partial i_q(\lambda_d, \lambda_q)}{\partial \lambda_d} = \Gamma_{qd} \quad (5.16)$$

Come già anticipato, questo processo potrebbe richiedere tempi molto lunghi e un numero di misure del tutto irragionevole. Ecco perché si propone un metodo di misura indiretto attraverso i segnali in uscita dalla demodulazione.

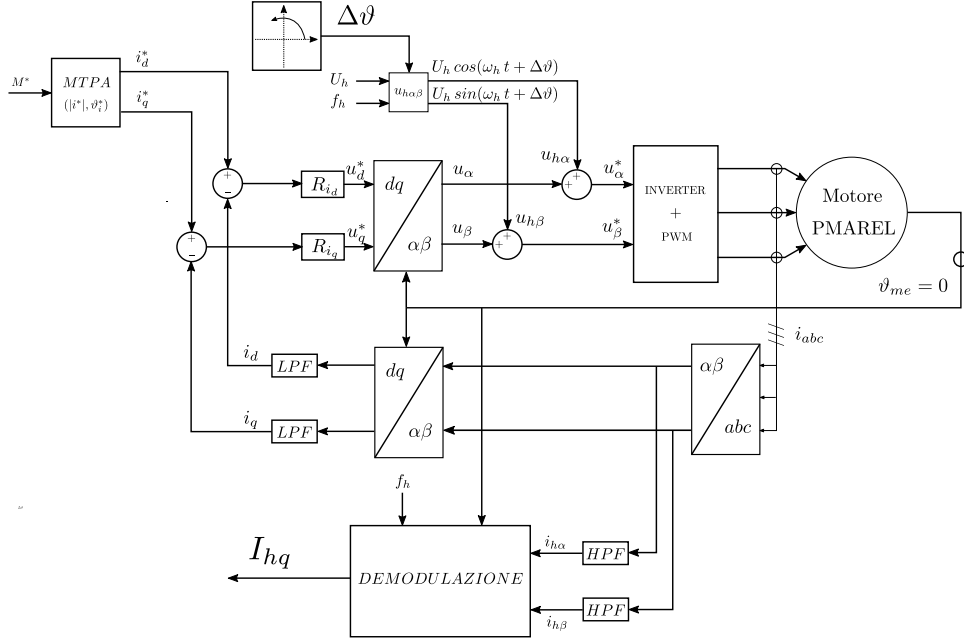


Figura 5.16: Segnale I_{hq} calcolato con iniezione rotante a rotore bloccato con modalità *sensored*.

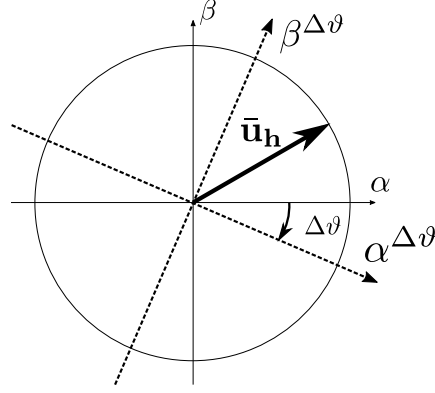
Come si può vedere da *Figura (5.16)*, lo schema di controllo del motore è simile a quello usato per calcolare I_{hq} . In questo caso si procede a lavorare a **rotore bloccato**: nello schema il rotore è stato posizionato a $\vartheta_{me} = 0^\circ$ per semplicità. La posizione usata per eseguire il controllo è quella vera, ovvero quella misurata da un encoder; la stessa posizione verrà usata anche per demodulare.

Le tensioni iniettate vengono invece ruotate rispetto al loro sistema di riferimento di un angolo $\Delta\vartheta$. Tale operazione può essere pensata anche come una rotazione in senso orario del sistema di riferimento $\alpha\beta$ di un angolo $\Delta\vartheta$. Ciò corrisponde esattamente a quanto fatto nella *Sezione 3.4.2* ruotando di un angolo 2ε le tensioni hf iniettate.

I calcoli possono essere svolti in modo corrispondente a quanto fatto nella stessa sezione, con l'eccezione che qui viene utilizzata la posizione vera del rotore ϑ_{me} per demodulare, al posto di $\tilde{\vartheta}_{me}$. L'errore sulla stima della posizione è sempre e comunque nullo, per cui nel segnale I_{hq} rimane soltanto l'angolo $\Delta\vartheta$ aggiunto all'iniezione.

Vediamo, in modo semplificato, quanto appena detto:

$$\begin{pmatrix} u_{h\alpha} \\ u_{h\beta} \end{pmatrix} = U_h \begin{pmatrix} \cos(\omega_h t + \Delta\vartheta) \\ \sin(\omega_h t + \Delta\vartheta) \end{pmatrix} = U_h \begin{pmatrix} \cos(\Delta\vartheta) & -\sin(\Delta\vartheta) \\ \sin(\Delta\vartheta) & \cos(\Delta\vartheta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\omega_h t) \\ \sin(\omega_h t) \end{pmatrix} \quad (5.17)$$


 Figura 5.17: Rotazione del sistema di riferimento $\alpha\beta$

$$\begin{pmatrix} \lambda_{h\alpha} \\ \lambda_{h\beta} \end{pmatrix} = \frac{U_h}{\omega_h} \begin{pmatrix} \sin(\omega_h t + \Delta\vartheta) \\ -\cos(\omega_h t + \Delta\vartheta) \end{pmatrix} = \frac{U_h}{\omega_h} \begin{pmatrix} \cos(\Delta\vartheta) & -\sin(\Delta\vartheta) \\ \sin(\Delta\vartheta) & \cos(\Delta\vartheta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin(\omega_h t) \\ -\cos(\omega_h t) \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

Si ottiene un'equazione simile alla (3.38), che ora verrà scritta nuovamente utilizzando le inertanze differenziali al posto delle rispettive induttanze.

$$\begin{aligned} i_{h\alpha} &= \frac{U_h}{\omega_h} [\Gamma_\Sigma \sin(\omega_h t + \Delta\vartheta) + \Gamma_\Delta \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta) \\ &\quad - \Gamma_{dq} \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta)] \\ i_{h\beta} &= \frac{U_h}{\omega_h} [-\Gamma_\Sigma \cos(\omega_h t + \Delta\vartheta) + \Gamma_\Delta \cos(\omega_h t - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta) \\ &\quad + \Gamma_{dq} \sin(\omega_h t - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta)] \end{aligned} \quad (5.19)$$

Si procede ora con la solita demodulazione applicata finora.

$$\begin{aligned} i_{hq} &= \frac{U_h}{\omega_h} [-\Gamma_\Sigma \sin(2\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me} + \Delta\vartheta) - \Gamma_\Delta \sin(2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta) \\ &\quad + \Gamma_{dq} \cos(2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta)] \end{aligned} \quad (5.20)$$

Essendo $\tilde{\vartheta}_{me} = \vartheta_{me}$, dalla (5.20) si ricava che:

$$i_{hq} = \frac{U_h}{\omega_h} [-\Gamma_\Sigma \sin(2\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me} + \Delta\vartheta) - \Gamma_\Delta \sin(\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \cos(\Delta\vartheta)] \quad (5.21)$$

dove $\Delta\vartheta$ corrisponde all'angolo di sfasamento iniettato nelle tensioni hf. La stessa operazione si poteva fare, come fatto nella *Sezione 3.4.3*, procedendo a demodulare con dei segnali sfasati dello stesso angolo di segno opposto.

Ora, si può procedere in due modi differenti:

- Il primo è usare soltanto il segnale appena ricavato per estrarre tutte le informazioni che ci servono, ovvero le inertanze differenziali, da cui poi ricavare, invertendo la matrice $(\underline{\Gamma})_{dq}$, tutte le altre induttanze differenziali [7].
- La seconda strada percorribile è procedere con una demodulazione parallela a quella già compiuta moltiplicando i segnali $i_{h\alpha}$ e $i_{h\beta}$ rispettivamente per $\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$ e $\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$.

Procedendo ora per la prima strada, lo schema dopo la demodulazione diviene il seguente.

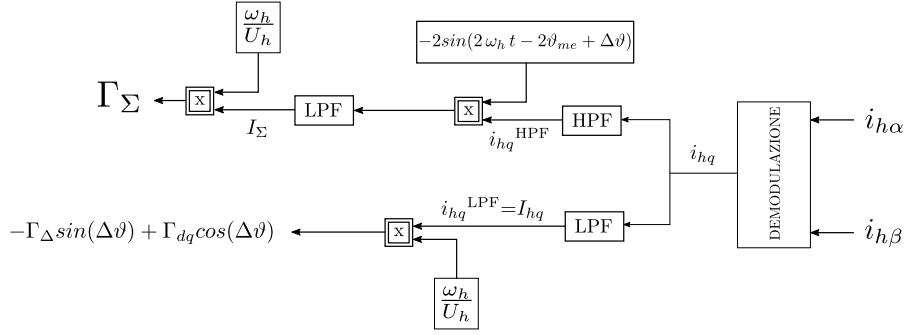


Figura 5.18: Elaborazione alternativa del segnale i_{hq} in uscita dalla demodulazione consueta.

Si ricavano i seguenti segnali filtrando i_{hq} rispettivamente per un filtro passa-alto e un filtro passa-basso:

$$i_{hq}^{\text{HPF}} = \frac{U_h}{\omega_h} (-\Gamma_\Sigma \sin(2\omega_h t - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta)) \quad (5.22)$$

$$i_{hq}^{\text{LPF}} = \frac{U_h}{\omega_h} (-\Gamma_\Delta \sin(\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \cos(\Delta\vartheta)) = I_{hq} \quad (5.23)$$

La (5.22) viene elaborata moltiplicandola per $-2\sin(2\omega_h t - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta)$ e facendola passare successivamente attraverso un filtro passa-basso, in modo da ottenere:

$$\begin{aligned} & \frac{U_h}{\omega_h} (-\Gamma_\Sigma \sin^2(2\omega_h t - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta)) (-2) \\ &= \frac{U_h}{\omega_h} \left(-\Gamma_\Sigma \frac{1 - \cos(4\omega_h t - 4\vartheta_{me} + 2\Delta\vartheta)}{2} \right) (-2) \end{aligned} \quad (5.24)$$

$$I_\Sigma = \frac{U_h}{\omega_h} \Gamma_\Sigma \quad (5.25)$$

Si procede dunque moltiplicando entrambi i segnali per $\frac{\omega_h}{U_h}$ così da ottenere Γ_Σ e $(-\Gamma_\Delta \sin(\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \cos(\Delta\vartheta))$.

- Se alla partenza sfasiamo del tensioni hf di un angolo $\Delta\vartheta = 0$ allora il termine con Γ_Δ si annulla e ricaviamo il valore Γ_{dq} .
- Viceversa, se all'iniezione abbiamo fornito un angolo $\Delta\vartheta = \frac{\pi}{2}$ allora il coseno si annulla e si ottiene il valore di Γ_Δ .

Così si ottengono Γ_{dq} , Γ_Δ e Γ_Σ . Operando con queste ultime due, si ottengono Γ_{dd} e Γ_{qq} .

$$\Gamma_{dd} = \Gamma_\Sigma + \Gamma_\Delta \quad (5.26)$$

$$\Gamma_{qq} = \Gamma_\Sigma - \Gamma_\Delta \quad (5.27)$$

Trovate tutte le inertanze differenziali si può ricavare, tramite inversione, la matrice delle induttanze differenziali.

Volendo cambiare approccio, si può procedere con due demodulazioni differenti. Con questo metodo si può evitare di fare due misure differenti ogni qual volta si vogliono ricavare Γ_Δ e Γ_{dq} : è possibile infatti ricavarle entrambe da un'unica misura con angolo di sfasamento $\Delta\vartheta = 0$ all'iniezione delle tensioni (ovvero l'iniezione tradizionale senza nessuna aggiunta).

La prima demodulazione sarebbe identica a quella che si è sempre fatta. Si ricava il solito segnale I_{hq} tramite passaggio attraverso un filtro passa-basso. L'alternativa consiste nel demodulare i segnali $i_{h\alpha}$ e $i_{h\beta}$ moltiplicandoli rispettivamente per $\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$ e $\cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me})$. Così facendo si ottiene:

$$\begin{aligned} & i_{h\alpha} \sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me}) + i_{h\beta} \cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me}) = \\ & = \frac{U_h}{\omega_h} [-\Gamma_\Sigma \cos(2\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me} + \Delta\vartheta) + \Gamma_\Delta \cos(2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta) \\ & \quad + \Gamma_{dq} \sin(2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta)] \end{aligned} \quad (5.28)$$

Facendo passare il segnale ottenuto per un filtro passa basso, otteniamo la seguente coppia di segnali in uscita dal blocco di demodulazione:

$$\begin{aligned} I_{hq} &= \frac{U_h}{\omega_h} [-\Gamma_\Delta \sin(2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \cos(2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta)] \\ I_{hd}^{l\Delta, l_{dq}} &= \frac{U_h}{\omega_h} [\Gamma_\Delta \cos(2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \sin(2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta)] \end{aligned} \quad (5.29)$$

L'operazione compiuta equivale a moltiplicare il vettore costituito dai segnali $i_{h\alpha}$ e $i_{h\beta}$ per la seguente matrice (cambia soltanto il segno della I_{hq} e la disposizione tradizionale dei segnali risultanti):

$$\begin{pmatrix} \cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me}) & -\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me}) \\ \sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me}) & \cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me}) \end{pmatrix} \quad (5.30)$$

È come prendere i segnali nel sistema di riferimento $\alpha\beta$ e ruotarli in senso antiorario di un angolo che varia in funzione del tempo e della stima dell'angolo rotorico (che in tale caso corrisponde alla posizione vera). Oppure, se si vuole vedere la questione da un altro punto di vista, sarebbe come ruotare il sistema di riferimento degli assi $\alpha\beta$ in senso orario di un angolo pari alla posizione del vettore delle tensioni hf ($\omega_h t$ radianti), a meno della stima della posizione rotorica.

Il secondo segnale è stato denominato $I_{hd}^{l\Delta, l dq}$ perché ricorda il segnale I_{hd} che si ricava con iniezione a flussi pulsanti: esso manca soltanto della parte relativa a l_Σ . Per semplicità, d'ora in avanti verrà chiamato semplicemente I_{hd} (senza confonderlo con il suo omonimo).

Inoltre, per essere molto rigorosi, sarebbe saggio invertire i nomi dei due segnali ricavati: infatti, essi corrispondono ad una rotazione del sistema di riferimento, per cui $i_{h\alpha}$ diverrebbe un segnale riportato all'asse d del nuovo sistema, viceversa per $i_{h\beta}$. Per semplicità e coerenza con quanto affermato finora, si continuerà però a denominare i due segnali come fatto in precedenza.

Le equazioni finali sono le seguenti.

$$\begin{pmatrix} i_{hq} \\ i_{hd} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me}) & -\sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me}) \\ \sin(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me}) & \cos(\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{h\alpha} \\ i_{h\beta} \end{pmatrix} \quad (5.31)$$

da cui si ottengono:

$$\begin{aligned} i_{hq} &= \frac{U_h}{\omega_h} [\Gamma_\Sigma \sin(2\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me} + \Delta\vartheta) + \Gamma_\Delta \sin(2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta) \\ &\quad - \Gamma_{dq} \cos(2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta)] \\ i_{hd} &= \frac{U_h}{\omega_h} [-\Gamma_\Sigma \cos(2\omega_h t - 2\tilde{\vartheta}_{me} + \Delta\vartheta) + \Gamma_\Delta \cos(2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta) \\ &\quad + \Gamma_{dq} \sin(2\tilde{\vartheta}_{me} - 2\vartheta_{me} + \Delta\vartheta)] \end{aligned} \quad (5.32)$$

- Facendo passare le correnti ottenute attraverso un filtro passa-basso, si ottengono i segnali tramite cui ricavare Γ_Δ , Γ_{dq} , l'errore sulla stima della posizione rotorica ε e I_{hq}^* .
- Facendo passare indifferentemente uno dei due segnali attraverso un filtro passa-alto, si ricava invece Γ_Σ e, come già visto, le inertanze differenziali di asse diretto e di asse in quadratura.

Lo schema a blocchi riassume quanto detto finora.

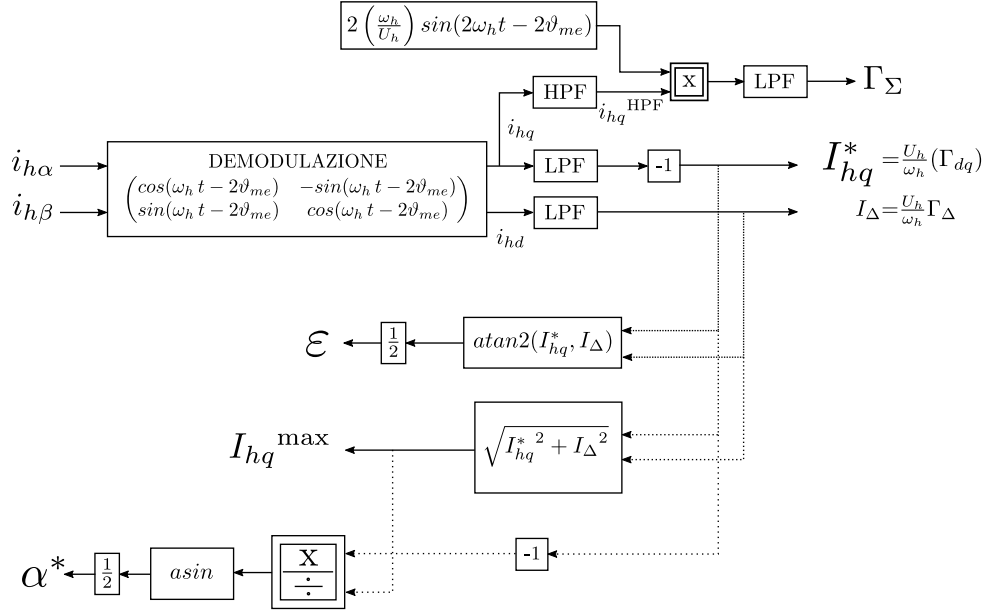


Figura 5.19: Schema a blocchi della demodulazione alternativa che è stata proposta.

Le equazioni che si ricavano dalla (5.32), essendo $\Delta\vartheta = 0$ e $\tilde{\vartheta}_{me} = \vartheta_{me}$, sono le seguenti.

$$\begin{aligned} i_{hq} &= \frac{U_h}{\omega_h} [\Gamma_\Sigma \sin(2\omega_h t - 2\vartheta_{me}) - \Gamma_{dq}] \\ i_{hd} &= \frac{U_h}{\omega_h} [-\Gamma_\Sigma \cos(2\omega_h t - 2\vartheta_{me}) + \Gamma_\Delta] \end{aligned} \quad (5.33)$$

Facendo passare i segnali attraverso i filtri passa-basso, si ottengono I_{hq}^* e I_Δ , mentre per ricavare Γ_Σ si tratta il segnale i_{hq}^{HPF} con un filtro passa-alto e successivamente con la stessa tecnica applicata nella (5.22).

$$i_{hq}^{HPF} = \frac{U_h}{\omega_h} [\Gamma_\Sigma \sin(2\omega_h t - 2\vartheta_{me})] \quad (5.34)$$

$$I_{hq}^* = \frac{U_h}{\omega_h} \Gamma_{dq} \quad (5.35)$$

$$I_{hd} = I_\Delta = \frac{U_h}{\omega_h} \Gamma_\Delta \quad (5.36)$$

Dalle (5.34), (5.35) e (5.36) è possibile, dunque, estrarre i parametri ε , α^* , I_{hq}^* e I_{hq}^{\max} in funzione della corrente di riferimento $\bar{\mathbf{i}}^*$, ovvero in funzione di i_d^* e i_q^* o, $|\bar{\mathbf{i}}^*|$ e ϑ_i^* , se espressa in modulo e fase. Questa operazione si può compiere anche per diverse posizioni del rotore, ovvero per differenti ϑ_{me} .

$$\begin{aligned} I_{hq}^{\max}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*) &= \sqrt{I_{hq}^{*2}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*) + I_{\Delta}^2(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*)} \\ &= \left(\frac{U_h}{\omega_h}\right) \sqrt{\Gamma_{\Delta}^2(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*) + \Gamma_{dq}^2(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*)} \end{aligned} \quad (5.37)$$

$$\alpha^*(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*) = \frac{1}{2} \operatorname{asin} \left(-\frac{I_{hq}^*(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*)}{I_{hq}^{\max}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*)} \right) \quad (5.38)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*) &= \frac{1}{2} \operatorname{atan2} \left(I_{hq}^*(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*), I_{\Delta}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*) \right) \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{atan2} \left(\Gamma_{dq}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*), \Gamma_{\Delta}(|\bar{i}^*|, \vartheta_i^*) \right) \end{aligned} \quad (5.39)$$

Infine, lo schema a blocchi generale del controllo diviene il seguente.

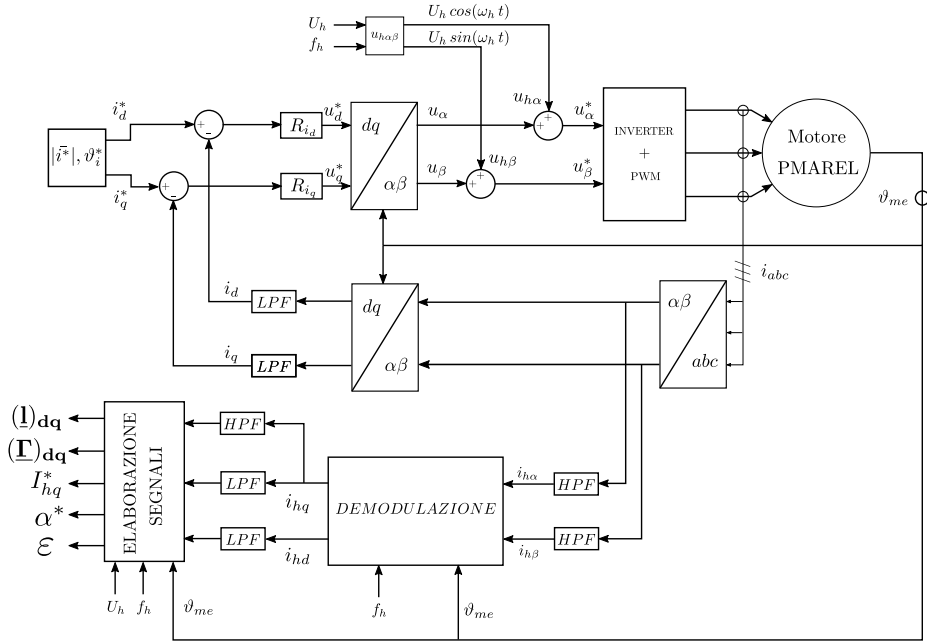


Figura 5.20: Schema a blocchi del controllo per ricavare tramite misura delle correnti in entrata al motore i parametri necessari per le compensazioni e le induttanze differenziali.

Capitolo 6

Azionamento sensorless con flusso pulsante in $d^x q^x$

In questo capitolo, si riporta sinteticamente quanto detto finora riguardo all'iniezione di tensioni rotanti hf in $\alpha\beta$, all'iniezione pulsante delle stesse in un sistema di riferimento $d^x q^x$ [1].

6.1 Schemi e funzionamento

Il bilancio delle tensioni (sia in alta che in bassa frequenza) viene riferito a un sistema generico $d^x q^x$.

$$\bar{\mathbf{u}}^x = R \bar{\mathbf{i}}^x + \frac{d \bar{\boldsymbol{\lambda}}^x}{dt} + j \omega_x \bar{\boldsymbol{\lambda}}^x \quad (6.1)$$

Si ha $\omega_x = \tilde{\omega}_{me}$, ovvero la velocità stimata, cioè quella nel sistema di riferimento stimato. Inoltre, come nel caso del rotante, per alte frequenze si trascura il termine resistivo (approssimazione che darà vita a degli errori, seppure molto piccoli, nella stima della posizione rotorica). Scrivendo il bilancio delle tensioni hf per entrambi gli assi si ottiene:

$$\begin{aligned} u_{hd}^x &= \frac{d \lambda_{hd}^x}{dt} - \omega_x \lambda_{hq}^x \\ u_{hq}^x &= \frac{d \lambda_{hq}^x}{dt} + \omega_x \lambda_{hd}^x \end{aligned} \quad (6.2)$$

Volendo un flusso hf pulsante, si cerca di ottenere:

$$\begin{aligned} \lambda_{hd}^x &= \Lambda_d \sin(\omega_h t) \\ \lambda_{hq}^x &= 0 \end{aligned} \quad (6.3)$$

A tal fine di devono iniettare delle tensioni hf in $d^x q^x$ che si ricavano dalla (6.2).

$$\begin{aligned} u_{hd}^x &= \omega_h \Lambda_d \cos(\omega_h t) = U_h \cos(\omega_h t) \\ u_{hq}^x &= \omega_x \Lambda_d \sin(\omega_h t) = \frac{\omega_x}{\omega_h} U_h \sin(\omega_h t) \end{aligned} \quad (6.4)$$

Essendo la pulsazione meccanico-elettrica del motore pari a $\omega_x = 2\pi \frac{pn}{60}$ e quella delle tensioni hf uguale a $\omega_h = 2\pi f_h$ (che solitamente è compresa tra i 600 e 1000 Hz), si può chiaramente vedere che per basse velocità risulta sempre $\omega_x \ll \omega_h$. Inoltre, dalla (6.4), si ricava anche che $\Lambda_d = \frac{U_h}{\omega_h}$. Dunque l'equazione delle tensioni iniettate diventa:

$$\begin{aligned} u_{hd}^x &= U_h \cos(\omega_h t) \\ u_{hq}^x &= 0 \end{aligned} \quad (6.5)$$

Così facendo si ottiene il seguente risultato:

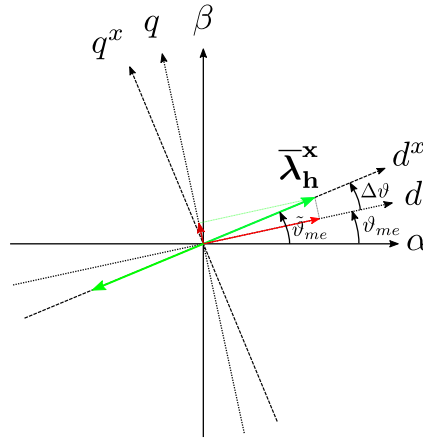


Figura 6.1: Rappresentazione dei sistemi di riferimento e del flusso hf pulsante.

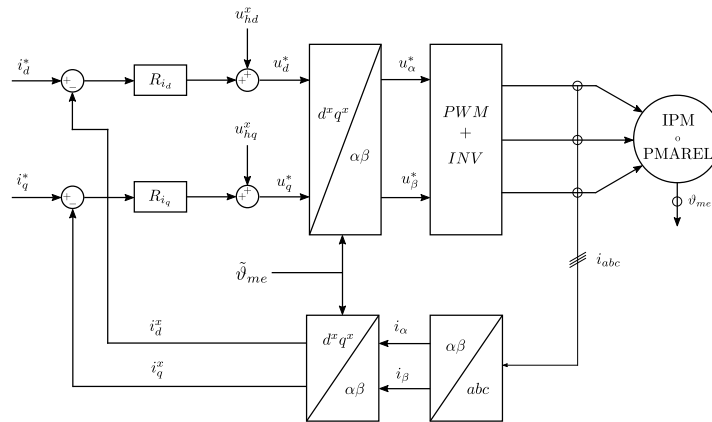


Figura 6.2: Schema a blocchi dell'azionamento con flusso pulsante in $d^x q^x$.

Dalla *Figura (6.2)* si vede che le tensioni pulsanti hf vengono iniettate subito dopo i regolatori di corrente e prima della trasformazione $\alpha\beta \rightarrow d^x q^x$.

Si procede ora con lo sviluppo delle equazioni e dell'algoritmo che permette di ricavare una stima della posizione rotorica.

I flussi in funzione delle correnti nel sistema di riferimento dq sono i seguenti.

$$\begin{pmatrix} \lambda_{hd} \\ \lambda_{hq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_{dd} & l_{dq} \\ l_{dq} & l_{qq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{hd} \\ i_{hq} \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

Vengono applicate le trasformazioni opportune per riportare la (6.6) al sistema di riferimento $d^x q^x$.

$$\begin{pmatrix} \cos(\Delta\vartheta) & -\sin(\Delta\vartheta) \\ \sin(\Delta\vartheta) & \cos(\Delta\vartheta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{hd}^x \\ \lambda_{hq}^x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_{dd} & l_{dq} \\ l_{dq} & l_{qq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\Delta\vartheta) & -\sin(\Delta\vartheta) \\ \sin(\Delta\vartheta) & \cos(\Delta\vartheta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{hd}^x \\ i_{hq}^x \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_{hd}^x \\ \lambda_{hq}^x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\Delta\vartheta) & -\sin(\Delta\vartheta) \\ \sin(\Delta\vartheta) & \cos(\Delta\vartheta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_{dd} & l_{dq} \\ l_{dq} & l_{qq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\Delta\vartheta) & -\sin(\Delta\vartheta) \\ \sin(\Delta\vartheta) & \cos(\Delta\vartheta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{hd}^x \\ i_{hq}^x \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_{hd}^x \\ \lambda_{hq}^x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_{\Sigma} - l_{\Delta} \cos(2\Delta\vartheta) + l_{dq} \sin(2\Delta\vartheta) & l_{\Delta} \sin(2\Delta\vartheta) + l_{dq} \cos(2\Delta\vartheta) \\ l_{\Delta} \sin(2\Delta\vartheta) + l_{dq} \cos(2\Delta\vartheta) & l_{\Sigma} + l_{\Delta} \cos(2\Delta\vartheta) - l_{dq} \sin(2\Delta\vartheta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{hd}^x \\ i_{hq}^x \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

Invertendo la (6.7) e sapendo che il flusso ha componente non nulla soltanto lungo l'asse d^x , si ottiene:

$$\begin{pmatrix} i_{hd}^x \\ i_{hq}^x \end{pmatrix} = (\mathbf{1}_{\mathbf{x}})^{-1} \begin{pmatrix} \lambda_{hd}^x \\ 0 \end{pmatrix} = (\mathbf{1}_{\mathbf{x}})^{-1} \begin{pmatrix} \frac{U_h}{\omega_h} \sin(\omega_h t) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.8)$$

$$(\mathbf{1}_{\mathbf{x}})^{-1} = \frac{1}{l_{dd} l_{qq} - l_{dq}^2} \begin{pmatrix} l_{\Sigma} + l_{\Delta} \cos(2\Delta\vartheta) - l_{dq} \sin(2\Delta\vartheta) & -l_{\Delta} \sin(2\Delta\vartheta) - l_{dq} \cos(2\Delta\vartheta) \\ -l_{\Delta} \sin(2\Delta\vartheta) - l_{dq} \cos(2\Delta\vartheta) & l_{\Sigma} - l_{\Delta} \cos(2\Delta\vartheta) + l_{dq} \sin(2\Delta\vartheta) \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

che può essere riscritta come:

$$(\mathbf{1}_{\mathbf{x}}) = \begin{pmatrix} \Gamma_{\Sigma} + \Gamma_{\Delta} \cos(2\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \sin(2\Delta\vartheta) & -\Gamma_{\Delta} \sin(2\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \cos(2\Delta\vartheta) \\ -\Gamma_{\Delta} \sin(2\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \cos(2\Delta\vartheta) & \Gamma_{\Sigma} - \Gamma_{\Delta} \cos(2\Delta\vartheta) - \Gamma_{dq} \sin(2\Delta\vartheta) \end{pmatrix} \quad (6.10)$$

Sostituendo la (6.10) nella (6.8) si ottengono le seguenti correnti, riferite al sistema di riferimento $d^x q^x$:

$$\begin{aligned} i_{hd}^x &= \frac{U_h}{\omega_h} [\Gamma_{\Sigma} + \Gamma_{\Delta} \cos(2\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \sin(2\Delta\vartheta)] \sin(\omega_h t) \\ i_{hq}^x &= \frac{U_h}{\omega_h} [-\Gamma_{\Delta} \sin(2\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \cos(2\Delta\vartheta)] \sin(\omega_h t) \end{aligned} \quad (6.11)$$

A questo punto si opera una demodulazione, finalizzata a eliminare il termine pulsante $\sin(\omega_h t)$. Quindi, si moltiplicano entrambi i segnali per $2\sin(\omega_h t)$.

$$\begin{aligned} i_{hd}^x \sin(\omega_h t) &= \frac{U_h}{\omega_h} [\Gamma_\Sigma + \Gamma_\Delta \cos(2\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \sin(2\Delta\vartheta)] (\sin(\omega_h t))^2 \\ i_{hq}^x \sin(\omega_h t) &= \frac{U_h}{\omega_h} [-\Gamma_\Delta \sin(2\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \cos(2\Delta\vartheta)] (\sin(\omega_h t))^2 \end{aligned} \quad (6.12)$$

$$\begin{aligned} i_{hd}^x \sin(\omega_h t) &= 2 \frac{U_h}{\omega_h} [\Gamma_\Sigma + \Gamma_\Delta \cos(2\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \sin(2\Delta\vartheta)] \left(\frac{1 - \cos(2\omega_h t)}{2} \right) \\ i_{hq}^x \sin(\omega_h t) &= 2 \frac{U_h}{\omega_h} [-\Gamma_\Delta \sin(2\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \cos(2\Delta\vartheta)] \left(\frac{1 - \cos(2\omega_h t)}{2} \right) \end{aligned}$$

Facendo passare i segnali in un filtro passa-basso, la (6.12) diventa:

$$\begin{aligned} I_{hd} &= \frac{U_h}{\omega_h} [\Gamma_\Sigma + \Gamma_\Delta \cos(2\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \sin(2\Delta\vartheta)] \\ I_{hq} &= \frac{U_h}{\omega_h} [-\Gamma_\Delta \sin(2\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \cos(2\Delta\vartheta)] \end{aligned} \quad (6.13)$$

Dalla (6.13) derivano i nomi dati ai segnali in uscita dalla demodulazione nell'azionamento sensorless a flusso rotante.

Il segnale I_{hq} viene poi trattato con le stesse modalità dell'azionamento a flusso rotante in $\alpha\beta$ per ricavare la stima della posizione rotorica. Esso, essendo identico a quello già visto, contiene le stesse informazioni spiegate nei capitoli precedenti.

La figura seguente illustra lo schema a blocchi della demodulazione e l'osservatore (ovvero il PI e l'integratore). Il tutto è riportato pensando di essere in tempo continuo, anche se nella realtà il controllo viene fatto in tempo discreto.

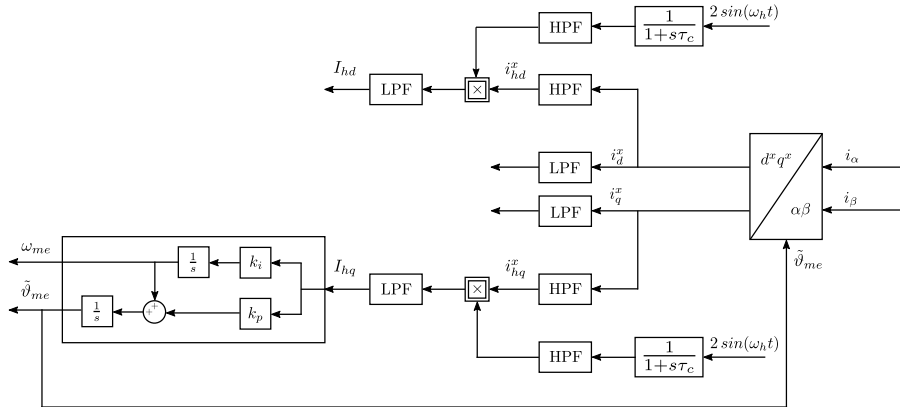


Figura 6.3: Schema a blocchi della demodulazione e dell'osservatore in un azionamento sensorless a flusso pulsante in $d^x q^x$.

6.2 Correzioni dell'errore di stima sulla posizione rotorica

L'errore di stima sulla posizione rotorica, ε , è sempre lo stesso riportato per l'azionamento a flusso rotante:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \operatorname{atan2}(-l_{dq}, l_{\Delta}) = \frac{1}{2} \operatorname{atan2}(\Gamma_{dq}, \Gamma_{\Delta})$$

Le soluzioni proposte sono le stesse: cambiano, ovviamente, le modalità per attuarle.

Si omette, come già fatto in precedenza, di riportare la prima modalità di compensazione dell'errore ε , ovvero il caso in cui si vada a correggere la stima all'uscita dall'osservatore. In questo caso, il più semplice, si procede semplicemente con la compensazione di $-\varepsilon$, ricordandosi che per la trasformazione $\alpha\beta \rightarrow d^x q^x$ delle correnti che poi saranno filtrate da un filtro passa-alto, occorre prendere l'angolo ϑ_0 , ovvero la stima della posizione rotorica non ancora compensata, altrimenti l'osservatore andrebbe a convergere mantenendo un errore di stima pari a ε . Ciò viene fatto esattamente come nell'azionamento a flusso rotante, come riportato in Figura (4.14), dove viene usato l'angolo non compensato per costruire i segnali necessari alla demodulazione. Lo schema a blocchi è il seguente.

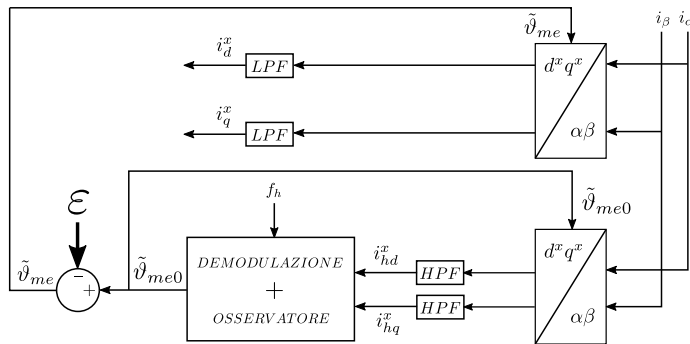


Figura 6.4: Schema a blocchi della compensazione di ε all'uscita dall'osservatore nell'azionamento a flusso pulsante.

di intensità sicuramente molto più ridotta rispetto a quello di asse d_ε^x , essendo ε piccola. Lo sviluppo delle equazioni è uguale a quanto già esposto fino alla (6.8). In questo caso risulterà:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{hd\varepsilon} \\ \lambda_{hq\varepsilon} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_{dd} & l_{dq} \\ l_{dq} & l_{qq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{hd\varepsilon} \\ i_{hq\varepsilon} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} i_{hd\varepsilon}^x \\ i_{hq\varepsilon}^x \end{pmatrix} = (\mathbf{1}_x)^{-1} \frac{U_h}{\omega_h} \begin{pmatrix} \sin(\omega_h t) \cos(\varepsilon) \\ -\sin(\omega_h t) \sin(\varepsilon) \end{pmatrix} \quad (6.17)$$

$(\mathbf{1}_x)^{-1}$ è la stessa della (6.9) e può essere riscritta come nella (6.10), sotto forma di inertanze differenziali. Si procede dunque con lo svolgimento della (6.17) per ricavare le correnti $i_{hd\varepsilon}^x$ e $i_{hq\varepsilon}^x$, per poi applicare la trasformazione inversa rispetto a quella operata inizialmente, in modo da ottenere nuovamente i_{hd}^x e i_{hq}^x .

$$\begin{aligned} i_{hd\varepsilon}^x &= \frac{U_h}{\omega_h (l_{dd} l_{qq} - l_{dq}^2)} \sin(\omega_h t) [l_\Sigma \cos(\varepsilon) + l_\Delta \cos(2\Delta\vartheta) \cos(\varepsilon) - l_{dq} \sin(2\Delta\vartheta) \cos(\varepsilon)] + \\ &+ \frac{U_h}{\omega_h (l_{dd} l_{qq} - l_{dq}^2)} \sin(\omega_h t) [l_\Delta \sin(2\Delta\vartheta) \sin(\varepsilon) + l_{dq} \cos(2\Delta\vartheta) \sin(\varepsilon)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_{hq\varepsilon}^x &= \frac{U_h}{\omega_h (l_{dd} l_{qq} - l_{dq}^2)} \sin(\omega_h t) [-l_\Delta \sin(2\Delta\vartheta) \cos(\varepsilon) - l_{dq} \cos(2\Delta\vartheta) \cos(\varepsilon)] + \\ &+ \frac{U_h}{\omega_h (l_{dd} l_{qq} - l_{dq}^2)} \sin(\omega_h t) [-l_\Sigma \sin(\varepsilon) + l_\Delta \cos(2\Delta\vartheta) \sin(\varepsilon) - l_{dq} \sin(2\Delta\vartheta) \sin(\varepsilon)] \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} i_{hd\varepsilon}^x \\ i_{hq\varepsilon}^x \end{pmatrix} = \frac{U_h}{\omega_h (l_{dd} l_{qq} - l_{dq}^2)} \sin(\omega_h t) \begin{pmatrix} l_\Sigma \cos(\varepsilon) + l_\Delta \cos(2\Delta\vartheta - \varepsilon) - l_{dq} \sin(2\Delta\vartheta - \varepsilon) \\ -l_\Sigma \sin(\varepsilon) - l_\Delta \sin(2\Delta\vartheta - \varepsilon) - l_{dq} \cos(2\Delta\vartheta - \varepsilon) \end{pmatrix} \quad (6.18)$$

$$\begin{pmatrix} i_{hd}^x \\ i_{hq}^x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{hd\varepsilon}^x \\ i_{hq\varepsilon}^x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\varepsilon) & -\sin(\varepsilon) \\ \sin(\varepsilon) & \cos(\varepsilon) \end{pmatrix} \quad (6.19)$$

$$\begin{aligned} i_{hd}^x &= \frac{U_h}{\omega_h (l_{dd} l_{qq} - l_{dq}^2)} \sin(\omega_h t) [l_\Sigma \cos^2(\varepsilon) + l_\Delta \cos(2\Delta\vartheta - \varepsilon) \cos(\varepsilon) - l_{dq} \sin(2\Delta\vartheta - \varepsilon) \cos(\varepsilon)] + \\ &+ \frac{U_h}{\omega_h (l_{dd} l_{qq} - l_{dq}^2)} \sin(\omega_h t) [l_\Sigma \sin^2(\varepsilon) + l_\Delta \sin(2\Delta\vartheta - \varepsilon) \sin(\varepsilon) + l_{dq} \cos(2\Delta\vartheta - \varepsilon) \sin(\varepsilon)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_{hq}^x &= \frac{U_h}{\omega_h (l_{dd} l_{qq} - l_{dq}^2)} \sin(\omega_h t) [l_\Sigma \cos(\varepsilon) \sin(\varepsilon) + l_\Delta \cos(2\Delta\vartheta - \varepsilon) \sin(\varepsilon) - l_{dq} \sin(2\Delta\vartheta) \sin(\varepsilon)] + \\ &+ \frac{U_h}{\omega_h (l_{dd} l_{qq} - l_{dq}^2)} \sin(\omega_h t) [-l_\Sigma \sin(\varepsilon) \cos(\varepsilon) - l_\Delta \sin(2\Delta\vartheta - \varepsilon) \cos(\varepsilon) - l_{dq} \cos(2\Delta\vartheta - \varepsilon) \cos(\varepsilon)] \end{aligned}$$

Si ottiene dunque:

$$\begin{pmatrix} i_{hd}^x \\ i_{hq}^x \end{pmatrix} = \frac{U_h}{\omega_h (l_{dd} l_{qq} - l_{dq}^2)} \sin(\omega_h t) \begin{pmatrix} l_\Sigma + l_\Delta \cos(2\Delta\vartheta - 2\varepsilon) - l_{dq} \sin(2\Delta\vartheta - 2\varepsilon) \\ -l_\Delta \sin(2\Delta\vartheta - 2\varepsilon) - l_{dq} \cos(2\Delta\vartheta - 2\varepsilon) \end{pmatrix} \quad (6.20)$$

Le equazioni ottenute vengono moltiplicate per $\frac{1}{2}\sin(\omega_h t)$ e successivamente filtrate attraverso un filtro passa basso.

Il segnale I_{hq} che si ottiene è lo stesso del flusso rotante: si omettono dunque i passaggi che portano a dimostrare che da esso viene ad annullarsi l'errore sulla stima della posizione rotorica ε . Viene qui riportato il segnale utilizzando le inerzanze differenziali.

$$I_{hq} = \frac{U_h}{\omega_h} (-\Gamma_\Delta \sin(2\Delta\vartheta - 2\varepsilon) + \Gamma_{dq} \cos(2\Delta\vartheta - 2\varepsilon)) \quad (6.21)$$

6.2.2 Compensazione del termine contenente l_{dq} in i_{hq}^x

La compensazione del termine contenente l_{dq} (o Γ_{dq} , a seconda di come si vuol vedere) avviene in modo del tutto simile al caso dell'azionamento a flusso rotante [1].

La differenza sta nel fatto che nell'azionamento a flusso rotante in $\alpha\beta$ si andava a compensare il termine direttamente nelle correnti $i_{h\alpha}$ e $i_{h\beta}$, mentre qui occorre compensarlo direttamente nel segnale i_{hq}^x o, in alternativa, in I_{hq} .

La procedura consiste nel sommare il termine $\frac{U_h l_{dq}}{\omega_h (l_{dd} l_{qq} - l_{dq}^2)} \cos(2\Delta\vartheta) \sin(\omega_h t)$ a i_{hq}^x in modo da ottenere soltanto un termine dipendente da Γ_Δ che, come visto inizialmente per l'azionamento a flusso rotante, equivale a ottenere un caso ideale, ovvero l'assenza di saturazione incrociata (a meno dell'ampiezza del segnale che si ottiene, che contiene l_{dq} a denominatore).

La stessa procedura si può compiere dopo il filtro passa-alto, sommando a I_{hq} il segnale $\frac{U_h l_{dq}}{\omega_h (l_{dd} l_{qq} - l_{dq}^2)} \cos(2\Delta\vartheta)$. Il risultato è identico. Si nota che quest'ultima compensazione è del tutto simile a quella di I_{hq}^* : la differenza consiste nella presenza del termine $\cos(2\Delta\vartheta)$ e sulle induttanze che vengono prese in considerazione.

Infatti, per procedere a questo tipo di compensazione, occorre avere una stima delle induttanze per quel determinato punto di funzionamento che ha il motore: Questa stima può essere fatta durante il funzionamento del motore oppure preliminarmente, attraverso misure o simulazioni agli elementi finiti, per poi essere applicata tramite *LUT*.

Infine, la stima dell'angolo $\Delta\vartheta$ viene fatta attraverso l_{dq} e l_Δ stimate.

$$\Delta\vartheta = \frac{1}{2} \operatorname{atan2}(-l_{dq}, l_\Delta) \quad (6.22)$$

Si riporta infine uno schema a blocchi indicativo di quanto viene fatto.

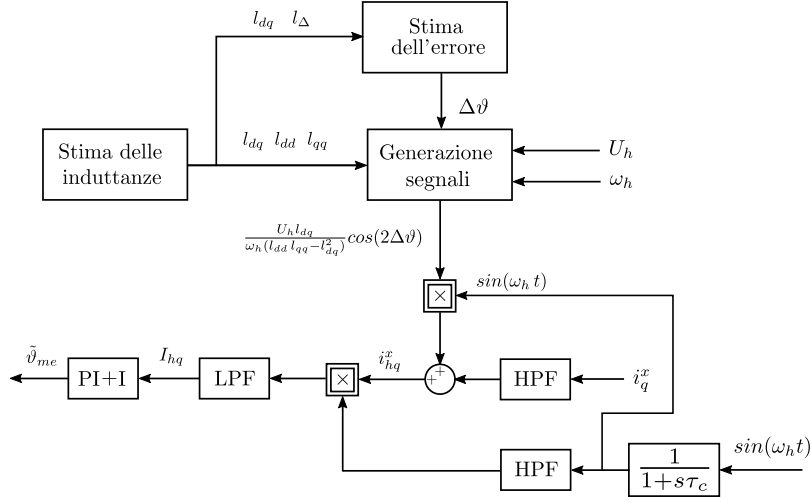


Figura 6.6: Schema a blocchi della compensazione di ε nell'azionamento a flusso pulsante tramite il termine contenente l_{dq} .

6.3 Misura indiretta delle inertanze/induttanze differenziali

Quanto detto nei *Capitoli 4* e *5* vale ovviamente anche se l'azionamento è realizzato con flusso pulsante in $d^x q^x$ poiché riguarda maggiormente la struttura del motore più che l'azionamento in sé. Fa eccezione la misura delle induttanze o delle inertanze differenziali in maniera indiretta, ovvero attraverso la misurazione delle correnti in uscita dalla demodulazione, I_{hd} e I_{hq} [7].

Il metodo di misurazione assomiglia molto a quello visto nella *Sezione 5.3*, ma viene ripreso quanto detto riguardo alla compensazione di ε tramite iniezione di tensioni pulsanti hf in un sistema di riferimento ruotato. Lo schema e le modalità assomigliano a quelle illustrate in *Figura (6.5)*. Ovvero, invece di compiere una rotazione del sistema di riferimento di un angolo $-\varepsilon$, si compie una rotazione del sistema di riferimento pari a $\Delta\vartheta$, dove quest'ultimo è un angolo che viene scelto in base alle esigenze e non ha nulla a che fare con l'errore di stima della posizione rotorica.

Infatti, il tutto viene svolto, come già evidenziato nel capitolo precedente, a rotore bloccato, ovvero con un angolo ϑ_{me} costante, e con le trasformazioni $d^x q^x \rightarrow \alpha\beta$ e $\alpha\beta \rightarrow d^x q^x$ compiute attraverso l'angolo vero del rotore, che è noto. L'osservatore viene staccato. In questo modo, non è necessario compiere la trasformazione $dq \rightarrow d^x q^x$ che si fa per ottenere la (6.7). Viene però operata nuovamente la trasformazione inversa, rispetto a quella iniziale, sulle correnti I_{hd} e I_{hq} (o, indifferentemente, sulle i_{hd}^x e i_{hq}^x non ancora demodulate e filtrate). La demodulazione rimane quella tipica operata in tutti gli azionamenti a flusso pulsante in $d^x q^x$.

Si procede, dunque, come fatto nella (6.6). Non bisogna però operare la trasformazione dei flussi e delle correnti per riportarle da sistema di riferimento $d^x q^x$ a dq , come fatto nella (6.7). Infatti, la posizione con cui si operano le trasformazioni $\alpha\beta \rightarrow dq$ e $dq \rightarrow \alpha\beta$ è la posizione vera del rotore, ovvero ci si posiziona già da subito nel sistema di riferimento dq oppure, per essere ancora più rigorosi, si crea la condizione $dq \equiv d^x q^x$. Per cui si procede così:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 1_{hd}^{\Delta\vartheta} \\ 1_{hq}^{\Delta\vartheta} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \Gamma_{dd} & \Gamma_{dq} \\ \Gamma_{dq} & \Gamma_{qq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{hd}^{\Delta\vartheta} \\ \lambda_{hq}^{\Delta\vartheta} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \Gamma_{dd} & \Gamma_{dq} \\ \Gamma_{dq} & \Gamma_{qq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\Delta\vartheta) & -\sin(\Delta\vartheta) \\ \sin(\Delta\vartheta) & \cos(\Delta\vartheta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{U_h}{\omega_h} \sin(\omega_h t) \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6.26)$$

$$\begin{pmatrix} 1_{hd}^{\Delta\vartheta} \\ 1_{hq}^{\Delta\vartheta} \end{pmatrix} = \frac{U_h}{\omega_h} \sin(\omega_h t) \begin{pmatrix} \Gamma_{dd}\cos(\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq}\sin(\Delta\vartheta) \\ \Gamma_{dq}\cos(\Delta\vartheta) + \Gamma_{qq}\sin(\Delta\vartheta) \end{pmatrix} \quad (6.27)$$

Da qui si continua con la trasformazione inversa rispetto a quella effettuata sulle tensioni hf inizialmente. Si passa dal sistema di riferimento $d^{\Delta\vartheta} q^{\Delta\vartheta}$ (se così si può definire) all'iniziale $d^x q^x$ (che, come già sottolineato, coincide con il sistema di riferimento dq).

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 1_{hd}^x \\ 1_{hq}^x \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos(\Delta\vartheta) & \sin(\Delta\vartheta) \\ -\sin(\Delta\vartheta) & \cos(\Delta\vartheta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1_{hd}^{\Delta\vartheta} \\ 1_{hq}^{\Delta\vartheta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1_{hd} \\ 1_{hq} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1_{hd} \\ 1_{hq} \end{pmatrix} &= \frac{U_h}{\omega_h} \sin(\omega_h t) \begin{pmatrix} \Gamma_{dd}\cos^2(\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq}\sin(\Delta\vartheta)\cos(\Delta\vartheta) + \\ + \Gamma_{dq}\cos(\Delta\vartheta)\sin(\Delta\vartheta) + \Gamma_{qq}\sin^2(\Delta\vartheta) \\ - \Gamma_{dd}\cos(\Delta\vartheta)\sin(\Delta\vartheta) - \Gamma_{dq}\sin^2(\Delta\vartheta) + \\ + \Gamma_{dq}\cos^2(\Delta\vartheta) + \Gamma_{qq}\sin(\Delta\vartheta)\cos(\Delta\vartheta) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6.28)$$

da cui:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 1_{hd} \\ 1_{hq} \end{pmatrix} &= \frac{U_h}{\omega_h} \sin(\omega_h t) \begin{pmatrix} \Gamma_{dq}\sin(2\Delta\vartheta) + \left[\Gamma_{dd} \left(\frac{1+\cos(2\Delta\vartheta)}{2} \right) + \Gamma_{qq} \left(\frac{1-\cos(2\Delta\vartheta)}{2} \right) \right] \\ -\Gamma_{\Delta}\sin(2\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \left[- \left(\frac{1-\cos(2\Delta\vartheta)}{2} \right) + \left(\frac{1+\cos(2\Delta\vartheta)}{2} \right) \right] \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1_{hd} \\ 1_{hq} \end{pmatrix} &= \frac{U_h}{\omega_h} \sin(\omega_h t) \begin{pmatrix} \Gamma_{\Sigma} + \Gamma_{\Delta}\cos(2\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq}\sin(2\Delta\vartheta) \\ -\Gamma_{\Delta}\sin(2\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq}\cos(2\Delta\vartheta) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6.29)$$

La demodulazione tradizionale consiste nel moltiplicare entrambe i segnali per $2\sin(\omega_h t)$. Essi passano poi per un filtro passa-basso in modo da ottenere:

$$\begin{aligned} I_{hd} &= \frac{U_h}{\omega_h} (\Gamma_\Sigma + \Gamma_\Delta \cos(2\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \sin(2\Delta\vartheta)) \\ I_{hq} &= \frac{U_h}{\omega_h} (-\Gamma_\Delta \sin(2\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \cos(2\Delta\vartheta)) \end{aligned} \quad (6.30)$$

Come si vede dai segnali ottenuti, cambiando l'angolo $\Delta\vartheta$ si possono ottenere diversi risultati.

Ponendo $\Delta\vartheta = 0 \text{ rad}$, si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{hd}^0 &= \frac{U_h}{\omega_h} (\Gamma_\Sigma + \Gamma_\Delta) = \frac{U_h}{\omega_h} (\Gamma_{dd}) \\ I_{hq}^0 &= \frac{U_h}{\omega_h} (\Gamma_{dq}) \end{aligned}$$

Ponendo, invece, $\Delta\vartheta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$, il risultato è:

$$\begin{aligned} I_{hd}^{\frac{\pi}{4}} &= \frac{U_h}{\omega_h} (\Gamma_\Sigma + \Gamma_{dq}) \\ I_{hq}^{\frac{\pi}{4}} &= \frac{U_h}{\omega_h} (-\Gamma_\Delta) \end{aligned}$$

Si può ottenere direttamente, in questo modo, il segnale I_{hq}^* : $I_{hq}^0 = I_{hq}^*$. Moltiplicando i segnali ottenuti per $\frac{\omega_h}{U_h}$ è possibile ottenere direttamente le inerzie differenziali Γ_Δ , Γ_{dq} e Γ_{dd} , e dunque anche $\Gamma_{qq} (= \Gamma_{dd} - 2\Gamma_\Delta)$. Inoltre, è possibile ricavare i seguenti parametri, come fatto già per l'azionamento a flusso rotante in $\alpha\beta$.

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \text{atan2}(\Gamma_{dq}, \Gamma_\Delta) = \frac{1}{2} \text{atan2}(I_{hq}^0, -I_{hq}^{\frac{\pi}{4}}) = \frac{1}{2} \text{atan2}(i_{hq}^0, -i_{hq}^{\frac{\pi}{4}}) \quad (6.31)$$

$$I_{hq}^{max} = \frac{U_h}{\omega_h} \sqrt{\Gamma_\Delta^2 + \Gamma_{dq}^2} = \sqrt{(I_{hq}^0)^2 + (I_{hq}^{\frac{\pi}{4}})^2} \quad (6.32)$$

$$\begin{aligned} \alpha^* &= \frac{1}{2} \text{asin} \left(-\frac{\Gamma_{dq}}{\sqrt{\Gamma_\Delta^2 + \Gamma_{dq}^2}} \right) = \frac{1}{2} \text{asin} \left(-\frac{I_{hq}^*}{I_{hq}^{max}} \right) \\ &= \frac{1}{2} \text{asin} \left(-\frac{I_{hq}^0}{\sqrt{(I_{hq}^0)^2 + (I_{hq}^{\frac{\pi}{4}})^2}} \right) \end{aligned} \quad (6.33)$$

Tutte queste operazioni possono essere compiute per diverse correnti, imposte dall'inverter, ovvero per varie i_d^* e i_q^* , o per differenti $|i^*|$ e ϑ_i^* : in questo modo è possibile *mappare* in modo accurato i parametri del motore.

L'alternativa è indicata in *Figura (6.7)* in linea tratteggiata.

Si prendono le correnti $i_{hd}^{\Delta\vartheta}$ e $i_{hq}^{\Delta\vartheta}$ della (6.27) e si demodulano in maniera uguale a quanto fatto finora per l'azionamento a flusso pulsante. I segnali ottenuti passano poi per un filtro passa-basso per ottenere:

$$\begin{pmatrix} I_{hd}^{\Delta\vartheta} \\ I_{hq}^{\Delta\vartheta} \end{pmatrix} = \frac{U_h}{\omega_h} \begin{pmatrix} \Gamma_{dd}\cos(\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq}\sin(\Delta\vartheta) \\ \Gamma_{dq}\cos(\Delta\vartheta) + \Gamma_{qq}\sin(\Delta\vartheta) \end{pmatrix} \quad (6.34)$$

In questo modo, imponendo un angolo nella trasformazione iniziale pari a $\Delta\vartheta = 0$ o $\Delta\vartheta = \frac{\pi}{2}$ e moltiplicando i segnali ottenuti per $\frac{\omega_h}{U_h}$, si riescono a ottenere tutte le induttanze/inertanze differenziali del motore, da cui poi è possibile ricavare tutti i parametri necessari per un buon controllo. I passaggi algebrici sono i medesimi, già esposti più volte, si omette dunque di riportarli.

$$\begin{pmatrix} I_{hd}^{\Delta\vartheta=0} \\ I_{hq}^{\Delta\vartheta=0} \end{pmatrix} = \frac{U_h}{\omega_h} \begin{pmatrix} \Gamma_{dd} \\ \Gamma_{qd} \end{pmatrix} \quad (6.35)$$

$$\begin{pmatrix} I_{hd}^{\Delta\vartheta=\frac{\pi}{2}} \\ I_{hq}^{\Delta\vartheta=\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} = \frac{U_h}{\omega_h} \begin{pmatrix} \Gamma_{dq} \\ \Gamma_{qq} \end{pmatrix} \quad (6.36)$$

Capitolo 7

Prove sperimentali

In questo ultimo capitolo si vogliono illustrare i risultati di alcune prove sperimentali compiute sul motore PMAREL preso in esame fin dall'inizio. L'obiettivo è quello di verificare almeno una delle metodologie di misura di inerze e induttanze differenziali e dei vari parametri necessari al controllo, proposte nella versione per flusso rotante in $\alpha\beta$ all'interno della *Sezione 5.3* e in quella per flusso pulsante in d^xq^x nella *Sezione 6.3*. Entrambe le versioni sono state implementate e sviluppate sul banco prova, ma soltanto quella con flusso pulsante in d^xq^x ha dato i risultati attesi. La metodologia con flusso rotante in $\alpha\beta$ ha dato dei risultati poco attendibili, forse anche a causa delle alte frequenze in gioco (l'iniezione di tensioni rotanti in $\alpha\beta$ per il riconoscimento della posizione rotorica dà sempre qualche problema aggiuntivo rispetto all'altra tecnica, sia dal punto di vista simulativo che sperimentale). Non vengono dunque riportati i dati sperimentali ottenuti con tensioni hf rotanti in $\alpha\beta$: ulteriori approfondimenti si spera potranno chiarire le cause di questi errori.

Con flusso pulsante in d^xq^x è stata applicata invece l'ultima tecnica esposta nella *Sezione 6.3*, ovvero quella presente in basso a destra nella *Figura (6.7)* e chiarita dalle equazioni (6.34), (6.35) e (6.36). La figura seguente ne rappresenta lo schema completo.

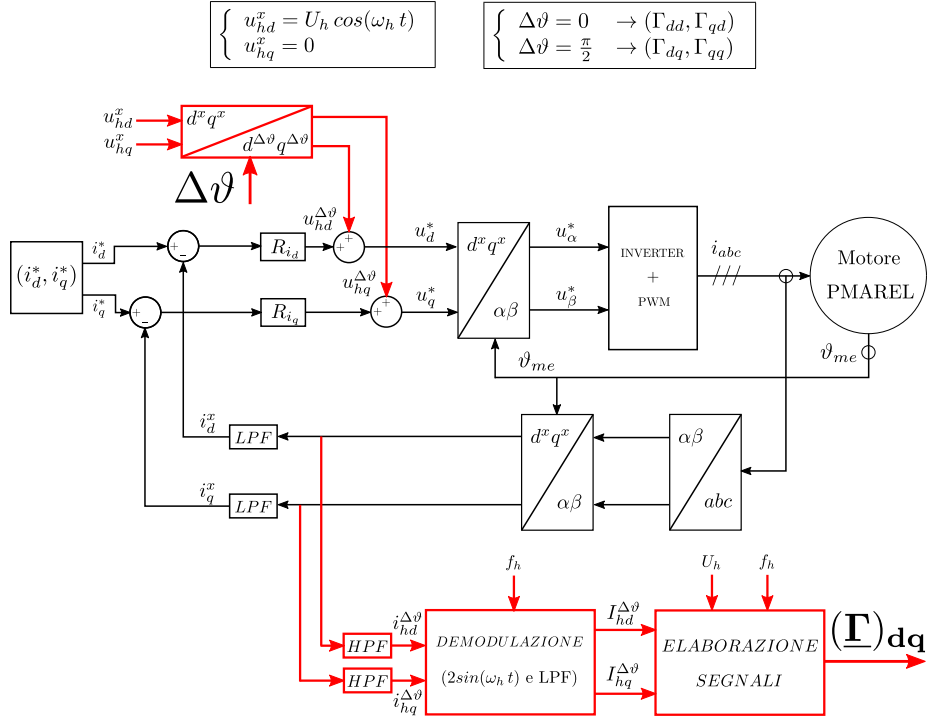


Figura 7.1: Schema a blocchi dell'azionamento utilizzato nelle misure sul motore.

Durante l'attività di misura è stato possibile ricavare, attraverso l'implementazione dello schema di controllo rappresentato di sopra, le inertanze differenziali $\Gamma_{dd}(i_d^*, i_q^*)$, $\Gamma_{qq}(i_d^*, i_q^*)$, $\Gamma_{dq}(i_d^*, i_q^*)$ e $\Gamma_{qd}(i_d^*, i_q^*)$, attraverso 2 serie di misure, una effettuata con $\Delta\vartheta = 0$ e l'altra con $\Delta\vartheta = \frac{\pi}{2}$.

Da esse, tramite apposita procedura di elaborazione, è stato possibile ottenere tutti i parametri necessari alle compensazioni nel controllo, ovvero $I_{hq}^*(i_d^*, i_q^*)$, $\alpha^*(i_d^*, i_q^*)$, $I_{hq}^{\max}(i_d^*, i_q^*)$ e $\varepsilon(i_d^*, i_q^*)$. Inoltre, attraverso le apposite formule inverse, sono state calcolate tutte le induttanze differenziali $l_{dd}(i_d^*, i_q^*)$, $l_{qq}(i_d^*, i_q^*)$, $l_{dq}(i_d^*, i_q^*)$ e $l_{qd}(i_d^*, i_q^*)$.

Si riportano in seguito le equazioni (6.27) e (6.34), appena viste nel capitolo precedente:

$$\begin{pmatrix} i_{hd}^{\Delta\vartheta} \\ i_{hq}^{\Delta\vartheta} \end{pmatrix} = \frac{U_h}{\omega_h} \sin(\omega_h t) \begin{pmatrix} \Gamma_{dd} \cos(\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \sin(\Delta\vartheta) \\ \Gamma_{dq} \cos(\Delta\vartheta) + \Gamma_{qq} \sin(\Delta\vartheta) \end{pmatrix}$$

$$I_{hd}^{\Delta\vartheta} = \frac{U_h}{\omega_h} [\Gamma_{dd} \cos(\Delta\vartheta) + \Gamma_{dq} \sin(\Delta\vartheta)]$$

$$I_{hq}^{\Delta\vartheta} = \frac{U_h}{\omega_h} [\Gamma_{dq} \cos(\Delta\vartheta) + \Gamma_{qq} \sin(\Delta\vartheta)]$$

Le misure sono state effettuate, per semplicità, all'interno dell'intervallo di funzionamento nominale del motore, ovvero facendo variare le correnti i_d e i_q a gradini di $\Delta i = 1 A$, nell'intervallo compreso tra $-6 A$ e $6 A$. Le prove sono state fatte a rotore bloccato sulla posizione $\vartheta_{me} = 0 \text{ rad elettrici}$.

Una mappatura accurata della macchina richiederebbe delle misure fatte su intervalli di corrente molto più ridotti e per diverse posizioni del rotore, non essendo gli avvolgimenti del motore disposti con distribuzione sinusoidale.

Infine, tramite integrazione delle (4.4), si è potuto ricavare il flusso di asse diretto al variare della corrente i_d e con $i_q = 0$. Questo è possibile se si conosce il valore del flusso concatenato dai magneti permanenti in $(i_d, i_q) = (0, 0)$, ovvero $\lambda_d(0, 0) = \Lambda_{PM}$.

La stessa procedura è possibile con il flusso di asse q : questa volta però è noto che $\lambda_q(i_d, 0) = 0$. Dunque, è possibile ricavare l'andamento del flusso di asse in quadratura per diversi valori costanti di corrente i_d , come fatto in *Figura (4.2)*. L'approccio utilizzato per calcolare i flussi di asse d e q , a partire dalle induttanze differenziali, è rispettivamente il seguente:

$$\int_{i_d=0}^{i_d=6} l_{dd} di_d + \Lambda_{PM} \quad \text{e} \quad \int_{i_d=0}^{i_d=-6} l_{dd} di_d + \Lambda_{PM} \quad (7.1)$$

$$\int_{i_q=0}^{i_q=6} l_{qq} di_q \quad \text{e} \quad \int_{i_q=0}^{i_q=-6} l_{qq} di_q \quad (7.2)$$

I parametri utilizzati nella prova sono i seguenti:

- $U_h = 40 V$, modulo delle tensioni hf iniettate;
- $f_h = 1000 Hz$, frequenza delle tensioni hf iniettate;
- $f_s = 10 kHz$, frequenza di switching dell'inverter e frequenza di campionamento delle misure effettuate;
- Guadagni del regolatore PI di corrente di asse d : $k_{p_{i_d}} = 67$, $k_{i_{i_d}} = 3350$;
- Guadagni del regolatore PI di corrente di asse q : $k_{p_{i_q}} = 52$, $k_{i_{i_q}} = 2510$;
- Per filtrare le correnti sono stati utilizzati dei Filtri a Media Mobile (sia come passa-alto che come passa-basso) con parametri accordati in modo da ottenere dei segnali con disturbi molto bassi in uscita;
- $\vartheta_{me} = 0$, posizione rotorica fissa.

Di seguito vengono presentate alcune foto del motore, del banco prova e del blocco meccanico utilizzato per tenere fermo il rotore della macchina durante le misure.



Figura 7.2: Foto del banco prova, del motore e del blocco per tenere ferma la macchina, utilizzati nelle prove sperimentali.

A seguire si mostrano le mappe delle inerzie e induttanze differenziali ricavate dalle misure sperimentali sulla macchina.

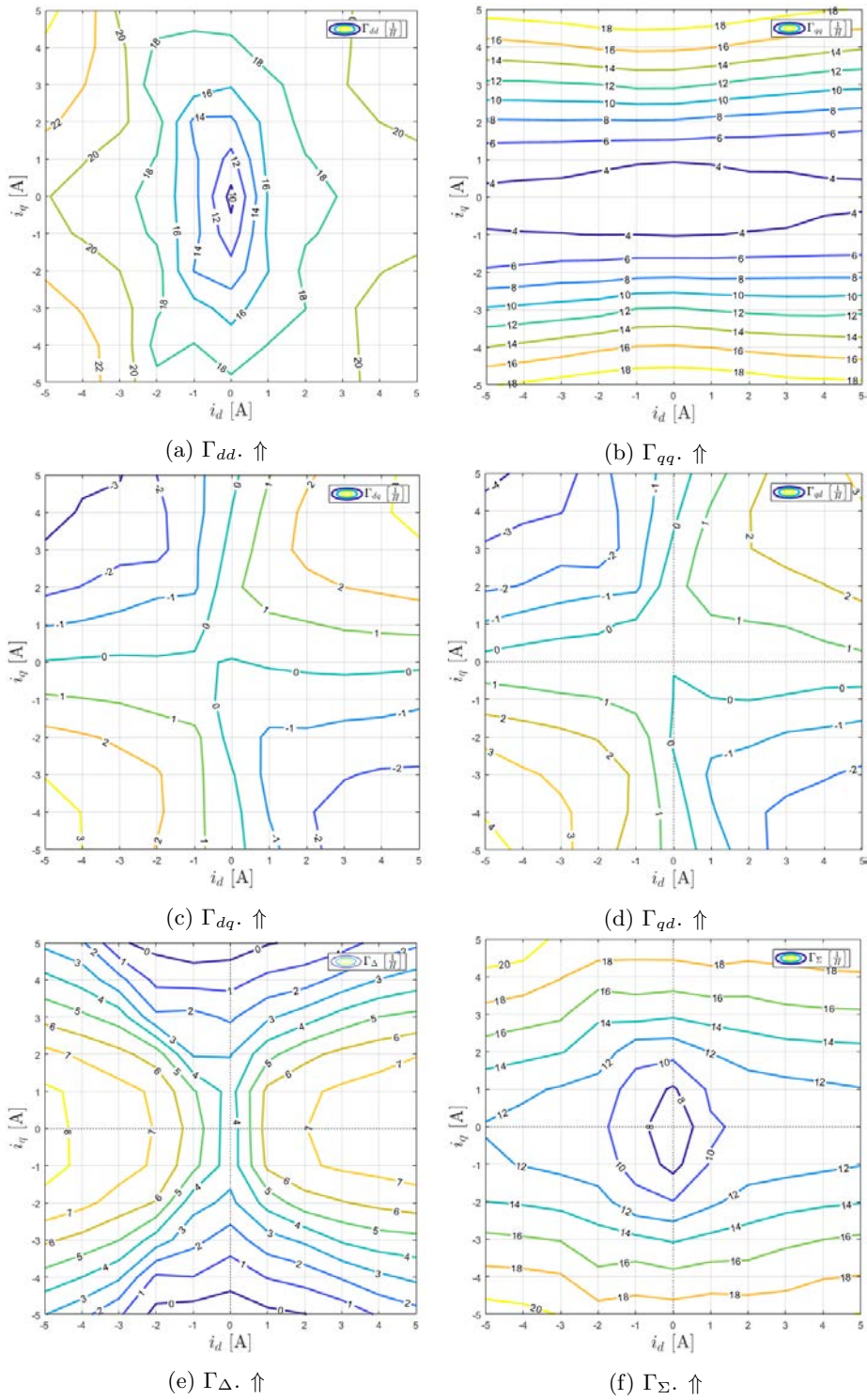


Figura 7.3: Inertanze differenziali ricavate dalle prove sperimentali.

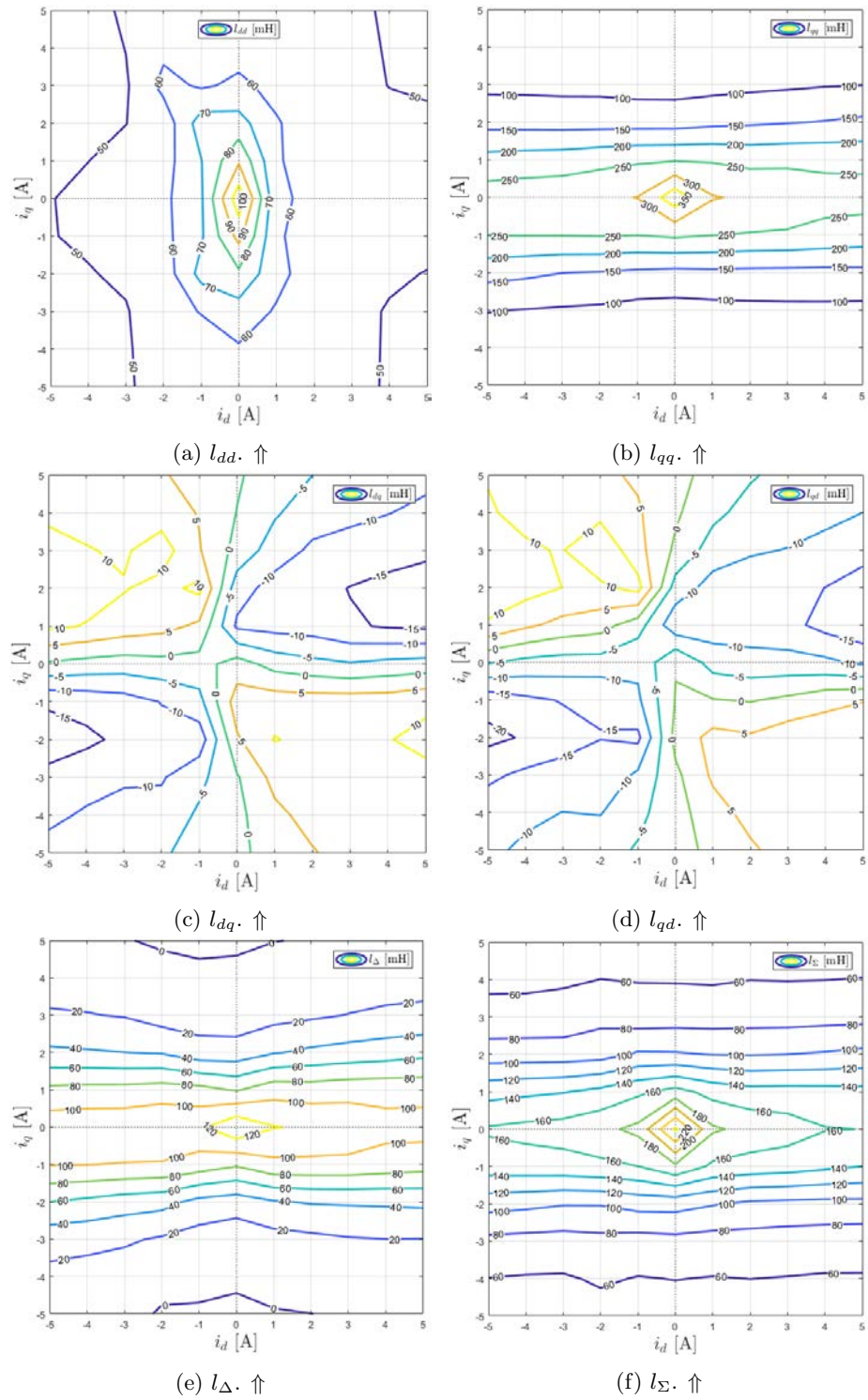


Figura 7.4: Induttanze differenziali ricavate dalle prove sperimentali.

Dalla *Figura (7.4)* si può vedere che le mappe delle induttanze differenziali sono molto simili a quelle delle *Figure (4.3), (4.4), (4.5) e (4.6)*.

Questo va a supportare quanto esposto nei capitoli precedenti e riguardanti la misura dei parametri della macchina. Le differenze riscontrate tra le induttanze differenziali ricavate tramite misurazioni e quelle ottenute attraverso simulazioni agli elementi finiti sono imputabili a modelli geometrici e matematici ovviamente non perfetti, ma anche ai diversi parametri che influenzano il comportamento di queste macchine durante il loro funzionamento, come per esempio la temperatura di lavoro (che dipende soprattutto dalle modalità di utilizzo del motore stesso). Oltre a questo, nelle misurazioni possono esserci errori dovuti alla non idealità dei filtri utilizzati, che introducono guadagni e che non possono filtrare in maniera perfetta, e alla precisione non assoluta nella misura delle correnti. Inoltre, sono possibili alcuni errori dovuti al campionamento delle misure, fatto inevitabilmente in tempo discreto: essendo la frequenza di switching dell'inverter pari a 10 kHz e quella delle tensioni iniettate pari a 1 kHz , è possibile incontrare problemi computazionali nell'elaborazione dei segnali. A tal proposito, è possibile ridurre leggermente la frequenza delle tensioni hf o utilizzare un inverter con f_s più elevata.

Durante l'elaborazione dei risultati ottenuti, si è deciso di escludere quelli misurati agli estremi degli intervalli di corrente a causa di alcuni valori non attendibili, soprattutto presenti negli angoli delle singole mappe e probabilmente dovuti a correnti troppo elevate rispetto al valore assoluto nominale della stessa (6 A per questo motore): infatti, imponendo $\pm 6\text{ A}$ nelle correnti di entrambi gli assi di riferimento, risulterebbe un valore assoluto pari a $|I| = 6\sqrt{2} > I_n\text{ A}$.

A seguire vengono illustrate le mappe dei parametri utilizzati nelle compensazioni all'interno del controllo.

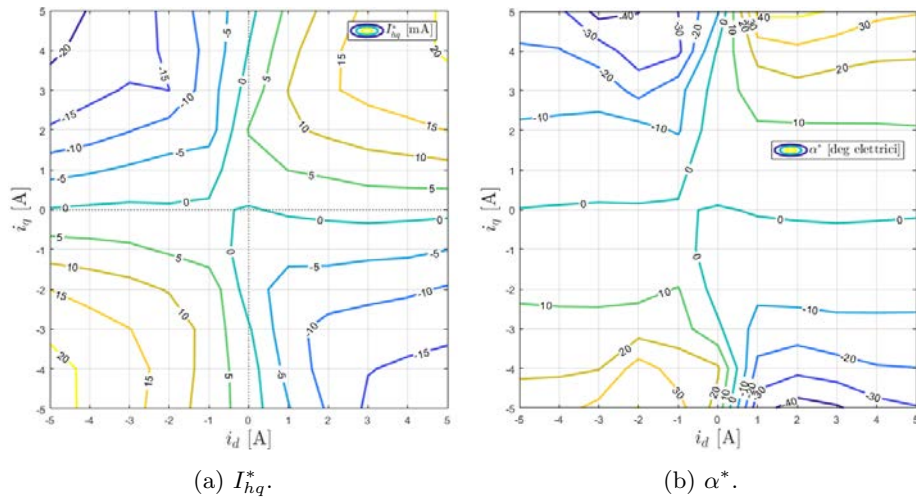
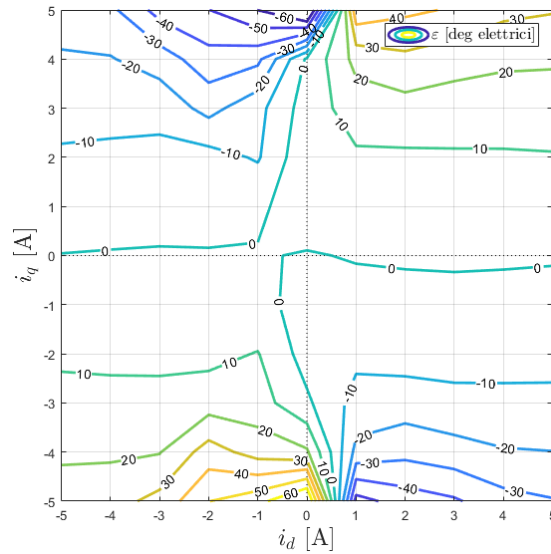


Figura 7.5: Mappe dei parametri I_{hq}^* e α^* in funzione delle correnti.


 Figura 7.6: Mappa di ε in funzione delle correnti.

I risultati ottenuti sono in linea con quanto ci si poteva aspettare. Questo dimostra che è possibile caratterizzare il motore PMAREL tramite iniezione di tensioni ad alta frequenza ed è realizzabile in modo abbastanza veloce. Il tempo necessario per la misura di queste mappe per una determinata posizione rotorica è soltanto di 3 minuti (a cui aggiungere il tempo necessario per elaborare i risultati) nel caso dello schema di misurazione a flusso pulsante. Invece, volendo una mappatura molto fitta, sempre per una singola posizione del rotore e per esempio con $\Delta i = 0.1 \text{ A}$, il tempo necessario potrebbe aggirarsi intorno ai 20 minuti, per questo motore e con la tecnica a flusso pulsante in $d^x q^x$. Ovviamente, si risparmierebbe il tempo necessario alle simulazioni tramite elementi finiti (solitamente molto grande) e quello che occorrerebbe per ricostruire un modello geometrico accurato e preciso della macchina.

Le mappe dei parametri ricavati possono essere utilizzate per ricostruire un modello accurato del motore tramite *Simulink* e/o per operare le dovute compensazioni nel controllo della macchina stessa.

Infine, a titolo di esempio, si riportano le mappe dei flussi di asse diretto e di asse in quadratura ricavati a partire dalle induttanze differenziali di asse d e q . Essi riproducono nel loro andamento quelli delle *Figure (4.1)* e *(4.2)*.

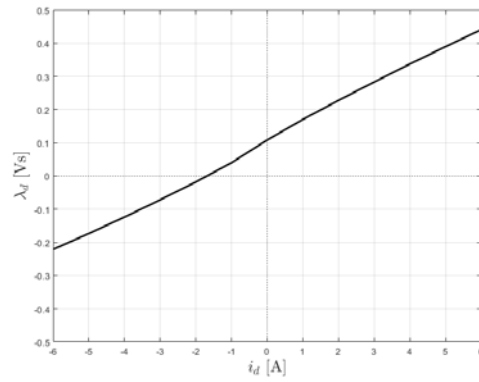


Figura 7.7: Flusso concatenato di asse diretto al variare di i_d e per $i_q = 0$.

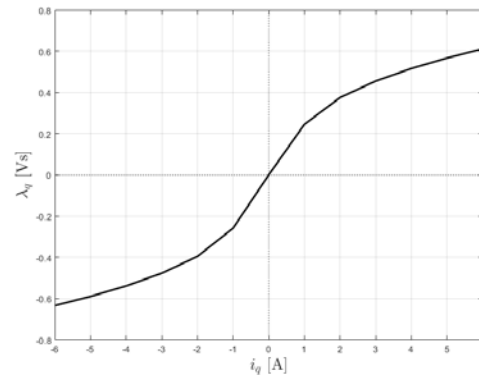


Figura 7.8: Flusso concatenato di asse in quadratura al variare di i_q e per $i_d = 0$.

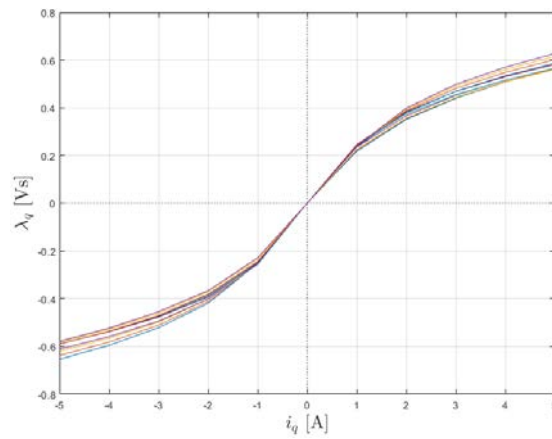


Figura 7.9: Flusso concatenato di asse in quadratura al variare di i_q e per diversi valori costanti di i_d .

Conclusioni

Nell'elaborato sono state trattate e approfondite nuove modalità di compensazione dell'errore di stima sulla posizione rotorica. Quest'ultimo può essere corretto direttamente attraverso una rotazione del sistema di riferimento delle tensioni hf iniettate.

Si è testato poi che è possibile approssimare in modo accettabile, al variare dell'angolo di corrente, l'andamento delle inertanze differenziali del motore, la cui conoscenza è necessaria per attuare un buon controllo: questo è possibile attraverso la loro misura soltanto per 2 o 3 valori di ϑ_i per una determinata corrente di riferimento.

Infine sono state implementate diverse modalità per caratterizzare le inertanze e induttanze differenziali del motore, così da poter ricavare anche tutti i parametri necessari nelle compensazioni sull'errore della posizione rotorica e sul segnale I_{hq} in entrata sull'osservatore.

Tutto il lavoro è stato sviluppato per azionamenti a flusso rotante in $\alpha\beta$, riportando infine i risultati ottenuti a quello pulsante in d^xq^x .

Al termine della fase sperimentale teorica, si è voluto testare una delle modalità di misura con la quale è possibile ricavare alcuni parametri necessari per le compensazioni nel controllo e una caratterizzazione completa del motore. Le misurazioni, svolte sulla macchina presa in considerazione durante tutta la trattazione, il motore sincrono PMAREL, hanno evidenziato una buona affidabilità del metodo testato dando risultati molto simili a quelli ottenuti da precedenti simulazioni agli elementi finiti.

Infine, si elencano alcuni dei possibili sviluppi futuri al lavoro svolto:

- Verificare se i risultati ottenuti nelle approssimazioni dell'andamento delle inertanze differenziali al variare dell'angolo di corrente ϑ_i valgono identicamente per posizioni rotoriche differenti da $\vartheta_{me} = 0$ e se si ottengono anche per altri motori PMAREL o per macchine di diversa tipologia, come IPM o REL;
- Analizzare la compensazione per correnti che vanno oltre il valore di quella nominale, così da estendere l'intervallo di stabilità del controllo sul motore;
- Verificare la validità del metodo di caratterizzazione della macchina attraverso iniezione di tensioni hf rotanti in $\alpha\beta$ indagando sugli aspetti critici. Confrontare, infine, l'accuratezza di entrambi i metodi di misurazione proposti, confrontando i risultati con altre modalità di caratterizzazione dei motori.

Ringraziamenti

Un grazie particolare a Matteo e al Prof. Silverio Bognani per avermi accompagnato, seguito e sostenuto con grande cura durante tutto il lavoro di tesi.

Bibliografia

- [1] M. Berto. *Iniezione di tensioni hf per la stima della posizione di motori sincroni anisotropi. Prestazioni con tensioni pulsanti e rotanti in presenza di saturazione*, A.A. 2017/2018.
- [2] N. Bianchi. *Calcolo delle macchine elettriche col metodo degli elementi finiti*. CLEUP, 2000.
- [3] S. Bolognani. *Dispense delle lezioni del corso di Azionamenti Elettrici*, A.A. 2018/2019.
- [4] D. Mingardi, M. Morandini, S. Bolognani, N. Bianchi. “On the Proprieties of the Differential Cross-Saturation Inductance in Synchronous Machines”. In *IEEE Transactions on Industry Applications*, volume 53, pages 991–1000, Marzo 2017.
- [5] L. Wang, R. D. Lorenz. “Rotor position estimation for permanent magnet synchronous motor using saliency-tracking self-sensing method”. In *Conference Record of the 2000 IEEE Industry Applications Conference. Thirty-Fifth IAS Annual Meeting and World Conference on Industrial Applications of Electrical Energy (Cat. No.00CH37129)*, volume 1, pages 445–450, Ottobre 2000.
- [6] M. J. Corley, R. D. Lorenz. “Rotor position and velocity estimation for a permanent magnet synchronous machine at standstill and high speeds”. In *IAS '96. Conference Record of the 1996 IEEE Industry Applications Conference Thirty-First IAS Annual Meeting*, volume 1, pages 36–41, Ottobre 1996.
- [7] M. Morandini, S. Bolognani. “Locked rotor characterization tests of IPM/REL synchronous machine for sensorless drives”. In *8th IET International Conference on Power Electronics, Machines and Drives (PEMD 2016)*, pages 1–6, Aprile 2016.
- [8] N. Bianchi, S. Bolognani. *Metodologia di progettazione delle macchine elettriche*. CLEUP, 2001.
- [9] V. Manzolini, S. Bolognani. “On the Rotor Position Self-Sensing Capability of IPM and Reluctance Synchronous Motors”. In *2018 IEEE 9th Internatio-*

Bibliografia

- nal Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives (SLED)*, pages 108–113, Settembre 2018.
- [10] V. Manzolini, M. Morandini, S. Bolognani. “The crowded axis of the frequency: Optimal pole/zero allocation for a full speed sensorless synchronous motor drives”. In *2016 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, pages 1–8, 2016.