Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Relazione per la prova finale
Lunar Gateway: Orbita Halo Quasi-Rettilinea

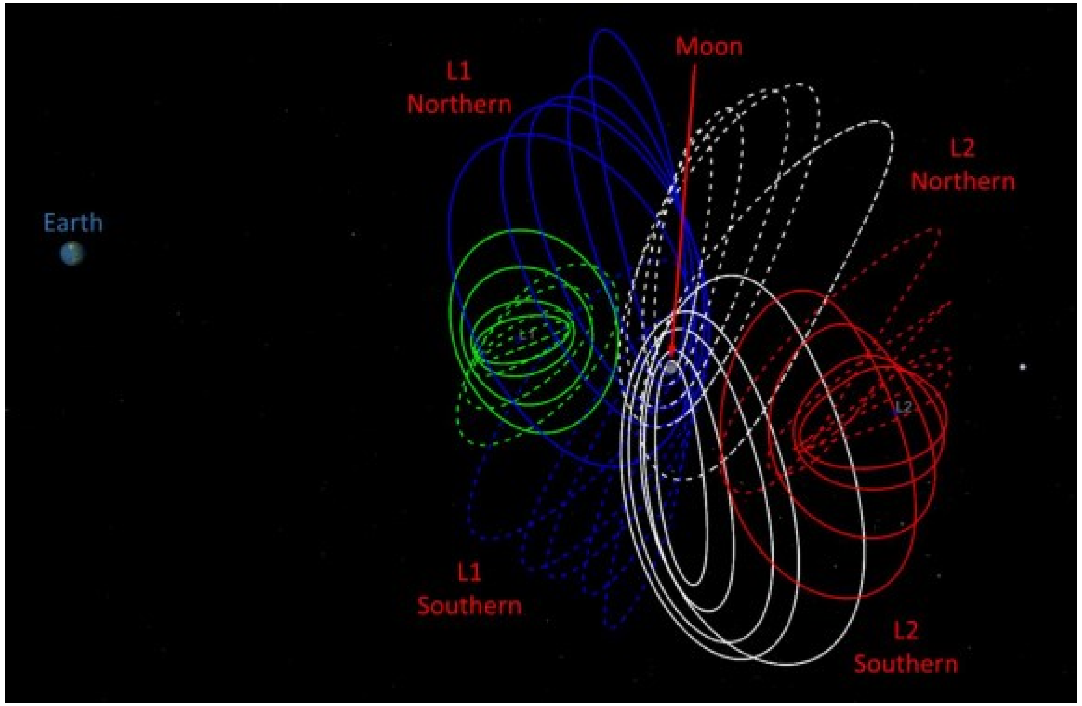
Tutor universitario: Prof.

Carlo Bettanini Fecia di Cossato

Laureando: *Crestan Marco*

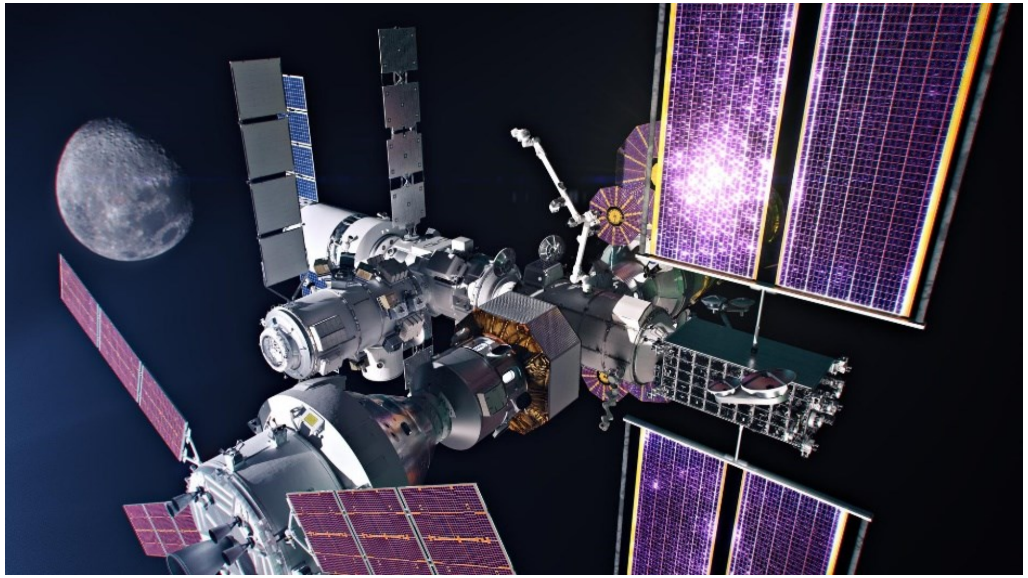
Padova, 21/11/2024

INDICE



IL PROGRAMMA ARTEMIS

- Artemis I:
  - Test del lanciatore SLS (Space Launch System) e della navicella Orion
- Artemis II:
  - Test di volo della navicella Orion con astronauti a bordo
  - Controllo della strumentazione
  - Test delle procedure di emergenza
- Artemis III:
  - Inserimento di Orion in un’orbita NRHO
  - Allunaggio tramite il modulo lunare Starship
- Artemis IV: Lunar Gateway
  - Stazionamento dei primi due moduli della stazione spaziale: PPE (Power and Propulsion Element) e HALO (Habitation and Logistic Outpost)
  - Arrivo del secondo modulo abitabile (I-HAB) insieme all’equipaggio di Artemis IV



Lunar Gateway concept art

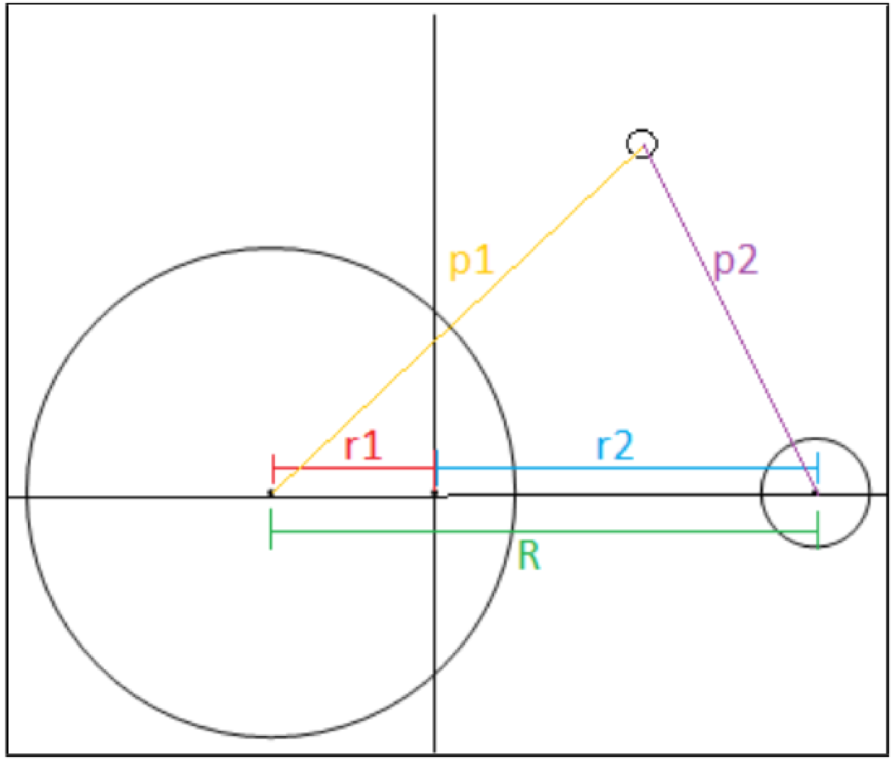
PREMESSE

Assunzioni:

- I due corpi più massivi, detti primari, ruotano intorno al loro comune centro di massa lungo orbite circolari
- La massa del terzo corpo è trascurabile rispetto alle masse dei primari M_1 e M_2

Parametri di interesse: [2]

- Distanza tra le due masse normalizzata: $R = R_1 + R_2 = 1$
- Energia cinetica: $T = \frac{1}{2} M_3 (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)$
- Potenziale gravitazionale: $V = -\frac{G M_3 M_1}{p_1} - \frac{G M_3 M_2}{p_2}$
- $\mu = \frac{M_2}{M_1 + M_2}$



[2]

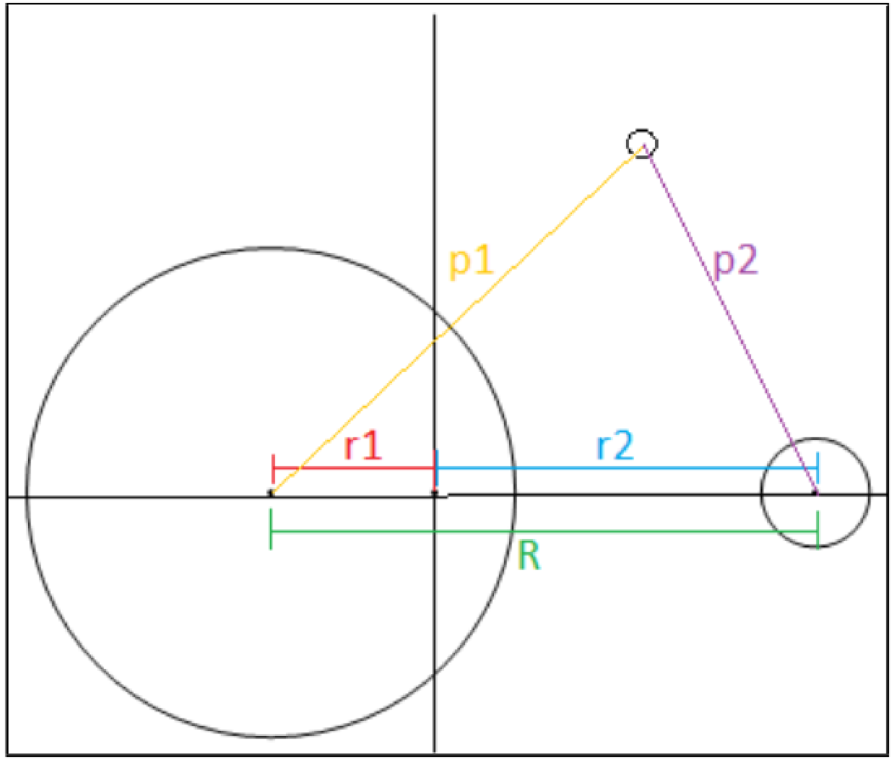
EQUAZIONI DEL MOTO

Introducendo un sistema di riferimento mobile con origine coincidente con il sistema fisso che ruota con velocità angolare pari alla velocità di rotazione dei primari, tramite l'equazione di Lagrange (1) è possibile esprimere le equazioni del moto (2) in funzione del solo parametro μ:

(1) $$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0$$ [2]

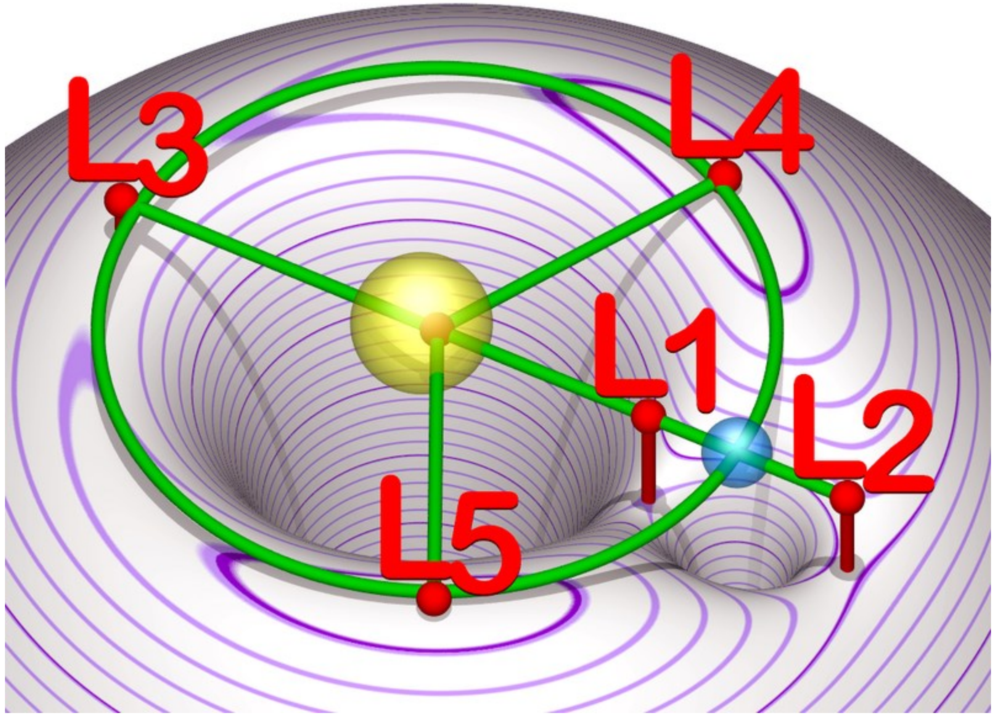
(2.1) $$\ddot{x} = 2\dot{y} + x - \frac{(1-\mu)(x+\mu)}{p_1^3} - \frac{\mu(x-1+\mu)}{p_2^3}$$ [2]

(2.2) $$\ddot{y} = -2\dot{x} + y - \frac{(1-\mu)y}{p_1^3} - \frac{\mu y}{p_2^3}$$ [2]



[2]

PUNTI DI LAGRANGE



Punti di equilibrio per il terzo corpo

⇩

Nel sistema di riferimento rotante sono statici

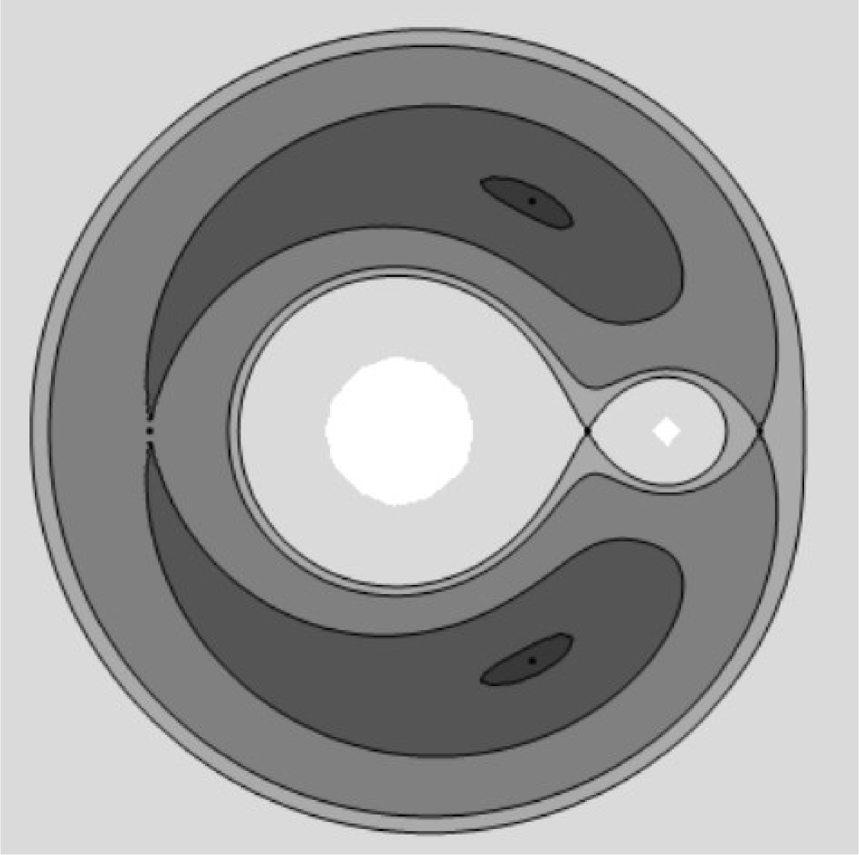
⇩

Le velocità e le accelerazioni nelle equazioni del moto risultano nulle:

$$x = \frac{(1-\mu)(x+\mu)}{p_1^3} + \frac{\mu(x-1+\mu)}{p_2^3} \qquad [2]$$

$$y = \frac{(1-\mu)y}{p_1^3} + \frac{\mu y}{p_2^3} \qquad [2]$$

CURVE A VELOCITÀ NULLA



[2]

Funzione pseudo-potenziale U: $$\boxed{U = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{(1-\mu)}{p_1} + \frac{\mu}{p_2}}$$

Equazioni del moto: $$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} = \dfrac{\partial U}{\partial x} \\ \ddot{y} + 2\dot{x} = \dfrac{\partial U}{\partial y} \end{cases}$$ [2]

$\Downarrow$

Dalle quali si ottiene: $V^2 = 2U - C$

Dove C è una costante detta Integrale di Jacobi e rappresenta l’energia del terzo corpo nel sistema di riferimento rotante

Curve a velocità nulla: $\boxed{2U = C}$ [2]

PERIODICITÀ DELLE ORBITE

Le orbite NRHO sono orbite tridimensionali perciò per studiarne la periodicità occorre introdurre un'equazione che ne descriva i moto lungo l'asse z:

$$\ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z} \qquad [3]$$

Condizione iniziale: $X_0 = (x_0, 0, z_0, 0, \dot{y}_0, 0)$ $\Rightarrow$ Condizione finale: $F(X) = (y_h, \dot{x}_h, \dot{z}_h) = 0$ [3]

Il risultato si trova per iterazione risolvendo la seguente equazione: $\boxed{X_{k+1} = X_k - J(X_k)^{-1} F(X_k)}$ [3]

$$[3] \quad J(X) = \frac{\partial F(X)}{\partial X} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_h}{\partial x_0} & \frac{\partial y_h}{\partial z_0} & \frac{\partial y_h}{\partial \dot{y}_0} \\ \frac{\partial \dot{x}_h}{\partial x_0} & \frac{\partial \dot{x}_h}{\partial z_0} & \frac{\partial \dot{x}_h}{\partial \dot{y}_0} \\ \frac{\partial \dot{z}_h}{\partial x_0} & \frac{\partial \dot{z}_h}{\partial z_0} & \frac{\partial \dot{z}_h}{\partial \dot{y}_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{21} & \varphi_{23} & \varphi_{25} \\ \varphi_{41} & \varphi_{43} & \varphi_{45} \\ \varphi_{61} & \varphi_{63} & \varphi_{65} \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ $\varphi(t, t_0)$: State Transition Matrix

STABILITÀ DELLE ORBITE

Un punto in prossimità di un punto di Lagrange si discosta da esso di un valore δX;

Si dimostra che vale la seguente equazione differenziale: $\boxed{\delta X' = [A]\delta X}$ [3] ⟹

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ U_{xx} & \Omega \end{bmatrix}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

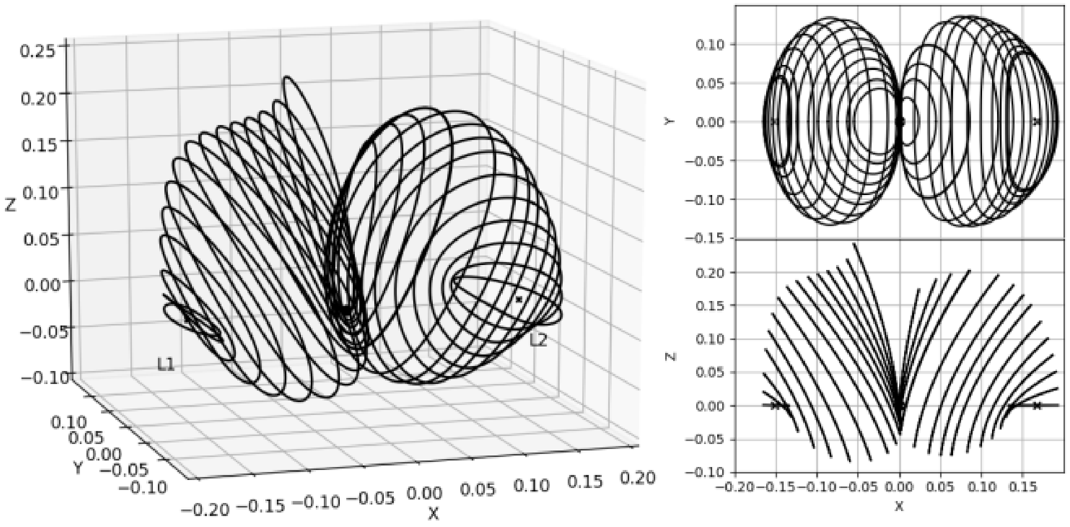
[3]

Dato che la STM risolve tale sistema è possibile calcolarne i componenti risolvendo il seguente sistema:

[3] $$\begin{cases} \varphi'(t, t_0) = A(t)(t, t_0) \\ \varphi'(t_0, t_0) = I \end{cases}$$ ⟹ Per determinare la stabilità di un'orbita occorre calcolare gli autovalori della STM al passare di un periodo orbitale T

[4] Indice di stabilità: $\nu_i = \frac{1}{2}\left(\lambda_i + \frac{1}{\lambda_i}\right)$ ⟹ Le orbite stabili possiedono un indice di stabilità minore o uguale di uno

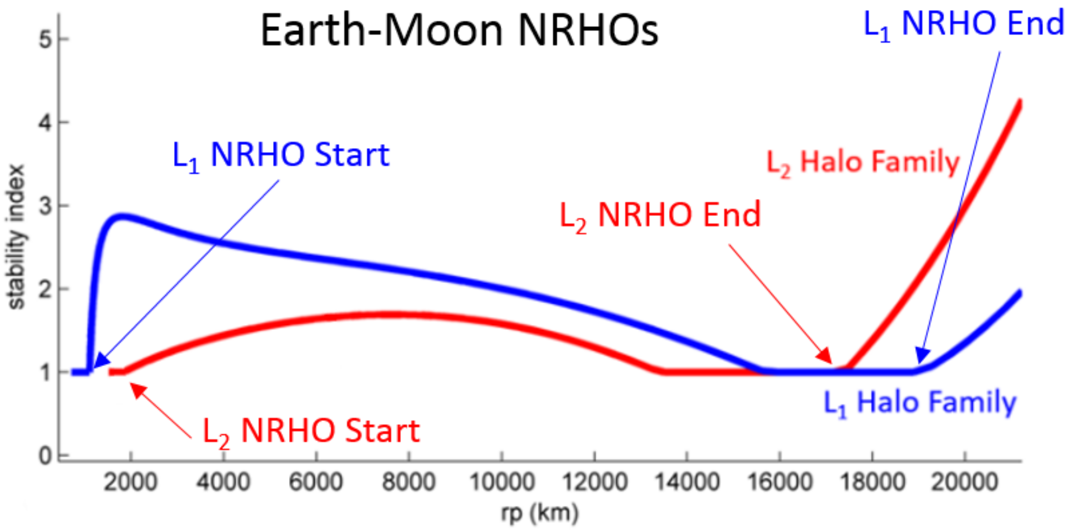
ORBITE HALO & NRHO



Famiglie di orbite Halo settentrionali intorno ai punti di librazione L1 ed L2. [5]

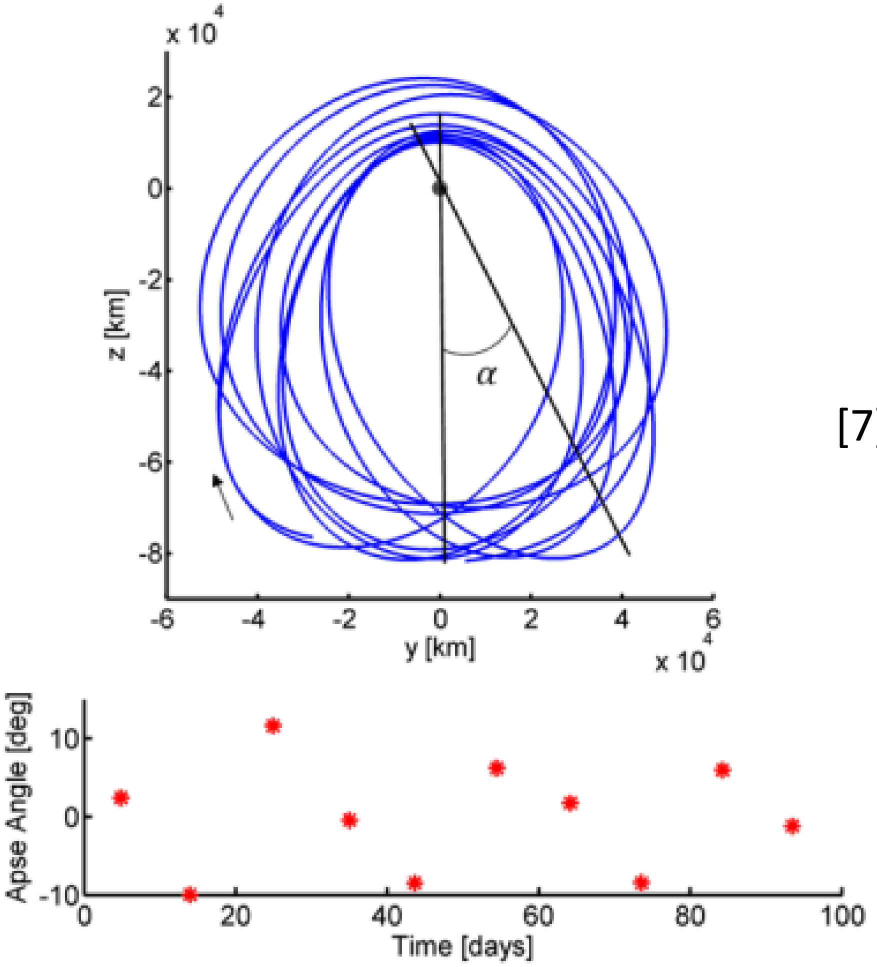
Il grafico sottostante mette in correlazione l'indice di stabilità con il raggio al perilunio delle orbite Halo:

- L2 NRHO: 1850km ≤ r_p ≤ 17.350km
- L1 NRHO: 900km ≤ r_p ≤ 19.000km

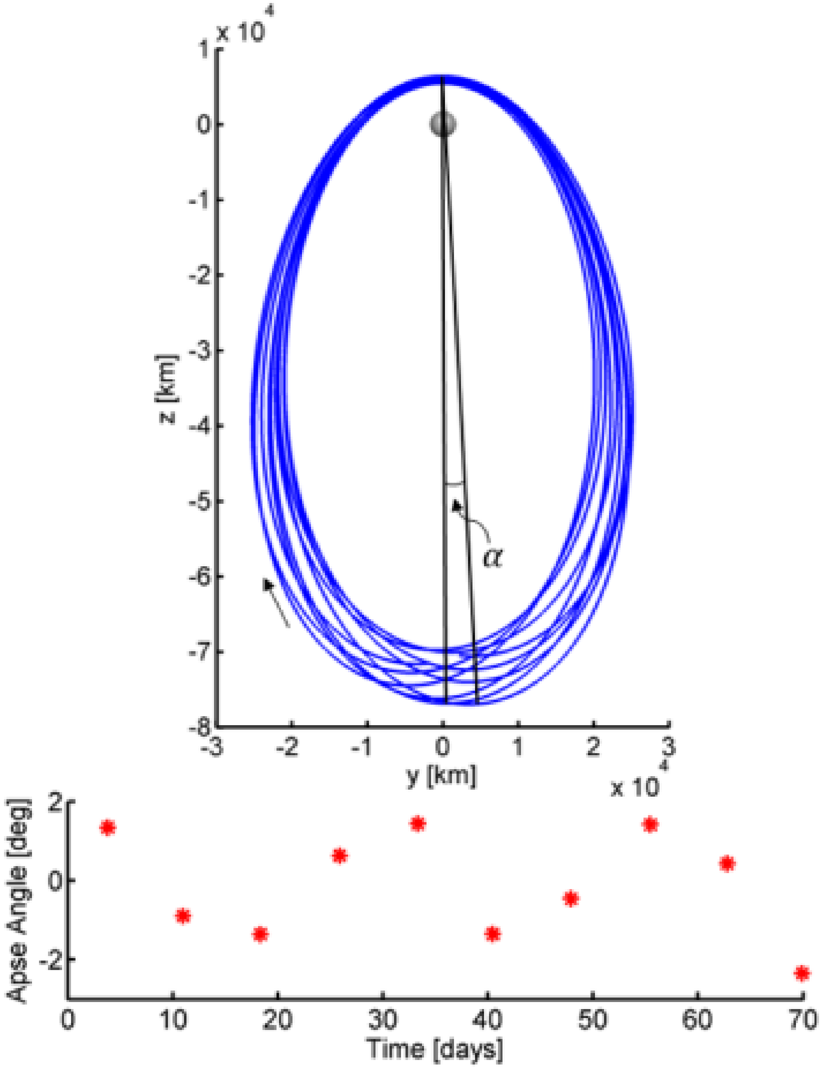


[6]

MODELLO AD N-CORPI E ANGOLO DELLA LINEA DEGLI APSIDI



[7]

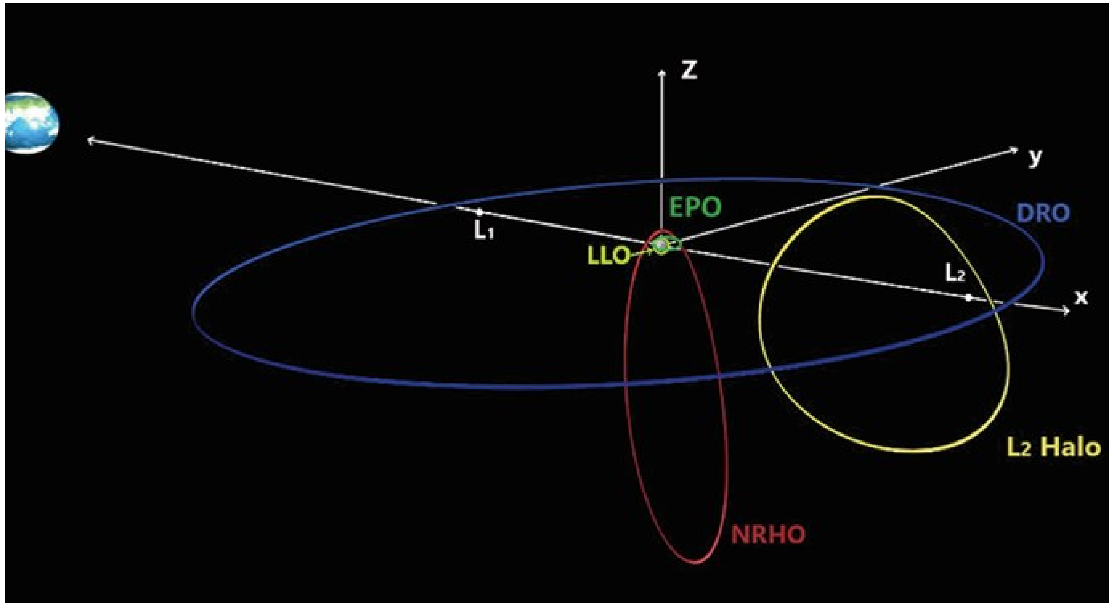


[7]

SELEZIONE DELL'ORBITA

Tipologie di orbite prese in considerazione:

- Low Lunar Orbit (LLO)
- Elliptical Lunar Orbit (ELO)
- L2 Southern NRHO
- L2 Halo
- Distant Retrograde Orbit (DRO)



ACCESSO DA TERRA

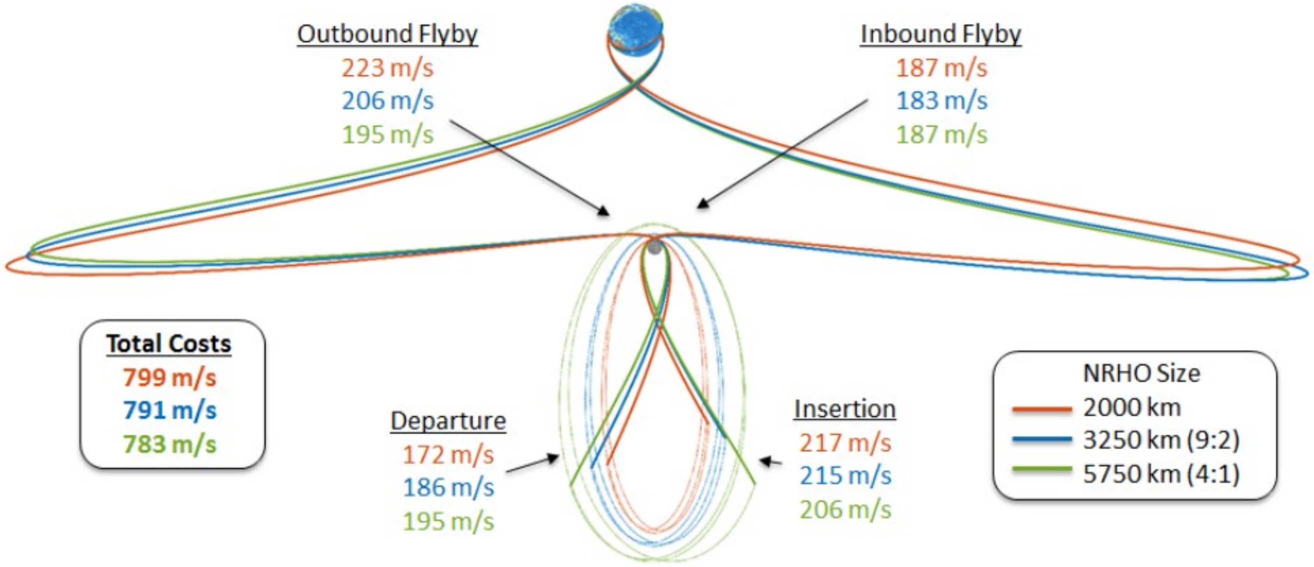
Dati relativi alla navicella Orion:
- Peso: 25 tonnellate
- Quantità di propellente: 8 tonnellate

$\Rightarrow$ $\boxed{\Delta V = 1.250\ m/s}$ [10]

- LLO: $\Delta V = 900\ m/s$ (manovra di inserimento)
- ELO: $\Delta V = 940/1270\ m/s$

Orbita	ΔV totale	Stay time	ΔV totale	Stay time
NRHO	missione di 21 giorni		missione di 60 giorni	
	840m/s	10.9g	751m/s	37.6g
L2 HALO	missione di 18 giorni		missione di 31 giorni	
	811m/s	5g	637m/s	10g
DRO	missione di 21 giorni		missione di 26 giorni	
	957m/s	6g	841m/s	6g

[10]



[11]

ACCESSO ALLA SUPERFICIE LUNARE

Per valutare i costi di accesso alla superficie lunare si individuano i costi di trasferimento ad una LLO polare

[10]

Orbita	Accesso a LLO		Plane Change	ΔV totale
	ΔV (m/s)	ΔT (hrs)	ΔV (m/s)	(m/s)
LLO	0	0	0	0
ELO	515	7	478	993
NRHO	730	12	0	730
L2 HALO	800	72	0	800
DRO	830	96	0	830

- Si assume che i trasferimenti avvengano tramite manovre Hohmann
- $\Delta V_{PC} = 2v \sin \frac{\Delta i}{2}$

Dati relativi a diverse NRHO:

[11]

NRHO	ΔV (m/s) (Sito polare)		ΔV (m/s) (Sito equatoriale)	
	Verso LLO	Da LLO	Verso LLO	Da LLO
$r_p = 2000km$	684	705	778	777
$r_p = 3250km$	707	717	798	795
$r_p = 5750km$	758	762	831	825

MANTENIMENTO DELL'ORBITA

COSTI DI MANTENIMENTO [10]

Quantità di propellente necessaria a mantenere il satellite lungo la traiettoria desiderata

⇩

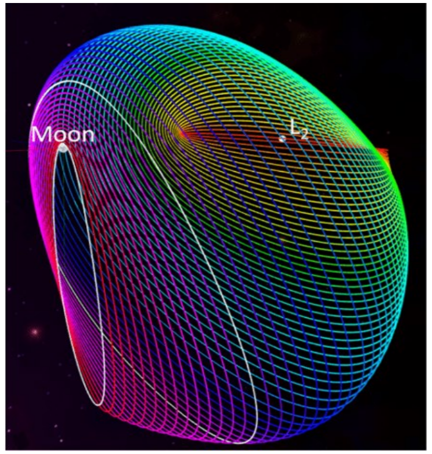
Dipende dalla stabilità dell'orbita

- LLO: $\Delta V = 50/100$ m/s l'anno
- ELO: $\Delta V = 300$ m/s l'anno
- L2 HALO: $\Delta V = 5/50$ m/s l'anno
- NRHO: $\Delta V < 5$ m/s l'anno
- DRO: $\Delta V = 0$ m/s l'anno

VALUTAZIONE DELLE TELECOMUNICAZIONI [10]

- LLO: oscurata al 50%
- ELO: frequentemente oscurata
- L2 HALO: non oscurata
- NRHO: non oscurata
- DRO: raramente oscurata

[7]

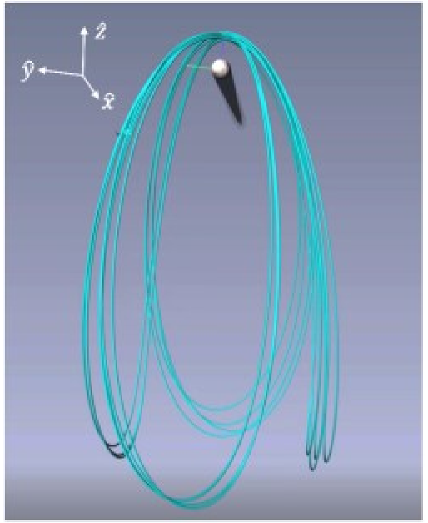


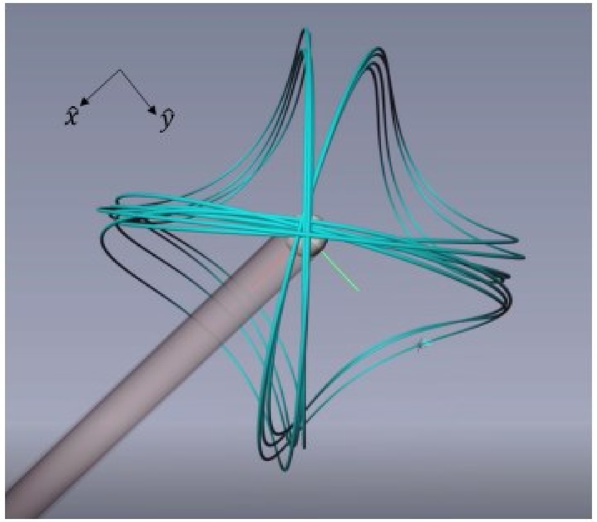
SISTEMA DI CONTROLLO TERMICO [10]

Orbita	Massimo flusso di calore (W/m^2)			Area del radiatore (m^2)
	Irradiato	Riflesso	Totale	
LLO	1545	231	1776	-
NRHO	54	8	62	21.4
DRO	-	-	0.6	18.0
Deep Space	-	-	0.0	17.9

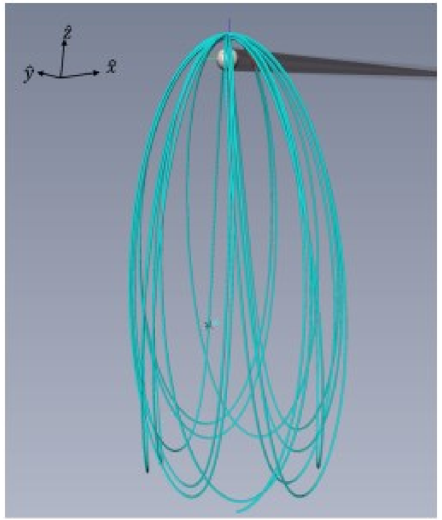
ECLISSI

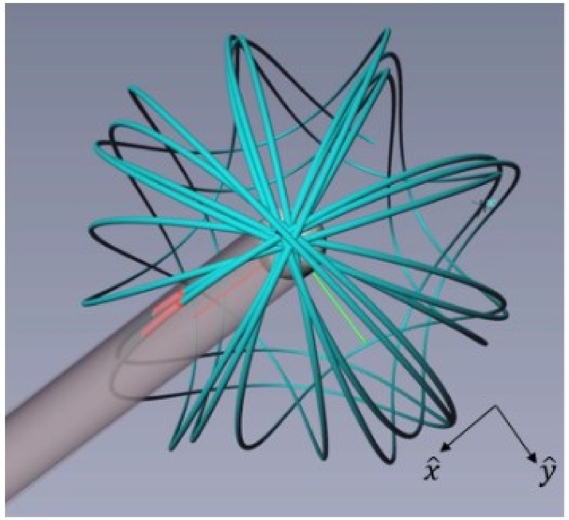
Al fine di evitare e eclissi causate dall'ombra della Terra e della Luna la risonanza sinodica con il periodo di rivoluzione lunare diventa un fattore molto favorevole:





Orbita NRHO in risonanza sinodica 4:1, in grigio viene evidenziata l'ombra proiettata dalla Luna. [7]





Orbita NRHO in risonanza sinodica 9:2, in grigio viene evidenziata l'ombra proiettata dalla Luna, mentre in rosso i periodi di eclissi. [7]

CONCLUSIONI

In questa presentazione si è voluto studiare le orbite NRHO in tutti i loro aspetti

A partire dal problema dei tre corpi ristretto circolare è stato possibile costruire diverse famiglie di orbite situate nello spazio cis-lunare.
Gli obiettivi della nuova era dell'esplorazione spaziale (la costituzione di un avamposto sulla Luna ed il raggiungimento di Marte) richiedono lo sfruttamento di un'orbita di stazionamento stabile che permetta di compiere missioni umane e robotiche di lunga durata in questo ambiente ostile.
In seguito a quest'analisi l'orbita designata ad ospitare il Lunar Gateway è proprio una NRHO in risonanza sinodica 9:2 con il periodo di rivoluzione lunare. Quest'orbita offre numerosi vantaggi:

- Costi di trasferimento dalla Terra e vero la Luna contenuti
- Costi di mantenimento orbitale ridotti
- Link per le telecomunicazioni affidabile e costante
- Possibilità di utilizzare sistemi di controllo termico passivo
- Minimizzazione dei periodi di eclissi dovuti alla Terra e alla Luna

BIBLIOGRAFIA

- [1] Nasa Artemis Webpage: "https://www.nasa.gov/humans-in-space/artemis/"
- [2] Frnka, Richard. "The Circular Restricted Three–Body Problem." (2010).
- [3] F. Ferrari, M. Lavagna. "Periodic Motion Around Libration Points in the Elliptic Restricted Three-Body Problem." Nonlinear Dynamics, Vol. 93, N. 2, (2018), p. 453-462
- [4] Connor Howell, K. "Three-dimensional, periodic, 'halo' orbits. " Celestial Mechanics 32, 53–71 (1984).
- [5] Petukhov, Viacheslav & Ivanyukhin, A. "Low-energy trajectories to the Earth-Moon libration points and to halo-orbits." (2021).
- [6] Davis, Diane C., Sagar Bhatt, Kathleen C. Howell, Jiann-Woei Jang, Ryan J. Whitley, Fred Clark, Davide Guzzetti, Emily M. Zimovan and Gregg Barton. "Orbit Maintenance and Navigation of Human Spacecraft at Cislunar Near Rectilinear Halo Orbits." (2017).
- [7] "IAA-AAS-DyCoSS 3125 NEAR RECTILINEAR HALO ORBITS AND THEIR APPLICATION IN CIS-LUNAR SPACE." (2017).
- [8] Folta, David C., Natasha Bosanac, Davide Guzzetti and Kathleen C. Howell. "An Earth–Moon system trajectory design reference catalog ☆." Acta Astronautica 110 (2015): 341-353.
- [9] "STATIONKEEPING AND TRANSFER TRAJECTORY DESIGN FOR SPACECRAFT IN CISLUNAR SPACE." (2017).
- [10] Whitley, Ryan J. and Roland Martinez. "Options for staging orbits in cislunar space." 2016 IEEE Aerospace Conference (2016): 1-9
- [11] Whitley, Ryan J., Diane C. Davis, Laura M. Burke, Brian McCarthy, Rolfe, J. Power, Melissa L. McGuire and Kathleen C. Howell. "AAS 18-406 EARTH-MOON NEAR RECTILINEAR HALO AND BUTTERFLY ORBITS FOR LUNAR SURFACE EXPLORATION." (2018).
- [12] Williams, Jacob, Christopher F. Berry, Diane C. Davis, Ryan J. Whitley, Kevin A. Bokelmann and David E. Lee. "Targeting Cislunar Near Rectilinear Halo Orbits for Human Space Exploration." (2017).