



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Storia della scoperta della legge della radiazione di corpo nero

Relatore

Prof. Giulio Peruzzi

Laureando

Luca De Vidi

Anno Accademico 2020/2021

Indice

1	Introduzione al problema del corpo nero: Kirchhoff e la sua funzione universale	1
2	I primi passi verso il problema del corpo nero	3
3	Planck e il corpo nero	8
4	Critiche alla deduzione di Planck e contributi successivi: l'emergere della discontinuità dei quanti	16
5	Conclusioni	22

Sommario

Tra il 1894 e la fine del 1900 nell'opera dell'allora già affermato fisico tedesco M. Planck vengono ad intrecciarsi in modo nuovo ed originale tre linee di ricerca scientifica del XIX secolo più o meno sviluppate: la termodinamica, l'elettromagnetismo e i primi elementi di quella sarebbe diventata la meccanica statistica. Da questo intreccio nascono inaspettatamente le condizioni che aprono le porte alla teoria dei quanti che, durante i lustri successivi, avrebbe dato uno scossone alle teorie scientifiche che sembravano consolidate alla fine dell'Ottocento, quelle stesse teorie da cui era sbocciata. Diversi sono i campi fenomenologici che, dopo aver creato "incrinature" nella pretesa universale della meccanica classica, possono essere spiegati accettando di quantizzare, di considerare discrete, delle grandezze ritenute classicamente continue. Fra questi spicca il cosiddetto "problema del corpo nero", all'epoca conosciuto anche come il problema della radiazione nera, l'argomento della ricerca che porta Planck al quanto, con l'introduzione di nuove costanti di natura e l'intera reinterpretazione del ruolo e del significato di queste per il progresso della fisica.

Basandosi primariamente sulla monografia del filosofo e storico della scienza americano T. S. Kuhn, nel presente lavoro di tesi si ricostruisce la storia della scoperta della legge della radiazione di corpo nero, prendendo in esame il lungo e travagliato percorso che, dalla formulazione del problema da parte di G. R. Kirchhoff subito dopo la metà del XIX secolo fino ai contributi successivi alla deduzione planckiana dovuti ad A. Einstein e P. Ehrenfest nel 1906, ha visto interagire scienza sperimentale e teorica in maniera quanto mai importante e necessaria. Nel capitolo 1 si presenta il problema del corpo nero, a partire dalla funzione universale che Kirchhoff introdusse per descrivere la distribuzione spettrale dell'intensità della radiazione. Nel capitolo 2 si procede analizzando le principali mosse sperimentali e teoriche che fecero da sfondo al programma di ricerca di Planck sul problema in questione, giungendo, nel capitolo 3, a completare la descrizione dell'itinerario che portò il fisico tedesco ad avvicinarsi alla sfida lanciata da Kirchhoff, prima di proseguire con un esame dei passaggi importanti dell'opera planckiana. Nel capitolo 4 si prendono poi in considerazione le discussioni e le critiche associate alla deduzione di Planck, che hanno permesso di cogliere o esplicitare le novità concettuali ivi nascoste. Infine, nel capitolo conclusivo, si offrono spunti di riflessione sulla ricostruzione storiografica kuhniana di questo tema decisivo per la storia della fisica e non solo.

Capitolo 1

Introduzione al problema del corpo nero: Kirchhoff e la sua funzione universale

Il tema del corpo nero si impose all'attenzione della fisica del XIX secolo con i fondamentali contributi di Gustav Robert Kirchhoff (1824-87). Kirchhoff infatti, nell'eseguire insieme con Robert Wilhelm von Bunsen (1811-99) le prime indagini spettroscopiche attorno al 1859, ottenne una serie di stimoli che lo indussero a riflettere su un altro campo di indagine, quello della radiazione termica e in generale dell'interazione fra radiazione elettromagnetica e materia.

Data una cavità mantenuta ad una certa temperatura T , questa si riempie di radiazione su ogni lunghezza d'onda λ o, equivalentemente, su ogni frequenza ν . Nell'ipotesi che si raggiunga l'equilibrio della radiazione sia all'interno della cavità sia con le sue pareti, il tasso di irraggiamento dell'energia attraverso una qualsiasi superficie è indipendente dalla posizione e dall'orientamento di quella superficie. Sotto tali circostanze, il flusso di energia, ossia l'energia nell'unità di tempo, che raggiunge una superficie infinitesima $d\sigma$ da un cono infinitesimo di angolo solido $d\Omega$ può essere scritto come $K \cos\theta d\Omega d\sigma$, dove K rappresenta l'intensità della radiazione¹ e θ è l'angolo fra la normale a $d\sigma$ e l'asse del cono infinitesimo considerato. Poiché la radiazione contribuisce al flusso totale su un continuo di lunghezze d'onda, l'intensità può essere più precisamente caratterizzata da una funzione di distribuzione K_λ tale per cui $K_\lambda d\lambda$ rappresenta l'intensità dovuta alla radiazione con lunghezza d'onda compresa fra λ e $\lambda + d\lambda$ e, naturalmente, $K = \int_0^\infty K_\lambda d\lambda$. Determinare, e spiegare, la forma di K_λ costituisce il cuore del problema proposto da Kirchhoff. Detto $d\sigma$ ora un elemento della superficie interna della parete di una cavità arbitraria, non necessariamente perfettamente assorbente, e denotato con a_λ l'associato potere assorbente, cioè la frazione di energia incidente con lunghezza d'onda fra λ e $\lambda + d\lambda$ assorbita da quell'elemento $d\sigma$, il tasso con cui l'energia in quell'intervallo è assorbita da $d\sigma$ attraverso una semisfera è allora esprimibile come $\pi a_\lambda K_\lambda d\lambda d\sigma$, ove il fattore π è introdotto per integrazione sull'angolo solido $d\Omega$. Definito il potere emissivo e_λ (energia raggiante emessa in un intervallo di lunghezze d'onda fra λ e $\lambda + d\lambda$, divisa per $d\lambda$, per unità di superficie emittente proiettata lungo la direzione di emissione, per unità di angolo solido e nell'unità di tempo), similmente si ha che il tasso al quale l'energia nello stesso intervallo è irraggiata nella cavità da $d\sigma$ attraverso una semisfera risulta $\pi e_\lambda d\lambda d\sigma$. Ovviamente, per l'equilibrio, l'emissione e l'assorbimento complessivi debbono pareggiarsi, e pertanto $\int_0^\infty a_\lambda K_\lambda d\lambda = \int_0^\infty e_\lambda d\lambda$. Nell'inverno del 1859-60 Kirchhoff, prendendo in considerazione cavità con materiali diversi su pareti diverse, aveva annunciato un importante risultato: l'eguaglianza fra energia emessa ed assorbita

¹Qui l'intensità è intesa, seguendo Kuhn in [1], per radiazione isotropa in approccio di onde sferiche come energia trasferita nell'unità di tempo, per unità di superficie ortogonale alla direzione di propagazione e per unità di angolo solido. Kirchhoff invece aveva enunciato la sua legge in termini di intensità delle onde piane. Cfr. [1], p. 76, nota 2.

deve valere anche separatamente in ciascun intervallo infinitesimo di lunghezze d'onda, e dunque, si ha che $a_\lambda K_\lambda = e_\lambda$. Essendo che, in ipotesi di equilibrio, la distribuzione dell'intensità K_λ è costante in ogni punto della cavità, potere emissivo e potere assorbente, pur dipendendo singolarmente da fattori fisici e geometrici specifici, sono tali per cui il loro rapporto è una funzione universale, dipendente solo dalla temperatura e dalla lunghezza d'onda, e non dalle dimensioni o dalla forma della cavità, né tanto meno dai materiali di cui sono composte le sue pareti. Questi risultati costituiscono la legge di radiazione di Kirchhoff: $\frac{e_\lambda(T, \dots)}{a_\lambda(T, \dots)} = K_\lambda(T)$. Per una cavità con pareti "nere", cioè con $a_\lambda = 1$ in ogni punto e su tutto lo spettro, vale $e_\lambda = K_\lambda$. Ecco che la radiazione emessa da quella classe ideale di oggetti detti *corpi neri*² è identica, nella sua distribuzione spettrale di intensità, alla radiazione all'equilibrio contenuta in una cavità di un qualsiasi materiale per cui $a_\lambda \neq 0$ su ogni lunghezza d'onda.³ Consapevole del valore della ardua sfida individuata, così scriveva fiducioso Kirchhoff in un lavoro del 1860 in merito alla funzione di distribuzione da ricercare:

[...] una funzione della lunghezza d'onda e della temperatura. È compito della massima importanza determinare questa funzione. Grandi difficoltà si frappongono alla determinazione sperimentale. Tuttavia non appare priva di fondamento la speranza che essa abbia una forma semplice, come accade per tutte le funzioni finora note indipendenti dalle proprietà dei singoli corpi.⁴

²Corpi per i quali si assume unitario il potere assorbente, ossia il rapporto tra energia raggiante assorbita ed energia incidente.

³In realtà, la cavità può anche avere pareti perfettamente riflettenti ($a_\lambda = 0$) purché contenga da qualche parte un granello di polvere che, tramite assorbimento e riemissione, permetta ad una distribuzione inizialmente arbitraria dell'energia di raggiungere l'equilibrio. Cfr. [1], p. 32.

⁴KIRCHHOFF, Gustav R., *Über das Verhältnis zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen der Körper für Wärme und Licht*, in *Ann. d. Phys.*, 109, 1860, pp. 275-301. Citazione a p. 279.

Capitolo 2

I primi passi verso il problema del corpo nero

Nell'ultimo quarto del XIX secolo la Germania, da poco unificata, attraversava un periodo di radicale cambiamento economico e sociale, trasformandosi in breve tempo in una grande potenza industriale, ai livelli dell'Inghilterra. In tutto il Paese, ma in particolar modo a Berlino, si assistette alla nascita di centri di ricerca fortemente legati all'industria a testimonianza di come scienza e tecnologia si siano sviluppate in parallelo al processo di industrializzazione, essendone al contempo causa e conseguenza. Uno di questi era il *Physikalisch-Technische Reichsanstalt*, ossia l'Istituto Imperiale di fisica tecnica fondato nel 1887 a Charlottenburg nei pressi di Berlino su richiesta di E. Werner Siemens¹ con l'obiettivo principale, nello studio di problemi di fisica che avessero rilevanza industriale, di determinare e sviluppare uno standard di unità di intensità luminosa. Ciò appariva di cruciale importanza all'epoca fondamentalmente per capire quali forme di illuminazione, fra le nuove tecnologie elettriche e le vecchie a gas, risultassero più vantaggiose in termini di costi-benefici. Nell'Istituto venne creato un laboratorio di ottica con a capo il fisico sperimentale Otto Lummer (1860-1925), il quale insieme ad altri collaboratori - fra cui Eugen Brodhun (1860-1938), Ferdinand Kurlbaum (1857-1927), Ernst Pringsheim (1859-1917) - si concentrò fin da subito sull'ideazione e il perfezionamento di apparecchi, quali fotometri e bolometri, per la misura della radiazione visibile ed infrarossa nello studio dello spettro termico. Il fatto che la radiazione di corpo nero, o radiazione nera,² dipendesse solo dalla temperatura e non dalla natura e dalle caratteristiche specifiche del materiale emettitore, la rendeva una valida candidata nella ricerca di uno standard universale e di qui ne scaturì l'interesse pratico nel comprenderla.

Membro della prestigiosa Accademia Prussiana delle Scienze e ormai da due anni professore ordinario di fisica teorica, Planck nel 1894 si trovava a Berlino, nel fulcro della fisica tedesca e, in particolare, in quello che sarebbe diventato il centro a livello mondiale per la ricerca sulla radiazione termica. Alla fine di quell'anno Planck - come racconta nella sua *Autobiografia scientifica* - si avvicinò, senza dubbio complice la vicinanza all'Istituto Imperiale, al problema che lo avrebbe "dominato e spinto verso molte ricerche differenti per un tempo assai lungo", rivolgendo la sua attenzione alla legge di Kirchhoff sulla radiazione di cavità. Come catturato da quest'ultima, il carattere universale ed assoluto che veniva a rivestire la allora sfuggente distribuzione dell'energia spettrale indusse Planck ad affrontare lo studio di questo fenomeno con un fervore quasi religioso, dal momento che aveva da sempre considerato "la ricerca di qualcosa di assoluto

¹Una sorta di Edison tedesco, inventò e brevettò diversi apparecchi elettrici mettendo in piedi l'omonima azienda, che ebbe una posizione di spicco nel processo di elettrificazione della Germania e, dopo essere sopravvissuta alle due guerre mondiali, risulta tuttora una potenza multinazionale.

²Nell'originale in lingua tedesca si ha "Schwarze Strahlung", o ancora "Holraumstrahlung", ossia radiazione di cavità. Cfr. [1], p. 31.

come lo scopo più elevato di tutte le attività scientifiche”.³

Da quando Kirchhoff aveva scritto, appena dopo la metà del secolo, sulla radiazione di cavità, ne erano state messe in luce altre due notevoli proprietà, la legge di Stefan-Boltzmann e la legge di spostamento, che fornirono, specialmente la seconda, un retroterra fondamentale per la ricerca planckiana e non solo. Kirchhoff aveva unicamente assunto che l’energia radiante si propagasse per onde. Ben poco altro si poteva considerare acquisito in merito. Fu solo una trentina di anni più tardi che la natura elettromagnetica tanto della radiazione visibile quanto di quella termica venne sempre più riconosciuta, soprattutto a seguito della dimostrazione da parte di Heinrich Hertz (1857-94) della validità della teoria di James Clerk Maxwell (1831-79) con la produzione nel proprio laboratorio di un treno di onde generate da un oscillatore elettrico. La prima applicazione delle equazioni di Maxwell al problema della radiazione di corpo nero si ebbe nel 1884 da parte del fisico austriaco Ludwig Boltzmann (1844-1906). In seguito, nel 1893, Wilhelm Carl Werner Wien (1864-1928), docente da poco abilitato nell’Università di Berlino, estese i risultati del primo.

Boltzmann, con l’iniziale obiettivo di sottolineare come il riconoscimento dell’esistenza della pressione di radiazione potesse risolvere l’apparente conflitto fra la seconda legge della termodinamica e il funzionamento del radiometro da poco inventato, giunse ad una efficace formulazione della termodinamica della radiazione. Per avere l’equilibrio, il flusso netto di energia attraverso la superficie di un qualsiasi volume nell’interno di una cavità deve essere nullo, condizione che il fisico austriaco mostrò poter essere verificata solo nel caso in cui la densità u dell’energia radiante fosse legata alla sua intensità K dall’equazione:

$$u = 4\pi K/c, \quad (2.1)$$

con c la velocità di propagazione.⁴ Sfruttando questa relazione insieme al risultato sulla pressione di radiazione presentato in precedenza da Maxwell nel suo *A Treatise on Electricity and Magnetism* del 1873, in base al quale la pressione nel caso di radiazione isotropa corrispondeva ad un terzo della densità u della sua energia, Boltzmann fu in grado di applicare direttamente la termodinamica alla radiazione nera, ricavando quella che nella letteratura sulla teoria del corpo nero è generalmente nota come la legge di Stefan-Boltzmann:⁵ $u = \sigma T^4$, dove σ è una costante universale della natura non deducibile dalla termodinamica.

Prima ancora della legge in sé, ai fini dello studio delle proprietà delle funzioni di distribuzione u_λ e K_λ , sono state di grande importanza le tecniche sviluppate da Boltzmann nell’ottenerla, tanto che, neanche dieci anni dopo che furono rese pubbliche, Wien se ne servì a sua volta per dimostrare la sua “legge di spostamento”, nome introdotto successivamente da Lummer e Pringsheim, in quanto essa mostra in che modo la curva relativa a u_λ , o similmente a K_λ , si sposta a seconda di come cambia la temperatura della cavità. In termini moderni, la legge di spostamento prende la seguente semplice formulazione:

$$u_\lambda = \frac{4\pi}{c} K_\lambda = \lambda^{-5} \phi(\lambda T), \quad (2.2)$$

con ϕ una funzione arbitraria di una singola variabile. Nel momento in cui, a seguito del lavoro di Planck, la frequenza rimpiazzò la lunghezza d’onda come variabile indipendente utilizzata, la legge di spostamento assunse la meglio nota formulazione:

$$u_\nu = \frac{4\pi}{c} K_\nu = \nu^3 \phi(\nu/T), \quad (2.3)$$

³Citazioni da [3], pp. 22-23.

⁴L’equazione - fa notare Kuhn nella sua monografia - si applica anche alle associate funzioni di distribuzione spettrale u_λ e K_λ , rispettivamente per la densità di energia e per l’intensità, cosicché u_λ deve essere, come K_λ , una funzione universale della lunghezza d’onda e della temperatura, mentre u deve risultare funzione della sola temperatura. Cfr. [1], p. 34.

⁵Il doppio nome è dovuto al fatto che Josef Stefan (1835-93) già nel 1879 aveva ipotizzato su basi sperimentali che l’energia totale irraggiata da un corpo andasse come T^4 . Boltzmann nel 1884 dimostrò che la congettura di Stefan era corretta solo per il corpo nero.

con u_ν e K_ν le funzioni di distribuzione spettrale in termini della frequenza ν rispettivamente della densità di energia e dell'intensità. Con ϕ non specificata, la legge di distribuzione restava ignota, ma un importante passo in avanti era stato compiuto da Wien: ciò che richiedeva di essere determinato era, a questo punto, una funzione di una sola variabile, e non più di due.

Nel ricostruire le vicende in [1], Kuhn sostiene che i fisici in grado di seguire il ragionamento di Wien e disposti ad accettarne le premesse presumibilmente trovarono il risultato convincente. Di lì a pochi anni la legge di spostamento sarebbe divenuta senza dubbio uno strumento teorico di uso corrente, ma difficilmente - continua il filosofo e storico della scienza - poteva avere tale considerazione al momento della sua scoperta nel 1893, quando elettromagnetismo e termodinamica non erano ancora stati completamente digeriti in maniera diffusa. Inoltre, lo studio della radiazione dai corpi ad alta temperatura era sostanzialmente il campo d'attività degli sperimentatori, i cui risultati erano ancora preliminari sotto diversi aspetti. Si procede ripercorrendo brevemente la situazione sperimentale e le mosse teoriche legate ai primi tentativi di ricerca della legge di distribuzione della radiazione di corpo nero.⁶

Le prime suggestive osservazioni in questo senso risalgono alla scoperta, da parte del grande astronomo anglo-tedesco William Herschel (1738-1822), dello spettro infrarosso del Sole all'inizio del diciannovesimo secolo. Fra i lavori pionieristici sono da includere poi quelli di Leopoldo Nobili (1784-1835) e Macedonio Melloni (1798-1854), seguiti dalle misure riportate da Jacob Heinrich Müller (1809-1875) nel 1858, John Tyndall (1820-1893) nel 1865, e André-Prosper-Paul Crova (1833-1907) nel 1880. La tecnica collaudata da questi studiosi consisteva nel decomporre la radiazione filtrandola con un prisma e nello sfruttare un dispositivo di tipo termoelettrico per esaminare come si distribuisse l'intensità nelle diverse regioni spettrali.⁷ Questi esperimenti però, come tutti quelli portati avanti prima della metà degli anni '80, fornivano una scarsa informazione nella regione spettrale degli infrarossi ed erano, ad ogni modo, di discutibile rilevanza per lo studio delle proprietà della radiazione di equilibrio, giacché le poche sorgenti di radiazione utilizzate,⁸ tutte molto calde e a temperature solo vagamente note, non erano necessariamente buone approssimazioni di corpi neri. I primi esperimenti che invece iniziarono a fornire il tipo di informazione adeguato per il problema in questione furono quelli riportati nel 1886 dall'astronomo americano Samuel Pierpont Langley (1834-1906). Il suo obiettivo era quello di studiare il processo di assorbimento e di riemissione della radiazione solare dalla superficie relativamente fredda di un pianeta. Il radiatore utilizzato da Langley era di rame, ricoperto di nerofumo, ed egli esaminò lo spettro continuo che veniva emesso ad una certa serie di temperature sotto controllo, al di sotto dei 1000°C. Per analizzare tale spettro, che era essenzialmente confinato nell'infrarosso, Langley perfezionò la termocoppia, inventò il bolometro e calibrò abilmente un prisma di salgemma per lunghezze d'onda nell'infrarosso fino a 5μ . A livello qualitativo - osserva Kuhn - le curve ottenute da Langley sono conformi ai risultati di tutti gli esperimenti successivi, evidenziando la dipendenza dalla temperatura dei massimi di intensità, dai quali ogni curva discende asintoticamente a zero sia al crescere che al calare della lunghezza d'onda. Nella loro primaria valenza qualitativa,⁹ gli esperimenti di Langley, resi pubblici appena otto anni prima che Planck si occupasse del problema del corpo nero, rappresentavano soltanto l'inizio del lavoro da cui sarebbero venuti a dipendere lo sviluppo e la valutazione delle leggi quantitative del corpo nero. Si trattava però di un inizio importante, una pietra d'angolo, dal momento che stimolò tanto gli sperimentali quanto i teorici, senza alcun dubbio anche Wien, a perseguire la determinazione della funzione universale di Kirchhoff.

Nel 1887 il russo Vladimir Alexandrovich Michelson (1860-1927), combinando la legge di Stefan-Boltzmann con un'ipotesi statistica di tipo speculativo sul meccanismo di emissione,¹⁰

⁶Per la panoramica in questione cfr. [1], pp. 37-42.

⁷Cfr. [1], p. 37 e [6], p. 81.

⁸Oltre al Sole, ci si serviva soprattutto di fiamme a gas o di filamenti incandescenti.

⁹Solo le curve corrispondenti alle temperature più alte fra quelle considerate avevano il proprio massimo nella regione spettrale indagabile in modo attendibile dall'astronomo americano.

¹⁰Michelson riprese argomenti introdotti da Boltzmann nel 1877 in una memoria sul teorema H: "L'assoluta continuità dello spettro emesso dai solidi può essere spiegata solo grazie alla completa irregolarità delle vibrazioni

derivò una formula per la radiazione che, come egli dimostrò, riproduceva qualitativamente, con due costanti a e b da determinare, tutte le caratteristiche delle curve sperimentali di Langley:

$$K_\lambda = b\lambda^{-6}T^{3/2}e^{-a/\lambda^2T}. \quad (2.4)$$

Tuttavia, da un punto di vista quantitativo non era molto soddisfacente, fatto questo che gli fu ben presto messo in evidenza da Heinrich Friedrich Weber (1843-1912), un fisico in quel momento impegnato nelle misurazioni dello spettro di emissione di filamenti incandescenti di carbone. Dopo aver criticato le basi teoriche della derivazione di Michelson, incluso il riferimento alla legge di Stefan-Boltzmann, Weber propose una formula alternativa nel 1888, con tre parametri da determinare, basata sui suoi e su altri esperimenti:

$$K_\lambda = b\lambda^{-2}e^{hT-(a/\lambda^2T^2)}. \quad (2.5)$$

Questa proposta da parte di Weber costituirà, cinque anni dopo, l'unico riferimento sperimentale alla legge dello spostamento di Wien. Come lo stesso Wien ebbe a sottolineare, la sua legge portava, come quella di Weber, ad osservare che il valore di lunghezza d'onda λ_m in corrispondenza del massimo di intensità doveva essere governato da un'equazione del tipo $\lambda_m T = Costante$. Tuttavia, per altri aspetti le due leggi erano chiaramente incompatibili e il richiamarsi da parte di Wien alla formula di Weber evidenzia - come fa notare Kuhn - la assai limitata autorevolezza che gli esperimenti sulla radiazione avevano nel 1893.

Nel giro di tre anni la situazione sarebbe notevolmente cambiata. In uno scambio di corrispondenza con Friedrich Paschen (1865-1947), Wien venne a conoscenza della legge della radiazione ottenuta da questi, un giovane fisico tedesco in quegli anni assistente presso la Technische Hochschule di Hannover e all'inizio di quella che sarebbe stata una brillante carriera nel campo della spettroscopia. Sulla scia di Langley, Paschen aveva applicato gli strumenti da lui stesso perfezionati alla ricerca della funzione di distribuzione universale di Kirchhoff, giungendo ad un'espressione del tipo:

$$K_\lambda = b\lambda^{-\gamma}e^{-a/\lambda T}, \quad (2.6)$$

con valori per le costanti necessariamente congetturali, ma γ sembrava collocarsi nell'intervallo fra 5 e 6 con un valore medio di 5.66.

La formula proposta da Paschen permise a Wien di riconoscere il legame con una sua deduzione altamente speculativa che si era trattenuto dal pubblicare in precedenza. Con il permesso di Paschen, fu Wien in un suo scritto del 1896 a pubblicare per primo la formula in questione. La deduzione teorica di Wien era una mescolanza di contributi diversi. Basata sul considerare un gas scaldato come sorgente di radiazione nera, nell'ipotesi tutt'altro che naturale che la lunghezza d'onda e l'intensità della radiazione dovuta ad ogni singola molecola dipendessero soltanto dalla velocità di quest'ultima e nell'assunzione di distribuzione di Maxwell delle velocità ad una data temperatura, essa portava, rifacendosi alla legge di Stefan-Boltzmann e alla legge di spostamento, alla famosa legge di distribuzione di Wien, una formula che differiva da quella di Paschen solo per il fatto che specificava il valore della costante γ . Wien faceva infatti notare che, a meno di avere $\gamma = 5$, la legge di Paschen risultava in conflitto con la legge di Stefan-Boltzmann. D'altra parte, la legge di Wien, come prodotto della teoria, ebbe poca autorevolezza e credito nella comunità scientifica fino a quando Planck non la riderivò nel 1899 seguendo tutta un'altra strada. L'ipotesi infatti che sia la lunghezza d'onda sia l'intensità fossero funzioni solo della velocità traslazionale delle molecole emittenti era, nel migliore dei casi, un'ipotesi *ad hoc*. Tuttavia, era inverosimile che la legge fosse completamente sbagliata, giacché si conformava alla

dei loro atomi. La discussione della distribuzione dell'energia raggianti tra le vibrazioni semplici di periodo differente deve, pertanto, essere svolta con il calcolo delle probabilità". Accanto a questa congettura euristica generale Michelson introduceva l'ipotesi che gli atomi fossero sede di "vibrazioni periodiche" che producevano nell'etere vibrazioni della stessa frequenza, con la condizione che il numero di atomi aventi "modi principali di vibrazione" entro intervalli dati fosse espresso da una distribuzione di tipo maxwelliano. MICHELSON, V. A., *Theoretical essay on the distribution of energy in the spectra of solids*, in "Philosophical Magazine", 25, 1888, p. 425 (cit. da [6], p. 82).

condizione imposta dalla legge di spostamento, ottenibile senza ricorrere ad ipotesi *ad hoc* e, ad ogni modo, confermata sperimentalmente proprio l'anno prima, nel 1895, da Paschen. Per di più, la legge di Wien, espressa dunque come:

$$K_\lambda = b\lambda^{-5}e^{-a/\lambda T}, \quad (2.7)$$

assomigliava molto strettamente alla legge che sempre Paschen aveva addotto sulla base dei migliori esperimenti effettuati fino ad allora. Una riduzione di γ di meno del 15% avrebbe fatto coincidere le due leggi. A partire dal gennaio 1899, successivi esperimenti da parte dello stesso Paschen misero in evidenza tale riduzione utilizzando, come sorgente, carbone con alto potere assorbente.

Le ulteriori conferme sperimentali della legge di Wien, giunte nel febbraio dello stesso anno da parte del gruppo di ricerca di Lummer nell'Istituto Imperiale di fisica tecnica, unite alla nuova derivazione teorica della stessa dovuta a Planck, portarono a pensare di aver finalmente catturato la funzione universale di Kirchhoff. Nel frattempo, con l'obiettivo di disporre di un sistema fisico che risultasse la più valida approssimazione possibile del modello ideale del corpo nero, un altro passo in avanti era stato compiuto sul piano sperimentale nel contesto dell'Istituto Imperiale di Berlino, di cui faceva parte anche Wien. Nel 1895, sorpreso del fatto che questa strada non fosse stata esplorata prima a livello sperimentale, dal momento che era stata implicitamente suggerita dallo stesso Kirchhoff quasi quarant'anni prima, Lummer giunse insieme a Wien alla conclusione che il modo migliore per realizzare un modello di corpo nero fosse quello di usare una cavità con un foro, invece che servirsi di radiatori con superfici annerite artificialmente.¹¹

Il trionfo della legge di Wien sarebbe però durato ben poco: proprio negli ultimi anni dell'Ottocento, l'applicazione alle cavità sperimentali di nuove tecniche per grandi lunghezze d'onda nell'infrarosso avrebbe messo in luce i limiti della legge, evidenziando progressivamente anomalie nella nuova regione spettrale esplorata. Difficilmente - osserva Kuhn - si sarebbe potuto prevedere un simile risultato quando iniziò la ricerca di Planck sul problema del corpo nero o quando, nel 1899, essa giunse alla prima ed apparentemente soddisfacente conclusione.

¹¹Cfr. [2], p. 40.

Capitolo 3

Planck e il corpo nero

Oltre alla fascinazione per l'assoluto e l'universale, vi è almeno un altro aspetto che spinse Planck a prendere in mano il problema in questione, e cioè la speranza di poter giungere, nella ricerca della comprensione della realtà soggiacente alla seconda legge della termodinamica, a una conclusione sui processi irreversibili, come quello con cui doveva realizzarsi la distribuzione spettrale all'equilibrio della radiazione di cavità. La termodinamica era stata il primo interesse di Planck fin da studente, arrivato a presentare, per la tesi di dottorato all'Università di Monaco nel 1879, una dissertazione sulle associate ricerche di Rudolf Clausius (1822-1888), nello studio delle quali si era potuto immergere durante un periodo precedentemente trascorso all'Università di Berlino, dove, fra l'altro, fu allievo di Hermann von Helmholtz (1821-94) e di Kirchhoff stesso. La carriera universitaria di Planck, dopo un incarico a Kiel sua città natale, si svolse tutta all'Università di Berlino, dove fu chiamato nel 1889 per prendere la cattedra che era stata di Kirchhoff.¹ Incentrando le sue prime ricerche proprio sulle applicazioni della termodinamica a problemi fisici quali la saturazione, la transizione di fase e l'equilibrio, in seguito si dedicò al recente campo della chimica fisica, interessandosi anche di teoria del campo elettromagnetico e di meccanica del continuo. Nonostante non avesse grande interesse per la teoria cinetica dei gas, Planck era a conoscenza dei suoi tratti principali, assumendo un atteggiamento inizialmente scettico a riguardo. Di fatto, accanto alla convinzione che, a differenza della termodinamica, i percorsi di ricerca di Maxwell e Boltzmann su questo ambito fossero destinati a non progredire a causa della loro dipendenza da particolari ipotesi sulla natura dei moti molecolari, le riserve di Planck sulla teoria cinetica erano essenzialmente dovute al suo rapporto per nulla tipico verso la seconda legge, considerata un principio assoluto e non di validità statistica, come avveniva invece nelle teorie cinetiche dei gas. La temperie scientifico-culturale era dominata dalle posizioni della cosiddetta scuola energetista,² la quale, accettando la prima legge della termodinamica come punto cardine della scienza, rifiutava l'atomismo e il meccanicismo, ritenendo di ridurre sia la materia che la forza a semplici manifestazioni di energia e di poter interpretare la seconda legge in termini della prima. Planck ne prendeva chiaramente le distanze, sposando una visione meccanicista e cercando con fatica di combattere l'opinione "che la trasmissione di calore da una temperatura più alta ad una più bassa sia come la discesa di un peso da una quota più alta ad una più bassa",³ come scrisse più tardi nella sua *Autobiografia* riferendosi al gruppo degli energetisti.

Un'indicazione importante per comprendere alcuni aspetti dello sviluppo delle idee di Planck è fornita da alcuni giudizi che egli espresse in una lunga lettera all'amico Leo Graetz (1856-1941) nella primavera del 1897 a proposito di quello che sarebbe stato da allora conosciuto come il

¹Cfr. [3], pp. 11-17.

²Come riporta retrospettivamente Planck nella sua *Autobiografia*, facendo riferimento esplicitamente a Ostwald, Helm e Mach. Cfr. [3], p. 20.

³Citazione da [3], p. 20.

paradosso di Zermelo della ricorrenza.⁴ Durante il 1896 il giovane assistente di Planck a Berlino, Ernst Zermelo (1871-1953), applicando un teorema matematico di Henri Poincaré, aveva criticato Boltzmann sulla delicata questione dei rapporti fra la seconda legge della termodinamica, la teoria cinetica e le leggi della meccanica, denunciando una impossibilità di dare alcuna prova meccanica della seconda legge. In particolare, Zermelo metteva in discussione gli studi compiuti nel 1872 dal fisico austriaco a proposito del teorema H sull'irreversibilità nei processi che avvengono in un gas. Nella lettera all'amico, Planck dichiarava di condividere con Zermelo soltanto l'idea che le tecniche statistico-probabilistiche non potessero prendere il posto dell'approccio fondato sulle leggi rigorose del moto, sottolineando però che, a differenza del suo assistente, non riteneva giusto credere vi fosse una completa incompatibilità fra la seconda legge della termodinamica e la spiegazione meccanica dei fenomeni naturali.

Tra il 1897 e il 1899 Planck giunse alla pubblicazione di cinque memorie appartenenti alla serie intitolata *Sui processi irreversibili di radiazione*. Nella prima, che fu presentata all'Accademia Prussiana delle Scienze nel febbraio del 1897, Planck riponeva fiducia nella meccanica del continuo, con riferimento alle idee maxwelliane sul campo elettromagnetico e ai lavori di Hertz, per affrontare la sfida di gettare luce sulla seconda legge e inquadrare così l'irreversibilità. In questo modo, per Planck si poteva conseguire "la riduzione di processi unidirezionali a effetti conservativi"⁵ intesa come "compito fondamentale della fisica teorica".⁶

Il programma di ricerca planckiano sulla radiazione nera si era già avviato da qualche anno in questa direzione e, sfruttando l'assoluta irrilevanza della natura delle pareti della cavità sancita dalla legge di Kirchhoff, introduceva un sistema di uno o più oscillatori armonici, chiamati *risonatori* nella terminologia prevalente di Planck, per cercare di garantire il verificarsi dell'equilibrio senza il bisogno di ricorrere a considerazioni probabilistiche o a ipotesi aggiuntive sul discreto quale quella boltzmanniana del disordine molecolare. Il risonatore è per Planck proprio l'ipotetico componente elementare della materia che interagisce con la radiazione.⁷ La tendenza equilibratrice nell'interazione fra campo e risonatore (modello semplificato dell'interazione radiazione materia) era ottenibile, a parere di Planck, sulla base di un effetto di livellamento su direzione, intensità e distribuzione della lunghezza d'onda grazie alla conversione, da parte del risonatore, di un'onda piana in un'onda sferica e al concetto dello "smorzamento conservativo", senza alcuna dissipazione in calore ma unicamente emissione di energia elettromagnetica.⁸ Su questa base apparentemente promettente, nella prima delle cinque memorie già citate, Planck considerava una cavità sferica con al centro un risonatore e, applicando l'analisi di Fourier, discuteva le condizioni per l'individuazione di asimmetrie rispetto al tempo e per la produzione di processi dotati di una direzione privilegiata verso l'equilibrio.

A metà del 1897, solo pochi mesi dopo la lettura all'Accademia della prima memoria da parte di Planck, allo stesso uditorio giunse una breve critica da parte di Boltzmann. Nonostante il riconoscimento del valore della trattazione matematica sull'emissione e l'assorbimento del risonatore, il fisico austriaco smontava l'approccio di Planck facendo notare che, sia in presenza sia in assenza di risonatori, le equazioni di Maxwell erano invarianti sotto inversione temporale. "Ogni unidirezionalità che Planck trova nell'effetto dei risonatori", proseguiva Boltzmann, "deve perciò derivare dalla sua scelta di condizioni iniziali unidirezionali".⁹ Il tentativo di spiegazione dell'irreversibilità sulla base di processi microscopici puramente conservativi di natura elettromagnetica sarebbe stato ben presto abbandonato da Planck di fronte alla "vigorosa protesta da parte di Boltzmann",¹⁰ come la chiamò più tardi nella sua *Autobiografia*.

A partire dall'anno successivo si assistette, in effetti, ad una svolta nella linea di pensiero

⁴Cfr. [1], p. 62.

⁵PLANCK, M., *Über irreversible Strahlungsvorgänge*. Prima comunicazione in *Berl. Ber.*, 1897, pp. 57-68, trad. it. da [1], p. 64.

⁶*Ibidem*.

⁷Nella concezione planckiana il risonatore è dunque un risonatore materiale.

⁸Cfr. [1], pp. 69-71 e [4], p. 23.

⁹BOLTZMANN, L., *Über irreversible Strahlungsvorgänge*, in *Berl. Ber.*, 1897, pp. 660-662, trad. it. da [1], p. 145.

¹⁰[3], p. 24.

seguita da Planck, il quale, aprendosi via via sempre più ai lavori di Boltzmann, introdusse la statistica nel suo programma di ricerca, iniziando un itinerario con cui instaurò un nesso delicato e fecondo con le strategie teoriche utilizzate nelle teorie cinetiche dei gas. Con la quarta comunicazione letta da Planck all'Accademia Prussiana delle Scienze, l'anno del 1898 vide la comparsa esplicita dell'ipotesi di natura statistica di una "radiazione naturale [natürliche Strahlung]", ingrediente fondamentale, in aggiunta alle equazioni di Maxwell, per garantire l'irreversibilità dei processi di radiazione, con ruoli per certi versi analoghi a quelli giocati dall'ipotesi del disordine molecolare nell'ambito della teoria dei gas. Se da un lato, il processo di invenzione teorica risulta evidentemente guidato dall'analogia fra il sistema cavità-radiazione, oggetto della ricerca, e il sistema recipiente-gas, già oggetto delle approfondite analisi teoriche di Boltzmann, dall'altro si possono cogliere differenze di concetto e di ruolo fra i due sistemi confrontati. Alla natura spaziale del disordine delle molecole del gas viste nella loro collettività, si sostituisce, nel caso della radiazione, un disordine temporale, che interessa pertanto anche il singolo risonatore da caratterizzare con una sua entropia e temperatura.¹¹ Nell'introdurre l'ipotesi della radiazione naturale veniva operata una distinzione preliminare fra grandezze rapidamente variabili e grandezze lentamente variabili. Fra le prime, si collocano, ad esempio, le diverse ampiezze e fasi delle componenti la serie di Fourier del campo elettromagnetico, da riguardarsi come coordinate microscopiche come lo sono posizioni e velocità delle molecole nella relazione analogica con il sistema del gas. Le seconde, invece, venivano valutate nel loro andamento mediato nel tempo, come Planck riuscì a fare nel caso dell'energia U del risonatore, descritta da una semplice equazione differenziale che fu chiamata "equazione fondamentale". L'ipotesi di radiazione naturale consisteva, in modo intuitivo, nell'assumere che il discostarsi delle grandezze che variano rapidamente dai loro valori medi lentamente variabili sia "di modesta entità ed irregolare"¹², così da rendere lecita, "senza errori rilevanti"¹³, la sostituzione delle prime con le rispettive quantità mediate. Forte di questo stratagemma di stampo boltzmanniano e muovendo all'interno del già delineato quadro teorico maxwelliano per lo studio dell'interazione fra risonatore e campo, Planck ricavò una relazione di grande rilevanza per il proseguimento delle ricerche successive, esprimendo, in condizioni di equilibrio caratterizzate dalla costanza nel tempo dell'energia media U del risonatore, la distribuzione spettrale della densità di energia u in termini della frequenza ν come segue:

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}U_\nu, \quad (3.1)$$

ove c indica la velocità della luce.

Con la quarta e la quinta memoria Planck entrò poi nel merito dell'entropia, percorrendo - come scrive Kuhn - i rimanenti passi del programma di Boltzmann per la seconda legge.¹⁴ In particolare Planck presentava, dopo aver fornito una prova dell'irreversibilità, una funzione di entropia nel caso elettromagnetico, deducendo da essa una distribuzione all'equilibrio. Finalmente sul suo terreno, con un bagaglio di grandi conoscenze di termodinamica, Planck - come avrebbe ricordato nella sua *Autobiografia* - si sentiva "assai più sicuro". È interessante il commento a posteriori che Planck diede, sempre nella breve *Autobiografia*, in merito al suo approccio controcorrente sul problema:

Mentre una schiera di fisici eminenti lavorava sul problema della distribuzione energetica dello spettro, sia dal punto di vista teorico che sperimentale, ciascuno dirigeva i suoi sforzi nel senso di scoprire la dipendenza dell'intensità della radiazione dalla temperatura. Al contrario, io sospettai che la connessione fondamentale fosse la dipendenza dell'entropia dall'energia. Poiché il significato profondo del concetto di entropia non veniva ancora compreso, nessuno

¹¹Cfr. [4], pp. 61-62.

¹²PLANCK, M., *Über irreversible Strahlungsvorgänge*. Quinta comunicazione in *Berl. Ber.*, 1899, pp. 440-480, trad. it. da [1], p. 152.

¹³Ibidem.

¹⁴Cfr. [1], p. 155.

fece molta attenzione al metodo da me adottato, e io potei sviluppare i miei calcoli con comodo, fino in fondo, senza timore di interferenze o competizioni.¹⁵

Limitandosi ancora al caso particolare di un risonatore singolo al centro di una cavità sferica, Planck cercò infatti, nella quarta memoria, di dimostrare per la radiazione naturale un teorema analogo al teorema H di Boltzmann, esprimendo l'entropia del risonatore nei termini di $\log U$ e quella della radiazione, ancora senza alcuna spiegazione o giustificazione, come proporzionale all'integrale, esteso dal centro alle pareti della superficie sferica, sulla somma dei logaritmi delle intensità delle onde entranti e uscenti. Planck ottenne che, nel caso di radiazione naturale, la derivata rispetto al tempo dell'entropia totale era positiva o nulla, completando la prova dell'irreversibilità.

Nella quinta e ultima memoria della serie, presentata all'Accademia di Berlino nel maggio 1899, dopo aver generalizzato i risultati ottenuti nella quarta memoria a proposito della crescita monotonica della funzione entropia totale al caso di una cavità di forma arbitraria e contenente un numero infinitamente elevato di risonatori sintonizzati sulle diverse frequenze della radiazione, Planck fece un ulteriore passo in avanti. Sulla base di una definizione per l'entropia di un risonatore di frequenza ν ed energia U come:

$$S = -\frac{U}{a\nu} \log \frac{U}{eb\nu}, \quad (3.2)$$

con e base dei logaritmi naturali ed a e b due costanti universali¹⁶ positive da determinare per via termodinamica, Planck prendeva in esame il caso di trasferimento di una piccola quantità di energia da un risonatore di frequenza ν ad un altro di frequenza ν_1 . Indicando con S ed U e con S_1 ed U_1 l'entropia e l'energia dei rispettivi risonatori, le corrispondenti variazioni di entropia ed energia dovevano soddisfare alle uguaglianze $\delta S + \delta S_1 = 0$ e $\delta U + \delta U_1 = 0$. Queste ultime portavano a scrivere che $\frac{\delta S}{\delta U} = \frac{\delta S_1}{\delta U_1} = \frac{1}{\theta}$, con $\frac{1}{\theta}$ semplicemente una costante alla quale poteva essere eguagliata, tenendo conto della definizione in (3.2) di entropia per il singolo risonatore, l'espressione $\frac{\partial S}{\partial U} = -\frac{1}{a\nu} \log \frac{U}{b\nu}$. Si trovava pertanto, da una semplice manipolazione, $U_\nu = b\nu e^{-a\nu/\theta}$ come funzione di distribuzione che regola l'energia dell'oscillatore in termini della frequenza ν . L'espressione corrispondente per la distribuzione della densità u di energia radiante risultava, servendosi della (3.1), proprio della stessa forma della famosa legge di distribuzione di Wien:

$$u_\nu = \frac{8\pi b\nu^3}{c^3} e^{-a\nu/\theta}. \quad (3.3)$$

Riconducendosi alla distribuzione per l'intensità in termini della lunghezza d'onda λ , Planck otteneva, a patto di poter assumere θ come una temperatura assoluta,¹⁷ la forma che egli identificava come la legge di Wien:

$$K_\lambda = \frac{2c^2b}{\lambda^5} e^{-ac/\lambda\theta}. \quad (3.4)$$

Con l'obiettivo di rendere noti i suoi risultati ad un pubblico più vasto, Planck presentò un'ulteriore memoria riassuntiva alla rivista *Annalen der Physik* alla fine del 1899. L'articolo

¹⁵Citazione da [3], p. 25.

¹⁶Planck era già consapevole che queste costanti dovevano avere uno stato analogo a quello della velocità della luce e della costante di gravitazione universale.

¹⁷Kuhn, in [1], p. 159-162, sottolinea che se si potesse considerare la funzione entropia presentata da Planck come la reale entropia termodinamica non vi sarebbe alcuna difficoltà nell'applicare l'equazione standard della termodinamica che identifica la derivata parziale dell'entropia rispetto all'energia come l'inverso della temperatura assoluta. Se nel contesto della prova dell'irreversibilità la funzione che Planck definiva come entropia non dipendeva dalla particolare scelta operata fra le funzioni che tendevano ad un massimo monotonicamente col passare del tempo, di contro, nell'ambito di derivazione di una legge di distribuzione, la scelta della funzione entropia appropriata, nell'insieme infinito di quelle possibili, risultava cruciale. Sulla base di un riferimento di Planck in merito al lavorare "a ritroso", Kuhn ventila l'ipotesi che Planck abbia trovato l'equazione con cui definiva l'entropia del risonatore (3.2) partendo dalla legge di Wien, concepita su base empirica, e sia risalito, tramite calcoli, all'entropia tale da soddisfarla. Questo - afferma Kuhn - sarebbe stato ad ogni modo il percorso che avrebbe seguito l'anno successivo con la formula da lui inventata.

che sottopose iniziava con una nuova lunga sezione introduttiva in cui, per la prima volta, Planck ammetteva in modo esplicito il suo cambiamento di opinione rispetto alla teoria cinetica dei gas, riconoscendo gli stretti rapporti che si erano instaurati fra il suo programma di ricerca sull'irreversibilità nei processi di radiazione e gli studi di Boltzmann.

“Se i fenomeni naturali - scrive Kuhn - fossero stati solo un po' diversi, Planck sarebbe ora ricordato soprattutto per i suoi contributi considerevoli nel diciannovesimo secolo all'analisi termodinamica della radiazione e per la sua prova della legge di distribuzione di Wien”.¹⁸ Le nuove evidenze sperimentali, però, lo avrebbero ben presto portato a rivedere ancora una volta la sua impostazione, aprendo prospettive radicalmente nuove nell'ambito della ricerca scientifica.

I passi in avanti compiuti a partire dal 1896 da parte del gruppo di Lummer presso l'Istituto Imperiale nell'affinamento delle tecniche di misura dell'intensità della radiazione emessa dalle nuove cavità sperimentali, riscaldate elettricamente a temperature ben determinabili con sistemi termoelettrici, furono cruciali nella storia della radiazione di corpo nero, conducendo, dopo tre anni di lavoro e ricerche in laboratorio, alla scoperta delle prime deviazioni sistematiche dei dati empirici rispetto alla legge di Wien. A partire dal febbraio 1899, Lummer e Pringsheim tennero una serie di relazioni di contenuto sperimentale sulla distribuzione della radiazione di cavità, spingendosi, nell'intervallo di lunghezze d'onda esaminabile, sempre più in profondità nell'infrarosso. Se nel vicino infrarosso, fra $0.7\ \mu$ e $6\ \mu$ dove erano ristretti i primi esperimenti, i risultati erano in genere favorevoli alla legge di Wien, nella regione fra $12\ \mu$ e $18\ \mu$ emergevano anomalie gravi, come rilevato sul finire dell'estate del 1900 da Lummer e Pringsheim, i quali arrivarono alla conclusione che la legge di Wien-Planck non era più in grado di rappresentare le loro misure sulla radiazione nera nell'intervallo spettrale di recente esplorazione.¹⁹

Planck, che fino a pochi mesi prima si era mosso nella direzione di dimostrare in maniera ancora più completa la legge di Wien con lo scopo di giustificare la sua definizione (3.2) di entropia del singolo risonatore, fu spinto a rivedere le sue valutazioni, pur senza intaccare il quadro teorico basato sull'entropia e l'approccio elettromagnetico al teorema H. Il 19 ottobre 1900 Planck presentò una comunicazione alla Società Tedesca di Fisica di Berlino nella quale si pose il semplice obiettivo preliminare, come cattura efficacemente il titolo della memoria *Un miglioramento dell'equazione spettrale di Wien*,²⁰ di aggiustare la legge di Wien, intanto su base empirico-interpolativa. Assumendo che l'entropia S del singolo risonatore fosse legata alla sua energia U dalla equazione $\frac{\partial^2 S}{\partial U^2} = -\alpha/U$, nella primavera del 1900 Planck era giunto, tramite due integrazioni, la relazione $\frac{\partial S}{\partial U} = 1/T$ e la legge di spostamento, sia alla distribuzione di Wien sia all'espressione per l'entropia del risonatore introdotta precedentemente per definizione. Riconoscendo a questo punto l'insufficienza della precedente assunzione e - stando a quanto riporta nella sua *Autobiografia* - sulla scorta di risultati sperimentali che Heinrich Rubens (1865-1922), professore di fisica all'Università Tecnica di Berlino nonché uno dei suoi migliori amici, gli aveva comunicato, Planck arrivò a trovare una nuova forma che comprendesse la precedente come caso particolare per piccoli valori di U , e cioè $\frac{\partial^2 S}{\partial U^2} = -\frac{\alpha}{U(\beta+U)}$. Trattata seguendo lo schema ormai usuale, quest'ultima gli permise di ottenere, e sottoporre all'attenzione dei soci, una nuova legge di distribuzione, con due costanti per ora indeterminate:

$$K_\lambda = \frac{C\lambda^{-5}}{e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1}. \quad (3.5)$$

Subito il mattino successivo Planck ricevette una visita del collega Rubens, il quale gli fece sapere che, la sera stessa della riunione, nel confrontare la nuova formula con i risultati delle sue misure, aveva riscontrato “un accordo soddisfacente in ogni punto”.²¹ Orgoglioso Planck avrebbe poi continuato nella sua *Autobiografia*:

¹⁸Citazione da [1], p. 169.

¹⁹Cfr. [1], pp. 169-175.

²⁰PLANCK, M., *Über eine Verbesserung der Wien'schen Spektralgleichung*, in *Verh. d. D. Phys. Ges.*, 1900, pp. 202-204, da [1], p. 199.

²¹Citazione da [3], p. 26.

Successive misurazioni confermarono ripetutamente la mia formula per la radiazione: quanto maggiore era la precisione del metodo di misura adoperato, tanto più esatta risultava la mia formula.

E subito dopo:

Ma anche ammessa l'assoluta validità della formula per la radiazione, finché rimaneva una legge scoperta per una fortunata intuizione, non ci si poteva aspettare più di un significato formale. Per questo motivo, lo stesso giorno in cui formulai questa legge mi dedicai al compito di conferirle un vero significato fisico.²²

Durante le successive settimane Planck rivestì la spoglia formula interpolativa di un'interpretazione teorica, cosa che in seguito definì come il “più duro lavoro della mia vita”.²³ Nella celebre memoria del 14 dicembre 1900 Planck annunciò alla Società Tedesca di Fisica di Berlino di essere stato in grado di “derivare deduttivamente un'espressione per l'entropia di un risonatore oscillante monocromaticamente e quindi per la distribuzione dell'energia in uno stato stazionario”.²⁴

Nella comunicazione alla Società di Fisica, Planck prendeva in considerazione un particolare modello, con una cavità chiusa e dotata di pareti perfettamente riflettenti tale da contenere N risonatori a frequenza ν , N' a frequenza ν' , e così via. Indicata con E_0 l'energia totale dei risonatori, si suppone che sia suddivisa in modo che un'energia E sia assegnata al gruppo di N risonatori, un'energia E' al gruppo di N' , e così via per gli altri gruppi. Il problema di Planck era, a questo punto, quello di valutare l'entropia di questa distribuzione di energia E_0 sull'insieme complessivo di $N + N' + \dots$ risonatori e di trovare il suo massimo al variare della distribuzione dell'energia totale sulla frequenza, cioè variando le energie E , E' , eccetera, associate alle diverse frequenze. Planck si trovava a compiere nuovamente importanti passi verso Boltzmann, facendo ricorso a tecniche combinatoriali, rintracciabili nell'opera *Teoria dei gas* del fisico austriaco, per computare l'entropia di una distribuzione. Seguendo il riferimento di Boltzmann, era necessario, per non trovarsi dinnanzi ad un numero infinito di distribuzioni, considerare l'energia di ciascun gruppo di risonatori come composta di elementi ϵ finiti e tra loro uguali, espressi in termini della frequenza tramite una costante naturale $h = 6.55 \cdot 10^{-27}$ erg sec, in modo che $\epsilon = h\nu$ fornisse un elemento di energia in erg e si ottenesse il numero P degli elementi da distribuire sul gruppo di N risonatori dividendo l'energia E per ϵ . Si rendeva ulteriormente manifesto il richiamo a Boltzmann nella definizione planckiana delle cosiddette “complezioni”, intese dal fisico tedesco come specificazioni dei numeri caratterizzanti il numero di elementi di energia attribuiti a ciascun risonatore di un dato gruppo. Il numero di complezioni compatibili con la distribuzione dell'energia $E (= P\epsilon)$ sugli N risonatori a frequenza ν , ossia il numero di configurazioni in cui i P elementi indistinguibili di energia ϵ si potevano ripartire sugli N risonatori distinguibili, risultava nella seguente espressione $\frac{(N+P-1)!}{(N-1)!P!}$ o, tramite Stirling con sufficiente approssimazione nel caso di N e P grandi, $\frac{(N+P)^{N+P}}{N^N P^P}$. Operando la conta delle complezioni per ciascun gruppo di risonatori e moltiplicando insieme i numeri trovati, se ne ricavava il numero totale R per la distribuzione di energia arbitrariamente assegnata tra tutti i risonatori. Basandosi “sull'unico teorema che l'entropia di un sistema di risonatori con una data energia è proporzionale al logaritmo del numero totale di complezioni possibili per l'energia data”,²⁵ si aveva che la distribuzione di equilibrio fra quelle possibili era quella per cui il numero totale di complezioni R corrispondeva al valore massimo R_0 , da ricercare “se necessario con l'aiuto di tentativi ed errori [*eventuell durch Probieren*]”.²⁶ Introducendo una seconda costante naturale $k = 1.346 \cdot 10^{-16}$ erg/grado e rifacendosi ad una relazione già introdotta da Boltzmann in un caso particolare, l'entropia del sistema di risonatori era allora esprimibile come $S_0 = k \log R_0$, da cui poteva essere determinata

²² *Ibidem*.

²³ PLANCK, M., *Die Entstehung und bisherige Entwicklung der Quantentheorie*, in *Les Prix Nobel en 1919-1920*, Stockholm, 1922, pp. 1-14; Le citazioni sono a p. 5; da [1], p. 176.

²⁴ PLANCK, M., *Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung in Normalspectrum*, in *Verh. d. D. Phys. Ges.*, 1900, pp. 237-245, da [4], p. 150.

²⁵ *Ibidem*, da [4], p. 154.

²⁶ *Ibidem*, da [1], pp. 186-87.

la temperatura tramite l'usuale relazione termodinamica. Nella memoria di dicembre Planck non eseguiva queste manipolazioni matematiche, ritenendo i calcoli necessari come "ovviamente molto tortuosi [*freilich sehr umständlich*]"²⁷ e, dopo aver accennato all'esistenza di un metodo alternativo per ottenere "in modo molto più diretto" la distribuzione di equilibrio, si limitava a riportarne il risultato. Alla descrizione di questo secondo approccio sarebbe stato dedicato l'articolo che presentò sugli *Annalen* poche settimane dopo, nel gennaio 1901. Nella derivazione in questione, Planck presupponeva fin dall'inizio di trattare con risonatori già in equilibrio con il campo di radiazione e, potendo trascurare gli scambi fra risonatori a diverse frequenze, prendeva in considerazione soltanto l'espressione per l'entropia di equilibrio S_N di N risonatori ad una certa frequenza ν , senza bisogno di una massimizzazione successiva.

L'energia totale, ora denotata con U_N , del sistema di N risonatori, ciascuno di energia media U tale che $U_N = NU$, continuava ad essere interpretata come una grandezza discreta, costituita da un numero intero P di elementi di energia ϵ con $U_N = P\epsilon$, ma, rispetto alla memoria di dicembre, Planck non specificava a monte il valore di ϵ . Sulla base di un calcolo diretto delle complessioni, la definizione combinatoriale di entropia portava a scrivere $S_N = k[(N + P) \log(N + P) - N \log N - P \log P] = kN[(1 + \frac{U}{\epsilon}) \log(1 + \frac{U}{\epsilon}) - \frac{U}{\epsilon} \log \frac{U}{\epsilon}]$ e, solo a questo punto, Planck metteva in rilievo la celeberrima condizione $\epsilon = h\nu$, vista come conseguenza della legge di spostamento per soddisfare al vincolo di dipendenza di $S = f(U/\nu)$ da essa imposto. Dividendo per N la precedente equazione, si ricavava l'entropia S di un singolo risonatore in equilibrio: $S = k[(1 + \frac{U}{h\nu}) \log(1 + \frac{U}{h\nu}) - \frac{U}{h\nu} \log \frac{U}{h\nu}]$, a partire dalla quale, tramite un'ultima applicazione della relazione termodinamica $\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{1}{T}$, si otteneva la legge di distribuzione nella forma:

$$U_\nu = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (3.6)$$

Espressa in termini della densità di energia radiante del campo tramite la (3.1), essa diventava:

$$u_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (3.7)$$

la quale, per mezzo della (2.1) e dopo aver sostituito la frequenza ν con la lunghezza d'onda λ , si riconduceva alla formula (3.5), che da quando era stata proposta nell'ottobre 1900 avrebbe retto a tutte le sfide della sperimentazione. Un paio di anni dopo Pringsheim avrebbe scritto: "L'equazione di Planck è in accordo talmente buono con i dati sperimentali che si può considerare, quanto meno con elevata approssimazione, l'espressione matematica della funzione di Kirchhoff".²⁸

La comunicazione del 14 dicembre del 1900 e l'articolo di gennaio 1901 risolvevano il problema del corpo nero, ma l'interpretazione corretta del risultato trovato avrebbe richiesto ancora molti anni, giungendo a dare uno scossone ai quadri teorici fino ad allora disponibili. Solo anni dopo lo stesso Planck comprese pienamente quale fosse la derivazione corretta e il significato fisico rivoluzionario della sua legge. Ciò su cui invece Planck richiamava l'attenzione, prendendo in considerazione le costanti della legge di radiazione in chiusura alla memoria di dicembre, era "una importante conseguenza della teoria [appena] sviluppata, una conseguenza che rende possibile una ulteriore prova della sua ammissibilità".²⁹

La necessità di introdurre due nuove costanti di natura per risolvere il problema del corpo nero si era già imposta all'attenzione della comunità scientifica, tra il 1893 e il 1896, a partire dai contributi di Wien. Solo nel lavoro di Planck però queste costanti acquisivano definitivamente un nuovo e profondo significato, in particolare grazie al cruciale ruolo svolto dalla costante k nella definizione combinatoriale di entropia data da Boltzmann. Lo stesso fisico austriaco non aveva scritto esplicitamente la costante di proporzionalità in questione, ma aveva mostrato che

²⁷ *Ibidem*, da [1], pp. 186-87.

²⁸ PRINGSHEIM, E., "Arch. Math. Phys.", 7, 1903, p. 236.

²⁹ PLANCK, M., *Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung in Normalspectrum*, in *Verh. d. D. Phys. Ges.*, 1900, pp. 237-245, da [1], p. 192.

l'entropia di un gas monoatomico ideale in equilibrio era esprimibile come $\omega R \log Z_0$, ove Z_0 corrispondeva al numero delle possibili complessioni all'equilibrio, R la costante dei gas ed ω il reciproco del numero di Avogadro. Considerazioni sull'entropia totale del sistema gas-radiazione portavano Planck ad identificare k con il prodotto ωR , permettendogli, dalla conoscenza indipendente di R , di ricavare ω e, da esso, sia il numero di Loschmidt³⁰ sia la carica dell'elettrone. Le stime ottenute da Planck per i quanti elementari di materia ed elettricità si distinguevano non poco da quelle all'epoca disponibili, mostrandosi molto precise, e la sua comunicazione di dicembre si chiudeva con la raccomandazione di verificare i nuovi valori con metodi più diretti.

Non era però la legge scoperta, la sua derivazione o la precisione delle stime ottenute ciò che Planck sottolineava di aver scoperto. Ciò che fin da subito gli parve “la più grande scoperta in fisica dall'epoca di Newton”³¹ fu probabilmente il legame quantitativo, sancito dalla sua teoria, fra campi elettromagnetici e proprietà della materia. Il ruolo comune della costante k nei due campi della fisica prefigurava un tale risultato da chiarire nelle ricerche future.

In tutto questo, l'espedito di supporre l'energia divisibile in elementi discreti per permettere la conta delle complessioni passava, in un certo senso, in secondo piano. Trent'anni più tardi, in una lettera al fisico sperimentale Robert Williams Wood, Planck ripensava a questo lavoro valutando ciò che aveva fatto come un “atto di disperazione [*Akt der Verzweiflung*]”.³² Se da una parte si può osservare che l'espedito di supporre l'energia divisibile in elementi discreti per permettere la conta delle complessioni era già stato utilizzato nella teoria combinatoriale dei gas di Boltzmann, dall'altra va evidenziata la novità dell'applicazione planckiana rispetto a quest'ultima. Nella teoria della radiazione termica di Planck, da puri artifici matematici gli *elementi di energia* diventavano una nuova realtà fisica, pur demistificatasi solamente poco alla volta agli occhi del fisico tedesco. Con l'introduzione della costante di natura h , per indicare la quale nei suoi scritti successivi divenne di uso corrente il termine “quanto di azione [*Wirkungsquantum*]”, Planck era perfettamente consapevole dell'importanza di chiarirne il significato:

La termodinamica della radiazione non sarà perciò portata ad uno stato del tutto soddisfacente finché non sarà capito l'intero ed universale significato della costante h .³³

³⁰“Il numero delle molecole di gas in 1 cm^3 a 0°C e 1 atm ”, cit. da [4], p. 156.

³¹Dialogo riportato dal figlio Erwin, che aveva sette anni nel 1900. In almeno due occasioni diverse nel corso della sua vita avrebbe riferito di una memorabile passeggiata con il padre durante la quale questi si sarebbe confidato con lui in tali termini. Cfr. [1], p. 203.

³²Lettera di Planck a R. W. Wood, datata 7 ottobre 1931, citata in HERMANN, Armin, *Frühgeschichte der Quantentheorie (1899-1913)*, Physik Verlag, 1969.

³³Citazione da PLANCK, M., *Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung*, I ed., Leipzig, Barth, 1906, trad. it. da [1], p. 227.

Capitolo 4

Critiche alla deduzione di Planck e contributi successivi: l'emergere della discontinuità dei quanti

Nonostante la teoria della radiazione di Planck sollevasse delle questioni che andavano approfondite, in un primo momento queste non diedero l'idea di mettere in discussione l'integrità del suo stesso percorso di ricerca precedente o di porlo in esplicito contrasto con punti di vista anteriori. La funzione entropia ottenuta dalla applicazione delle tecniche combinatoriali era, agli occhi di Planck, ben assimilata all'impianto teorico sviluppato prima dell'inizio del nuovo secolo. Ancora nel 1906, con la pubblicazione delle *Lezioni sulla teoria della radiazione termica*,¹ prima esposizione completa e sistematica sulla sua teoria, Planck includeva tutti i punti principali sviluppati nelle ricerche dal tardo 1894 fino al 1901, segno che il punto di vista planckiano sulla natura della teoria sviluppata in precedenza non era stato sostanzialmente intaccato dai risultati di fine 1900. Profondamente ancorata sulle equazioni di Maxwell, dalla derivazione della relazione (3.1) alla regolazione dell'emissione e dell'assorbimento di energia da parte dei risonatori, la teoria di Planck non appariva al suo artefice e ai suoi primi lettori come incoerente.

L'analisi di Kuhn, cercando di sgombrare il campo da svariate versioni storiografiche, mette in luce come il punto di vista di Planck sulla sua teoria fosse incompatibile, tanto negli articoli originali quanto, molto più chiaramente nelle *Lezioni*, con la quantizzazione dell'energia del risonatore, sottolineando che una limitazione dei valori di tale energia ad un insieme discreto sarebbe in contrasto sia con la struttura globale sia con molti dettagli implicati.² Dal punto di vista di Kuhn, fraintendimenti in questo senso, che si rafforzarono a partire dal 1913, quando la prima edizione delle *Lezioni* del 1906 fu rapidamente sostituita da una serie di edizioni più conosciute dove la quantizzazione giocava un ruolo fondamentale, furono invece casi isolati negli anni immediatamente successivi alla formulazione della teoria. Significativo è il caso di Hendrik Antoon Lorentz (1853–1928) che, nel citare la funzione di distribuzione di Planck nel 1903, attribuiva a questi il punto di vista secondo cui “l'energia che viene immagazzinata in un risonatore non può aumentare o diminuire per modificazioni graduali, ma soltanto per intere «unità di energia»”.³ La lettura “anomala” del fisico olandese sarebbe stata poi superata con l'arrivo delle *Lezioni* del 1906, che, secondo Kuhn, chiarirono quale fosse la prima interpretazione di Planck della sua teoria.⁴

¹PLANCK, M., *Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung*, I ed., Leipzig, Barth, 1906.

²Cfr. [1], pp. 219-226.

³Citazione da LORENTZ, H. A., *On the Emission and Absorption by Metals of Rays of Heat of Great Wavelength*, in *Proc. Amsterdam*, 5, 1903, pp. 666-685, da [1], p. 243.

⁴Scrivendo a Wien nel 1908, Lorentz faceva notare che “secondo la teoria di Planck i risonatori ricevono o cedono energia dall'etere in un modo del tutto continuo (senza che vi sia alcun discorso su un quanto finito di energia)”. Si veda [1], p. 237.

“Se le *Lezioni* di Planck esemplificano - scrive Kuhn - la teoria classica della radiazione, allora esse rappresentano il punto più alto di quella tradizione.”⁵ L’anno precedente all’uscita del libro, nel 1905, una discussione sulla rivista *Nature* a proposito del significato e ruolo del teorema di equipartizione dell’energia fra i britannici Lord Rayleigh [John William Strutt] (1842-1919) e James Jeans (1877-1946) avrebbe costituito il primo stimolo a trovare qualcosa che ancora Planck non aveva esplicitato nel suo lavoro.

Da alcuni anni Jeans stava sviluppando una teoria sul trasferimento di energia tra materia ed etere nel contesto del problema dei calori specifici dei gas. Il suo approccio prendeva in considerazione quella che Rayleigh chiamava la “dottrina della ripartizione di energia di Maxwell e Boltzmann”, meglio conosciuta in seguito come il teorema dell’equipartizione dell’energia, un teorema classico che la meccanica classica per l’appunto porgeva. Nel giugno del 1900 Rayleigh aveva sfruttato tale metodo come base per proporre una modifica della legge di Wien, a fronte di una caratteristica poco plausibile che questa mostrava nel descrivere l’andamento dell’intensità con la temperatura a grandi lunghezze d’onda. Rayleigh suggeriva di sostituire λ^{-5} con $\lambda^{-4}T$ nella (2.7), così da permettere all’intensità, com’era naturale, di aumentare con la temperatura anche laddove λT risultava grande in confronto alla costante nota a . Sottoposta all’attenzione sperimentale, se da una parte, risolveva l’anomalia per cui era stata proposta, dall’altra, non avrebbe retto il confronto con la nuova legge di Planck e sarebbe ben presto stata dimenticata. A tornare al centro dell’attenzione nel contesto della discussione del 1905 per una serie molto diversa di interessi fu invece la seguente formula:

$$u_\lambda = \frac{8\pi kT}{\lambda^4}, \quad (4.1)$$

che Rayleigh aveva dedotto già nel 1900, senza specificare la costante di proporzionalità, ragionando in termini di onde stazionarie in una cavità cubica con l’applicazione dell’equipartizione, e di cui si era servito solo come risultato intermedio per la sua proposta di modifica alla legge di Wien. Già nell’ambito delle misure del corpo nero, Rayleigh, all’inizio di una breve nota, osservava che una trattazione generale delle relazioni dell’energia in equilibrio “è impedita dalle difficoltà che accompagnano la dottrina della ripartizione dell’energia di Maxwell-Boltzmann”,⁶ suggerendo che “benché per una qualche ragione non ancora spiegata la dottrina fallisca in generale, sembra possibile essa si possa applicare ai modi più gravi”.⁷ Solo alle lunghezze d’onda elevate, i “modi più gravi”, si poteva applicare dunque, secondo Rayleigh, una forma come la (4.1), mentre per brevi lunghezze d’onda doveva venire meno. Sulla scorta di ciò, cinque anni dopo in una lettera a *Nature* venne spontaneo a Rayleigh mettere in dubbio i metodi che il collega Jeans stava adottando nei suoi recenti lavori di riconciliazione fra equipartizione e calori specifici. Dopo aver derivato nuovamente la (4.1) in una seconda lettera, Rayleigh sottolineò l’associato paradosso dell’assorbimento infinito di energia da parte di un etere continuo, caratterizzato da un numero infinito di modi di vibrare, paradosso che il fisico austro-tedesco Paul Ehrenfest (1880-1933) avrebbe successivamente stigmatizzato come “catastrofe ultravioletta”.⁸ Rifiutandosi di riconoscere le problematiche connesse all’equipartizione, Jeans rispose subito al collega, difendendo la tesi che l’unica distribuzione di equilibrio possibile per l’energia dell’etere fosse la (4.1), che da allora divenne nota come la legge di Rayleigh-Jeans. Rendendosi conto del fatto che tale distribuzione non potesse mai essere fisicamente realizzata, Jeans usciva dal paradosso di Rayleigh affermando che l’equilibrio non venisse mai raggiunto. Per Jeans, insomma, le situazioni fisiche coinvolte negli esperimenti sulla radiazione nera non erano casi di equilibrio. Il prezzo da pagare per sostenere queste tesi era però alto a fronte di un risultato per nulla positivo, che implicava di rinnegare l’applicabilità degli argomenti termodinamici a

⁵Citazione da [1], p. 247.

⁶STRUTT, W., Lord Rayleigh, *Remarks upon the Law of Complete Radiation*, in *Phil. Mag.*, 49, 1900, pp. 539-540, numero del giugno, da [1], p. 251.

⁷*Ibidem*.

⁸La frase comparve per la prima volta in un articolo di Ehrenfest consegnato agli *Annalen* nel 1911. Cfr. [1], p. 283, nota 21.

questi esperimenti.⁹ Planck stesso descrisse brevemente la (4.1) nelle sue *Lezioni*, trattandola semplicemente come “un'altra interessante conferma della legge di radiazione di corpo nero per lunghezze d'onda elevate [...]”.¹⁰ Planck continuava accennando agli argomenti di Jeans, abbandonandoli ben presto per i motivi di scetticismo sopra delineati, uniti alla problematicità del modello dell'etere elastico considerato dai due fisici britannici, il quale non forniva nemmeno un meccanismo di accoppiamento per il trasferimento di energia da un modo stazionario all'altro.

La condizione della tesi enunciata da Jeans sul fatto che l'unica legge di radiazione compatibile con la teoria classica fosse diversa sia da quella di Wien sia da quella di Planck incominciò a cambiare nel corso del 1906, diventando alla fine centrale per la fisica grazie ad una serie di riderivazioni della (4.1), le prime delle quali furono condotte da un giovane Albert Einstein (1879-1955) e dallo stesso Ehrenfest.

Partendo da uno studio critico della teoria di Planck, Ehrenfest provò innanzitutto che i risonatori ivi introdotti non potevano garantire il meccanismo equilibrante per cui erano stati concepiti. In un articolo del giugno 1906, riprendendo il punto delle recentemente pubblicate *Lezioni* in cui Planck accennava al problema della redistribuzione dell'energia nella trattazione della cavità seguita da Rayleigh e Jeans, Ehrenfest infatti faceva notare che anche nel modello di Planck vi era un problema analogo.¹¹ Sottolineato che il successo di Planck non poteva risiedere nei risonatori, la cui introduzione aveva solo prodotto confusione sulla questione fisica fondamentale, nel nucleo centrale dell'articolo Ehrenfest si rivolse ad esaminare l'uso dei combinatoriali, cui si riferiva con il termine di “Teoria Astratta dell'Entropia”. Ehrenfest, calando la definizione di entropia al campo di radiazione, poneva l'attenzione sul ruolo dei vincoli aggiuntivi che si utilizzavano nella determinazione della funzione di distribuzione. Un'applicazione della teoria delle complessioni al solo campo era in grado di permettere tanto una derivazione della legge di Rayleigh-Jeans quanto una deduzione della legge di Planck, a patto di inserire, in quest'ultimo caso, un vincolo aggiuntivo tale da limitare l'energia di ciascun modo di oscillazione a multipli interi dell'elemento di energia $h\nu$ o una qualche condizione analoga.¹²

Nonostante il loro carattere sorprendente, le conclusioni dell'articolo di Ehrenfest non erano nuove. Tre mesi prima, nel marzo 1906, Albert Einstein consegnava agli *Annalen* l'articolo *Sulla teoria dell'emissione e dell'assorbimento della luce*,¹³ in cui, seppur seguendo un'argomentazione del tutto diversa da quella che avrebbe poi percorso Ehrenfest, giungeva a conclusioni in gran parte coincidenti. A differenza di Ehrenfest, l'argomentazione di Einstein si presentava come più generale e più convincente. Ancor più importante era il fatto che mentre il lavoro di Ehrenfest si collocava essenzialmente come uno studio di Planck, quello di Einstein era in primo luogo uno studio della natura.¹⁴

Percorrendo una strada indipendente, che aveva come base concettuale i risultati ottenuti a partire dal 1902 nei suoi precedenti studi di termodinamica statistica, Einstein si avvicinò al problema del corpo nero, cominciando a cercarne autonomamente una legge. Nel primo articolo della famosa serie che Einstein avrebbe presentato agli *Annalen* nel suo “annus mirabilis”, consegnato per la pubblicazione nel mese di marzo 1905 con il titolo *Su un punto di vista euristico a proposito della creazione e della trasformazione della luce*,¹⁵ venivano subito riscontrate le difficoltà che si incontravano nel momento in cui il suo bagaglio di conoscenze di termodinamica

⁹Di fatto, venivano messe in discussione le derivazioni della legge di Kirchhoff, della legge di Stefan-Boltzmann e della legge di spostamento di Wien. Cfr. [1], p. 256-257.

¹⁰Citazione da PLANCK, M., *Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung*, I ed., Leipzig, Barth, 1906, trad. it. da [1], p. 258. Il corsivo è di Kuhn.

¹¹EHRENFEST, P., *Zur Planckschen Strahlungstheorie*, in *Phys. ZS.*, 7, 1906, pp. 528-532, da [1], p. 277.

¹²Ehrenfest notava la possibilità di riformulare la condizione di quantizzazione in termini più vicini alla meccanica statistica tramite una riduzione della struttura puntuale dello spazio delle fasi degli “oscillatori di campo” considerati ad un insieme di curve (ellissi). Cfr. [1], p. 280.

¹³EINSTEIN, A. *Zur Theorie der Lichterzeugung und Lichtabsorption*, in *Ann. d. Phys.*, 20, 1906, pp. 199-206, da [5], p. 52.

¹⁴Cfr. [1], p. 290.

¹⁵EINSTEIN, A. *Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt*, in *Ann. d. Phys.*, 17, 1905, pp. 132-148, da [5], p. 51.

statistica veniva applicato coerentemente alla radiazione. A un mese dall'inizio della corrispondenza su *Nature* tra Rayleigh e Jeans, una derivazione da parte di Einstein della legge che di lì a poco avrebbe assunto i loro nomi lo portava ad incappare nell'associato paradosso dell'energia infinita nel campo di radiazione. Sospendendo temporaneamente la ricerca di una legge e con l'intento di analizzare il paradosso stesso, nell'articolo in esame Einstein si rivolse alla legge "che soddisfa tutte le esperienze condotte finora",¹⁶ quella di Planck, esplorandone i limiti per bassi ed alti valori di ν/T . Dopo aver considerato il primo limite, in cui teoria classica ed esperimento concordavano, ricavando per altro le costanti atomiche in modo indipendente dalla teoria elaborata da Planck, Einstein si concentrò sul secondo, in cui si presentava la divergenza all'infinito fra sperimentazione e teoria ed in cui era ben confermata la legge di Wien. Prendendo le mosse da quest'ultima, Einstein sviluppò un argomento capace di dare concretezza fisica al paradosso.

Supponendo di avere, nella regione di applicabilità della legge in questione, della radiazione in una cavità di volume V , a temperatura T , con un'energia E nell'intervallo di frequenze fra ν e $\nu + d\nu$, Einstein partiva determinando l'associata entropia, ottenendo una forma equivalente alla (3.2), quella introdotta da Planck per definizione nel 1899. Attirato dalla correlazione che si incontrava fra i volumi e le quantità termodinamiche,¹⁷ Einstein esaminò, in analogia con l'analisi della variazione col volume dell'entropia del gas ideale, il modo in cui l'entropia della radiazione andava a variare da S_0 ad S nel passaggio da un volume V_0 ad un volume V , giungendo a scrivere:

$$S - S_0 = \frac{E}{\beta\nu} \log \frac{V}{V_0}, \quad (4.2)$$

dove β era una costante pari al rapporto tra le due costanti universali h e k . Einstein riconobbe l'esatta corrispondenza tra questa equazione e quella che regolava l'analoga variazione di entropia per un gas ideale o una soluzione diluita. Nella limitata regione di validità della legge di Wien - Einstein stava sottolineando - l'entropia della radiazione manifestava un comportamento particellare. Da una rielaborazione critica della definizione probabilistica di entropia attribuita, da parte di Einstein, a Boltzmann, si poteva porre:

$$S - S_0 = \frac{R}{N} \log W, \quad (4.3)$$

con R ed N rispettivamente la costante dei gas e il numero di Avogadro, e W da intendere come la probabilità relativa dello stato con entropia S rispetto a quello con entropia S_0 . Ragionando in termini di un gas di n molecole in un volume V_0 , W era identificabile come la probabilità che esse fossero tutte nel volume più piccolo V nello stesso contenitore, valutata come $(V/V_0)^n$, così da poter scrivere:

$$S - S_0 = n \frac{R}{N} \log \frac{V}{V_0}. \quad (4.4)$$

Un confronto fra questa e la formula (4.2) per la variazione di entropia nel caso della radiazione permise ad Einstein di giungere alla congettura rivoluzionaria che, dispiegandosi con gradualità, avrebbe dominato il panorama fisico dei decenni successivi. In un passo cruciale della memoria, così l'autore concludeva il ragionamento:

Sotto il profilo della teoria del calore, una radiazione monocromatica di piccola densità (all'interno del dominio di validità della formula della radiazione di Wien) si comporta come se consistesse di quanti di energia, tra loro indipendenti, di grandezza $R\beta\nu/N$.¹⁸

L'identificazione della costante $R\beta/N$ con la h di Planck, seppur non esplicitata da Einstein per almeno un altro anno, avrebbe portato ad un legame fra le due formulazioni della teoria della radiazione, mostrando che la dimensione degli elementi di energia planckiani corrispondeva all'energia dei quanti di luce einsteiniani. La nuova struttura a quanti della radiazione portò Einstein, nel medesimo articolo, a spiegare agevolmente tutta una serie di campi fenomenologici,

¹⁶ *Ibidem*, da [5], p. 122.

¹⁷ Cfr. [7], p. 364.

¹⁸ EINSTEIN, A. *Erzeugung und Verwandlung des Lichtes*, da [5], p. 129.

quali la fluorescenza e l'effetto fotoelettrico, che apparivano ostinatamente irriducibili nei quadri teorici precedenti.

In un lavoro successivo del dicembre 1905 sui moti browniani, Einstein si rifaceva al problema del corpo nero di Planck sostenendo la necessità che all'ipotesi di quantizzazione dell'energia emessa e assorbita dagli oscillatori seguisse quella sul comportamento particellare della radiazione.¹⁹ Il proseguimento della ricerca einsteiniana andò ad approfondire il contrasto, che il lavoro sul quanto di luce aveva fatto emergere, fra la trattazione della radiazione come un discreto, da una parte, e l'elettrodinamica maxwelliana, su cui pareva poggiare la teoria di Planck, dall'altra. Nel già citato articolo della primavera del 1906 sull'emissione e l'assorbimento della luce, dopo aver ripreso in un paragrafo introduttivo il suo "punto di vista euristico", Einstein procedeva ad una reinterpretazione della teoria di Planck, non vista più, adesso, in antitesi alla sua, come invece la valutava, per certi versi, al momento del concepimento dei quanti di luce un anno prima:

[...] nuove considerazioni, espone qui di seguito, nel paragrafo 1, mi hanno rivelato che il fondamento di quella teoria differisce da quello che risulterebbe dalla teoria di Maxwell e dalla teoria dell'elettrone, e precisamente in quanto essa fa implicitamente uso dell'ipotesi dei quanti di luce menzionata poc'anzi.²⁰

Una corretta applicazione alla nozione di entropia dell'apparato teorico sviluppato da Einstein negli studi precedenti di termodinamica statistica lo faceva necessariamente arrivare, lasciando variare l'energia del risonatore con continuità, alla legge paradossale di Rayleigh e Jeans. Per evitare questo risultato e giungere invece, dallo stesso gruppo di equazioni, alla legge di Planck, era necessario introdurre l'ipotesi, estranea alla fisica classica, che lo spettro di energia di un risonatore fosse ristretto ad un insieme discreto di valori, multipli interi di $\frac{R}{N}\beta\nu$. In chiusura del primo paragrafo Einstein scriveva:

Dobbiamo quindi ritenere che alla base della teoria della radiazione di Planck vi sia il seguente principio:
L'energia di un risonatore elementare può assumere solo valori che siano multipli interi di $(R/N)\beta\nu$; in assorbimento o in emissione l'energia di un risonatore varia per salti, e precisamente per un multiplo intero di $(R/N)\beta\nu$.²¹

Ad essere precisi, la trattazione di Einstein, come quella di Planck, permetteva innanzitutto di trovare leggi di distribuzione per l'energia del risonatore. Per ottenere quelle relative al campo di radiazione, Planck aveva utilizzato l'equazione (3.1), basata sulla meccanica e la teoria elettromagnetica classiche, nell'ipotesi che l'emissione e l'assorbimento di energia da parte dei risonatori avvenisse con continuità. L'incompatibilità di questo passaggio con la versione della teoria di Planck data da Einstein portava quest'ultimo a suggerire di considerare una nuova ipotesi:

Benché la teoria di Maxwell non si possa applicare ai risonatori elementari, l'energia *media* di un risonatore elementare che si trovi in uno spazio occupato da radiazione coincide con quella che si deduce dalla teoria di Maxwell.²²

In altri termini, la (3.1) doveva continuare a valere, segnando la comparsa del paradosso che fece da sfondo alla vecchia teoria dei quanti: una teoria che, nel servirsi sia delle equazioni di Maxwell sia di quelle della meccanica classica, giungeva ad una riformulazione incompatibile con esse.

Anche ammettendo, da un lato, che la deduzione della legge di Planck per il campo richiedesse la nuova ipotesi paradossale proposta da Einstein, rimaneva il fatto, dall'altro, che questi aveva fornito una deduzione della legge di Rayleigh-Jeans dalle premesse di Planck che, senza lasciare

¹⁹EINSTEIN, A., *Zur Theorie der Brownschen Bewegung*, in *Ann. d. Phys.*, 17, 1905, p. 549. Cfr. [7], pp. 371-372.

²⁰EINSTEIN, A., *Zur Theorie der Lichterzeugung und Lichtabsorption*, da [5], p. 181.

²¹*Ibidem*, da [5], p. 184.

²²*Ibidem*, da [5], p. 185.

vie d'uscita agli approcci tradizionali, si presentava come la più generale delle prime prove in base alla quale solo quest'ultima legge, inconciliabile con l'esperimento, risultava compatibile con la teoria classica.²³ Una frattura radicale con la tradizione era divenuta inevitabile, secondo Einstein. Tre anni dopo, in un articolo del 1909, Einstein avrebbe evidenziato di nuovo questo punto, insistendo sul fatto che Planck, nell'ottenere la sua legge di distribuzione, non aveva colto l'urgenza e la necessità di tale salto con il passato:

[...] non sarebbe giusto dimenticare che la formula di Planck è incompatibile con i fondamenti teorici dai quali Planck stesso ha preso le mosse.²⁴

A metà del 1906, solo Ehrenfest si univa ad Einstein nel sottolineare in maniera esplicita l'emergere della discontinuità dei quanti, ma le loro dimostrazioni non ebbero grande riscontro, suscitando scarse reazioni. Lo stesso Planck, secondo Kuhn, non avrebbe accolto il nuovo punto di vista per almeno altri due anni. Un terzo componente, il giovane assistente di Planck a Berlino, Max von Laue (1879-1960), sarebbe stato coinvolto nel fronte della discontinuità. Occorreva persuadere delle figure ben più autorevoli ed affermate²⁵ per accelerare il processo di conversione al nuovo paradigma. Di fatto, molte di quelle figure si convinsero ben presto, in primis Lorentz, che, a partire da una nuova derivazione della legge di Rayleigh-Jeans nel 1908 e con una serie di argomentazioni efficaci e diffuse, avrebbe poi spinto altri riconosciuti esperti della radiazione, fra cui Planck e probabilmente Wien e Jeans, ad abbracciare la versione discontinua della teoria del corpo nero.

Così scrive Kuhn a proposito del successivo radicarsi del concetto di fisica discontinua: “Attorno agli anni 1911 e 1912 [...] tutti o praticamente tutti quei fisici che avevano dedicato particolare attenzione alla radiazione di cavità, si erano convinti che essa richiedesse una qualche teoria come quella di Planck, la quale, a sua volta, avrebbe richiesto lo sviluppo di una fisica discontinua. Benché nessuno affermasse di sapere quale fosse la struttura della nuova fisica, gli interessati concordavano tutti nel dire che da quel punto non si sarebbe tornati indietro.”²⁶

Da quel momento, perdendo il ruolo centrale che fino ad allora aveva rivestito nel percorso di sviluppo delle novità quantiche, il problema del corpo nero avrebbe lasciato spazio ad altri campi di ricerca, come quello dei calori specifici a bassa temperatura, che dalla prima metà dell'Ottocento si presentava recalcitrante ad una spiegazione nell'ambito della fisica classica. Nel frattempo, quell'ignota struttura della nuova fisica veniva via via a demistificarsi, spostando il “locus” della discontinuità dagli ipotetici oscillatori materiali introdotti da Planck ai concreti atomi e molecole.

²³Cfr. [1], p. 307.

²⁴EINSTEIN, A., *Zur gegenwärtigen Stand des Strahlungsproblems*, in *Zeitschrift für Physik*, 10, 1909, pp. 185-193, da [5], p. 207.

²⁵Einstein, Ehrenfest e von Laue erano giovani e ancora poco conosciuti nel 1906.

²⁶Citazione da [1], p. 248.

Capitolo 5

Conclusioni

L'analisi storica proposta da Kuhn in [1] su questo intreccio di eventi collegati alla scoperta della legge della radiazione di corpo nero rende difficile evitare il riferimento al suo precedente fortunatissimo saggio di filosofia della scienza, *La struttura delle rivoluzioni scientifiche*, del 1962. Nella visione filosofica kuhniana, ad un periodo di "scienza normale", caratterizzato dal muoversi della comunità scientifica nell'alveo di un paradigma delineato da certe convinzioni, teorie e modelli, segue un periodo di "scienza rivoluzionaria", in cui, a fronte dell'inadeguatezza e incapacità del paradigma ormai venuto a mostrarsi in tutta la sua obsolescenza, si tenta a fatica di costruirne uno nuovo.¹ Tuttavia, nella stesura della monografia sulla teoria del corpo nero, il Kuhn filosofo lascia spazio di manovra al Kuhn storico, che, con alle spalle un immane lavoro di inventario e di ricerca bibliografica legato anche alla grande impresa "Sources for History of Quantum Physics"² del 1961-64, procede a ricostruire in modo dettagliato questo importante capitolo della storia della fisica.³

La questione più delicata e complessa che l'indagine kuhniana si trova ad affrontare nella monografia [1] è rappresentata dal problematico stato dei rapporti fra la tradizione della scienza classica dell'Ottocento e le nuove teorie sulla radiazione di corpo nero. Queste ultime, se da una parte si mostravano come portatrici di un messaggio di novità rivoluzionaria, dall'altra, prendevano le mosse da un quadro conoscitivo che non era da esse completamente rinnegato. Sulla base del punto di vista esposto ne *La struttura*, ci si potrebbe attendere da Kuhn una lettura in termini di drastici rivolgimenti e abbandoni drammatici di paradigmi, ma una tale aspettativa risulterebbe ben presto delusa. Il permanere di radici classiche e legami con il passato nel "nuovo" che irrompe porta a comprendere come i fattori cruciali del mutamento non siano da ricercare nello scoppio improvviso di crisi, bensì nello sviluppo coerente di alcuni programmi di ricerca.

L'idea originale di Kuhn - come racconta egli stesso nella *Prefazione* in [1] - era di scrivere una monografia sullo sviluppo delle condizioni di discontinuità quantistica ed è proprio il tentativo di individuare il punto di partenza nella ricerca di queste condizioni che l'aveva spinto ad affrontare il problema in modo meno diretto, procedendo con ordine nello studio dei primi lavori di Planck sulla radiazione di corpo nero (dai lavori pubblicati nel 1895 fino alle *Lezioni* pubblicate nella primavera del 1906). La monografia [1] che ne è poi uscita rappresenta una pietra miliare in questi studi dal momento che, fra le altre cose, ricostruisce in grande dettaglio

¹Cfr. KUHN, T. S., *The Structure of Scientific Revolutions*, The University of Chicago, 1962 (tr. it. integr. *La struttura delle rivoluzioni scientifiche*, Einaudi, 1969).

²Un progetto di lavoro d'archivio, a cui lo stesso Kuhn prese parte, che portò a conservare in un catalogo la documentazione su cui basare gli studi sullo sviluppo della fisica quantistica, procedendo ad intervistare i protagonisti ancora viventi dello sviluppo dei concetti quantistici e a fare le copie dei manoscritti originali. Cfr. [1], p. 23.

³Come fa notare E. Bellone, è lo stesso Kuhn che già ne *La struttura* invitava gli studiosi ad affrontare la storia scavando nei suoi cunicoli, senza andare a deformarla per adattarla a schemi razionali di preconcepito con il rischio di mutilarla in consolazione della filosofia. Cfr. introduzione all'edizione italiana di [1] da parte di Bellone, p. 10.

le varie fasi attraversate da Planck nel suo tortuoso e contorto itinerario di ricerca. In particolare, come visto, Kuhn mette in evidenza l'importante tappa costituita dal risultato di Planck, soddisfacente solo per poco, della legge di Wien ricavata non più su base fenomenologica, ma collegata piuttosto al concetto di entropia dei risonatori materiali. Nell'analizzare le fasi successive, in cui Planck giunse alla formula di distribuzione spettrale della radiazione di corpo nero e, nello specifico, rivestì di significato teorico quella già ottenuta per via interpolativa, Kuhn sviscera nei minimi particolari l'influenza di Boltzmann sulle mosse planckiane. Nel momento in cui il fisico tedesco, per risolvere l'imbarazzo del numero infinito di complessioni, andava a suddividere l'energia da distribuire sui risonatori in elementi ϵ discreti, il singolo risonatore materiale veniva a rappresentare qualcosa che assorbe ed emette energia in modo quantizzato. A differenza del fisico austriaco preso come riferimento, che passava al continuo dopo aver utilizzato questo espediente nell'ambito dei gas, Planck infatti si trovò costretto, per disperazione, a fissare $\epsilon = h\nu$, di fatto attraversando i confini della fisica classica, anche se non in maniera così consapevole o così esplicita. Come già accennato, la lettura kuhniana prende qui innegabilmente un taglio interpretativo drastico nel delineare il primo punto di vista di Planck sulla propria teoria della radiazione nera, ritenendolo completamente incapace di cogliere le novità nascoste in quell'"atto di disperazione": tanto le restrizioni sull'energia degli oscillatori materiali quanto la discontinuità nei processi di emissione ed assorbimento. In effetti, le affermazioni in proposito esplicitamente espresse o implicitamente contenute nei lavori di Planck sono spesso ambigue e marginali, risultando in una grande disparità di opinioni e interpretazioni storiografiche associate, rispetto alle quali Kuhn non dimostra avere una parola definitiva.⁴ Ad ogni modo, la ricostruzione di Kuhn permette di sottolineare che la grandezza di Planck non risiede in ciò che lui credeva o percepiva di aver fatto in un primo momento, ma in quel salto di quantizzazione che arrivò disperatamente a fare e che fu poi completamente colto ed esplicitato, a partire da Einstein ed Ehrenfest, nel suo ruolo di svolta rivoluzionaria dalla meccanica classica alla teoria dei quanti.⁵ Perché la trattazione statistica del problema dia luogo ad una derivazione consistente della legge di Planck è necessario quantizzare tuttavia anche il campo elettromagnetico (i quanti di luce di Einstein) e non solo l'energia emessa e assorbita dai risonatori materiali come accade nel modello semiclassico⁶ che Planck più o meno consapevolmente arriva a considerare. Non a caso, accanto all'entropia per i risonatori, Einstein scrive l'entropia in funzione dei quanti di luce (campo elettromagnetico quantizzato, trattato alla stregua di un gas). La grande rivoluzione concettuale dei quanti di luce di Einstein avrebbe richiesto tempo per essere compresa ed acquisita da una comunità scientifica formata sulle equazioni di Maxwell. Ci vollero praticamente più di vent'anni per giungere all'accettazione di queste particelle a massa nulla, sottoposte a rito battesimale con l'introduzione del nome "fotoni".

Complessivamente, a dominare nel periodo fra 1894 e 1912 non è tanto la figura della crisi, intesa come aporia della fisica classica, bensì quella della trasformazione, che Kuhn riesce comunque a raffigurare abilmente esaminando la struttura fine di quella fitta trama di interconnessioni fra il vecchio e il nuovo. Al di là delle questioni interpretative, illuminare attraverso una dettagliata ricostruzione storica, come quella fornita da Kuhn nel suo prezioso libro, il complesso di vicende intrecciate nel percorso che, a livello sperimentale e teorico, portò a dipanare il problema di Kirchhoff in merito alla radiazione di corpo nero si configura, a buon diritto, come la chiave di volta per comprendere i mutamenti che furono innescati e messi in movimento da tale intreccio, non solo nella fisica, ma più in generale nella scienza della natura successiva.

⁴Cfr. GEARHART, Clayton A., *Planck, the Quantum and the Historians*, in *Physics in Perspective*, Birkhäuser Verlag, 2002.

⁵Sarebbe infatti ingiusto - afferma P. Campogalliani nelle riflessioni conclusive alla raccolta dei lavori di Planck nel volume [4] - considerare come non meritevoli dell'attribuzione di un giudizio di natura quantistica le innovazioni concettuali emerse nell'invenzione teorica planckiana per il fatto che non siano state collocate fin da allora in aperto contrasto o in esplicita conflittualità con la fisica classica. Cfr. [4], p. 45.

⁶Se da una parte, il modello considerato da Planck, a seguito della sua ipotesi quantistica, coinvolgeva più o meno consapevolmente l'assorbimento e l'emissione di energia solo per quanti da parte del risonatore materiale, dall'altra, il campo elettromagnetico della radiazione nella cavità restava sicuramente continuo, regolato dalle equazioni di Maxwell.

Bibliografia

- [1] KUHN, Thomas S., *Black-Body Theory and the Quantum Discontinuity: 1894-1912*, Clarendon Press Oxford University Press, 1978 (tr. it. integrale: *Alle origini della fisica contemporanea. La teoria del corpo nero e la discontinuità quantica*, Il Mulino, 1981).
- [2] MEHRA, Jagdish, RECHENBERG, Helmut, *The Historical Development of Quantum Theory*, vol. 1, parte 1, Springer-Verlag New York, Inc., 1982, p. 40.
- [3] PLANCK, Max, *Autobiografia scientifica e ultimi saggi*, Einaudi, 1956, pp. 11-31.
- [4] PLANCK, Max, *La teoria della radiazione termica* (A cura di Paolo Campogalliani. Traduzione di Sara Mauro.), FrancoAngeli, 1999.
- [5] EINSTEIN, Albert, *Opere scelte* (A cura di Enrico Bellone.), Bollati Boringhieri, 1988.
- [6] BELLONE, Enrico, *Il corpo nero*, in “Storia della scienza moderna e contemporanea”, a cura di Paolo Rossi, vol. III, tomo primo, UTET, 1988, pp. 79-98.
- [7] BELLONE, Enrico, *Albert Einstein*, in “Storia della scienza moderna e contemporanea”, a cura di Paolo Rossi, vol. III, tomo primo, UTET, 1988, pp. 355-377.
- [8] GEARHART, Clayton A., *Planck, the Quantum and the Historians*, in *Physics in Perspective*, Birkhäuser Verlag, 2002, pp. 170-215.