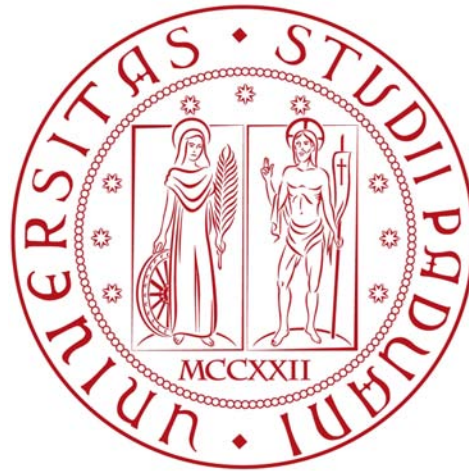


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE



CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA MECCANICA

TESI DI LAUREA

**Modelli numerici per l'analisi aeroelastica di
turbomacchine**

Relatore:

Prof. Ernesto BENINI

Laureanda:

Marta LENZI

Matr. 1089838

ANNO ACCADEMICO 2015/16

Indice

Abstract	1
1 L'aeroelasticità	3
1.1 Caratteri generali	3
1.2 Aeroelasticità statica	5
1.3 Aeroelasticità dinamica	9
1.3.1 Principio di Hamilton	9
1.3.2 Equazioni di Lagrange	11
1.3.3 Dinamica di un modello di profilo aerodinamico	12
1.3.4 Equazione della dinamica	14
2 Elementi di fluidodinamica	15
2.1 Equazioni elementari della fluidodinamica	15
2.1.1 Conservazione della massa	15
2.1.2 Conservazione della quantità di moto	16
2.1.3 Equazione dell'energia	18
2.1.4 Equazione isentropica dei gas ideali	19
2.1.5 Equazioni elementari in altri sistemi di riferimento	19
2.2 Concetti di fluidodinamica computazionale	22
2.2.1 Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)	24
2.2.2 Discretizzazione di un dominio fluido	27
2.2.3 Convergenza e stabilità di una soluzione numerica	28
2.2.4 Concetto di validazione numerica	29
3 L'aeroelasticità nelle turbomacchine	31
3.1 Ambiente aeroelastico	31
3.2 La mappa di funzionamento di una turbomacchina	33
3.2.1 Compressore	33
3.2.2 Turbina	35
3.3 I modi di vibrare delle pale	35

3.4	Dinamica dei rotori palettate	37
3.5	Le tipologie di flutter	40
3.5.1	Flusso periodicamente stallante nelle turbomacchine	41
3.5.2	Stall Flutter	43
3.5.3	Choking Flutter	44
3.6	Tecniche per la determinazione della stabilità	45
3.6.1	Parametri fondamentali	45
3.6.2	Travelling Wave Mode	46
3.6.3	Influence Coefficient Technique	49
4	Modellazione dell'interazione fluido-struttura	53
4.1	Ambiente computazionale	53
4.1.1	Terminologia dei sistemi accoppiati	53
4.1.2	Simulazione di sistemi accoppiati	55
4.2	Modellazione del flusso nelle turbomacchine	56
5	Standard Configurations for Unsteady Flow Through Vibrating Axial- Flow Turbomachine-Cascades	61
5.1	STCF 11	62
5.2	Galleria anulare EPFL	67
6	Analisi numeriche	71
6.1	Creazione del modello geometrico	71
6.2	Griglia computazionale	74
6.2.1	Design Modeler	74
6.2.2	Turbogrid	75
6.3	Caso stazionario	77
6.4	Accoppiamento unidirezionale	79
6.4.1	Campo di spostamenti	79
6.4.2	Transient Blade Row	80
6.5	Accoppiamento fluido-struttura bidirezionale	85
6.5.1	Analisi modale	86
6.5.2	Accoppiamento	87
7	Risultati	95
7.1	Caso stazionario	95
7.1.1	Mesh da 1573695 elementi	95
7.1.2	Mesh da 282856 elementi	96
7.1.3	Validazione del caso	97

7.2	Accoppiamento unidirezionale	99
7.3	Accoppiamento bidirezionale	106
8	Conclusioni e commenti	111
A	Grafici	113
	Bibliografia	121
	Ringraziamenti	125

Abstract

Il flutter è un fenomeno di instabilità aeroelastica, autoeccitato, che fa aumentare l'ampiezza di vibrazione di una struttura esposta ad una corrente fluida fino al suo collasso. Nelle turbomacchine esso si verifica principalmente quando palette con alto *aspect ratio* (rapporto altezza su corda) sono investite da un flusso con frequenza nell'intorno dei modi propri di vibrare, quindi i primi stadi di compressore e gli ultimi di turbina. A meno di un adeguato smorzamento e di un passaggio veloce per queste frequenze, si può arrivare alla rottura per fatica, anche oligociclica. Nel presente lavoro si è analizzato il fenomeno del flutter in palette di turbine di bassa pressione (LPT).

La previsione del fenomeno è di importanza estrema fin dalla fase progettuale. Una stima accurata del campo di moto fluido non stazionario durante in flutter per tutte le geometrie è stato reso possibile dai progressi della potenza di calcolo negli ultimi anni e dall'avvento della fluidodinamica computazionale (CFD). Il connubio fra questa e le moderne tecniche di analisi strutturali basate sulla teoria degli elementi finiti (FEM) ha permesso la predizione sempre più precisa del comportamento aeroelastico delle turbomacchine nelle più disparate condizioni operative, dando così modo di poter realizzare motori ed impianti *flutter-free*. Tutto ciò sta portando alla realizzazione di geometrie che possono sembrare a prima vista più sensibili al flutter, ma che in realtà non ne soffrono.

Bisogna sempre ricordare che, tuttavia, gli strumenti numerici non sostituiscono i dati sperimentali, i quali rimangono gli unici che garantiscono il corretto funzionamento dei sistemi in esame.

Lo scopo di questa tesi è la stesura di una procedura coerente per valutare la stabilità aeroelastica nelle turbomacchine attraverso l'uso di software commerciali, quali quelli appartenenti al pacchetto ANSYS®. Per la validazione del metodo e delle regole che hanno condotto alla creazione delle griglie di calcolo si è utilizzata la STCF11, nella declinazione subsonica. Gli step procedurali sono stati tre: caso stazionario, accoppiamento fluido-struttura unidirezionale e accoppiamento fluido-struttura bidirezionale. I risultati ottenuti sono in linea con le prove sperimentali.

Capitolo 1

L'aeroelasticità

1.1 Caratteri generali

L'aeroelasticità è lo studio dell'effetto che le forze aerodinamiche producono su corpi elastici [5].

La teoria classica dell'elasticità tratta di tensioni e deformazioni di un corpo elastico sotto determinate forze esterne o spostamenti, e questi dipendono a loro volta dalla deformazione del corpo stesso.

Usualmente si assume che la deformazione sia trascurabile rispetto alle dimensioni del corpo, in modo tale da influenzare le azioni agenti; così si possono calcolare tutte le grandezze fisiche facendo riferimento alla configurazione iniziale, si pensi all'ipotesi dei "piccoli spostamenti/deformazioni" usata nella meccanica strutturale.

Tuttavia la situazione è differente nella maggior parte dei problemi aeroelastici, poiché la deformazione elastica gioca un ruolo fondamentale nella determinazione della stessa forzante esterna agente. Essa è conoscibile in maniera esatta solo quando è risolto il sistema.

Uno dei problemi che si riscontrano è la *stabilità* di una struttura esposta ad una corrente fluida: per una sua data configurazione, la forza aerodinamica aumenta rapidamente con la velocità del vento, ad esempio, che può raggiungere un valore critico oltre il quale si presenta l'instabilità; essa può causare eccessive deformazioni e il collasso della struttura.

Un altro problema fondamentale è il *flutter* (sventolio) di strutture come aerei e sospensioni di ponti, dove piccole perturbazioni di natura accidentale inducono oscillazioni più o meno severe. Esso è caratterizzato dalla mutua interazione tra le forze d'inerzia, elastiche e aerodinamiche (rispettivamente I , E ed A nella figura 1.1), ed è definito come problema di *instabilità aeroelastica dinamica*. Il caso particolare di un'oscillazione con frequenza nulla, stante il cedimento immediato, in cui le forze d'inerzia sono trascurabili, è detta *instabilità aeroelastica statica*.

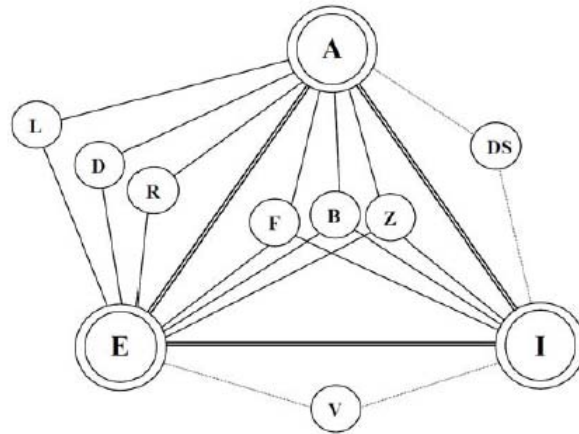


Figura 1.1: Triangolo di Collar.

Nella figura 1.1 le lettere fuori dal triangolo indicano fenomeni di aeroelasticità statica, mentre al suo interno si trova l'aeroelasticità dinamica. Si precisano i loro significati:

- *L* - distribuzione dei carichi. È lo studio dell'influenza delle pressioni sulla deformazione elastica delle strutture;
- *D* - divergenza. È lo studio dell'instabilità statica delle superfici portanti;
- *R* - inversione delle superfici di controllo. È studio di come si modifica la risposta delle superfici di controllo di un velivolo.
- *F* - flutter. È lo studio dell'instabilità dinamica delle superfici portanti;
- *B* - buffeting. È lo studio della vibrazione transitoria dovuta ad impulsi aerodinamici;
- *Z* - risposte dinamiche. È lo studio della risposta dinamica dovuta a forzanti esterne come le raffiche.

Si distinguono dai precedenti i problemi di *risposta*, nei quali si deve trovare la risposta di un sistema aeroelastico ad un carico esterno applicatogli. Quest'ultimo può essere causato da una deformazione del corpo elastico o da perturbazioni come raffiche e turbolenze nel flusso. Le risposte da trovare possono essere lo spostamento, il moto o lo stato di tensione indotto. A loro volta i problemi di risposta possono essere classificati in *statici* e *dinamici*, con le caratteristiche già dette.

C'è uno stretto legame fra i problemi di stabilità e quelli di risposta. Matematicamente, la maggior parte dei problemi di stabilità possono essere descritti da un sistema

omogeneo, soddisfatto da un set nullo di spostamenti¹; invece un problema di risposta è rappresentato da un sistema non omogeneo. A titolo di esempio, si consideri la risposta di un'ala di aeroplano soggetta alle turbolenze atmosferiche; per questa possiamo formulare il seguente quesito: "esiste una velocità critica alla quale la struttura inizia a vibrare in modo finito, anche nel caso limite in cui la turbolenza sia nulla?". Ciò corrisponde ad un problema di flutter, infatti si può riscrivere come: "c'è una velocità critica alla quale il sistema aeroelastico raggiunge l'equilibrio indifferente, stato in cui il moto della struttura è possibile anche senza sollecitazioni esterne?". Quindi la risposta dell'ala di un aereo alle turbolenze atmosferiche e il problema del flutter sono intimamente collegati. Quando la risposta della struttura ad una perturbazione finita è finita, la struttura è stabile e il flutter non si verifica. Quando invece la struttura presenta il flutter ad una velocità critica della corrente fluida, la risposta ad una perturbazione finita diventa indefinita.

Esiste tuttavia un'importante distinzione tra i problemi di risposta e di stabilità, che riguarda la giustificazione della linearizzazione spesso usata nella formulazione matematica del problema fisico. Nei problemi di stabilità l'ampiezza della deformazione elastica è indeterminata, e solo i modi di vibrare (non le ampiezze) sono di interesse; inoltre è logico considerare la deformazione elastica come infinitesimale nei pressi della condizione di equilibrio, quindi è possibile linearizzare le equazioni. D'altro canto l'ampiezza della deformazione e la tensione in una struttura sono di primario interesse nel problema di risposta. Dato che le equazioni fondamentali della meccanica dei solidi e dei fluidi sono non-lineari, è necessario considerare gli effetti della non-linearità ogni qual volta si abbia un'ampiezza finita. Generalmente però si forza la linearizzazione anche di queste ultime per arrivare a soluzioni pratiche, anche se ciò non risulta propriamente giustificabile.

1.2 Aeroelasticità statica

Si riporta in figura 1.2 la schematizzazione di un profilo alare calettato su una molla a torsione in una galleria del vento.

È di principale interesse per lo studio la rotazione del piano (e la conseguente torsione della molla) α_e , come funzione della velocità dell'aria (del fluido in generale). Se la molla fosse estremamente rigida o la velocità dell'aria fosse molto lenta, la rotazione sarebbe contenuta; invece, per molle meno rigide o velocità più alte la rotazione potrebbe essere talmente elevata che si supererebbe la tensione di rottura della molla stessa, con conseguenze catastrofiche.

¹Il vettore nullo è una soluzione del sistema omogeneo.

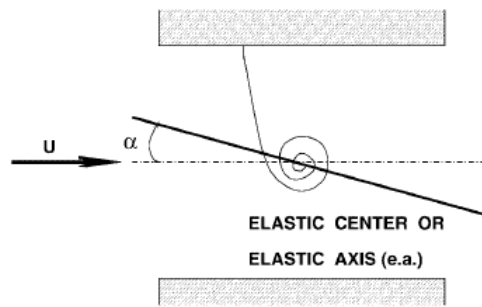


Figura 1.2: Geometria della sezione tipica di un profilo alare piano [8].

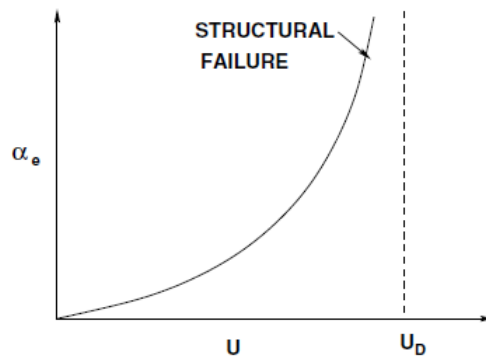


Figura 1.3: Angolo di torsione VS velocità dell'aria [8].

Un tipico andamento dell'angolo di torsione α in funzione della velocità dell'aria si riscontra nel grafico 1.3. Il valore di U a cui α_e cresce rapidamente fino al punto di cedimento è detto *velocità critica*, e si indica con U_D .

Lo scopo principale di qualsiasi modello è la predizione di U_D . Per determinarla teoricamente si procede nella seguente maniera.

L'equazione dell'equilibrio statico afferma che la somma dei momenti elastico e aerodinamico in ogni punto del profilo alare deve essere nulla. Per convenzione, si prende come polo il punto in cui la molla è attaccata al profilo, il *centro elastico*.

L'angolo di attacco aerodinamico totale α si compone quindi dell'angolo di attacco α_0 e dell'angolo di torsione elastica della molla α_e :

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_e \quad (1.1)$$

In più, si definisce un punto sul profilo noto come il *centro aerodinamico*², rispetto al quale

²Per un flusso bidimensionale incomprimibile questo è al quarto di corda del profilo; per un flusso supersonico si muove di nuovo alla mezza corda ([8]).

il momento aerodinamico è indipendente dall'angolo di attacco α . Quindi si può scrivere

$$M_y = M_{AC} + Le \quad (1.2)$$

dove

- M_y è il momento rispetto al centro elastico, positivo
- M_{AC} è il momento rispetto al centro aerodinamico, entrambi i momenti sono positivi
- L è il lift
- e è la distanza tra i due centri, positiva.

Dalla teoria aerodinamica si ha

$$L = C_L q S \quad (1.3a)$$

$$M_{AC} = C_{MAC} q S c \quad (1.3b)$$

dove

- $C_L = C_{L_0} + \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \alpha$ è il coefficiente di lift
- $C_{MAC} = C_{MAC_0}$, costante, è il coefficiente di momento aerodinamico
- $q = \frac{\rho U^2}{2}$ è la pressione dinamica
- S è l'area in pianta del profilo
- c è la corda del profilo

Per una trattazione più completa si consulti [9].

Si noti che C_{L_0} , $\partial C_L / \partial \alpha$, C_{MAC_0} sono funzioni adimensionali della geometria e del numero di Mach. Per una lastra piana bidimensionale investita da un flusso incompressibile si ha

$$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = 2\pi, \quad C_{MAC_0} = 0 = C_{L_0}$$

che porta a trascurare il termine C_{L_0} .

Rielaborando le precedenti relazioni la (1.2) diventa

$$M_y = eqS \left[\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} (\alpha_0 + \alpha_e) \right] + qScC_{MAC_0} \quad (1.4)$$

Ora si considera il momento elastico. Se la molla ha caratteristica lineare allora il momento elastico (positivo nel verso di rotazione indicato nella figura 1.2) è $-K_\alpha \alpha_e$, con

K_α costante elastica ($\left[\frac{Nm}{rad}\right]$). Sommando i momenti si ottiene

$$eqS \left[\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} (\alpha_0 + \alpha_e) \right] + qScC_{MAC_0} - K_\alpha \alpha_e = 0 \quad (1.5)$$

che è l'*equazione dell'equilibrio statico* della sezione tipica utilizzata.

Assumendo C_{MAC_0} per semplicità, si ricava α_e :

$$\alpha_e = \frac{qS}{K_\alpha} \frac{e \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \alpha_0}{1 - q \frac{S_e}{K_\alpha} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha}} \quad (1.6)$$

Annullando il denominatore del secondo fattore, cioè ad una certa pressione dinamica, α_e diventa infinitamente grande. L'equazione (1.6) rappresenta quindi la *condizione di divergenza*, soddisfatta dalla *pressione dinamica critica*

$$q_D = \frac{K_\alpha}{Se(\partial C_L / \partial \alpha)} \quad (1.7)$$

Dato che solo le pressioni dinamiche positive hanno senso fisico, si avrà divergenza solo se $e > 0$, ovvero quando il centro aerodinamico è situato più avanti del centro elastico. Utilizzando (1.7), (1.6) può essere riscritta in una forma più concisa come

$$\alpha_e = \frac{(q/q_D)\alpha_0}{1 - q/q_D} \quad (1.8)$$

Certamente nella realtà l'angolo di torsione non diventa infinito, ma può comunque diventare talmente ampio da causare il cedimento strutturale. Per questa ragione tutti gli aeromobili sono progettati per volare al di sotto della loro q_D .

Riprendendo la (1.5) e considerando $C_{MAC_0} = 0$, $\alpha_0 = 0$, si può scrivere

$$\alpha_e \left[qS \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} e - K_\alpha \right] = 0 \quad (1.9)$$

Escludendo il caso banale $\alpha_e = 0$ si può concludere che

$$qS \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} e - K_\alpha = 0 \quad (1.10)$$

che è un'altra condizione di divergenza. Questo è un problema agli autovalori.

Sempre dalla (1.5), ipotizzando $\alpha_0 \neq 0$, ma $\alpha_e \ll \alpha_0$, si giunge approssimando a

$$eqS \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \alpha_0 - K_\alpha \alpha_e = 0 \quad (1.11)$$

che si risolve

$$\alpha_e = \frac{qSe(\partial C_L/\partial\alpha)\alpha_0}{K_\alpha} \quad (1.12)$$

La (1.12) è in accordo con la (1.6) se il denominatore di quest'ultima può essere approssimato da

$$1 - q \frac{Se}{K_\alpha} \frac{\partial C_L}{\partial\alpha} = 1 - \frac{q}{q_D} \approx 1$$

il che equivale ad assumere che la pressione dinamica sia molto inferiore del valore critico.

Il termine trascurato della (1.5) è il momento aerodinamico dato dalla torsione; senza questo la soluzione (1.12) è valida solo quando $q/q_D \ll 1$, e non può predire la divergenza.

Per una trattazione più esaustiva e completa si consulti [8].

1.3 Aeroelasticità dinamica

I principali fenomeni di interesse dell'aeroelasticità dinamica sono il *flutter* o *instabilità dinamica* e la risposta di un corpo a vari carichi non stazionari, influenzati a loro volta dagli effetti aeroelastici; i carichi sono di natura casuale e/o impulsiva, come le turbolenze atmosferiche e le raffiche di vento.

Per proseguire con la trattazione bisogna definire modelli dinamici teorici.

1.3.1 Principio di Hamilton

La Legge di Newton afferma che

$$\mathbf{F} = m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \quad (1.13)$$

dove \mathbf{F} rappresenta la forza esterna, m la massa della particella in esame e \mathbf{r} la sua posizione.

La particella compie uno *spostamento virtuale*³ $\delta \mathbf{r}$ da \mathbf{r} a $\delta \mathbf{r} + \mathbf{r}$ nell'intervallo di tempo $t = t_2 - t_1$; se $t_1 \rightarrow t_2$ si può affermare che

$$\delta \mathbf{r} \rightarrow 0 \quad \text{a } t = t_1, t_2$$

e ciò può essere generalizzato.

Integrando il prodotto dell'equazione (1.13) per $\delta \mathbf{r}$ si ottiene

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \cdot \delta \mathbf{r} - \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{r} \right) dt = 0 \quad (1.14)$$

³Sufficientemente piccolo.

Il secondo termine tra parentesi si identifica come *lavoro virtuale*, ovvero il lavoro fatto dalle forze che agiscono sul corpo e che seguono percorsi di spostamento virtuale. Si assume che la forza resti fissa o che equivalentemente lo spostamento virtuale sia istantaneo, cioè che $\delta t \rightarrow 0$. Anche il primo termine ha le dimensioni di un lavoro (o energia). Rielaborando la (1.14) [8] si ha

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{1}{2} m \delta \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) + \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{r} \right] dt = 0$$

oppure

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta[T + W] dt = 0 \quad (1.15)$$

dove δT e δW sono rispettivamente l'energia cinetica virtuale e il lavoro virtuale.

La trattazione di Newton e quella di Hamilton conducono allo stesso risultato anche se la seconda si basa su un intervallo di tempo, mentre la prima ha carattere generale. L'uguaglianza tra le due teorie si basa sulla scelta degli spostamenti virtuali, che sono di natura arbitraria, e questo è necessario e sufficiente ad uguagliare i due sviluppi teorici per ogni intervallo di tempo considerato.

La teoria sopra enunciata per una singola particella può essere estesa a corpi continui, con l'ovvia modifica di δT e δW nelle equazioni (1.19) e (1.7):

$$\delta T = \iiint_V \frac{\rho}{2} \delta \frac{d\mathbf{r}}{dt} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} dV \quad (1.16)$$

$$\delta W = \iiint_V \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{r} dV + \iint_S \mathbf{p} \cdot \delta \mathbf{r} dA \quad (1.17)$$

dove si indica con ρ la densità, con \mathbf{p} le forze di pressione e con \mathbf{f} le forze di massa.

Alle forze finora introdotte si aggiungono le forze elastiche, trattate con la legge di Hooke

$$\mathbf{F} = -K\mathbf{x} \quad \text{nel caso monodimensionale} \quad (1.18)$$

Di queste si può scrivere l'energia potenziale, la cui forma più completa viene riportata nell'equazione (1.19)

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V [\sigma_{xx}\varepsilon_{xx} + \sigma_{yy}\varepsilon_{yy} + \sigma_{zz}\varepsilon_{zz} + \dots] dV \quad (1.19)$$

dove σ_{ii} è la componente di tensione e ε_{ii} la componente di deformazione.

Infine, se si divide il lavoro virtuale nei due contributi potenziale e nonpotenziale, il Principio di Hamilton assume la forma

$$\int [(\delta T - \delta U) + \mathbf{F}_{NC} \cdot \delta \mathbf{r}] dt = 0 \quad (1.20)$$

dove il termine \mathbf{F}_{NC} contiene solamente le forze non conservative. Un esempio di tali componenti di forza, nell'analisi aeroelastica, sono rappresentati dai carichi aerodinamici, che in termini pratici sono i contributi di pressione non stazionari che agiscono sull'elemento strutturale preso in esame.

1.3.2 Equazioni di Lagrange

Le equazioni di Lagrange permettono di descrivere il campo di moto del sistema non rispetto al sistema di riferimento assoluto cartesiano (x, y, z) , ma rispetto ad uno composto dalle *coordinate libere* [11].

Si consideri un sistema discreto di n elementi sul quale agiscono ν vincoli di posizione ($g_i(t, \mathbf{r}) = 0$). Tralasciando la possibile dipendenza dal tempo t , si assume che le ν funzioni di vincolo della variabile vettoriale $\mathbf{r} = \mathbf{r}(x, y, z)$ siano funzionalmente indipendenti; allora segue che le ν coordinate scelte tra le $3n$ variabili si possono esprimere come funzione delle rimanenti $3n - \nu$ coordinate, e queste ultime definiscono la posizione del sistema ad ogni istante. Le $N = 3n - \nu$ costituiscono quindi un sistema di coordinate libere, ed N è il numero di gradi di libertà del sistema.

Alla luce di ciò, la posizione \mathbf{r} degli elementi è esprimibile come

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(q_1, q_2, \dots, t) \quad (1.21)$$

dove q_i è l' i -esima coordinata generalizzata. Dalla (1.21) segue che

$$T = T(\dot{q}_i, q_i, t) \quad (1.22a)$$

$$U = U(\dot{q}_i, q_i, t) \quad (1.22b)$$

Così il Principio di Hamilton può essere scritto come

$$\int [\delta(T - U) + W_{NC}] dt = 0 \quad (1.23)$$

Sostituendo le (1.22) nella (1.23) si ottiene

$$\sum_i \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{\partial(T - U)}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i + \frac{\partial(T - U)}{\partial q_i} \delta q_i + Q_i \delta q_i \right] dt = 0 \quad (1.24)$$

dove le forze generalizzate Q_i sono note da

$$\delta W_{NC} = \sum_i Q_i \delta q_i \quad (1.25)$$

Possiamo notare che la (1.25) definisce le forze generalizzate come coefficienti di δq_i per esprimere il lavoro delle forze non conservative, che deve essere ottenuto indipendentemente da questa.

Integrando il primo termine della (1.24) per parti (con $\delta q_i = 0$ per $t = t_1, t_2$), si ha alla fine

$$\sum_i \int_{t_1}^{t_2} \left[-\frac{d}{dt} \frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial(T-U)}{\partial q_i} + Q_i \right] \delta q_i dt = 0 \quad (1.26)$$

Dato che gli spostamenti virtuali sono arbitrari e indipendenti, l'equazione (1.26) si annulla solo se il termine tra parentesi è nullo:

$$-\frac{d}{dt} \frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial(T-U)}{\partial q_i} + Q_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots \quad (1.27)$$

Le (1.27) sono le equazioni di Lagrange.

1.3.3 Dinamica di un modello di profilo aerodinamico

Si vuole ora scrivere l'equazione della dinamica di un sistema molto semplice quale la sezione tipica di un profilo aerodinamico, agganciato ad un sistema inerziale tramite una molla lineare ed una torsionale (fig. 1.4). Esso è descritto dalle coordinate libere di traslazione h e di rotazione α , e il centro di massa è spostato rispetto al polo della rotazione.

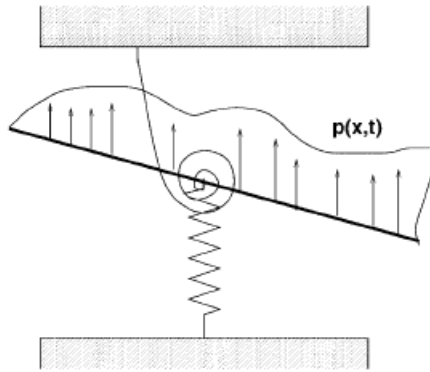


Figura 1.4: Geometria della sezione tipica [8].

La posizione di qualsiasi punto sul profilo è esprimibile come

$$\mathbf{r} = u\mathbf{i} + w\mathbf{k} \quad (1.28)$$

dove u è la componente orizzontale e w la verticale, coi rispettivi versori.

Per $\alpha \ll 1$, dalla geometria si ha

$$u = x[\cos \alpha - 1] \simeq 0 \quad (1.29a)$$

$$w = -h - x \sin \alpha \simeq -h - x\alpha \quad (1.29b)$$

E così

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \int \left[\left(\frac{dw}{dt} \right)^2 + \left(\frac{du}{dt} \right)^2 \right] \rho dx \\ &\simeq \frac{1}{2} \int \left(\frac{dw}{dt} \right)^2 \rho dx \\ &= \frac{1}{2} \int (-h - x\dot{\alpha})^2 \rho dx \\ &= \frac{1}{2} h^2 m + \frac{1}{2} \dot{h} \dot{\alpha} S_\alpha + \frac{1}{2} \dot{\alpha}^2 I_\alpha \end{aligned} \quad (1.30)$$

dove

- $m = \int \rho dx$ è la massa totale
- $S_\alpha = \int \rho x dx = x_{cg} m$ è la massa sbilanciata
- $I_\alpha = \int \rho x^2 dx$ è il momento d'inerzia
- ρ è la massa per unità di lunghezza della corda

L'energia potenziale invece risulta

$$U = \frac{1}{2} K_h^2 + \frac{1}{2} K_\alpha \alpha^2 \quad (1.31)$$

dove K_h e K_α sono le rigidezze delle molle.

Per il sistema in esame, le equazioni di Lagrange sono le seguenti:

$$-\frac{d}{dt} \frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{h}} + \frac{\partial(T-U)}{\partial h} + Q_h = 0 \quad (1.32a)$$

$$-\frac{d}{dt} \frac{\partial(T-U)}{\partial \dot{\alpha}} + \frac{\partial(T-U)}{\partial \alpha} + Q_\alpha = 0 \quad (1.32b)$$

dove

$$\delta W_{NC} = Q_h \delta h + Q_\alpha \delta \alpha \quad (1.33)$$

Calcolando il lavoro fatto dalle forze aerodinamiche, si ottiene che

$$\delta W_{NC} = \int p \delta w dx = \delta h (-L) + \delta \alpha (M_y) \quad (1.34)$$

riuscendo ad identificare $L = Q_h$ e $M_y = Q_\alpha$. Si pone la convenzione che L è positivo verso l'alto e M_y è positivo se il profilo ruota in senso antiorario.

Sostituendo le relazioni (1.30), (1.31) e (1.34) nelle (1.32) si ottengono le equazioni di Lagrange tipiche del sistema:

$$-\frac{d}{dt}(m\dot{h} + S_\alpha\dot{\alpha}) - K_h h - L = 0 \quad (1.35a)$$

$$-\frac{d}{dt}(S_\alpha\dot{h} + I_\alpha\dot{\alpha}) - K_\alpha\alpha + M_y = 0 \quad (1.35b)$$

Si ricorda che (h, α) sono una scelta di coordinate possibili, ce ne sono infinite altre.

1.3.4 Equazione della dinamica

In generale, per qualsiasi sistema può essere scritta l'equazione

$$[M]\ddot{\mathbf{q}} + [C]\dot{\mathbf{q}} + [K]\mathbf{q} = \mathbf{F}(t) \quad (1.36)$$

che ne descrive in maniera completa la dinamica. Essa ha come variabili i vettori delle coordinate libere di spostamento q , le velocità \dot{q} e le accelerazioni \ddot{q} , mentre gli altri termini hanno il seguente significato:

- $[M]$ è la matrice di massa;
- $[C]$ è la matrice di smorzamento;
- $[K]$ è la matrice di rigidezza;
- $\mathbf{F}(t)$ è il vettore delle forze generalizzate esterne.

Nei problemi aeroelastici, le forze esterne sono tipicamente le forze aerodinamiche.

Capitolo 2

Elementi di fluidodinamica

2.1 Equazioni elementari della fluidodinamica

L'aerodinamica non stazionaria consiste nello studio del campo di moto *dipendente dal tempo* di un fluido, generato dallo spostamento di corpi (solidi) in esso. Per la completa descrizione fisica del problema, ovvero ricavare il campo, si presentano le equazioni seguenti:

- conservazione della massa (1)
- conservazione della quantità di moto (3)
- conservazione dell'energia (1)
- equazione isentropica dei gas perfetti (1)

Le equazioni di conservazione della quantità di moto sono anche chiamate *di Navier-Stokes*. La presentazione sarà estremamente concisa, per ulteriori approfondimenti si rimanda a [6]

2.1.1 Conservazione della massa

Si consideri il modello di un elemento fluido in movimento, la cui massa è fissa e pari a δm . Vale

$$\delta m = \rho \delta V \quad (2.1)$$

dove ρ è la densità del fluido e δV il volume.

Dato che la massa si conserva, si può affermare che la velocità di variazione della massa dell'elemento fluido è nulla, dato che l'elemento si muove col flusso stesso. Facendo ricorso all'analisi, si ha

$$\frac{D(\delta m)}{Dt} = 0 \quad (2.2)$$

Attraverso alcuni passaggi matematici [7] si giunge a

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.3)$$

L'equazione (2.3) è l'equazione di continuità nella forma non conservativa.

Si consideri invece il modello di un volume di controllo finito e fisso nello spazio, come quello di figura 2.1. In un punto della superficie di controllo la velocità del flusso è \mathbf{v} e il vettore ad essa normale è $d\mathbf{S}$. Sia poi dV un elemento interno al volume finito.

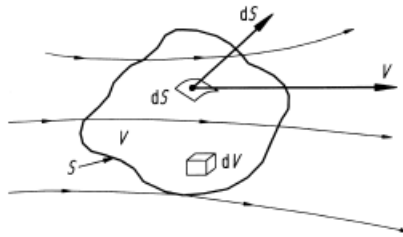


Figura 2.1: Volume di controllo [7].

In questo caso il principio di conservazione della massa sentenzia che il flusso netto di massa uscente dalla superficie S è pari alla velocità di diminuzione della massa all'interno del volume di controllo. Seguendo la trattazione svolta in [7], si arriva alla formulazione

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.4)$$

L'equazione (2.4) è l'equazione di continuità nella forma conservativa.

Entrambe le forme sono ugualmente valide e l'una può essere ricavata dall'altra.

2.1.2 Conservazione della quantità di moto

Si applica ora il secondo principio della dinamica, o seconda legge di Newton

$$\mathbf{F} = m\mathbf{A} \quad (2.5)$$

al modello di fluido raffigurato in 2.2. In virtù di questa si può affermare che la forza netta agente sull'elemento è pari alla massa moltiplicata per la sua accelerazione; la relazione è vettoriale.

Le forze che agiscono sull'elemento sono:

1. le forze di volume;

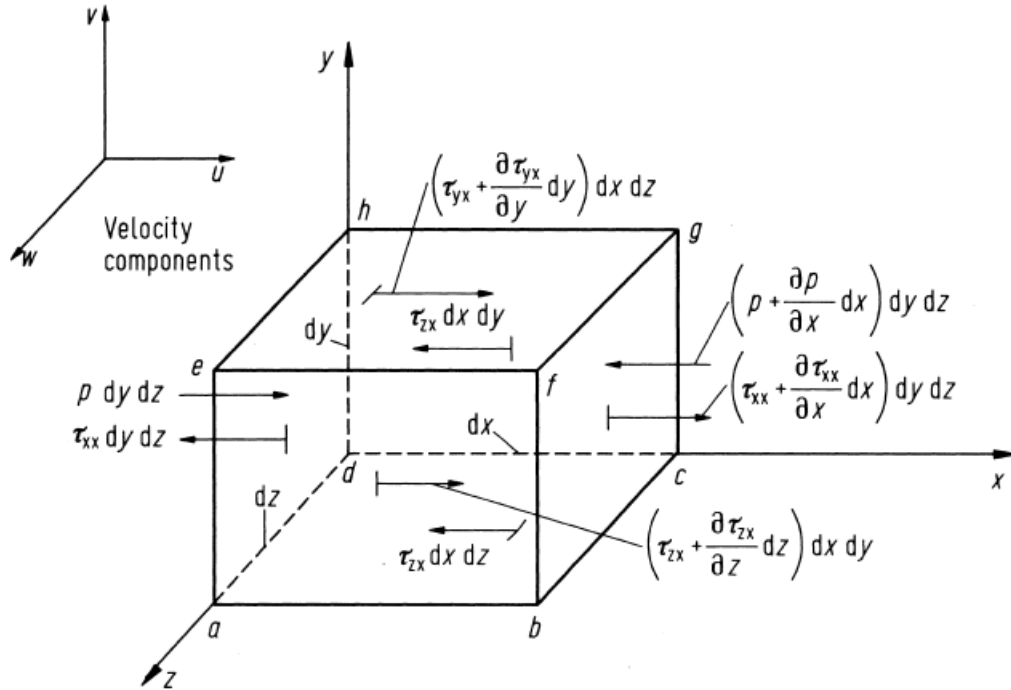


Figura 2.2: Elemento infinitesimo di fluido in movimento. Per semplicità, vengono mostrati solo i flussi nella direzione x .

2. le *forze di superficie*, che a loro volta si suddividono in base all'azione che le genera:

- (a) pressione;
- (b) tensioni tangenziali dovute alla viscosità del fluido.

Seguendo la trattazione svolta dal professor Anderson in [6], che non si riporta per brevità, si giunge alla formulazione delle *equazioni differenziali del momento della quantità di moto*, che sanciscono che la derivata totale di variazione della quantità di moto $\rho \mathbf{v}$ è pari alla somma delle forze di volume e di superficie:

$$\frac{D}{Dt}(\rho u) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + f_x \quad (2.6a)$$

$$\frac{D}{Dt}(\rho v) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + f_y \quad (2.6b)$$

$$\frac{D}{Dt}(\rho w) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + f_z \quad (2.6c)$$

Queste sono le equazioni di Navier-Stokes scritte per un sistema di riferimento assoluto. In (2.6) il vettore \mathbf{v} è scomposto nelle sue componenti lungo gli assi cartesiani, e sono presenti anche le forze di volume \mathbf{f} . Le componenti τ_{ij} appartengono al tensore degli

sforzi tangenziali $\underline{\mathbf{T}}$

$$\underline{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix}$$

2.1.3 Equazione dell'energia

La prima legge della termodinamica applicata ad un volume infinitesimo fluido in movimento afferma che la velocità di variazione dell'energia all'interno dell'elemento fluido è pari alla somma:

- del flusso netto di calore
- del tasso di lavoro compiuto sull'elemento dalle forze di volume e di superficie ad esso applicate.

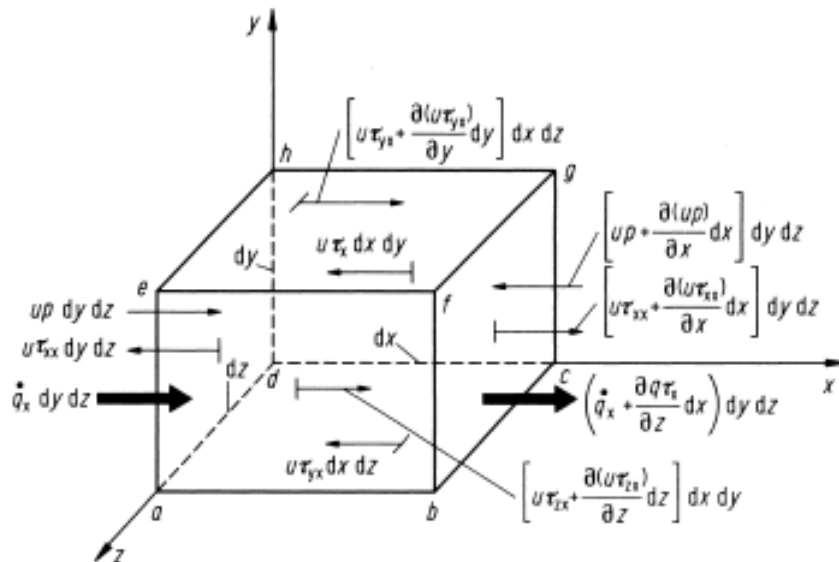


Figura 2.3: Flussi energetici associati ad un elemento infinitesimo di fluido in movimento. Per semplicità, vengono mostrati solo i flussi nella direzione x .

Analiticamente si sviluppa l'equazione (2.7), i cui termini sono riportati seguendo l'ordine suddetto:

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{D}{Dt} \left(e + \frac{V^2}{2} \right) = & \rho \dot{h} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \\
 & - \frac{\partial(u\dot{p})}{\partial x} - \frac{\partial(v\dot{p})}{\partial y} - \frac{\partial(w\dot{p})}{\partial z} \\
 & + \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \\
 & + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \\
 & + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} + \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

dove $V^2/2$ è l'energia cinetica per unità di massa, e l'energia per unità di massa, \dot{h} il flusso di calore, T la temperatura e \mathbf{f} sono le forze agenti sul volume; gli altri simboli sono già stati esplicitati in precedenza.

2.1.4 Equazione isentropica dei gas ideali

L'equazione isentropica dei gas perfetti si scrive come

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{cost} \tag{2.8}$$

dove $\gamma = c_p/c_v$, rapporto tra i calori specifici.

2.1.5 Equazioni elementari in altri sistemi di riferimento

In questa sottosezione vengono riportate le equazioni viste in precedenza, esclusa quella dei gas ideali, in sistemi di riferimento diversi da quello cartesiano assoluto.

Sistema di riferimento cartesiano relativo

In alcuni casi, come le turbomacchine, il dominio fluido ruota a velocità angolare costante attorno ad un asse, perciò risulta conveniente esprimere le equazioni precedentemente presentate in un sistema di riferimento *relativo* appropriato.

Si consideri la situazione raffigurata in 2.4: un punto P ruota con velocità angolare $\boldsymbol{\omega}$ costante attorno ad un asse fisso, che per semplicità viene individuato nell'asse x , tale che $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, 0, 0]^T$. La velocità assoluta \mathbf{v}_a risulta dalla composizione vettoriale della velocità relativa \mathbf{v}_{rel} e della velocità di trascinamento \mathbf{v}_{tr} :

$$\mathbf{v}_a = \mathbf{v}_{rel} + \mathbf{v}_{tr} = \mathbf{v}_{rel} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \tag{2.9}$$

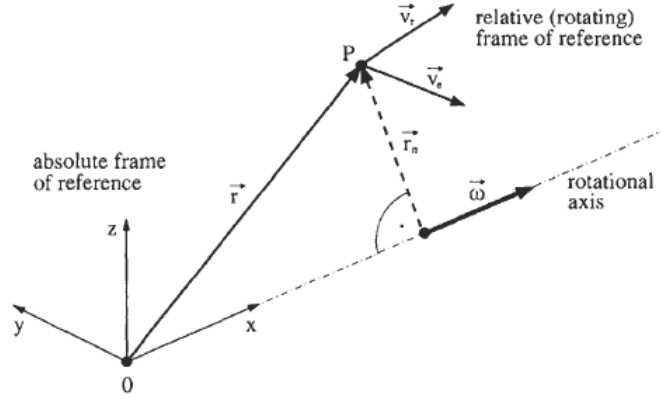


Figura 2.4: Sistemi di riferimento assoluto e relativo [42].

Essendo in una terna relativa rotante, si devono tenere in considerazione gli effetti delle due forze apparenti per unità di massa:

- forza di Coriolis

$$\mathbf{f}_{Cor} = -2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_{rel}) \quad (2.10)$$

- forza centrifuga

$$\mathbf{f}_{centr} = -\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = \omega_1^2 \mathbf{r}_n \quad (2.11)$$

dove \mathbf{r}_n denota il vettore posizione perpendicolare all'asse di rotazione.

In generale, sostituendo al termine di velocità delle equazioni (2.4), (2.6) ed (2.7) la formulazione (2.9), si ottengono in forma vettoriale:

- equazione di continuità

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{v}_{rel} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \boldsymbol{\omega} + \rho \nabla \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = 0 \quad (2.12)$$

- equazioni di Navier-Stokes, che considerano entrambe le forze apparenti

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \boldsymbol{\omega}) + \nabla(\rho \mathbf{v}_{rel} \times \mathbf{v}_{rel}) = -\nabla p + \nabla \cdot \underline{\mathbf{T}} + \mathbf{f}_{centr} + \mathbf{f}_{Cor} \quad (2.13)$$

- equazione dell'energia, che tengono in considerazione solo il lavoro compiuto dalla forza centrifuga poiché il termine di Coriolis non vi influisce

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(e + \frac{v_{rel}^2}{2} - \frac{v_{tr}^2}{2} \right) = \rho \dot{h} \nabla \cdot (k \nabla \cdot T) + \nabla \cdot (\underline{\mathbf{T}} \cdot \boldsymbol{\omega}) + \rho \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\omega} \quad (2.14)$$

Il simbolo $\nabla \cdot$ indica l'operatore divergenza.

Sistema di riferimento cilindrico assoluto

Per la naturale conformazione delle turbomacchine, risulta utile scrivere le equazioni in un sistema di riferimento in coordinate cilindriche. Facendo riferimento alla figura 2.5, si esplicita la relazione fra esse e quelle cartesiane:

$$\begin{cases} x = r \cos \theta & r \in [0, +\infty) \\ y = r \sin \theta & \text{con } \theta \in [0, 2\pi) \\ z = z & z \in (-\infty, +\infty) \end{cases} \quad (2.15)$$

dove r è la distanza tra l'origine degli assi e la proiezione del punto P sul piano xy , θ è l'angolo formato fra il semiasse positivo delle ascisse e la retta congiungente l'origine e la proiezione del punto P sul piano xy , mentre z è la quota del punto P .

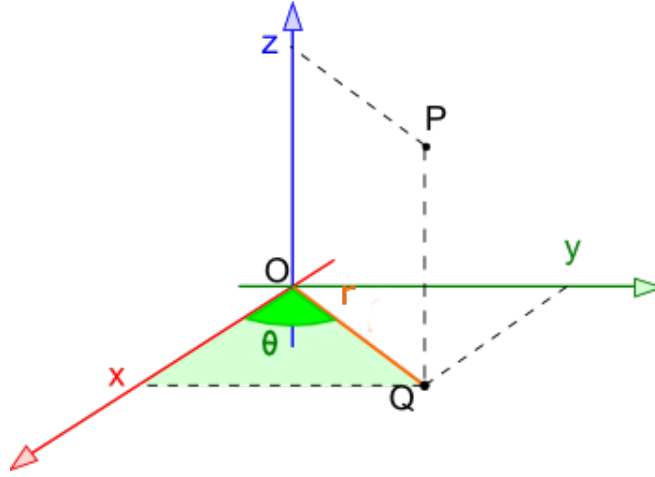


Figura 2.5: Sistemi di riferimento.

Attraverso alcuni passaggi analitici, le equazioni (2.4) e (2.6) si possono scrivere alla seguente maniera:

- equazione di continuità

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v_\theta)}{\partial \theta} \quad (2.16)$$

- equazioni di Navier-Stokes

$$\rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{r\theta})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\tau_{\theta r}}{\partial \theta} - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} + \frac{\partial\tau_{zr}}{\partial z} \right) \quad (2.17a)$$

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_\theta v_r}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) &= -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \\ &+ \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2\tau_{r\theta})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\tau_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial\tau_{z\theta}}{\partial z} + \frac{\tau_{\theta r} - \tau_{r\theta}}{r} \right) \end{aligned} \quad (2.17b)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rz})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial\tau_{zz}}{\partial z} \right) \quad (2.17c)$$

- equazione dell'energia

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(e + \frac{V^2}{2} \right) = \nabla \cdot (k\nabla \cdot T) - \nabla \cdot \mathbf{v}p + \nabla \cdot \mathbf{v}\mathbf{T} + \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \quad (2.18)$$

dove $\nabla \cdot A^1$ è l'operatore divergenza scritto in coordinate cilindriche: $\nabla \cdot A = \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho A_r)}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.

2.2 Concetti di fluidodinamica computazionale

Nella sezione precedente si sono esplicitati i legami che intercorrono fra le grandezze di flusso per un fluido in moto all'interno di un qualsivoglia sistema. Per il set di equazioni presentate non esiste una soluzione in forma chiusa (esatta), infatti questo è un problema tuttora aperto e di interesse internazionale². Si è cercata quindi una via alternativa per arrivare ad avere risultati, percorrendo la strada numerica.

In questa sezione si descrivono i concetti basilari della fluidodinamica computazionale (CFD), che è quella branca della analisi numerica che si pone l'obiettivo di risolvere numericamente i problemi posti dalla fluidodinamica teorica. Essa è nata con l'avvento del calcolatore e si sviluppa di pari passo con l'aumento di potenza computazionale disponibile, poiché la complessità ed il numero delle equazioni richiedono grandi sforzi.

In sintesi, si tratta di fornire la soluzione numerica del set di equazioni differenziali alle derivate parziali dato da:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) & = 0 \\ \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} & = -\rho g \nabla z - \nabla p + \nabla \cdot \mathbf{T} \\ \rho \frac{d\varepsilon}{dt} & = \rho \dot{q} - \nabla \cdot (p\mathbf{v}) - \rho g \nabla z \cdot \mathbf{v} + \dot{Q}'_\mu + \dot{W}'_\mu \end{cases} \quad (2.19)$$

Qualsiasi sia l'approccio adottato per la soluzione delle (2.19), sia analitico che numerico, fissato un riferimento cartesiano (x, y, z) tale sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali risulta composto da quattro equazioni nelle incognite $\mathbf{v} = (u, v, w, t)$ e $p = p(x, y, z, t)$. A fronte di ciò, e al fine di ottenere una soluzione del problema, per prima cosa deve essere precisato lo stato iniziale del sistema. Detto quindi V_0 il volume di controllo rappresentante il sistema fisico all'interno del quale si vogliono risolvere le (2.19),

¹ A è una grandezza vettoriale qualsiasi.

²La risoluzione delle equazioni di Navier-Stokes è uno dei "problemi del millennio" dell'Istituto Matematico Clay.

la condizioni iniziale, detta anche condizione di Cauchy, è necessaria ma non sufficiente alla buona posizione del problema. Essa si traduce nell'assegnare lo stato del sistema al tempo zero, cioè detta $\varphi = \varphi(\mathbf{x}, t)$ una generica variabile di flusso deve essere assegnata

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = \varphi(\mathbf{x}, 0) \quad \forall \mathbf{x} \in V_0 \quad e \quad \forall \varphi \quad (2.20)$$

Oltre alla condizione di Cauchy, si deve precisare come il sistema interagisce con l'ambiente esterno. I più comuni modi per farlo sono:

1. *condizione di Dirichlet*

Essa assegna delle condizioni date sulla frontiera ∂V_0 del volume V_0 da cui deve valere:

$$\varphi(\sigma, t) = f(\sigma, t) \quad \text{con } \sigma \in \partial V_0 \quad e \quad t \in [0, \Delta t] \quad (2.21)$$

2. *condizione di Neumann*

Questa condizione assegna invece il flusso entrante sulla frontiera ∂V_0 , da cui abbiamo

$$\frac{\partial(\varphi(\sigma, t))}{\partial \mathbf{n}} = f(\sigma, t) \quad \text{con } \sigma \in \partial V_0 \quad e \quad t \in [0, \Delta t] \quad (2.22)$$

A seconda che il problema consideri condizioni di Dirichlet o di Neumann, coerentemente è detto problema di Cauchy-Dirichlet o Cauchy-Neumann.

Fissato un set di condizioni al contorno il problema posto dalle (2.19) risulta, almeno numericamente, consistente. Le possibilità che si incontrano nell'approcciare la soluzione sono quindi le seguenti:

1. *Simulazione Numerica Diretta* (DNS). Tale approccio è concettualmente il più semplice e consiste nel risolvere in punti discreti dello spazio e in istanti discreti direttamente le equazioni (2.19). Un tale approccio, ad oggi, necessita ancora di potenze di calcolo eccessive, sicuramente non disponibili a livello industriale e di difficile reperibilità anche in enti specializzati.
2. *Reynolds Averaged Navier-Stokes* (RANS). Questo secondo approccio si basa sull'assunzione di poter considerare il moto turbolento come somma di un moto medio e di una fluttuazione nel tempo; ne consegue che le equazioni (2.19) debbano essere mediate all'interno di un certo intervallo temporale di estensione T , intervallo che rappresenta la periodicità temporale del sistema. È quello maggiormente utilizzato nella pratica tecnica perché ha un costo computazionale relativamente basso, anche se la soluzione risulta più approssimata.

3. *Large Eddy Simulation* (LES). Quest'ultima tecnica di soluzione infine può essere considerata un approccio ibrido tra i due espressi in precedenza e consiste nel simulare in modo diretto le scale di vortici più grandi, cui si presume essere associata la maggior quantità di energia e di quantità di moto, viceversa le scale di vortici più piccole vengono desunte sulla base di modelli. Il costo computazionale di tale approccio permane ordini di grandezza inferiore rispetto all'approccio DNS ma consente un livello di indagine decisamente più raffinato e accurato rispetto all'approccio RANS.

Dato che si utilizzeranno le RANS nelle simulazioni presentate in seguito, se ne sviluppa ora la teoria fondamentale.

2.2.1 Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)

Per semplificare la trattazione analitica ragioniamo in ipotesi di fluido newtoniano incompressibile equigeoditico. Tali ipotesi, pur limitative a livello investigativo, non pongono alcun limite a livello concettuale relativamente alla spiegazione dei metodi con i quali operano non solo le RANS ma in generale la fluidodinamica computazionale. In particolare, sotto l'ipotesi di flusso incompressibile l'equazione dell'energia risulta ridondante, non essendo necessaria la soluzione del campo termico all'interno del flusso, e il set di equazioni di bilancio si riduce a quelle inerenti la quantità di moto e la massa, che forniscono il sistema

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\mathbf{v}) &= 0 \\ \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= -\nabla p + \nabla \cdot \mathbf{T} \end{cases} \quad (2.23)$$

Al fine di ridurre la complessità computazionale del problema, il concetto fondamentale dell'approccio RANS consiste nel ritenere una qualsiasi variabile di flusso φ suddivisibile nella sua componente media temporale $\bar{\varphi}$ e nella sua componente fluttuante φ'

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = \bar{\varphi}(\mathbf{x}) + \varphi'(t) \quad (2.24)$$

dove, detta T la scala temporale della turbolenza, valgono le posizioni

$$\bar{\varphi}(\mathbf{x}) = \frac{1}{T} \int_T \varphi(\mathbf{x}, t) dt \quad (2.25a)$$

$$\varphi'(t) = \varphi'(t + T) \quad (2.25b)$$

Seguendo i ragionamenti logici contenuti in [30], si giunge al seguente enunciato: dato un fluido incompressibile equigeoditico, nell'ipotesi che ogni grandezza di flusso φ possa

essere suddivisa nella sua componente media temporale $\bar{\varphi}$ e nella sua componente fluttuante φ' in un intervallo di periodicità T , cioè valga

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = \bar{\varphi}(\mathbf{x}) + \varphi'(t) \quad (2.26)$$

con

$$\bar{\varphi}(\mathbf{x}) = \frac{1}{T} \int_T \varphi(\mathbf{x}, t) dt \quad (2.27a)$$

$$\varphi'(t) = \varphi'(t + T) \quad (2.27b)$$

allora valgono le equazioni

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\bar{\mathbf{v}}) & = 0 \\ \rho \frac{d\bar{\mathbf{v}}}{dt} + \nabla \cdot (\mathbf{v}' \bar{\mathbf{I}} \mathbf{v}') & = -\nabla \bar{p} + \mu \nabla^2 \bar{\mathbf{v}} \end{cases} \quad (2.28)$$

Osserviamo che l'ipotesi svolta per ricavare le equazioni (2.28) introduce delle variabili addizionali nel problema, date cioè dalle componenti di velocità turbolente $\mathbf{v}' = (u', v', z')$, ciò vuol dire che la semplificazione introdotta ha aumentato il numero di incognite a fronte dello stesso numero di equazioni. Per poter chiudere nuovamente il problema è necessario imporre un modello di *turbolenza*, cioè un set di equazioni che consenta di trattare le componente turbolente di velocità.

Senza entrare in dettagli legati ai modelli di turbolenza, se ne elencano alcuni nella tabella 2.1

n° equazioni	nome modello
0	Mixing length model
1	Spalart-Allmaras model
2	$k - \varepsilon$ model
2	$k - \omega$ model
2	Algebraic stress model
7	Reynolds stress model

Tabella 2.1: Modelli di turbolenza

Nell'ambito delle turbomacchine, sia a flusso compressibile che incompressibile si osserva che la migliore congruenza tra i dati sperimentali e quelli numerici si ottiene generalmente con il modello $k - \omega$ SST, proposto da Menter, e consistente in una ibridizzazione del modello $k - \varepsilon$ e del modello $k - \omega$. In particolare il primo viene utilizzato nelle zone completamente turbolente, viceversa il secondo nei pressi delle regioni parietali al fine di

computare in modo più accurato gli sforzi viscosi e quindi le forze a parete. A livello applicativo poi, ognuno di questi modelli richiede un ben preciso valore del numero di Reynolds nei pressi delle pareti. Tale valore di Reynolds prende anche il nome di y^+ ed, ad esempio, il modello $k - \omega$ SST viene consigliato per valori di $y^+ \simeq 1$. Per rispettare ciò è necessario che la discretizzazione del dominio di calcolo preveda che le celle prossime alla parete abbiano una dimensione fissata all'interno di un certo range, dimensione che è stimabile attraverso la seguente procedura:

1. note le proprietà fisiche medie del fluido e la velocità indisturbata (v_∞), si stima il numero di Reynolds del sistema basato su una lunghezza caratteristica l (se si sta analizzando un profilo si prenda la corda) da cui

$$Re_l = \frac{\rho v_\infty l}{\mu} \quad (2.29)$$

2. si stima il coefficiente di attrito come (relazione valida per lastra piana)

$$C_f = 0.026 Re_l^{1/7} \quad (2.30)$$

3. si calcola lo sforzo di taglio a parete come

$$\tau_w = \frac{1}{2} C_f \rho v_\infty^2 \quad (2.31)$$

4. e quindi la velocità a parete come

$$v_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (2.32)$$

5. si calcola il y^+ in base alla definizione

$$y^+ = \frac{\rho v_\tau y}{\mu} \quad (2.33)$$

6. da cui si stima y come

$$y = \frac{\mu y^+}{\rho v_\tau} \quad (2.34)$$

Ovviamente la scelta del modello di turbolenza incide pesantemente i risultati; tale è il prezzo da pagare nell'utilizzo delle RANS, più agili computazionalmente ma molto meno accurate nei risultati e influenzate dal modello di turbolenza che si adotta.

2.2.2 Discretizzazione di un dominio fluido

Al fine di computare in modo numerico le derivate parziali che compaiono all'interno delle equazioni di bilancio dei fluidi, è necessario operare una discretizzazione del dominio spazio-temporale nel quale si vuole far decorrere la propria simulazione numerica. Si introduce quindi il concetto di *griglia di calcolo*, comunemente chiamata *mesh*: essa non è altro che una griglia formata da nodi ed elementi, di geometria codificata, atta a descrivere in modo discreto un dominio di calcolo.

Una mesh ha il ruolo di discretizzare un dominio geometrico continuo in porzioni discrete e la soluzione delle equazioni che governano il comportamento del dominio individuato verranno computate solo in corrispondenza dei nodi di tale griglia e ad intervalli temporali fissati in base alla discretizzazione temporale che si assegna al problema. Qualora il problema possa essere considerato *stazionario* allora la mesh non tiene conto della discretizzazione temporale, ma solo di quella spaziale. Da un punto di vista pratico, al fine di risolvere le equazioni differenziali di bilancio, esse vengono espansive in serie in corrispondenza dei vari nodi di una mesh.

Ragioniamo per semplicità su una mesh piana, per la quale indichiamo con i l'indice dei nodi lungo la direzione x del piano e con j l'indice dei nodi lungo la direzione y del piano. Detti quindi i ed $i + 1$ due nodi contigui in direzione x , una generica variabile di flusso φ può essere espansa in serie di Taylor lungo x secondo la relazione

$$\varphi_{i+1,j} = \varphi_{i,j} + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_{i,j} \Delta x + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right)_{i,j} \Delta x^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^3}\right)_{i,j} \Delta x^3 + o(\Delta x^3) \quad (2.35)$$

Ovviamente, minore sarà la distanza Δx tra due nodi più termini si utilizzeranno all'interno dell'espansione in serie, migliore risulterà l'accuratezza del calcolo ma anche più oneroso sarà il problema a livello computazionale. Possiamo fin da subito affermare che un moderno PC, dotato di un processore di ultima generazione, è in grado di simulare agilmente problemi 3D fino a circa $5 \cdot 10^5$ nodi, la cui distanza nodo a nodo dipende quindi dall'estensione del dominio simulato. Quanto invece a termini utilizzati nell'espansione, i moderni codici di calcolo commerciali non superano il terzo ordine e quindi si distinguono

1. soluzioni al primo ordine, qualora gli sviluppi in serie vengano troncati al primo ordine e cioè valga

$$\varphi_{i+1,j} = \varphi_{i,j} + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_{i,j} \Delta x \quad (2.36)$$

2. soluzioni al secondo ordine, qualora gli sviluppi in serie vengano troncati al secondo ordine e cioè valga

$$\varphi_{i+1,j} = \varphi_{i,j} + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_{i,j} \Delta x + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right)_{i,j} \Delta x^2 \quad (2.37)$$

3. soluzioni al terzo ordine, qualora gli sviluppi in serie vengano troncati al terzo ordine e cioè valga

$$\varphi_{i+1,j} = \varphi_{i,j} + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_{i,j} \Delta x + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right)_{i,j} \Delta x^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^3}\right)_{i,j} \Delta x^3 \quad (2.38)$$

2.2.3 Convergenza e stabilità di una soluzione numerica

In ragione dei concetti esposti nella sottosezione 2.2.2 l'approccio basato sulla soluzione numerica di un qualsiasi set di equazioni, prevedendo la discretizzazione del dominio di calcolo, è intimamente correlato all'errore che tale discretizzazione comporta nella soluzione finale. Tale fatto, però, non è l'unica fonte di errore all'interno di un approccio numerico di soluzione, infatti, essendo che quest'ultima viene sempre ottenuta a mezzo di un qualche procedimento iterativo - noto anche come *algoritmo di soluzione* - ad ogni iterazione l'errore complessivo si riduce rispetto alla soluzione ottenuta all'iterazione precedente, ma questo, in seguito ad un numero infinito di iterazioni, riuscirà a convergere all'errore dato dalla sola discretizzazione. In ragione di ciò possiamo evidenziare due contributi all'errore ottenibile attraverso una soluzione numerica:

1. un contributo intrinseco (k), legato all'errore che si genera per il solo fatto di aver discretizzato un dominio che nella realtà è continuo. Tale tipologia di errore diminuisce, rispetto alla soluzione che possiamo intendere come *teorica*, all'aumentare del livello di discretizzazione, ma non può essere eliminato in assoluto.
2. un contributo di iterazione, legato alla distanza tra l'errore intrinseco k e il valore dell'errore conteggiato rispetto a k all'iterazione i -esima.

Possiamo quindi cogliere a pieno le seguenti definizioni.

- *Errore intrinseco.*

Sia ξ la soluzione *teorica* di un problema \mathbf{P} . Fissata un certo grado di discretizzazione di \mathbf{P} e detto x_i la soluzione numerica all'iterazione i -esima, chiamiamo errore intrinseco k la quantità:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} |\xi - x_i| = k, \quad k \in \mathbb{R} \quad (2.39)$$

- *Convergenza di un soluzione numerica.*

Sia ξ la soluzione *teorica* di un problema \mathbf{P} e $k \in \mathbb{R}$ l'errore intrinseco associato alla discretizzazione di \mathbf{P} . Diciamo che x_i , soluzione numerica di \mathbf{P} all'iterazione i -esima è convergente se e solo se

$$\lim_{i \rightarrow \infty} |\xi - x_i| = k = 0 \quad (2.40)$$

si osserva che essa è garantita solo attraverso un numero infinito di iterazioni. A livello pratico si vuole che l'errore complessivo si riduca via via nelle iterazioni e il suo valore rimanga sempre sufficientemente contenuto.

- *Stabilità di un soluzione numerica.*

Sia ξ la soluzione *teorica* di un problema \mathbf{P} . Indichiamo con x_i ed x_{i+1} rispettivamente la soluzione numerica di \mathbf{P} all'iterazione i ed $i + 1$, diciamo quindi che x_i è stabile se e solo se fissato $\alpha \in \mathbb{R}$ e $\forall i \in \mathbb{R}$

$$\frac{|\xi - x_{i+1}|}{|\xi - x_i|} < \alpha \quad (2.41)$$

Rimanendo adesi ai nostri casi, qualora \mathbf{P} consistesse nella soluzione delle equazioni di bilancio della fluidodinamica, tali definizioni possono essere perfettamente traslate alla generica variabile di flusso φ . Si potrà affermare quindi che un codice di fluidodinamica computazionale converge ad una certa soluzione ξ in modo stabile se $\forall \varphi$ si verificano le condizioni di convergenza e stabilità.

2.2.4 Concetto di validazione numerica

Sulla base di tutti i fatti esposti fino a questo momento, si può comprendere il concetto di validazione numerica di un caso sperimentale: è la replica, per via numerica, dei dati ottenuti attraverso una prova sperimentale attraverso l'uso di uno strumento di simulazione.

Una validazione quindi mira a riprodurre, a livello computazionale, ciò che la sperimentazione ha prodotto a livello di test. Tale fatto risulta un passo importantissimo in tutte le applicazioni rivolte all'ottimizzazione dei sistemi in quanto pone la sicurezza formale che quello che i risultati forniscono sia coerente con la realtà fisica del problema. Al fine di operare una validazione numerica sono necessari vari controlli relativamente all'assessment della simulazione. Con particolare riferimento ad una simulazione fluidodinamica si dettaglia la cosa per punti.

1. Densità del dominio di calcolo.

Il primo punto di una validazione numerica di un caso fluidodinamico consiste nel

verificare la sensibilità del calcolo all'aumentare della densità della griglia di discretizzazione (o equivalentemente all'aumentare dei nodi di quest'ultima). Si distinguono così tre tipologie di mesh, il cui range in termini di numero di nodi è scelta di chi opera la simulazione:

- (a) mesh coarse
- (b) mesh medium
- (c) mesh fine

sulla base del miglior compromesso in termini di qualità del risultato e tempo computazionale chi svolge la simulazione deve scegliere la mesh più opportuna al suo caso.

2. *Sensibilità del dominio di calcolo ai parametri globali.*

Con tale aspetto si indica la capacità del dominio di calcolo di replicare in modo accurato i parametri globali inerenti al sistema fisico in esame. Questi, a livello fluidodinamico, possono essere identificati nei coefficienti di lift e drag dei profili, nei rapporti di compressione o nei rendimenti dei sistemi. Si tratta quindi di grandezze tutte calcolabili monte-valle del sistema analizzato.

3. *Sensibilità del dominio di calcolo ai parametri locali.*

Infine una validazione, anche se passa il check dei parametri globali non può esimersi dal rispettare la congruenza con i parametri locali. Il sistema di calcolo cioè deve essere in grado di restituire in modo accurato le grandezze di flusso misurate localmente in particolari punti del deflusso. Tra queste, nell'ambito delle schiere, grandezza locale per antonomasia è il Mach isentropico. In genere possiamo affermare che qualora un dominio di calcolo rispetti i parametri locali quasi automaticamente rispetta anche quelli globali, non è vero il viceversa.

4. *Altri aspetti di sensibilità di un dominio di calcolo.*

Tra gli altri aspetti legati alla sensibilità di un dominio di calcolo si annoverano la capacità risolutiva del campo di moto del fluido, fattore che può essere confrontato a dati sperimentali solo se si posseggono acquisizioni fotografiche del campo di moto ottenute con una qualche tecnica. Nell'ambito delle applicazioni supersoniche tale aspetto di validazione può essere di notevole interesse qualora si posseggano, ad esempio, acquisizioni schlieren del campo di moto.

Si conclude così questo breve cenno inerente agli elementi essenziali della fluidodinamica computazionale.

Capitolo 3

L'aeroelasticità nelle turbomacchine

L'avvento dei motori a getto e le alte prestazioni dei compressori assiali verso la fine della Seconda Guerra Mondiale misero in luce i problemi aeroelastici di cui soffrono le turbomacchine.

Il bisogno di avere componenti con un peso sempre minore e delle prestazioni pari, se non migliori, spinsero i progettisti a rendere le pale dei compressori e delle turbine sempre più snelle, aumentando l'*aspect ratio* (rapporto tra lo span e la corda). Questo sviluppo tuttavia portò le turbomacchine a soffrire di severe vibrazioni a determinate velocità di rotazione, che ad uno studio più approfondito si rivelò essere il flutter, che venne poi categorizzato in sottogruppi a seconda del punto operativo della macchina nella propria mappa.

Nel 1987 e 1988 vennero pubblicati i due volumi di "*Manual on Aeroelasticity in Turbomachines*" della AGARD (Advisory Group for Aerospace Research and Development), a cui contribuirono diciannove differenti autori, che pongono delle solide basi per la trattazione dei fenomeni aeroelastici in esame. Nel seguito del capitolo si tratteranno alcuni argomenti estrapolati da [12] e [13].

3.1 Ambiente aeroelastico

Si consideri uno stadio di compressore o turbina che sta ruotando a velocità costante. Dal progetto aerodinamico, che si basa su condizioni statiche di flusso, e strutturale il rotore ha determinate proprietà geometriche, come la lunghezza delle sue pale, la forma e il calettamento dei profili, il passo e altro. In particolare, dall'impilamento dei profili può risultare che la linea che congiunge i centri di massa e la linea dei centri di taglio non siano né dritte né radiali, ma stanti su una polilinea 3D. In alcuni casi, infatti, non si riesce nemmeno a definire queste polilinee in funzione del raggio.

Prendendo in esame solo una pala e immaginando di poterla caratterizzare completamente dai punti di vista geometrico e cinematico, essa può deformarsi in infiniti modi che dipendono dai carichi cui è soggetta. In generale, i punti dell'asse elastico si muovono nello spazio a seconda del raggio¹ a cui si trovano.

Si deve precisare la differenza tra fenomeni stazionari e oscillatori.

Se il flusso che interessa la macchina è completamente stazionario nel tempo e non ci sono sollecitazioni meccaniche che interessano i collegamenti tra altre parti meccaniche e la pala, essa assumerà una configurazione deformata stabile nel tempo, che dipende dalle proprietà elastiche e strutturali del materiale e dai carichi centrifughi.

Se invece esistono disturbi dinamici nel flusso o trasmessi dalle giunzioni meccaniche, la pala assumerà posizioni diverse nel tempo; se gli spostamenti rispetto alla posizione di equilibrio hanno una certa periodicità si dice che la pala vibra, e l'ampiezza delle vibrazioni può rimanere costante, aumentare o diminuire nel tempo. Nelle turbomacchine ci si focalizza proprio sulla predizione e sul controllo delle vibrazioni.

Una volta che la pala inizia a vibrare, le forze che agiscono su di essa non dipendono più solo dal campo fluido o dalle sollecitazioni meccaniche, ma sono influenzate contemporaneamente da entrambi i campi. È opportuno a questo punto notare che in alcuni casi i disturbi possono essere estremamente piccoli e servire solo ad attivare il moto non-stazionario, e che le vibrazioni così innescate si sostengono o si amplificano grazie all'interdipendenza tra le variazioni armoniche della posizione della pala e delle forze aerodinamiche, che corrisponde alla condizione di flutter.

Un'ulteriore complicazione è considerare la pala montata su un rotore; esistono infatti accoppiamenti aerodinamici e strutturali tra pale contigue che implicano una descrizione modale di tutto il rotore vibrante. Così si definisce l'*interblade phase angle* (IBPA), di fondamentale importanza nella descrizione del fenomeno.

Disuniformità di realizzazione tra pale in schiera nominalmente identiche influiscono molto sull'aeroelasticità delle turbomacchine, e queste derivano dalle tolleranze di fabbricazione e assemblaggio (*mistuning*).

¹Distanza dal centro di rotazione della macchina.

3.2 La mappa di funzionamento di una turbomacchina

3.2.1 Compressore

Nel compressore assiale per ogni profilo al generico raggio r si può costruire il triangolo delle velocità come quello nella figura 3.1, dove:

- W è la velocità relativa del flusso
- V è la velocità assoluta del flusso
- V_x è la velocità assiale
- Ωr è la velocità di trascinamento

L'angolo di incidenza per un rotore è dato dall'angolo compreso fra $W_x = V_x$ e W ; all'aumentare di esso aumenta il lavoro specifico realizzato e quindi il rapporto di compressione, a parità degli altri parametri.

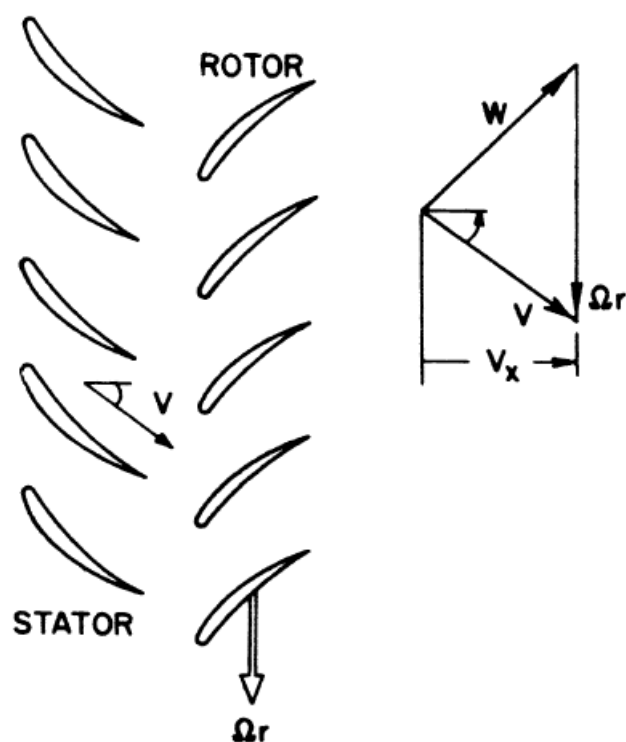


Figura 3.1: Triangoli di velocità in un compressore assiale [8].

Usando la notazione adimensionale, per un compressore assiale multistadio si può realizzare la mappa di funzionamento, di cui si ha un esempio in figura 3.2. In essa si

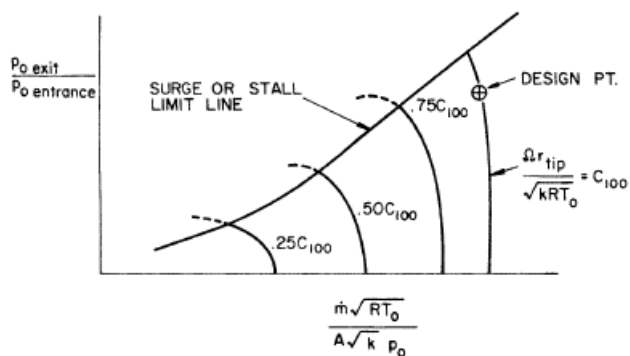


Figura 3.2: Mappa di un compressore [8].

trovano in ascissa la portata di massa \dot{m} adimensionalizzata e in ordinata il rapporto di compressione, mentre le curve sono parametriche nella velocità di rotazione adimensionale.

Una proprietà importante della mappa è che ad ogni punto operativo corrisponde un unico valore dell'angolo di incidenza per ogni sezione delle pale. Per esempio, prendendo come riferimento un punto vicino al leading edge di una sezione palare, si possono sovrapporre le rette che definiscono determinati angoli di incidenza α_i alla mappa generale come fatto nella figura 3.3. Si chiarisce che l'incidenza viene misurata come la differenza fra la direzione della corda e della velocità relativa W . Queste curve di livello si possono tracciare perché le due variabili che identificano un punto nel piano, $\dot{m}\sqrt{T_0/p_0}$ e $\Omega r/\sqrt{T_0}$ sono funzione diretta del numero di Mach; componendo i "triangoli del numero di Mach" (fig. 3.4) si nota che essi sono in similitudine con i corrispondenti delle velocità, quindi l'angolo α_i si conserva.

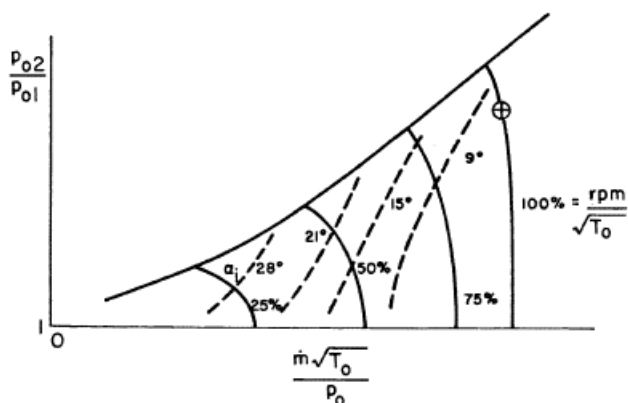


Figura 3.3: Mappa di un compressore [8].

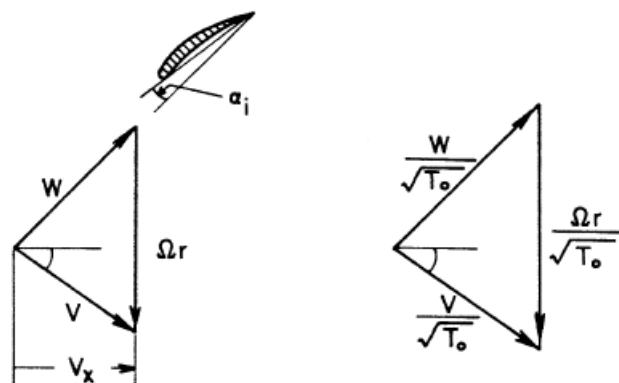


Figura 3.4: Similitudine tra i triangoli delle velocità assolute e di Mach [8].

3.2.2 Turbina

Si riporta, a titolo di esempio, la mappa di funzionamento di una turbina. Nella figura 3.5 sono riportate due versioni distinte, ma equivalenti:

- (a) riporta in ascissa la portata di massa corretta e in ordinata l'inverso del rapporto di compressione
- (b) riporta in ascissa il prodotto fra la portata di massa corretta ed il numero di giri corretto, mentre in ordinata l'inverso del rapporto di compressione.

Il termine "corretto" sta ad indicare che le grandezze sono state divise per con alcuni coefficienti di riferimento.

Il tratto verticale indica un funzionamento della macchina ad ugelli soffocati. Mentre nella rappresentazione (a) non si riescono a distinguere le curve a diversi numeri di giri in corrispondenza di questo, nella rappresentazione (b) essi sono distinti e ben visibili. Questa zona di lavoro è di estremo interesse perché ivi giacciono i punti di massimo rendimento.

3.3 I modi di vibrare delle pale

Il flutter e le vibrazioni delle pale delle turbomacchine si presentano per diverse geometrie e diversi vincoli alla radice (dall'incastro perfetto al singolo punto).

Le frequenze naturali e i modi propri di vibrare di queste, o del rotore nella sua interezza, sono ottenibili dai metodi tradizionali della dinamica strutturale; per i casi in cui si hanno torsione e flessione si modella il sistema paletta con l'elemento trave, mentre se incorrono anche le deformazioni delle sezioni si usano elementi *shell*.

Nell'individuazione dei prime frequenze proprie è essenziale prendere in considerazione l'effetto della velocità di rotazione, il cui effetto può essere approssimativamente descritto

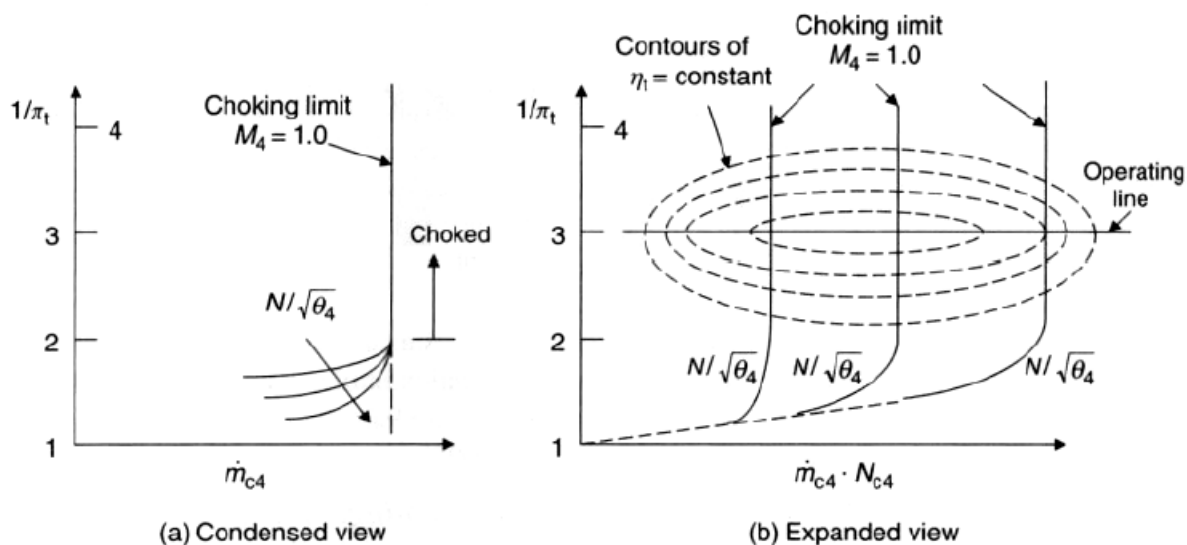


Figura 3.5: Due possibili rappresentazioni della mappa di una turbina.

dall'equazione

$$\omega_n^2 = \omega_{0n}^2 + K_n \Omega^2 \quad (3.1)$$

dove ω_{0n} è pulsazione naturale della pala a rotore fermo e K_n è una costante di proporzionalità per il particolare n-esimo modo di vibrare, e può assumere segno negativo in particolari casi. L'effetto è maggiormente marcato nei modi che esibiscono per lo più flessione, quindi sicuramente il primo ha questa caratteristica.

I materiali da costruzione sono convenzionalmente le leghe di alluminio e dell'acciaio per i compressori, mentre per le turbine si usano le superleghe di nichel; di recente si sono cominciati ad usare i materiali compositi.

Per qualsiasi sistema, composto da geometria e materiale, è molto importante determinare le capacità di smorzamento, che può essere distinto in:

- smorzamento materiale: proprietà distribuita del volume per cui il tasso di dissipazione energetica (in calore) è proporzionale all'ampiezza della deformazione; la relazione è determinata da molti fattori, inclusi il tipo di materiale, di deformazione e la temperatura;
- smorzamento strutturale: è strettamente correlato alla geometria e allo stato (finitura) del corpo vibrante, in particolare alle giunzioni; ne è un esempio quella tra la radice delle pale e il disco.

Per approfondimenti si consultino [12] e [13].

Le risposte aeroelastiche alle sollecitazioni sono di fondamentale importanza per lo studio del comportamento a fatica delle turbomacchine. L'innescò e la propagazione delle cricche fino al collasso della struttura devono essere precedute dalla definizione dell'eccitazione (forzata o autoindotta) e delle relazioni con le forze aerodinamiche non-stazionarie che si sviluppano, a sottolineare che l'ambito strutturale e fluidodinamico sono intimamente collegati.

3.4 Dinamica dei rotori palettate

L'eccitazione delle pale può produrre un'intensa sollecitazione a fatica che quindi può portare a fratture tipicamente in corrispondenza dell'attacco della pala al disco oppure nella pala stessa. La determinazione delle frequenze proprie della ruota è, quindi, il primo passo per la verifica del funzionamento in sicurezza della girante. Data una forzante di natura armonica, l'approccio più immediato per verificare il pericolo di risonanza o di flutter è quello del *diagramma di Campbell*, in cui si individuano le frequenze proprie e si confrontano con le componenti armoniche della forzante. Le frequenze proprie della ruota palettata sono fondamentalmente non influenzate dalla velocità di rotazione (trascurando possibili effetti di *stress stiffening*² e/o azioni centrifughe). Un esempio di diagramma si ha nella figura 3.6, dove sono indicati anche i punti in cui si manifesta il flutter; si nota che esso non è legato alle rette di *engine order*, tuttavia si verifica sempre in prossimità di una velocità critica di risonanza, quindi ci si concentra su queste per l'indagine.

La forma complessa delle ruote palettate ha l'effetto che le frequenze proprie siano molto ravvicinate, di conseguenza ad ogni regime di rotazione c'è, con buona probabilità, una coincidenza (o una stretta vicinanza) fra una frequenza di un'armonica multipla della principale ed una frequenza naturale. Tuttavia, in molte situazioni, sia per le ruote palettate, sia per la dinamica strutturale in generale, la coincidenza fra frequenza propria e frequenza della forzante non implica necessariamente una condizione di risonanza. Le strutture, avendo un'estensione geometrica, possono avere delle forze in contro-fase (anche solo parziale) con la forzante, come schematizzato nella figura 3.7. Questo stesso principio può essere applicato anche alle ruote palettate considerando la pale come le zone di sollecitazione della ruota.

Si entra maggiormente nel dettaglio della dinamica delle ruote palettate, particolarizzando la trattazione nel caso in cui esse siano precedute da uno statore, anch'esso palettato. Nella figura sono riportate le grandezze principali per descrivere la dinamica vibratoria in oggetto: Ω è la velocità angolare della girante, $\Delta\theta$ è la distanza angolare fra una pala e

²Rafforzamento della struttura dovuto alle sollecitazioni ad essa applicate.

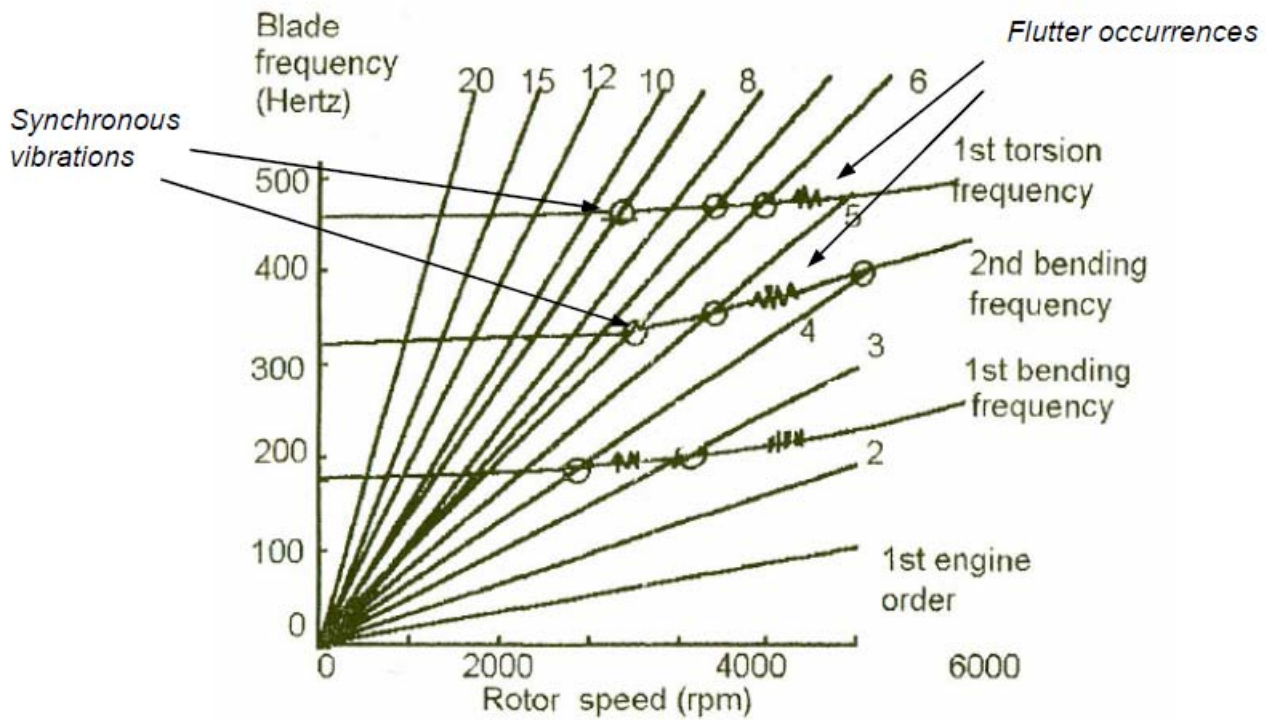


Figura 3.6: Diagramma di Campbell che indica la manifestazione del flutter [24].

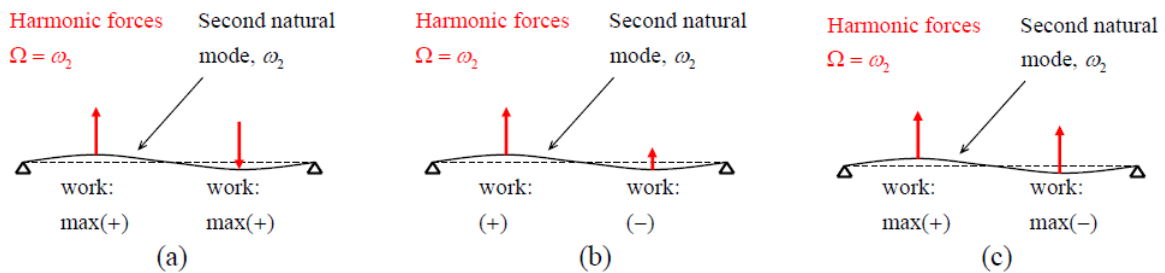


Figura 3.7: Possibili combinazioni fra forzante e modo proprio, esempio trave appoggiata: (a) composizione costruttiva, (b) composizione parzialmente costruttiva, (c) composizione distruttiva [25].

la successiva, mentre N_B e N_V sono il numero di pale della girante e il numero di vani, rispettivamente.

Ciascuna pala riceve un'azione di interazione con lo statore per mezzo del flusso di fluido. Questa forza è di tipo armonico per la simmetrica ciclica dello statore con cui la singola pala interagisce. Inoltre, le forze sulle varie pale sono uguali fra loro, ma con uno sfasamento angolare. Dato che ciascuna pala interagisce con N_V vani con lo statore, la frequenza dell'armonica fondamentale è:

$$\Omega_1 = N_V \Omega \quad (3.2)$$

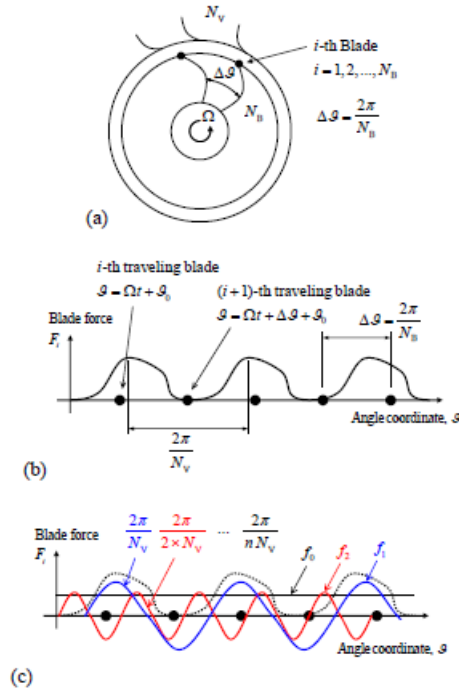


Figura 3.8: P(a) Girante palettata e statore. (b) Interazione fra la variabile tempo e la posizione angolare di ciascuna pala. (c) Scomposizione della forza sulla singola pala in armoniche multiple dell'armonica fondamentale [25].

Le armoniche successive sono semplicemente multiple della prima:

$$\Omega_n = n\Omega_1 = nN_V\Omega \quad (3.3)$$

La forza complessiva che agisce su ciascuna i -esima pala si può pertanto scomporre secondo la serie di Fourier:

$$f_i = F_0 + \sum_{n=1}^{\infty} F_n \cos(nN_V(\Omega t + i\Delta\theta) + \phi_n) \quad (3.4)$$

dove F_1, \dots, F_n sono le armoniche, la cui sovrapposizione genera la forza totale agente sulla pala i -esima f_i . La generica pala risponde alla sollecitazione vibrazionale con un moto oscillatorio di deformazione che si può esprimere secondo la sovrapposizione modale:

$$x_i = X_0 \sum_{m=1}^{\infty} X_m \cos(\omega_m t + \phi_{tm}) \cos(d_m \Delta\theta i + \phi_{\theta m}) \quad (3.5)$$

in cui X_m è l'ampiezza del singolo modo proprio m , mentre ω_m è la frequenza (angolare) del generico modo proprio, ed infine d_m è il numero di diametri nodali del singolo modo proprio. I diametri nodali sono i punti lungo la circonferenza della ruota che non subiscono spostamento, relativamente ad un singolo modo proprio. d_m può essere una qualunque naturale fino ad un valore massimo pari a $d_{m,max} = N_B/2$ se N_B è pari, $d_{m,max} = (N_B - 1)/2$ se N_B è dispari. Quindi d_m è compreso fra $0 \leq d_m \leq d_{m,max}$.

Alcuni modi propri mostrano una distribuzione spaziale non armonica, che possono generare un accoppiamento con una forzante armonica soltanto di tipo parzialmente costruttivo, quindi non possono comportare una significativa risonanza. Altri modi propri hanno zero diametri nodali e quindi l'espressione del moto perde la dipendenza dalla posizione angolare della singola pala.

Ordinando i modi secondo la frequenza propria crescente, il numero di diametri nodali non è sempre crescente, anche perché i modi sono infiniti, mentre i possibili numeri di diametri nodali sono pochi. Quindi molti modi, a frequenze proprie diverse, possono avere lo stesso numero di diametri nodali, diversificandosi ad esempio per la complessità della deformata della pala. Infine, molto spesso si possono trovare modi con distribuzione spaziale non armonica, intervallati fra modi con distribuzione spaziale armonica. I modi con distribuzione spaziale non armonica possono essere sistematicamente scartati eseguendo la ricerca dei modi propri con un'analisi agli elementi finiti modellando soltanto un settore della ruota palettata ed imponendo la condizione di vincolo di ciclicità. Modellando l'intera ruota si ottengono invece tutti i modi propri, ed è quindi necessaria un'analisi critica per classificarli.

Per ulteriori approfondimenti si rimanda a [25].

3.5 Le tipologie di flutter

Gli ingegneri e gli scienziati che hanno contribuito allo studio del flutter di schiere hanno identificato alcune regioni sensibili sulla mappa del compressore. Dai test sperimentali effettuati su tre motori, due turbofan e un turbojet, Lubomski [40] ha identificato fenomeni aeroelastici e/o aerodinamici quindi, conoscendo il punto operativo della turbomacchina, si sa anche se questa lavora in sicurezza o meno. Le regioni sono evidenziate nello specifico diagramma 3.9, ma possono essere adattate a tutte le mappe:

- I) stallo con flusso subsonico/transonico, quasi in prossimità del pompaggio a bassa velocità di rotazione
- II) choking a bassa velocità di rotazione
- III) bassa contropressione con flusso supersonico, ad alte velocità di rotazione
- IV) alta contropressione con flusso supersonico, ad alte velocità di rotazione
- V) stallo con flusso supersonico

Per quanto riguarda le turbine, si riporta in figura 3.10 un esempio di mappa di funzionamento con indicate quattro diverse regioni dove si verifica il flutter:

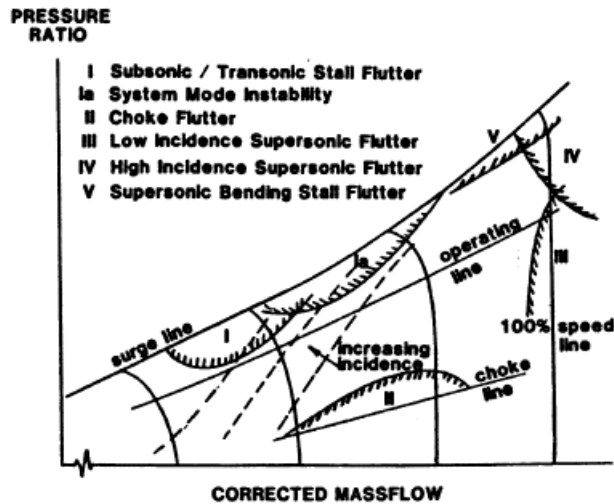


Figura 3.9: Tipi di flutter evidenziati nella mappa di un compressore [4].

- I) flusso subsonico, ugelli non soffocati
- II) ugelli soffocati, prima manifestazione delle onde d'urto
- III) ugelli soffocati a più alto rapporto di espansione, con flusso subsonico all'ingresso
- IV) flusso supersonico in ingresso

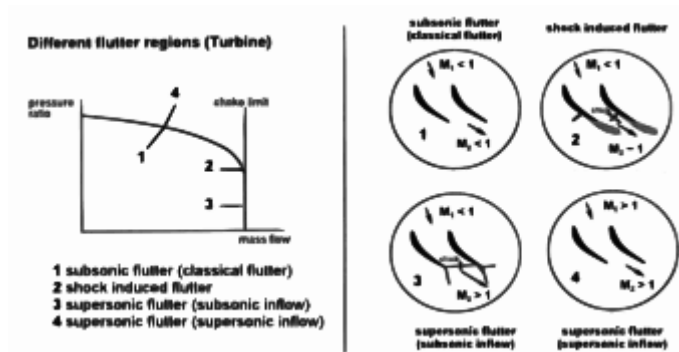


Figura 3.10: Tipi di flutter in una turbina [4].

3.5.1 Flusso periodicamente stallante nelle turbomacchine

Dato che il flutter è fortemente correlato allo stallo, si dà una definizione di quest'ultimo per i compressori, che ne sono più sensibili rispetto alle turbine.

Il fenomeno dello stallo in un compressore, operante a velocità di rotazione costante, si manifesta per una riduzione della portata volumetrica con un conseguente aumento dell'incidenza rispetto a quella di progetto (si pensi ai triangoli delle velocità visti), tale

da provocare il distacco della vena fluida dal dorso delle pale. La conseguente caduta delle prestazioni della macchina dipenderà dal numero delle pale del rotore interessate e in generale sarà più contenuta nei compressori centrifughi rispetto agli assiali per via dell'apporto del termine di centrifugazione. Raramente lo stallo di una schiera è stabile ed uniforme su tutta la corona; più spesso si sposta da pala a pala, o da una cella costituita da più pale ad un'altra, provocando onde di stallo che si propagano lungo la schiera con velocità di rotazione u_s di senso opposto a quella della schiera u ed inferiore in modulo. Rispetto ad un osservatore esterno, le onde di stallo ruotano, quindi, nel senso di rotazione della macchina alla velocità $u - u_s$ (*stallo rotante*).

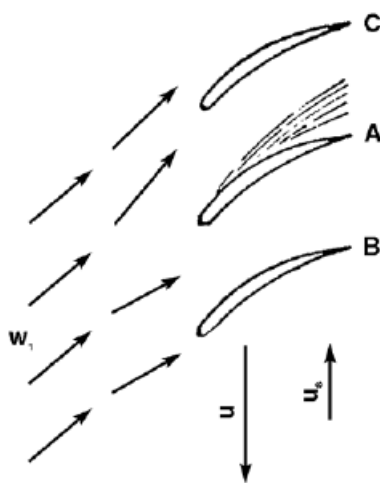


Figura 3.11: Esempificazione dello stallo rotante [8].

Il meccanismo dello stallo rotante è chiarito nella figura 3.11, dove è evidenziato come il distacco della vena fluida dal dorso della pala A , con conseguente riduzione dell'area di efflusso, provochi la redistribuzione del flusso, che si mantiene approssimativamente uniforme a monte della schiera, in modo da aumentare l'incidenza sulla pala seguente C (nel senso di rotazione) e diminuirla sulla precedente B .

La presenza di uno di uno stallo limitato a poche pale non impedisce il funzionamento del compressore, ma provoca un calo delle prestazioni e introduce delle pulsazioni periodiche ad elevata frequenza.

Il funzionamento diventa, invece, decisamente più instabile quando la diminuzione di portata è tale da provocare lo stallo dell'intera girante; in tali condizioni la pressione di mandata del compressore può scendere al di sotto della pressione del serbatoio di mandata con conseguente inversione del flusso attraverso il compressore e svuotamento dell'ambiente a valle. La depressione che si determina in questo modo a valle richiama portata dal compressore finché la pressione in mandata non è di nuovo risalita, innescando un processo ciclico, detto pompaggio (*surge*), cui sono associate violente oscillazioni che possono danneggiare gravemente la macchina.

Ci si limita a osservare che esse dipendono dalla capacità di risonanza del sistema fluido, che comprende il compressore e il circuito d'utilizzazione. In particolare, si verifica che l'instabilità è più acuta e il campo di stabilità più ristretto quanto maggiore è il numero di stadi del compressore. Quando invece la portata assume valori particolarmente elevati, si possono raggiungere in qualche sezione velocità pari alla velocità del suono, con manifestazione di due effetti distinti: impossibilità che la portata possa aumentare ulteriormente e formazione di onde d'urto con rapido aumento delle dissipazioni viscosive e conseguente caduta di rendimento. In tali condizioni, il compressore si dice in condizioni di blocco sonico o di *choking*.

Fra i diversi motivi che possono determinare le condizioni di *choking*, ci limitiamo ad elencare:

- raggiungimento dei valori limite della portata volumetrica per riduzione eccessiva del carico esterno ad un dato numero di giri o aumento eccessivo del numero di giri della macchina;
- bassa densità del fluido all'avviamento. Poiché, infatti, la portata varia con il numero di giri e la prevalenza con il quadrato, ai bassi numeri di giri la densità del fluido sarà minore di quella di progetto molto di più di quanto non sia diminuita la portata ponderale, con conseguente aumento della portata volumetrica rispetto ai valori di progetto. Tale aumento è maggiore negli stadi posteriori del compressore, dove a regime la densità è molto più elevata. In tali stadi, quindi, si possono raggiungere le condizioni di blocco sonico all'avviamento.

3.5.2 Stall Flutter

Nelle condizioni di stallo può manifestarsi il flutter, come rappresentato in figura 3.12: è stata ricavata sperimentalmente la relazione che sussiste tra la curva operativa del compressore e l'inizio del flutter, e rappresentata nel piano avente in ascissa l'angolo di incidenza ($|\alpha_i|$) e in ordinata la velocità relativa ridotta ($W/\omega b$); se la curva che delimita l'insorgenza del flutter sottosta a quella di pompaggio, allora la macchina ha concrete possibilità di soffrire del fenomeno aeroelastico. È da intendersi che le altre grandezze, come il numero di Mach e l'angolo di calettamento delle pale, sono mantenuti costanti; la loro variazione determinerebbe la necessità di trovare nuove correlazioni fra il pompaggio e il flutter, ovvero nuove curve sul piano.

Il primo modo di vibrare di questo tipo di flutter è il modo torsionale. La singola curva a linea continua del diagramma 3.12 corrisponde ad un livello di tensione (o deformazione) ciclica della pala tale per cui le misure sono ripetibili e chiaramente distinguibili dai rumori di fondo degli strumenti.

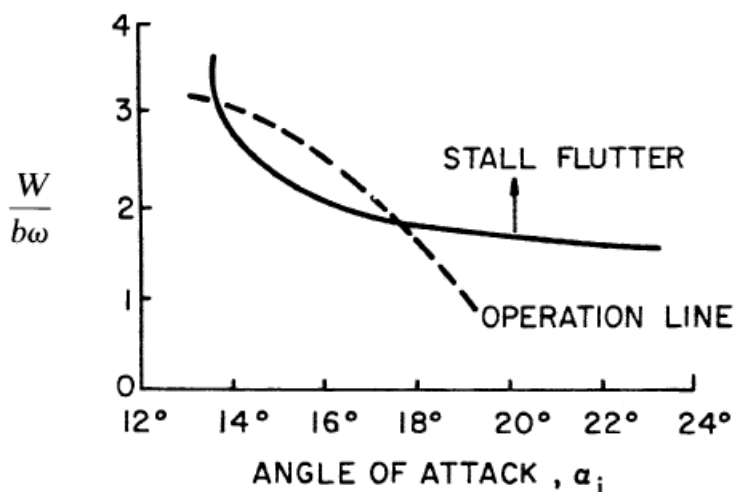


Figura 3.12: Flutter al variare dell'angolo di incidenza [8]

Nella figura 3.13 è evidenziato il confine della zona di flutter stallante. Di questo soffrono generalmente i primi due o tre stadi del compressore, in quanto sono quelli ad avere maggiore rapporto d'aspetto.

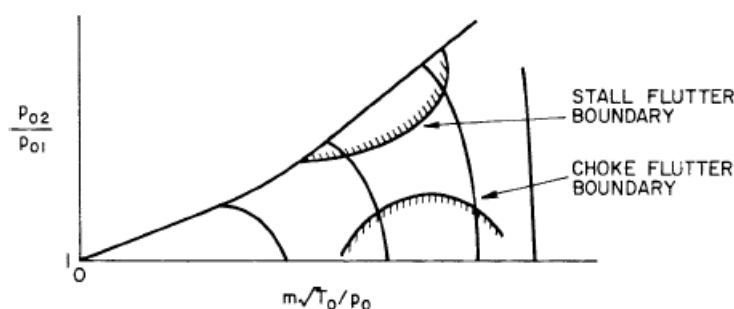


Figura 3.13: Due tipi di flutter distinti nella mappa di un compressore [8]

3.5.3 Choking Flutter

Negli stadi centrali di un compressore è possibile distinguere un'altra regione della mappa dove si manifesta il cosiddetto *choking flutter*, o flutter di soffocamento; esso si presenta a velocità di rotazione inferiori alla massima e per incidenze inferiori rispetto a quella di progetto. La linea del flutter di solito giace sotto alla linea operativa, ma alcuni stadi possono incapparvi lo stesso perché alcuni angoli di calettamento dei profili ai vari span potrebbero essere errati.

La manifestazione fisica del choking flutter è riassunta nel diagramma ??, dove ci sono in ascissa il numero di Mach relativo e in ordinata l'angolo di incidenza (misurato dalla direzione meridiana); si manifesta in un ristretto intervallo angolare (meno di 10°) e per pochi valori del Mach. In 3.14 la curva denominata $2 \times Loss_{min}$ è il luogo dei punti con

coefficiente di perdita aerodinamica costante; la curva *choke boundary*, invece, rappresenta le combinazioni di Ma e a_i alle quali si verifica il soffocamento dell'area di gola³.

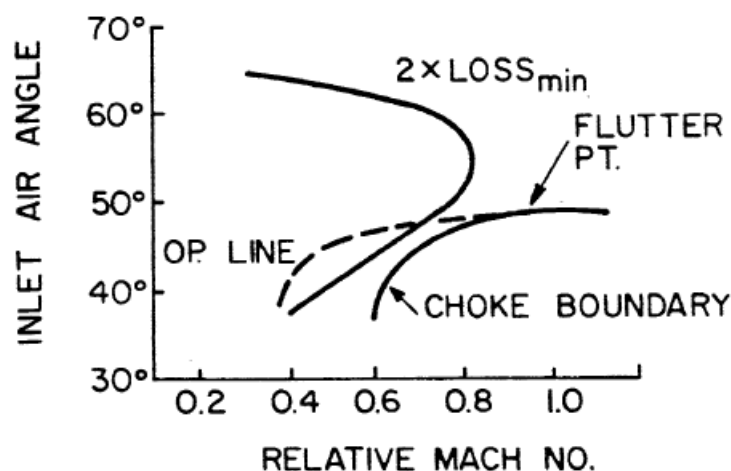


Figura 3.14: [8]

Il meccanismo del fenomeno non è ancora compreso appieno, ma certamente è correlato alla compressibilità del fluido. Diversi fattori, come la separazione dello strato limite e lo spostamento relativo tra pale attigue che vibrano, fanno sì che l'area di gola non abbia una posizione fissa nel tempo, e tutto ciò ha effetti sulla distribuzione delle pressioni che a sua volta influenza l'assorbimento di energia dalla corrente fluida.

Risultati sperimentali raccolti in [15] e [16] sono in accordo con la descrizione del choking flutter fatta in precedenza. Le previsioni analitiche di [17] e [18] dipendono in maniera quasi-stazionaria dal tempo, il che ne limita l'affidabilità; una maggior attinenza di avrebbe studiando computazionalmente il fenomeno nel tempo con le equazioni di Navier-Stokes per fluidi comprimibili.

3.6 Tecniche per la determinazione della stabilità

3.6.1 Parametri fondamentali

In questa sezione viene riportate alcune tecniche per la determinazione della stabilità nelle turbomacchine. Prima però si introducono alcuni parametri utili alle descrizioni successive.

Il primo è il rapporto tra la massa dell'ala e la massa d'aria che la circonda, racchiusa in una sfera avente come raggio metà della corda, ha un'influenza non trascurabile:

$$\mu = \frac{4m}{\pi\rho_0c^2} \quad (3.6)$$

³Nell'area minima di deflusso $Ma = 1$.

dove m è la massa per unità di lunghezza dell'ala, ρ_0 è la densità dell'aria e c è la corda della pala; al diminuire di μ aumenta la tendenza al flutter.

Nelle turbomacchine il rapporto di massa è sempre alto e ciò fa sì che questo parametro non influenzi molto il loro comportamento. Medhal (1946) ha scoperto che il flutter si verifica sopra una certa velocità del flusso ed è quindi preferibile esprimere la dipendenza tramite un rapporto noto come *frequenza ridotta*:

$$k = \frac{t}{T} = \frac{2\pi fc}{u} \quad (3.7)$$

dove f è la frequenza di oscillazione, c è la corda della paletta e u è la velocità del flusso. Un'interpretazione equivalente della frequenza ridotta è la sua visione come rapporto tra c e la lunghezza d'onda λ di un'onda sinusoidale che viaggia con velocità u :

$$k = \frac{c}{\lambda} \quad \text{dove } \lambda = \frac{u}{2\pi f} \quad (3.8)$$

Un altro parametro fondamentale è l'*interblade phase angle* (IBPA), traducibile come "angolo di sfasamento interpalare". La sua formulazione è riportata nella formula

$$IBPA = \sigma = \frac{2\pi N}{Z_p} \quad (3.9)$$

dove N è un numero intero stante a rappresentare i diametri nodali, mentre Z_p è il numero di pale rotore. L'IBPA può assumere un numero di valori uguale al numero di pale esistenti, e fisicamente rappresenta lo sfasamento angolare che intercorre tra le forze aerodinamiche che agiscono su due pale contigue.

3.6.2 Travelling Wave Mode

Il *travelling wave mode* è stato usato per l'elaborazione dei dati sperimentali utilizzati come validazione dei modelli numerici, come riportato in [4]. La figura 3.15 dà una schematica rappresentazione di una "tipica sezione" di schiera bidimensionale che viene presa come riferimento nella trattazione matematica.

Si assume che la legge dello spostamento sia imposta e uguale per tutte le pale, e nel tempo devono essere mantenuti costanti la frequenza, l'ampiezza di vibrazione e lo sfasamento angolare tra pale adiacenti.

Per le considerazioni che seguono, il corpo pala tridimensionale deve rimanere rigido durante i movimenti imposti, che possono essere

1. di flessione (bending) attorno ad un punto x_{rot} di cui sono note le coordinate;

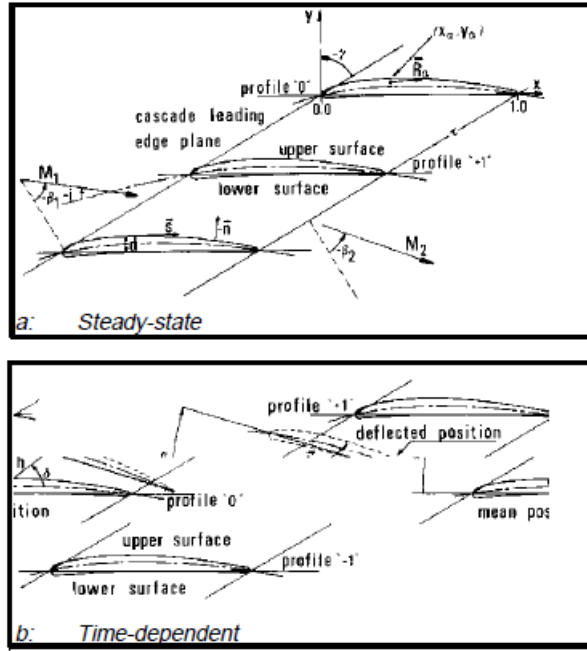


Figura 3.15: Tipica sezione di una schiera bidimensionale con nomenclatura relativa al caso stazionario (a) e non (b) [4].

2. di torsione (pitching) attorno all'asse ortogonale a quello di rotazione della macchina, passante per il centro di massa della palettatura

Per una trattazione generale si impone che vi sia un angolo di sfasamento θ_α^m tra i due moti. Matematicamente si definiscono secondo le (5.8)

$$\mathbf{h}^m(x, y, t) = h^m(x, y)e^{i\omega^m t} \mathbf{e}_h \quad (3.10a)$$

$$\boldsymbol{\alpha}^m(x, y, t) = \alpha^m(x, y)e^{i(\omega^m t + \theta_\alpha^m)} \mathbf{e}_z \quad (3.10b)$$

dove h^m e α^m sono le ampiezze di vibrazione adimensionali (reali) e ω^m è la pulsazione, riferite alla pala m -esima.

Data la natura non stazionaria del campo di moto, si definisce il coefficiente di pressione mediato nel tempo:

$$\bar{c}_p = \frac{\bar{p}(x) - \bar{p}_1}{\bar{p}_1^0 - \bar{p}_1} \quad (3.11)$$

dove si intendono con $\bar{p}(x)$ la pressione statica sul profilo, mentre con \bar{p}_1 e \bar{p}_1^0 le pressioni statica e totale medie all'ingresso della macchina. A complemento di questo, si definisce un coefficiente di pressione dipendente dal tempo:

$$\tilde{c}_{p,A}^B(x, t) = \frac{\tilde{p}^B(x, t)}{A[\bar{p}_1^0 - \bar{p}_1]} \quad (3.12)$$

dove $\tilde{p}^B(x, t)$ è la pressione sul profilo nel tempo; A^4 è l'ampiezza adimensionalizzata con la corda del profilo (come pedice indica l'adimensionalità appunto) che viene calcolata l'ampiezza della grandezza oscillante, mentre B sta per lato in pressione o depressione. Unendo (3.11) e (3.12) si ottiene il coefficiente di pressione globale:

$$\tilde{c}_p^{global}(x, t) = \bar{c}_p(x) + A\tilde{c}_p(x, t) = \frac{[\bar{p} - \bar{p}_1] + \tilde{p}^B(x, t)}{\bar{p}_1^0 - \bar{p}_1} \quad (3.13)$$

I coefficienti di portanza, di forza e di momento il caso non stazionario si calcolano utilizzando le (3.14)

$$\tilde{c}_{L,A}(x) = \frac{\oint \tilde{p}^B(x, t)[\mathbf{e}_n \mathbf{e}_y] ds}{A[\bar{p}_1^0 - \bar{p}_1]} \quad (3.14a)$$

$$\tilde{c}_{F,A}(x) = \frac{\oint \tilde{p}^B(x, t)[\mathbf{e}_n \mathbf{e}_f] ds}{A[\bar{p}_1^0 - \bar{p}_1]} \quad (3.14b)$$

$$\tilde{c}_{M,A}(x) = \frac{\oint R_a \times [\tilde{p}^B(x, t) \mathbf{e}_n ds] \mathbf{e}_z}{A[\bar{p}_1^0 - \bar{p}_1]} \quad (3.14c)$$

con R_a raggio vettore. Per ulteriori precisazioni si consulti [4].

È noto che le funzioni di risposta dipendenti dal tempo sono sfasate rispetto al moto della pala, quindi, assumendo movimenti periodici di quest'ultima, è consuetudine scomporre il segnale di perturbazione in più componenti armoniche utilizzando le serie di Fourier, come fatto nella (3.15), in cui si giunge ad una formulazione con parte reale e parte immaginaria.

$$\begin{aligned} \tilde{c}_p(x, t) &= \tilde{c}_p(x) e^{i[\omega t + \phi_p(x)]} = \\ &= \tilde{c}_p(x) e^{\phi_p(x)} e^{i\omega t} = \\ &= \tilde{c}_p^{complex}(x) e^{i\omega t} = \\ &= \{Re[\tilde{c}_p^{complex}(x)] + Im[\tilde{c}_p^{complex}(x)]\} e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Fisicamente, le due parti possono essere interpretate come se le componenti del coefficiente di pressione fossero in fase (Re) e fuori fase (Im) con il moto delle pale. Ogni grandezza è considerata positiva quando segue quest'ultimo.

Il lavoro bidimensionale per unità di altezza, compiuto dalle forze aerodinamiche (o momenti) sulla pala, è convenzionalmente espresso dal prodotto tra la parte reale della forza (o del momento) e la parte reale della traslazione (o torsione) del corpo. Analiticamente si ha:

$$\tilde{c}_{w,h} = \int Re[h(x, y, t) \cdot \tilde{c}_h(t)] \cdot Re[dh(x, y, t)] \quad (3.16a)$$

⁴ $A = A_{dim}/c$

$$\tilde{c}_{w,\alpha} = \int Re[\alpha(t) \cdot \tilde{c}_\alpha(t)] \cdot Re[d\alpha(t)] \quad (3.16b)$$

$$\tilde{c}_{w,h,\alpha} = \int Re[h(x, y, t) \cdot \tilde{c}_{m,h}(t)] \cdot Re[d\alpha(t)] \quad (3.16c)$$

$$\tilde{c}_{w,\alpha,h} = \int Re[\alpha(t) \cdot \tilde{c}_{m,\alpha}(t)] \cdot Re[dh(x, y, t)] \quad (3.16d)$$

Le prime due equazioni rappresentano i lavori dei moti puri, mentre gli ultimi due termini rappresentano i contributi misti. Il lavoro totale può essere così calcolato come somma dei precedenti:

$$\tilde{c}_w = \tilde{c}_{w,h} + \tilde{c}_{w,\alpha} + \tilde{c}_{w,\alpha,h} + \tilde{c}_{w,\alpha,h} \quad (3.17)$$

Se i gradi di libertà sono indipendenti tra loro, solo i lavori di pura flessione e pura torsione non sono nulli, e adimensionalizzati per $c^3(p_1^0 - p_1)$ diventano:

$$\tilde{c}_{w,h} = \pi h^2 \cdot Im(\tilde{c}_h^{complex}) = \pi h^2 \cdot \tilde{c}_h \sin \phi_h \quad (3.18a)$$

$$\tilde{c}_{w,\alpha} = \pi h^2 \cdot Im(\tilde{c}_m^{complex}) = \pi h^2 \cdot \tilde{c}_m \sin \phi_m \quad (3.18b)$$

Dalle (3.18) si nota che il lavoro dipende solo dal valore della fase della parte immaginaria.

Alternativamente il lavoro aerodinamico può essere adimensionalizzato in modo tale da ottenere lo *smorzamento aerodinamico*:

$$\Xi_h = -\frac{\tilde{c}_{w,h}}{\pi h^2} \quad (3.19a)$$

$$\Xi_\alpha = -\frac{\tilde{c}_{w,\alpha}}{\pi \alpha^2} \quad (3.19b)$$

Il suo valore risulta positivo quando la pala riesce a dissipare il lavoro comunicatole dal flusso, smorzando così le oscillazioni, mentre diventa negativo nel momento in cui la pala assorbe energia dalla corrente, aumentando la sua ampiezza di vibrazione.

Graficamente esistono due diagrammi utili alla sintesi dei risultati:

1. diagramma IBPA – Ξ : mette subito in evidenza per quali valori dello sfasamento palare la pala è soggetta al flutter;
2. diagramma tridimensionale *corda – span – Ξ* : permette di mappare in maniera appropriata il lavoro aerodinamico su tutta la superficie palare, mettendo in evidenza le zone più critiche.

3.6.3 Influence Coefficient Technique

La formulazione matematica dei coefficienti di influenza per la trattazione di problemi aeroelastici è usata per tenere in considerazione gli effetti aerodinamici non stazionari nei

modelli dinamici strutturali, più che per spiegare le ragioni dell'instabilità aerodinamica delle schiere. Si discuteranno brevemente le caratteristiche fondamentali dei diagrammi di cui si avvale la tecnica per l'interpretazione fisica dei coefficienti di influenza.

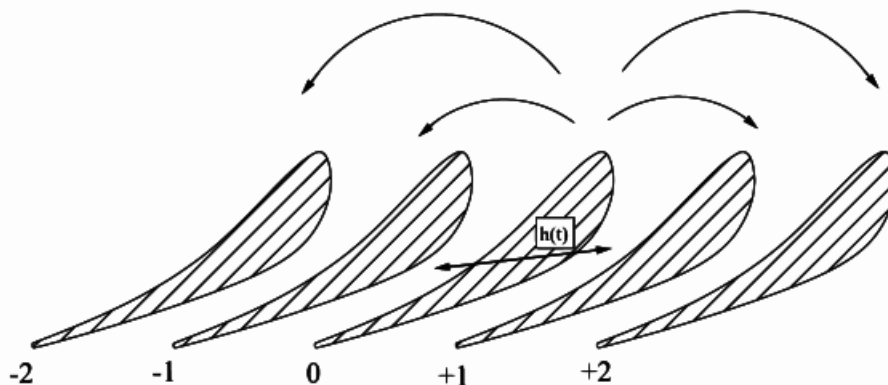


Figura 3.16: Schiera in esame [4].

Si consideri una schiera composta da $2N + 1$ pale, numerate da $-N$ a $+N$, come mostrato in figura 3.16; si assuma inoltre che il coefficiente di forza non stazionario possa essere scritto come combinazione lineare dei contributi derivanti dalle altre pale. Si può quindi scrivere che

$$\tilde{c}_{h,twm}^{m,\sigma}(t) = \sum_{n=-N}^{+N} \tilde{c}_{h,ic}^{n,m}(t) e^{i\sigma_n} \quad (3.20)$$

dove

- il termine $\tilde{c}_{h,twm}^{m,\sigma}(t)$ rappresenta il coefficiente aerodinamico di forza non stazionario che agisce sulla pala m-esima, con la schiera oscillante in *travelling wave mode*;
- il termine $\tilde{c}_{h,ic}^{n,m}(t)$ è coefficiente dinamico di forza della pala n-esima, che agisce sulla pala non vibrante m-esima di riferimento;
- σ_n è l'angolo di sfasamento interpalare tra la pala n-esima e quella m-esima di riferimento

Dato che nel *Travelling wave mode* l'IBPA viene assunto costante nel tempo e uguale per tutte le pale, così come l'ampiezza di vibrazione e la risposta armonica nel tempo, è possibile pervenire all'equazione:

$$\tilde{c}_{h,twm}^{m,\sigma} e^{i\omega t} = \sum_{n=-N}^{+N} \tilde{c}_{h,ic}^{n,m} e^{i\omega t} e^{i\sigma(n-m)} \quad (3.21)$$

e una volta sostituito il valore di m con il valore della pala di riferimento si ottiene

$$\tilde{c}_{h,twm}^{0,\sigma} = \sum_{n=-N}^{+N} \tilde{c}_{h,ic}^{n,0} e^{in\sigma} \quad (3.22)$$

L'influenza esercitata da una pala su se stessa (i.e. $n = m = 0$) è indipendente dallo sfasamento interpalare e viene chiamata *auto-influenza*. Se si considera la forza aerodinamica non stazionaria che agisce sulla pala, $\tilde{c}_{h,twm}^{m,\sigma}$, il contributo della pala 0 su se stessa $\tilde{c}_{h,ic}^{0,0}$ può essere rappresentato in un diagramma polare come un vettore di ampiezza corrispondente alla lunghezza, e con la fase pari allo sfasamento tra la risposta aerodinamica non stazionaria e il movimento stesso. Se la pala riceve energia dal fluido, la parte immaginaria è positiva.

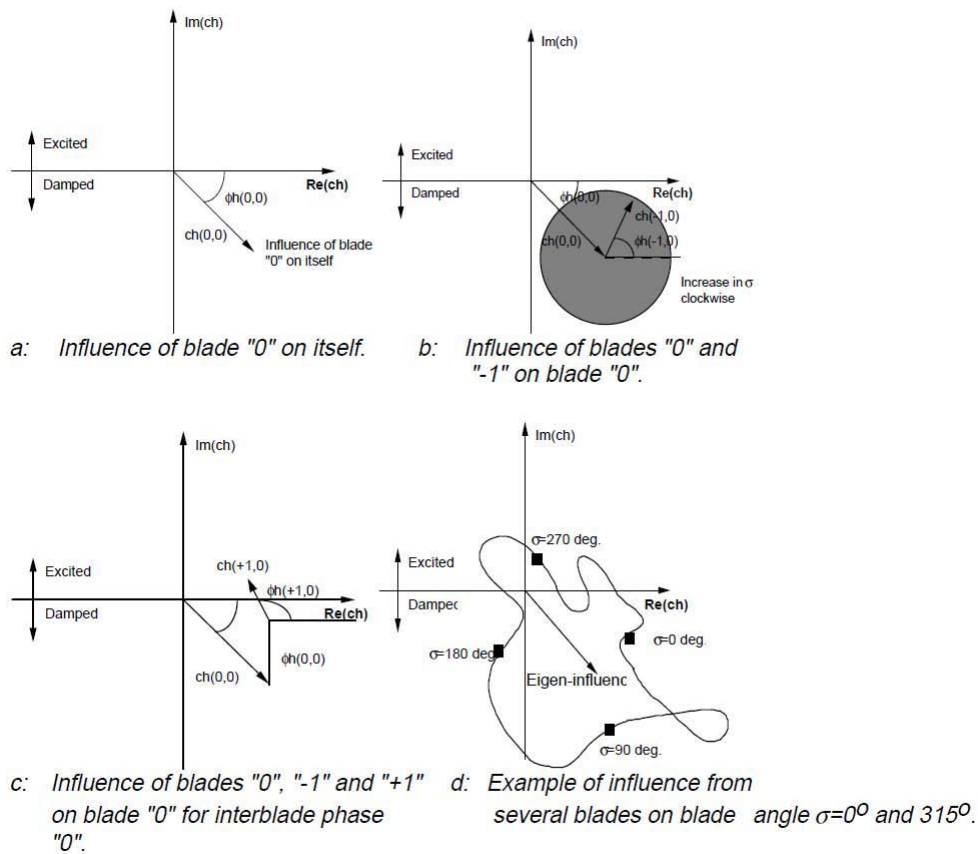


Figura 3.17: Grafico polare dei coefficienti di forza non stazionari [4].

In figura 3.17 vi è un'esemplificazione grafica. Al coefficiente di auto-influenza della pala di riferimento va aggiunto il contributo delle altre pale. Così facendo, è possibile valutare dal grafico l'effetto complessivo che più pale generano, verificando la stabilità o l'instabilità del sistema. Si può vedere nella sotto-figura *c* che, quando il vettore risultante sconfinava nel semipiano immaginari superiore, la pala è eccitata e si sviluppa il flutter.

La teoria appena sviluppata può essere utilizzata anche per lo studio del coefficiente di pressione non stazionario.

Capitolo 4

Modellazione dell'interazione fluido-struttura

4.1 Ambiente computazionale

4.1.1 Terminologia dei sistemi accoppiati

Nell'ambito computazionale i fenomeni aeroelastici vengono raggruppati nei problemi di modellazione dell'interazione fluido-struttura, che prevede l'accoppiamento degli ambienti fluidodinamico e strutturale (*system coupling*).

Innanzitutto si definisce cos'è un sistema: un sistema è "un gruppo di componenti collegati funzionalmente, che formano o riguardano una entità collettiva" ([21]). I sistemi complessi vengono decomposti in subunità, o sottosistemi, secondo diverse logiche dipendenti dagli scopi dell'analisi. Una tecnica adatta alle simulazioni numeriche è il *Partitioning*: esso è un processo di separazione spaziale di un modello discreto in componenti interagenti tra loro, chiamate partizioni; la decomposizione è guidata da considerazioni fisiche, funzionali o computazionali. La seguente gerarchia di partizione è prassi comune nel calcolo numerico:

1. sistema accoppiato;
2. struttura;
3. sottostruttura;
4. sottodominio;
5. elemento.

In [21] si definisce *sistema accoppiato* un sistema in cui componenti eterogenei, come sono una struttura e un fluido che la lambisce, interagiscono tra loro fisicamente o computazionalmente. L'interazione viene chiamata *one-way* se non vi è alcun feedback tra i due sottosistemi. L'interazione è detta *multi-way* se c'è un feedback tra i sottosistemi, e ciò è riassunto nella figura 4.1. Il termine "eterogeneo" sta a significare che differenti componenti della simulazione sono trattati con metodi specifici per loro.

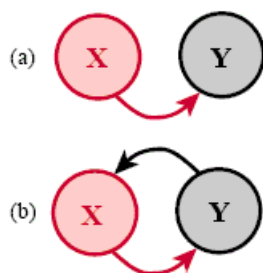


Figura 4.1: Interazione fra i sottosistemi X e Y : (a) one-way, (b) two-way .

I sottosistemi sono detti *campi fisici* quando il loro modello matematico è descritto da equazioni di campo. Esempi di questo sono gli oggetti meccanici e non trattati con le teorie del continuo: solidi, fluidi, calore, elettromagnetismo.

Ci sono poi sottosistemi che sono incorporati nella simulazione per vantaggi computazionali. La mesh, griglie di calcolo che mappa il volume fluido per passare dalla descrizione lagrangiana a quella euleriana, è un esempio di *sottosistema o campo artificiale*.

I campi sono discretizzati nelle variabili spazio e tempo per poter descrivere dinamicamente il sistema. Si può procedere quindi alla partizione del campo (*field partition*), una scomposizione della discretizzazione spaziale, e allo *splitting*, la scomposizione della discretizzazione temporale di un campo all'interno dello stesso time step. La figura 4.2 sintetizza quanto esposto.

Il partitioning può essere

- algebrico (*algebraic partitioning*): il sistema accoppiato viene prima discretizzato spazialmente e poi scomposto; è stato sviluppato originariamente per mesh perfettamente accoppiate e creazione di sottostrutture, in seguito è stato adattato anche per mesh non accoppiate. Un esempio si ha in figura 4.3;
- differenziale (*differential partitioning*): come nella figura 4.4, le mesh che devono interfacciarsi non sono combacianti, come molto spesso avviene nel caso FSI (*fluid-structure interaction*).

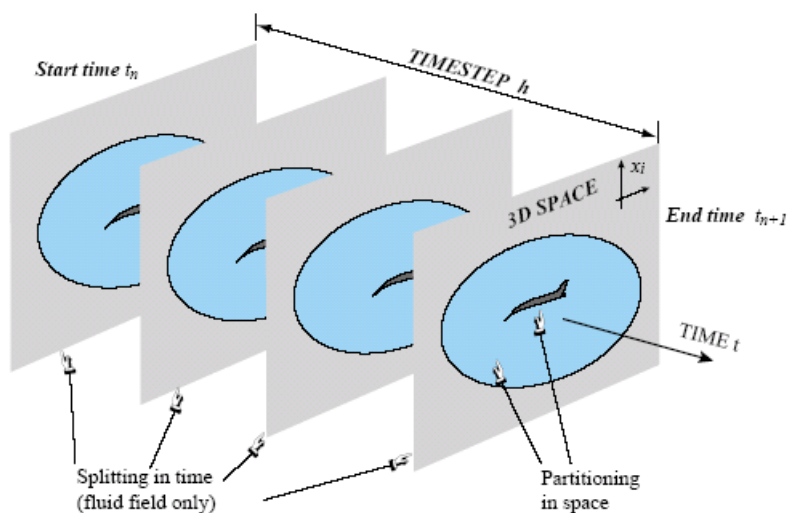


Figura 4.2: Scomposizione di un sistema accoppiato FSI: *partitioning* nello spazio e *splitting* nel tempo.

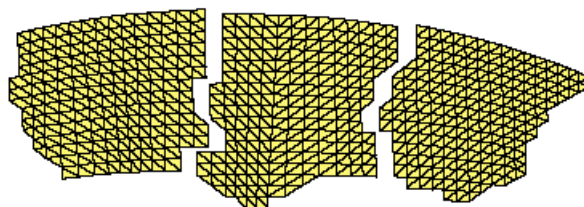


Figura 4.3: Algebraic partitioning.

4.1.2 Simulazione di sistemi accoppiati

I problemi accoppiati che si possono simulare sono moltissimi, tra cui quello aeroelastico, oggetto di questa tesi. Si riportano tre approcci di simulazione per affrontare la questione:

- *Field elimination.*

Uno o più campi sono eliminati con tecniche come le trasformazioni integrali o la riduzione del modello, e i rimanenti campi sono trattati con uno schema a time step simultanei.

- *Monolithic treatment.*

L'intero problema è trattato come un'entità monolitica, indivisibile, e tutti i componenti sono aggiornati simultaneamente. Tutti i sistemi coinvolti sono trattati con le stesse tecniche numeriche.

- *Partition treatment.*

I modelli di campo sono trattati come entità isolate nello spazio e nel tempo. Gli effetti di interazione sono visti come forzati, e sono scambiati tra i vari componenti usando tecniche di predizione, sostituzione e sincronizzazione.

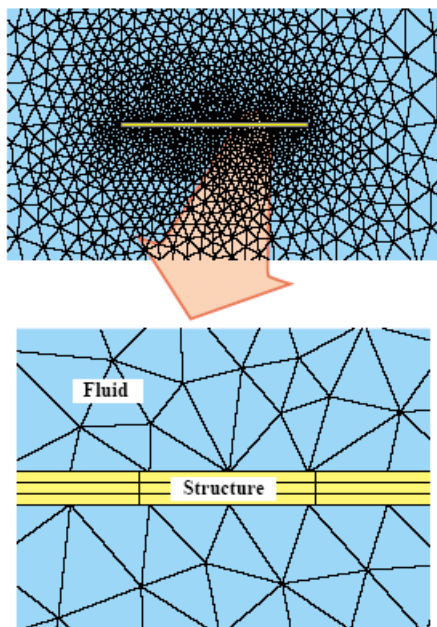


Figura 4.4: Differential partitioning.

L'eliminazione di campi è limitata a particolari problemi lineari che permettono il disaccoppiamento; porta spesso a sistemi di equazioni differenziali nel tempo di ordine più alto rispetto a quelle di partenza, o a convoluzioni temporali che possono essere fonte di difficoltà numeriche. Al contrario, sia il monolitico che il partizionato possono essere usati in qualsiasi situazione, ma la loro superiorità è strettamente dipendente dalla fisica delle simulazioni.

4.2 Modellazione del flusso nelle turbomacchine

La maggior parte dei flussi che interessano l'aeroelasticità nelle turbomacchine è periodica nel tempo, e per molti di questi la fluttuazione del campo di moto è relativamente piccola. Con questa premessa il flusso può essere scomposto in due parti: una media non lineare e una piccola perturbazione dinamicamente lineare. In generale, il flusso stazionario viene descritto da un gruppo di equazioni differenziali alle derivate parziali non lineari, mentre la perturbazione viene modellizzata con una serie di equazioni differenziali alle derivate parziali a coefficienti lineari, che risultano essere iperboliche nel tempo. Senza perdere di accuratezza e sapendo che il flusso non stazionario è periodico nel tempo, si può pensare di esprimere quest'ultimo con una serie temporale di Fourier a coefficienti variabili nello spazio. Ognuno di questi è descritto da una serie di equazioni differenziali alle derivate parziali in cui il tempo non compare esplicitamente, perciò vengono definite *time-linearized*.

Lavorare nel dominio della frequenza ha alcuni vantaggi rispetto al dominio temporale:

1. si ha una maggior efficienza computazionale;
2. alcune parti dei problemi di flussi non stazionari, come la descrizione delle onde vorticali e acustiche, sono semplificate

Nel caso in cui la non stazionarietà sia considerevole, le equazioni linearizzate non sono valide e si devono utilizzare le cosiddette *harmonic balance technique*. L'aeroelasticità, coinvolgendo grandi deformazioni, necessita dell'uso di queste ultime per la risoluzione del campo fluido¹.

Si riportano entrambi i metodi citati.

Linearizzazione delle equazioni

Si considerino le equazioni di Eulero bidimensionali:

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{\mathbf{F}}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{\mathbf{G}}}{\partial y} = 0 \quad (4.1)$$

dove $\hat{\mathbf{U}}$ è il vettore delle variabili conservative, mentre $\hat{\mathbf{F}}$ e $\hat{\mathbf{G}}$ sono i vettori di flusso; la loro forma è riportata in (4.2)

$$\hat{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \hat{\rho} \\ \hat{\rho}\hat{u} \\ \hat{\rho}\hat{v} \\ \hat{e} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \hat{\rho}\hat{u} \\ \hat{\rho}\hat{u}^2 + \hat{p} \\ \hat{\rho}\hat{u}\hat{v} \\ \hat{\rho}\hat{u}\hat{h}_0 \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{G}} = \begin{bmatrix} \hat{\rho}\hat{v} \\ \hat{\rho}\hat{u}\hat{v} \\ \hat{\rho}\hat{v}^2 + \hat{p} \\ \hat{\rho}\hat{v}\hat{h}_0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

con $\hat{\rho}$ stante la densità, \hat{u} e \hat{v} le componenti x e y della velocità, \hat{p} la pressione statica, \hat{e} l'energia totale interna e \hat{h}_0 l'entalpia totale.

Si assume che il flusso derivi dalla composizione di un flusso medio e di una perturbazione non stazionaria armonica nel tempo, per cui

$$\hat{\mathbf{U}}(x, y, t) = \mathbf{U}(x, y) + \mathbf{u}(x, y)e^{j\omega t} \quad (4.3)$$

dove l'ampiezza di perturbazione $\mathbf{u}(x, y)$ è piccola rispetto al flusso medio $\mathbf{U}(x, y)$, e ω è la frequenza di non-stazionarietà. Sostituendo la (4.3) nella (4.1), si ottiene una risposta armonica. I termini di ordine zero, ovvero quelli costanti, rappresentano le equazioni di Eulero stazionarie, risolvibili con le classiche tecniche di fluidodinamica computazionale.

¹Il campo strutturale, basandosi sugli elementi finiti, è meno difficoltoso da risolvere.

I termini del primo ordine porgono le equazioni di Eulero linearizzate:

$$j\omega \mathbf{u} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} \mathbf{u} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{U}} \mathbf{u} \right) = 0 \quad (4.4)$$

in cui le derivate parziali rispetto ad \mathbf{U} sono gli Jacobiani del flusso stazionario. Queste equazioni sono risolte sotto appropriate condizioni al contorno:

- *upwash* sulla superficie della pala,
- *far-field*,
- *periodiche*

che permettono di ridurre il dominio computazionale ad un singolo canale.

I codici di calcolo sviluppati sono stati molteplici e sono tutt'ora oggetto di studio; si faccia riferimento, ad esempio, a [34], [35].

Harmonic Balance Method

I metodi di analisi in frequenza dei flussi non lineari sono stati sviluppati da diversi ricercatori. Pur differendo per alcuni dettagli, essi si basano sul metodo dell'*equilibrio armonico*, usato per calcolare la soluzione stazionaria di equazioni differenziali non-lineari. Per motivare lo sviluppo di tale metodo e per semplicità, nell'articolo [33] si assume il flusso che attraversa la schiera sia bidimensionale, aviscoso, che non conduca calore e con calori specifici costanti. Quindi può essere modellato con le equazioni di Eulero (4.1).

Si considerano flussi non stazionari che sono temporalmente e spazialmente periodici; in particolare, la periodicità nel tempo richiede che

$$\mathbf{U}(x, y, t) = \mathbf{U}(x, y, t + T) \quad (4.5)$$

dove T è il periodo. Allo stesso modo, per problemi fluidodinamici generati dalla vibrazione dei profili con IBPA fissi o colpiti da raffiche (*gust*) spazialmente periodici, è formulabile la periodicità nello spazio:

$$\mathbf{U}(x, y + G, t) = \mathbf{U}(x, y, t + \Delta T) \quad (4.6)$$

dove G è il gap tra due pale contigue e ΔT è lo sfasamento associato a quello dell'IBPA. Come esempio, si consideri una schiera di profili dove la sorgente dell'eccitazione aerodinamica è la vibrazione delle pale con IBPA e frequenza dati; si ha allora che $T = 2\pi/\omega$ e $\Delta T = IBPA/\omega$.

Dato che il flusso è periodico nel tempo, le sue variabili possono essere rappresentate da una serie di Fourier, i cui coefficienti variano in x , y e t . Per esempio, le variabili di conservazione si possono esprimere come

$$\rho(x, y, t) = \sum_n R_n(x, y) e^{j\omega n t} \quad (4.7)$$

$$\rho u(x, y, t) = \sum_n U_n(x, y) e^{j\omega n t} \quad (4.8)$$

$$\rho v(x, y, t) = \sum_n V_n(x, y) e^{j\omega n t} \quad (4.9)$$

$$\rho e(x, y, t) = \sum_n E_n(x, y) e^{j\omega n t} \quad (4.10)$$

dove teoricamente le sommatorie coinvolgono tutti i numeri interi, ma nella pratica si troncano a $-N \leq n \leq N$ con $N \in \mathbb{N}$.

Sostituendo le (4.7) in (4.1), e raggruppando i termini in frequenza, questi devono svanire con l'uso di un approccio all'equilibrio armonico. L'equazione finale è

$$\frac{\partial \tilde{F}(\tilde{\mathbf{U}})}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{G}(\tilde{\mathbf{U}})}{\partial y} + \tilde{S}(\tilde{\mathbf{U}}) = 0 \quad (4.11)$$

dove

$$\tilde{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix} R_0 \\ U_0 \\ V_0 \\ E_0 \\ R_{+1} \\ U_{+1} \\ V_{+1} \\ E_{+1} \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} 0 \cdot R_0 \\ 0 \cdot U_0 \\ 0 \cdot V_0 \\ 0 \cdot E_0 \\ +1 \cdot R_{+1} \\ +1 \cdot U_{+1} \\ +1 \cdot V_{+1} \\ +1 \cdot E_{+1} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

I vettori \tilde{F} e \tilde{G} sono di gran lunga più complessi, ma possono essere scritti come funzioni non lineari del vettore dei coefficienti di Fourier delle variabili conservative $\tilde{\mathbf{U}}$.

Infine, si noti che le variabili conservative sono quantità reali, per cui

$$U_{-n} = \bar{U}_n \quad (4.13)$$

con \bar{U}_n è il complesso coniugato di U_n , quindi è possibile immagazzinare solo i coefficienti di Fourier per i valori non negativi di n .

L'elaborazione computazionale dei flussi armonici è difficile e dispendiosa in termini di risorse, in quanto si devono svolgere un numero di operazioni dell'ordine di N^3 (numero di

armoniche). Inoltre questo approccio non è immediatamente utilizzabile con flussi viscosi poiché i modelli di turbolenza non possono essere ricondotti a semplici forme algebriche.

Cercando di risolvere questi problemi, si nota che si possono ricostruire i coefficienti di Fourier delle variabili conservative $\tilde{\mathbf{U}}$ e dei vettori di flusso $\tilde{\mathbf{F}}$ e $\tilde{\mathbf{G}}$ in maniera alternativa, sfruttando la conoscenza del comportamento nel tempo di \mathbf{U} , \mathbf{F} e \mathbf{G} in $2N + 1$ punti equispaziati in un periodo; in altre parole

$$\tilde{\mathbf{U}} = \mathbf{E}\mathbf{U}^* \quad (4.14)$$

dove \mathbf{U}^* è il vettore delle variabili conservative dei punti suddetti, e \mathbf{E} è l'operatore matriciale di trasformazione di Fourier, invertibile. Un'espressione simile può essere scritta per i vettori di flusso.

La sostituzione della (4.14) nelle (4.7) porge

$$\frac{\partial \mathbf{E}\mathbf{F}^*}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{E}\mathbf{G}^*}{\partial y} + j\omega \mathbf{N}\mathbf{E}\mathbf{U}^* = 0 \quad (4.15)$$

in cui \mathbf{N} è una matrice diagonale con n nella posizione corrispondente all'ennesima armonica. Premoltiplicando la (4.15) per \mathbf{E}^{-1} si ottiene

$$\frac{\partial \mathbf{F}^*}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial y} + \mathbf{S}^* = 0 \quad (4.16)$$

dove

$$\mathbf{S}^* = j\omega \mathbf{E}^{-1} \mathbf{N}\mathbf{E}\mathbf{U}^* \approx \frac{\partial \mathbf{U}^*}{\partial t} \quad (4.17)$$

Il vantaggio dell'equazione (4.16) è che i flussi ora sono molto più facili da computare.

Per risolvere le equazioni dell'equilibrio armonico, si introduce un termine di "pseudo-tempo" per cui esse possono essere ricondotte alla condizione stazionaria usando uno schema computazionale convenzionale. Prendendo come esempio le equazioni di Eulero nella forma *harmonic balance*, si ha

$$\frac{\partial \mathbf{U}^*}{\partial \tau} + \frac{\partial \mathbf{F}^*}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial y} + \mathbf{S}^* = 0 \quad (4.18)$$

con τ tempo fittizio. Le (4.18) sono simili nella forma alle equazioni di Eulero originali, nel dominio del tempo, ma si usa l'operatore spettrale per computare \mathbf{S}^* . Questo operatore richiede un numero di operazioni da eseguire dell'ordine di N^2 . Comunque il calcolo dei termini del vettore di flusso è molto semplificato, poiché richiede N operazioni.

Capitolo 5

Standard Configurations for Unsteady Flow Through Vibrating Axial-Flow Turbomachine-Cascades

La concordanza fra le predizioni numeriche e i dati sperimentali per i fenomeni aeroelastici che interessano le turbomacchine può essere molto buona come pessima, in relazione a fattori come la geometria e le condizioni di flusso, ma anche la procedura sperimentale e i metodi numerici implementati. Generalmente si può concludere che le prove sperimentali di flussi a basso numero di Mach ($Ma \leq 0,3$) si discostano in maniera accettabile dalle analisi al calcolatore; altrettanto non si può affermare per condizioni di flusso transoniche e funzionamenti fuori progetto delle macchine, per cui si rilevano discrepanze importanti. Tuttavia fino agli anni '80 non vi era una visione condivisa su come trattare il flutter.

Negli anni '80 si è sentita la necessità di uniformare le conoscenze in questo campo e rendere pubblici dati sperimentali con cui poi valutare i modelli numerici creati. L'idea ha preso forma nei simposi "Aeroelasticity in Turbomachines" (1976, 1980, 1984, 1987, 1989, 1991), in cui è stato definito lo stato dell'arte dei modelli di predizione, delle strutture sperimentali e dei relativi metodi di raccolta dei dati. Nel 1986 A. Bölcs e T. H. Fransson pubblicarono i due volumi "Aeroelasticity in Turbomachines - Comparison of experimental and theoretical results" ([2], [3]), in cui sono raccolte le dieci configurazioni che compongono la "Standard Configurations for Unsteady Flow Through Vibrating Axial-Flow Turbomachine-Cascades" (STCF) insieme ad alcune precisazioni sugli strumenti teorici per la trattazione dei dati sperimentali. In ordine vi sono:

1. schiera di un compressore in condizioni di flusso subsonico, comprende al suo interno quindici casi, il profilo appartiene alla serie NACA 65;

2. seconda schiera di un compressore in condizioni di flusso subsonico, il fluido utilizzato in questi test è acqua;
3. prima turbina anulare in condizioni di flusso transonico, il fluido utilizzato è il freon;
4. turbina anulare, in condizioni di flusso subsonico, transonico e supersonico;
5. schiera rettilinea con profilo per compressore in condizioni di alto flusso subsonico o in condizioni di stallo;
6. turbina anulare in condizioni di flusso transonico, per lo studio dei fenomeni relegati al tip palare;
7. schiera di una turboventola di un turboreattore, a profilo a doppio arco di cerchio in regime supersonico;
8. schiera palare costituita da lamiere piane, in regime subsonico e supersonico, contiene cinquantaquattro casi al suo interno;
9. profilo a doppio arco di cerchio a flusso subsonico e supersonico, comprende gli effetti dello spessore e della curvatura, è l'estensione della precedente;
10. schiere di compressori con profilo NACA 0006 modificato, in regime subsonico e transonico.

Nel 1991 seguì un aggiornamento dei dieci casi e ne venne aggiunto un undicesimo, che è l'oggetto delle analisi di questa tesi.

5.1 STCF 11

La STCF 11 riassume i dati raccolti su una geometria di turbina di bassa pressione in condizioni subsoniche e transoniche fuori progetto, in cui si presenta una bolla di separazione al 30% della corda sul suction side. Il flusso che lambisce le 20 palette della schiera anulare è aria, le cui caratteristiche a monte e a valle sono misurate da sonde distanti rispettivamente 18 mm e 35 mm dalla sezione di prova.

Viene fornita la geometria bidimensionale della sezione al midspan, riportata in figura 5.1.

Essa è caratterizzata dai seguenti dati:

- span: 40 mm
- corda: 77,8 mm

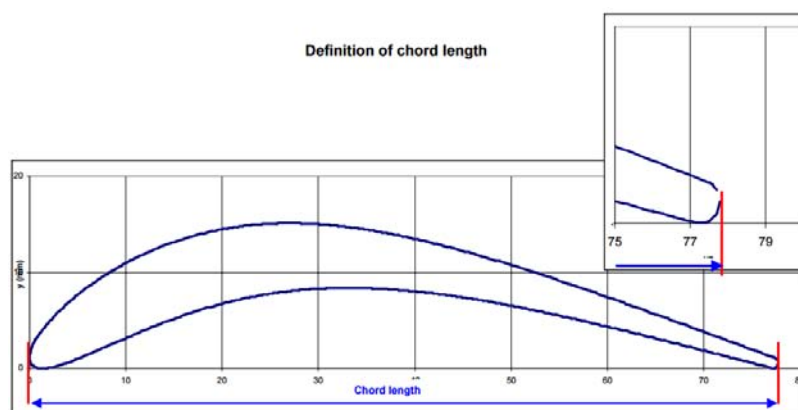


Figura 5.1: Geometria della sezione al midspan.

- angolo di calettamento: $-40,85^\circ$
- passo al midspan: 56,55 mm

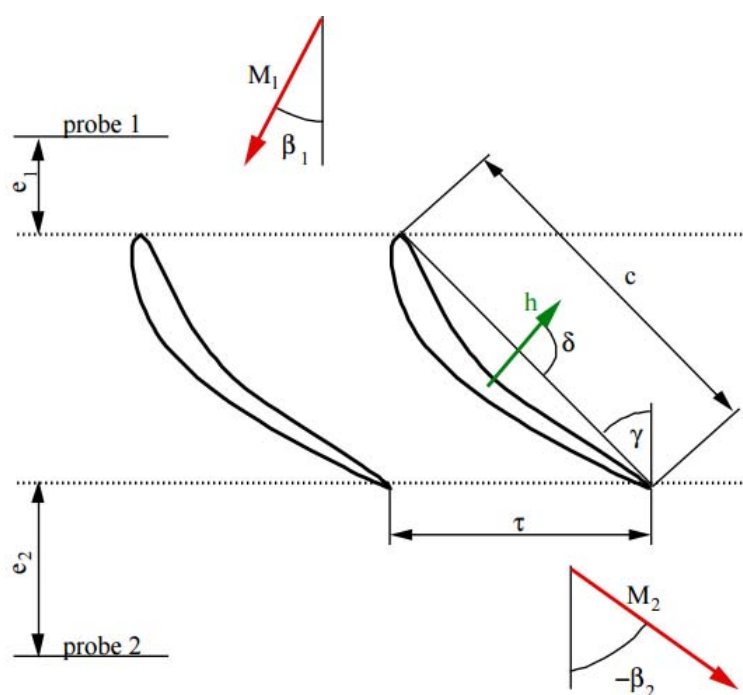


Figura 5.2: Caratteristiche geometriche della schiera [19].

Il modo di vibrare analizzato è il primo flessionale con direzione di 90° rispetto alla direzione della corda, come di vede nella figura 5.2, con frequenza ed ampiezza variabili dal caso subsonico a quello supersonico.

Gli esperimenti sono stati eseguiti nel 1991 e avevano lo scopo originario di descrivere il comportamento al diametro medio di una turbina di bassa pressione in presenza dello shock flutter, per cui sfortunatamente è stato registrato lo spostamento solo in quella posizione, non prevedendo che per calcoli futuri potessero servire i dati 3D. Nel 2001 M. Jöcker ha

quindi redatto un documento [19] in cui cerca di ricostruire la geometria tridimensionale e gli spostamenti imposti alle pale, basandosi sui documenti di progetto e di descrizione dei meccanismi di eccitazione. L'autore afferma che possono esistere errori nella cinematica palare proposta perché l'esatto disegno delle sospensioni¹, in particolare le specifiche delle molle, non è più disponibile.

Inoltre Jöcker chiarisce che la pala è soggetta ad uno spostamento statico causato dal carico aerodinamico che si sviluppa durante gli esperimenti; esso non è stato stimato nel documento ed è stato tralasciato anche nelle computazioni del 1991, ma una sua influenza sulla distribuzione delle pressioni sulla superficie palare è possibile per piccole variazioni delle condizioni di flusso.

Geometria tridimensionale

La geometria tridimensionale della pala utilizzata nella schiera anulare può essere ottenuta impilando il profilo 2D fornito nel file *STCF11.geo.dat* sul raggio passante per il centro di massa (figure 5.3 e 5.4). Il tip gap, lo spazio che intercorre tra il tip e la corona, è di 0,8 mm in accordo coi disegni del modello.

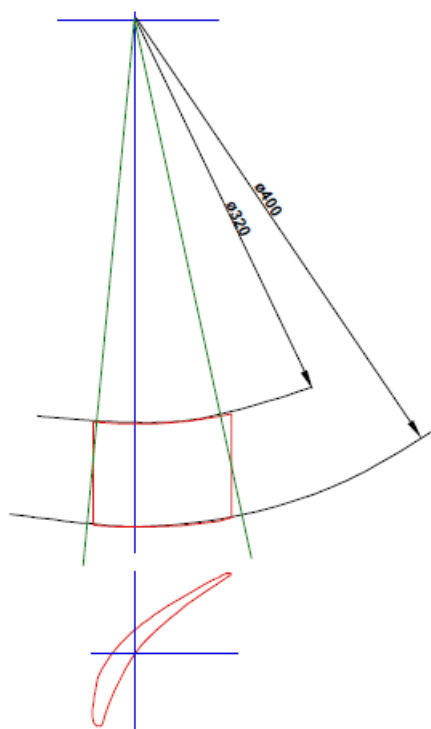


Figura 5.3: Impilamento dei profili [19].

¹Tutti i dettagli dell'apparato sperimentale verranno chiariti nel paragrafo 5.2.

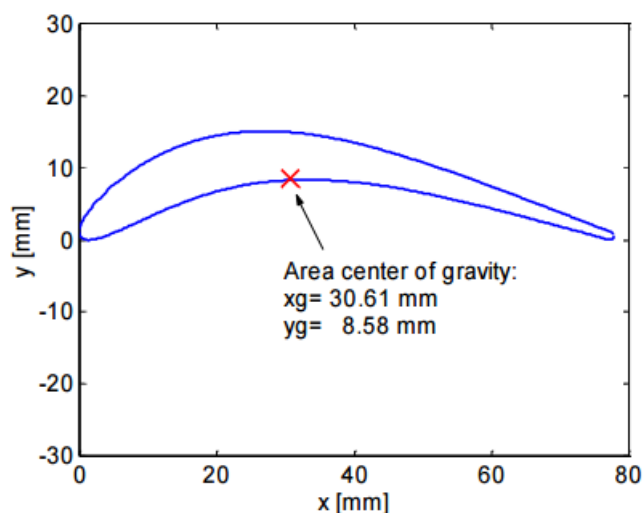


Figura 5.4: Centro di massa del profilo [19].

Stima dello spostamento 3D

La figura 5.5 schematizza il dettaglio della sospensione su cui viene montata la pala, con le misure che sono oggetto della schematizzazione operata.

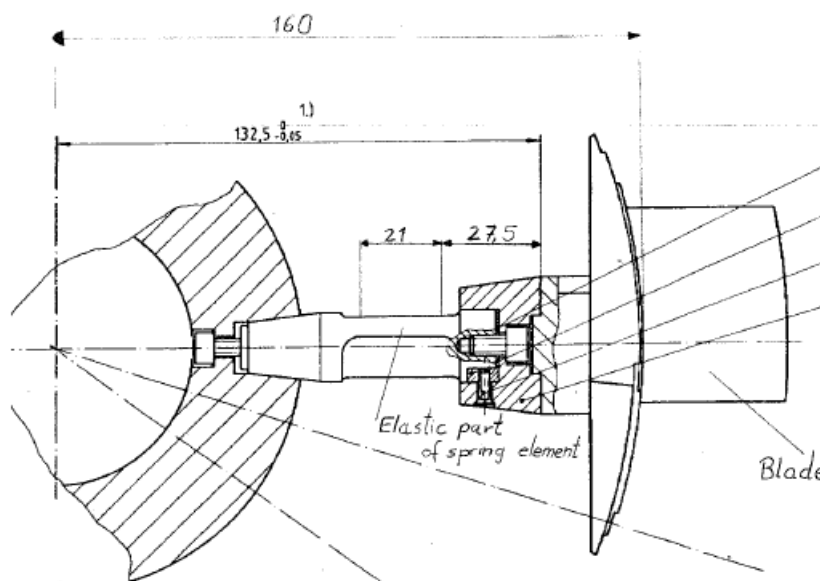


Fig. 3: Blade suspension design (LTT/EPFL, 1985)

Figura 5.5: Design delle sospensioni (LTT/EPFL, 1985) [19].

Nella figura 5.6 è rappresentato il modello utilizzato da Jöcker per stimare gli spostamenti. Non sono noti né il carico esatto (F_0 , M_0 e quello palare) né l'esatta geometria della molla, di lunghezza l_0 , altezza h_0 e spessore b . È conosciuta solo l'ampiezza del primo modo di vibrare al diametro medio δ_{mid} .

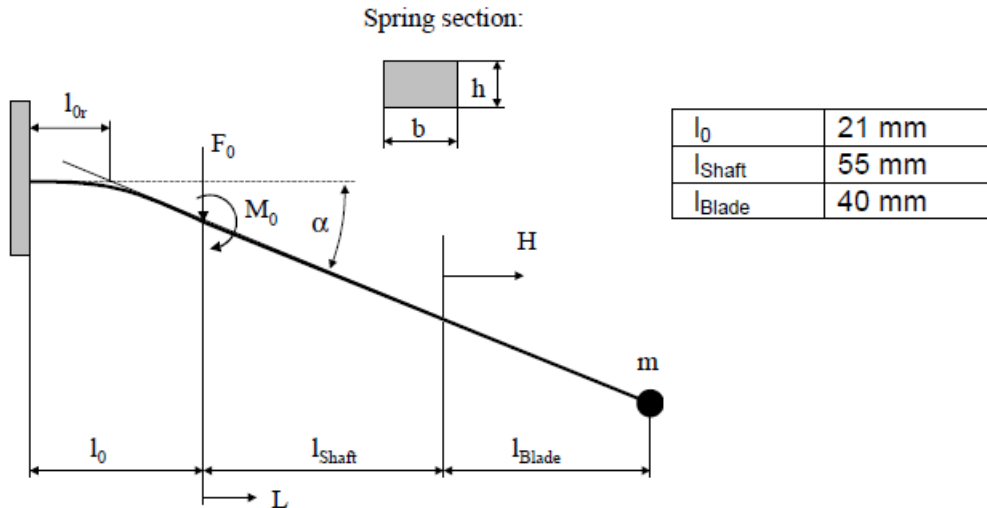


Figura 5.6: Modello della sospensione e della pala per la stima dello spostamento [19].

Sono stati presentati tre modelli di spostamento diversi:

1. *Modello a flessione*: l'ampiezza dello spostamento è dovuta all'azione della forza statica F_0 , il momento è dovuto alle masse e lo spostamento statico è trascurato.

$$\delta = \frac{F_0}{c_F} + \alpha_F L \quad (5.1)$$

Dallo spostamento noto al mid span si stima la costante F_0/c_F ; la relazione è di tipo lineare.

2. *Modello a rotazione*: l'ampiezza della vibrazione è modellata con una rotazione pura attorno ad un punto che dista l_{0r} dal supporto fisso.

La linearità è garantita dall'assunzione di un asse fittizio di rotazione in un punto della molla non deformata. Da report non pubblici a cura di P. Ott si evince che l'intervallo di validità è:

$$l_0/3 < l_{0r} < l_0/2 \quad (5.2)$$

Un centro di rotazione situato a $l_{0r}=10$ mm sembra dare una buona approssimazione, conducendo alla seguente relazione lineare fra lo span H e l'ampiezza normalizzata h/c :

$$\frac{h}{c} = \alpha(L + l_0 - l_{0r}) = \frac{(h/c)_{\text{mid}}}{H_{\text{mid}} + l_{\text{shaft}} + l_0 - l_{0r}} \cdot (H + l_{\text{shaft}} + l_0 - l_{0r}) \quad (5.3)$$

3. *Modello con forza*: l'ampiezza della vibrazione è modellata assumendo alcuni dati geometrici e meccanici del sistema, e supponendo che venga applicata una forza statica che genera uno spostamento pari a quello sperimentale al diametro medio.

Si assumono i seguenti dati: $b = 19$ mm, $h = 5$ mm, $l_0 = 21$ mm, $E = 219000$ N/mm², $m = 500$ g. Viene indotto un momento dalla forza peso esercitata dalla massa della pala concentrata al tip, e lo spostamento noto viene raggiunto tramite l'ausilio di una forza F_0 (figura 5.6).

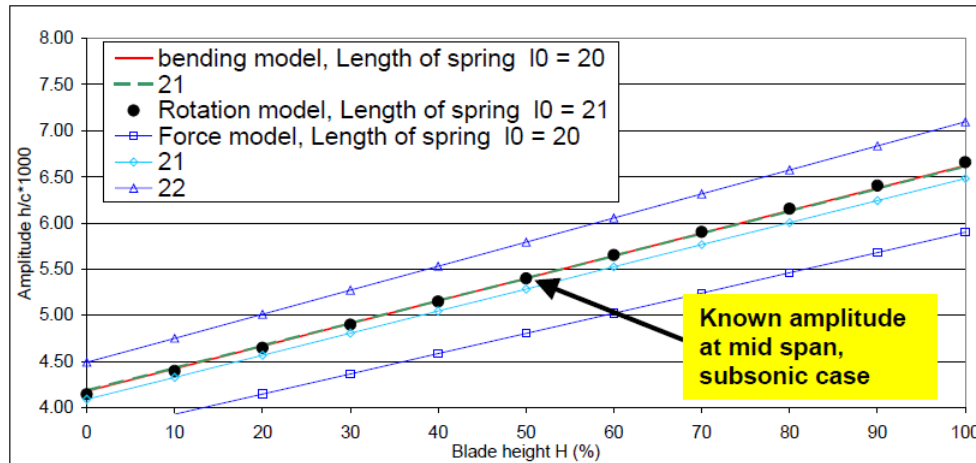


Figura 5.7: Confronto fra i vari modelli per stimare l'ampiezza delle vibrazioni in relazione all'altezza palare, caso subsonico [19].

I tre approcci sono messi a confronto nella figura 5.7. Da essa si evince che il "modello a rotazione" con l'asse situato a $l_{0r} = 10$ mm dà una buona stima della distribuzione radiale dell'ampiezza, quindi è stato proposto questo per modellare le vibrazioni tridimensionali e i valori ottenuti sono i seguenti:

Cases 101-119 (subsonic):

Blade Height H (%)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
h/c*1000	4.14	4.40	4.65	4.90	5.15	5.40	5.65	5.90	6.15	6.40	6.66

Figura 5.8: Tabella contenente i valori dello spostamento al variare dell'altezza [19].

5.2 Galleria anulare EPFL

Le indagini aeroelastiche sono state svolte nella galleria anulare non rotante dell'École polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL). In essa la schiera di pale è disposta nella corona circolare di 40 mm ($R_{max} = 200$ mm e $R_{min} = 160$ mm in modo da simulare meglio le condizioni di periodicità del flusso di un rotore, e nel caso specifico sono presenti le seguenti caratteristiche:

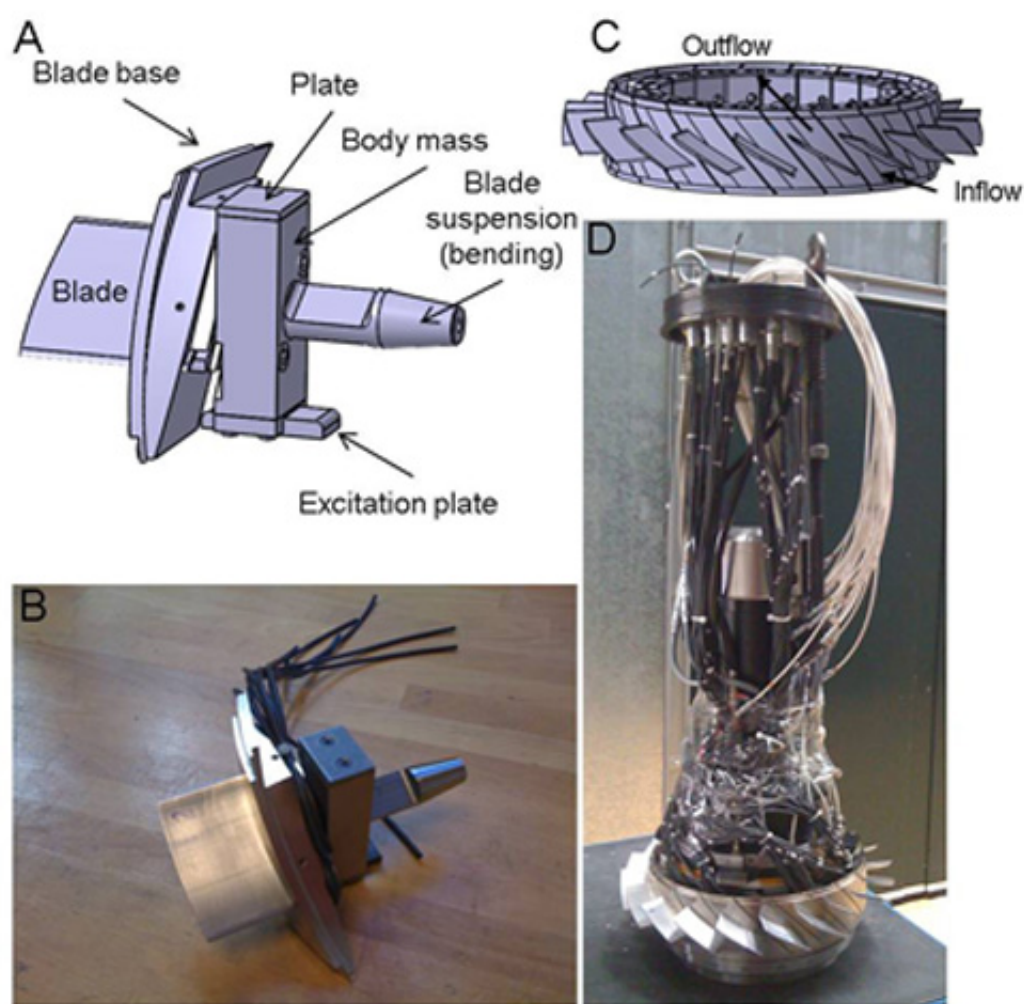


Figura 5.10: A) Rappresentazione CAD del sistema vibratorio, con gli elementi indicati singolarmente. B) Sistema vibratorio, equipaggiato con sonde per la rilevazione della pressione statica sulle facce della pala. C) Modello CAD dell'intera schiera, con palette di compressore. D) Modello completo della schiera di compressore, pronto per le misurazioni di un test del progetto FUTURE (source: EU-FUTURE Project) [41].

Il sistema di vibrazione può solo eccitare le pale, non ha proprietà di smorzamento. Per bloccare le pale durante gli esperimenti in regime stazionario si utilizza un freno idraulico che agisce sull'elemento massivo, il quale inoltre è in grado di limitare l'ampiezza delle vibrazioni durante le misurazioni non-stazionarie a flutter, evitando così possibili danni alla schiera. La parete che funge da cassa è dotata di 16 rilevatori di pressione distribuiti assialmente in prossimità dei tip, i quali permettono la mappatura del campo in questa zona.

Le superfici delle pale in schiera, invece, sono equipaggiate con misuratori di pressione statica utilizzati sia nei rilevamenti stazionari che non-stazionari e individuati basandosi sulla corda dei profili. La risoluzione delle onde d'urto in condizioni di flusso transonico è migliorata tramite l'infittimento delle sonde nella zona di shock. Di solito si equipaggia

più di una pala con questi strumenti.

Nelle misurazioni non-stazionarie si usano due tipi diversi di trasduttori di pressione:

- i trasduttori cilindrici KULITE XCQ-062 sono annegati nel profilo della pala, e connessi alle sonde di superficie;
- i trasduttori KULITE LQ 1-062-25A sono montati direttamente sulla superficie; a differenza dei primi, questi possono essere posizionati più vicini tra loro e al *trailing edge*, ma presentano lo svantaggio di alterare la continuità superficiale.

Il segnale elettrico del trasduttore è amplificato, filtrato e digitalizzato. Il sistema di acquisizione permette di raccogliere campioni ad una frequenza di 180000 Hz e di immagazzinarli in 64 canali.

Ci si focalizza sui dati che vengono raccolti e poi messi a disposizione degli utenti, che sono tipicamente le condizioni del flusso all'ingresso e all'uscita della schiera e le distribuzioni di pressione sui profili.

Le condizioni di un campo di moto stazionario sono registrate da 5 sonde come schematizzato nella figura 5.2, posizionate a monte e a valle della sezione di prova. Dopo la calibrazione, le pressioni misurate permettono di determinare le pressioni totali p_{t1} e p_{t2} , le pressioni statiche p_1 e p_2 , i numeri di Mach Ma_1 e Ma_2 e gli angoli di flusso 1 e 2 (con 1 ci si riferisce all'inlet, mentre con 2 all'outlet). Il flusso è mappato anche nelle direzioni radiale e circonferenziale.

La distribuzione delle pressioni statiche è misurata a determinati span palari, tipicamente il 20% (vicino alla cassa), il 50% (mid-span) e il 90% (vicino all'area di trafilamento al tip). In questo modo si riesce a tenere conto anche degli effetti 3D del flusso.

Le misurazioni non-stazionarie delle pressioni sono effettuate con una pala vibrante alla volta o in modalità "*travelling wave*" (tutte le pale vibrano con una determinata ampiezza e un IBPA). La loro stima è molto importante perché dà modo di conoscere le forze agenti sulla pala nel tempo e, di conseguenza, il lavoro palare nel periodo, fondamentale per capire se si opera in instabilità o meno.

Capitolo 6

Analisi numeriche

In questo capitolo viene presentata la metodologia con cui si sono impostate le simulazioni, in particolare gli step eseguiti per arrivare alla modellazione del problema completo di interazione fluido-struttura. In breve, si hanno:

1. la creazione del modello geometrico;
2. l'elaborazione della mesh;
3. la simulazione stazionaria;
4. la simulazione tempo-variante unidirezionali (FSI one-way);
5. la simulazione tempo-variante bidirezionali (FSI two-way).

Il procedimento prevede l'utilizzo di un'*unica* griglia di calcolo che deve essere validata seguendo i passi appena enunciati. Essa non può essere cambiata nel mentre perché verrebbe a mancare il concetto di validazione.

6.1 Creazione del modello geometrico

In questa sezione viene descritta la metodologia di ricostruzione della pala tridimensionale, anticipata nel paragrafo 5.1.

Il file `STCF11.geo.dat` contiene 611 punti stanti sul piano $x - y$ (figura 6.1) che ben descrivono la forma, in particolar modo il leading edge e il trailing edge. Se essi fossero risultati insufficienti, si sarebbe proceduto all'infittimento della loro distribuzione tramite uno script Matlab di ricostruzione, basato sulle curve di Bézier.

Una volta appurato ciò, la geometria viene importata in SolidWorks:

Funzioni>Curve>Curva attraverso punti XYZ

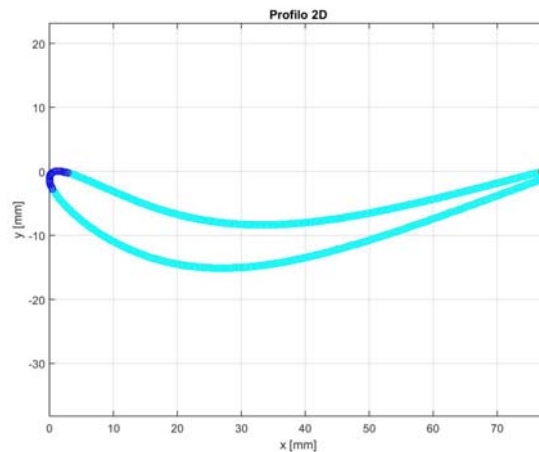


Figura 6.1: Profilo 2D dal file *STCF11.geo.dat*.

e si avvolge su una superficie cilindrica con asse coincidente con l'asse x e raggio pari a 180 mm: si ottiene la superficie al midspan della pala. Questa viene poi estrusa in direzione verticale (z) nei due versi per più di 20 mm, nonostante l'altezza totale debba risultare 40 mm, poiché la pala deve essere prismatica. Per ottenere lo span desiderato, infine, si disegnano due cilindri con asse coincidente con l'asse x e raggio rispettivamente di 160 mm e 200 mm che vengono messi in relazione con la pala tramite la funzione *Abbina*:

Inserisci >Funzioni>Abbina>Comune per $R=200$

Inserisci >Funzioni>Abbina>Sottrarre per $R=160$

Le superfici di mozzo e cassa risultano appartenenti a superfici di rivoluzione. Creando una corona di spessore 10 mm e utilizzando il comando *Ripetizione circolare*, si ottiene il rotore completo di figura 6.2. Le distanze di inizio e fine del mozzo sono le grandezze $e1$ ed $e2$ già viste in precedenza.

Al fine di una corretta importazione della geometria in altri software utilizzati, si definisce un canale interpolare nella seguente maniera:

1. si traccia una *Polilinea di superficie* sul mozzo, della forma desiderata;
2. si disegna un raggio per ogni punto di controllo e lo si copia ruotato di 18° ;
3. si traccia un'altra *Polilinea di superficie* passante per i punti appena trovati;
4. si usa il comando *Loft* per unire le superfici di inizio e fine del mozzo, usando come curve guida le polilinee.

Il risultato finale è riportato in figura 6.3

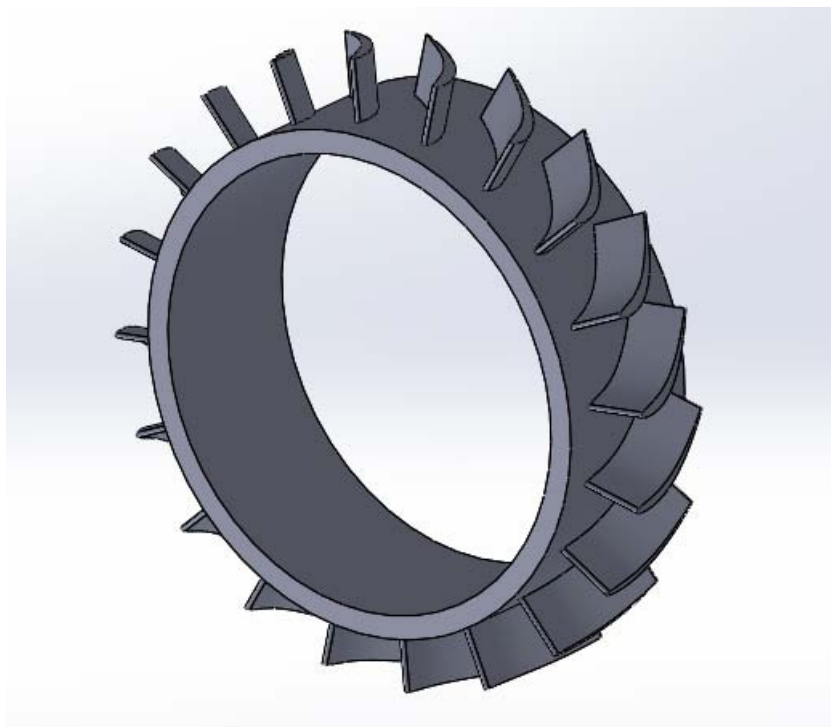


Figura 6.2: Rotore completo.

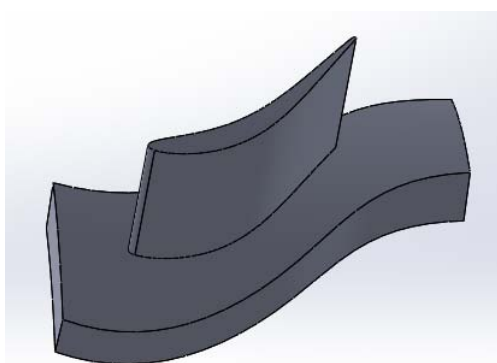


Figura 6.3: Singolo canale palare.

Da SolidWorks viene esportato in formato *IGES* o *Step* per essere poi importato nei successivi ambienti di simulazione, avendo cura di controllare sempre le unità di misura per evitare errori.

Il traferro di 0.8 mm viene modellato nelle fasi successive del lavoro.

Se si fosse usato un software non specifico per le turbomacchine nella creazione della mesh, si sarebbe dovuto modellare anche il dominio fluido che simula il canale palare.

6.2 Griglia computazionale

Per la creazione della griglia computazionale del campo fluido, la mesh, si è utilizzato il software Turbogrid, appartenente alla suite ANSYS® e specifico per le turbomacchine. Dato che questo ha bisogno di file *BladeGen*¹ o *.curve* in input, si è elaborata la seguente procedura per poter caricare la geometria della pala.

6.2.1 Design Modeler

In ANSYS Workbench viene scelto DesignModeler (sotto Geometry) tra i vari Toolbox presenti, ed in esso viene caricato il file *IGES* esportato da SolidWorks. Le operazioni che verranno elencate in seguito sono state fatte perché la pala deve rispettare alcune condizioni, al fine della buona riuscita della creazione dei file *.curve*:

- l'asse globale Z deve andare dall'inlet all'outlet, e deve essere l'asse di rotazione della macchina;
- l'asse globale X deve essere parallelo all'altezza della pala;
- il corpo pala non deve intersecare globale x .

Premesso ciò, si è ruotata e traslata la pala di conseguenza. Si è poi definito un nuovo sistema di coordinate, che nella figura 6.4 è chiamato *Plane4*, che ha come piano base il piano ZX , su cui è stato disegnato un rettangolo suddiviso in 4 sketch, stante a rappresentare inlet, outlet, hub e shroud; i 4 segmenti vengono regolati nelle dimensioni in modo da delineare le fattezze del campo fluido. Dato che in Turbogrid è possibile inserire il traferro, l'altezza $V2$ viene maggiorata di esso (0.8 mm), altrimenti la pala risulterebbe accorciata rispetto alle misure.

Ora ci sono operazioni che coinvolgono *BladeModeler*, un'estensione attivabile in Workbench>Tools>License Preferences>Geometry>ANSYS BladeModeler da porre in testa alla lista. Viene definito il *FlowPath* tramite l'impostazione del senso di rotazione della macchina e dei contour di hub, shroud, inlet e outlet; questi ultimi vengono definiti dai 4 sketch preparati, avendo cura di assegnarli correttamente. Quindi si aggiorna la pagina e, se tutto è conforme, compare la possibilità di aggiungere altri layer, oltre quelli di mozzo e cassa. Cliccando col tasto destro del mouse su di essi, ne sono stati aggiunti altri 3, per un totale di 5.

A questo punto si procede all'esportazione delle curve con il comando *ExportPoints*, che richiede di specificare il FlowPath, il numero delle pale del rotore e quante ne rappresenta

¹Toolbox di ANSYS® per creare pale di rotor, dati alcuni input geometrici di determinate sezioni.

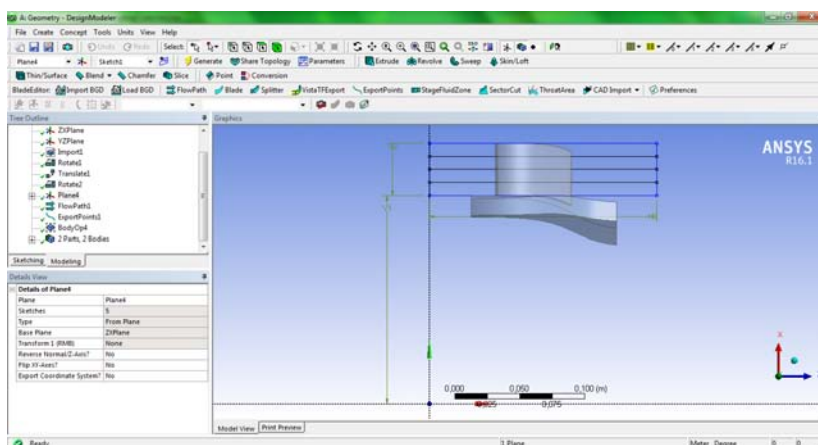


Figura 6.4: Schermata di DesignModeler.

il modello geometrico; si è notato che la corretta creazione dei punti avviene quando il valore del parametro *Hub/Shroud Offset %* è diverso da 0, e si è scelto 0,5.

Se tutte le spunte accanto ai comandi sono verdi, come nella figura 6.4, si può passare a definire la mesh in Turbogrid collegando il blocco della geometria con l'apposito blocco del programma (figura 6.5).

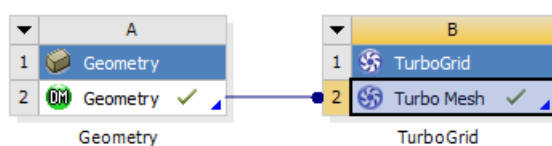


Figura 6.5: Collegamento fra DesignModeler e Turbogrid in Workbench.

6.2.2 Turbogrid

In Turbogrid la pala ha l'aspetto rappresentato nella figura 6.6.

Innanzitutto viene inserito il traferro palare, considerato costante, poi si impostano i parametri che controllano la generazione della griglia. Le mesh create sono state molteplici poiché il problema tempo-variante ha richiesto particolari specifiche che verranno discusse nella sezione 6.4.2. Si riportano le impostazioni che hanno originato quella più aderente alle richieste del modello di turbolenza $k - \omega SST$ e quella che poi è risultata adatta alle verifiche a flutter.

Per la creazione della prima (figure 6.7 e 6.8), di 1573695 elementi, sono stati inseriti i seguenti valori:

Topology Set > ATM Optimized > Automatic

Global Size Factor = 1.3

Boundary Layer Refinement Control > First Element Offset = 0.003 mm

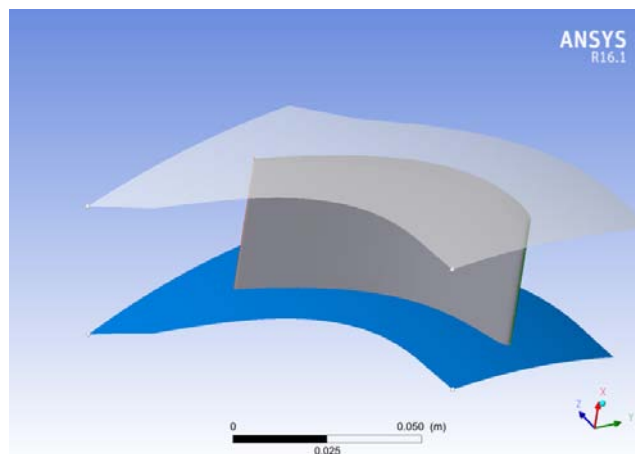


Figura 6.6: Pala in Turbogrid.

Spanwise Blade Distribution Parameters>Proportional>Factor = 1.5

Per la seconda (figure 6.9 e 6.10), composta da 282856 elementi, si hanno:

Topology Set>ATM Optimized>Automatic

Global Size Factor = 1.5

Boundary Layer Refinement Control>First Element Offset = 0.5 mm

il resto non è stato modificato.

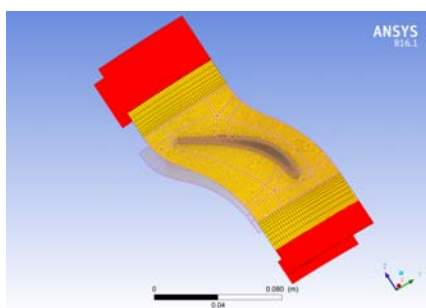


Figura 6.7: Mesh da 1573695 elementi, canale.

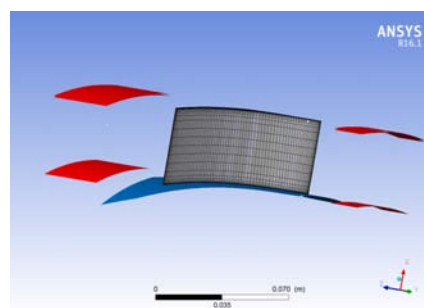


Figura 6.8: Mesh da 1573695 elementi, pala

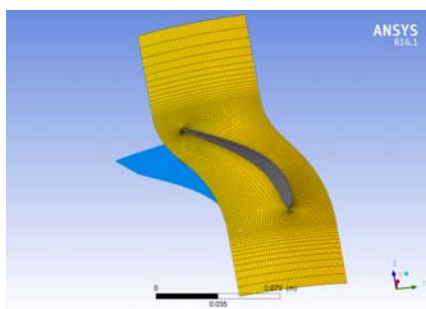


Figura 6.9: Mesh da 282856 elementi, canale.

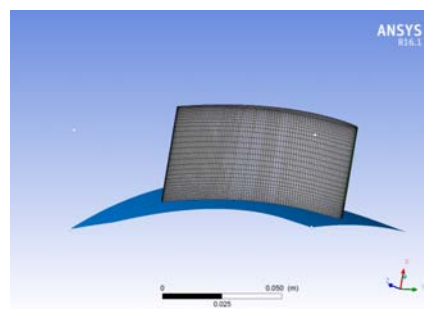


Figura 6.10: Mesh da 282856 elementi, pala

Le zone rosse nella mesh da 1573695 indicano che l'aspect ratio delle celle dello strato limite è superiore a 1000, fatto che potrebbe compromettere la stabilità del calcolo. In realtà esse sfiorano di poco e non si sono avuti problemi di alcuna sorta nella convergenza.

6.3 Caso stazionario

La griglia creata in Turbogrid viene esportata in CFX in formato *.gtm* o semplicemente connettendo i due blocchi in Workbench (figura 6.11) e si procede alla definizione della simulazione ne pre-processore (CFX-Pre).

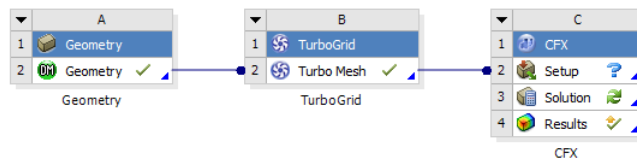


Figura 6.11: Interconnessione fra i blocchi in Workbench.

Il modello designato per il fluido è quello di gas ideale con pressione di riferimento pari a 0 Pa, mentre il modello di turbolenza è lo *Shear Stress Transport*, attivabile in presenza della *Total Energy*; si ricorda che la schiera anulare è ferma (*Stationary*). Sono poi state create le seguenti *Boundary Conditions* con le relative specifiche:

- Blade - *Wall, No Slip Wall*
- Inlet - *Total Pressure* con distribuzione delle pressioni e degli angoli di ingresso del flusso dipendenti dal raggio
- Outlet - *Average Static Pressure* di 91700 Pa, *Radial Equilibrium* al raggio medio della schiera (0.18 m)
- Hub - *Wall, No Slip Wall*
- Shroud - *Wall, No Slip Wall*

Si precisa che la distribuzione delle pressioni e degli angoli di flusso all'Inlet viene desunta dal file *STCF11.100.dat* ed è la seguente:

raggio/altezza	β [°]	p_1^0 [Pa]
0.12	14.9	123900
0.25	15.6	124300
0.38	15.9	124500
0.50	16.1	124400
0.62	16.1	124000
0.75	15.9	123700
0.88	15.7	123600

Tabella 6.1: Distribuzione all’Inlet.

Per somministrarla al software serve caricare un file *.csv* con una particolare intestazione:

Listing 6.1: Intestazione del file contenente gli spostamenti

```
[Name] , , , ,
Inflow , , , ,

[ Spatial Fields ] , , , ,
r , , , ,

[Data] , , , ,
r [m], Total Pressure [Pa], Velocity Axial, Velocity Circumferential,
Velocity Radial
```

dove le ultime tre colonne sono indicative della direzione del flusso in coordinate cilindriche. Per il caricamento si utilizza il comando *Tools>Initialize Profile Data* e successivamente generando i valori nella condizione al contorno Inlet.

La periodicità rotazionale delle superfici laterali della pala viene impostata come *Domain Interface*, così come l’interfaccia che Turbogrid crea al traferro. Per entrambi viene impostato

```
Mesh Connection>Mesh Connection Method>
Mesh Connection>GGI (General Grid Interface)
```

che dà la possibilità alle mesh dei due lati dell’interfaccia di non combaciare in termini di nodi della mesh. Per quanto riguarda le interfacce tra il cosiddetto *Passage* e l’*Inblock* o l’*Outblock*, si pone per scrupolo la connessione 1:1.

Infine si decide la quota sotto cui devono scendere i residui, che nel caso in esame è di 10^{-5} . Gli schemi di risoluzione scelti sono del secondo ordine per tutte le equazioni, mentre altre impostazioni della finestra *Solver Control* vengono lasciate immutate. Si

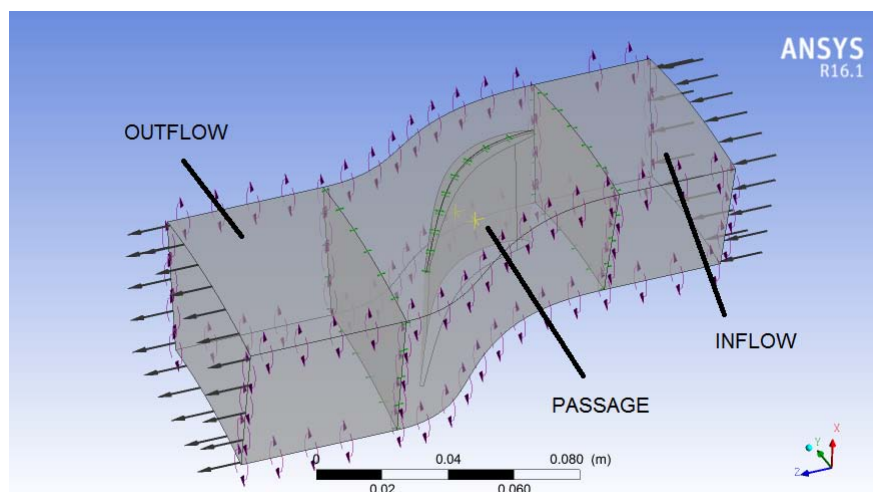


Figura 6.12: Canale interpalare.

possono inserire dei *Monitor Point* per osservare alcune grandezze fisiche di interesse, come le pressioni totale e statica, durante il proseguo del calcolo.

Conclusa l'impostazione del pre-processor, si esporta il file *.def* e lo si importa in CFX-Solver. Si ricorda di attivare l'opzione *Double Precision* per avere risultati più accurati. Non è necessario specificare le condizioni iniziali.

6.4 Accoppiamento unidirezionale

Dopo aver analizzato il caso stazionario, si passa ad indagare quello tempo-variante, il cui scopo è determinare le caratteristiche di smorzamento del campo fluidodinamico per le condizioni di flusso date. Le caratteristiche strutturali del fenomeno non vengono ancora prese in considerazione nel modello, che per questo viene definito *FSI one-way*: il campo di spostamenti viene letto dal solutore fluidodinamico, che tuttavia non esporta a sua volta il campo di forze. I test di laboratorio impongono una vibrazione della palettatura di 209 Hz con direzione di 90° rispetto a quella della corda, mentre lo spostamento al raggio medio registrato è di $0.0054 h/c^2$.

Per queste simulazioni si è usato CFX, sfruttando l'analisi a flutter dell'opzione *Transient Blade Row*.

6.4.1 Campo di spostamenti

Prima di procedere all'illustrazione della procedura interna a CFX, si è creato un file *.csv* contenente la mesh deformata in corrispondenza della massima ampiezza. Esso deve avere

²ampiezza della vibrazione/corda.

una intestazione particolare, che è contenuta nel listing 6.2

Listing 6.2: Intestazione del file contenente gli spostamenti

```
[Name]
model

[Parameters]
Frequency = (...) [Hz]
Maximum Displacement = (...) [m]

[Spatial Fields]
Initial X, Initial Y, Initial Z

[Data]
Initial X [m], Initial Y [m], Initial Z [m], meshdisptot x [m], meshdisptot y [m], meshdisptot z [m]
```

La frequenza e il massimo spostamento sono quelli del caso specifico. Nel campo *[Data]* vi sono sei colonne: le prime tre contengono le coordinate dei nodi della mesh, mentre le altre tre le componenti del vettore spostamento di ogni nodo lungo gli assi coordinati.

Lo spostamento della griglia è stato realizzato secondo due modelli: nel primo modello si è mantenuta bloccata la radice palare e si sono mossi i punti lungo superfici cilindriche nella direzione di 90° , con ampiezza che aumenta linearmente col raggio fino ad un massimo di $6.66 h/c$; il secondo modello, invece, è aderente a quello formulato da Jöcker in cui il mozzo trasla insieme al resto della pala secondo la tabella in figura 5.8 (paragrafo 5.1). Per realizzare entrambi si è implementato uno script Matlab[®] che riceve in input la mesh esportata da CFD-Post in formato *.csv* (*File > Export*) e provvede alle opportune trasformazioni, nonché alla stampa del file finale.

6.4.2 Transient Blade Row

In CFX è in continuo miglioramento un algoritmo che consente di valutare lo smorzamento fluidodinamico al variare dell'*interblade phase angle* senza che ogni volta vi sia la necessità di modificare il numero dei condotti interpalari da modellare. Infatti il campo di moto si deve ritenere periodico ogni qual volta la somma dello sfasamento consecutivo tra le pale raggiunge il valore di 360° ; prendendo ad esempio un rotore con 36 pale, il numero di condotti da utilizzare dovrebbe essere quello indicato nella tabella 6.2.

Con un evidente vantaggio computazionale nell'algoritmo invece è sufficiente modellare due canali interpalari per ogni IBPA, che si possono creare con la seguente stringa di comando:

```
Transform Mesh>Transformation>Turbo Rotation
    Passages per Mesh    1
    Passages to Model    2
    Passages in 360      20
```

Il principio su cui si basa questo metodo prevede che le condizioni al contorno di un condotto siano periodiche a quello immediatamente adiacente in un istante temporale diverso

Diametri nodali	IBPA [°]	Numero canali
0	0	1
1	10	36
2	20	18
3	30	12
4	40	9
5	50	36
6	60	6
7	70	36
8	80	9
9	90	4

Tabella 6.2: Esempio: rotore con 36 pale.

dal corrente. Presi due canali come quelli della figura 6.13, il segnale $f_{B1}(t)$ proveniente dalla pala $B1$ è uguale al segnale dalla parte della pala $B2$, ma sfasato di $+\Delta T$:

$$f_{B1}(t) = f_{B2}(t + \Delta T) \approx \bar{f}_{B2}(t + \Delta T) \quad (6.1)$$

Anche il segnale proveniente dalla pala $B3$, cioè $f_{B3}(t)$ è sfasato rispetto al segnale $f_{B2}(t)$ ma di $-\Delta T$:

$$f_{B3}(t) = f_{B2}(t - \Delta T) \approx \bar{f}_{B2}(t - \Delta T) \quad (6.2)$$

Si precisa che \bar{f}_{B2} è il segnale di $B2$ ricostruito mediante i coefficienti di Fourier accumulati sulla medesima superficie limite.

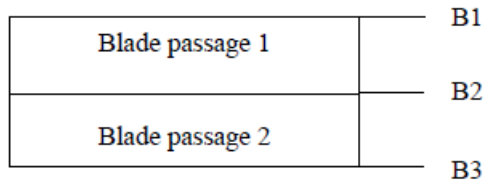


Figura 6.13: Modello a due canali [32].

Dato che si tratta di un caso non stazionario, il solutore richiede che vengano specificate le condizioni iniziali cui deve fare riferimento per l'inizio dell'analisi. Si deve quindi eseguire una prima simulazione con il doppio canale in condizioni stazionarie, ricalcando le impostazioni del paragrafo 6.3. Nel caso tempo-variante i parametri all'inlet e all'outlet variano rispetto a quello stazionario, e sono:

- $p_1^0 = 124600$ Pa
- $p_2 = 90700$ Pa
- $\beta = 15.2^\circ$

L'unica aggiunta che di deve fare è l'interfaccia tra i sue canali, che viene designata come Sampling e gode della connessione GGI. Il modello è riportato nella figura 6.14.

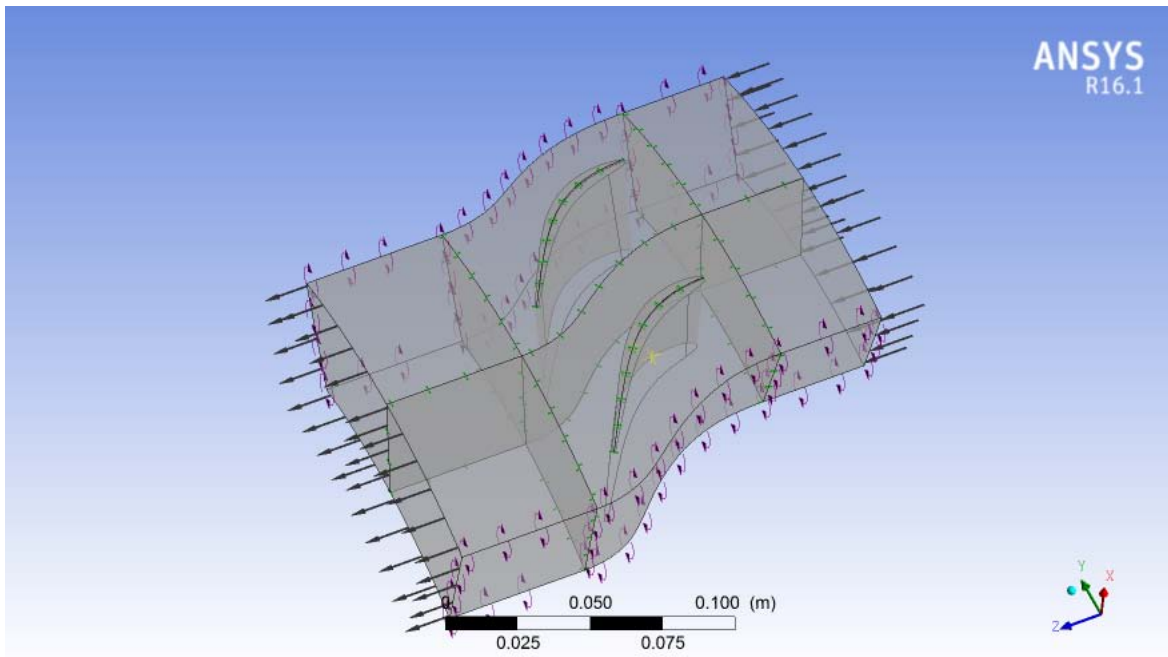


Figura 6.14: Transient Blade Row Model tab.

Successivamente si attiva la modalità *Transient Blade Row*, in cui si deve selezionare l'opzione *Fourier Transformation* che permette a sua volta di scegliere se eseguire un'analisi con flussi di disturbo, quali possono essere le raffiche (gust), oppure un'analisi di *Blade Flutter*. Per proseguire è stato necessario espandere il file dello spostamento palare a tutte e 20 le pale del rotore, tramite il comando *Tools > ExpandProfileData*, e caricarlo nell'ambiente di lavoro con *Tools > InitializeProfileData*.

Per far sì che la mesh si muova effettivamente nel corso del calcolo, nella finestra *Basic Settings* del dominio si è agito sulle opzioni relative alla sua deformazione come nella figura 6.15.

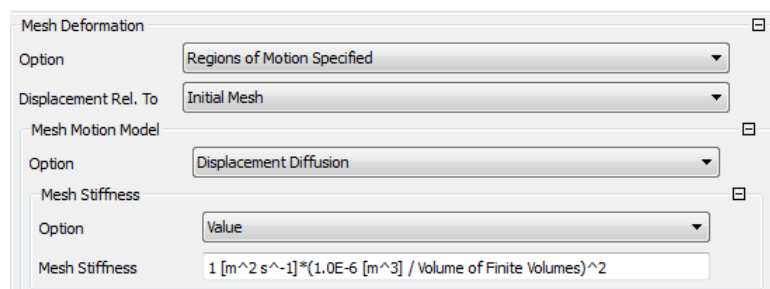


Figura 6.15: Mesh deformation.

Se ne chiarisce il significato: la scelta *Region of Motion Specified* permette lo spostamento dei nodi della mesh di interesse tramite uno script *CEL*³, ed i rimanenti si muovono seguendo il modello *Displacement Diffusion*. Con questo, gli spostamenti applicati sono diffusi in tutta la griglia risolvendo l'equazione:

$$\nabla \cdot (\Gamma_{disp} \nabla \delta) = 0 \quad (6.3)$$

In essa, δ è lo spostamento che intercorre tra due istanti di tempo successivi per un nodo, mentre Γ_{disp} rappresenta la rigidità della mesh, che può essere interpretata come la capacità più o meno forte dei nodi di muoversi assieme. Questa equazione viene risolta all'inizio di ogni time step nelle simulazioni non stazionarie. Inoltre questo modello di diffusione ha come scopo il preservare la densità nodale della mesh iniziale, mantenendo distribuzioni fitte e rade laddove vi erano. Delle tre possibilità per la definizione della *Mesh Stiffness* si è scelto di imporre il valore riportato nella figura 6.15 perché più efficace nel caso specifico:

$$Mesh\ Stiffness = 1 \left[\frac{m^2}{s} \right] \cdot \left(\frac{1.0E - 6m^3}{Volume\ of\ Finite\ Volumes} \right) \quad (6.4)$$

In alternativa si sarebbe potuta implementare una funzione scritta in *CEL* in cui la rigidità varia secondo parametri scelti dall'utente, come ad esempio il raggio della macchina o la posizione assiale. La definizione della *Mesh Stiffness* è fondamentale per la stabilità della simulazione stessa, perché evita l'insorgenza di volumi negativi (paragrafo 7.2).

Si sono modificate anche altre parti del dominio dominio e la condizione al contorno riguardante la pala nella seguente maniera:

```
Default Domain>Basic Settings>Passage Definition>Pass. in Component 2
Default Domain>Basic Settings>Passage Definition>Passages in 360 20
```

```
Blade>Basic Settings>Profile Boundary Conditions>P.B. Setup>model
```

Cliccando *Generate Values* i campi del *Boundary Details* si completano automaticamente, indicando che è stato assegnato uno spostamento periodico alla mesh, definito dalle componenti del vettore. Sempre in questa finestra si deve settare il *PhaseAngleMultiplier*, che analiticamente si esprime come

$$PAM = \frac{N_{blade} \Delta T}{T} \quad (6.5)$$

³Il *CEL* è il linguaggio proprio di CFX.

dove ΔT rappresenta lo sfasamento palare nel tempo tra due pale adiacenti e T il periodo di un ciclo. Fisicamente il PAM può essere interpretato come il valore del diametro nodale e, nel caso specifico, risulta sussistere la relazione 6.6.

$$IBPA = \frac{360}{N_{pale}} \cdot PAM = 18 \cdot PAM \quad (6.6)$$

Sia l'IBPA che il PAM devono essere specificati con un segno: se il loro valore è positivo, allora la pala di riferimento è in anticipo di fase rispetto alla successiva, che corrisponde a quella di coordinata cilindrica θ minore; viceversa, se essi sono negativi, la pala di riferimento è in ritardo di fase rispetto alla successiva. Ciò è esemplificato nella figura 6.16.

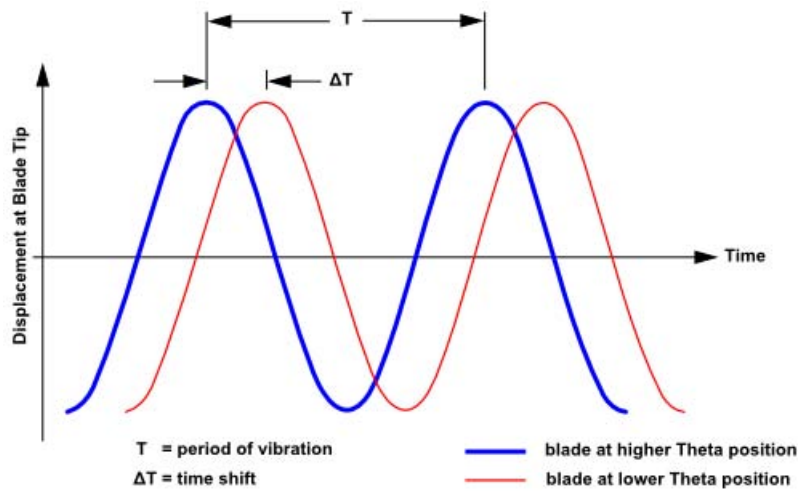


Figura 6.16: Sfasamento temporale fra due pale consecutive in flutter [32].

La finestra *Transient Blade Row Models* è riportata nella figura 6.17. È bene che il numero di timestep in un periodo sia un multiplo intero di N_{pale}/ND , poiché ciò garantisce che le pale subiscano la stessa deformazione in un periodo.

Infine si sono decisi i parametri della finestra *Solver Control*: gli schemi di calcolo vengono impostati al secondo ordine, ma per non allungare troppo i tempi computazionali si decide di avere 5 come *Max. Coeff. Loop*⁴ in quanto si è visto che i residui scendevano sotto la quota di 10^{-4} , ritenuta sufficiente.

Si è deciso di monitorare forze, spostamenti massimi, lavori specifici e potenze specifiche sulle due pale usando lo script 6.3, che contiene inoltre le stringhe per gli smorzamenti aerodinamici.

Listing 6.3: Grandezze da monitorare.

⁴Le *Coefficient Loop Iterations* sono le iterazioni che CFX esegue ad ogni time step per stabilizzare il calcolo.

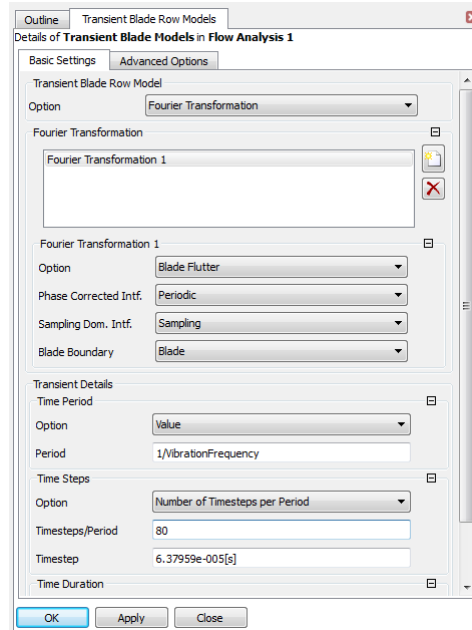


Figura 6.17: Transient Blade Row Model tab.

```

Forza sulla pala 1: force()@REGION: BLADE
Forza sulla pala 2: force()@REGION: BLADE 2
Densita' di potenza sulla pala 1:
    areaInt(Wall Power Density)@REGION:BLADE
Densita' di potenza sulla pala 2:
    areaInt(Wall Power Density)@REGION:BLADE 2
Densita' di lavoro sulla pala 1:
    areaInt(Wall Work Density)@REGION: BLADE
Densita' di lavoro sulla pala 2:
    areaInt(Wall Work Density)@REGION: BLADE 2

Aerodynamic Damping 1> Full Integration Period on BLADE
Aerodynamic Damping 2> Full Integration Period on BLADE 2
Aerodynamic Damping 3> Moving Integration Interval on BLADE

```

6.5 Accoppiamento fluido-struttura bidirezionale

In questa sezione si descrive la procedura che ha portato alla definizione del caso accoppiato fluido-struttura, detto *FSI two-way*. Per raggiungere lo scopo, è stato necessario svolgere un'analisi modale per verificare la frequenza di risonanza del rotore dopo aver deciso le caratteristiche del materiale da attribuire.

6.5.1 Analisi modale

Solitamente il fenomeno del flutter in una turbomacchina si manifesta nell'intorno delle frequenze naturali di vibrazione, dunque gli spostamenti cui saranno soggette le pale sono condizionati dai relativi modi di vibrare. Da dati sperimentali si è osservato che le turbine sono più sensibili alla flessione che alla torsione, viceversa i compressori.

Detto ciò, risulta utile eseguire un'analisi modale del rotore, preferibilmente in condizioni "pre-stressed", cioè con un'analisi che permetta di ottenere il campo degli spostamenti effettivo, dati vincoli e carichi sulla struttura. Un primo carico assegnato per i corpi rotanti è solitamente quello centrifugo, che per geometrie non complesse è descritto dall'equazione che segue:

$$\sigma = \frac{F_c}{A} = \rho\omega^2 \frac{R_e^2 - R_i^2}{2} \quad (6.7)$$

dove ρ rappresenta la densità del materiale, R_e il raggio esterno, R_i il raggio interno, A l'area della sezione resistente e ω la velocità di rotazione. Le prove sperimentali condotte sulla STCF 11 sono state realizzate con palettatura priva di velocità di rotazione, quindi l'equazione (6.7) risulta nulla.

Nell'ambiente Workbench si è importata una singola pala di turbina nel blocco *Modal*⁵, in cui si è creata la griglia di calcolo impostando le seguenti opzioni:

- *Face Mapping* per le 4 superfici laterali della pala;
- *MultiZone Hexa* per il corpo pala;
- *Sweep Method - Hexa* per il mozzo, dato che era stato ottenuto nel CAD 3D da un'operazione di sweep.

Dato che la macchina gode di simmetria rotazionale attorno all'asse z , si è impostata una *Cyclic Symmetry*; per fare ciò si è creato in precedenza un sistema di riferimento in coordinate cilindriche con origine coincidente con quello globale, e successivamente si sono scelte come facce periodiche quelle laterali del mozzo. Infine si impostano i vincoli di incastro al mozzo e viene lanciata la simulazione.

Una volta terminati i calcoli, si analizzano i risultati. Essi vengono forniti in base ad alcuni parametri, quali l'*harmonic index*, cioè il numero dell'armonica che si vuole considerare, e il *cyclic mode*, che non è altro che il diametro nodale. I risultati sono visibili anche in forma grafica per il rotore intero, che viene ricostruito direttamente dal post-processore. Usualmente i valori che ci si fa stampare sono le deformazioni totali, di cui si ha un esempio nella figura 6.18; ciò che viene stampato non ha validità fisica propria, in

⁵È una funzionalità particolare del più ampio ANSYS Mechanical

quanto dall'analisi modale si riescono a conoscere le ampiezze relative degli spostamenti, non le assolute (per queste ultime serve imporre condizioni iniziali). Per queste ultime deve essere determinato un valore massimo, così da definire automaticamente le grandezze su tutti i nodi.

Si specifica che questo tipo di simulazione non è realizzabile in presenza di smorzamento.

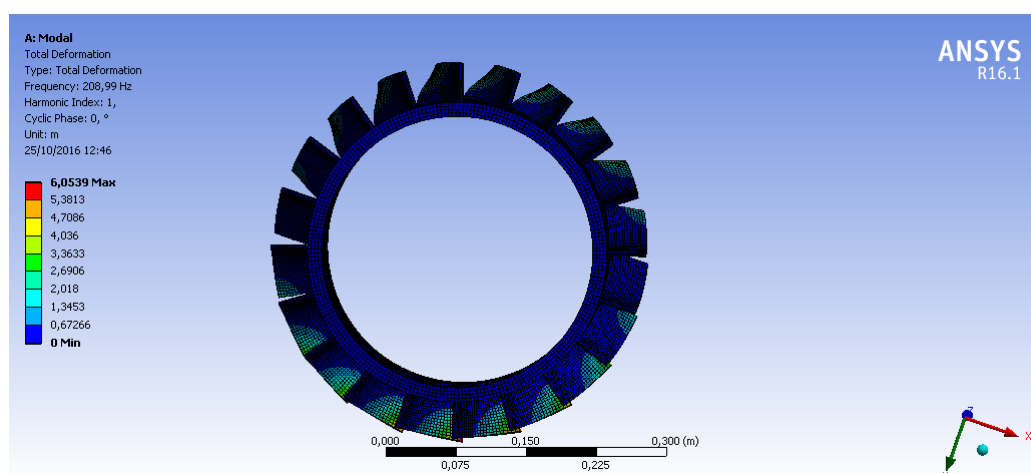


Figura 6.18: Analisi modale del rotore.

Si è provato a svolgere un'analisi modale con acciaio come materiale della turbina, ma si è visto che le frequenze naturali di interesse erano dell'ordine di grandezza delle migliaia, quando quella di eccitazione delle pale nell'esperimento è di 209 Hz, tipica di span superiori ai 40 mm del caso. Si è cercato di far avvicinare la frequenza del primo modo di vibrare della prima armonica ad essa agendo sul modulo di resistenza del materiale nella finestra *Engineering Data*, che è stato abbassato fino a 690 MPa, mantenendo inalterata la densità del materiale. Così facendo si è ottenuta una frequenza di 208.99 Hz, e graficamente il rotore si presenta come nella figura 6.18.

6.5.2 Accoppiamento

La simulazione fluido-struttura completa in Workbench prevede l'utilizzo di due ambienti diversi:

- il blocco del solutore fluidodinamico, che può essere CFX o Fluent;
- il blocco dell'analisi strutturale tempo-variante, *Transient Structural*.

Essi vengono collegati tra loro e comunicano tramite il medesimo time step, per tutta la durata del periodo di simulazione. Lo scambio di informazioni è quindi di natura bidirezionale e coinvolge gli spostamenti nodali, che il solutore meccanico passa al fluidodinamico,

e le forze nodali, che il fluidodinamico passa al meccanico. All'interno di questi ultimi si deve raggiungere la convergenza delle equazioni prima di passare all'istante temporale successivo.

Si sono preparati due diversi accoppiamenti, con CFX e con Fluent, in quanto le procedure di impostazione differiscono.

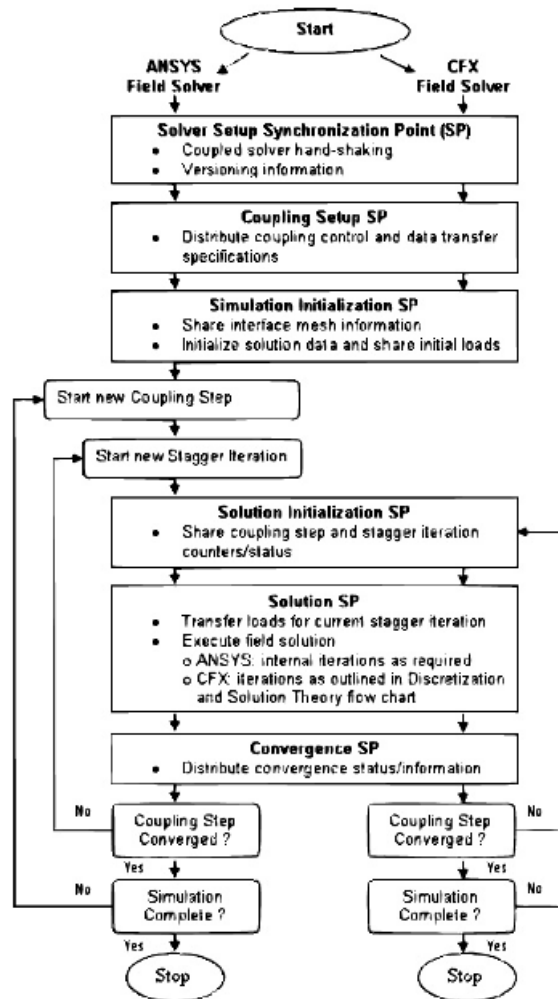


Figura 6.19: Schema di risoluzione di un caso FSI [27].

Dato che ora non si sfrutta più l'algoritmo di CFX descritto nel paragrafo 6.4.2, i canali interpalari devono essere in numero adeguato all'IBPA scelto, come riportato nella tabella d'esempio 6.2.

L'IBPA scelto è 180° per due motivi: innanzitutto è quello cui fanno riferimento articoli presenti in letteratura; in secondo luogo, poiché simulazioni di questo tipo richiedono uno sforzo computazionale notevole (si parla di giorni anche su supporti come il cluster⁶), si è

⁶Simulazioni in Workbench devono essere lanciate sul nodo *frontend* utilizzando 7 core fisici al massimo (14 thread) per permettere ad esso di gestire anche tutti gli altri processi.

preferito scandagliare diverse condizioni di carico delle pale, poiché nel caso corrente sono ferme.

Analisi strutturale tempo-variante

Innanzitutto si è importata la geometria in DesignModeler, come fatto in precedenza, e si è copiata la pala in rivoluzione in maniera tale da avere 2 canali interpallari, dato che l'IBPA scelto è 180°. Si è poi proceduto a creare la griglia computazionale con le medesime caratteristiche già riportate in 6.5.1, in modo da averla strutturata, e si è fissato il mozzo, scelta non concorde con gli esperimenti ma fisicamente più realistica. Si sono definite infine le superfici di interscambio tra i due solutori, le *Fluid-Structure Interaction*, che coincidono con quelle della pala.

Alla schiera anulare sperimentale erano stati assegnati gli spostamenti e veniva rilevata l'azione che il campo fluido svolgeva sulla palettatura vibrante. Si è deciso di agire in un altro modo: tramite l'utilizzo del blocco *Static structural* si sono imposti ai nodi della sezione al tip, selezionandoli manualmente uno ad uno, gli spostamenti realmente misurati, tali che la pala risulti muoversi su una superficie cilindrica, e si sono stimate le forze su di essi. Queste ultime vengono esportate solo per i nodi selezionati tramite la definizione di uno *User-defined*, così come vengono salvate anche le coordinate della mesh.

È stato creato uno script Matlab® che preleva il file generato e ne compila uno in linguaggio APDL contenente le forzanti sinusoidali da applicare ai vari nodi nel tempo, i cui parametri di input sono la discretizzazione del tempo in cui si vuole far agire la forzante e le ampiezze. Una volta stampato si è caricato come *Command* e si è osservato l'andamento degli spostamenti della palettatura nel tempo; si è scelto che il massimo spostamento raggiungibile nella fase forzata sia pari a quello sperimentale.

La durata della fase forzata è inferiore al tempo massimo di simulazione perché, una volta messa in moto, la paletta deve essere in grado di autosostenere le vibrazioni e ampliarle, nel caso il flutter si inneschi, altrimenti si vede che esse vengono smorzate dalla struttura.

Questa procedura è da ripetersi per ogni pala presente.

Riguardo lo smorzamento, questo è stato computato secondo la trattazione di Rayleigh, che ipotizza la seguente relazione:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (6.8)$$

dove le tre matrici rappresentano rispettivamente lo smorzamento, la massa e la rigidità;

α e β sono due coefficienti che soddisfano l'equazione

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \quad (6.9)$$

con ξ_i rapporto di smorzamento viscoso e ω_i frequenza naturale i-esima.

In molti problemi ingegneristici può essere assunto che lo smorzamento dipenda solo dalla rigidità ($\alpha = 0$), per cui basta calcolare solo $\beta = 2\xi_i/\omega_i$. Nell'analisi si sono provate entrambe le strade per via della diminuzione del modulo di Young. Dato $\xi = cost$, per specificare entrambe le costanti si utilizzano le formule (6.10), che le suppongono invarianti in un intervallo di frequenze (figura 6.20).

$$\alpha = 2\xi \frac{\omega_1\omega_2}{\omega_1 + \omega_2} \quad (6.10a)$$

$$\beta = \frac{2\xi}{\omega_1 + \omega_2} \quad (6.10b)$$

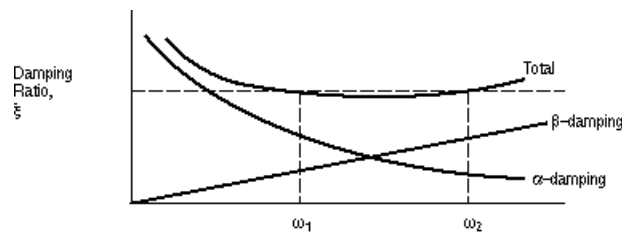


Figura 6.20: Rayleigh Damping.

Al sistema poi viene assegnato un coefficiente di smorzamento $\xi = 0.02$, tipico dell'acciaio, che non va a modificare quasi per nulla la frequenza naturale di vibrazione; infatti per un sistema smorzato vale la formula

$$q = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (6.11)$$

Si ricorda che il procedimento così costruito è dovuto al fatto che il rotore è fermo.

Infine si decidono il tempo totale di analisi e il time step, fisso e non variabile a seconda dell'andamento del calcolo.

Accoppiamento con CFX

L'accoppiamento con CFX è schematizzato nella figura 6.21: la geometria importata in DesignModeler è comune al blocco strutturale e la mesh fluidodinamica viene creata in Turbogrid come già spiegato in precedenza. Importata quest'ultima in CFX si procede all'impostazione di tutti gli interscambi.

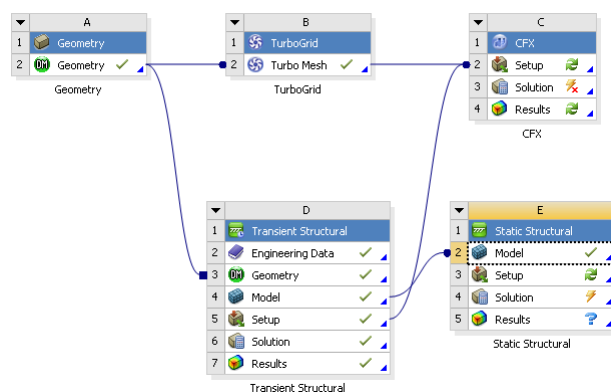


Figura 6.21:

Rispetto al caso *Transient Blade Row*, si modificano alcune cose. Innanzitutto si attiva l'opzione *ANSYS MultiField* in *Analysis Type*, e si sceglie come *Mechanical Input File* il file *ds.dat*, generato dal solutore strutturale; sempre in questa finestra si impostano il tempo totale di simulazione e il time step, che devono essere uguali a quelli impostati nel blocco precedentemente descritto.

Il passaggio delle informazioni avviene attraverso la superficie palare, per cui si apporcano dei cambiamenti alla *boundary condition* contenente entrambe le pale: si sono create tante *boundary condition* di muro quante sono le pale e per ognuna si sono riempiti gli spazi come nella figura 6.22.

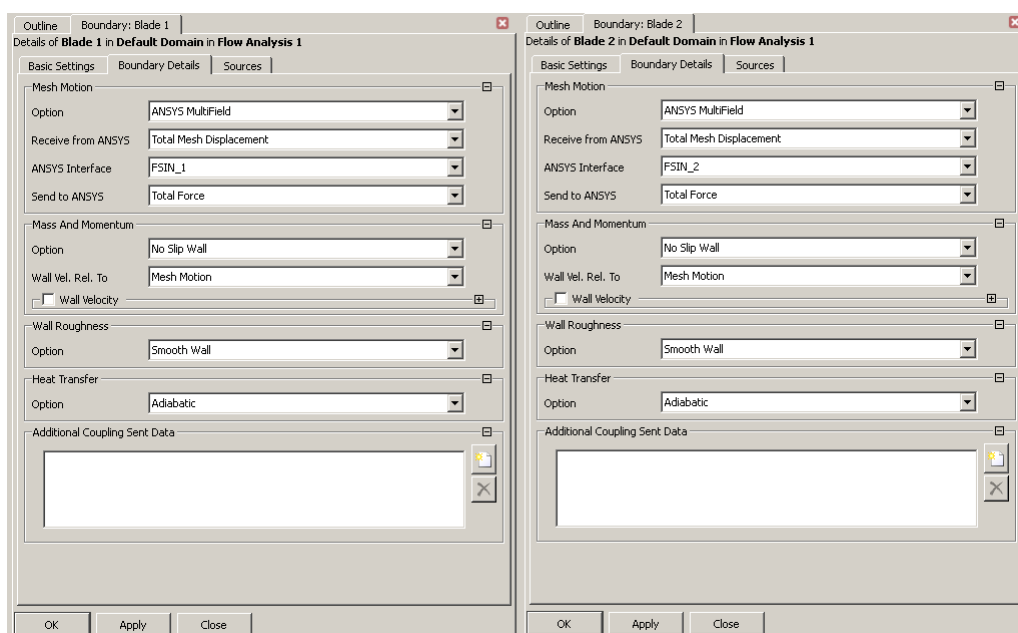


Figura 6.22: Esempio di due condizioni.

Nella finestra *Solver Control* le opzioni vengono lasciate di default, come la convergenza a 10^{-4} per via dell'onerosità computazionale del calcolo. Lo schema turbolento viene

portato al secondo ordine.

A differenza del caso *Transient Blade Row*, qui è necessario specificare la creazione di file *Transient Results* durante lo svolgimento del calcolo, altrimenti verrà salvata solamente la soluzione al time step finale. Si è scelto di salvare il campo di moto ogni 5 iterazioni di *Coupling Step* per avere un buon campionamento dei segnali; tutti i file verranno poi caricati in CFD-Post per il post-processing.

Accoppiamento con Fluent

Le simulazioni accoppiate con Fluent si impostano in maniera differente rispetto a quelle realizzate con CFX, infatti esso non ha al suo interno la possibilità di scambiare dati con Mechanical. Serve allora utilizzare il blocco *System Coupling* in Workbench (figura 6.23).

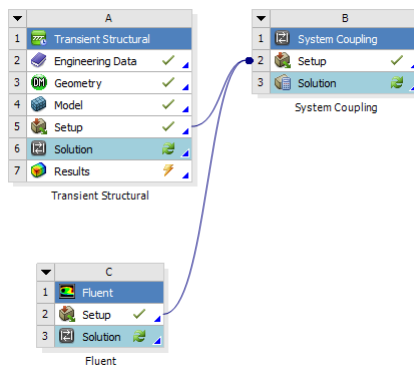


Figura 6.23: System Coupling.

La mesh creata con Turbogrid è stata esportata in *.def* in modo tale da essere letta da Fluent⁷. Le impostazioni date sono riportate nello script 7.1, in quanto non cambiano rispetto ai casi precedenti.

Listing 6.4: Script per Fluent.

```
define/models/unsteady-2nd-order yes
define/models/viscous/kw-sst yes
define/models/energy yes no yes yes yes
define/materials/change-create air air yes ideal-gas yes constant 1009.4 no no no no
mesh/modify-zones/make-periodic 10 11 yes
define/boundary-conditions zone-type inlet pressure-inlet
define/boundary-conditions pressure-inlet inlet yes no 124600 no
116400 no 361 yes no yes no 0 no 0.262189 no 0.965016 no no yes 5 10 yes
define/boundary-conditions pressure-outlet outlet no 90700 no 544.26 no yes
no no yes 5 10 yes no no yes
define/operating-conditions operating-pressure 0
define/dynamic-mesh/dynamic-mesh yes no no no
define/dynamic-mesh/create blade system-coupling 1 constant 0 no no
define/operating-conditions operating-pressure 0
solve/set p-v-controls 50 0.5 0.5
solve/set p-v-coupling 24
solve/set gradient-scheme no no
```

⁷Non viene letto il formato *.gtm*.

```
solve/set discretization-scheme pressure 12
solve/set discretization-scheme density 1
solve/set discretization-scheme mom 1
solve/set discretization-scheme k 1
solve/set discretization-scheme omega 1
solve/set discretization-scheme temperature 1
solve/monitors/residual convergence-criteria 1e-04 1e-04 1e-04 1e-04 1e-04 1e-04
solve/monitors/force set-lift-monitor cl-1 yes blade () yes no yes 2 no 2 no 0 1 0
file/auto-save/case-frequency if-case-is-modified
file/auto-save/data-frequency 5
solve/initialize hyb-initialization
solve/set/time-step 0.0001
solve/set/number-of-time-steps 225
```

Si ricorda che i time step e i tempi totali di simulazione devono essere i medesimi per i due blocchi.

Si descrive ora l'interscambio: dopo aver collegato i due *Setup*, si apre la finestra del *System Coupling*, nella quale si vedono i due software con le regioni limite definite; si sono creati due differenti *Data Transfer*, uno che passa le forze aerodinamiche all'ambiente strutturale e l'altro che fornisce gli spostamenti all'ambiente fluidodinamico. Il tempo totale e il time step vengono inseriti in *Analysis Settings*, e devono essere concordi con quelli inseriti in precedenza. Infine si possono scegliere il numero di iterazioni per time step (di default sono 5 al massimo) e la loro soglia di convergenza.

Infine si può lanciare la simulazione⁸.

⁸Il *System Coupling* non può essere lanciato con il Remote Solve Manager (RSM) in quanto non è supportato.

Capitolo 7

Risultati

7.1 Caso stazionario

Per il caso stazionario sono state simulate numerose griglie differenti, che si contraddistinguono principalmente per la dimensione della prima cella a parete. Si prendono a riferimento le due già citate nel paragrafo 6.2.2.

Per il post-processing si è usato CFD-Post.

7.1.1 Mesh da 1573695 elementi

Questa mesh è ottimale dal punto di vista dell'applicazione del modello di turbolenza $k-\omega$ SST, poiché il valore del y^+ della prima cella a parete risulta inferiore a 2. Si ricorda che esso è definito come

$$y^+ = \frac{u_* y}{\nu} \quad (7.1)$$

dove u_* è la velocità di attrito, y l'altezza della cella più vicina alla parete e ν la viscosità cinematica.

Con le impostazioni elencate nel paragrafo 6.3 si ottengono i seguenti valori non impostati direttamente nelle simulazioni:

- pressione all'inlet al raggio medio pari a 116948 Pa contro i 117100 Pa dichiarati (errore = 0.13 %);
- numero di Mach all'inlet al raggio medio pari a 0.290 contro 0.29, quindi coincidente;
- pressione totale all'outlet al raggio medio pari a 120184 Pa contro i 123900 Pa dichiarati, con un errore del 3%;
- numero di Mach all'outlet al raggio medio pari a 0.643 contro 0.67, con un errore del 4.02 %.

Mentre all'inlet le condizioni sono molto ben rispettate, altrettanto non si può dire per l'outlet, che vede imposta dall'utente la pressione statica e adegua la velocità (e di conseguenza la pressione totale) al campo di moto risultante. Nel complesso si ritiene valida la simulazione, poiché si crede ci possano essere discrepanze nella geometria e quindi nelle variabili del flusso a valle di essa (sezione STCF11).

Nelle figure 7.1 e 7.2 sono rappresentati i contour di pressione e del numero di Mach, rispettivamente.

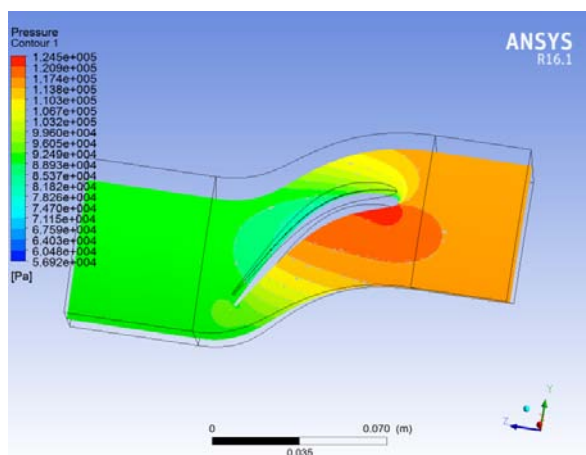


Figura 7.1: Contour di pressione.

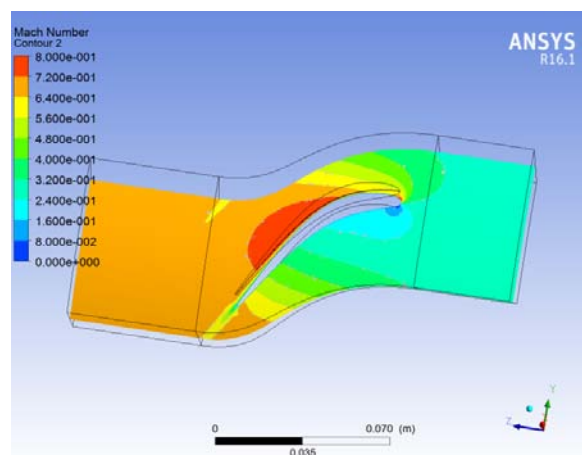


Figura 7.2: Contour del numero di Mach.

7.1.2 Mesh da 282856 elementi

La mesh da 282856 elementi porge i seguenti valori, per quanto riguarda il rispetto delle condizioni al contorno non impostate ma autodeterminate da CFX:

- pressione all'inlet al raggio medio pari a 117105 Pa contro i 117100 Pa dichiarati, quindi un errore quasi inesistente;
- numero di Mach all'inlet al raggio medio pari a 0.287 contro 0.29, con un errore del 0.01%;
- pressione totale all'outlet al raggio medio pari a 121104 Pa contro i 123900 Pa dichiarati, con un errore del 2.25%;
- numero di Mach all'outlet al raggio medio pari a 0.635 contro 0.67, con un errore del 5.22 %.

Le considerazioni fatte sulla griglia precedentemente illustrata valgono anche in questo caso, tuttavia si assiste ad un aumento dell'errore sul numero di Mach all'outlet con conseguente aumento della pressione totale (il suo errore quindi diminuisce).

I contour di pressione e del numero di Mach, sempre al raggio medio di riferimento, sono riportati nelle figure 7.3 e 7.4, che risultano molto simili alle 7.1 e 7.2.

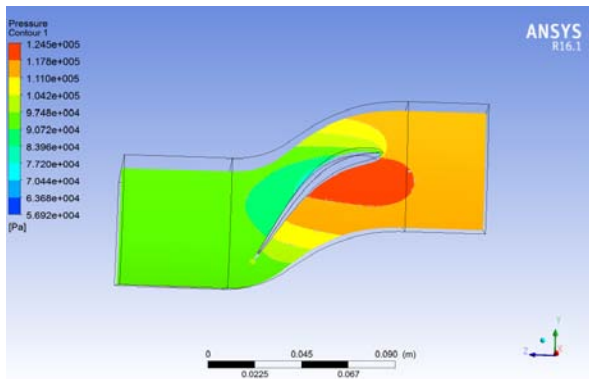


Figura 7.3: Contour di pressione.

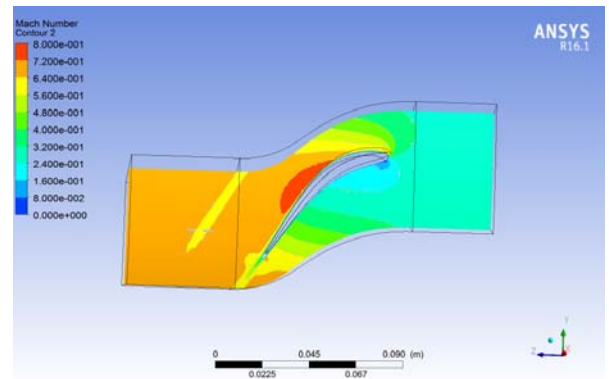


Figura 7.4: Contour del numero di Mach.

7.1.3 Validazione del caso

La validazione del caso viene fatta confrontando i valori del numero di Mach isentropico

$$M_{is} = \sqrt{\left[\left(\frac{p^0}{p} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right] \frac{2}{k-1}} \quad (7.2)$$

ottenuti dal calcolo con quelli rilevati sperimentalmente al raggio medio, reperibili nel file *STCF11.100.dat*. In realtà si sono confrontate svariate tipologie di mesh, ma si riportano solo le due descritte perché più significative nella trattazione.

La validazione del calcolo svolto è rappresentata nella figura 7.5. In essa si può notare che la distribuzione sperimentale del numero di Mach isentropico sul lato in pressione è ben seguita da quella numerica, mentre sul lato in depressione sono presenti alcuni scostamenti. Per determinate frazioni di corda, sul suction side compaiono più valori; ciò è dovuto al fatto che sono state riportate nel file *STCF.100.dat* misurazioni registrate su più pale adiacenti.

Confrontando il grafico con una validazione presente in letteratura, redatta da M. Jöcker in [19] e riportata nella figura 7.6, si nota che anche in essa sono presenti discrepanze nel lato in depressione, nonostante siano stati usati numerosi codici di calcolo con caratteristiche diverse fra di loro. Inoltre si specifica che i risultati sperimentali sono stati misurati su una singola pala delle 20 che compongono la schiera anulare; per gli ultimi 5 punti del suction side, tuttavia, sono state allegate le misurazioni su una o due pale contigue, e si può vedere che la differenza tra queste è significativa, indice della non perfetta ripetibilità del campo di moto.

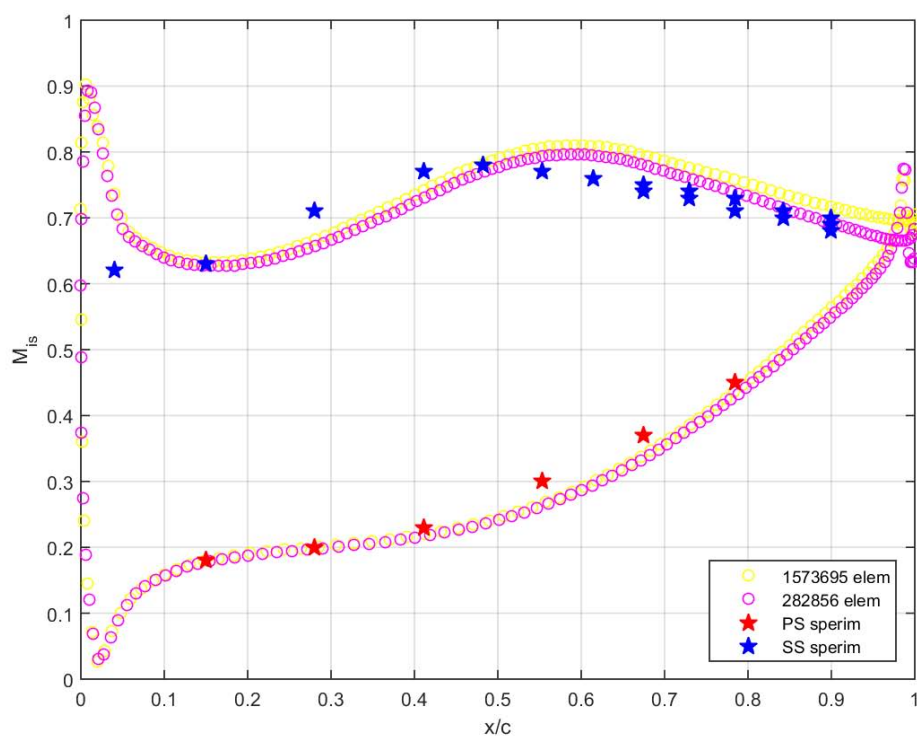


Figura 7.5: Validazione delle mesh.

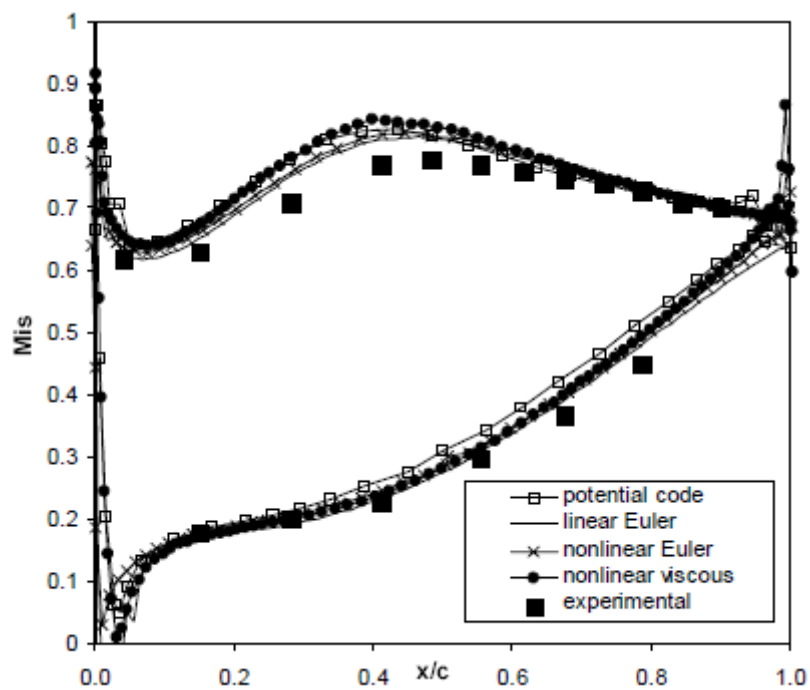


Figura 7.6: Validazione di M. Jöcker [19]

La cosa fondamentale che si nota è la seguente: tra le due mesh non vi è una grande differenza in termini di previsione dei risultati, poiché in CFX sono stati implementati

particolari algoritmi che permettono l'utilizzo di griglie meno fitte e con y^+ superiore al necessario senza che la qualità degli output sia pregiudicata (si veda [36]). Si prosegue dunque utilizzando la mesh da 282856 elementi.

7.2 Accoppiamento unidirezionale

Il primo caso tempo-variante simulato è unidirezionale: a CFX vengono forniti gli spostamenti periodici dei nodi della mesh stante sulla pala, e questo si occupa di interpolarli ai vari time step per il numero di periodi definiti.

Il motivo per cui si sono provate varie tipologie di griglie e se ne è verificata la sensibilità riguarda proprio questo argomento. Infatti, per quelle più fitte e con celle a parete dell'ordine dei micron, si sono manifestati volumi negativi. Quando i nodi sulla pala si spostano, altrettanto devono fare gli adiacenti secondo la regola imposta di *Mesh Stiffness*; se tuttavia lo spostamento è esageratamente ampio rispetto alle dimensioni delle celle, esse si distorcono aumentando a dismisura la propria *skewness*, fino a che una faccia non interseca l'altra. Si ricorda che la *skewness* per i quadrilateri è definita come:

$$Skewness = \max \left[\frac{\theta_{min} - 90}{90}, \frac{90 - \theta_{min}}{90} \right] \quad (7.3)$$

dove gli angoli si intendono espressi in gradi.

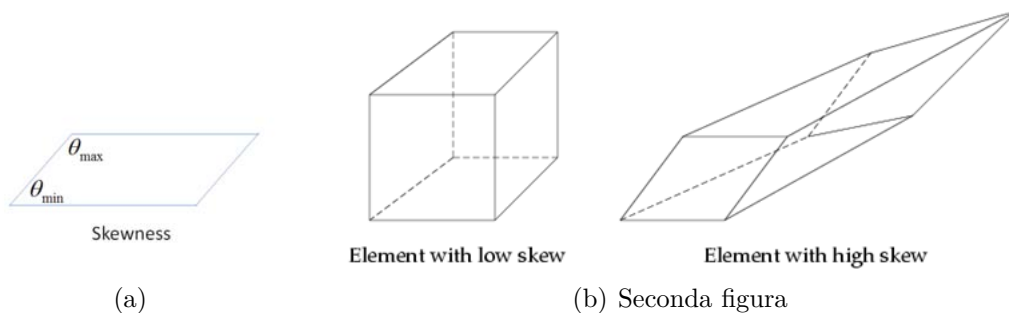


Figura 7.7: Skewness nei quadrilateri e nei parallelepipedi.

L'errore che si manifestava su CFX dopo qualche iterazione è il seguente:

Listing 7.1: Errore in CFX.

```
ERROR #002100012 has occurred in subroutine cVolSec. |
| Message: |
| A negative ELEMENT volume has been detected. This is a fatal |
| error and execution will be terminated. The location of the first |
| negative volume is reported below. |
| Volume : *valore del volume negativo* |
```


Location : *coordinate del punto*

Analizzando le coordinate della *location*, si è visto che le celle collassate erano tutte situate sul tip della pala, ovvero sulla zona di maggior deformazione.

Provando ad aumentare il numero di time step, la situazione non cambiava, si allungava solo il numero di iterazioni che faceva il codice. Per contenere i tempi computazionali e far convergere la simulazione, si è deciso di aumentare la dimensione delle prime celle a parete. Dopo molte prove, alcune delle quali sono riassunte nella figura 7.5, si è notato che la mesh capace di sopportare le deformazioni in 80 time step era quella che ha le prime celle di dimensione paragonabile allo spostamento totale, quindi dell'ordine di 0.5 mm: essa infatti, partendo da un angolo minimo di circa 60° , ha raggiunto al massimo i 33° ¹.

Il tempo computazionale per le analisi che si andranno a presentare si aggira sui 2 giorni, utilizzando un computer con 4 processori (8 thread), mentre sulle 7 ore utilizzando un nodo del cluster. Ogni nodo ha 8 processori che possono lavorare in parallelo.

Confronto fra i modelli di spostamento

Dopo aver implementato uno script Matlab per spostare i singoli nodi della mesh stanti sulla superficie della pala, si è verificato quale dei due modelli esposti nel paragrafo 6.4.1 fosse più idoneo per la descrizione del fenomeno. I dati forniti nella STCF11 per il confronto sono:

1. il coefficiente di pressione non-stazionario c_p 3.15, derivante dalla prima armonica, al variare della posizione sulla corda;
2. la fase ϕ al variare della posizione sulla corda.

Dal grafico 7.8 si evince che il modello più proprio è quello che vede la paletta muoversi secondo la tabella 5.8 rispetto a quello che vede mantenuto lo spostamento al tip, ma col mozzo fisso. Per il calcolo del coefficiente di smorzamento aerodinamico, dunque, si procede con questo.

Validazione del caso

La validazione del caso FSI one-way consiste nel confronto di c_p e ϕ rilevati sperimentalmente con quelli estrapolati dalle simulazioni. Ne sono state eseguite tante quanti sono i PAM nell'intervallo [-10;10]. Dato che sono stati impiegati 10 periodi, si considera che al decimo il campo di moto abbia assunto la completa periodicità e pertanto si utilizza solo

¹Il limite consigliato nella guida di CFX per mantenere una buona accuratezza è 20° .

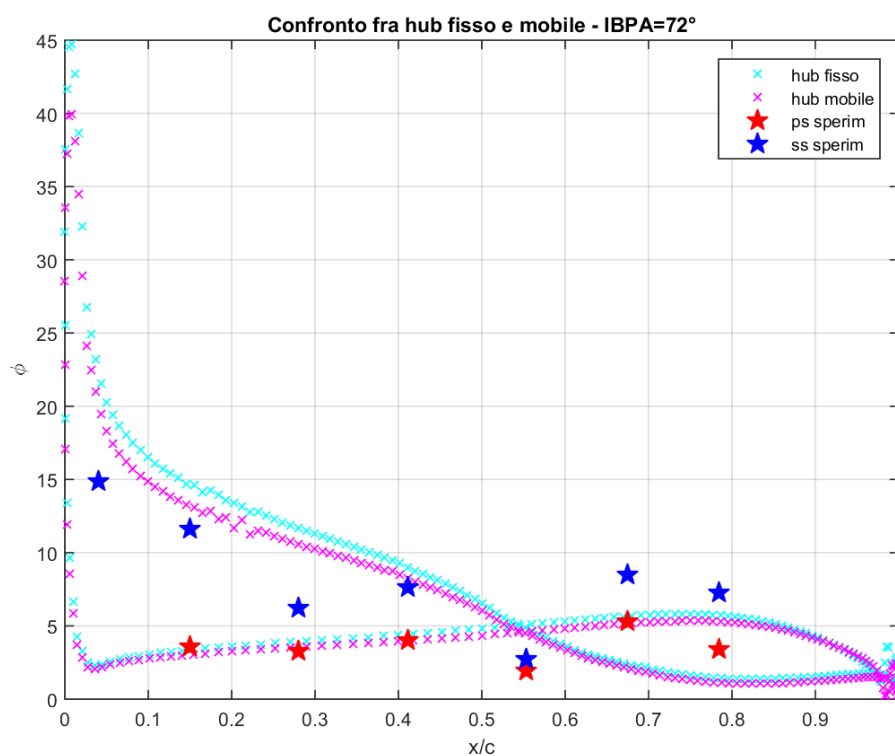


Figura 7.8: Confronto fra i due modelli di spostamento.

questo per le elaborazioni di post processing. Si riporta, a titolo di esempio, l'andamento della pressione su un punto della mesh palare al raggio medio (figura 7.9).

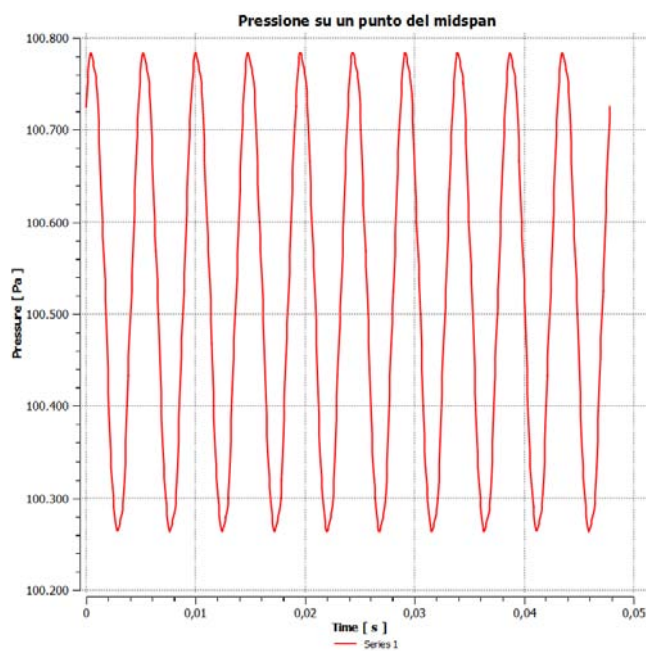


Figura 7.9: Andamento periodico della pressione su un punto al midspan della pala.

In Matlab si è implementato uno script che stampa un file di comandi da far leggere a CFD-Post con le seguenti funzioni:

1. ad ogni time step appartenente all'ultimo periodo viene salvato un file *.csv* contenente *Total Wall Work* e *Total Mesh Displacement* per la pala 1;
2. ad ogni time step appartenente all'ultimo periodo viene salvato un file *.csv* contenente *Total Wall Work* e *Total Mesh Displacement* per la pala 2;
3. ad ogni timestep appartenente all'ultimo periodo viene salvato un file *.csv* contenente *Pressure*, *Pressure.Trnavg*, *Pressure.Fourier Coefficient A1*, *Pressure.Fourier Coefficient B1* per la polilinea al midspan, generata dall'intersezione fra la superficie palare 1 e la *Turbosurface* al raggio medio.

Per il momento si accantonano le grandezze dei primi due punti, verranno riprese nella sottosezione successiva.

Pressure.Fourier Coefficient A1 e *Pressure.Fourier Coefficient B1* sono i coefficienti di Fourier della prima armonica, e vengono forniti per ogni punto della polilinea; è possibile stampare solo le grandezze appartenenti all'ultimo periodo perché essi tengono già conto dello sviluppo temporale totale. Si sono ricostruite, quindi, ampiezza adimensionale e fase del coefficiente di pressione non stazionario al variare della posizione del nodo rispetto alla corda, e si sono confrontate con i dati sperimentali. Si riporta solo il caso con $IBPA = 180^\circ$, i rimanenti sono allegati in appendice A.

Nel grafico 7.10 si nota che c'è una buona concordanza fra i punti sperimentali e quelli numerici del lato in pressione, mentre per il lato in depressione essa si ferma a circa metà della corda, dopodiché l'andamento non si riesce più a riprodurre. Ciò tuttavia accade anche nell'articolo [19], di cui si riportano i risultati nella figura 7.12, dove pare che in generale vi sia un fitting peggiore.

Per quanto riguarda la fase, solo il lato in pressione riesce in qualche modo a ricalcare l'andamento della fase sperimentale, mentre per il lato in depressione si è distanti su tutti i punti. Confrontando la figura 7.11 con la 7.13 si può notare che anche qui vi sono significative discrepanze.

Il mancato accordo perfetto fra le simulazioni e gli esperimenti può essere imputabile ad errori nella rilevazione delle misure non stazionarie, in quanto esse sono estremamente difficili da leggere per via del campo di moto in continua evoluzione e della deformabilità dei supporti che reggono le pale, sicuramente meno rigidi di queste ultime. È facile quindi che su di esse influiscano disturbi anche di rilevante entità. Inoltre, il fatto che i maggiori problemi si abbiano sul lato in depressione oltre metà corda è prevedibile, perché qui lo strato limite trova un gradiente positivo di pressione che tende a farlo staccare dalla superficie, insieme al flusso perturbato dal moto della paletta.

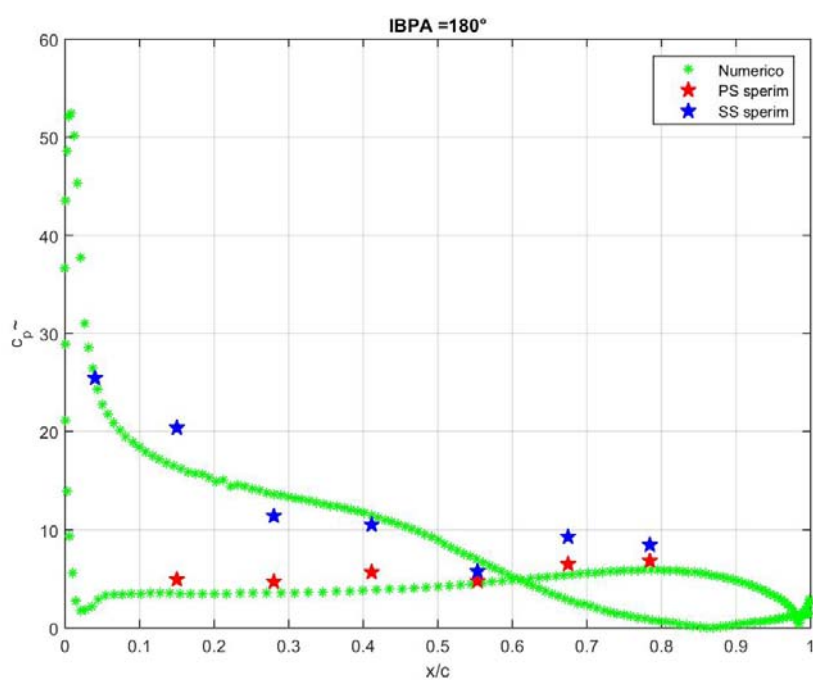


Figura 7.10: Ampiezza del coefficiente di pressione non stazionario - prima armonica.

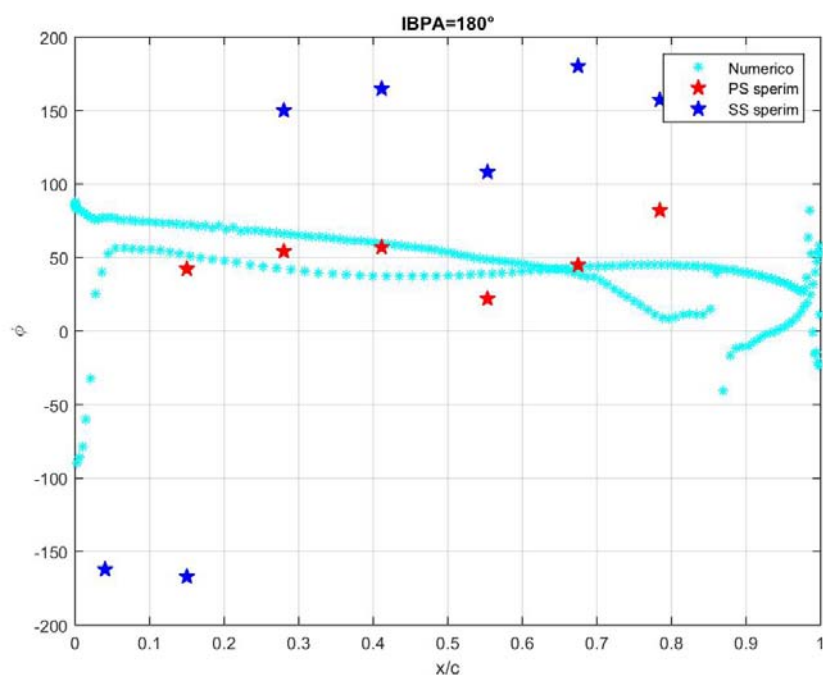


Figura 7.11: Fase - prima armonica.

Coefficiente di smorzamento aerodinamico

Il coefficiente di smorzamento aerodinamico, o *aerodynamic damping*, è una grandezza sintetica che permette di capire se la turbomacchina è soggetta a flutter in determinate

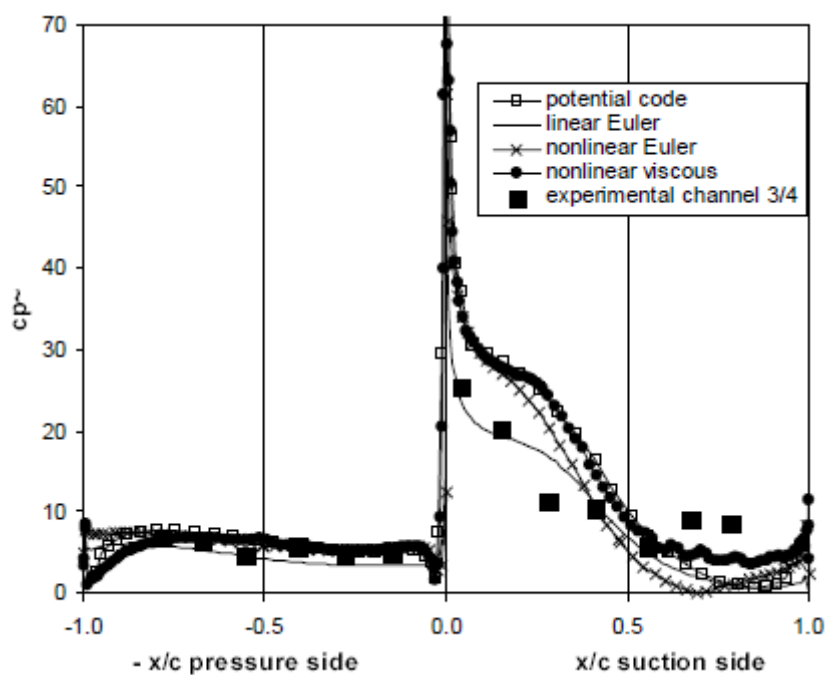


Figura 7.12: Ampiezza del coefficiente di pressione non stazionario - prima armonica [19].

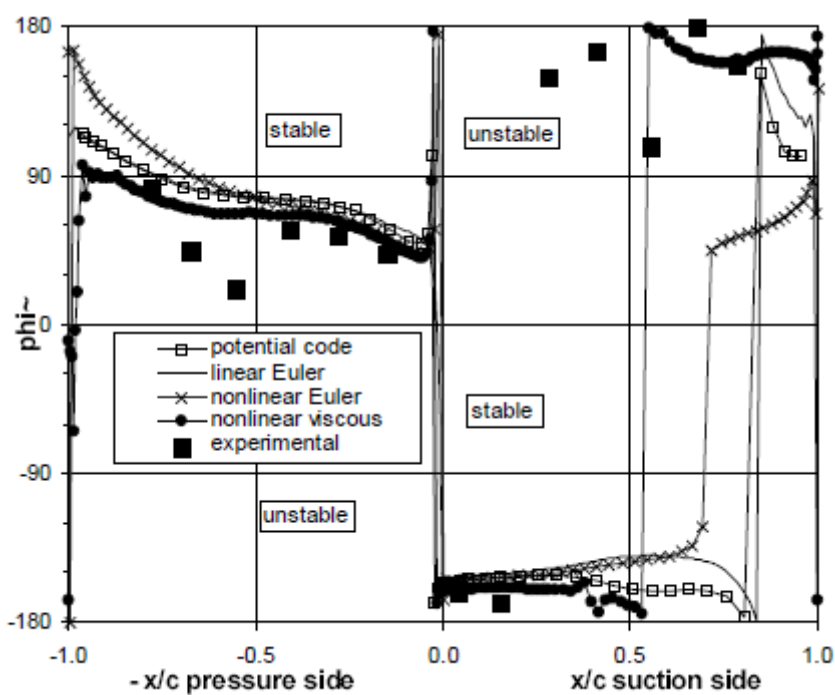


Figura 7.13: Fase - prima armonica [19].

condizioni operative o meno. È stato già introdotto nella sottosezione 3.6.1, ma si ricorda che esso è

$$\Xi = \frac{Work}{\pi h^2} \quad (7.4)$$

dove h è l'ampiezza massima di oscillazione normalizzata con la corda e $Work$ è il lavoro compiuto dalla pala in un periodo:

$$Work = \int_{t_0}^{t_0+T} \int_A p \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} dA dr \quad (7.5)$$

con p pressione e \mathbf{v} velocità dei singoli punti della mesh stanti sulla pala, mentre \mathbf{n} è la normale alla superficie.

In realtà CFX rende già disponibile la grandezza $Work$, che è stata chiamata *Total Wall Work* per distinguerla da *Wall Work Density*; tra le due intercorre la relazione

$$Total\ Wall\ Work = Wall\ Work\ Density \cdot Area \quad (7.6)$$

che deve essere inserita come *Expression* CFD-Post.

In uno script Matlab preparato appositamente, si sommano i lavori palari totali, estratti dal file dei risultati come esposto nel paragrafo precedente, e si applica la formula (7.4). Facendo ciò per entrambe le pale di tutti gli IBPA simulati, si ottiene il grafico 7.14.

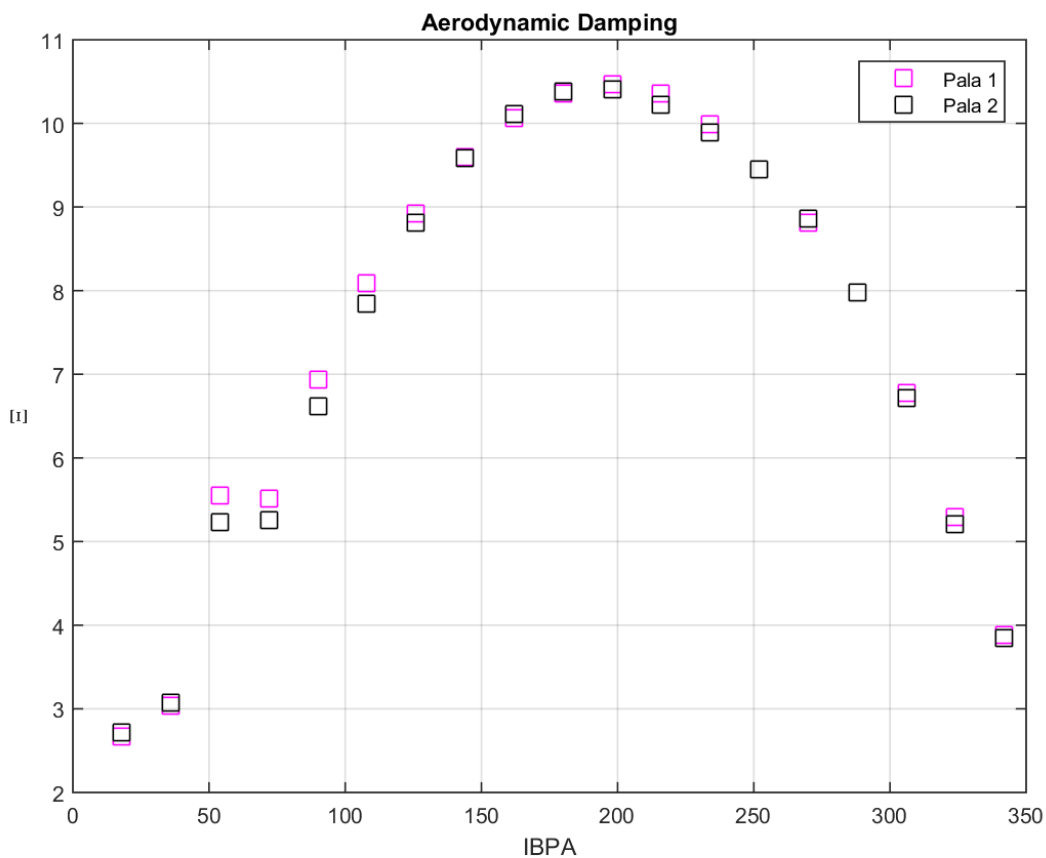


Figura 7.14: Coefficiente di smorzamento aerodinamico al variare dei diversi IBPA.

Si può notare come abbia Ξ positivo per tutti gli angoli di sfasamento interpolare, quindi risulta sempre stabile per questa deformazione e a questa frequenza. Essendo l'esperimento rappresentativo di una pala reale di turbina di bassa pressione più lunga, essa sarebbe stabile se ricevesse dallo statore un flusso pulsante (visto nel sistema di riferimento relativo) alla frequenza di 209 Hz.

Il lavoro palare non è costante su tutta la superficie, come evidenziato nella figura 7.15; inoltre, in essa si vede chiaramente che lo sfasamento di 180° delle forze tra due pale attigue.

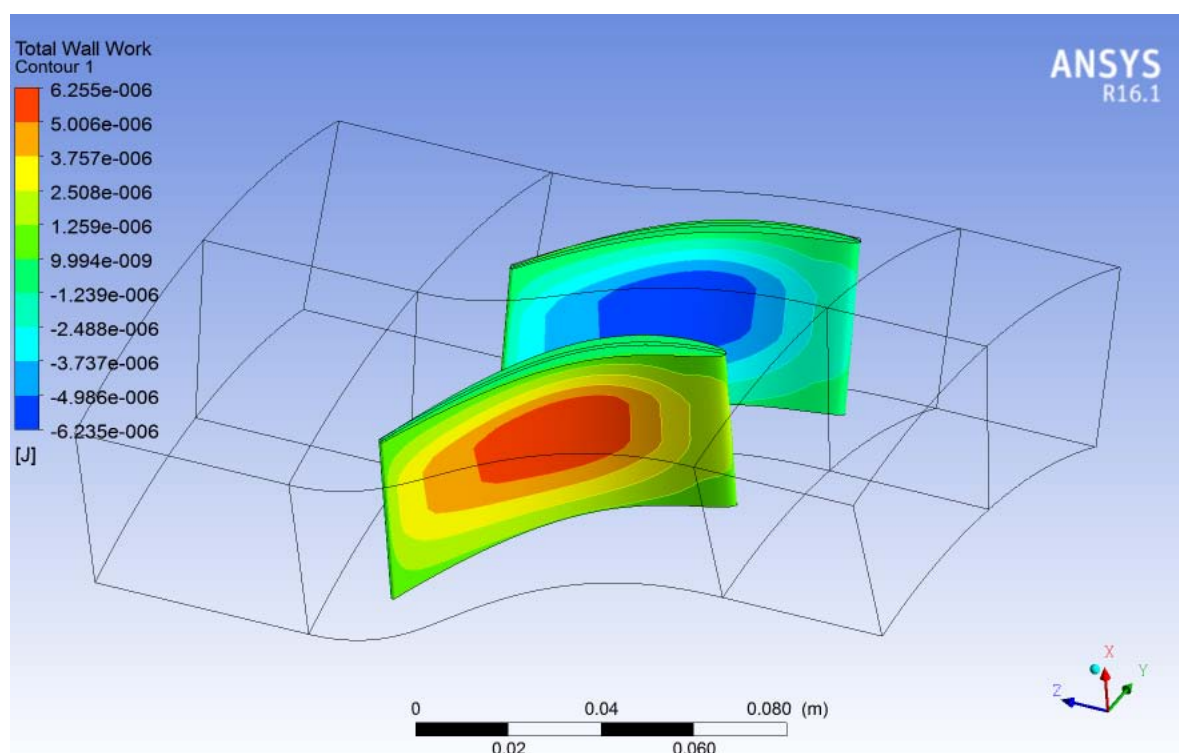


Figura 7.15: Contour del *Total Wall Work* per IBPA= 180° .

7.3 Accoppiamento bidirezionale

In quest'ultima sezione si commentano i risultati ottenuti nelle simulazioni non stazionarie che coinvolgono anche le caratteristiche meccaniche della palettatura, le FSI two-way.

Dalle analisi one-way è risultato che la macchina non è soggetta a flutter in tutto l'intervallo di IBPA, quindi ci si aspetta di vedere un naturale smorzamento dopo il rilascio della forzante. Riguardo quest'ultima, dopo alcune prove si è scelto di farla agire per 2.50 periodi, calibrando l'ampiezza in maniera tale che venissero raggiunti almeno i 0.00051 mm di spostamento del tip a 90° rispetto alla corda durante le analisi *Transient*. La scelta di tale intervallo di tempo di azione è stata dettata sia dalla riduzione dei tempi di calcolo che

dal fatto che al quarto di periodo l'ampiezza di oscillazione è massima, e questo dovrebbe risultare in una maggiore ampiezza di vibrazione per la pala nel prosieguo del tempo (in condizioni di risonanza lo sfasamento è di 90° per un sistema smorzato).

Nella figura 7.16 si riporta, a titolo di esempio, l'andamento sinusoidale delle forzanti in direzione X nel tempo. Si può notare che esse sono sfasate di 180° e non hanno la medesima ampiezza, in quanto si è fatto in modo che la i punti palari si muovessero su superfici cilindriche. La somma vettoriale restituisce comunque vettori di ampiezza uguale.

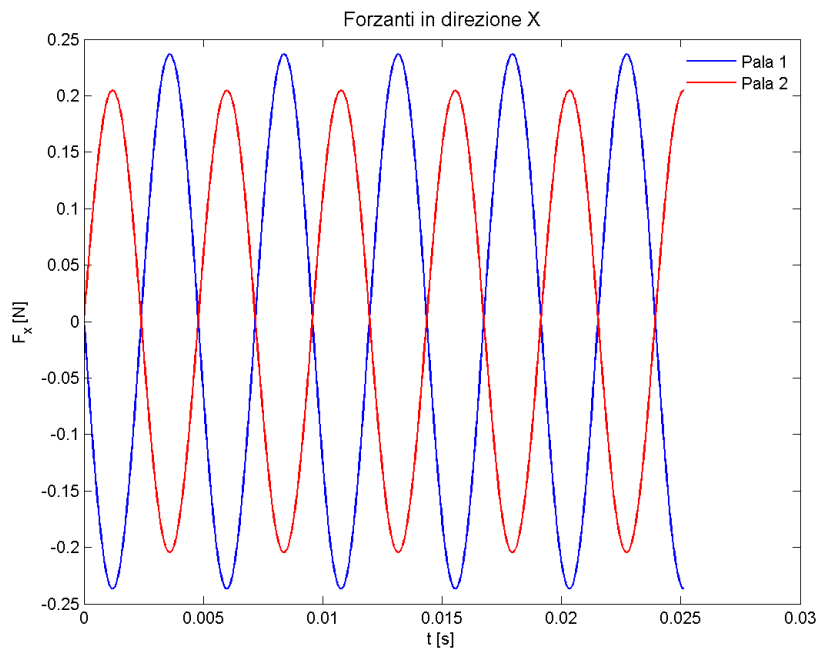
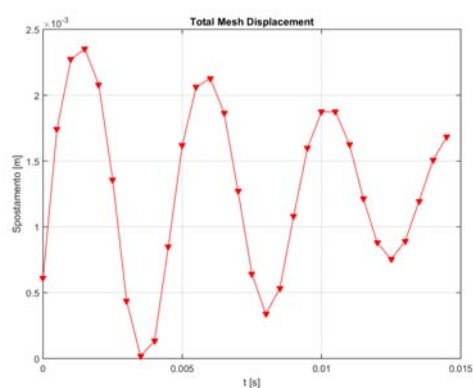


Figura 7.16: Forzanti in direzione X sfasate di 180° .

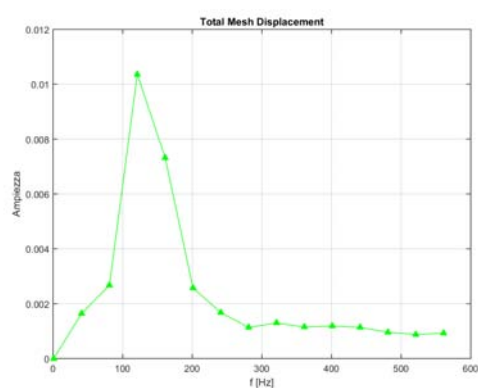
Un volta terminato il calcolo, si analizzano alcune grandezze locali, ricavate su punti della palettatura, al variare del tempo:

1. punto al trailing edge, 95% dello span, figure 7.17.
2. punto al leading edge, 95% dello span, figure 7.19.
3. punto sul pressure side, 50% dello span.

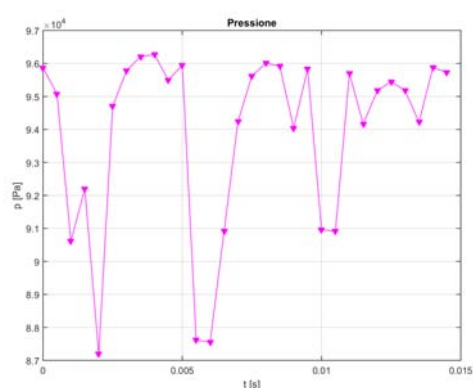
La risposta libera, una volta rilasciata la forzante, è smorzata e ha una frequenza che risulta più bassa di quella di risonanza cui viene eccitata inizialmente la paletta, e sono presenti dei picchi altrove per via dell'interazione complessa fra la struttura e il fluido. Si



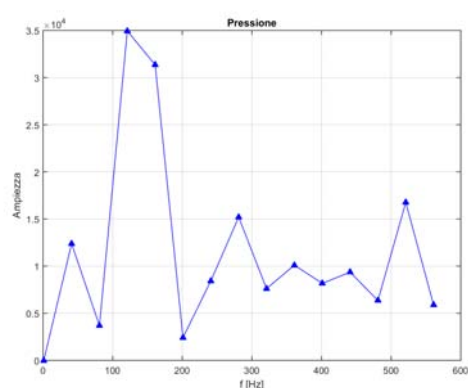
(a) Spostamento - Dominio temporale



(b) Spostamento - Dominio delle frequenze



(c) Pressione - Dominio temporale



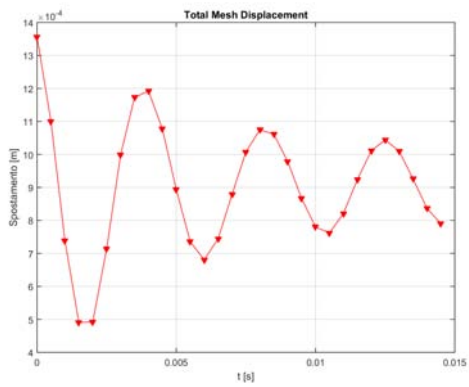
(d) Pressione - Dominio delle frequenze

Figura 7.17: Trailing edge, 95% span.

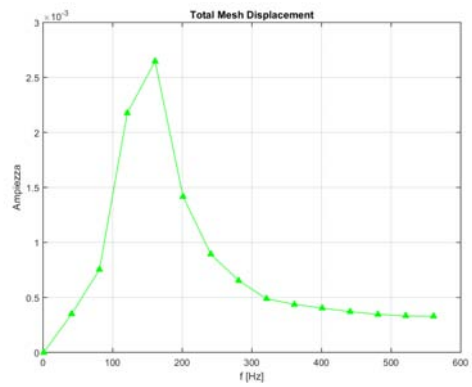
evinces quindi che l'interazione fluido-struttura ha ripercussioni sulla risposta armonica del sistema.

Dalla figure si vede anche che la pala subisce una naturale deformazione per il solo fatto che essa è immersa in un flusso d'aria. Lo spostamento aumenta gradualmente con lo span e si differenzia nelle diverse zone a causa della distribuzione non omogenea di massa.

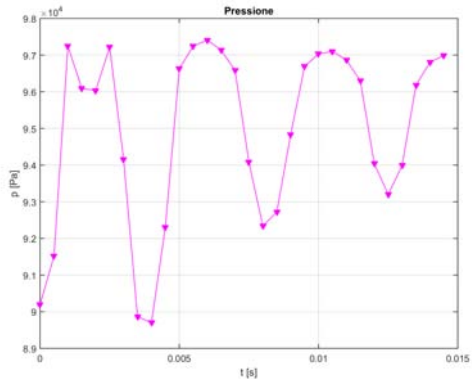
Alla luce di questi risultati, si è scelto di provare ad applicare la forzante per tutto il periodo di calcolo, per verificare come si comporta il sistema nel caso peggiore possibile. La stabilità è stata confermata dal non aumento dell'ampiezza di vibrazione, che rimane costante. Il rotore risulta intrinsecamente stabile a questa frequenza ridotta di vibrazione e a questo IBPA.



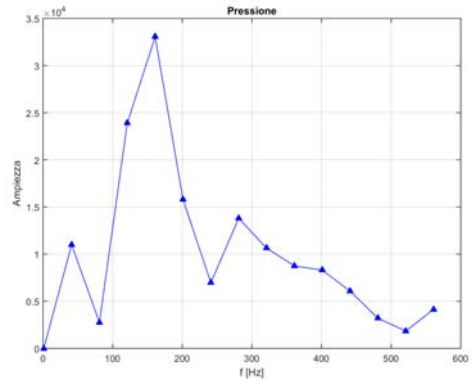
(a) Spostamento - Dominio temporale



(b) Spostamento - Dominio delle frequenze

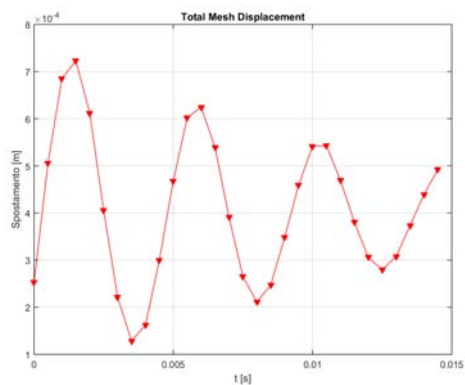


(c) Pressione - Dominio temporale

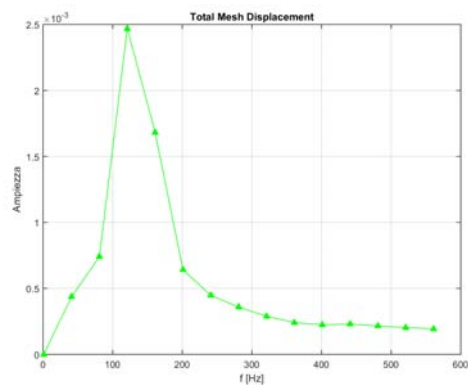


(d) Pressione - Dominio delle frequenze

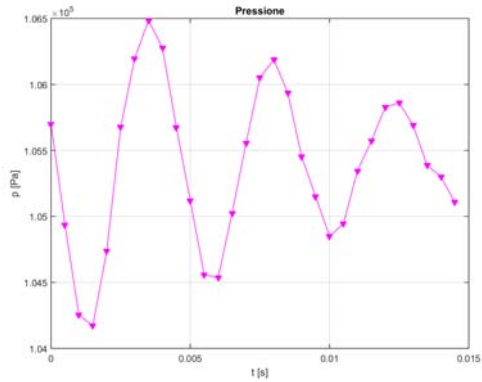
Figura 7.18: Leading edge, 95% span.



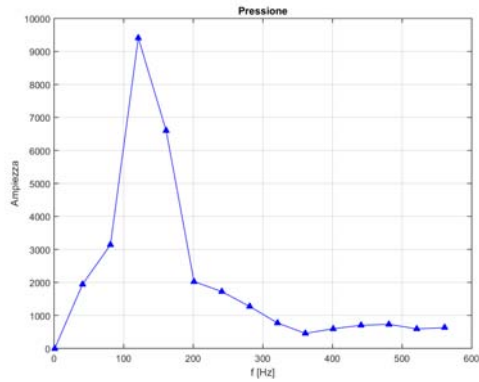
(a) Spostamento - Dominio temporale



(b) Spostamento - Dominio delle frequenze



(c) Pressione - Dominio temporale



(d) Pressione - Dominio delle frequenze

Figura 7.19: Pressure side, 50% span.

Capitolo 8

Conclusioni e commenti

La necessità dello studio dell'aeroelasticità nelle turbomacchine si è manifestato alla fine degli anni '70 del secolo scorso, ed ha spinto un gran numero di ricercatori a dedicarvi il proprio lavoro. La motivazione principale è legata al fatto che la pratica tecnica è la progettazione si stavano dirigendo verso la realizzazione di pale sempre più snelle, sia nel caso delle turbine che nei compressori; ciò comporta la riduzione delle frequenze naturali di vibrazione, quindi la maggior facilità dei rotori ad entrare in risonanza o subire fenomeni aeroelastici quali il flutter e le raffiche (gust). Negli anni si sono sviluppate numerose tecniche numeriche di previsione del fenomeno, validate spesso con i risultati pubblici delle *Standard Configuration Cascade*. L'efficacia delle previsioni va di pari passo con l'aumento della potenza computazionale, necessaria per supportare i tempi e le griglie di calcolo in questione, perché si riescono a discretizzare i domini temporale e spaziale in maniera sempre più fitta.

Nella tesi è stata elaborata una procedura per la previsione del fenomeno aeroelastico del flutter nelle turbomacchine, facendo uso di software commerciali quali quelli appartenenti alla suite ANSYS®. Si è considerata la STCF11 per le validazioni. Tutte le prove sono state svolte con geometrie tridimensionali

Il punto di partenza è stata la creazione di una mesh che soddisfacesse le condizioni al contorno e l'andamento dei punti sperimentali sulla pala della turbina, e che potesse essere quindi utilizzata nelle successive fasi di lavoro. A fronte delle innumerevoli prove svolte, si sono riportate solo le due più significative, una *fine* e l'altra *coarse*, ed è risultato che esse hanno quasi la medesima capacità di previsione dell'andamento del Mach isentropico sui lati in pressione e depressione al raggio medio. In generale, picco presente sul secondo è leggermente spostato rispetto agli esperimenti, e la causa è da ricercarsi nell'incompleta documentazione originale e nei possibili errori di calettamento del profilo. I risultati sono comunque accettabili.

Il nocciolo centrale della tesi è costituito dalle due fasi successive.

Nella prima fase si è proceduto ad attuare l'analisi fluido-struttura unidirezionale (FSI one-way). Si è inserita in CFX la massima deformata della mesh, calcolata secondo due modelli differenti, e il software ha automaticamente impostato gli spostamenti ad ogni time step e replicato il tutto per ogni periodo. Scelto il modello più aderente ai dati sperimentali, si sono lanciate tante simulazioni quanti sono gli IBPA che influiscono sulla palettatura, e per ognuna si sono salvati alcuni parametri legati al lavoro palare, necessario poi al calcolo dell'*aerodynamic damping*. Il coefficiente di smorzamento aerodinamico è un parametro sintetico che indica se il rotore è potenzialmente soggetto ad instabilità aeroelastiche sotto quelle determinate condizioni. Dalle analisi è emerso che la palettatura è stabile in tutto l'intervallo di IBPA nelle condizioni specificate, e questo risultato è in linea con le prove sperimentali riportate.

Nella seconda ed ultima fase è stata trattata alla modellazione del caso fluido-struttura bidirezionale (FSI two-way), computazionalmente molto oneroso e quindi da usare per indagare più in dettaglio le situazioni limite individuate in precedenza. Avendo considerato un angolo di sfasamento interpalare di 180° per semplicità e brevità, vengono simulati solo due canali del rotore. Per far insorgere il flutter nulla schiera ferma, si è deciso di applicare una forzante armonica al tip delle due pale e di rilasciarla dopo un certo periodo; al suo rilascio l'oscillazione delle pale si ha ampiezza decrescente, in linea con la previsione di stabilità del passo precedente.

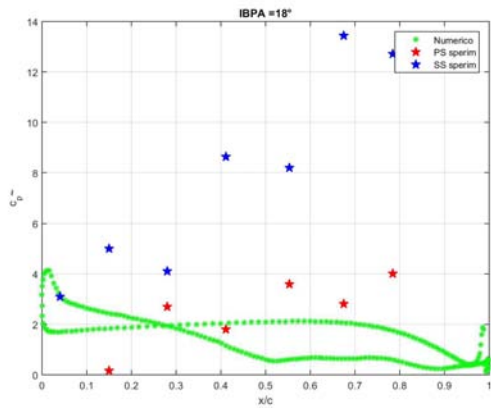
La grande limitazione della trattazione consiste nel fatto che, purtroppo, i dati sperimentali apertamente accessibili sono in numero esiguo, e quelli presenti sono relativi a schiere non rotanti di geometrie semplici. In futuro potrebbero essere condotti test in gallerie del vento con profili più complessi e, magari, impostando una velocità di rotazione, in modo tale da riuscire a poter eseguire validazioni con mesh più vicine alle macchine reali.

Inoltre, un altro problema che potrebbe essere sviluppato è la tenuta della griglia di calcolo in presenza di grandi deformazioni. Per mantenere una dimensione delle celle opportuna, si deve ricorrere a tecniche di *remeshing* che tuttora sono di difficile integrazione con i problemi accoppiati nei software commerciali (in CFX attualmente non è disponibile). In Fluent questa opzione è direttamente disponibile, ma è realizzabile in maniera ottimale solo con una mesh libera, ovvero composta da triangoli/tetraedri, che tuttavia richiede un maggior numero di elementi per avere la stessa accuratezza di una mesh strutturata. Un passo ulteriore, quindi, sarebbe quello di creare mesh tetraedriche e testare fin quanto si riesce a spingere la simulazione senza compromettere i risultati finali.

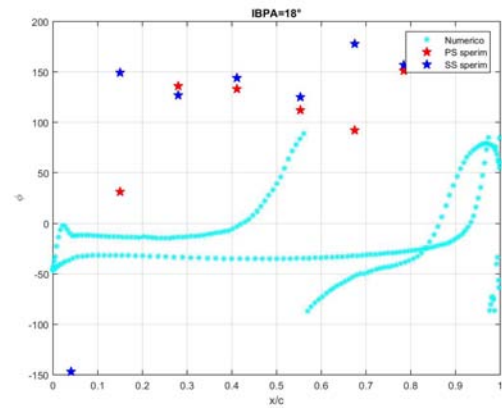
Appendice A

Grafici

Si allegano i grafici contenenti il confronto fra i coefficienti di pressione non stazionari sperimentali e quelli numerici, entrambi calcolati sulla prima armonica, congiuntamente con le fasi al variare dell'angolo di sfasamento interpolare.

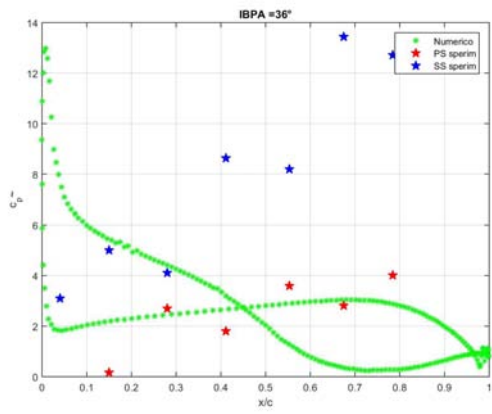


(a)

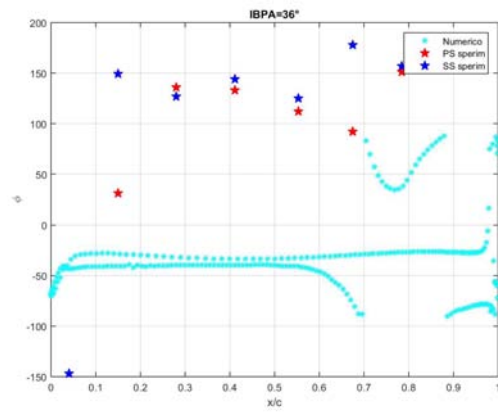


(b)

Figura A.1: c_p e ϕ per IBPA=18°.

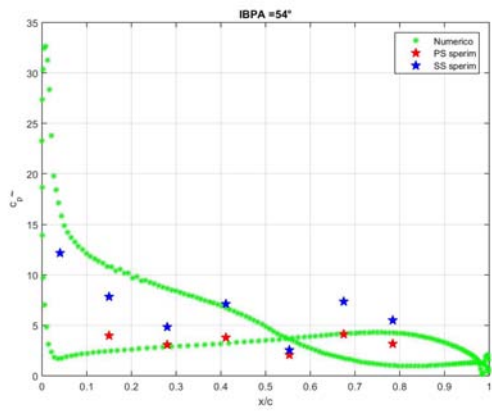


(a)

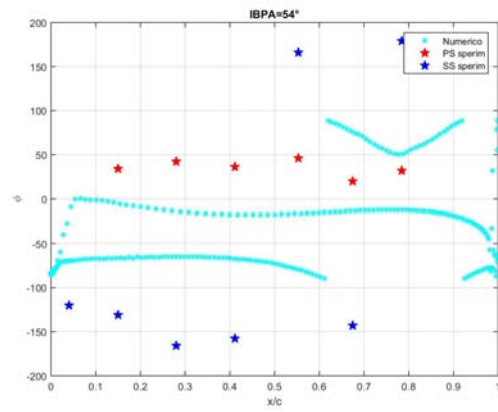


(b)

Figura A.2: c_p e ϕ per IBPA=36°.

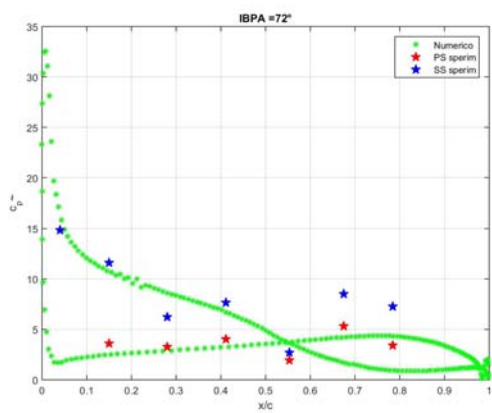


(a)

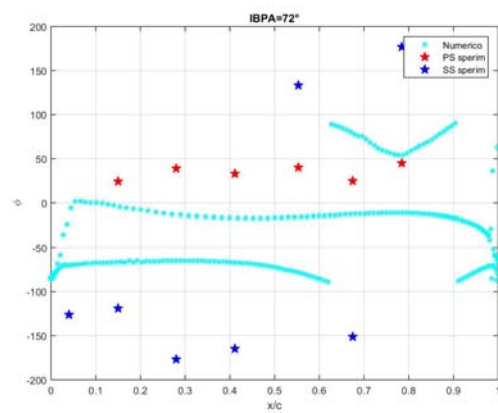


(b)

Figura A.3: c_p e ϕ per IBPA=54°.

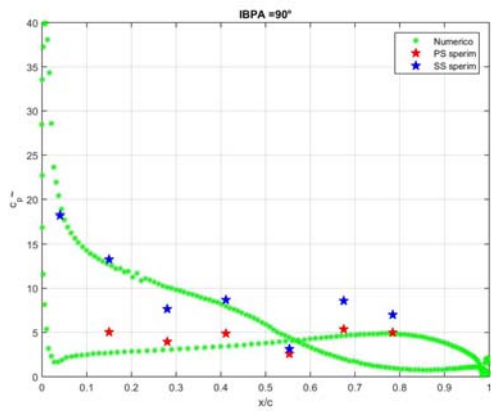


(a)

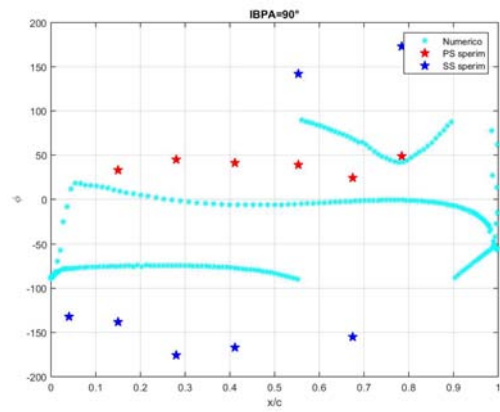


(b)

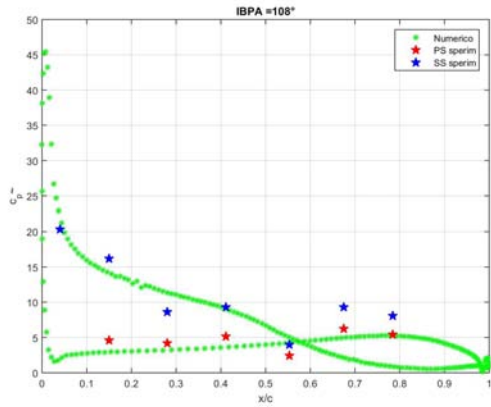
Figura A.4: c_p e ϕ per IBPA=72°.



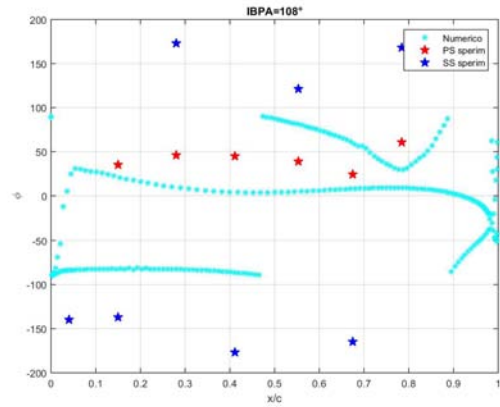
(a)



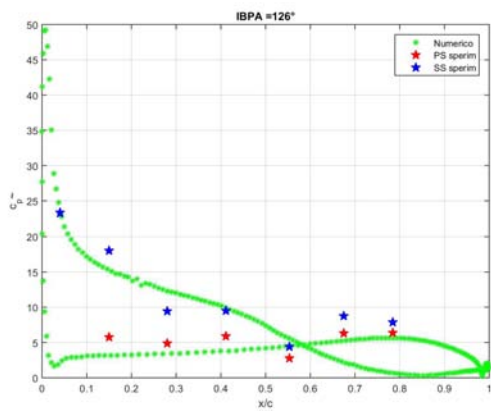
(b)

Figura A.5: c_p e ϕ per IBPA=90°.

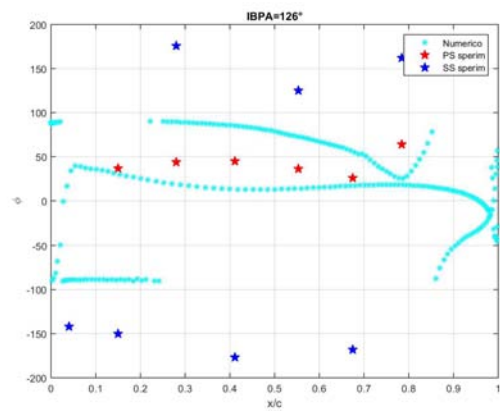
(a)



(b)

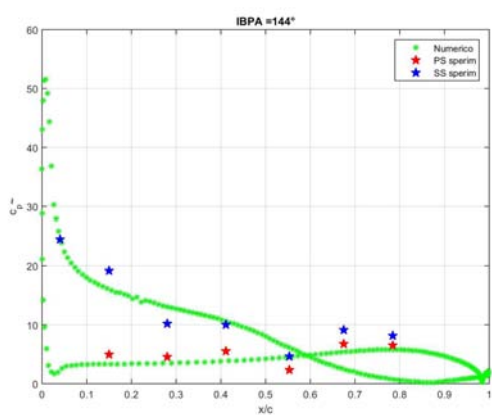
Figura A.6: c_p e ϕ per IBPA=108°.

(a)

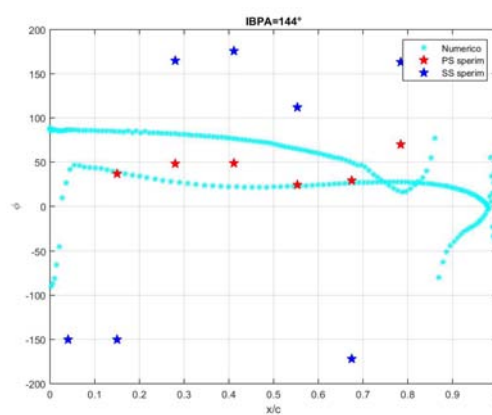


(b)

Figura A.7: c_p e ϕ per IBPA=126°.

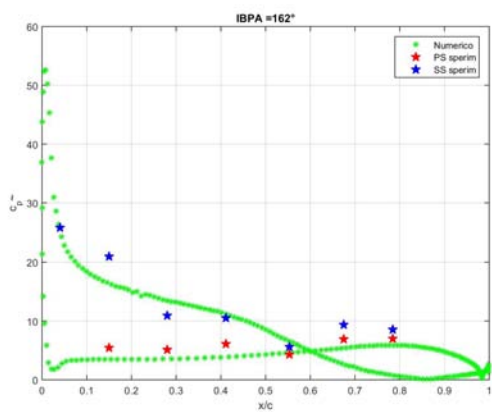


(a)

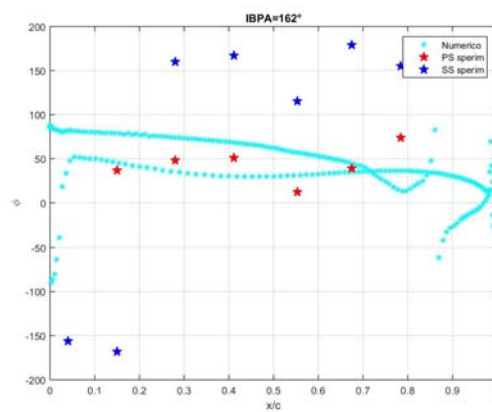


(b)

Figura A.8: c_p e ϕ per IBPA=144°.

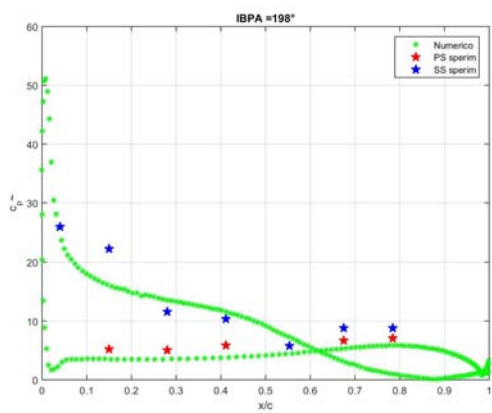


(a)

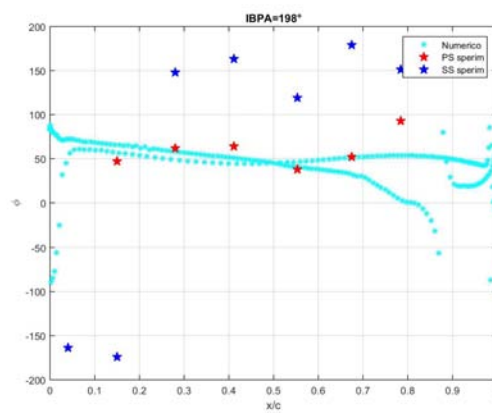


(b)

Figura A.9: c_p e ϕ per IBPA=162°.

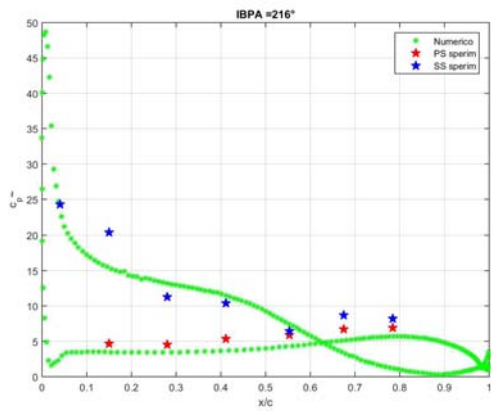


(a)

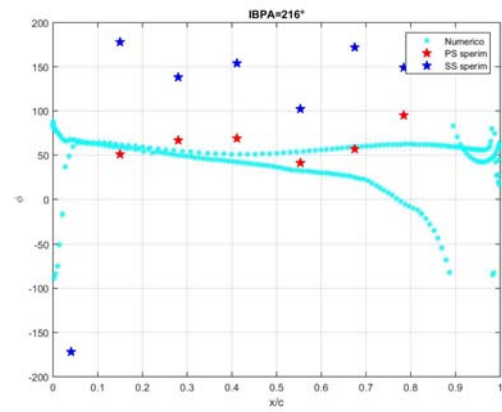


(b)

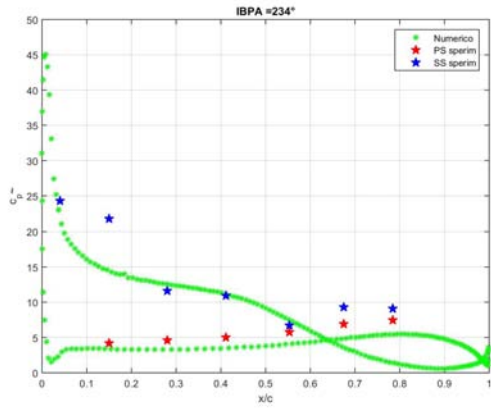
Figura A.10: c_p e ϕ per IBPA=198°.



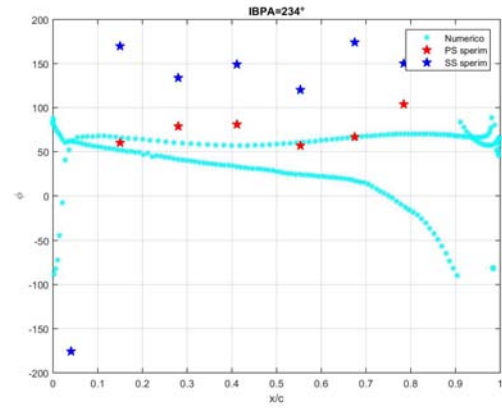
(a)



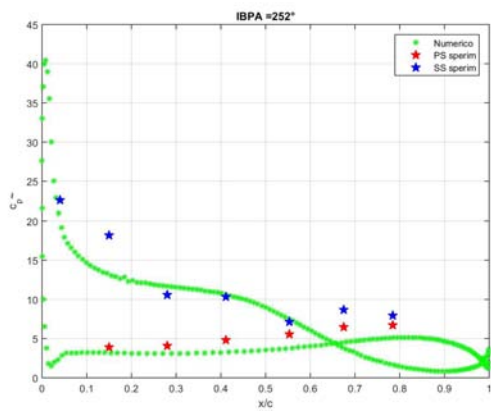
(b)

Figura A.11: c_p e ϕ per IBPA=216°.

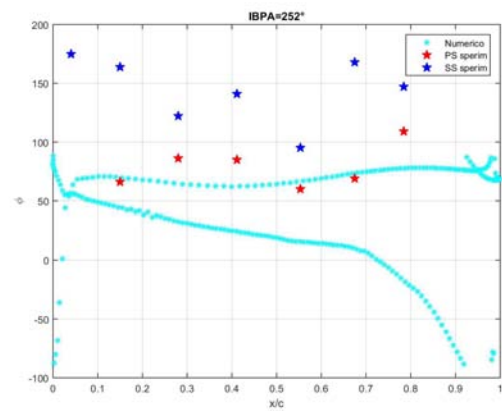
(a)



(b)

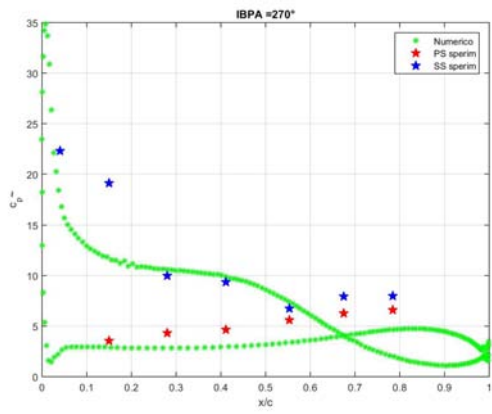
Figura A.12: c_p e ϕ per IBPA=234°.

(a)

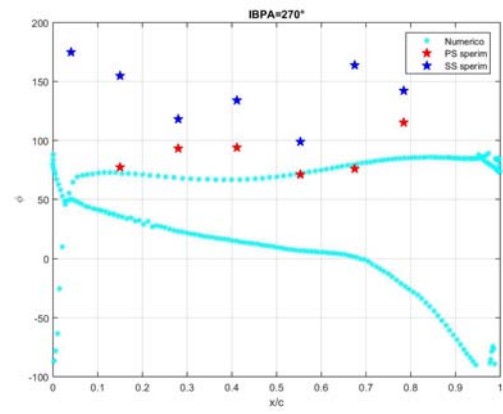


(b)

Figura A.13: c_p e ϕ per IBPA=252°.

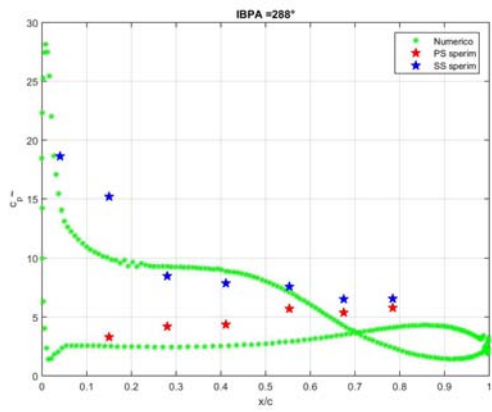


(a)

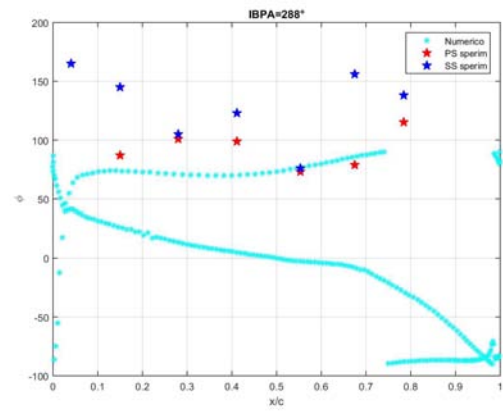


(b)

Figura A.14: c_p e ϕ per IBPA=270°.

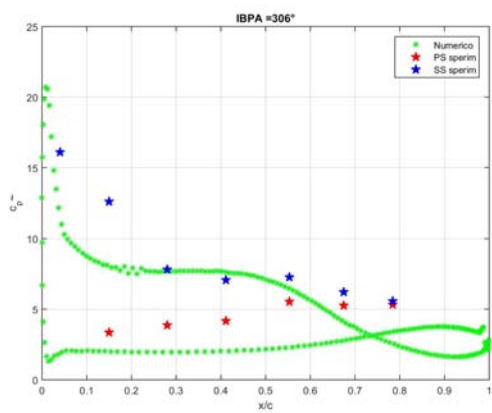


(a)

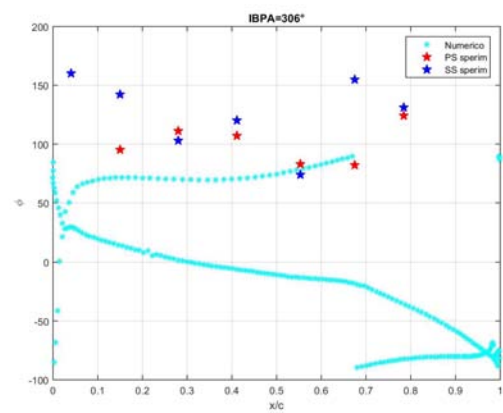


(b)

Figura A.15: c_p e ϕ per IBPA=288°.

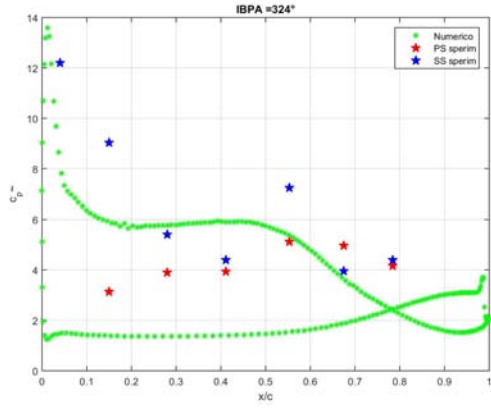


(a)

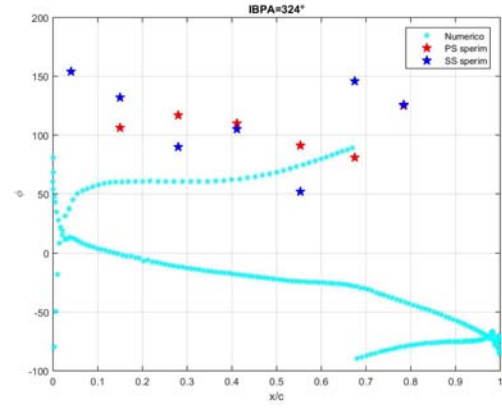


(b)

Figura A.16: c_p e ϕ per IBPA=306°.

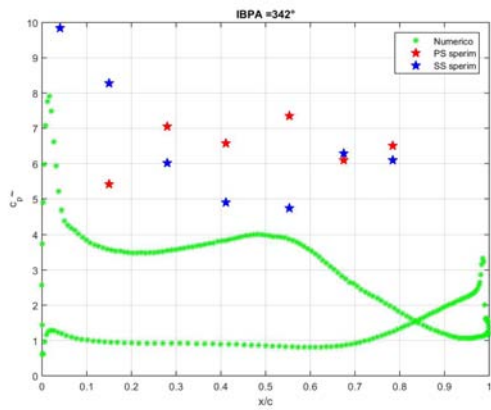


(a)

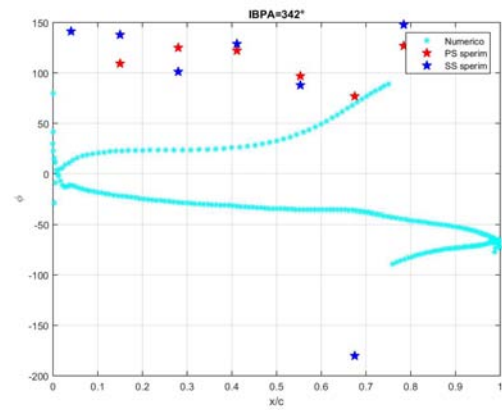


(b)

Figura A.17: c_p e ϕ per IBPA=324°.



(a)



(b)

Figura A.18: c_p e ϕ per IBPA=342°.

Bibliografia

- [1] RAMPADO, M., "Analisi numerica dell'interazione fluido-strutturale in una turbina di bassa pressione", Tesi Magistrale, Università degli Studi di Padova, 2015.
- [2] BÖLCS, A., FRANSSON, T.H., "Aeroelasticity in turbomachines - Comparison of theoretical and experimental results", Lausanne, EPFL, 1986.
- [3] BÖLCS, A., FRANSSON, T.H., "Aeroelasticity in turbomachines - Comparison of theoretical and experimental results" Appendix 5, Lausanne, EPFL, 1986.
- [4] FRANSSON, T.H., SIEVERDING, C.H., "Aeroelasticity in axial-flow turbomachines", May 3-7, 1999.
- [5] FUNG, Y.C., "An Introduction to the theory of aeroelasticity", Courier Corporation, 2002.
- [6] ANDERSON, J.D. JR., "Fundamentals of aerodynamics", 5th Edition, McGraw-Hill, New York, 2011.
- [7] WENDT, J.F., "Computational fluid dynamics - An introduction", Springer, 2009.
- [8] CLARK, R., COX, D., CURTISS, H.C. JR., EDWARDS, J.W., HALL, K.C., PETERS, D.A., SCANLAN, R., SIMIU, E., SISTO, F., STRGANAC, T.W., "A modern course in aeroelasticity", Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [9] ASHLEY, H., LANDAHL, M., "Aerodynamics of wing and bodies", Addison-Wesley, 1965.
- [10] BISPLINGHOFF, R.L., MAR, J.W., PIAN, T.H.H., "Statics of Deformable Solids", Addison-Wesley, 1965.
- [11] MONTANARO, A., "Meccanica Razionale", Ed. Progetto, 2012.
- [12] PLATZER, M.F., CARTA, F.O., "AGARD Manual on Aeroelasticity in Axial-flow Turbomachines; Volume 1: Unsteady Turbomachinery Aerodynamics", North Atlantic Treaty Organization, Advisory Group for Aerospace Research and Development, 1987.
- [13] PLATZER, M.F., CARTA, F.O., "AGARD Manual on Aeroelasticity in Axial-flow Turbomachines; Volume 2: Structural dynamics and aeroelasticity", North Atlantic Treaty Organization, Advisory Group for Aerospace Research and Development, 1987.

- [14] SALA, R., "Dispense del corso di Macchine", Capitolo 11, <http://www-3.unipv.it/webidra/materialeDidattico/sala/011.pdf>.
- [15] TANIDA, Y. AND SAITO, Y., "On Choking Flutter", Journal of fluid mechanics, Vol. 82 (1977), pp. 179-191.
- [16] JUTRAS, R.R., STALLONE, M.J., BANKHEAD, H.R., "Experimental investigation of flutter in mid-Stage compressor designs", AIAA Paper 80-0786 1980, pp. 729-740.
- [17] MICKLOW, J., JEFFERS, J., "Semi-actuator disc theory for compressor choke flutter", NASA Contractor Report 3426, 1981.
- [18] TANG, Z. M., ZHOU, S., "Numerical prediction of choking flutter of axial compressor blades", AIAA Paper 83-0006, Reno, 1983.
- [19] BÖLCS, A., FRANSSON, T.H., JÖCKER, M., OTT, P., "Viscous and inviscid linear/nonlinear calculations versus quasi-three-dimensional experimental cascade data for a new aeroelastic turbine standard configuration", Journal of turbomachinery 121(4), 717-725, 1999.
- [20] JÖCKER, M., "Information for 3D computations of the STCF 11 test cases", http://www.energy.kth.se/proj/projects/Markus%20Joecker/STCF/STCF11/STCF11_3D.pdf
- [21] FELIPPA, C.A., PARK, K.C., FARHAT, C., "Partitioned analysis of coupled mechanical systems. Technical report", Center for Aerospace Structures, University of Colorado, March 1999.
- [22] A. FAISAL, "Analysis of data transfer methods between non-matching meshes in multiphysics simulations", Tesi Magistrale, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2006.
- [23] ERDOS, J., ALZNER, E., "Numerical solution of periodic transonic flow through a fan stage", AIAA Journal, 15, 1559-1568, 1997
- [24] VOGT, D., "Experimental investigation of three-dimensional mechanisms in low-pressure turbine flutter", PhD Thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, 2015.
- [25] BEGHINI, M., BERTINI, L., SANTUS, C., MARIOTTI, G., "Condizioni di risonanza per ruote palettate - definizione del diagramma SAFE", 40° convegno nazionale della AIAS, 2011.
- [26] WILSON, E.L., "Static and dynamic analysis of structures", Berkeley, CA: Computers and Structures, Inc., 2004.
- [27] ANSYS INC., Ansys documentation for release 16.1, 2015.
- [28] HALL, K.C., THOMAS, J.P., CLARK, W.S., "Computation of unsteady nonlinear flows in cascades using a harmonic balance technique", Duke University, Durham, North Carolina 27708-0300, 2002.

- [29] ALSHROOF, O.N., FORBES, G.L., SAWALHI, N., RANDALL, R.B., YEOH, G.H., "Computational fluid dynamic analysis of a vibrating turbine blade", Hindawi Publishing Corporation, International Journal of Rotating Machinery", Volume 2012, Article ID 246031, 2012.
- [30] VERSTEEG, H.K., MALALASEKERA, W., "An Introduction to computational fluid dynamics", Pearson, 2007.
- [31] BISPLINGHOFF, R.L., ASHLEY, H., HALFMAN R.L., "Aeroelasticity", Courier Corporation, 1996.
- [32] ELDER, R., WOODS, I., PATIL, S., HOLMES, W., STEED, R., HUTCHINSON, B., "Investigation of efficient CFD methods for the prediction of blade damping", ASME Turbo Expo 2013: Turbine Technical Conference, 2013.
- [33] HALL, K.C., THOMAS, J.P., EKICI, K., VOYTOVYCH, D.M., "Frequency domain techniques for complex and nonlinear flows in turbomachinery", 33rd AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit Orlando, Florida, 2003.
- [34] NI, R., SISTO, F., "Numerical computation of nonstationary aerodynamics of flat plate cascades in compressible flow," Transactions of the ASME:Journal of Engineering for Power, Vol. 98, 1976.
- [35] HALL, K.C., CRAWLEY, E.F., "Calculation of unsteady flows in turbomachinery using the linearized euler equations", AIAA Journal, Vol. 27, No. 6, 1989.
- [36] "Innovative turbulence modeling: SST model in ANSYS CFX", Technical Brief.
- [37] WILCOX C.D., "Turbulence modeling for CFD" 2nd Ed., DCW Industries, 1998.
- [38] MENTER, F.R., "Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications", AIAA Journal, Vol. 32, No. 8, 1994.
- [39] SRINIVASAN, A.V., "Flutter and resonant vibration characteristics of engine blades", J. Eng. Gas Turbines Power 119(4), 742-775, 1997.
- [40] LUBOMSKI, J.F., "Status of NASA full-scale engine aeroelasticity research", Prepared for the Twenty-first Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Washington, May 12-14, 1980.
- [41] Descrizione della galleria anulare, <http://gtt.epfl.ch/site/gtt/op/preview/page-65608.html>.
- [42] BLAZEK, J., "Computational fluid dynamics: principles and applications", Elsevier, 2001.
- [43] BYRON BIRD, R., STEWART, W.E., LIGHTFOOT, E.N., "Transport phenomena", Second edition, John Wiley and Sons, Inc., 2002.

Ringraziamenti

È giunto il momento di chiudere la tesi, ma è necessario un ultimo capitolo: i temuti ringraziamenti. Per non smentirmi, lo stile che adotterò sarà "poche ma sentite parole".

Innanzitutto ringrazio il Prof. Benini, che per tutto l'ultimo anno di università mi ha trasmesso la passione per la fluidodinamica e le turbomacchine e che mi ha assegnato questo affascinante argomento, facendomi cambiare opinione sulle vibrazioni (prima mal digerite).

Poi ringrazio la mia famiglia, così composta: nonni Ciro e Maria Angela, mamma Mariateresa, papà Massimo, Sara, zio Gian e zia Nelly. Mi amate, coccolate e supportate da sempre, sono una ragazza estremamente fortunata ad avervi. Sapete quanto sono orgogliosa di noi.

C'è un'altra famiglia che mi sento di ringraziare: Luciana, Roberto e Tommaso, grazie per avermi aperto le porte di casa vostra cinque anni fa, e circondato d'affetto da allora.

Passando agli amici, ringrazio Giulia, Martina, Beatrice A., Beatrice G., Jacopo, Ranga e Giovanni (aka il gruppo papiri), perché nonostante ora ci si veda poco, quando ci incontriamo sembra che il tempo non sia mai passato. Vi voglio bene, da dieci anni e oltre.

Inoltre c'è il mio caro Francesco da ringraziare obbligatoriamente, dopo tutto quello che mi hai fatto copiare e tutti i posti che mi hai tenuto (nonostante io viva a 700 metri dalla facoltà). Scherzi a parte, sei un vero amico e insieme formiamo un team eccezionale. Sono convinta che avremo altre opportunità per lavorare insieme, ingegnere.

Ringrazio anche Pietro, con cui ho condiviso questi ultimi mesi e il corso di tedesco. Ero convinta che prima o poi ci saremmo ritrovati.

Infine ringrazio Andrea, l'altra metà del mio cuore, che ormai da un lustro è al mio fianco. Sei stato presente da Analisi 1 a Progetto di Macchine, sei qui oggi a festeggiare con me e sono convinta che la strada che percorreremo insieme sia ancora lunga. E pensare che tutto è cominciato con una serie in biblioteca...

Chiedo venia se ho dimenticato qualcuno, saprò rimediare a voce e coi fatti. Intanto termino questo capitolo universitario con soddisfazione, pronta a scrivere il prossimo (e non vedo l'ora).