

**Studio del processo di distruzione del  $^{26}\text{Al}$   
ad energie di interesse astrofisico con il  
Trojan Horse Method**

Francesco Andreis

AA 2021/2022

# Indice

<b>1</b>	<b>Problematica scientifica</b>	<b>2</b>
1.1	L'importanza del $^{26}\text{Al}$ in ambito astrofisico . . . . .	2
1.2	Trojan Horse Method (THM) . . . . .	3
1.3	Caratteristiche del THM . . . . .	6
1.4	Formulazione del THM nell'approssimazione d'impulso a onde piane (PWIA) . . . . .	7
1.5	THM in $^{26}\text{Al}^{gs}(n, \alpha)^{23}\text{Na}$ e $^{26}\text{Al}^{gs}(n, p)^{26}\text{Mg}$ . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Esperimento</b>	<b>9</b>
2.1	Setup sperimentale . . . . .	9
2.2	Determinazione della regione cinematica . . . . .	10
2.3	La tecnica di identificazione $\Delta E - E$ . . . . .	14
2.4	Il fascio di $^{26}\text{Al}$ . . . . .	15
2.4.1	Produzione di fasci radiattivi . . . . .	15
2.4.2	La facility ISAC al TRIUMF . . . . .	15
2.4.3	Il sistema di collimazione . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Calibrazione angolare</b>	<b>18</b>
3.1	Metodo di calibrazione . . . . .	18
3.2	Gli angoli di Eulero . . . . .	20
3.3	Analisi dati . . . . .	21
3.3.1	Rivelatore A-Up (AU) . . . . .	22
3.3.2	Rivelatore A-Down (AD) . . . . .	23
3.3.3	Rivelatore A-Right (AR) . . . . .	24
3.3.4	Rivelatore A-Left (AL) . . . . .	25
3.3.5	Rivelatore B-Up (BU) . . . . .	26
3.3.6	Rivelatore B-Down (BD) . . . . .	27
3.3.7	Rivelatore B-Right (BR) . . . . .	28
3.3.8	Rivelatore B-Left (BL) . . . . .	29
<b>4</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>30</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>32</b>

# Capitolo 1

## Problematica scientifica

### 1.1 L'importanza del $^{26}\text{Al}$ in ambito astrofisico

L'isotopo radioattivo dell'alluminio-26 ( $^{26}\text{Al}$ ), oltre ad essere stato il primo emettitore di raggi  $\gamma$  osservato nella nostra galassia, gioca un ruolo fondamentale per capire diversi processi di nucleosintesi nell'universo, soprattutto nell'ambito della Multi-Messenger Astronomy [2]. A causa della sua vita media ( $7 \cdot 10^5$  anni) lunga per le scale di tempi umane, ma estremamente breve rispetto ai processi interstellari, la sua presenza può essere osservata direttamente attraverso la radiazione prodotta dal suo decadimento. Essendo un nucleo pesante rispetto a quelli generalmente presenti nelle stelle, la presenza di  $^{26}\text{Al}$  rivela preziose informazioni sull'evoluzione dei nuclei all'interno della galassia ed anche sulle esplosioni di supernove. Inoltre, sono stati trovati meteoriti nel nostro sistema solare con chiari rimasugli del decadimento di  $^{26}\text{Al}$ , chiaro sintomo del fatto che prima della formazione del "nostro" sistema solare vi sia stata un'iniezione di alluminio radioattivo [4].

Sono state effettuate diverse misure e osservazioni satellitari circa la presenza di  $^{26}\text{Al}$  nella nostra galassia (che ha una massa totale stimata di 2.0-3.6 masse solari [3]) ed è stato evidenziato come la produzione di questo nucleo sia realizzata prevalentemente in stelle molto massive. Nello specifico, secondo il modello stellare la nucleosintesi di  $^{26}\text{Al}$  avviene durante tre fasi distinte nell'evoluzione di tali stelle: la fase di bruciamento dell'idrogeno nelle stelle di Wolf-Rayet (stelle eruttive molto massive e calde rispetto alla media), la fase di bruciamento convettivo della shell di carbonio e la fase di bruciamento esplosivo di neon/carbonio prima e durante il collasso del nucleo nell'esplosione di una supernova [1] [7]. Per giustificare la presenza di  $^{26}\text{Al}$  nel sistema solare, si è ipotizzato che tale nucleo potesse essere prodotto all'interno delle stelle Asymptotic Giant Branch (AGB, o ramo asintotico delle giganti rosse), ossia stelle evolute, luminose e fredde caratterizzate da un nucleo di carbonio e ossigeno [5]. L'ipotesi più accreditata oggi è che  $^{26}\text{Al}$  sia stato immesso da un vento cosmico proveniente da una stella AGB vicina

nella nebulosa protosolare e che abbia giocato un ruolo fondamentale nella fusione, differenziazione e nella formazione della crosta di corpi planetari nei primi stadi evolutivi del sistema solare.

Due reazioni che interessano fortemente la nucleosintesi di  $^{26}\text{Al}$  sono i canali di distruzione neutronica  $^{26}\text{Al}(n, \alpha)^{23}\text{Na}$  e  $^{26}\text{Al}(n, p)^{26}\text{Mg}$ . Queste reazioni interessano il  $^{26}\text{Al}$  sia nello stato fondamentale che in quello isomerico a 228 keV [6], che però ha un tempo di dimezzamento relativamente breve ( $T_{\frac{1}{2}} = 6.35\text{s}$ ) da poter essere considerato come una diversa specie nucleare nella maggior parte dei casi di interesse astrofisico. Tuttavia, i rate di reazione sono molto poco conosciuti al giorno d'oggi e, nonostante alcuni studi mostrino che vi è una preminenza della reazione  $^{26}\text{Al}^{gs}(n, p)^{26}\text{Mg}$ , una variazione di un fattore 10 nei rate di reazione porterebbe a dei cambiamenti critici nel campo astrofisico.

Dal momento che i dati sperimentali relativi alle reazioni nucleari riguardanti l' $^{26}\text{Al}$  sono scarse e, soprattutto, riguardano un range di energie che ricopre solo parzialmente quello di interesse astrofisico (dove le temperature in gioco sono dell'ordine di 1.1-2.3 GK), è necessario fare un'analisi più approfondita circa le sezioni d'urto di  $^{26}\text{Al}(n, \alpha)^{23}\text{Na}$  e  $^{26}\text{Al}(n, p)^{26}\text{Mg}$ . La ricerca riguardante le reazioni indotte da neutroni su nuclei instabili è estremamente complicata, anche se, come nel caso che stiamo analizzando, il nucleo instabile ha un tempo di dimezzamento lungo ed è quindi possibile produrre un bersaglio fisico del nucleo stesso. Questo si deve principalmente alla poca disponibilità di  $^{26}\text{Al}$  in natura (soprattutto puro) e a tutte le difficoltà di produrre un fascio di neutroni, che portano spesso gli esperimenti ad avere errori sistematici non trascurabili e una bassa statistica. Una valida alternativa per rendere l'esperimento di più facile realizzazione in questi casi è rappresentata dal cosiddetto "Trojan Horse Method" (o THM), ossia il metodo del cavallo di Troia, che sarà discusso nella prossima sezione.

## 1.2 Trojan Horse Method (THM)

Per risolvere i problemi esposti nella sezione precedente, sono stati proposti diversi metodi nel corso degli anni, in cui non è necessario studiare la reazione direttamente, ma si cerca di derivare "indirettamente" la sezione d'urto della reazione nucleare di interesse. Questi metodi si chiamano metodi indiretti. Uno di questi è il THM, che si è dimostrato di grande successo nello studio di molte reazioni astrofisiche [17], incluse le reazioni indotte da neutroni su nuclei instabili. Esso è un metodo indiretto per determinare il fattore astrofisico  $S$ , un riscaldamento della sezione d'urto totale  $\sigma(E)$  per tener conto anche della eventuale repulsione coulombiana, definito come segue:

$$S(E) = \frac{E}{\exp(-2\pi\eta)} \sigma(E) \quad (1.1)$$

dove  $E$  è l'energia,  $\sigma$  la sezione d'urto ed  $\eta$  è il parametro adimensionale di Sommerfeld definito come segue:  $\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar v}$ , con  $v$  velocità relativa della particella incidente.

Determinare il fattore  $S$  si rende necessario perché a basse energie le sezioni d'urto diventano estremamente piccole ed energie di interesse astrofisico non possono essere raggiunte sperimentalmente a parte in rari casi [8]. Pertanto, la sezione d'urto  $\sigma(E)$  a basse energie si trova estrapolando ad energie maggiori con il fattore  $S$ .

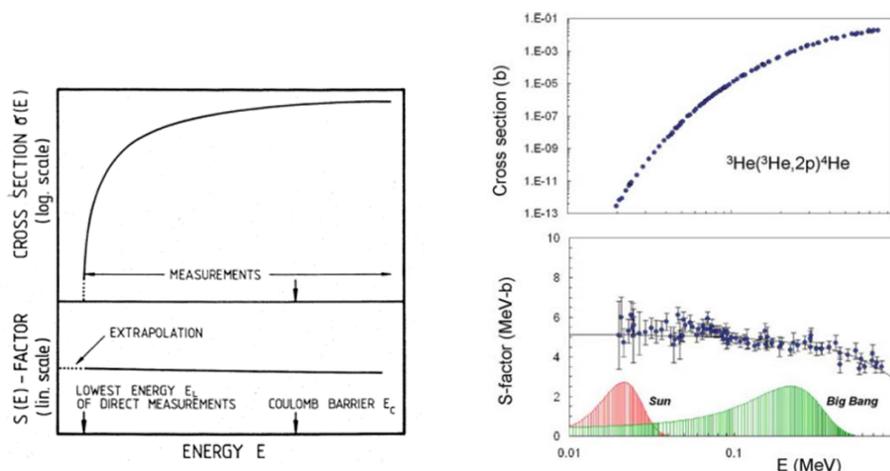


Figura 1.1: Andamento della sezione d'urto,  $\sigma(E)$ , e del fattore astrofisico  $S$  al variare dell'energia per la funzione di interesse astrofisico  ${}^3\text{He}({}^3\text{He}, 2p){}^4\text{He}$ .

La situazione è descritta chiaramente nei grafici soprastanti, dove possiamo apprezzare come il fattore  $S$ , al variare dell'energia, rimanga costante, aspetto che rende molto più facile estrapolarne i dati sotto la soglia sperimentale diretta rispetto alla sezione d'urto, che subisce un crollo vertiginoso.

Si può spiegare brevemente il THM come segue: consideriamo la reazione  $A + a \rightarrow c + C + s$ , dove  $a$  (nucleo bersaglio, nel nostro caso) può essere descritto con elevata probabilità dalla funzione d'onda di una configurazione a cluster: siano questi cluster  $x$  e  $s$  (in breve,  $a = x \oplus s$ ). A questo punto, si può usare l'approssimazione d'impulso [10][11][12][13], che si basa sulle seguenti tre ipotesi:

- la particella incidente  $A$  non interagisce mai contemporaneamente con i due cluster di  $a$ ;
- l'interazione del proiettile  $A$  con  $x$  avviene come se  $x$  fosse una particella libera, quindi la presenza di  $s$  non influenza l'interazione;
- l'energia di legame dei cluster in  $a$  è trascurabile rispetto all'energia di interazione fra  $A$  e  $x$ .

Si può quindi affermare che il cluster  $s$  partecipa solo come spettatore al processo di reazione. Uno schema molto semplice, ma che riassume l'andamento delle interazioni nucleari è il seguente:

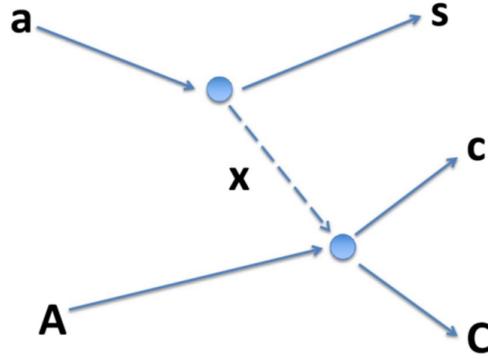


Figura 1.2: Schema del funzionamento di una generica reazione nucleare studiata con il THM.

Con il THM, infine, si vuole che la sezione d'urto non risenta degli effetti dovuti all'attraversamento delle barriere coulombiane e centrifughe. Nel nostro caso in particolare, poiché una delle due particelle è un neutrone, si vuole che la sezione d'urto non risenta solamente dell'effetto della barriera centrifuga. Il nucleo  $a$  (chiamato “nucleo cavallo di Troia”) è quindi scelto perché:

- la sua funzione d'onda ha una grande ampiezza nella configurazione a cluster;
- ha una bassa energia di legame;
- ha una ben conosciuta distribuzione del momento  $|\Phi(\vec{p})|$ .

I prodotti del THM, tuttavia, potrebbero essere dovuti anche a qualche altro fenomeno diverso da quello descritto: per esempio, si potrebbe formare un nucleo intermedio e le particelle rivelate potrebbero essere il risultato del decadimento di tale nucleo. Questo tipo di decadimenti, chiamati processi sequenziali, non sono di interesse nello studio di processi quasi liberi e costituiscono un fondo che deve essere opportunamente eliminato durante l'analisi dei dati acquisiti.

La determinazione di quali eventi costituiscano il fondo non è sempre facile, ma bisogna condurre un'analisi approfondita sulle condizioni cinematiche ed energetiche che soddisfano il meccanismo del THM. La condizione più importante da tenere in considerazione è che il cluster  $s$  deve mantenere la funzione d'onda del suo momento anche dopo l'interazione fra  $a$  e  $A$ . Questo fatto si riconduce a una condizione stringente per i prodotti di reazione  $c$  e  $C$ , che devono essere emessi ad una coppia di angoli  $(\theta_c, \theta_C)$ , chiamati

angoli quasi-liberi. Sperimentalmente si possono selezionare i prodotti della reazione  $c$  e  $C$  ad una coppia di angoli quasi-liberi in modo tale da cercare di soddisfare le condizioni cinematiche su  $s$ , o quantomeno le condizioni in cui ci si aspetta che il THM sia dominante.

### 1.3 Caratteristiche del THM

Nel processo che abbiamo descritto nella sezione precedente, si assume che la particella  $A$  interagisca soltanto con il cluster  $x$  di  $a$ , mentre  $s$  si comporta da spettatore. Se, inoltre, la particella  $A$  ha abbastanza energia da superare la barriera di potenziale, la reazione di interesse  $A + x$  avviene direttamente all'interno della regione di interazione nucleare. Dal momento che l'energia del nucleo incidente  $A$  può essere compensata in parte dall'energia di legame di  $x + s$ , la reazione a due corpi può avvenire a un'energia relativa fra  $a - x$  molto bassa, cioè nella regione di interesse astrofisico, permettendo di fare estrapolazioni ad energie che con metodi diretti non sarebbero possibili.

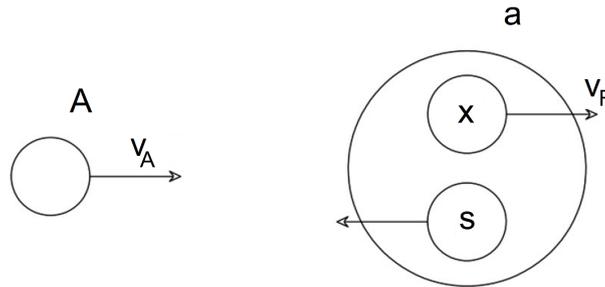


Figura 1.3: Schema di una reazione con una generica particella a cluster,  $v_F$  è la velocità di Fermi, ossia la velocità relativa all'interno di  $a$  del cluster.

L'obiettivo è quindi quello di determinare un modo semplice per effettuare delle misure alle energie basse che interessano, in modo da avere accesso alle regioni di estrapolazione. È per raggiungere questo scopo che si usano generalmente come nuclei cavalli di Troia isotopi con bassa energia di legame, che permettono di raggiungere con precisione (vista la bassa energia di legame e quindi la bassa velocità di Fermi dei cluster) le energie di interesse astrofisico e di sfruttare le conoscenze delle interazioni quasi-libere.

Operativamente l'energia del centro di massa della reazione "virtuale"  $a + x \rightarrow c + C$  è data da [14]:

$$E_{CM} = E_{Ax} - B_{xs} \quad (1.2)$$

dove  $E_{Ax}$  è l'energia del centro di massa nel nodo inferiore di Figura 1.2 e  $B_{xs}$  è l'energia di legame del nucleo  $a$ . Per le leggi di conservazione dell'energia,

dopo la reazione nucleare si potrà pure scrivere [15]:

$$E_{CM} = E_{Cc} - Q_{a+A \rightarrow c+C} \quad (1.3)$$

dove  $Q_{a+A \rightarrow c+C}$  è il Q-valore della reazione a due corpi. Nel nostro caso il ruolo di nucleo cavallo di Troia sarà ricoperto dal deutone, che come noto ha un'energia di legame bassa, e i suoi componenti, protone e neutrone, saranno rispettivamente spettatore e partecipante nella reazione a due corpi.

## 1.4 Formulazione del THM nell'approssimazione d'impulso a onde piane (PWIA)

In questa formulazione, si suppone che valga l'approssimazione d'impulso vista nelle sezioni precedenti, si assume che le particelle incidenti ed emesse possano essere descritte come onde piane e che la funzione d'onda di  $a$  possa essere vista come una configurazione a cluster [19]. Con queste approssimazioni, si riesce a fattorizzare la sezione d'urto del processo a tre corpi in termini diversi, ciascuno dei quali descrive i poli rappresentati in Figura 1.2:

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega_c d\Omega_C dE_c} \propto (KF) |\Phi(\vec{p})|^2 \left( \frac{d\sigma_{Ax}}{d\Omega} \right)_{CM}^{HOES} \quad (1.4)$$

dove:

- $KF$  è un fattore cinematico risultante dallo sviluppo della reazione quasi-libera, assumendo che il cluster spettatore  $s$  mantenga nello stato finale lo stesso momento che aveva nello stato iniziale;
- $|\Phi(\vec{p})|^2$  è la distribuzione dei momenti dello spettatore  $s$  in  $a$ ;
- $\left( \frac{d\sigma_{Ax}}{d\Omega} \right)_{CM}^{HOES}$  è la sezione d'urto differenziale della "Half-Off-Energy-Shell" (HOES) per il decadimento a due corpi indotto all'energia  $E_{CM}$  nel centro di massa. La sezione d'urto è HOES perché la  $x$  è una particella virtuale [16], il che significa che la sua energia e momento non sono legate dall'equazione mass-shell  $E_x = \frac{p_x^2}{2m}$ . Sotto condizioni di quasi-libertà, l'energia relativa  $a - x$  è determinata dalla relazione  $E_{ax} = \frac{p_{ax}^2}{2m_{ax} - \epsilon_{ax}}$ , dove  $\epsilon_{ax}$  è l'energia di legame del nucleo cavallo di Troia. In uscita, l'equazione mass-shell è ripristinata perché  $c$  e  $C$  sono reali.

## 1.5 THM in $^{26}\text{Al}^{gs}(n, \alpha)^{23}\text{Na}$ e $^{26}\text{Al}^{gs}(n, p)^{26}\text{Mg}$

In questa tesi si tratterà dell'esperimento riguardante la misura della sezione d'urto delle reazioni  $^{26}\text{Al}^{gs}(n, \alpha)^{23}\text{Na}$  e  $^{26}\text{Al}^{gs}(n, p)^{26}\text{Mg}$  usando il THM

applicato alla reazione quasi-libera  ${}^2\text{H}+{}^{26}\text{Al}$ . Coerentemente con quanto esposto in precedenza, l'obiettivo dell'esperimento era quello di analizzare i decadimenti a tre corpi  ${}^2\text{H}({}^{26}\text{Al}^{gs}, \alpha {}^{23}\text{Na})p$  e  ${}^2\text{H}({}^{26}\text{Al}^{gs}, p {}^{26}\text{Mg})p$ , considerando ovviamente solo gli eventi compatibili con la meccanica di quasi-libertà necessaria affinché le condizioni del THM siano soddisfatte per lo studio del decadimento a due corpi.

La scelta del deutone come nucleo cavallo di Troia è dovuta al fatto che ha un'energia di legame  $p - n$  molto bassa ( $E_B = 2, 2eV$ ) e la distribuzione del momento per il moto dei cluster è conosciuta attraverso altri esperimenti indipendenti. Inoltre, come è stato verificato, l'accoppiamento dei momenti angolari del deutone è in onda s al 96%, quindi il momento dei cluster ha un massimo in corrispondenza di  $0 \text{ MeV}/c$ . Le reazioni sono schematizzate nelle figure seguenti:

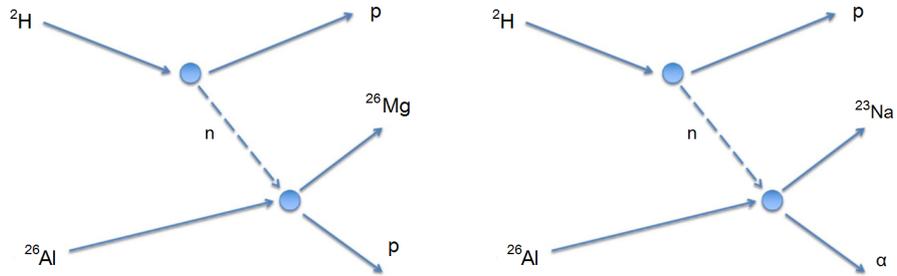


Figura 1.4: Schema delle reazioni prese in esame nell'esperimento trattato in questa tesi.

## Capitolo 2

# Esperimento

### 2.1 Setup sperimentale

La misura diretta della sezione d'urto delle reazioni  $^{26}\text{Al}(n, \alpha)^{23}\text{Na}$  e  $^{26}\text{Al}(n, p)^{26}\text{Mg}$  è molto complicata da realizzarsi, non solo perché si ha a che fare con sistemi instabili, ma anche perché è richiesto un complesso setup sperimentale. Con l'esperimento in esame in cui si usa il THM, tuttavia, si ha l'obiettivo di derivare la sezione d'urto delle reazioni a due corpi dalla misura delle sezioni d'urto delle reazioni surrogate a tre corpi, rivelando il frammento pesante della reazione, ossia il  $^{26}\text{Mg}$  o il  $^{23}\text{Na}$ , in coincidenza con il relativo frammento leggero,  $p$  o  $\alpha$ , mentre il restante protone a bassa energia, che nelle condizioni del THM è spettatore della reazione, non è rivelato.

L'esperimento è realizzato in cinematica inversa, ossia facendo incidere un fascio di  $^{26}\text{Al}$  contro un bersaglio di  $\text{CD}_2$  in modo da innescare le due reazioni: in questo modo, la conservazione della quantità di moto impone che il frammento pesante venga emesso ad angoli molto piccoli in avanti, mentre quelli leggeri possono avere angoli di emissione contenuti in un angolo solido molto ampio, specialmente nel caso del protone. Per questo motivo, gli 8 telescopi dell'array di rivelatori NEFASTA (NEar FAr Silicon Telescope Array) sono stati riarrangiati in due gruppi separati: 4 sono posizionati vicino al bersaglio, a circa 60 mm, e d'ora in poi saranno indicati con la lettera A, gli altri quattro, che indicheremo con la lettera B, a piccoli angoli ad una distanza di circa 700 mm dal bersaglio.

Ciascun telescopio del gruppo A è costituito da un DSSSD (Double-Sided Silicon Strip Detector) spesso  $1000\ \mu\text{m}$  aventi  $32 \times 32$  strip in un'area attiva di  $51.2 \times 51.2\ \text{mm}^2$ , in modo da avere una risoluzione a 1024 pixel, seguito da un pad detector spesso  $1500\ \mu\text{m}$  per rivelare i protoni del canale  $(n, p)$  di interesse (che solitamente, come si vedrà in seguito, hanno un'energia inferiore ai 20.7 MeV). I rivelatori del gruppo A sottendono range angolari diversi a seconda che siano disposti sul piano verticale ( $\theta = 9.4 - 55.6$ , A1) oppure orizzontale ( $\theta = 32.9 - 79.1$ , A2).

Li rivelatori del gruppo B sono posizionati lontano dal bersaglio: tale distanza serve per avere una buona risoluzione angolare nell'esperimento per gli angoli piccoli a cui sono emessi i frammenti pesanti. Come per i rivelatori A, anch'essi sono disposti a coppie sul piano verticale (B1) e orizzontale (B2) e sono composti da un SSSSD (Single-Sided Silicon Strip Detector) dello spessore (nominale) di  $20 \mu\text{m}$  e da un DSSSD spesso  $1000 \mu\text{m}$  per rivelare i frammenti pesanti di  $^{26}\text{Mg}$  e  $^{23}\text{Na}$ , dove la soglia introdotta dal detector di  $20 \mu\text{m}$  è  $44 \text{ MeV}$  per il  $^{23}\text{Na}$  e  $48.8 \text{ MeV}$  per il  $^{26}\text{Mg}$ . I telescopi B1 coprono un range angolare di  $\theta = 1 - 5.1$ , mentre i B2 di  $\theta = 2.9 - 7.1$  (i detector B2 coprono parzialmente i B1, ma solo nella parte non attiva della loro area).

La disposizione dei rivelatori nello spazio è descritta molto bene nella figura e nelle foto riportate di seguito:

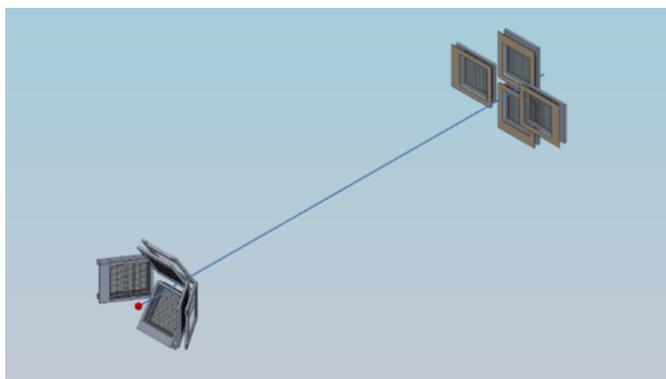


Figura 2.1: Disegno tecnico del posizione dei rivelatori nell'esperimento: per chiarezza, la posizione del bersaglio si è indicata con un punto rosso e la direzione del fascio incidente di  $^{26}\text{Al}$  con una linea blu. Il gruppo di sinistra, vicino al target, è il gruppo di rivelatori A, mentre quello di destra, lontano dal bersaglio, è il gruppo B.

## 2.2 Determinazione della regione cinematica

Una volta descritto il set-up utilizzato nell'esperimento, discutiamo in maniera più approfondita le motivazioni scientifiche che ci hanno guidato nella scelta dei rivelatori, del loro posizionamento spaziale e delle soglie energetiche di identificazione introdotte dal loro spessore sui prodotti di reazione.

I telescopi sono stati posizionati in modo tale che i prodotti di reazione possano essere rivelati in una larga regione cinematica dove i contributi della reazione in condizioni quasi-free siano massimi. La scelta degli angoli in cui posizionare i rivelatori è dovuta alle cosiddette condizioni angolari di quasi-libertà, a cui si faceva riferimento nel capitolo precedente. In generale,

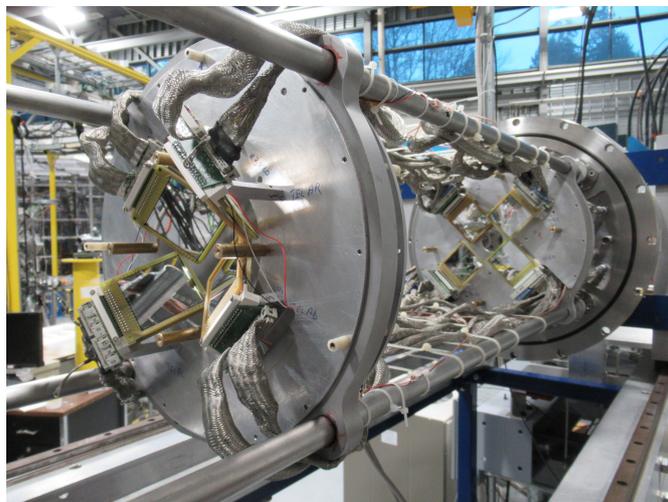


Figura 2.2: Foto dell'apparato sperimentale, si notano le posizioni dei rivelatori e in particolare il collettore bianco usato per posizionarli correttamente.

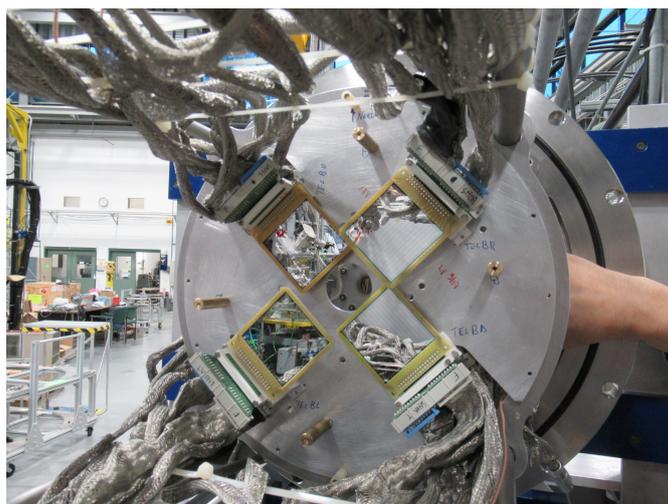


Figura 2.3: Foto del gruppo di rivelatori B, posizionati a piccoli angoli lontano del bersaglio.

è possibile determinare le proprietà cinematiche della terza particella nello stato finale di una reazione a tre corpi conoscendo le energie e gli angoli di emissione delle altre due. Nel caso particolare di quasi-libertà, si ha un'ulteriore condizione, ovvero che la terza particella (lo spettatore  $s$ ) mantenga inalterata durante la reazione la distribuzione del suo momento  $p_s$ . Applicando i principi di conservazione dell'energia e del momento, si può scrivere

il seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} E_A + Q = E_c + E_C + E_s \\ \vec{p}_A = \vec{p}_c + \vec{p}_C + \vec{p}_s \end{cases} \quad (2.1)$$

dove  $E_A$  e  $P_A$  rappresentano l'energia e il momento della particella incidente. Imponendo le condizioni di quasi-libertà, ossia che il moto relativo dello spettatore  $s$  in  $a$  avvenga in onda- $s$  ( $l = 0$ ), si ha che  $p_s = 0$ , ossia che  $E_s = 0$  ed è quindi possibile riscrivere il sistema 2.1 nella forma:

$$\begin{cases} E_A + Q = E_c + E_C \\ p_A = p_c \cos(\theta_c) + p_C \cos(\theta_C) \\ 0 = p_c \sin(\theta_c) + p_C \sin(\theta_C) \end{cases} \quad (2.2)$$

che è un sistema di tre equazioni in quattro incognite. Dal momento che, però, le energie delle particelle sono rivelate, e quindi gli impulsi, una volta che uno degli angoli è determinato, l'altro è univocamente definito. La coppia di angoli  $(\theta_c, \theta_C)$  così ottenuta è il punto dove si ha probabilità massima di rivelare le particelle derivanti dalla reazione in condizioni di quasi-libertà. Per determinare in quale posizione ottimale si debbano posizionare i rivelatori per intercettare il maggior numero di coppie di angoli quasi-liberi e per avere una stima del range energetico a cui ci si aspetta di rivelare le particelle, si è effettuata una simulazione Monte-Carlo che ha prodotto i risultati di seguito esposti [18].

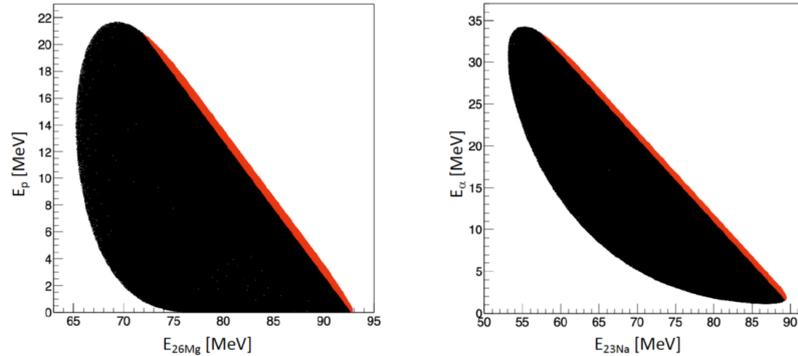


Figura 2.4: A sinistra: range energetici del protone e del  $^{26}\text{Mg}$  dalla reazione  $^2\text{H}(^{26}\text{Al}, p^{26}\text{Mg})p$  a  $3.5 \text{ A MeV}$  e per gli intervalli angolari in cui sono posti i rivelatori, la parte in rosso indica la regione in cui sono rispettate le condizioni di quasi-libertà. A destra: stesso grafico per la reazione  $^2\text{H}(^{26}\text{Al}, \alpha^{23}\text{Na})p$ .

La Figura 2.4, infatti, mostra le energie delle particelle che vogliamo rivelare, l'una in funzione dell'altra, delle reazioni  $^2\text{H}(^{26}\text{Al}^{gs}, p^{26}\text{Mg})p$  (a sinistra) e  $^2\text{H}(^{26}\text{Al}^{gs}, \alpha^{23}\text{Na})p$  (a destra) all'energia di  $3.5 \text{ A MeV}$  nelle posizioni in cui sono posti i rivelatori e assumendo che la perdita di energia nel bersaglio

sia trascurabile. La cinematica è calcolata a partire dall'assunto che i frammenti leggeri siano "rivelati" dai telescopi A, mentre quelli pesanti dai B. Nella figura, la banda rossa corrisponde ai dati che soddisfano le condizioni cinematiche di quasi libertà, dove il neutrone partecipa all'interazione con  $^{26}\text{Al}^{gs}$  ed il protone è spettatore. Anche nel caso si avessero due protoni nel canale di uscita della reazione (come nel caso della  $^2\text{H}(^{26}\text{Al}^{gs}, p^{26}\text{Mg})p$ ), che secondo la meccanica quantistica sarebbero particelle identiche, la differenza di energia fra i due è tale che si può ben distinguere quello che ha partecipato attivamente alla reazione nucleare da quello che invece è rimasto spettatore.

Un simile apparato sperimentale permette di estrarre le distribuzioni angolari delle reazioni di interesse astrofisico, che poi verranno integrate su tutto l'angolo solido per ottenere il fattore astrofisico  $S$ . Ottenere distribuzioni angolari è molto importante nell'applicazione del THM, perché queste rendono possibile il miglioramento del metodo permettendo di trarre informazioni sullo spin e sulla parità degli stati popolati durante la reazione "surrogata" (si definisce surrogata una reazione indotta da particelle cariche che portano allo stesso nucleo composto della reazione indotta da neutroni), cioè la reazione a tre corpi.

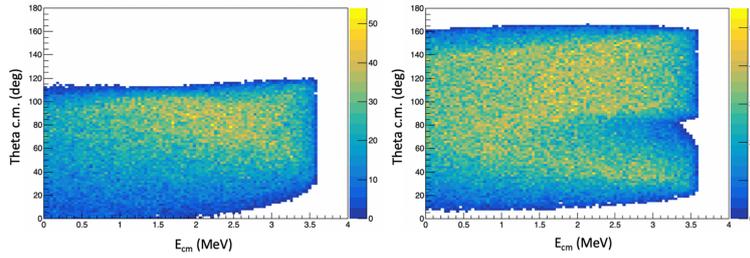


Figura 2.5: Spettri di  $\theta_{CM}$  vs  $E_{CM}$  nelle reazioni  $^{26}\text{Al}(n, p)^{26}\text{Mg}$  (a sinistra) e  $^{26}\text{Al}(n, \alpha)^{23}\text{Na}$  (a destra). Assumendo condizioni di quasi-staticità, questi grafici mostrano i range energetici che si andranno a coprire nell'esperimento in funzione dei range angolari, assumendo che  $^{26}\text{Mg}$  e  $^{23}\text{Na}$  siano nello stato fondamentale.

La Figura 2.5, risultato di un'altra simulazione Monte-Carlo [18], mostra lo spettro dell'andamento dell'energia del centro di massa in funzione dell'angolo del centro di massa per le reazioni  $^2\text{H}(^{26}\text{Al}^{gs}, p^{26}\text{Mg})p$  e  $^2\text{H}(^{26}\text{Al}^{gs}, \alpha^{23}\text{Na})p$ , dove  $E_{CM}$  è stata determinata con l'equazione 1.3, assumendo condizioni di quasi-libertà. Dai due grafici è chiaro che il THM ci permetterà di spaziare l'intero range di energie di rilevanza astrofisica (ossia l'intervallo 0-1  $MeV$ ), rendendo quindi possibile fare un'analisi approfondita della distribuzione angolare.

### 2.3 La tecnica di identificazione $\Delta E - E$

È possibile separare i canali  $^{26}\text{Al}(n, p)^{26}\text{Mg}$  e  $^{26}\text{Al}(n, \alpha)^{23}\text{Na}$  dagli altri e distinguerli fra loro usando la tecnica di identificazione  $\Delta E - E$ . Infatti, trascurando l'energia persa durante il cammino prima di arrivare ai rivelatori, la particella da rivelare perde energia nei due strati del telescopio. Se mettiamo in un grafico l'energia rilasciata nei due rivelatori, è possibile un'identificazione in carica e, potenzialmente (nel caso di una buona risoluzione energetica), in massa delle particelle incidenti dalle differenti iperboli nel grafico di correlazione  $(\Delta E, E)$ . Infatti l'ammontare di energia persa da una particella per unità di distanza ( $dE/dx$  o stopping power) è regolata dalla formula di Bethe-Bloch, che è funzione del numero atomico e della massa. In approssimazione non relativistica si ha:

$$\frac{dE}{dx} = C_1 \frac{Mz^2}{E} \ln \left( C_2 \frac{M}{E} \right) \quad (2.3)$$

con  $C_1$  e  $C_2$  opportune costanti. Per uno spessore finito si ha dunque:

$$\Delta E = \Delta x \frac{dE}{dx} \propto \frac{Mz^2}{E} \quad (2.4)$$

Un'utile rappresentazione è data dalla figura seguente: Nella figura prece-

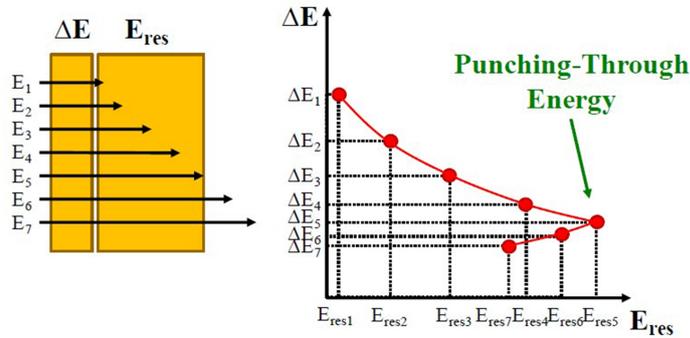


Figura 2.6: Rappresentazione schematica della tecnica di identificazione  $\Delta E - E$ .

dente è inoltre possibile notare un ulteriore fenomeno, quello della cosiddetta Punching-Through Energy, tale per cui, qualora lo spessore del rivelatore non fosse sufficiente a fermare completamente la particella incidente, si avrebbe una progressiva diminuzione dell'energia depositata sia nel primo che nel secondo rivelatore. Questo fenomeno è dovuto essenzialmente al fatto che lo stopping power del mezzo, trascurando effetti relativistici, diminuisce all'aumentare dell'energia cinetica della particella carica che lo sta attraversando, producendo nel grafico la caratteristica forma a "banana".

Con questo tipo di analisi si riescono a distinguere chiaramente i prodotti della reazione e la presenza di eventuali isotopi perché le curve fra loro non si intersecano: gli elementi della reazione con basso numero atomico  $A$  si disporranno quindi nella parte in basso a sinistra del grafico. Tuttavia, in caso di bassa risoluzione energetica, potrebbe verificarsi una sovrapposizione dei dati sperimentali lungo esse rendendo di fatto impossibile stabilire a quale curva appartengono.

## 2.4 Il fascio di $^{26}\text{Al}$

### 2.4.1 Produzione di fasci radiattivi

Esperimenti con fasci radioattivi (in inglese Radioactive Ion Beams, RIB) sono generalmente caratterizzati da una bassa statistica e, durante la produzione del fascio, si deve tener conto di molti ostacoli di natura sia tecnica che fisica. L'esperimento in esame, facendo uso di  $^{26}\text{Al}$  che, come visto, è un nucleo metastabile con una vita media molto lunga, non risentirà delle problematiche legate al tempo di dimezzamento breve, ma ciò non significa che non ci siano altri problemi altrettanto importanti che debbano essere tenuti in considerazione in fase di progettazione dell'esperimento. In particolare, bisogna garantire che il meccanismo di reazione scelto garantisca la più alta sezione d'urto per il processo che interessa: questo scopo è raggiunto ottimizzando la combinazione di proiettile e bersaglio, l'intensità del fascio e la potenza dissipata nel bersaglio. Inoltre, bisogna che la produzione del fascio sia selettiva in modo tale da evitare che lo stesso sia contaminato da specie nucleari indesiderate.

### 2.4.2 La facility ISAC al TRIUMF

Il laboratorio presso il quale è stato svolto l'esperimento è il TRIUMF, situato a Vancouver in Canada, dove la facility ISAC (Isotope Separator and ACcelerator) utilizza la tecnica Isotope Separation On-Line (ISOL) per la produzione di fasci radioattivi. Il sistema consiste di un fascio primario molto intenso, di un bersaglio di produzione collegato ad un sorgente di ioni, di un selettore di massa e di un sistema di trasporto del fascio [9]. Gli isotopi radioattivi sono prodotti dall'interazione di un fascio di protoni accelerato ad un'energia di 500 MeV e con intensità fino a 100  $\mu\text{A}$  da un ciclotrone e fatto incidere su un bersaglio spesso di, a seconda delle necessità, Nb, SiC o Ta. I nuclei radioattivi diffondono attraverso il materiale del bersaglio e poi effondono verso la sorgente, dove vengono ionizzati in modo che poi possano essere separati in massa e condotti verso le postazioni sperimentali. In questo modo a partire dal 1998 sono stati prodotti fasci radioattivi di energia fino a 60 keV. La facility è stata successivamente dotata di un acceleratore lineare superconduttivo per poter raggiungere energie fino a 5-11 AMeV.

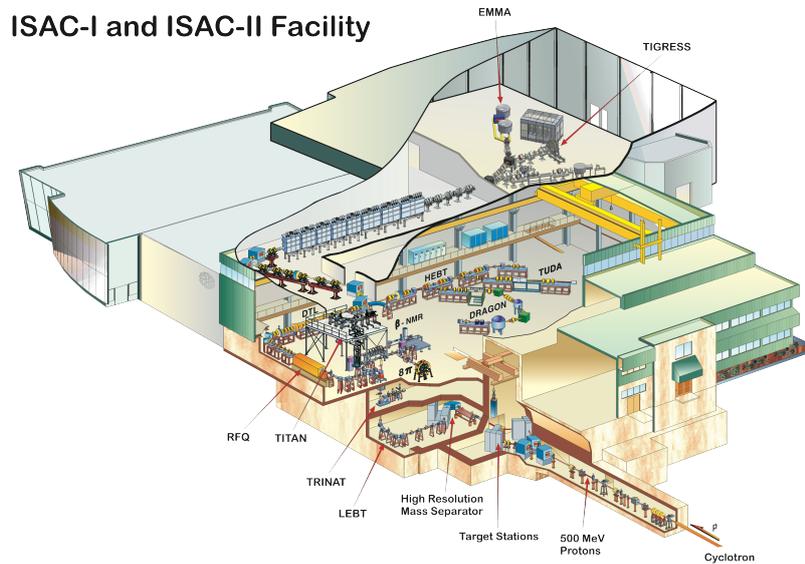


Figura 2.7: Schema della struttura del laboratorio TRIUMF in cui si è svolto l'esperimento

### 2.4.3 Il sistema di collimazione

Una problematica che può sorgere e a cui non è facile porre rimedio è il caso in cui il fascio incidente di  $^{26}\text{Al}$  non sia ben collimato. Dal momento che si è in cinematica inversa, infatti, il prodotto più pesante è emesso ad angoli molto piccoli e proiettati in avanti, che è una condizione molto buona per l'efficienza di rivelazione in condizioni ottimali, ma può diventare un problema nel caso in cui il fascio incidente sul bersaglio devii di qualche grado dalla sua direzione nominale. Usando un bersaglio di  $\text{CD}_2$  di densità superficiale di  $100 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ , le simulazioni mostrano che il numero di conteggi al secondo atteso per la strip più interna del detector B è di  $\sim 150$  per un'intensità del fascio di  $2 \cdot 10^6$  atomi di  $^{26}\text{Al}$  al secondo. Sebbene un tale rate di arrivo sia ben tollerato dai telescopi al silicio, è importante sottolineare che la distanza fra la strip considerata e il fascio è di soli 12 mm. Quindi, se il fascio non fosse ben collimato, potrebbe accadere che finisca per incidere direttamente sul detector, che potrebbe malfunzionare, compromettersi o, nell'ipotesi migliore, generare un numero molto elevato di coincidenze spurie. Fra i fattori che potrebbero causare una deflessione del fascio c'è anche il bersaglio stesso, che potrebbe essere disposto in maniera non ottimale, ma che dalle simulazioni non dovrebbe portare che un aumento di  $1 \text{ mrad}$  ( $0.057^\circ$ ) della regione di collimazione. Per assicurarsi che tale fenomeno non accada, è stato installato un sistema di collimazione nel punto di produzione del fascio composto di due collimatori di diametro rispettivamente di 2.5 mm e 2 mm (dove l'ultimo è quello più vicino al bersaglio) e un diaframma di antiscattering di 4.7

mm di diametro per focalizzare il fascio e prevenire che il fascio diffuso dal secondo collimatore possa raggiungere i detector. Un semplice schema della struttura del collimatore è riportato nella figura seguente:

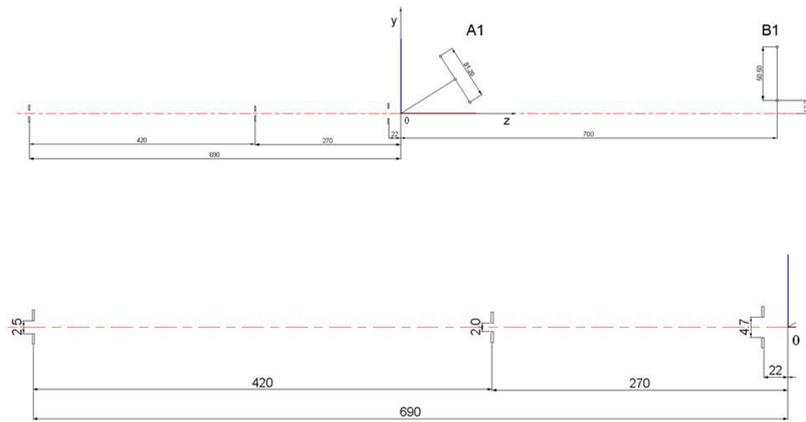


Figura 2.8: Disegno schematico del collimatore del fascio, dove le distanze sono espresse in mm.

## Capitolo 3

# Calibrazione angolare

### 3.1 Metodo di calibrazione

Per quanto si è visto finora, ci si può facilmente rendere conto dell'assoluta importanza della configurazione spaziale dei rivelatori per determinare la sezione d'urto delle reazioni nucleari prese in esame. Per questo, prima dell'esperimento, è opportuno effettuare alcuni test di calibrazione per verificare che tutto l'apparato funzioni alla perfezione, non solo dal punto di vista strumentale, ma anche di come è arrangiato spazialmente. Una di queste calibrazioni necessarie è la calibrazione angolare, che mira a verificare che gli angoli solidi (reali) coperti dai rivelatori siano effettivamente quelli nominali della progettazione meccanica. Per fare questo tipo di calibrazione, è necessario effettuare delle misure di un processo fisico ben conosciuto (ad esempio, la diffusione elastica ad energie al di sotto della barriera coulombiana) e confrontare l'andamento previsto dei dati teorici con quello effettivo dei dati sperimentali.

Nel nostro caso, a tal fine è stato utilizzato un fascio incidente di  $^{12}\text{C}$  a  $1.4712 \text{ MeV}/c$  fatto incidere su un bersaglio di  $^{197}\text{Au}$  dello spessore di  $90 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  e di raccogliere gli eventi di scattering elastico per circa due ore. Dal momento che la granularità dei rivelatori DSSSD garantisce la risoluzione angolare migliore e gli ioni di  $^{12}\text{C}$  sarebbero stati fermati completamente dallo spessore di silicio del primo stadio dei telescopi del gruppo B, i rivelatori SSSSD sono stati rimossi prima di questa misura, in modo tale da sfruttare al struttura a pixel del secondo stadio di rivelazione in avanti ed evidenziare i piccoli spostamenti a cui poteva essere soggetto l'apparato.

Nella fase successiva fase di analisi, i dati sperimentali sono stati confrontati con quelli ottenuti utilizzando una simulazione Monte-Carlo implementata appositamente per descrivere il fenomeno. In questa simulazione, si descrivono gli urti e si calcola il numero di particelle (e la loro energia) che giunge ad ogni pixel del rivelatore data una certa intensità del fascio iniziale, pesandola con la loro sezione d'urto differenziale di Rutherford integrata nel-

la regione dell'angolo solido coperta dal pixel (inteso come insieme di punti nell'area attiva del rivelatore vicini all'intersezione delle strip). La sezione d'urto Rutherford differenziale è descritta dalla formula:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left( \frac{Z_1 Z_2}{4E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \quad (3.1)$$

Procedendo in questo modo, abbiamo riscontrato delle situazioni, soprattutto nei pixel più esterni dei rivelatori di tipo A, di avere nei dati sperimentali un numero di conteggi molto basso, in virtù dell'alto  $\theta$  a cui erano posizionati rispetto alla direzione di incidenza del fascio. Pertanto si è reso necessario il raggruppamento di alcuni pixel in gruppi di  $2 \times 2$  o addirittura  $4 \times 4$  per evitare che fluttuazioni puramente statistiche avessero un peso determinante nell'analisi dati (si è deciso di assumere la soglia indicativa di 50 eventi per pixel o raggruppamento di pixel come numero minimo di conteggi). I dati sperimentali analizzati sono quindi stati raccolti in tabelle, di cui sono riportati un paio di esempi di seguito: Dopo aver raccolto in

130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74
65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85
83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103
109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129
134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154
159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179
184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204
209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229
234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254
259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279
284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303	304
309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325	326	327	328	329
334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354
359	360	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379
384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400	401	402	403	404
409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429
434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448	449	450	451	452	453	454
459	460	461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479
484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500	501	502	503	504
509	510	511	512	513	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523	524	525	526	527	528	529
534	535	536	537	538	539	540	541	542	543	544	545	546	547	548	549	550	551	552	553	554
559	560	561	562	563	564	565	566	567	568	569	570	571	572	573	574	575	576	577	578	579
584	585	586	587	588	589	590	591	592	593	594	595	596	597	598	599	600	601	602	603	604
609	610	611	612	613	614	615	616	617	618	619	620	621	622	623	624	625	626	627	628	629
634	635	636	637	638	639	640	641	642	643	644	645	646	647	648	649	650	651	652	653	654
659	660	661	662	663	664	665	666	667	668	669	670	671	672	673	674	675	676	677	678	679
684	685	686	687	688	689	690	691	692	693	694	695	696	697	698	699	700	701	702	703	704
709	710	711	712	713	714	715	716	717	718	719	720	721	722	723	724	725	726	727	728	729
734	735	736	737	738	739	740	741	742	743	744	745	746	747	748	749	750	751	752	753	754
759	760	761	762	763	764	765	766	767	768	769	770	771	772	773	774	775	776	777	778	779
784	785	786	787	788	789	790	791	792	793	794	795	796	797	798	799	800	801	802	803	804
809	810	811	812	813	814	815	816	817	818	819	820	821	822	823	824	825	826	827	828	829
834	835	836	837	838	839	840	841	842	843	844	845	846	847	848	849	850	851	852	853	854
859	860	861	862	863	864	865	866	867	868	869	870	871	872	873	874	875	876	877	878	879
884	885	886	887	888	889	890	891	892	893	894	895	896	897	898	899	900	901	902	903	904
909	910	911	912	913	914	915	916	917	918	919	920	921	922	923	924	925	926	927	928	929
934	935	936	937	938	939	940	941	942	943	944	945	946	947	948	949	950	951	952	953	954
959	960	961	962	963	964	965	966	967	968	969	970	971	972	973	974	975	976	977	978	979
984	985	986	987	988	989	990	991	992	993	994	995	996	997	998	999	1000	1001	1002	1003	1004
1009	1010	1011	1012	1013	1014	1015	1016	1017	1018	1019	1020	1021	1022	1023	1024	1025	1026	1027	1028	1029
1034	1035	1036	1037	1038	1039	1040	1041	1042	1043	1044	1045	1046	1047	1048	1049	1050	1051	1052	1053	1054
1059	1060	1061	1062	1063	1064	1065	1066	1067	1068	1069	1070	1071	1072	1073	1074	1075	1076	1077	1078	1079
1084	1085	1086	1087	1088	1089	1090	1091	1092	1093	1094	1095	1096	1097	1098	1099	1100	1101	1102	1103	1104
1109	1110	1111	1112	1113	1114	1115	1116	1117	1118	1119	1120	1121	1122	1123	1124	1125	1126	1127	1128	1129
1134	1135	1136	1137	1138	1139	1140	1141	1142	1143	1144	1145	1146	1147	1148	1149	1150	1151	1152	1153	1154
1159	1160	1161	1162	1163	1164	1165	1166	1167	1168	1169	1170	1171	1172	1173	1174	1175	1176	1177	1178	1179
1184	1185	1186	1187	1188	1189	1190	1191	1192	1193	1194	1195	1196	1197	1198	1199	1200	1201	1202	1203	1204
1209	1210	1211	1212	1213	1214	1215	1216	1217	1218	1219	1220	1221	1222	1223	1224	1225	1226	1227	1228	1229
1234	1235	1236	1237	1238	1239	1240	1241	1242	1243	1244	1245	1246	1247	1248	1249	1250	1251	1252	1253	1254
1259	1260	1261	1262	1263	1264	1265	1266	1267	1268	1269	1270	1271	1272	1273	1274	1275	1276	1277	1278	1279
1284	1285	1286	1287	1288	1289	1290	1291	1292	1293	1294	1295	1296	1297	1298	1299	1300	1301	1302	1303	1304
1309	1310	1311	1312	1313	1314	1315	1316	1317	1318	1319	1320	1321	1322	1323	1324	1325	1326	1327	1328	1329
1334	1335	1336	1337	1338	1339	1340	1341	1342	1343	1344	1345	1346	1347	1348	1349	1350	1351	1352	1353	1354
1359	1360	1361	1362	1363	1364	1365	1366	1367	1368	1369	1370	1371	1372	1373	1374	1375	1376	1377	1378	1379
1384	1385	1386	1387	1388	1389	1390	1391	1392	1393	1394	1395	1396	1397	1398	1399	1400	1401	1402	1403	1404
1409	1410	1411	1412	1413	1414	1415	1416	1417	1418	1419	1420	1421	1422	1423	1424	1425	1426	1427	1428	1429
1434	1435	1436	1437	1438	1439	1440	1441	1442	1443	1444	1445	1446	1447	1448	1449	1450	1451	1452	1453	1454
1459	1460	1461	1462	1463	1464	1465	1466	1467	1468	1469	1470	1471	1472	1473	1474	1475	1476	1477	1478	1479
1484	1485	1486	1487	1488	1489	1490	1491	1492	1493	1494	1495	1496	1497	1498	1499	1500	1501	1502	1503	1504
1509	1510	1511	1512	1513	1514	1515	1516	1517	1518	1519	1520	1521	1522	1523	1524	1525	1526	1527	1528	1529
1534	1535	1536	1537	1538	1539	1540	1541	1542	1543	1544	1545	1546	1547	1548	1549	1550	1551	1552	1553	1554
1559	1560	1561	1562	1563	1564	1565	1566	1567	1568	1569	1570	1571	1572	1573	1574	1575	1576	1577	1578	1579
1584	1585	1586	1587	1588	1589	1590	1591	1592	1593	1594	1595	1596	1597	1598	1599	1600	1601	1602	1603	1604
1609	1610	1611	1612	1613	1614	1615	1616	1617	1618	1619	1620	1621	1622	1623	1624	1625	1626	1627	1628	1629
1634	1635	1636	1637	1638	1639	1640	1641	1642	1643	1644	1645	1646	1647	1648	1649	1650	1651	1652	1653	1654
16																				

due approcci, entrambi validi e i cui risultati saranno presentati nelle sezioni successive:

- abbiamo calcolato il  $\chi^2$  dei rapporti come somma degli scarti quadratici medi normalizzati per ogni rivelatore e si è cercato di costruire una mappa del  $\chi^2$  in funzione dei parametri con cui si è modificata l'orientazione del rivelatore, cercando il punto di minimo;
- abbiamo calcolato la media normalizzata dei rapporti per ciascuna strip (o gruppo di strip, qualora per motivi statistici si fossero considerati pixel  $2 \times 2$  o  $4 \times 4$ ) verticale e orizzontale e sono state fittate linearmente tali medie per vedere se si avvicinassero ad una retta orizzontale. Successivamente abbiamo sommato quadraticamente i coefficienti angolari di tali rette per vedere quale fosse l'orientazione migliore per descrivere l'andamento dei dati sperimentali tramite la simulazione.

## 3.2 Gli angoli di Eulero

Prima di passare in rassegna i risultati ottenuti rivelatore per rivelatore, è necessario avere ben chiaro quali sono stati i parametri che abbiamo variato nell'effettuare le simulazioni e a cosa corrispondano fisicamente, oltre che a dare una prospettiva circa l'effettiva limitatezza della nostra analisi in confronto alle migliaia di configurazioni spaziali possibili per ciascun rivelatore.

Come si vede in Figura 3.2, la configurazione spaziale di un rivelatore può essere descritta da un totale di 6 parametri (le 3 coordinate spaziali del centro di massa rispetto al bersaglio e i 3 angoli di Eulero):

- la distanza radiale  $r$  del centro di massa;
- l'angolo azimutale  $\theta$  del centro di massa;
- l'angolo polare  $\phi$  del centro di massa;
- l'angolo di Eulero  $\alpha$  che descrive la rotazione del rivelatore attorno al suo asse  $z$  (parallelo alla direzione del fascio) passante per il centro di massa;
- l'angolo di Eulero  $\beta$  che descrive la rotazione del rivelatore attorno al suo "nuovo" asse  $x$  in seguito alla rotazione descritta da  $\alpha$ , e che quindi regola l'angolo fra il piano del telescopio e il fascio incidente;
- l'angolo di Eulero  $\gamma$  che descrive la rotazione del rivelatore attorno al suo "nuovo" asse  $z$  in seguito alle rotazioni descritte da  $\alpha$  e  $\beta$ , e che quindi determina la rotazione nel piano individuato da  $\beta$ .

Nella nostra analisi, ci siamo concentrati unicamente su queste ultime tre coordinate, ossia gli angoli di Eulero, perché, basati sull'esperienza dei precedenti esperimenti, abbiamo ipotizzato che ci potesse essere una maggiore incertezza, dato che questi parametri sono regolati da un collettore comandato attraverso un programma. Abbiamo deciso, inoltre, di considerare variazioni degli angoli di media entità per l'analisi, ossia di  $2^\circ$ . Questa scelta è dovuta al fatto che, date le dimensioni dei rivelatori, quadrati di lato  $\sim 50$  mm, con uno spostamento in una direzione di  $2^\circ$  sottoscriverebbero un arco di circonferenza di  $\sim 1$  mm. Sono quindi state effettuate le simulazioni con tutte le possibili 27 disposizioni con ripetizione della terna angolare e poi si è proceduto nell'analisi come esposto nella precedente sezione.

Aumentare la statistica di ciascuna simulazione è molto dispendioso in termini di calcolo computazionale, perché il numero di simulazioni necessarie cresce come una cubica all'aumentare degli angoli che si vogliono analizzare. Questa tesi, infatti, non ha l'ambizione di trovare l'esatta configurazione spaziale dei rivelatori, ma di determinare un metodo procedurale consistente per effettuare una calibrazione angolare.

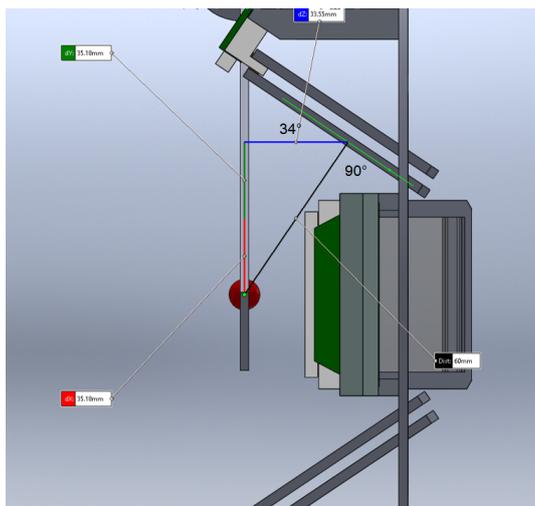


Figura 3.2: Orientazione generica di un rivelatore di tipo A: come si vede, il bersaglio è rappresentato da un pallino rosso evidentemente sovradimensionato rispetto alla realtà. È riportato in questo caso anche l'angolo di Eulero  $\beta$  di  $34^\circ$  e, in piccolo, le distanze nominali di ciascun componente.

### 3.3 Analisi dati

In questa sezione della tesi verranno presentati i risultati ottenuti dal confronto fra i dati sperimentali e quelli della simulazione trattati nello specifico, rivelatore per rivelatore, con i due metodi esposti precedentemente.

### 3.3.1 Rivelatore A-Up (AU)

La posizione nominale del rivelatore AU limitatamente agli angoli di Eulero è  $(45^\circ, -56^\circ, 0^\circ)$ <sup>1</sup>. A questi angoli, attraverso le simulazioni, sono stati aggiunti o tolti rispettivamente  $-2^\circ$ ,  $0^\circ$  e  $2^\circ$  ed è stato calcolato quale simulazione fosse più concorde con i dati sperimentali ottenuti. Il metodo del calcolo del  $\chi^2$  per gli interi rivelatori ha prodotto i seguenti risultati:

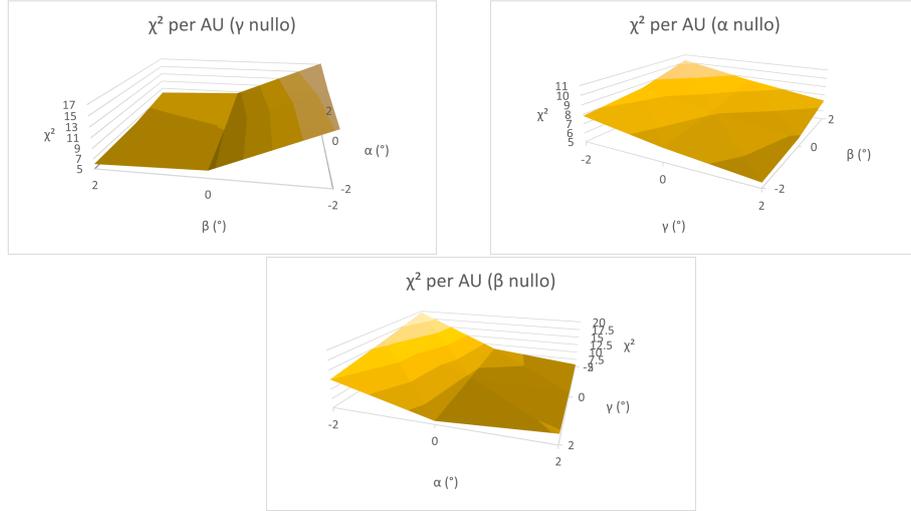


Figura 3.3: Mappature del  $\chi^2$  del rivelatore AU per le terne di angoli considerati. Ogni grafico è funzione di due angoli di Eulero, mentre il terzo è assunto il valore nominale (variazione netta nulla).

Il metodo di calcolo del coefficiente angolare sui valori medi normalizzati dei rapporti delle singole strip, invece, ha prodotto il minimo in corrispondenza delle correzioni alla terna di Eulero  $(2^\circ, 0^\circ, -2^\circ)$ :

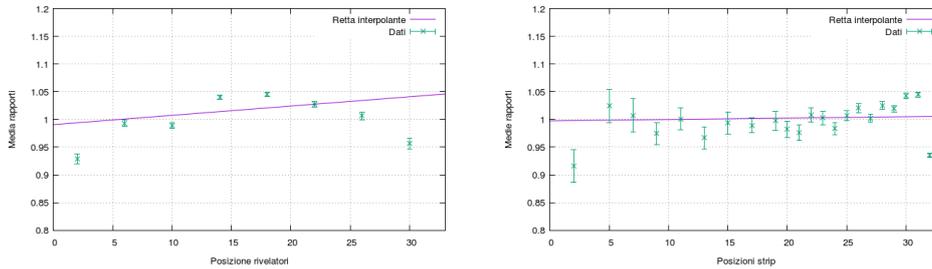


Figura 3.4: Fit lineari dell'andamento dei valori medi normalizzati delle strip verticali (a sinistra, con  $m = 0.002 \pm 0.002$ ) e orizzontali (a destra, con  $m = 0.000 \pm 0.002$ ) del rivelatore AU.

<sup>1</sup>La terna si riferisce agli angoli  $(\alpha, \beta, \gamma)$

Come si può osservare nei rispettivi grafici, i due metodi sono complementari e permettono di giungere ad una soluzione unica.

### 3.3.2 Rivelatore A-Down (AD)

La posizione nominale di AD è data dalla terna  $(45^\circ, 56^\circ, 0^\circ)$ . Il metodo del  $\chi^2$  produce i seguenti risultati:

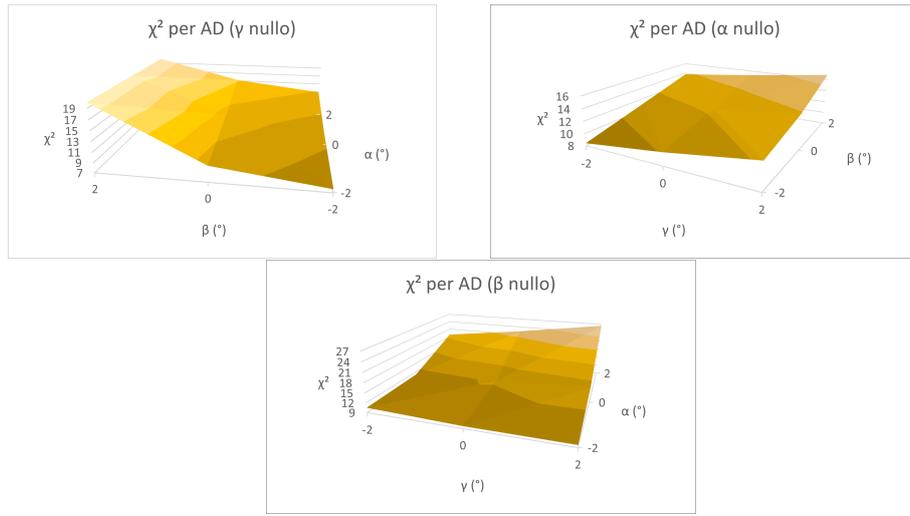


Figura 3.5: Mappature del  $\chi^2$  del rivelatore AD per le terne di angoli considerati.

Il metodo di calcolo del coefficiente angolare sui valori medi normalizzati dei rapporti delle singole strip, invece, ha prodotto il minimo in corrispondenza delle correzioni alla terna di Eulero  $(-2^\circ, -2^\circ, 2^\circ)$ :

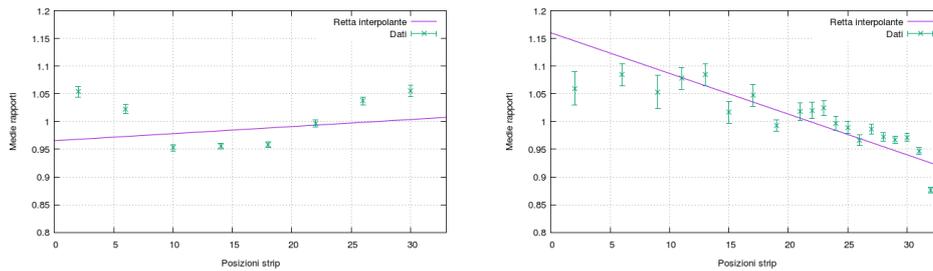


Figura 3.6: Fit lineari dell'andamento dei valori medi normalizzati delle strip verticali (a sinistra, con  $m = 0.001 \pm 0.002$ ) e orizzontali (a destra, con  $m = -0.007 \pm 0.001$ ) del rivelatore AD.

In questo caso, a differenza del precedente, non si possono confrontare direttamente i due metodi perché la configurazione  $(-2^\circ, -2^\circ, 2^\circ)$  non è ripro-

dotta nei grafici tridimensionali, tuttavia si può intuire che il metodo del  $\chi^2$  dia un risultati coerente con quello ottenuto dai fit lineari.

### 3.3.3 Rivelatore A-Right (AR)

Questo rivelatore, come si può facilmente vedere dall'immagine allegata, ha evidentemente subito un problema di posizionamento nel corso dell'esperimento (una vite di ancoraggio del supporto si è sfilata durante la presa dati, lasciando il rivelatore a penzolini dentro alla camera di reazione), che ne hanno compromesso l'analisi, rendendo di fatto impossibile stabilirne l'orientazione spaziali. Pertanto, ne omettiamo l'analisi, limitandoci solo a riscontrare che i valori del  $\chi^2$  ottenuti per questo rivelatore si aggirano intorno ai 70, con minimi di 60.

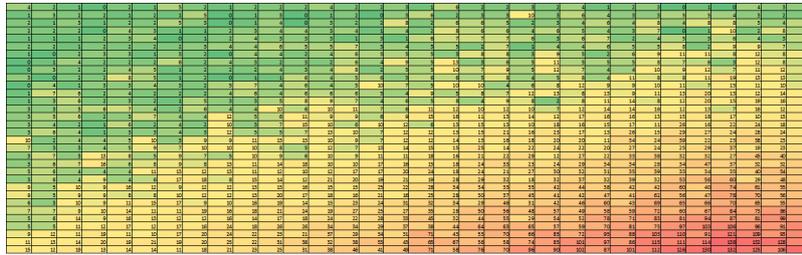


Figura 3.7: Dati sperimentali raccolti pixel per pixel per il rivelatore AR: si nota chiaramente come la distribuzione sia asimmetrica a seguito dell'accidentale spostamento del rivelatore durante la presa dati.

### 3.3.4 Rivelatore A-Left (AL)

La posizione nominale di questo telescopio corrisponde alla terna di angoli di Eulero  $(-45^\circ, -34^\circ, 0^\circ)$ . Il metodo del  $\chi^2$  fornisce i seguenti risultati:

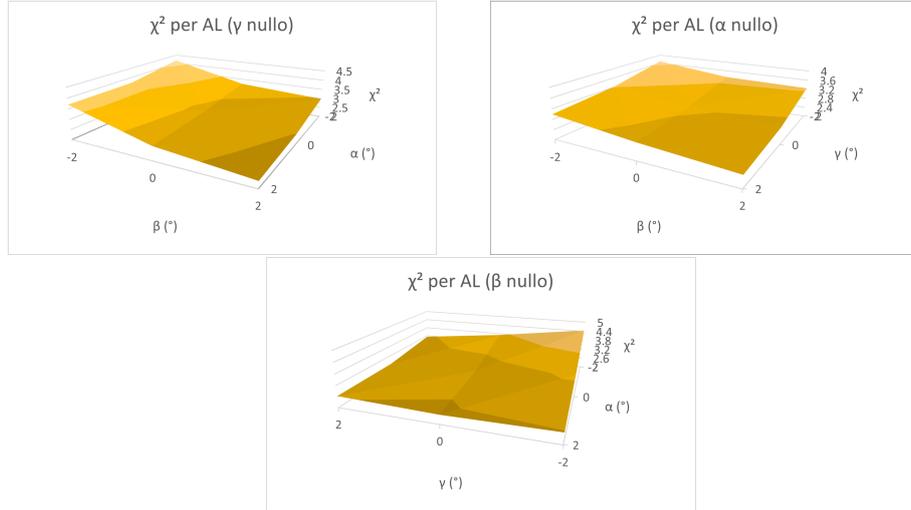


Figura 3.8: Mappature del  $\chi^2$  del rivelatore AL per le terne di angoli considerati.

Il metodo di calcolo del coefficiente angolare sui valori medi normalizzati dei rapporti delle singole strip, invece, ha prodotto il minimo in corrispondenza delle correzioni alla terna di Eulero  $(2^\circ, 2^\circ, 0^\circ)$ :

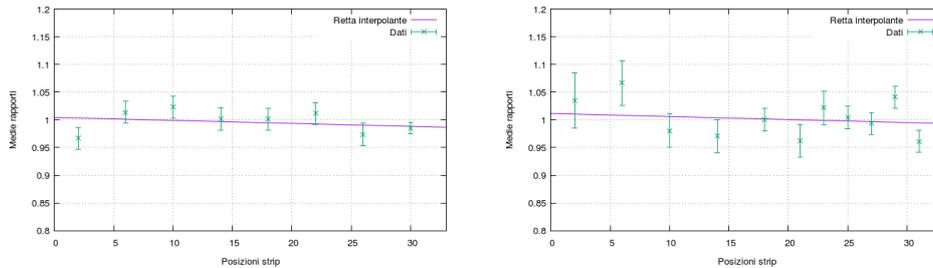


Figura 3.9: Fit lineari dell'andamento dei valori medi normalizzati delle strip verticali (a sinistra, con  $m = -0.0005 \pm 0.0007$ ) e orizzontali (a destra, con  $m = -0.001 \pm 0.001$ ) per il rivelatore AL.

Anche in questo caso, come nei precedenti, i metodi sono complementari e portano al medesimo risultato.

### 3.3.5 Rivelatore B-Up (BU)

La posizione nominale di questo rivelatore del gruppo B è data dalla terna  $(45^\circ, -90^\circ, 0^\circ)$ . Il metodo del  $\chi^2$  produce i seguenti grafici:

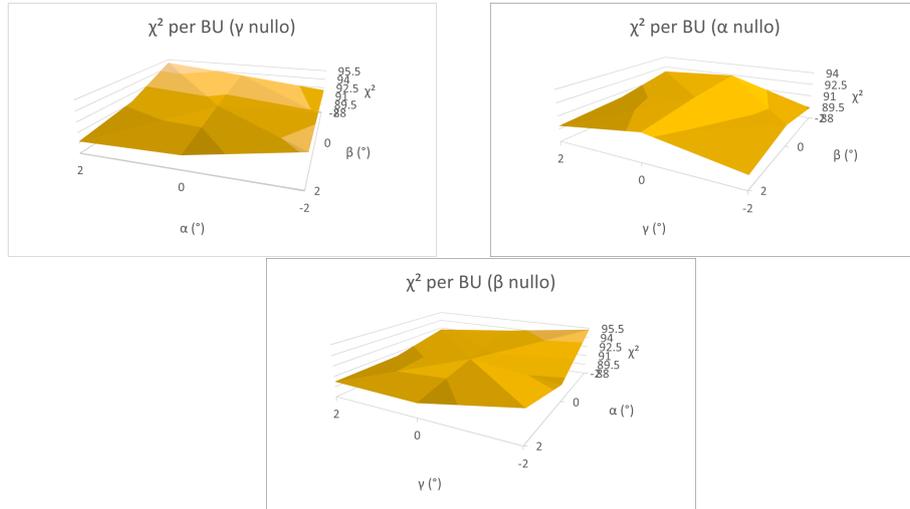


Figura 3.10: Mappature del  $\chi^2$  del rivelatore BU per le terne di angoli considerati.

Il metodo di calcolo del coefficiente angolare sui valori medi normalizzati dei rapporti delle singole strip, invece, ha prodotto il minimo in corrispondenza delle correzioni alla terna di Eulero  $(0^\circ, -2^\circ, -2^\circ)$ :

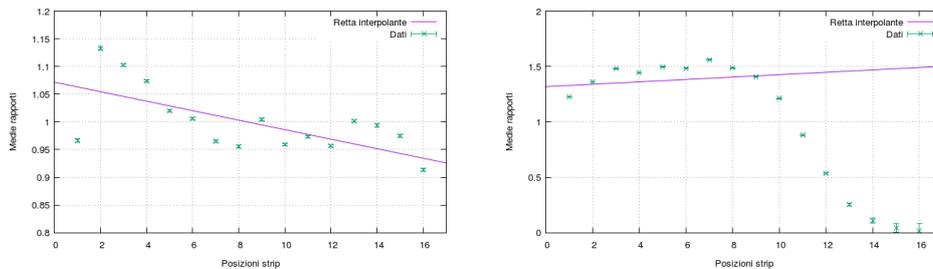


Figura 3.11: Fit lineari dell'andamento dei valori medi normalizzati delle strip verticali (a sinistra, con  $m = -0.009 \pm 0.003$ ) e orizzontali (a destra, con  $m = 0.01 \pm 0.01$ ) per il rivelatore BU.

Anche in questo caso possiamo notare che i risultati dei due metodi coincidono, tuttavia è doveroso sottolineare che, a differenza degli altri rivelatori, in questo caso i valori assunti dal  $\chi^2$  sono molto alti, addirittura superiori a quelli fatti registrare in AR. Questo è dovuto essenzialmente alla distribuzione dei dati lungo le strip orizzontali, come è possibile vedere nel pannello destro di Figura 3.11. Si ha infatti un decremento quasi esponenziale dei

dati nelle strip più esterne, che modificano sensibilmente l'andamento non solo della retta, ma anche del  $\chi^2$ .

### 3.3.6 Rivelatore B-Down (BD)

La posizione nominale di questo rivelatore è fornita dalla terna di Eulero ( $45^\circ, 90^\circ, 0^\circ$ ). Con il metodo del  $\chi^2$  si ottengono i seguenti grafici:

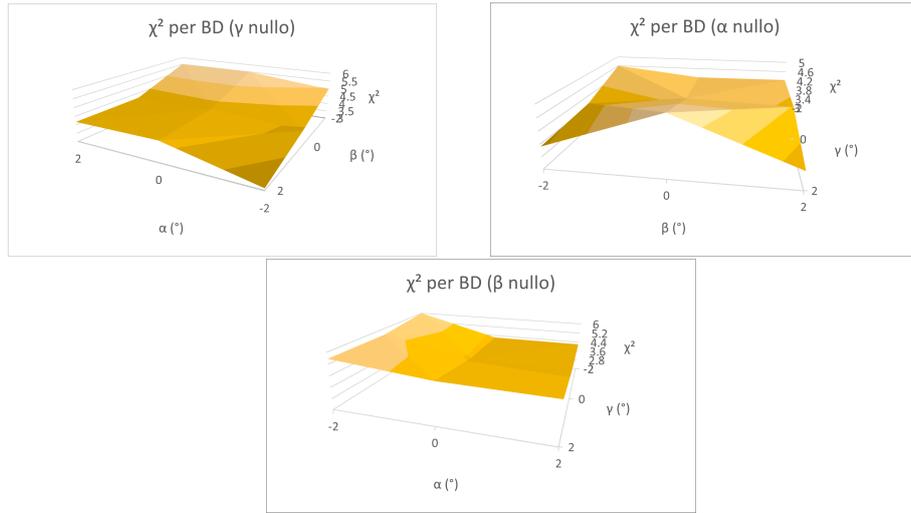


Figura 3.12: Mappature del  $\chi^2$  del rivelatore BD per le terne di angoli considerati.

Il metodo di calcolo del coefficiente angolare sui valori medi normalizzati dei rapporti delle singole strip, invece, ha prodotto il minimo in corrispondenza delle correzioni alla terna di Eulero ( $0^\circ, 2^\circ, -2^\circ$ ):

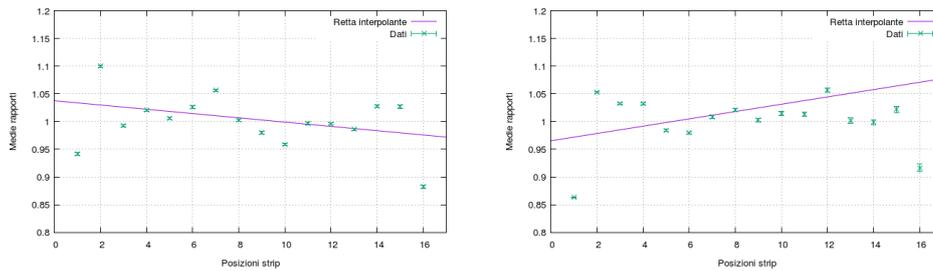


Figura 3.13: Fit lineari dell'andamento dei valori medi normalizzati delle strip verticali (a sinistra, con  $m = -0.004 \pm 0.002$ ) e orizzontali (a destra, con  $m = 0.007 \pm 0.006$ ) per il rivelatore BD.

Questo telescopio, come la maggior parte dei precedenti, rappresenta un'ulteriore prova della complementarietà dei due approcci proposti.

### 3.3.7 Rivelatore B-Right (BR)

La posizione nominale di questo rivelatore è data dalla terna euleriana  $(-45^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$ . Il metodo del  $\chi^2$  produce i seguenti risultati:

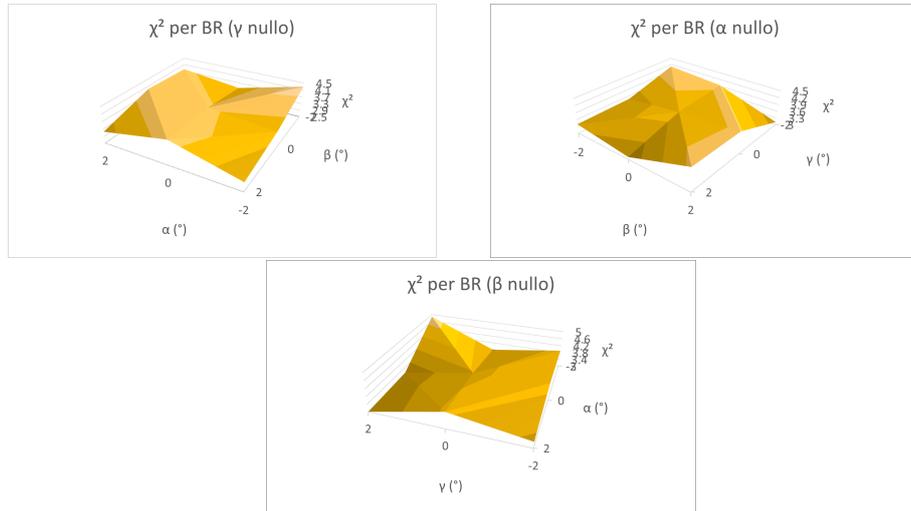


Figura 3.14: Mappature del  $\chi^2$  del rivelatore BR per le terne di angoli considerati.

Il metodo di calcolo del coefficiente angolare sui valori medi normalizzati dei rapporti delle singole strip, invece, ha prodotto il minimo in corrispondenza delle correzioni alla terna di Eulero  $(2^\circ, 0^\circ, 2^\circ)$ :

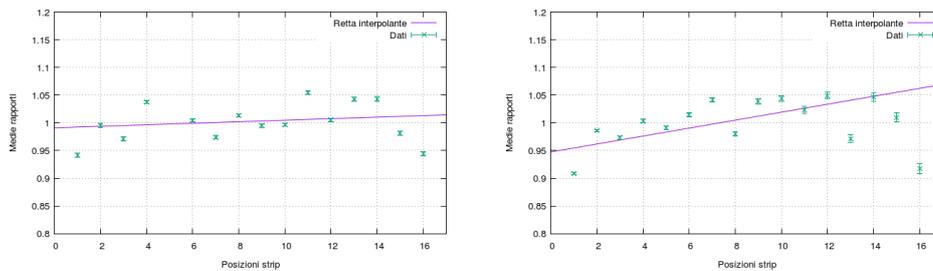


Figura 3.15: Fit lineari dell'andamento dei valori medi normalizzati delle strip verticali (a sinistra, con  $m = 0.001 \pm 0.002$ ) e orizzontali (a destra, con  $m = 0.007 \pm 0.002$ ) per il rivelatore BR.

Sebbene la superficie tridimensionale del  $\chi^2$  sia più frastagliata e contenente più minimi locali, anche in questo caso il risultato trovato con entrambi gli approcci è coerente.

### 3.3.8 Rivelatore B-Left (BL)

La posizione nominale di quest'ultimo rivelatore corrisponde alla terna di Eulero  $(-45^\circ, -90^\circ, 0^\circ)$ . Il metodo del  $\chi^2$  genera i seguenti grafici:

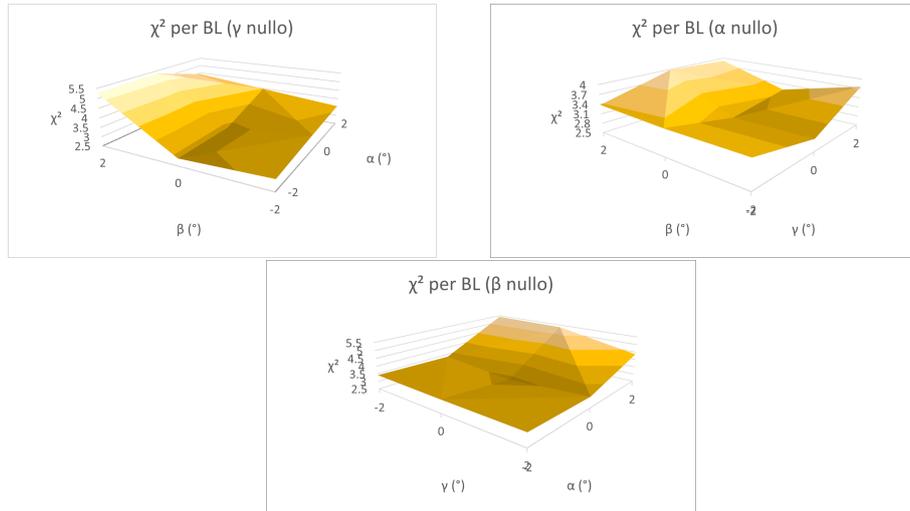


Figura 3.16: Mappature del  $\chi^2$  del rivelatore BD per le terne di angoli considerati.

Il metodo di calcolo del coefficiente angolare sui valori medi normalizzati dei rapporti delle singole strip, invece, ha prodotto il minimo in corrispondenza delle correzioni alla terna di Eulero  $(0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ :

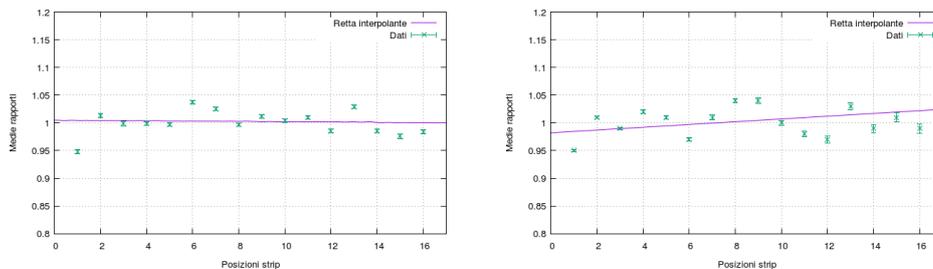


Figura 3.17: Fit lineari dell'andamento dei valori medi normalizzati delle strip verticali (a sinistra, con  $m = 0.000 \pm 0.001$ ) e orizzontali (a destra, con  $m = 0.002 \pm 0.002$ ) per il rivelatore BL.

Anche in quest'ultimo caso, infine, i due approcci danno lo stesso risultato. Notiamo inoltre che questo rivelatore risulta essere l'unico effettivamente nella posizione nominale.

## Capitolo 4

# Conclusioni

Dall'analisi effettuata nel capitolo precedente si può facilmente evincere la sostanziale equivalenza dei due metodi di analisi proposti. Resta però da stabilire il reale motivo per cui non sia stato possibile riprodurre i dati sperimentali ottenuti con il telescopio BU. Infatti, sebbene in generale, a parte qualche eccezione nei rivelatori di tipo A, gli errori siano piccoli, tale discrepanza fra i dati attesi e quelli sperimentali non si può ridurre ad una semplice sottostima dell'errore (non sono infatti state tenute in considerazione le fluttuazioni statistiche della simulazione), dobbiamo piuttosto investigare la possibile origine fisica di questa discrepanza. Un'ipotesi è che il fascio non fosse esattamente centrato sul bersaglio di oro oppure fosse affetto da una leggera divergenza angolare (incidenza non normale al piano del bersaglio). Questo fatto potrebbe spiegare la ragione per cui, a risentirne maggiormente sono i rivelatori BU e BD, soprattutto lungo le strip orizzontali. Infatti, se confrontassimo i due rivelatori indipendentemente, dovremmo trovare conteggi pressoché identici (entro l'errore statistico) in pixel analoghi: invece, il rivelatore di tipo BD presenta un numero di conteggi superiore in tutti i pixel rispetto al rivelatore BU. Questa ipotesi potrebbe spiegare il motivo per cui osserviamo una decrescita quasi esponenziale dei dati in BU, dal momento che il rivelatore sta misurando una sezione d'urto Rutherford spazialmente "decentrata". Per avere una stima di quanto possa essere questo spostamento rispetto al centro, potremmo confrontare i conteggi delle singole strip orizzontali nei due rivelatori. L'analisi della differenza fra le due curve (che in caso di incidenza centrata dovrebbero sovrapporsi tra loro) potrebbe fornire un'idea della differenza di centraggio.

In conclusione, il problema della calibrazione angolare di un set-up sperimentale così complesso come NEFASTA, con rivelatori di ampia superficie collocati sia molto vicini al bersaglio (a grandi angoli di diffusione) che ad angoli prossimi all'asse del fascio (ma a grande distanza dal bersaglio) è estremamente complicato. La corretta riproduzione tramite simulazioni Monte-Carlo del posizionamento di tutti i rivelatori necessita di un approc-

cio multi-parametrico, che prenda in considerazione non solo le incertezze angolari dei rivelatori, ma anche la distribuzione spaziale del fascio sul bersaglio, possibili decentramenti o divergenze. Lo scopo del lavoro di tesi era studiare la sensibilità delle simulazioni alle variazioni dei parametri angolari di posizionamento nominale dei rivelatori, sviluppare le opportune tecniche di analisi ed il loro confronto. I risultati ottenuti sono senza dubbio promettenti e suggeriscono che la metodologia di indagine intrapresa sia quella corretta.

# Bibliografia

- [1] C. Lederer-Woods *et al.*, **Phys. Rev. C** **104**, L022803 (2021).
- [2] E.F. Keane and M. Kramer, **Mon. Notices Royal Astron. Soc.** **391**, 2009 (2008).
- [3] R. Diehl *et al.*, **Nature** **439**, 45 (2006).
- [4] J. Baker *et al.*, **Nature** **436**, 1127 (2005).
- [5] B. M. Oginni *et al.*, **Phys. Rev. C** **83**, 025802 (2011).
- [6] C. Iliadis *et al.*, **Astrophys. J. Suppl. Series** **193**, 16 (2011).
- [7] Lederer-Woods C. *et al.*, **Phys. Rev. C** **104**, L032803 (2021).
- [8] G. Baur e S. Typel, **Prog. Theor. Phys. Suppl. No.154**, 333 (2004).
- [9] <https://www.triumf.ca/research-program/research-facilities/isac-facilities>
- [10] G. Baur *et al.*, **Nuc. Phys. A** **458**, 90290 (1986).
- [11] C. Spitaleri *et al.*, **Phys. Rev. C** **60**, 0558002 (1999).
- [12] A. Tumino *et al.*, **Phys. Rev. C** **69**, 055806 (2004).
- [13] G.F. Chew *et al.*, **Phys. Rev. C** **85**, 85636 (1952).
- [14] A.K. Jain *et al.*, **Nuc. Phys. A** **142**, 905336 (1970).
- [15] P.G. Roos *et al.*, **Nuc. Phys. A** **257**, 906357 (1976).
- [16] L. Lamia *et al.*, **Astrophys. J.** **879**, 23 (2019).
- [17] R.E. Tribble *et al.*, **Rep. Prog. Phys.** **77**, 106901 (2014).
- [18] D. Lattuada *et al.*, **EPJ Web of Conferences** **165**, 01034 (2017).
- [19] N.S. Chant *et al.*, **Phys. Rev. C** **15**, (1977).