

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA**  
**DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE E AMBIENTALE**  
*Department Of Civil, Environmental and Architectural Engineering*

Corso di Laurea in Ingegneria per l'ambiente e il territorio



**TESI DI LAUREA**

**Studio modellistico della stabilità di faglie in  
un'applicazione di segregazione geologica di CO<sub>2</sub>**

**Relatore: Chiar.mo PROF. MASSIMILIANO FERRONATO**

**Laureando: MARCO MUNARIN**

**ANNO ACCADEMICO 2022-2023**



## Sommario

Il presente elaborato sviluppa uno studio modellistico di segregazione geologica di anidride carbonica in un ex-giacimento esaurito di gas metano, finalizzato ad indagare la stabilità di faglie geologiche e valutarne la sicurezza in termini di un'eventuale sismicità indotta o innescata.

Modellando il terreno come un mezzo poroso, è possibile descriverne la meccanica avvalendosi delle equazioni alle derivate parziali del problema elastico, applicate alla teoria della poroelasticità. La discretizzazione delle PDE, che governano la meccanica dei mezzi porosi fratturati, è stata svolta partendo dal teorema dei lavori virtuali. Il codice numerico, utilizzato per svolgere lo studio, implementa il metodo agli elementi finiti.

Il criterio di Mohr-Coulomb è utilizzato per verificare la sicurezza allo scorrimento dei blocchi di roccia adiacenti alle superfici di faglia, le quali sono discretizzate con elementi di interfaccia, che ne simulano il comportamento geomeccanico.

Si sono svolte tre simulazioni di stoccaggio di  $CO_2$ , aventi una durata di 5 anni, variando lo stato di sforzo compressivo agente nel giacimento. Poi, si sono discussi i risultati sulla base del fattore di sicurezza  $\chi$ , che fornisce un'indicazione complessiva delle condizioni dello stato di tensione che si verifica sulle superfici di faglia e, dunque, della sicurezza sismica nell'operare l'attività di stoccaggio nello specifico giacimento.



# Indice

<b>1.Introduzione.....</b>	<b>7</b>
<b>2.Segregazione geologica di anidride carbonica.....</b>	<b>9</b>
2.1. La fisica e i processi coinvolti.....	9
2.2. Il problema elastico applicato ad un mezzo poroso .....	9
2.3. Analisi sulla sicurezza .....	13
2.4. La rappresentazione numerica delle faglie.....	15
<b>3.Analisi dei risultati .....</b>	<b>17</b>
3.1. Simulazione di riferimento.....	21
3.2. Simulazione di medio/basso rischio .....	23
3.3. Simulazione ad alto rischio .....	23
<b>4.Conclusioni.....</b>	<b>24</b>
<b>Bibliografia.....</b>	<b>25</b>



# 1.Introduzione

La segregazione geologica è un processo ingegneristico utilizzato per il contenimento e lo stoccaggio di risorse nel sottosuolo, più precisamente in ex-giacimenti di idrocarburi o acquiferi salini. In Italia, tale pratica viene utilizzata per immagazzinare metano, in modo da garantire riserve nazionali strategiche, sfruttabili in caso di necessità, e la fondamentale capacità di laminare i picchi di domanda, presenti soprattutto nel periodo invernale, senza interruzioni di servizi. Questa tecnologia è impiegata nel mondo dall'industria petrolifera da circa 50 anni, sia con fini di stoccaggio a breve o lungo termine o per migliorare la produttività dei giacimenti (*Enhanced Oil Recovery*, EOR). Il primo UGS (*underground gas storage*) di gas metano è stato eseguito con successo, nel 1916, a sud di Buffalo, New York (USA). In Europa, i siti attivi sono oltre 170, localizzati al 42% in Germania.

Il forte sviluppo industriale e produttivo, iniziato il secolo scorso nell'occidente e oggi nelle nuove economie emergenti, è responsabile dell'emissione nell'atmosfera di notevoli quantità di gas ad effetto serra (o GHG: *green house gases*), tra cui:  $CO_2$  (anidride carbonica),  $CH_4$  (metano) e  $N_2O$  (protossido di azoto). Di questi, l'anidride carbonica è il GHG maggiormente rilasciato dalle attività antropiche ed è considerata dalla grandissima maggioranza degli scienziati la principale causa della tendenza all'aumento della temperatura media globale e del conseguente cambiamento climatico. Il protocollo di Kyoto (1997) è il primo accordo internazionale che stabilisce obiettivi vincolanti e quantificati riguardanti la limitazione e la riduzione delle emissioni dei sopra elencati gas ad effetto serra e, inoltre, contiene gli impegni presi dai paesi industrializzati che vi hanno aderito. In linea con questi obiettivi, la segregazione geologica di  $CO_2$  rappresenta una possibile soluzione per mitigare l'impatto ambientale derivante dallo sfruttamento dei combustibili fossili.

In Italia, la ricerca petrolifera, condotta a partire dai primi anni del '900, ha permesso di identificare un numero consistente di giacimenti mineralizzati a gas sia *onshore* (su terra) che *offshore* (a mare), con particolare concentrazione lungo l'avanfossa appenninica e adriatica. In pianura Padana, ad esempio, queste formazioni geologiche sono solitamente ampie e depositate in ambienti sedimentari privi di eventi traumatici, con consistenti strati argillosi a sigillo superiore e inferiore del serbatoio poroso. Per le loro caratteristiche geologiche, quindi, si tratta di formazioni particolarmente promettenti per l'esercizio di stoccaggi a breve e lungo termine. L'azienda italiana Eni S.p.A., dai primi anni '50, ha scoperto numerosi giacimenti di gas metano nella zona padana e ne ha registrato le proprietà geometriche e petrofisiche.

Il pericolo e rischio associati alla segregazione geologica coinvolgono molteplici aspetti, come: la salute e sicurezza pubblica, il rischio economico e gli impatti ambientali. Questi sono correlati agli impatti nel sottosuolo e sulla superficie.

In relazione agli impatti nel sottosuolo, la variazione del campo tensionale nel giacimento, dovuta ad un gradiente di pressione, può portare alla formazione di fratture nella *caprock*, compromettendone l'integrità e l'impermeabilità (rischio economico). Inoltre, la presenza e possibile attivazione di faglie in prossimità del giacimento può portare a cambiamenti nella

permeabilità della roccia, formando percorsi che faciliterebbero la fuoriuscita di fluido, ad episodi sismici, a causa dello slittamento tra le superfici rocciose, e indebolire la struttura rocciosa con una conseguente redistribuzione svantaggiosa degli sforzi e degli spostamenti (rischio economico, impatti ambientali).

Riguardo agli impatti sulla superficie, la compressione o espansione del giacimento, dovuti al processo di estrazione o iniezione di gas al suo interno, possono causare degli spostamenti del terreno superficiale, danneggiando le strutture e infrastrutture esistenti (rischio economico, impatto ambientale, rischio per la salute e sicurezza pubblica). L'entità degli spostamenti e la zona di area interessata dipendono dalla profondità e dalla geometria del giacimento, mentre le sue proprietà geomeccaniche e delle formazioni geologiche circostanti, e la variazione di pressione dei pori sono indotte dal processo di stoccaggio o estrazione di gas: quindi, da un gradiente di pressione definito dalla storia iniettiva che si vuole applicare.

In questo elaborato, si affronta uno studio modellistico in un'applicazione di segregazione geologica di  $CO_2$ , finalizzato ad indagare la sicurezza dello stoccaggio, nel medio/lungo termine, e l'impatto ambientale in termini di un'eventuale sismicità, indotta o innescata, dalla possibile attivazione di faglie geologiche sottostanti al giacimento: dei quali i processi fisici coinvolti riguardano la simulazione del cambiamento dello stato tensionale in risposta ad un gradiente di pressione dei fluidi, visualizzabile come una forzante esterna nelle equazioni matematiche che ne descrivono l'equilibrio. Poiché esso non si conosce, si ipotizzano gli sforzi esterni applicati al dominio, partendo dai valori più probabili raccolti nel *World Stress Database*, si osserva la risposta geomeccanica di esso e la si confronta con il criterio di sicurezza allo slittamento di Mohr-Coulomb per valutarne il rischio associato. In particolare, si sono svolte tre simulazioni variando il carico applicato al dominio, si sono valutate le possibili condizioni di rischio associate al raggiungimento di uno stato tensionale sulle superfici di ciascuna faglia e l'eventuale superamento della soglia critica, oltre la quale si ha un movimento relativo dei gruppi rocciosi adiacenti ad esse.

Il codice numerico, utilizzato per svolgere lo studio, implementa il metodo agli elementi finiti (FEM: *Finite Element Method*) per la soluzione delle equazioni differenziali che governano la meccanica dei mezzi porosi fratturati. Ossia, considerando il terreno un mezzo poroso, composto di una fase solida granulare e liquida, il codice numerico ne risolve l'equilibrio utilizzando le equazioni del problema elastico, avendo come *input* la pressione dei pori, calcolata risolvendo separatamente il problema idraulico.

Nelle sezioni successive, si indagheranno meglio gli aspetti teorici, la sicurezza e le simulazioni fatte riguardo il processo di segregazione geologica di anidride carbonica nell'ex-giacimento. In particolare, nel secondo capitolo si osserveranno: la teoria della poroelasticità, un breve riassunto dell'applicazione ai mezzi porosi dell'equilibrio elastico attraverso il TLV, l'analisi sulla sicurezza rispetto i rischi della presenza di faglie geologiche al di sotto del giacimento e la descrizione di come esse vengono rappresentate al calcolatore.



Nel terzo capitolo, si forniranno le specifiche tecniche del giacimento, le assunzioni fatte per affrontare il problema, le specifiche di ogni simulazione e la definizione dell'obiettivo. Inoltre, si approfondirà ognuna delle tre simulazioni, rivolgendo l'attenzione al fattore di rischio allo slittamento.

Nel quarto capitolo si discuteranno le conclusioni dello studio modellistico.

## **2. Segregazione geologica di anidride carbonica**

### **2.1. La fisica e i processi coinvolti**

Il terreno è un mezzo poroso, ovvero costituito da una matrice solida granulare i cui spazi interstiziali sono occupati da uno o più fluidi. Dal punto di vista meccanico, esso è influenzato dalle forzanti esterne e dalla pressione dei pori. La risposta meccanica del mezzo poroso è calcolabile con il problema elastico nell'ambito della teoria della poroelasticità. Per poter applicare le stesse equazioni che regolano la meccanica del continuo, tra cui quelle dell'equilibrio elastico, è necessario schematizzare la fase solida e liquida come due continui uniformemente distribuiti nello spazio. Note la pressione, le forze esterne e le condizioni di vincolo, le equazioni di equilibrio del problema elastico consentono di determinare gli spostamenti, le tensioni e le deformazioni di un continuo. Specificamente al problema in esame, il problema elastico applicato ad un mezzo poroso descrive il movimento del terreno nello spazio in risposta al cambiamento tensionale, indotto da un gradiente di pressione imposto, nel giacimento e nelle formazioni geologiche circostanti, ad esempio delle faglie.

Nel processo di segregazione geologica di anidride carbonica, si vuole studiare il flusso di più fluidi attraverso i pori e la deformazione del mezzo poroso attraverso un sistema di equazioni alle derivate parziali (PDE) che compongono la teoria della poroelasticità. Il mezzo poroso è la regione del dominio che permette di accogliere e trattenere la  $CO_2$  nel giacimento, la quale ne occupa i pori spiazzando l'acqua già presente. Poiché lo scopo dello studio si concentra sulla possibile attivazione, durante il processo di iniezione, di faglie sottostanti al giacimento, si considera la variazione di pressione nei fluidi come una forzante esterna per le PDE del problema elastico applicato al mezzo poroso, in cui si tiene conto della presenza di discontinuità (come delle faglie) che si possono attivare in condizioni tensionali tali per cui lo sforzo tangenziale interno, sulle superfici di ciascuna faglia, non sia in grado di contrastare le forzanti esterne. Tale limite è definito dalla tensione tangenziale limite, calcolata con il criterio di Mohr-Coulomb.

### **2.2. Il problema elastico applicato ad un mezzo poroso**

Il codice numerico, utilizzato nella simulazione, si basa sul metodo agli elementi finiti (FEM) applicato nella soluzione delle equazioni differenziali del problema dell'equilibrio elastico, le quali governano la meccanica dei mezzi porosi fratturati.

Le equazioni degli elementi finiti, per ottenere l'equilibrio di una struttura elastica, si ottengono dal teorema dei lavori virtuali (TLV), ovvero: all'equilibrio, assumendo un sistema staticamente ammissibile ed uno cinematicamente ammissibile, che non sono in relazione causale tra loro, il lavoro (esterno) compiuto dalle forze di massa e superficie, per gli spostamenti virtuali corrispondenti, è pari al lavoro (interno) compiuto dalle componenti di tensione sulle corrispondenti componenti di deformazione. Questo teorema è matematicamente esprimibile come segue:

$$L_e = L_i$$

$$\int_{\Omega} \mathbf{F}^T \mathbf{s}^v d\Omega + \int_{\partial\Omega} \mathbf{f}^T \mathbf{s}^v dS = \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\varepsilon}^v d\Omega \quad (1)$$

dove  $\mathbf{F}$  è il vettore delle forze di massa per unità di volume;  $\mathbf{f}$  è il vettore delle forze esterne per unità di superficie, sulla porzione di superficie esterna  $\partial\Omega$ ;  $\boldsymbol{\sigma}$  è il vettore delle tensioni corrispondenti all'equilibrio;  $\mathbf{s}^v$  è il vettore contenente le componenti di spostamento virtuale ed, infine,  $\boldsymbol{\varepsilon}^v$  è il vettore delle deformazioni corrispondenti agli spostamenti virtuali.

Nel caso di un mezzo poroso, le equazioni del teorema dei lavori virtuali vanno modificate introducendo la pressione del fluido nei pori mediante il principio di Terzaghi, il quale definisce lo stato tensionale delle due fasi:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{i}p \quad (2)$$

dove  $\mathbf{i} = [1 \ 1 \ 0]$  è il vettore di Kronecker e  $\boldsymbol{\sigma}$  è il vettore delle tensioni efficaci, le quali sono leggibili come la risultate delle interazioni intergranulari e determinano la risposta meccanica del mezzo proso.

Considerando le equazioni indefinite di equilibrio di Cauchy per una struttura elastica e inserendovi le tensioni totali  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ , si ottiene:

$$\text{div} \hat{\boldsymbol{\sigma}} + \mathbf{F} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial \hat{\sigma}_x}{\partial x} + \frac{\partial \hat{\sigma}_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \hat{\sigma}_{zx}}{\partial z} + F_x = 0 \\ \frac{\partial \hat{\sigma}_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{\sigma}_y}{\partial y} + \frac{\partial \hat{\sigma}_{zy}}{\partial z} + F_y = 0 \\ \frac{\partial \hat{\sigma}_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{\sigma}_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \hat{\sigma}_z}{\partial z} + F_z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} + F_x - \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} + F_y - \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z - \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

dunque, è possibile riassumere il secondo sistema della (3) come

$$\text{div} \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{F} - \nabla p = 0 \quad (4)$$

dove  $-\nabla p$  è il gradiente di pressione o forza di filtrazione che innesca un moto di filtrazione del fluido attraverso i pori del terreno.

Riprendendo il TLV, si può concludere che esso è riscrivibile, come segue, definendo il vettore delle tensioni o forze di superficie totali agenti nel contorno:

$$\hat{\mathbf{t}} = \mathbf{t} - n p$$

dove  $\mathbf{n}$  è il vettore normale al contorno nel punto,  
come

$$\int_{\Omega} (-\nabla p)^T \mathbf{s}^v d\Omega + \int_{\partial\Omega} (\mathbf{t})^T \mathbf{s}^v dS = \int_{\Omega} (\boldsymbol{\sigma})^T \boldsymbol{\varepsilon}^v d\Omega \quad (5)$$

Dunque, ora è possibile introdurre la discretizzazione agli elementi finiti del problema. Suddividendo il dominio in elementi finiti  $e$ , in questo caso triangolari, il metodo variazionale FEM prevede di scrivere la soluzione approssimata  $\hat{u}_n$  di un problema differenziale come combinazione lineare di funzioni base a supporto locale  $\xi$ .

$$\hat{u}_n = \sum_{j=1}^n \alpha_j \xi_j$$

Considerando il generico triangolo  $e$  di nodi  $i, j, m$  e assumendo le componenti vere dello spostamento come variabili nodali, si hanno le seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} u^{(e)} &= u_i \xi_i^{(e)} + u_j \xi_j^{(e)} + u_m \xi_m^{(e)} \\ v^{(e)} &= v_i \xi_i^{(e)} + v_j \xi_j^{(e)} + v_m \xi_m^{(e)} \\ w^{(e)} &= w_i \xi_i^{(e)} + w_j \xi_j^{(e)} + w_m \xi_m^{(e)} \end{aligned}$$

Definendo il vettore  $\mathbf{s}^{(e)} = [u^{(e)}, v^{(e)}, w^{(e)}]^T$  e  $\boldsymbol{\delta}^{(e)} = [u_i, v_i, w_i, u_j, v_j, w_j, u_m, v_m, w_m]^T$ , è possibile scrivere:

$$\mathbf{s}^{(e)} = \begin{bmatrix} \xi_i^{(e)} & 0 & 0 & \xi_j^{(e)} & 0 & 0 & \xi_m^{(e)} & 0 & 0 \\ 0 & \xi_i^{(e)} & 0 & 0 & \xi_j^{(e)} & 0 & 0 & \xi_m^{(e)} & 0 \\ 0 & 0 & \xi_i^{(e)} & 0 & 0 & \xi_j^{(e)} & 0 & 0 & \xi_m^{(e)} \end{bmatrix} \boldsymbol{\delta}^{(e)} = \mathbf{N}^{(e)} \boldsymbol{\delta}^{(e)}$$

Ora, ricordando la definizione delle funzioni base, il tensore delle deformazioni  $\boldsymbol{\varepsilon}^{(e)}$ , per l'elemento  $e$ , è:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(e)} = \mathbf{L} \mathbf{N}^{(e)} \boldsymbol{\delta}^{(e)} = \mathbf{B}^{(e)} \boldsymbol{\delta}^{(e)}$$

dove

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix}$$

è un operatore differenziale del primo ordine.

Applicando le leggi generalizzate di Hooke, è possibile scrivere il tensore delle tensioni come:

$$\boldsymbol{\sigma}^{(e)} = D\boldsymbol{\epsilon}^{(e)}$$

dove  $D$  è il tensore della cedevolezza.

Avendo indicato con  $\boldsymbol{\delta}$  gli spostamenti nodali reali, siano  $\boldsymbol{\delta}^v$  il vettore degli spostamenti nodali virtuali e  $\mathbf{s}^v$  il vettore degli spostamenti virtuali.

Il lavoro virtuale esterno si compone della somma di  $L_{e,1}^v$ ,  $L_{e,2}^v$  e  $L_{e,3}^v$ , i quali sono definiti come segue.

Sia  $\mathbf{g}$  il vettore delle eventuali forze concentrate sui nodi della griglia, allora:

$$L_{e,1}^v = (\boldsymbol{\delta}^v)^T \mathbf{g}$$

Sia  $\mathbf{F}$  il vettore contenente le forze di massa, allora:

$$L_{e,2}^v = \int_{\Omega} \mathbf{F}^T \mathbf{s}^v d\Omega = (\boldsymbol{\delta}^v)^T \int_{\Omega} N^T \mathbf{F} d\Omega$$

dove  $N^T$  è costruita assemblando le matrici locali  $N^{(e)}$  di ogni elemento  $e$ .

Sia  $\mathbf{f}$  il vettore contenente le forze di superficie agenti sui nodi del contorno caricato, allora:

$$L_{e,3}^v = \int_{\Omega} \mathbf{f}^T \mathbf{s}^v dS = (\boldsymbol{\delta}^v)^T \int_{\partial\Omega} N^T \mathbf{f} dS$$

Il lavoro virtuale interno è scrivibile come:

$$L_i^v = \int_{\Omega} (\boldsymbol{\sigma})^T \boldsymbol{\epsilon}^v d\Omega = (\boldsymbol{\delta}^v)^T \left[ \int_{\Omega} B^T D B d\Omega \right] \boldsymbol{\delta}$$

dove la matrice  $B$  è costruita assemblando le matrici locali  $B^{(e)}$  di ogni elemento  $e$ .

Dunque, la (1) discretizzata agli elementi finiti è scrivibile come:

$$(\boldsymbol{\delta}^v)^T \mathbf{g} + (\boldsymbol{\delta}^v)^T \int_{\Omega} N^T \mathbf{F} d\Omega + (\boldsymbol{\delta}^v)^T \int_{\partial\Omega} N^T \mathbf{f} dS = (\boldsymbol{\delta}^v)^T \left[ \int_{\Omega} B^T D B d\Omega \right] \boldsymbol{\delta} \quad (6)$$

Poiché la (6) vale per ogni spostamento virtuale, si può semplificare dall'espressione  $\boldsymbol{\delta}^v$ , ottenendo:

$$\mathbf{g} + \int_{\Omega} N^T \mathbf{F} d\Omega + \int_{\partial\Omega} N^T \mathbf{f} dS = \left[ \int_{\Omega} B^T D B d\Omega \right] \boldsymbol{\delta} \quad (7)$$

La (7) è scrivibile in forma compatta come il sistema lineare:

$$\mathbf{r} = H\boldsymbol{\delta}$$

dove  $H$  è la matrice di rigidità ed  $\mathbf{r}$  è il termine noto e tiene conto delle forze esterne sul dominio.

La matrice  $H$  è ottenuta assemblando i contributi di tutti gli elementi:

$$H^{(e)} = \int_{\Delta_e} B^{(e),T} D^{(e)} B^{(e)} d\Delta_e$$

Ma poiché le matrici locali sono costanti in ciascun elemento triangolare  $e$ , si ha:

$$H^{(e)} = B^{(e),T} D^{(e)} B^{(e)} \int_{\Delta_e} d\Delta_e = \Delta_e B^{(e),T} D^{(e)} B^{(e)}$$

Nel codice numerico usato nella simulazione, la pressione si definisce a livello di elemento: quindi, con un solo valore per ciascuno. Sia  $\mathbf{P}$  il vettore contenente le pressioni in ogni elemento, allora la (5) si può scrivere agli elementi finiti come:

$$\int_{\Omega} N^T \mathbf{P} d\Omega + \int_{\partial\Omega} N^T \mathbf{t} dS = \left[ \int_{\Omega} B^T D B d\Omega \right] \delta \quad (8)$$

### 2.3. Analisi sulla sicurezza

La simulazione della meccanica delle faglie geologiche è di importanza rilevante per prevedere le possibili conseguenze derivanti dal loro comportamento, influenzato dalle condizioni fisiche imposte dal processo di segregazione geologica. Come già espresso in precedenza, la loro attivazione ha dei possibili impatti di varia natura sull'ambiente in superficie e nel sottosuolo, tra cui si ricorda: la subsidenza del terreno, la formazione di fratture nel giacimento, il danneggiamento/rottura delle strutture e infrastrutture e la possibilità di eventi sismici.

Rappresentare numericamente la geomeccanica delle faglie non è di facile implementazione: per fare ciò, esse sono pensate come due superfici a contatto, le quali possono muoversi l'una rispetto l'altra o aprirsi. Tenendo a mente questo concetto, la faglia geologica è discretizzata con l'uso di elementi di interfaccia (IE) che permettono di tracciare gli spostamenti relativi tra coppie di punti posti sul piano di faglia.

Il movimento relativo tra le superfici di faglia è anche detto scorrimento relativo ed è individuato ogni qualvolta lo stato tensionale interno al piano di faglia viola un certo criterio di resistenza. Per descrivere il comportamento meccanico delle faglie si è utilizzato il criterio di Mohr-Coulomb, il quale utilizza una combinazione di tensione tangenziale e normale per definire la condizione di stress limite.

$$\tau_{lim} = c - \sigma_n \tan(\varphi)$$

Movimenti plastici irreversibili della superficie di faglia, o interfaccia, possono accadere quando il limite elastico o di forza di taglio sono superati. Supponendo in modo conservativo che non sia consentita alcuna resistenza alla trazione, l'apertura dell'interfaccia avviene quando lo sforzo normale del piano d'interfaccia  $\sigma_n$  diventa positivo. Mentre, lo scivolamento avviene in modo irreversibile quando il criterio di resistenza di Mohr-Coulomb è superato.

La superficie di snervamento  $F$ , illustrata in *Figura 1*, definisce il dominio di tensioni ammissibili/sicure, nel quale il campo tensionale, nella superficie di faglia, riesce a sostenere gli sforzi esterni.

Dunque:

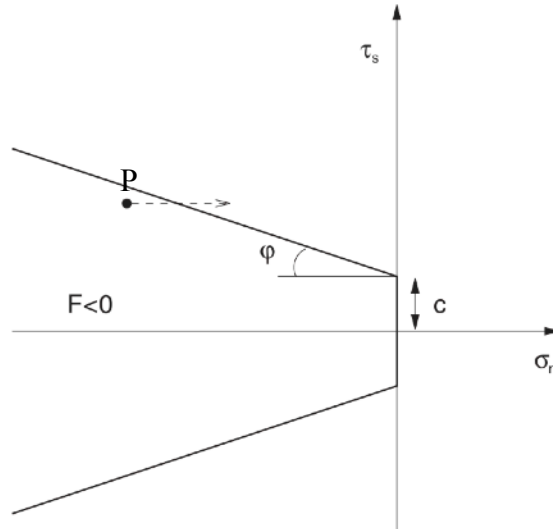


Figura 1: Funzione di snervamento di Mohr-Coulomb per l'IE. Un esempio di sforzo è il punto P che, mantenendo costante  $\tau_s$  e aumentando  $\sigma_n$ , viola le condizioni sicure (d).

$$F = |\tau_s| + \Psi$$

$$|\tau_s| = \sqrt{\tau_{s1}^2 + \tau_{s2}^2}$$

$$\Psi = \begin{cases} 0 & \text{se } \sigma_n \geq 0 \\ \sigma_n \tan(\varphi) - c & \text{se } \sigma_n < 0 \end{cases}$$

dove  $\varphi$  è l'angolo di attrito e  $c$  è la coesione.

Per definire globalmente la sicurezza del processo di segregazione geologica di  $CO_2$  in un serbatoio esaurito, si utilizza l'indice  $\chi_i$  che esprime il rapporto tra la tensione tangenziale  $\tau_i$ , calcolata in ogni punto IE  $i$  del piano di faglia, e lo sforzo limite  $\tau_{lim}$ , definito dal criterio di resistenza di Mohr-Coulomb sopra esposto. Inoltre, per avere un'idea generale dello stato di sforzo sulle superfici di faglia e, dunque, della sicurezza del processo, si calcola il valore massimo tra le  $\chi_i$ . Poiché si ricerca la condizione di sforzo interno più lontana possibile dalla condizione di sforzo limite, significa che la simulazione del processo di stoccaggio di gas è da considerarsi fattibile in sicurezza, rispetto il rischio di scorrimento relativo delle superfici di faglia, se la massima tra le  $\chi_i$  è lontana dall'unità. Esprimendo, sinteticamente, in relazioni matematiche quanto appena descritto, si ha:

$$\begin{cases} \tau_{lim} = c - \sigma_n \tan \varphi \\ \text{se } \chi_i = \frac{\tau_i}{\tau_{lim}} < 1 \Rightarrow \text{la tensione nel punto è accettabile/sicura} \\ \text{dove se } \chi_i \rightarrow 1 \Rightarrow \tau_i \rightarrow \tau_{lim}, \text{ la tensione nel punto è sempre meno sicura} \end{cases}$$

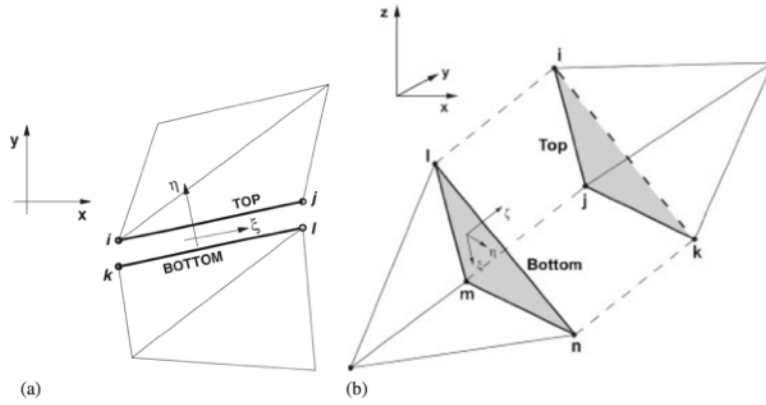


Figura 2: Esempio di IE lineare connesso ad un elemento finito lineare:  
 (a) configurazione 2D e (b) configurazione 3D (d).

## 2.4. La rappresentazione numerica delle faglie

Una faglia geologica è una frattura all'interno di un corpo roccioso, formatasi dalla rottura di un unico blocco sottoposto ad un campo di sforzi, ad esempio quello tettonico, tale da indurre il superamento del limite elastico della roccia. Da un punto di vista concettuale, una faglia può essere intesa come una discontinuità all'interno del dominio poroso costituita da due superfici a contatto. Fatta salva l'ipotesi di incompenetrabilità, le due superfici possono scorrere una sull'altra, o anche aprirsi, in presenza di determinati stati tensionali. L'ampiezza dello scorrimento relativo fra i due blocchi di roccia si misura dalla dislocazione relativa di due punti originariamente adiacenti. Gli elementi finiti tradizionali non consentono di approssimare il comportamento di faglie a causa della continuità nella rappresentazione degli spostamenti. Per rappresentare numericamente quanto descritto, è necessario introdurre gli elementi di interfaccia o *interface elements (IE)*, i quali sono costituiti da facce di elementi tridimensionali, poste sulle superfici a contatto, che hanno in comune i nodi opposti: quello posizionato al di sotto si denomina *bottom*, mentre quello al di sopra *top*. Ad ogni elemento, è associato un riferimento locale composto di normale  $\eta$ , orientata da *bottom* a *top*, e due direzioni trasversali  $(\xi, \zeta)$ , come illustrato in *Figura 2* nel caso di elementi triangolari (2D) o tetraedrici (3D).

Il vettore spostamento  $\mathbf{u}^I$  per l'elemento  $I$  nel riferimento globale  $(x, y, z)$  è definito come:

$$\mathbf{u}^I = [u^t, v^t, w^t, u^b, v^b, w^b]^T$$

Il vettore spostamento  $\mathbf{u}^I$  nel riferimento locale  $(\xi, \eta, \zeta)$  è definito dalla matrice di rotazione ortogonale  $R$ :

$$\mathbf{u}^I = R \mathbf{u}^I, R = \begin{bmatrix} \tilde{R} & 0 \\ 0 & \tilde{R} \end{bmatrix}$$

dove  $\tilde{R}$  sono i versori di riferimento locali. Il vettore  $\boldsymbol{\delta}^I$  contiene l'apertura  $\delta_n$  e lo scorrimento  $\delta_{s1}$  e  $\delta_{s2}$  tra le superfici d'interfaccia dell'elemento  $I$ , dove:

$$\begin{aligned} \delta_n &= u'^t - u'^b \\ \delta_{s1} &= v'^t - v'^b \\ \delta_{s2} &= w'^t - w'^b \end{aligned}$$

Le componenti del vettore dei movimenti d'interfaccia  $\delta^I$  sono collegate agli sforzi d'interfaccia  $\sigma_n$ ,  $\tau_{s1}$  e  $\tau_{s2}$ , del vettore  $\sigma^I$ , da una relazione di natura elasto-plastica con la possibilità di apertura e slittamento irreversibili.

L'equilibrio dell'elemento  $I$  è definito dal teorema dei lavori virtuali, esposto precedentemente, in cui il mezzo è eterogeneo.



### 3. Analisi dei risultati

La Val Padana è situata tra il 44esimo - 46esimo grado nord di latitudine e tra l'8avo - 12esimo grado est di longitudine, confina a ovest e a nord con le Alpi, a sud con gli Appennini e il mare Adriatico a est. Essa rientra nel bacino idrografico del fiume Po, formatosi dal cenozoico (circa tra i 70-80 milioni di anni b.p.) al quaternario, ed è caratterizzata da un'ambiente di deposito di tipo deltizio, con spessore variabile da un minimo di 4 - 5 chilometri, al confine con le Alpi a nord, a un massimo di 12 chilometri, al confine sud con gli Appennini.

A partire dagli anni '50 del secolo XX, Eni S.p.A. ha scoperto e sfruttato numerosi giacimenti di olio e gas metano nell'area, i quali sono posizionati in anticlinali, con forma drappeggiata e zone di accumulo stratigrafiche (comunemente dette *stratigraphic trap*); quest'ultime sono costituite da successioni mineralizzate multi-strato e hanno spessore variabile tra i centimetri e le decine di metri. La maggior parte di tali giacimenti ha già terminato la propria vita produttiva e può, quindi, costituire un valido candidato per progetti di stoccaggio a breve o a lungo termine.

Il giacimento prescelto per la possibile sperimentazione è localizzato nella regione Lombardia, ai piedi delle prealpi, ed è situato ad una profondità compresa tra 1050 e 1350 m al di sotto del livello medio del mare. Esso è costituito da tre livelli sabbiosi, separati da strati di argilla spessi 20 - 30 m, i quali si trovano in una zona di maggiore avvallamento, sovrapponendosi al bacino Messiniano parzialmente ripiegato: inoltre, le loro porzioni permeabili si assottigliano verso nord contro le argille impermeabili della formazione di Santerno.

L'orizzonte geologico che include i livelli mineralizzati poggia su un basamento Messiniano all'interno del quale sono state individuate alcune strutture fagliate potenzialmente attive. L'obiettivo della presente analisi consiste nell'analizzare la stabilità di tali faglie durante il processo di iniezione e stoccaggio di  $CO_2$ , al fine di valutare il potenziale rischio sismico delle attività minerarie. Un elemento fondamentale per l'attendibilità dei risultati modellistici è costituito dalle proprietà meccaniche che caratterizzano le faglie, ovvero coesione e angolo di attrito, e dal regime tensionale indisturbato agente su di esse. Tuttavia, tali elementi non sono noti per le strutture in esame, pertanto è necessario valutare alcuni scenari ipotetici che permettono di indagare i limiti di funzionamento del sistema. Dunque, per affrontare l'analisi della fattibilità del processo di segregazione geologica, si sono ipotizzati la coesione  $c = 10$  bar, l'angolo di attrito  $\varphi = 30^\circ$  e si svolge un'analisi di sensibilità rispetto allo stato tensionale agente sulla struttura in esame. Quest'ultimo viene definito sulla base delle tre direzioni principali dello stress, che si ipotizzano essere quella verticale  $\sigma_V$  e due orizzontali,  $\sigma_H$  e  $\sigma_h$ . Poiché in ambito geologico tutte le tensioni sono di compressione, si utilizza la convenzione di considerare quest'ultime con segno positivo. Con questa convenzione, si assume  $\sigma_H > \sigma_h$  con valore definito in funzione di  $\sigma_V$  secondo le relazioni:

$$\begin{aligned}\sigma_h &= M_{1,k} \sigma_V \\ \sigma_H &= M_{2,k} \sigma_V\end{aligned}$$

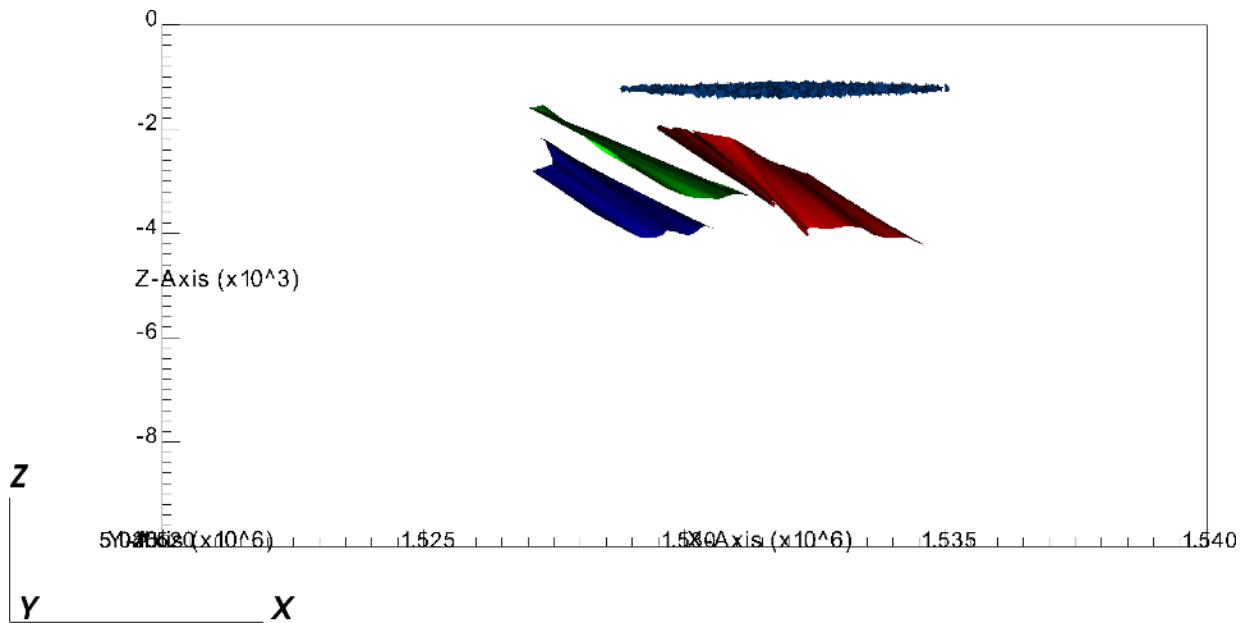


Figura 3: rappresentazione del dominio, con l'utilizzo di file VTK, sul piano  $(x,z)$ . La faglia di colore blu è discretizzata con il primo gruppo di IE, pari a 585 elementi; la faglia di colore verde è discretizzata con il secondo gruppo di IE, pari a 610 elementi; la faglia di colore rosso è discretizzata con il terzo gruppo di IE, pari a 751 elementi.

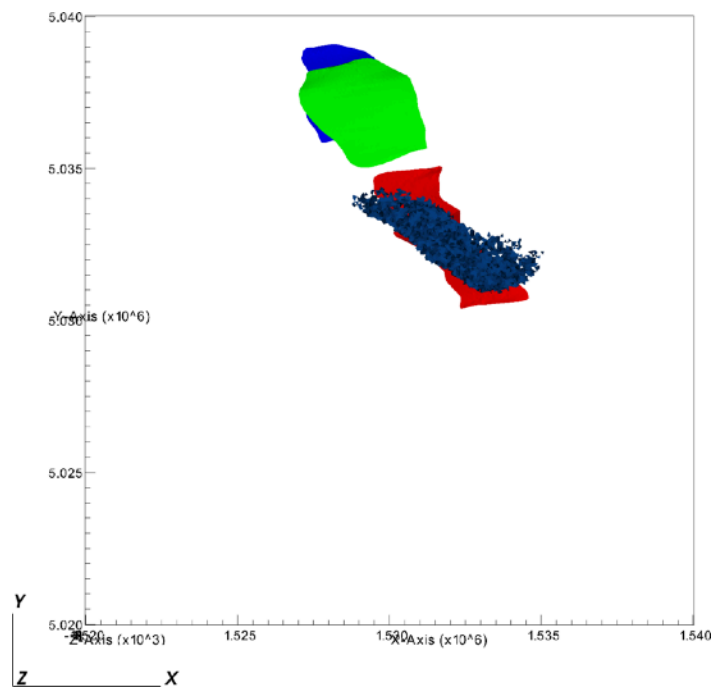


Figura 4: rappresentazione area del dominio, con l'utilizzo di file VTK, sul piano  $(x,y)$ . La faglia di colore blu è discretizzata con il primo gruppo di IE, pari a 585 elementi; la faglia di colore verde è discretizzata con il secondo gruppo di IE, pari a 610 elementi; la faglia di colore rosso è discretizzata con il terzo gruppo di IE, pari a 751 elementi.

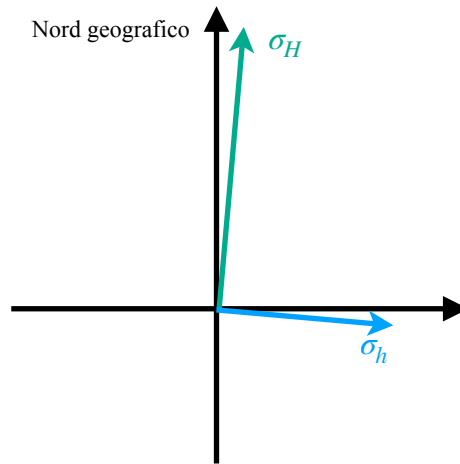


Figura 5: Rappresentazione dell'orientamento delle tensioni orizzontali rispetto al Nord geografico.

in cui  $\sigma_v$  è calcolato sulla base della stima del peso proprio dei sedimenti alla profondità di interesse. Tale stima viene effettuata sulla base di  $\log$  di densità della roccia e assumendo una distribuzione idrostatica delle pressioni del fluido nei pori.

I valori presenti in *Tabella 1*, dei parametri  $M_1$  e  $M_2$ , si sono scelti partendo dai valori base, estrapolati dal *World Stress Database*, costituenti la condizione più probabile e realistica dello stato tensionale nel giacimento ( $k = 1$ ). Successivamente, per la seconda e terza simulazione si è ipotizzato uno stato tensionale di tipo compressivo (tensioni orizzontali superiori a quella verticale) sulla base delle caratteristiche tettoniche della zona in esame, soggetta a spinte dovute alla compressione della zolla eurasiatica su quella africana che hanno dato origine alle catene alpine e appenniniche. Tale condizione di stato compressivo è stata, infine, esaltata nella terza simulazione per valutare una situazione estrema.

Come già esposto nella sezione 2.3, per avere una misura del rischio sismico, si calcola il valore massimo del rapporto tra le tensioni tangenziali, in ogni coppia di nodi, e la tensione tangenziale limite, come:

$$\chi_i = \frac{\tau_i}{\tau_{lim}}, \text{ dove } \max(\chi) = \max(\chi_i)$$

$$\tau_{lim} = c - \sigma_n \tan(\varphi)$$

Questa modalità di approccio alla verifica della sicurezza sismica, in relazione al massimo valore di un rapporto come  $\chi$ , ha il vantaggio di essere veloce e immediata, ma di per sé non fornisce alcuna informazione sul regime tensionale agente nel giacimento e sulle formazioni geologiche circostanti.

$k$	$M_{1,k}$	$M_{2,k}$	$\max(\chi)$
1	0.90	0.95	0.0811
2	1.00	1.50	0.344
3	1.50	2.25	0.702

Tabella 1: Riassunto dei valori caratteristici di ogni simulazione.

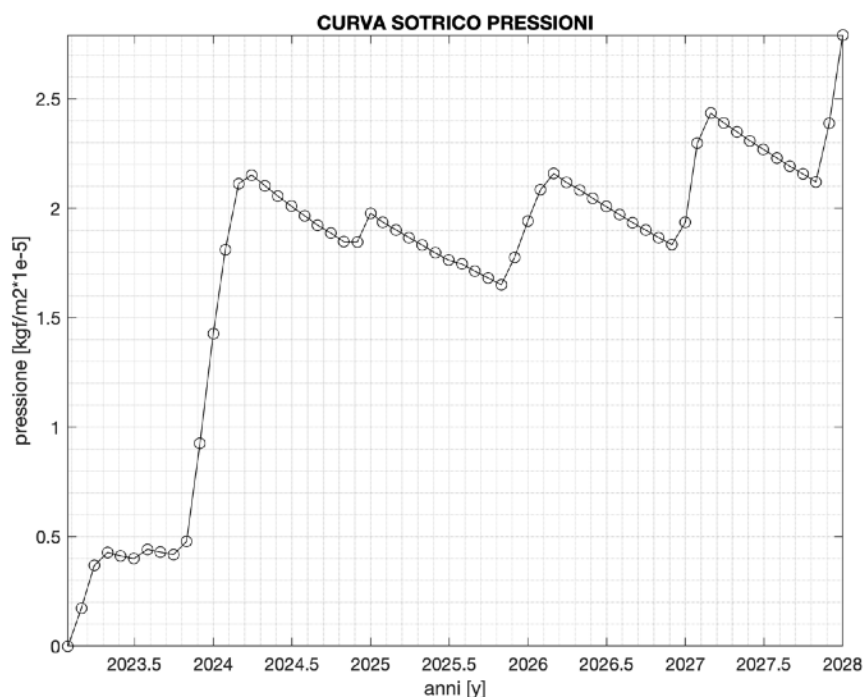


Figura 6: il grafico rappresenta l'andamento scelto della pressione d'iniezione di anidride carbonica nel giacimento durante 5 anni di operatività (2023-2028).

Di fatto,  $\chi$  non comunica nulla sulla natura del processo, ma si limita a fornire un'indicazione generale sui limiti fisici che si sperimentano nel sottosuolo.

I valori della massima  $\chi$ , in *Tabella 1*, sono i massimi valori raggiunti in ognuna delle simulazioni: in particolare, la prima fornisce un'indicazione sulle condizioni di partenza dello stato tensionale sulle superfici di faglia nel giacimento e sperimenta un valore massimo di  $\chi$  pari, circa, a 0.0811. È possibile, dunque, affermare che le faglie non sono prossime all'instabilità perché  $max(\chi) \ll 1$ .

Un altro parametro fondamentale per la definizione dello stato tensionale indisturbato agente sul sistema è costituito dalla direzione delle tensioni orizzontali principali. Dalle informazioni estratte dal *World Stress Database*, è possibile dedurre che la tensione principale massima su un piano orizzontale,  $\sigma_H$ , è orientata a  $5^\circ$  in senso orario rispetto al Nord geografico, mentre  $\sigma_h$  è ovviamente ruotata di  $90^\circ$  rispetto quest'ultima (vedi *Figura 5*). Tale rotazione delle direzioni principali risulta, in generale, coerente con l'interpretazione dell'orientazione prevalente delle pieghe geologiche che sono state individuate nella formazione in cui è collocato il giacimento.

Utilizzando le ipotesi relative alle condizioni tensionali indisturbate discusse in precedenza, si è indagata la perturbazione dello stato tensionale indotta sulle faglie dall'ipotetico stoccaggio di  $CO_2$  associato alla variazione di pressione in giacimento di *Figura 6*. Per ciascun caso che segue, in particolare, l'analisi si focalizza sulla variazione del fattore di sicurezza  $\chi$  rispetto alle condizioni indisturbate, con l'obiettivo di valutare se, e in quale misura, l'attività mineraria può contribuire all'aumento del rischio sismico legato alla riattivazione delle faglie prese in considerazione.

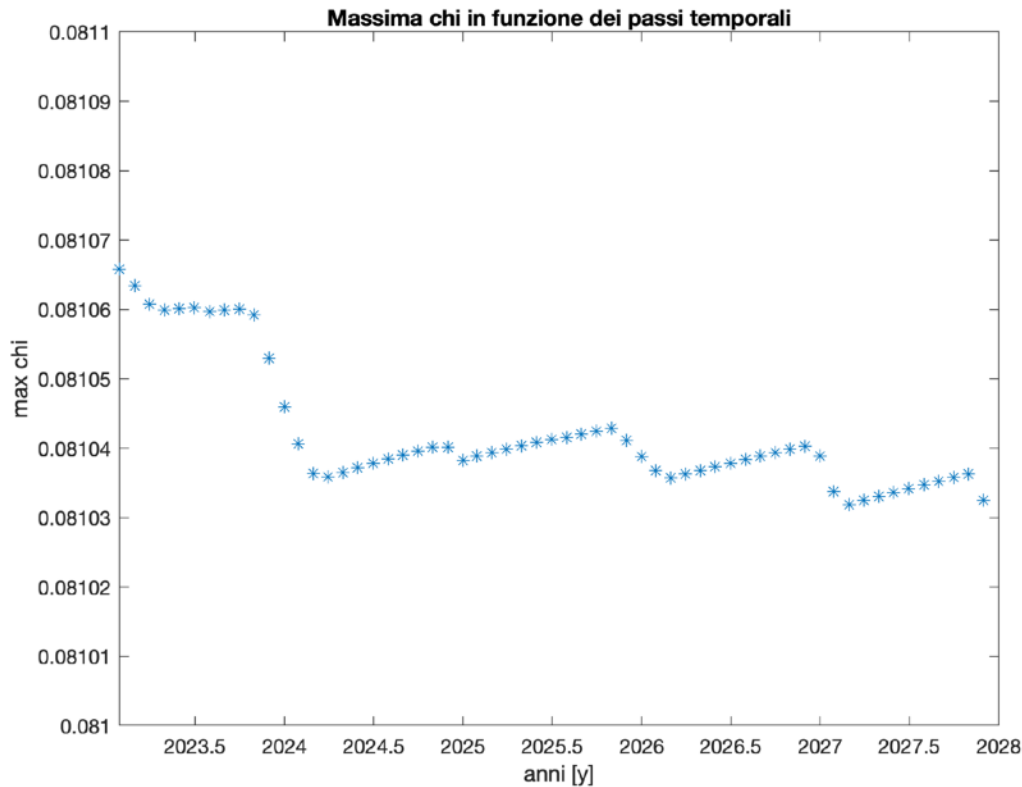


Figura 7: Per la simulazione di riferimento, il grafico rappresenta i massimi valori, sperimentati in ogni anno della simulazione, del rapporto tra le tensioni tangenziali e la tensione tangenziale limite, ovvero l'indice  $\chi$ .

### 3.1. Simulazione di riferimento

La prima simulazione è stata svolta definendo i parametri  $M_{1,1}$  e  $M_{2,1}$  sulla base del *World Stress Database*, il quale ha nel proprio *dataset* i valori che costituiscono la condizione più probabile dello stato tensionale nel giacimento: per questo motivo, è presa come riferimento per le successive.

Per questa simulazione, la  $max(\chi) \approx 0.0811 \ll 1$  si è verificata nella faglia di colore verde, visualizzabile nella *Figura 3* e *Figura 4*, nel primo anno di operatività. La maggiore variazione della massima  $\chi$  ha un'ordine di grandezza circa pari a  $3.333 \cdot 10^{-5}$ , il che conferma la stabilità delle faglie, correlata al processo di stoccaggio nel giacimento sovrastante, e, in termini di variazione dello stato tensionale, significa che sulla faglia vi è un regime tensionale praticamente costante.

In generale, in questa simulazione iniziale, i risultati sono estremamente rassicuranti e forniscono un'ottima confidenza rispetto al rischio correlato alla possibilità di eventi sismici, originati dalla possibile attivazione delle faglie a causa dell'attività di stoccaggio. È, dunque, ragionevole pensare che tale rischio sia remoto e sia fattibile la segregazione geologica nel giacimento rispetto il rischio sismico.

In *Figura 7*, l'andamento della massima  $\chi$  negli anni corrisponde alle variazioni di pressione media riscontrate in giacimento durante l'iniezione e sembra che il processo nel suo complesso vada a favore delle condizioni sicure, con una lieve diminuzione del rischio di attivazione in tutte le faglie.

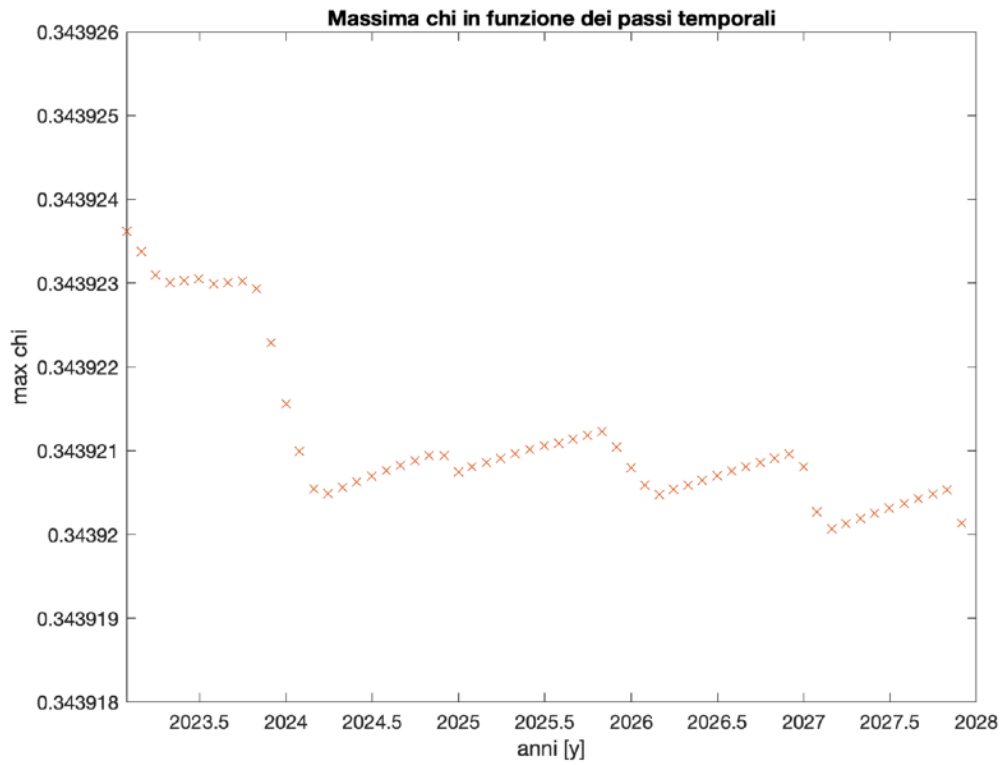


Figura 8: Per la simulazione di medio/basso rischio, il grafico rappresenta i massimi valori, sperimentati in ogni anno della simulazione, del rapporto tra le tensioni tangenziali e la tensione tangenziale limite, ovvero l'indice  $\chi$ .

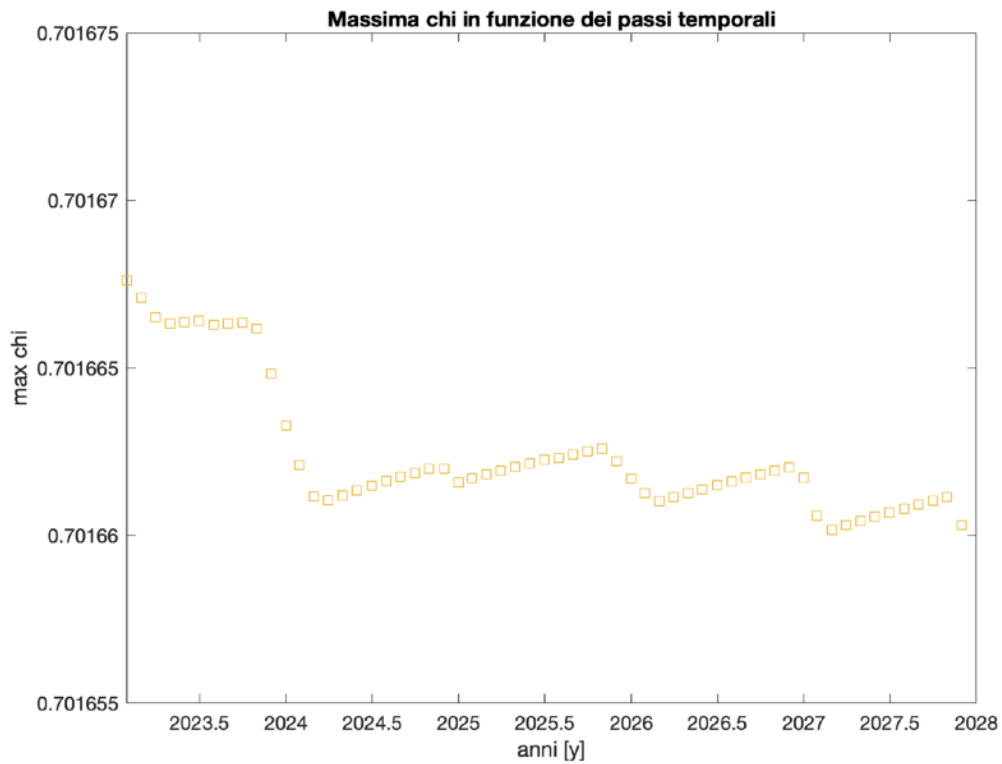


Figura 9: Per la simulazione di alto rischio, il grafico rappresenta i massimi valori, sperimentati ogni in anno della simulazione, del rapporto tra le tensioni tangenziali e la tensione tangenziale limite, ovvero l'indice  $\chi$ .

### 3.2. Simulazione di medio/basso rischio

Nella seconda simulazione si è ipotizzato uno scenario maggiormente compressivo, compatibile con le condizioni tettoniche in cui si trova il bacino in esame. Procedendo come la simulazione precedente, si ottiene una  $max(\chi) \approx 0.344 < 1$ , sperimentata sulla faglia di colore blu nel primo anno di operatività. La maggiore variazione della massima  $\chi$  è circa pari a  $3.488 \cdot 10^{-6}$ , la quale è ancora minore della variazione riscontrata nella prima simulazione. Ciò conferma la tendenza dello stato tensionale, sulle superfici di faglia, a stabilizzarsi nel tempo.

In *Figura 8*, è possibile visualizzare l'andamento della massima  $\chi$  negli anni che corrisponde alle variazioni di pressione media riscontrate in giacimento durante l'iniezione e sembra che il processo nel suo complesso vada a favore delle condizioni sicure, con una lieve diminuzione del rischio di attivazione in tutte le faglie.

### 3.3. Simulazione ad alto rischio

Per simulare condizioni estreme, si è aumentato ulteriormente il livello di compressività del regime tensionale indisturbato. Procedendo come le simulazioni precedenti, la  $max(\chi) \approx 0.702 < 1$  ed è stata sperimentata nella faglia di colore blu nel primo anno di operatività. La maggiore variazione della massima  $\chi$  è circa pari a  $7.304 \cdot 10^{-6}$ .

Si noti che questo caso mostra l'avvicinamento della  $\chi$  all'unità, il che è elemento di maggiore rischio. Tuttavia,  $\chi$  è sempre strettamente minore di uno, dunque, anche se la simulazione possiede un maggior fattore di rischio, le tre faglie non hanno mai raggiunto uno sforzo interno tale da non riuscire a contrastare gli effetti imposti. Ovvero, non vi è stato alcun movimento relativo tra i blocchi di roccia/terreno adiacenti ad esse.

Il fattore di rischio  $\chi$  è molto vicino all'unità di quanto non fosse in precedenza e, dunque, le faglie in condizioni indisturbate sono già più prossime a una possibile riattivazione. Questa condizione sarebbe rischiosa per la sismicità innescata, ovvero quella in cui le attività minerarie, seppur responsabili di una variazione minima di tensione sulle faglie, possono contribuire ad accelerarne la riattivazione. Ciononostante, anche in questo caso sembra che lo stoccaggio contribuisca ad una stabilizzazione, piuttosto che instabilizzazione in tutte le faglie.

In *Figura 9*, è possibile visualizzare l'andamento negli anni di simulazione del fattore di rischio  $\chi$ , il quale è molto simile ai precedenti e, come detto, tende a diminuire col passare degli anni.

Poiché questo caso restituisce uno scenario molto irrealistico, esso conferma la sicurezza sismica dell'ipotetica operazione di stoccaggio nell'area scelta.

## 4. Conclusioni

Le caratteristiche geologiche del bacino padano conferiscono delle caratteristiche favorevoli ai giacimenti esauriti nella zona, che si dimostrano essere promettenti nell'esercizio di operazioni di stoccaggio a breve o lungo termine. Infatti nel territorio, tali giacimenti si sono sfruttati come serbatoi strategici di gas metano per garantire continuità di servizi, sin dalla seconda metà del secolo scorso.

Simulare il terreno e il suo comportamento al calcolatore, in relazione ai particolari processi minerari di iniezione ed estrazione di gas, non è facile per la complessità degli elementi in gioco. Tuttavia, avvalendosi di alcune assunzioni e della teoria del problema elastico applicata alla poroelasticità, è stato possibile formulare matematicamente il problema e, dunque, svilupparne l'equivalente discretizzato, servendosi del metodo variazionale FEM. In particolare, il giacimento prescelto per questa simulazione ha al di sotto di esso delle discontinuità, ovvero delle faglie geologiche, per le quali non sono noti i parametri che definiscono le loro proprietà meccaniche. Perciò, è stato necessario valutare alcuni scenari ipotetici per definire il limite di funzionamento del sistema e, dunque, si sono ipotizzati gli elementi che compongono la risposta meccanica di queste formazioni geologiche.

Lo scopo della presente analisi riguarda la sicurezza del processo di segregazione geologica, nel giacimento lombardo, in relazione alla possibile attivazione delle faglie geologiche. Per determinare la fattibilità di ciò, si sono svolte tre simulazioni, variando gli ipotetici scenari relativi al regime tensionale indisturbato agente sul sistema: la prima rappresenta la risposta geomeccanica più probabile alla luce delle informazioni al momento disponibili dal *World Stress Database*; la seconda rappresenta una condizione di maggiore compressività dello stato tensionale compatibile con gli sforzi tettonici agenti sul bacino padano, nell'area di interesse; la terza rappresenta uno stato di sforzo molto compressivo che costituisce una condizione estrema per la struttura in esame.

I risultati mostrano che la variazione dello stato tensionale attesa sulle faglie, nel giacimento in esame, è molto limitata e tale da non modificare in maniera significativa la condizione indisturbata. In particolare, la simulazione di riferimento descrive una situazione in cui le faglie sono molto lontane da una possibile riattivazione e le ipotetiche attività minerarie non sono tali da modificare la condizione indisturbata. Anche nello scenario estremo, a rischio sismico più elevato, seppure si rilevi un aumento dell'indice  $\chi$ , non ci sono elementi che possano condurre a una possibile riattivazione delle faglie esaminate.

Dunque, in conclusione, lo stoccaggio di anidride carbonica, nell'ex-giacimento esaurito di gas metano, di cui il presente studio si è interessato, non solo è possibile in sicurezza dal punto di vista del rischio sismico, ma è anche una valida opportunità per contribuire a mitigare l'impatto dell'utilizzo di fonti energetiche, derivanti da idrocarburi, in Italia.



## Bibliografia

- (a) Giuseppe Gambolati e Massimiliano Ferronato. *Lezioni di Metodi Numerici per l'Ingegneria*. Libreria Progetto Padova, 2022.
- (b) Daniele Moretto, *Metodo degli elementi finiti per la risoluzione del problema elastico nei mezzi porosi* [tesi di laurea]. Padova: Università degli Studi di Padova, a.a. 2020/2021.
- (c) P. Teatini, N. Castelletto, M. Ferronato, G. Gambolati, C. Janna, E. Cairo, D. Marzorati, D. Colombo, A. Ferretti, A. Bagliani, e F. Bottazzi. *Geomechanical response to seasonal gas storage in depleted reservoirs: A case study in the Po River basin, Italy*. Journal of Geophysical research, vol. 116, F02002, doi:10.1029/2010JF001793, 2011.
- (d) Massimiliano Ferronato, Giuseppe Gambolati, Carlo Janna e Pietro Teatini. *Numerical modelling of regional faults in land subsidence prediction above gas/oil reservoirs*. INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL AND ANALYTICAL METHODS IN GEOMECHANICS, 2008; 32:633-657.
- (e) Massimiliano Ferronato, Giuseppe Gambolati, Carlo Janna, Pietro Teatini. *Geomechanical issues of anthropogenic CO<sub>2</sub> sequestration in exploited gas fields*. Energy Conversion and Management, 2010.
- (f) Andrea Franceschini, Massimiliano Ferronato, Carlo Janna, Pietro Teatini. *A novel Lagrangian approach for the stable numerical simulation of fault and fracture mechanics*. Journal of Computational Physics, 2016.
- (g) Matteo Frigo, Massimiliano Ferronato, Jun Yu, Shujun Ye, Devin Galloway, Dora Carreón-Freyre, e Pietro Teatini. *A Parametric Numerical Analysis of Factors Controlling Ground Ruptures Caused by Groundwater Pumping*. Water Resources Research, 2019, 10.1029/2019WR025034.