

Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria aerospaziale

Relazione per la prova finale
Studio di un ciclo termodinamico a
spillamento caldo per la propulsione
nucleare spaziale

Tutor universitario: Prof. Azzolin Marco

Laureando: *Vaona Elio 2046167*

Padova, 13/11/2024

La propulsione a razzo:

- Impulso totale: $I_t = \int F dt = Ft$
- Impulso specifico: $I_s = \frac{\int F dt}{g_0 \int \dot{m} dt} = \frac{F}{g_0 \dot{m}}$
- Velocità effettiva: $c = I_s g_0 \quad F = \dot{m} c$
- Potenza di getto: $P_{jet} = \frac{1}{2} \dot{m} c^2 = \frac{1}{2} F I_s g_0$
- Spinta propulsiva: $F = \dot{m} w_2 + (p_2 - p_1) A_2$
- Velocità effettiva: $c = w_2 + \frac{(p_2 - p_1) A_2}{\dot{m}}$

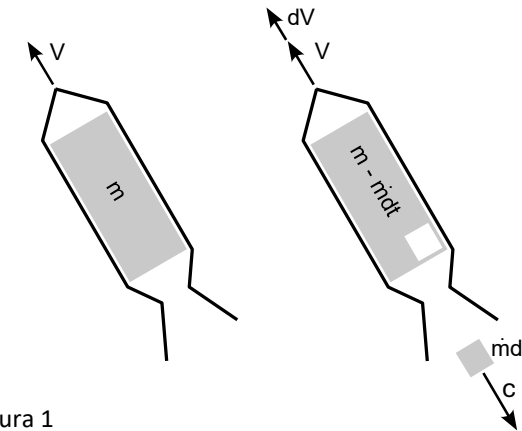


Figura 1

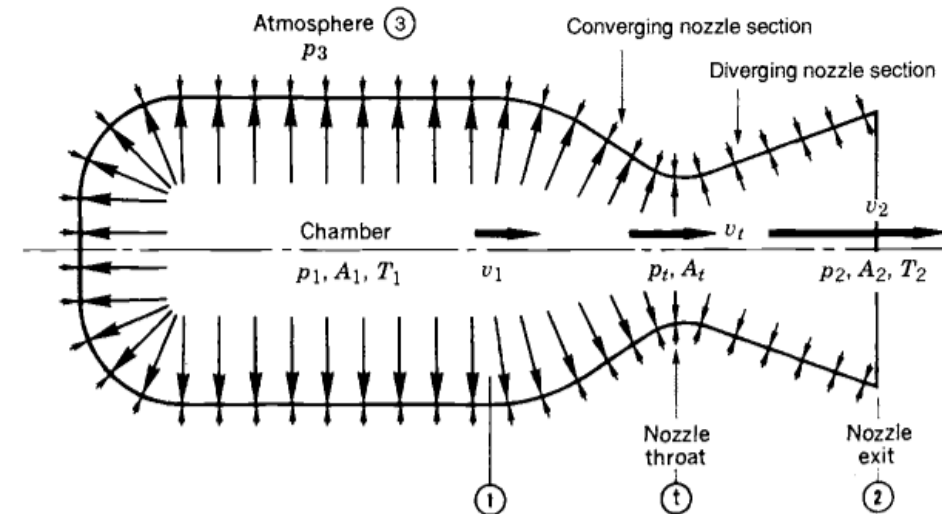


Figura 2, schema camera di spinta, [3]

Illustrare il ciclo operativo del motore a razzo XE-PRIME:

- Trasformazioni del ciclo *hot-bleed*
- Schema di impianto
- Generazione di spinta propulsiva

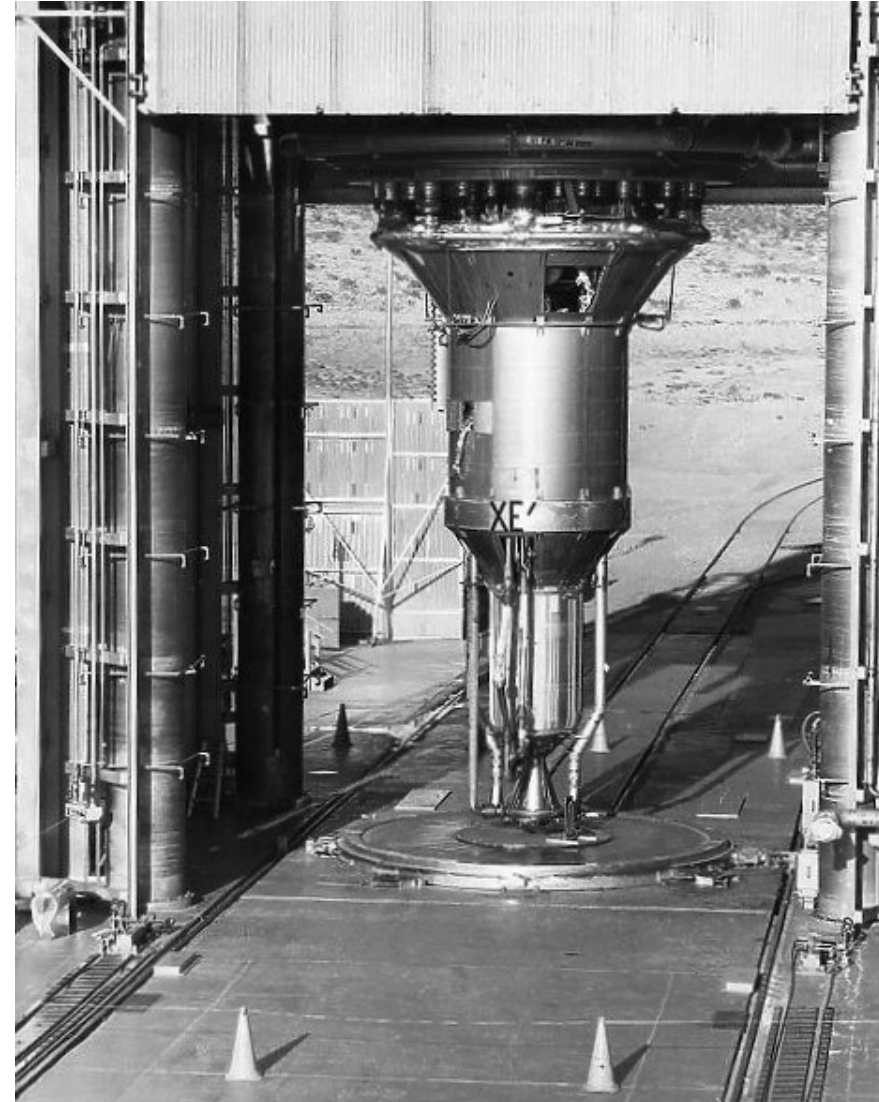


Figura 3, fotografia del motore XE-PRIME al sito test

Trasformazioni del ciclo *hot-bleed*:

- 1→2: pressurizzazione del propellente
- 2→3: preriscaldamento
- 3→4: riscaldamento nel nucleo
- 3, 4→5: spillamento e miscelazione
- 5→6: espansione in turbina
- 4→7: espulsione dall'ugello principale

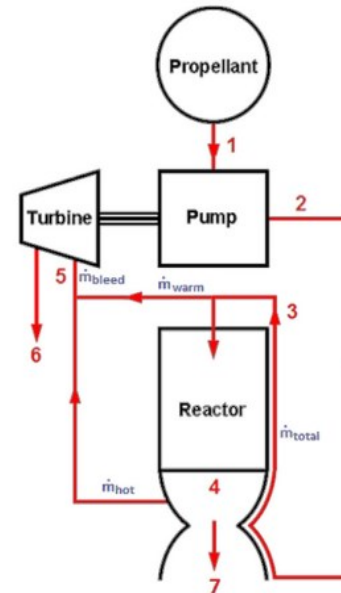
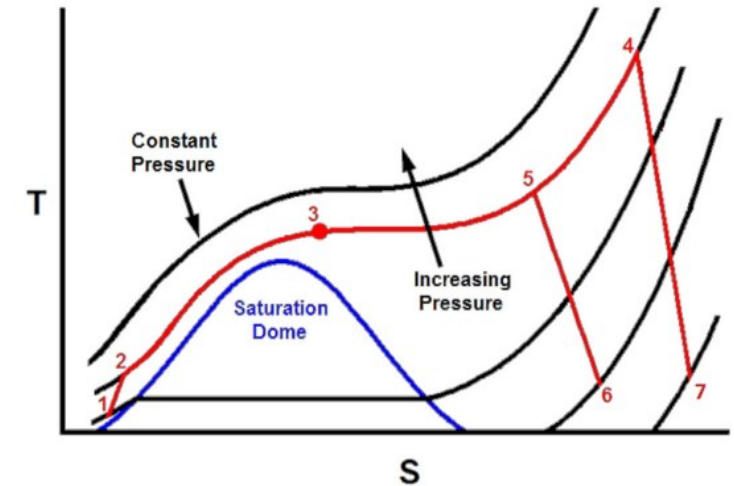


Figura 4,



schema e diagramma del ciclo *hot-bleed*, [4]

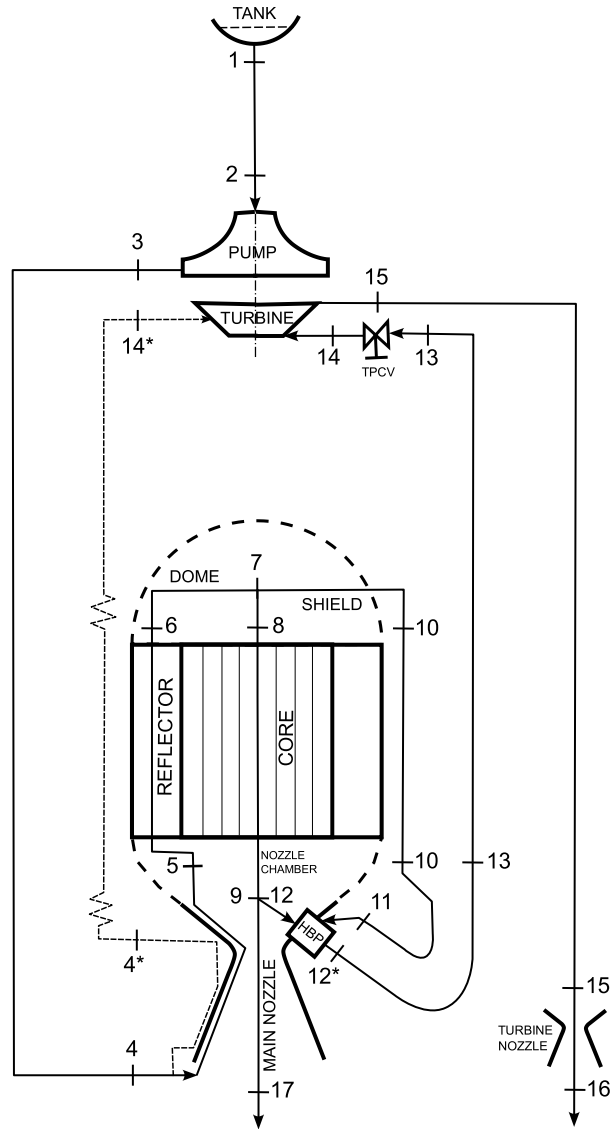


Figura 5, schema d'impianto del motore XE'

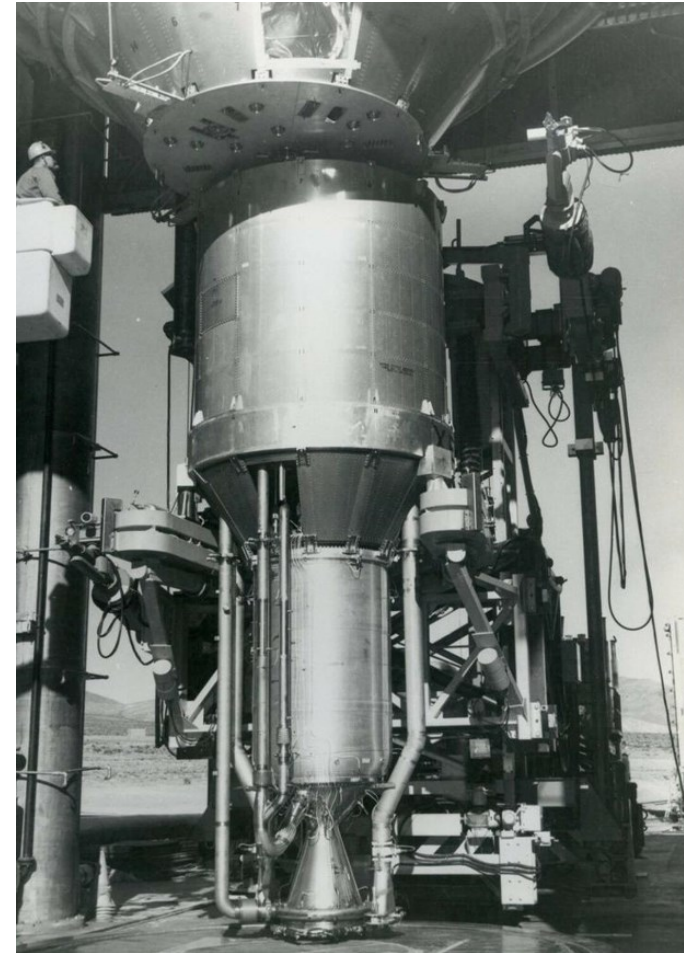


Figura 6, fotografia del motore XE-PRIME durante l'installazione al sito test

Obiettivo: *Determinare le condizioni del gas allo scarico principale, punto 17*

1. Calcolo velocità effettiva dalle prestazioni nominali del motore
2. Calcolo entalpia totale
3. Calcolo del numero di Mach ideale allo scarico
4. Individuazione dell'isobara di fine espansione
5. Introduzione dell'effetto dato dal raffreddamento rigenerativo
6. Confronto con la velocità effettiva nominale per stimare le perdite irreversibili
7. Calcolo di velocità e numero di Mach reali allo scarico

1. Calcolo velocità effettiva dalle prestazioni nominali del motore

$$F_n = 246663 \text{ N}, \quad I_{s_n} = 710 \text{ s}, \quad P_{jet_n} = \frac{1}{2} I_{s_n} g_0 F_n = 858.7 \text{ MW}, \quad \text{con } F_n, I_{s_n} \text{ riportati nel rif. [1]}$$

- Note la spinta e la potenza di getto nominali si pone il seguente sistema:

$$\begin{cases} F_{16} + F_{17} = \dot{m}_{16} c_{16} + \dot{m}_{17} c_{17} = F_n \\ P_{jet16} + P_{jet17} = \frac{1}{2} \dot{m}_{16} c_{16}^2 + \frac{1}{2} \dot{m}_{17} c_{17}^2 = P_{jet_n} \end{cases}$$

- Essendo noti i valori delle portate, $\dot{m}_{16} = 3.67 \text{ kg/s}$, $\dot{m}_{17} = 31.8 \text{ kg/s}$, le uniche incognite sono le velocità effettive dei rispettivi getti in espulsione, c_{16} scarico turbina, c_{17} scarico principale.

Risolvendo il sistema i valori accettabili trovati sono: $c_{16n} = 6242 \text{ m/s}$, $c_{17n} = 7036 \text{ m/s}$.

2. Calcolo dell'entalpia totale

- Entalpia totale o di ristagno:
$$h_0 = h + \frac{w^2}{2} \quad w_2 = \sqrt{2(h_0 - h_2)} = \sqrt{2(h_1 - h_2) - w_1^2} \quad (1)$$

	p [MPa]	T [K]	ρ [kg/m ³]	h [kJ/kg]	\dot{m} [kg/s]
9	3.861	2272	0.42	35166	32.5

I valori di densità ed entalpia sopra riportati derivano dal sussidio al rif. [5].

- $$h_{0_9} = h_9 + \frac{w_9^2}{2} = 35204 \text{ kJ/kg} \quad h_0 = h_{0_9} + f \frac{q_{4 \rightarrow 5}}{\dot{m}_9} = 35878 \text{ kJ/kg}$$

Con $q_{4 \rightarrow 5} = 28.83 \text{ MW}$ il calore assorbito dai canali di raffreddamento dell'ugello ed $f = 0.7607$ la frazione assorbita tra le sezioni di uscita del nucleo ed il punto 9, ottenuta dal bilancio energetico del reattore.

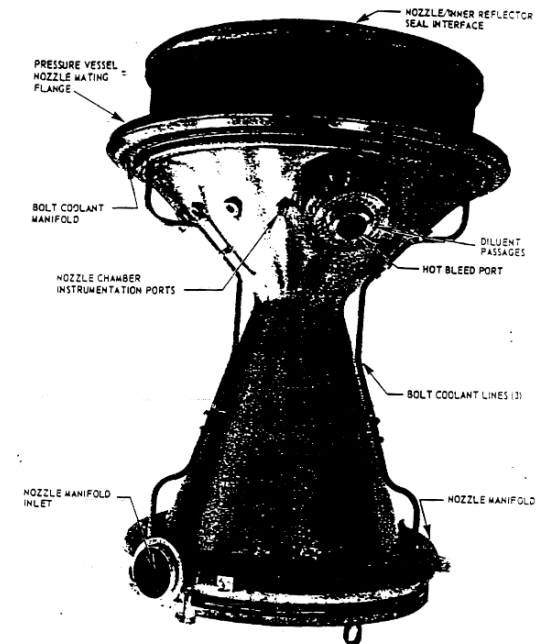


Figura 7, ugello del motore XE', [1]

3. Calcolo del numero di Mach ideale allo scarico

Considerando il propellente come un gas ideale risultano valide la seguente espressioni:

- *Numero di Mach:* $M = \frac{w}{a}$, con $a = \sqrt{kRT}$ velocità del suono (2)

- *Rapporto aerale di due sezioni x-y ugello convergente-divergente:* $\frac{A_x}{A_y} = \frac{M_y}{M_x} \sqrt{\left(\frac{1 + \frac{k-1}{2}M_x^2}{1 + \frac{k-1}{2}M_y^2}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$

Essendo noto il rapporto di espansione dell'ugello, ovvero il rapporto tra la sezione di massimo restringimento e la sezione di uscita: $\frac{A_t}{A_{17}} = 1:10$, nella sezione di massimo restringimento il flusso è sonico $M_t \equiv 1$.

$$\rightarrow \frac{1}{10} = M_{17}^2 \sqrt{\left(\frac{1 + \frac{k-1}{2}}{1 + \frac{k-1}{2}M_{17}^2}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}, \quad M_{17} = 3.92255$$

4. Individuazione dell'isobara di fine espansione

Si impiega il seguente metodo iterativo:

- **Si prende come entropia di riferimento il valore relativo all'entalpia totale:** $s_{17is} = 69.4 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$, (rif. [5])
- **Scelta di un primo valore per l'isobara di fine espansione:** $p_{17}^I = p_{ext} = 25.2 \text{ kPa}$.
- **Dati questi valori si ottengono i primi valori di entalpia e temperatura tramite il software *MINIREFPROP*:**

$$h_{17}^I = 8402 \text{ kJ/kg} \quad T_{17}^I = 606.85 \text{ K}.$$
- **Calcolo della prima velocità di scarico tramite la (1):** $w_{17}^I = \sqrt{2(h_0 - h_{17}^I)} = 7415 \text{ m/s}$.
- **Si completa l'iterazione con il calcolo della temperatura successiva tramite la definizione del numero di Mach (2):** $T_{17}^{II} = \frac{(w_{17}^I/M)^2}{kR} = 618.85 \text{ K}$.

A questo punto, mantenendo l'entropia costante, si itera fino alla convergenza dei valori.

4. Individuazione dell'isobara di fine espansione

T [K]	P [MPa]	ρ [kg/m ³]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg-K]
606.85	0.025200	0.010067	8402.1	69.400
643.31	0.030963	0.011669	8933.0	69.400
618.85	0.027002	0.010578	8576.7	69.400
614.22	0.026296	0.010379	8509.3	69.400
615.74	0.026526	0.010444	8531.5	69.400
615.24	0.026450	0.010423	8524.2	69.400
615.40	0.026475	0.010430	8526.5	69.400

L'isobara di fine espansione risulta: $p_{17} = 0.02678$ MPa.

5. Introduzione dell'effetto dato dal raffreddamento rigenerativo

L'ultima riga della tabella precedente descrive lo stato del propellente nel caso l'espansione sia isoentropica e senza scambi di potenza termica. Per tenere conto dell'assorbimento di calore dato dai canali di raffreddamento si riduce il valore entalpico totale di una quantità pari a:

$$h_{0\text{ reale}} = h_0 - \left[f \frac{q_{4 \rightarrow 5}}{\dot{m}_9} + (1 - f) \frac{q_{4 \rightarrow 5}}{\dot{m}_{17}} \right] = 34986 \text{ kJ/kg}$$

Al secondo termine si utilizza $\dot{m}_{17} = 31.8 \text{ kg/s}$, in quanto dalla sezione 9 in poi non è più presente la portata spillata dalla HBP. La velocità risulta dunque:

$$w_{17} = \sqrt{2(h_{0\text{ reale}} - h_{17})} = 7274 \text{ m/s}$$

Per h_{17is} si è utilizzato il valore all'ultima iterazione nel passaggio 4, ovvero 8526.5 kJ/kg.

5. Introduzione dell'effetto dato dal raffreddamento rigenerativo

Ammettendo che l'assorbimento di potenza termica non influisca sulla pressione allo scarico e che il Mach in uscita non cambi è possibile tramite la (2) ottenere la temperatura e dunque il nuovo punto:

T [K]	P [MPa]	ρ [kg/m ³]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg-K]
595.54	0.026480	0.010780	8237.5	68.922

6. Confronto con la velocità effettiva nominale per stimare le perdite irreversibili

Per ottenere il reale punto 17, occorre tenere conto delle perdite per irreversibilità:

- *Velocità effettiva* attuale: $c_{17} = w_{17} + \frac{(p_{17} - p_{ext})A_{17}}{\dot{m}_{17}} = 7286 \text{ m/s}$, con area di scarico $A_{17} = 0.367 \text{ m}^2$.
- *Potenza di getto* attuale: $P_{jet17} = \frac{1}{2} \dot{m}_{17} c_{17}^2 = 844.0 \text{ MW}$.
- *Potenza di getto nominale* al punto 17: $P_{jet17n} = \frac{1}{2} \dot{m}_{17} c_{17n}^2 = 787.1 \text{ MW}$, con $c_{17n} = 7036 \text{ m/s}$.
- *Valore entalpico reale* al punto 17: $h_{17reale} = h_{17} + \frac{\Delta P_{jet17}}{\dot{m}_{17}} = 10027 \text{ kJ/kg}$.

	T [K]	P [MPa]	ρ [kg/m ³]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg-K]	\dot{m} [kg/s]
17reale	718.24	0.026480	0.008938	10027	71.654	31.8

- *Rendimento isoentropico*: $\eta_e = \frac{h_0 - h_{17reale}}{h_0 - h_{17is}} = 0.945$

7. Calcolo di velocità e numero di Mach reali allo scarico

- La velocità reale all'uscita è dunque:

$$w_{17reale} = \sqrt{2 \left(\left(h_0 - f \frac{q_{4 \rightarrow 5}}{\dot{m}_9} - (1 - f) \frac{q_{4 \rightarrow 5}}{\dot{m}_{17}} \right) - h_{17reale} \right)} = 7025 \text{ m/s}$$

- Corrispondente al numero di Mach:

$$M_{17reale} = \frac{w_{17reale}}{\sqrt{kRT_{17reale}}} = 3.45$$

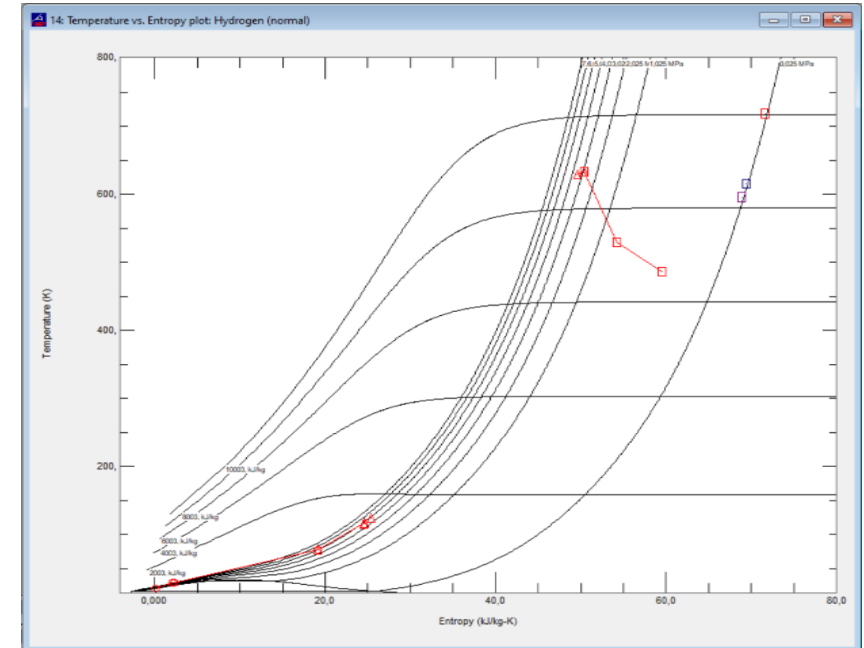


Figura 8, diagramma di ciclo parziale, creato tramite il software MINIREFPROP.

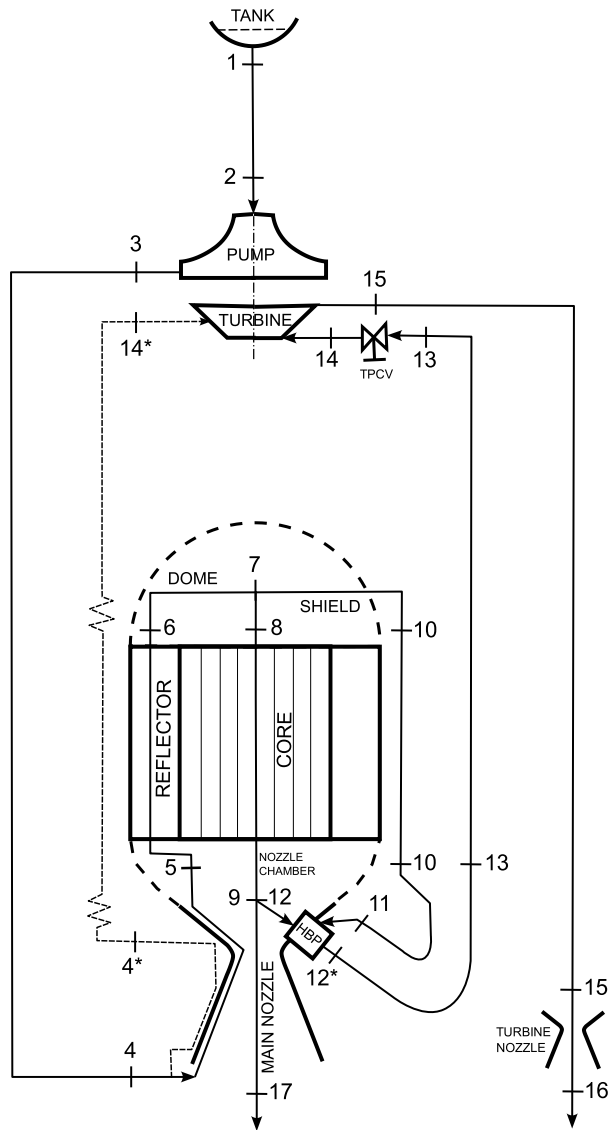


Figura 5, schema d'impianto del motore XE'

	T [K]	P [MPa]	ρ [kg/m ³]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg-K]	\dot{m} [kg/s]
1	20.600	0.24100	70.768	3.5636	0.07767	35.8
2	20.600	0.22200	70.742	3.3876	0.08216	35.8
3	28.600	6.7360	70.432	144.66	2.0859	35.6
4	28.800	6.3910	69.826	143.92	2.2315	35.2
5	77.800	5.1020	16.606	952.14	19.148	35.2
6	116.00	4.8540	9.9381	1444.4	24.511	35.2
7	117.00	4.8190	9.7783	1457.3	24.652	35.2
8	124.00	4.7710	9.1038	1546.7	25.436	32.5
9	2272	3.861	0.42	35166	69	31.8
10	118.00	4.8190	9.6897	1470.0	24.760	2.60
11	127.00	4.6060	8.5804	1586.0	25.898	2.60
12	2272	3.861	0.42	35166	69	31.8
13	629.00	3.5090	1.3377	8752.8	49.562	3.36
14	633.00	2.9230	1.1094	8806.3	50.408	3.36
15	529.00	0.62100	0.28396	7275.0	54.187	3.67
16	486.00	0.12500	0.062328	6647.1	59.568	3.67
17	718.24	0.02648	0.008938	10027	71.654	31.8

I valori di pressioni, temperature e portate di massa dei punti 1-16 sono stati ottenuti tramite conversioni dai dati originali al rif. [1]

Fonti:

- [1] J. L. Finseth, *Overview of Rover Engine Tests – Final Report –*, George C. Marshall Space Flight Center Science and Engineering, 1992.

Riferimenti Teorici:

- [2] P. Brunello, *Lezioni di fisica tecnica*, Edises, seconda edizione, 2022.
- [3] G. P. Sutton, O. Biblarz, *Rocket Propulsion Elements*, John Wiley and Sons, 7th edition, 2001.
- [4] W. J. Emrich Jr., *Principles of Nuclear Rocket Propulsion*, Elsevier Butterworth-Heinemann, 2nd edition, 2023.

Sussidi:

- [5] R. D. McCarty, J. Hord, H. M. Roder, *Selected Properties of Hydrogen*, National Bureau of Standards, 1981.