



Università degli Studi di Padova

Dipartimento di Scienze Economiche ed Aziendali "Marco Fanno"

Corso di Laurea in Economia

Analisi della Serie Storica dell'Inflazione Italiana

Prova Finale di:

Giulio Carlo Venturi

1113150

Relatore:

Ch.mo Prof. Nunzio Cappuccio

Luglio 2018 - *DCCIVC*

Sommario

L'obbiettivo di questo lavoro è l'analisi della serie storica dell'inflazione per rintracciare l'eventuale presenza di radice unitaria nella serie, come evidenza teorica di uno specifico modello di comportamento del processo inflativo. L'osservazione mira a determinare, inoltre, se l'andamento della serie abbia mantenuto le stesse caratteristiche negli ultimi sessanta anni, oppure sia mutato verosimilmente negli ultimi decenni. Il lavoro è diviso in tre parti. La prima introduce il concetto di serie storica e ne fornisce le principali caratterizzazioni teoriche. La seconda procede all'analisi dei dati raccolti prima attraverso lo strumento grafico, poi presentando l'impianto teorico che soggiace alla nostra elaborazione e, infine, riportando i risultati dei test svolti per stabilire la natura della serie. La terza parte conclude il lavoro traendo le dovute conclusioni, alla luce dei risultati forniti dai test, pur con quel naturale margine di libertà che l'interpretazione dei dati consente secondo la propria personale sensibilità.

Indice

1	Introduzione	1
2	Analisi della Serie Storica dell'Inflazione Italiana	5
2.1	Dati	5
2.2	Analisi	15
2.3	Risultati	25
3	Conclusioni	43
A	La funzione di autocorrelazione	I
B	Script	V
	Bibliografia	IX

Capitolo 1

Introduzione

Una serie storica è un insieme di osservazioni quantitative ordinate secondo un criterio cronologico¹. Si è soliti assumere la variabile *tempo* come discreta. L'utilizzo di serie storiche in campo econometrico si rende consistente a partire dagli anni '70, quando gli archivi di osservazioni e le capacità di calcolo incominciano ad essere adeguati per analisi efficaci. Il problema della numerosità delle osservazioni delle serie non si era in precedenza posto per le scienze naturali, i cui processi biologici, chimici o fisici sono in grado di generare sufficienti quantità di dati in tempi più ristretti rispetto, ad esempio, alla contabilità nazionale per le serie annuali del PIL. I primordiali esempi di serie storiche risalgono probabilmente alle registrazioni delle posizioni di pianeti ed astri da parte degli astronomi babilonesi. Il paradigma che soggiaceva ai primi sforzi di analisi delle serie teorizzava la decomposizione in un insieme di componenti, le cui interazioni concorrono alla realizzazione dell'esito osservato. Persons² (1919) identifica quattro differenti componenti: il *trend*, il *business cycle*, il ciclo stagionale ed i residui. I quattro fattori sono indipendenti e generano la serie, risultato osservabile della sovrapposizione di componenti singolarmente non osservabili. Le componenti sistematiche sono in questa ottica rappresentabili come funzioni deterministiche del tempo. L'impatto stocastico è lasciato ai soli residui, che sono modellizzati come variabili casuali con media nulla e varianza costante. A partire dagli anni '70 l'approccio dominante ha esteso a tutte e quattro le componenti l'impatto stocastico: la serie storica diviene una realizzazione di un processo stocastico.

Un processo stocastico³ è un insieme di variabili casuali, $\{X_t\}_{t \in T}$, definito

¹Gebhard Kirchgässner, Jürgen Wolters and Uwe Hassler, *Introduction to modern time series analysis* (Springer Science & Business Media, 2012), p. 5.

²Warren Milton Persons, *Indices of General Business Conditions* (Harvard Univ. Committee on Economic research, 1919).

³John Lamperti, *Stochastic processes: a survey of the mathematical theory*, volume 23

su un comune spazio di probabilità (Ω, \mathcal{F}, P) , dove Ω è uno spazio campionario, \mathcal{F} è una σ -algebra di sottoinsiemi di Ω e P è una misura di probabilità. Le variabili casuali, indicizzate da un qualche insieme T , assumono tutte valori all'interno dello stesso spazio misurabile $S \equiv (\Omega, \mathcal{F})$, dotato di una misura P sulla σ -algebra \mathcal{F} . Equivalentemente, dato uno spazio di probabilità (Ω, \mathcal{F}, P) , un processo stocastico⁴ è un insieme di variabili casuali, che prendono valori nello spazio S , che può essere scritto come

$$\{X(t, \omega) : t \in T\}.$$

L'insieme T , detto insieme degli indici o dei parametri⁵, è spesso un sottoinsieme di \mathbb{R} , tipicamente \mathbb{N} nel caso di una interpretazione cronologica. Dato il processo stocastico $\{X(t, \omega) : t \in T\}$, per ogni $\omega \in \Omega$, la mappa

$$\{X(\cdot, \omega) : T \rightarrow S\}$$

è detta funzione campionaria, realizzazione o percorso campionario. Dato $\omega \in \Omega$, esiste una funzione campionaria che mappa l'insieme degli indici T nello spazio S . L'insieme di variabili casuali X assume, allora, valori in S per ciascun indice t . La serie storica è, in questo approccio, il prodotto della funzione campionaria: ad ogni indice t , un intervallo temporale fissato, corrisponde un valore all'interno dello spazio ammissibile.

L'analisi di una serie storica rivela motivi di comportamento costanti e ricorrenti (*trend*), eventuali cambiamenti (*break strutturali*), ma in via più generale consente di posare lo sguardo di analisi su intervalli temporali più ampi e/o complessi di quanto sia naturalmente possibile. Il passato è costantemente illuminato dalla nostalgia nella sicurezza del ricordo, il presente ed il futuro sono incupiti dalla scivolosa incertezza. Lo studio analitico di un fenomeno nelle sue realizzazioni in lassi temporali ampi permette di apprezzare la qualità del processo, oltrepassando le distorsioni fisiologiche della limitata razionalità umana. Verificare, dunque, il comportamento del fenomeno inflativo permette di constatarne l'effettivo andamento per pianificare al meglio l'azione futura. E ciò risulta ancora più necessario conosciuta la difficile padronanza dell'andamento dell'inflazione. Uno studio⁶ ha, infatti, dimostrato come anche individui preparati in campo economico basino le proprie stime sul confronto tra il livello dei prezzi di beni a loro familiari, tipicamente beni

(Springer Science & Business Media, 2012), pp. 1-2.

⁴Ionut Florescu, *Probability and stochastic processes* (John Wiley & Sons, 2014), p. 293.

⁵Lamperti, *op. cit.*, pp. 1-2.

⁶Alberto Cavallo, Guillermo Cruces and Ricardo Perez-Truglia, "Inflation expectations, learning, and supermarket prices: Evidence from survey experiments," *American Economic Journal: Macroeconomics* 9/3 (2017): 1–35.

di consumo. Le limitazioni cognitive ed i processi euristici della disponibilità e della rappresentatività, impegnati per superarle, sviano la percezione dell'inflazione dalla correttezza e questo in misura maggiore nei paesi con tasso d'inflazione basso. Nel nostro lavoro cercheremo di rintracciare la natura del processo inflativo come realizzazione del sottostante processo stocastico, ci concentreremo, in particolare, nella ricerca dell'eventuale presenza di radici unitarie nella serie storica interpretata secondo una modellizzazione autoregressiva. Le caratteristiche e gli effetti di questo fenomeno saranno nel prosieguo trattati, forniremo i risultati della nostra ricerca per trarre, infine, le necessarie conclusioni.

Per quanto sopra affermato, disponiamo di una sola realizzazione per ciascun intervallo t , la serie storica appunto, del processo stocastico di nostro interesse e questo non ci permette di condurre alcuna procedura inferenziale sui parametri del processo. Per la determinazione, ad esempio, della media del processo generatore dei dati in uno specifico istante temporale sono necessarie almeno due osservazioni. Definiamo i primi due momenti del processo stocastico, media e varianza, come

$$\begin{aligned} E[X_t] & \text{ per } t = 1, \dots, T \\ \text{Var}[X_t] = E[(X_t - E(X_t))^2] & \text{ per } t = 1, \dots, T \end{aligned}$$

e le $\frac{T(T-1)}{2}$ covarianze come

$$\text{Cov}[X_t, X_s] = E[(X_t - E(X_t))(X_s - E(X_s))] \quad \text{con } t < s.$$

Si suole riferirsi alla covarianza col termine autocovarianza in questa circostanza, dal momento che si indaga la relazione fra realizzazioni del medesimo processo stocastico. Se il processo stocastico ha una distribuzione normale multivariata, allora i primi due momenti descrivono completamente la funzione di ripartizione del processo. Affinché il calcolo dei momenti campionari, desunti cioè sulla base delle osservazioni in numero finito della serie storica, risulti valido per determinare i veri momenti del processo asintoticamente, è necessario applicare l'ipotesi di ergodicità. Un processo stocastico è detto ergodico in media se

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E \left[\left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_t - \mu \right)^2 \right] = 0$$

ed ergodico nella varianza se

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E \left[\left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (X_t - \mu)^2 - \sigma^2 \right)^2 \right] = 0.$$

Perché i due momenti primi del processo stocastico possano essere detti ergodici, il processo generatore dei dati deve essere stazionario. Un processo è detto strettamente stazionario se presenta tre caratteristiche:

- Stazionarietà della Media
 $E[X_t] = \mu_t = \mu$ per $t = 1, \dots, T$
- Stazionarietà della Varianza
 $Var[X_t] = E[(X_t - \mu_t)^2] = \sigma_t^2 = \sigma^2$ per $t = 1, \dots, T$. Scrivendo la varianza come funzione della distanza temporale di due variabili casuali
 $Var[X_t] = E[(X_t - \mu_t)(X_t - \mu_t)] = \sigma_t^2 = \sigma^2 = \gamma(0)$ per $t = 1, \dots, T$.
- Stazionarietà della Covarianza
 $Cov[X_t, X_s] = E[(X_t - \mu_t)(X_s - \mu_s)] = \gamma(|s-t|)$ per $t = 1, \dots, T$; questa scrittura evidenzia come il valore della covarianza dipenda solamente dall'ampiezza dell'intervallo temporale considerato e non dallo specifico istante temporale t .

Un processo è detto debolmente stazionario se presenta stazionarietà nella media e nella covarianza. In questo caso la stazionarietà della varianza è verificata per tutti i casi in cui $t = s$. Grazie alle ipotesi di ergodicità gli stimatori della media ($\hat{\mu}$), della varianza ($\hat{\gamma}(0)$) e dell'autocovarianza ($\hat{\gamma}(\tau)$) possono essere così ottenuti:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_t,$$

$$\hat{\gamma}(0) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (x_t - \hat{\mu})^2,$$

$$\hat{\gamma}(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-\tau} (x_t - \hat{\mu})(x_{t+\tau} - \hat{\mu}) \quad \text{per } \tau = 1, \dots, T-1.$$

Gli stimatori $\hat{\mu}$, $\hat{\gamma}(0)$ e $\hat{\gamma}(\tau)$ sono consistenti rispettivamente per μ , $\gamma(0)$ e $\gamma(\tau)$. Qualora il processo non dimostri un comportamento stazionario, questo tipo di inferenza “standard” non è più applicabile con correttezza. La nostra analisi mira a verificare questo punto, ricercando la presenza di radici unitarie.

Capitolo 2

Analisi della Serie Storica dell'Inflazione Italiana

2.1 Dati

Il calcolo del tasso di inflazione annuale e trimestrale è stato effettuato a partire dai valori del deflatore implicito del PIL, ossia del rapporto tra PIL in valuta corrente e PIL in valuta costante all'anno base, e dell'indice dei prezzi al consumo (IPC), ossia del costo del paniere di beni e servizi acquistati dal consumatore medio. Le serie storiche trimestrali¹ ed annuali² del deflatore implicito del PIL sono state realizzate dal OECD. La serie storica trimestrale³ dell'IPC è stata realizzata dal OECD, quella annuale⁴ dal IMF. L'anno base è stato fissato al 2010, indicizzando il valore del deflatore e dell'IPC a 100. Il tasso di inflazione al tempo t (π_t) è stato da noi calcolato nel seguente modo:

$$\pi_t = (\ln P_t - \ln P_{t-1}) \times 100$$

dove t indica l'anno nel caso di serie storica annuale, oppure il trimestre per le serie trimestrali, e P_t il valore del deflatore o dell'IPC al tempo t . Il tasso

¹Organization for Economic Co-operation and Development, GDP Implicit Price Deflator in Italy [ITAGDPDEFQISMEI], retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis; <https://fred.stlouisfed.org/series/ITAGDPDEFQISMEI>

²Organization for Economic Co-operation and Development, Annual GDP Implicit Price Deflator in Italy, retrieved from The World Bank; <https://data.worldbank.org/indicator/NY.GDP.DEFL.ZS?locations=IT>

³Organization for Economic Co-operation and Development, Consumer Price Index of All Items in Italy [ITACPIALLQINMEI], retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis; <https://fred.stlouisfed.org/series/ITACPIALLQINMEI>

⁴International Monetary Fund, Consumer Price Index of All Items in Italy, retrieved from The World Bank; <https://data.worldbank.org/indicator/FP.CPI.TOTL?locations=IT>

di variazione è così calcolabile:

$$\begin{aligned}\pi_t &= \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \\ \pi_t &= \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \\ \ln(1 + \pi_t) &= \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right).\end{aligned}$$

Applicando le proprietà dei logaritmi e sapendo che $\ln(1 + \pi_t) \simeq \pi_t$ per valori contenuti di π_t , allora è possibile scrivere il tasso di inflazione percentuale come

$$\pi_t = (\ln P_t - \ln P_{t-1}) \times 100.$$

Tale scrittura è, inoltre, utile per evitare l'asimmetria di valutazione tra valori positivi e negativi. Chiariamo questa occorrenza con un esempio: un aumento del deflatore da 100 a 125 punti rappresenta una crescita del 25%, un calo da 125 a 100 punti una decrescita del 20%⁵. Per serie con ampie oscillazioni tale fenomeno potrebbe addirittura mostrare un trend positivo, laddove esso sia, in realtà, negativo. La formulazione “continua”, allora, risolve tale problema, eliminando il confronto relativo con il valore di partenza.

Una analisi preliminare e sommaria può essere condotta attraverso l'osservazione dei grafici delle variabili in esame. Notiamo come sia il deflatore annuale del PIL che l'IPC registrino un andamento univocamente crescente in particolare e con più vigore a partire dalla metà degli anni '70. Appare, inoltre, evidente una flessione del trend positivo sul finire del primo decennio del nuovo millennio, in ragione, evidentemente, dello scoppio della crisi economica.

L'andamento della serie storica dell'inflazione è, invece, molto meno costante; esso registra, infatti, grandi fluttuazioni, che possono essere raggruppate in tre periodi. Nel decennio tra 1960 e 1972 l'inflazione si attesta su valori medio-bassi tra il 2% e il 10% in maniera altalenante; a partire dal 1973 il tasso esplode con valori sistematicamente sopra il 12% fino al massimo del 19% nel 1980; da questo momento il trend inverte segno ed incomincia una rapida decrescita, inframezzata da due periodi interlocutori negli anni '90. È immediato constatare come l'inflazione si attesti su valori decisamente più contenuti nel nuovo millennio, proprio a cavallo di quel 2% indicato come soglia obbiettivo dalla BCE. Anche per questa serie è facile notare l'effetto negativo della crisi tra il 2008 e il 2010 nella rapida deflazione, causata dalla contrazione dei consumi.

⁵Kirchgässner, Wolters and Hassler, *op. cit.*, pag. 7.

Infine, è utile una breve osservazione del correlogramma della serie al fine di avviare con maggiore precisione e coscienza la successiva e più approfondita analisi della stessa. La funzione di autocorrelazione⁶ mostra quale sia il grado di relazione, nello specifico di correlazione, tra una variabile osservata al tempo t e la stessa osservata al tempo $t+\tau$. La funzione di autocorrelazione mostra, allora, come il valore osservato del tasso di inflazione sia correlato significativamente e con influenza decrescente con otto ritardi della stessa variabile: π_{t+8} in qualche misura influenza π_t . La funzione di autocorrelazione parziale, invece, misura quale sia la correlazione tra un'osservazione e un ritardo, al netto della correlazione di queste due osservazioni con i ritardi intermedi; è possibile, ad esempio, che l'elevata correlazione tra la realizzazione della variabile al tempo t , X_t , e al tempo $t+3$, X_{t+3} , sia dovuta più alla correlazione con i ritardi intermedi $t+1$ e/o $t+2$, piuttosto che ad una vera correlazione tra t e $t+3$. Depurando l'effetto di "correlazione intermedia", la funzione di autocorrelazione parziale indica come solo il primo ritardo possa realmente e significativamente influenzare l'osservazione del tasso di inflazione al tempo t .

L'andamento trimestrale risulta, d'altra parte, più discontinuo e, dunque, problematico nella realizzazione della serie storica, evidentemente in ragione degli elementi di stagionalità a cui il ciclo economico è sottoposto. L'analisi del deflatore del PIL trimestrale e dell'IPC ed il calcolo dell'inflazione, secondo le modalità sopra descritte, utilizzano i dati delle 108 osservazioni tra il primo trimestre del 1991 e quarto trimestre del 2017. Specialmente la serie del deflatore mostra una curva meno "liscia" con andamento più incerto del precedente esempio annuale di lungo periodo, pur mantenendo il medesimo trend positivo, ora segnato da fluttuazioni più evidenti anche al di fuori del periodo di crisi.

Grande è la variabilità del tasso di inflazione relativamente alle quantità considerate, alcune osservazioni risultano addirittura negative. Le realizzazioni fluttuano maggiormente per la serie del deflatore, rispetto a quella dell'IPC. Tale andamento non è certamente indicativo di un panorama economico schizofrenicamente instabile, ma semplicemente di quelle fisiologiche oscillazioni che la produzione e il consumo osservano durante i quattro trimestri di ciascun anno. A titolo puramente e semplicemente esemplificativo si consideri la verosimile impennata dei prezzi dei beni di consumo nel lasso di tempo precedente alle festività natalizie. È possibile depurare la serie da questi effetti stagionali con tecniche sofisticate ed esatte, ma una semplice analisi preliminare 'ad occhio' permette di individuare due caratteristiche della serie: (1) un trend discendente e (2) una marcata riduzione nella va-

⁶Si veda l'appendice A per una trattazione più estesa.

riabilità delle osservazioni in maniera più decisa nel periodo successivo allo scoppio della crisi economica.

Anche le funzioni di autocorrelazione e di autocorrelazione parziale mostrano una sensibile instabilità rispetto alle stesse della serie annuale di lungo periodo. La funzione di autocorrelazione per il deflatore indica i primi quattro ritardi pari come significativamente correlati con l'osservazione al tempo t , quella dell'IPC tutti i primi nove. La funzione di autocorrelazione parziale indica il secondo ed il quarto come significativi per il deflatore; il primo, il quarto e il settimo per l'IPC. Questa indicazione è coerente con l'informazione della PACF di lungo periodo, che indica il primo ritardo annuale come l'unico significativamente correlato con la realizzazione al tempo t : il quarto ritardo di una serie trimestrale è, infatti, il primo ritardo in una serie annuale.

Riportiamo ora i grafici realizzati con il software statistico Gretl, come base visiva della nostra analisi introduttiva.

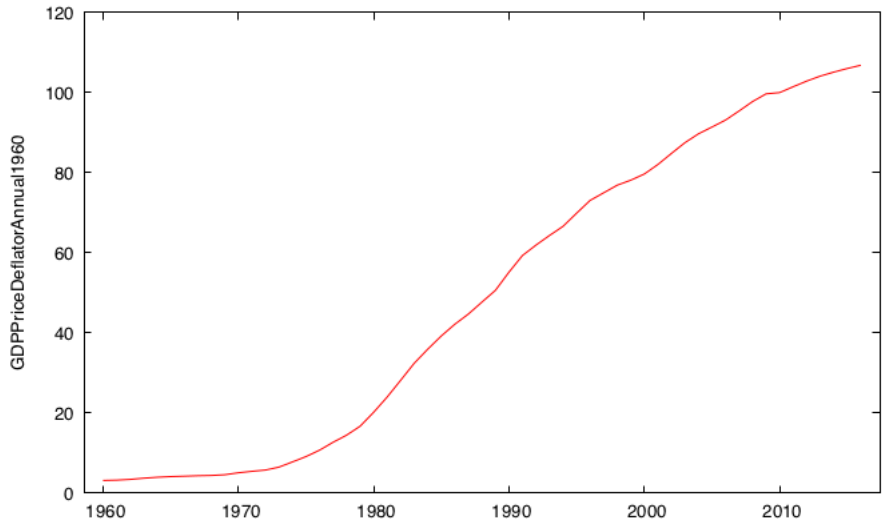


Figura 2.1: Deflatore implicito del PIL annuale dal 1960 al 2016

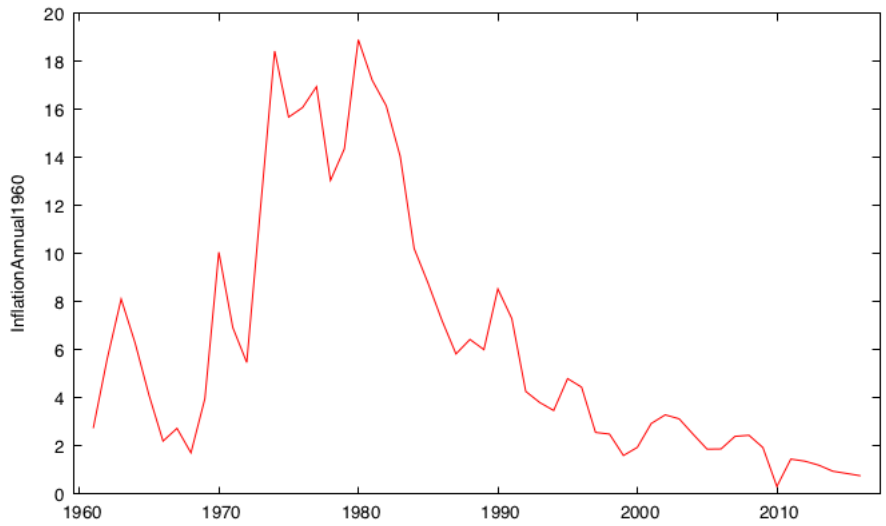


Figura 2.2: Tasso annuale di inflazione dal 1960 al 2016

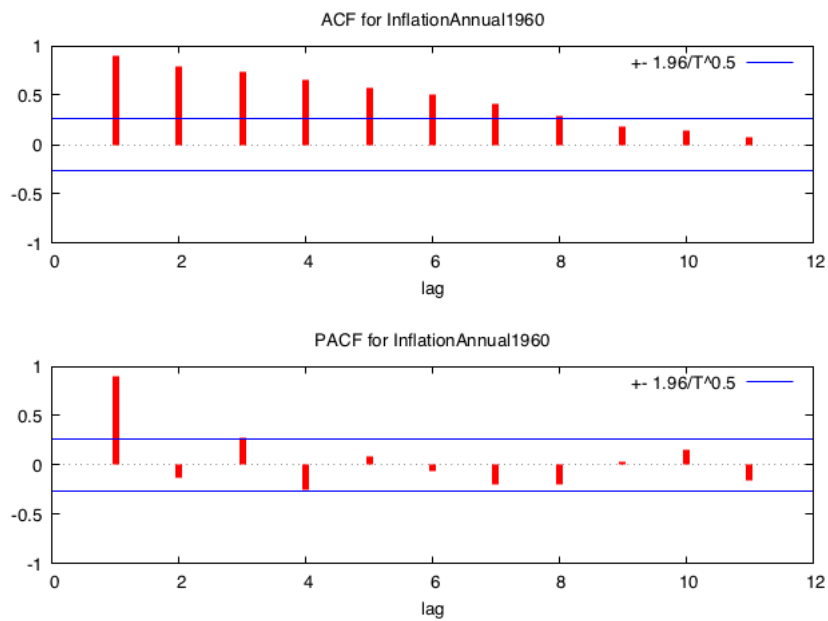


Figura 2.3: Correlogramma del tasso annuale di inflazione dal 1960 al 2016

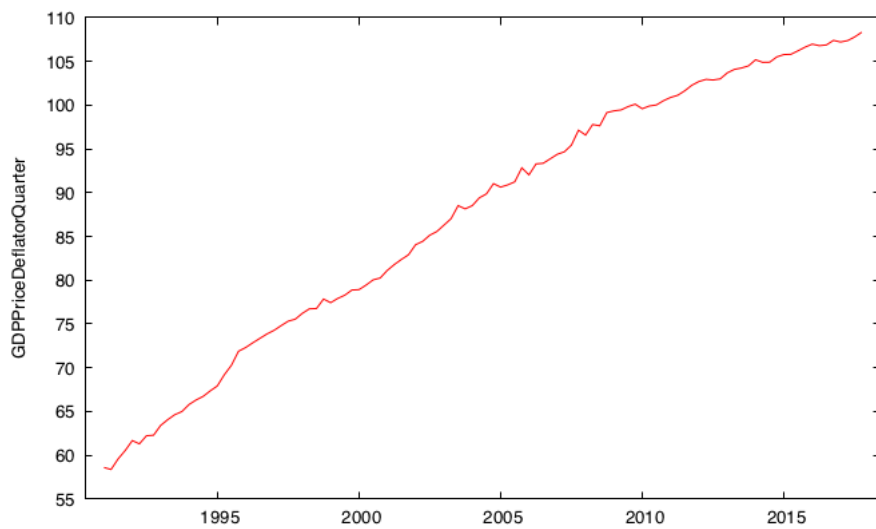


Figura 2.4: Deflatore implicito del PIL trimestrale dal 1991:1 al 2017:4

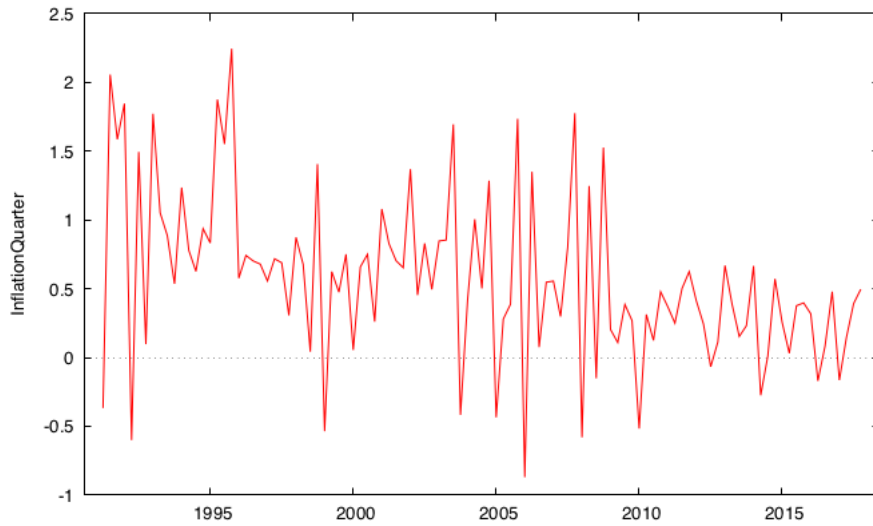


Figura 2.5: Tasso trimestrale di inflazione dal 1991:1 al 2017:4

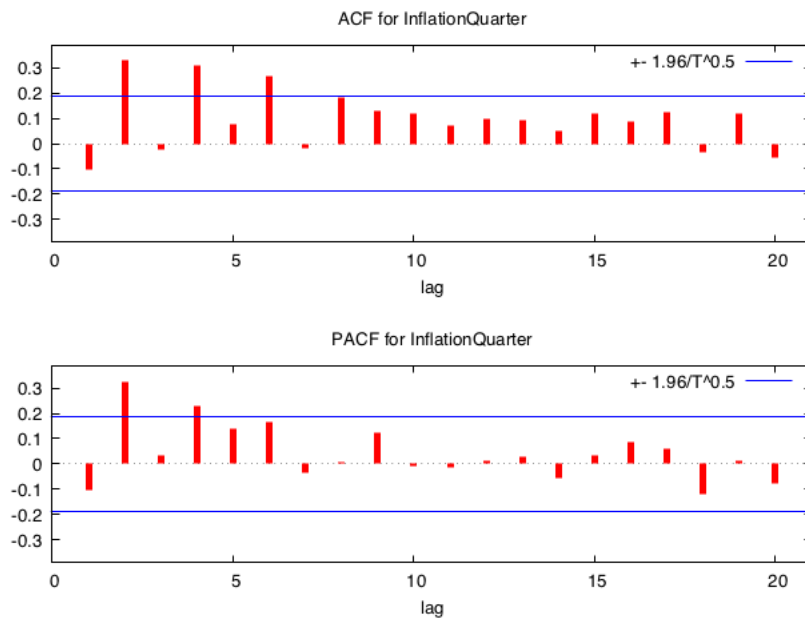


Figura 2.6: Correlogramma del tasso trimestrale di inflazione dal 1991:1 al 2017:4

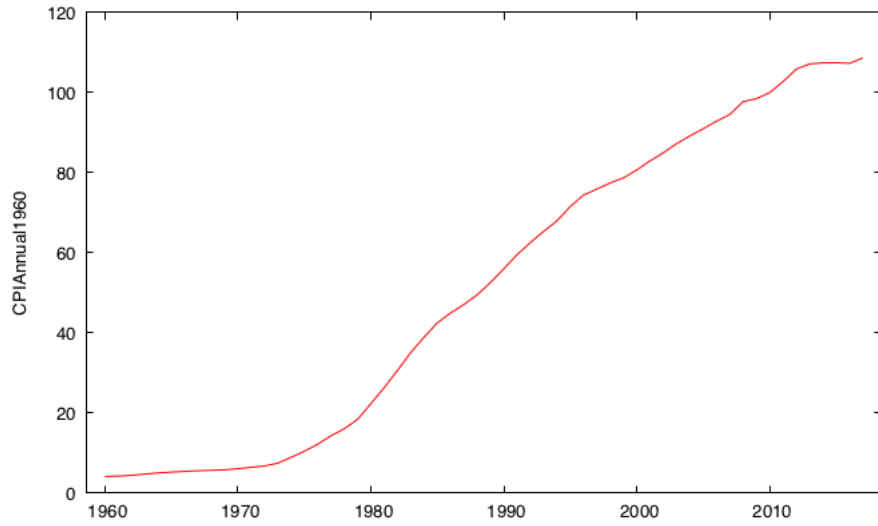


Figura 2.7: Indice annuale dei prezzi al consumo dal 1960 al 2016

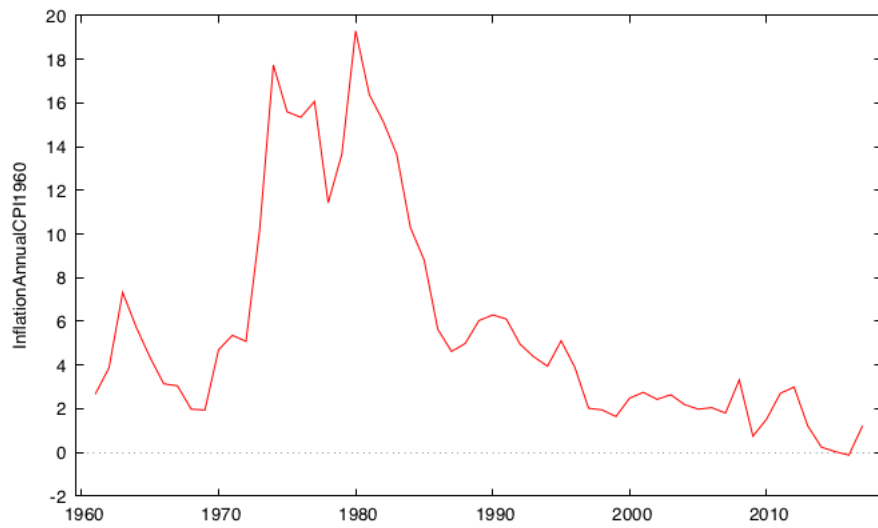


Figura 2.8: Tasso annuale di inflazione dal 1960 al 2016 (IPC)

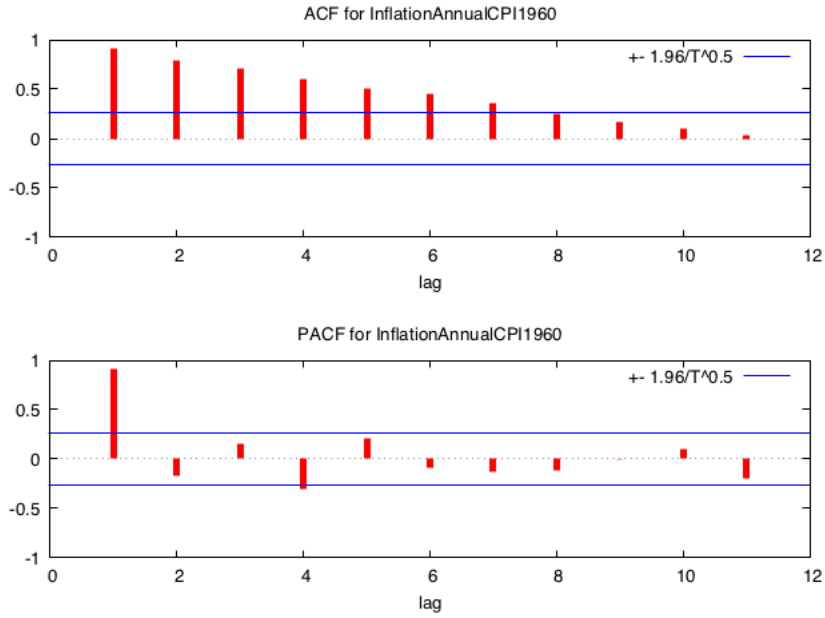


Figura 2.9: Correlgramma del tasso annuale di inflazione dal 1960 al 2016 (IPC)

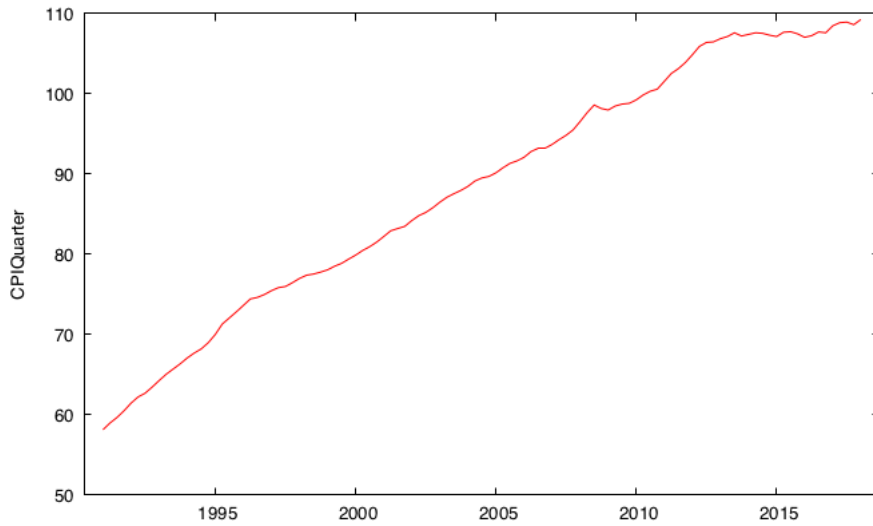


Figura 2.10: Indice trimestrale dei prezzi al consumo dal 1991:1 al 2017:4 (IPC)

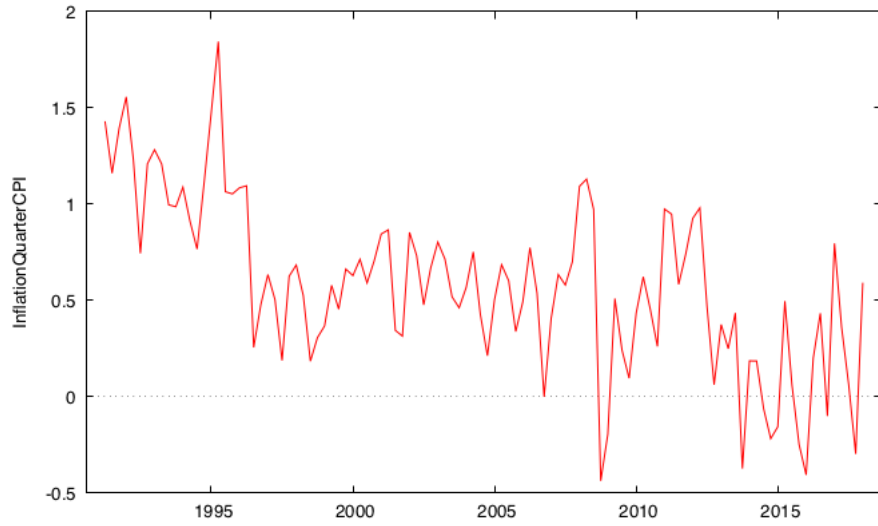


Figura 2.11: Tasso trimestrale di inflazione dal 1991:1 al 2017:4 (IPC)

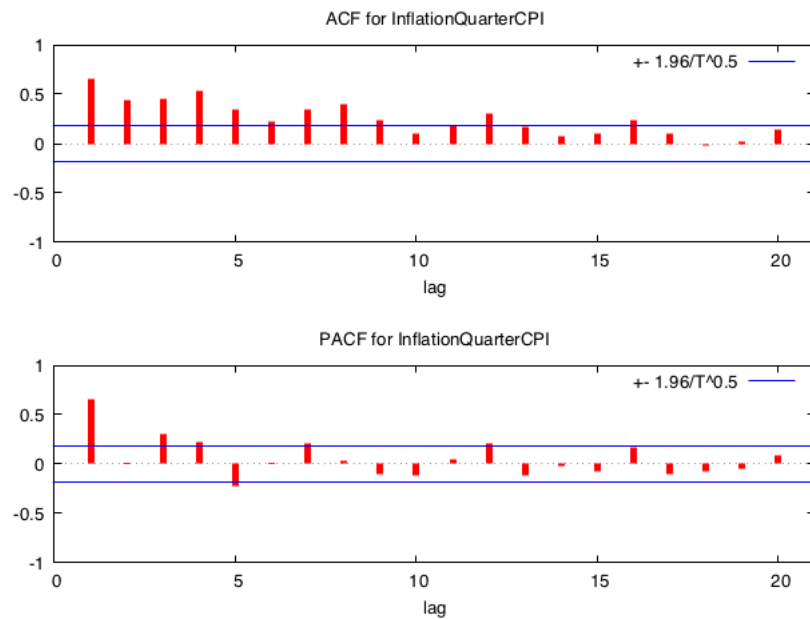


Figura 2.12: Correlgramma del tasso trimestrale di inflazione dal 1991:1 al 2017:4 (IPC)

2.2 Analisi

La precedente analisi sommaria della serie storica dell'inflazione ha evidenziato come l'osservazione del tasso di inflazione al generico tempo t mostri un qualche grado di correlazione con le precedenti. Non è, dunque, scorretto ipotizzare una modellizzazione autoregressiva, ossia l'impiego di un modello autoregressivo di ordine p , $AR(p)$, in cui la realizzazione al tempo t della variabile dipendente dipende linearmente dalle p osservazioni precedenti e da un termine di errore stocastico. Consideriamo il processo autoregressivo di ordine p

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \cdots + \alpha_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

in cui $\{\varepsilon_t\}$ è rumore bianco (*white noise*, WN), ossia, per $t \in [0, \dots, \infty]$, è serialmente incorrelato con X_t per $s < t$ e presenta media nulla e varianza costante σ^2 , i.e. $\{\varepsilon\} \sim WN(0, \sigma^2)$. Assumiamo che la media di X_t sia nulla, qualora $E[X_t] = \mu \neq 0$, sostituiamo X_t con $X_t - \mu$ ed otteniamo

$$X_t - \mu = \alpha_1(X_{t-1} - \mu) + \alpha_2(X_{t-2} - \mu) + \cdots + \alpha_p(X_{t-p} - \mu) + \varepsilon_t,$$

che può essere scritto come

$$X_t = \beta_0 + \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \cdots + \alpha_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

dove

$$\beta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \cdots - \alpha_p).$$

La notazione vettoriale denota

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha} &= (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)^T, \\ \mathbf{X}_{t-1} &= (X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-p})^T \end{aligned}$$

e scrive il processo $AR(p)$ come

$$X_t = \boldsymbol{\alpha} \mathbf{X}_{t-1} + \varepsilon_t.$$

La notazione con l'operatore ritardo (*back shift* o *lag operator*), infine, indica il processo nella forma

$$X_t - \alpha_1 X_{t-1} - \alpha_2 X_{t-2} - \cdots - \alpha_p X_{t-p} = \varepsilon_t$$

ed applica l'operatore ritardo B , grazie al quale $BX_t = X_{t-1}$, per scrivere

$$(1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - \cdots - \alpha_p B^p) X_t = Z_t.$$

La notazione risulta più concisa scrivendo

$$\alpha(B)X_t = Z_t,$$

dove $\alpha(B)$ indica l'operatore autoregressivo

$$\alpha(B) = 1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - \dots - \alpha_p B^p.$$

In modo assai sintetico il processo $AR(p)$, allora, è la soluzione all'equazione

$$X_t = \frac{1}{\alpha(B)} Z_t.$$

Considerando la funzione di autocorrelazione parziale, in cui il solo ritardo primo si dimostra significativamente correlato, potrebbe essere corretto ipotizzare un modello $AR(1)$, $\pi_t = \alpha_1 \pi_{t-1} + \varepsilon_t$, per la serie storica dell'inflazione, dove, cioè, l'osservazione al tempo t dipende linearmente dalla osservazione immediatamente precedente e da una componente di errore casuale. Il processo $AR(1)$ risulta in una scrittura ricorsiva

$$\begin{aligned} X_t &= \alpha X_{t-1} + \varepsilon_t \\ &= \alpha(\alpha X_{t-2} + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t \\ &= \alpha^2 X_{t-2} + \alpha \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \\ &= \quad \vdots \\ &= \alpha^k X_{t-k} + \sum_{j=0}^{k-1} \alpha^j \varepsilon_{t-j}. \end{aligned}$$

È corretto scrivere

$$\alpha^k X_{t-k} = X_t - \sum_{j=0}^{k-1} \alpha^j \varepsilon_{t-j}$$

e, per $|\alpha| < 1$, il processo $AR(1)$ risulta in un orizzonte infinito

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha^j \varepsilon_{t-j}.$$

La media è costante e nulla:

$$E[X_t] = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha^j E[\varepsilon_{t-j}] = 0.$$

Ponendo l'accento sul comportamento del processo AR(1) per $k \rightarrow \infty$ con $|\alpha| < 1$, notiamo come

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E \left[X_t - \sum_{j=0}^{k-1} \alpha^j \varepsilon_{t-j} \right]^2 = \lim_{k \rightarrow \infty} \alpha^{2k} E[X_{t-k}^2] = 0 :$$

la varianza di X_t è limitata. La funzione di autocovarianza dipende solamente dal numero di ritardi considerati:

$$\gamma(\tau) = \sigma^2 \sum_{j=0}^{\infty} \alpha^j \alpha^{j+\tau} = \sigma^2 \alpha^\tau \sum_{j=0}^{\infty} \alpha^{2j}.$$

La sommatoria in questa formulazione è una progressione geometrica, il cui risultato, dato $|\alpha| < 1$, è $\sum_{j=0}^{\infty} \alpha^{2j} = \frac{1}{1-\alpha^2}$. Allora la funzione di autocovarianza di un processo AR(1) risulta:

$$\gamma(\tau) = \frac{\sigma^2 \alpha^\tau}{1 - \alpha^2}.$$

La varianza del processo AR(1) sfrutta la nozione di autocovarianza:

$$\text{Var}[X_t] = \gamma(0) = \frac{\sigma^2}{1 - \alpha^2}.$$

Infine, la funzione di autocorrelazione, definita come rapporto tra autocovarianza e varianza, risulta:

$$\rho(\tau) = \frac{\gamma(\tau)}{\gamma(0)} = \alpha^\tau.$$

Il processo AR(1) con $|\alpha| < 1$ si qualifica, per le caratteristiche evidenziate, come stazionario e ciò risulta molto evidentemente e significativamente dalla funzione di autocorrelazione. Al crescere del numero di ritardi, l'influenza delle realizzazioni passate diventa sempre più debole sull'attuale realizzazione: $\lim_{\tau \rightarrow \infty} (\rho(\tau) = \alpha^\tau) = 0$. Il processo oscilla attorno alla media a causa di shock, il cui effetto scema nel tempo. Tale transizione è tanto più veloce quanto più vicino a 0 si attesta α , decade esponenzialmente per valori positivi di α , oscilla verso lo 0 per valori negativi.

Abbiamo visto come la stazionarietà di un processo AR(1) sia garantita, fra le altre proprietà, dall'occorrenza $|\alpha| < 1$; è, tuttavia, ben possibile che il valore del coefficiente si attesti oltre l'intervallo $(-1, 1)$ ed in particolar modo al valore $|\alpha| = 1$. In questo caso il modello può essere scritto come

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t,$$

ora l'ipotesi di stazionarietà non è più soddisfatta: ci troviamo di fronte ad una "passeggiata aleatoria" (*random walk*). La sostituzione ricorsiva dei ritardi porta alla seguente scrittura

$$\begin{aligned}
 X_t &= X_{t-1} + \varepsilon_t \\
 &= X_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \\
 &= X_{t-3} + \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \\
 &= \quad \vdots \\
 &= X_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \varepsilon_{t-j}.
 \end{aligned}$$

Se il valore iniziale, X_0 , è fissato, allora la media è costante:

$$E[X_t] = E\left[X_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \varepsilon_{t-j}\right] = X_0.$$

La varianza e l'autocovarianza non condividono la medesima proprietà della media. Infatti:

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(X_t) &= \text{Var}\left(X_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \varepsilon_{t-j}\right) \\
 &= \text{Var}\left(\sum_{j=0}^{t-1} \varepsilon_{t-j}\right) \\
 &= \sum_{j=0}^{t-1} \text{Var}(\varepsilon_{t-j}) \\
 &= t\sigma^2
 \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
 \text{Cov}(X_t, X_{t+\tau}) &= \text{Cov}\left(X_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \varepsilon_{t-j}, X_0 + \sum_{k=0}^{t+\tau-1} \varepsilon_{t+\tau-k}\right) \\
 &= E\left[\left(\sum_{j=0}^{t-1} \varepsilon_{t-j}\right)\left(\sum_{k=0}^{t+\tau-1} \varepsilon_{t+\tau-k}\right)\right] \\
 &= \min(t, t+\tau)\sigma^2.
 \end{aligned}$$

Il processo AR(1) con $\alpha = 1$ non è stazionario. Attraverso la procedura di differenziazione (*differencing*) la passeggiata aleatoria diviene rumore bianco

e viene resa stazionaria⁷:

$$\begin{aligned} X_t &= X_{t-1} + \varepsilon_t \\ X_t - X_{t-1} &= \varepsilon_t \\ \nabla X_t &= \varepsilon_t. \end{aligned}$$

Concludiamo la trattazione sui processi AR(1) valutando l'ultimo caso rimasto, ossia $\alpha > 1$. Chiaramente la componente stocastica del modello $\sum_{j=0}^{k-1} \alpha^j \varepsilon_{t-j}$ non converge a 0 per $k \rightarrow \infty$. Se $|\alpha| > 1$, allora $\frac{1}{|\alpha|} < 1$ ed è possibile scrivere una realizzazione passata della serie storica in termini di un valore futuro:

$$\begin{aligned} X_{t+1} &= \alpha X_t + \varepsilon_{t+1} \\ X_t &= \alpha^{-1} X_{t+1} - \alpha^{-1} \varepsilon_{t+1}. \end{aligned}$$

Il processo risulta per sostituzione ricorsiva:

$$\begin{aligned} X_t &= \alpha^{-1} X_{t+1} - \alpha^{-1} \varepsilon_{t+1} \\ &= \alpha^{-1} (\alpha^{-1} X_{t+2} - \alpha^{-1} \varepsilon_{t+2}) - \alpha^{-1} \varepsilon_{t+1} \\ &= \alpha^{-2} X_{t+2} - \alpha^{-2} \varepsilon_{t+2} - \alpha^{-1} \varepsilon_{t+1} \\ &= \quad \vdots \\ &= \alpha^{-k} X_{t+k} - \sum_{j=1}^{k-1} \alpha^{-j} \varepsilon_{t+j} \\ &= - \sum_{j=1}^{k-1} \alpha^{-j} \varepsilon_{t+j} \quad \text{per } k \rightarrow \infty, \text{ con } |\alpha| > 1. \end{aligned}$$

Tale formulazione è praticamente paradossale, perché richiede la conoscenza di valori futuri per la stima di realizzazioni presenti o passate: il processo non è causale. Inoltre, gli effetti delle realizzazioni passate non scemano come nel caso stazionario: anzi, questo processo “esplode” nel tempo.

L'occorrenza $\alpha = 1$ è altamente significativa da un punto di vista economico: l'inflazione al tempo t dipende dall'inflazione al tempo 0⁸ e dalla

⁷Ricordiamo che:

$$\begin{aligned} E[WN] &= 0, \\ \text{Var}[WN] &= \sigma^2, \\ \text{Cov}[WN_t, WN_s] &= E[WN_t WN_s] = 0. \end{aligned}$$

⁸Leggasi la prima realizzazione temporalmente possibile, ad esempio potremmo concettualmente fissare il tempo zero al momento dell'Unità d'Italia

sommatoria di tutti i termini di errori a partire dal tempo uno:

$$\begin{aligned}\pi_t &= \pi_{t-1} + \varepsilon_t \\ \pi_t &= \pi_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \varepsilon_{t-j}.\end{aligned}$$

All'interno del termine di errore confluiscono, tra gli altri, gli shock dovuti, ad esempio, alle manovre di politica economica: il possesso di una radice unitaria da parte di un processo AR(1) implica che le scelte e le riforme macroeconomiche siano in grado di alterare permanentemente l'andamento del tasso di inflazione. Qualora, invece, il processo non possedesse una radice unitaria, allora la dipendenza della realizzazione al tempo t scemerebbe esponenzialmente nel tempo. In questo senso, un processo con radice unitaria è detto “non stazionario” perché uno shock esogeno allontana permanentemente dalla media, viceversa l'assenza di radice unitaria caratterizza il processo come stazionario perché l'effetto dello shock tende a scomparire riportando le realizzazioni verso il valore della media. Nello studio della serie storica dell'inflazione, dunque, si rivela assai importante determinare o meno la presenza della radice unitaria. A questo fine abbiamo utilizzato due test statistici, ciascuno nella versione con costante sola o con costante e trend, per la determinazione di questa evenienza. Entrambi i test impiegati, ADF e ADF-GLS, sfruttano l'intuizione del test di Dickey-Fuller⁹. Questo test valuta l'ipotesi nulla, H_0 , che il processo possieda radice unitaria contro l'ipotesi alternativa, H_1 , che il processo sia stazionario o trend-stazionario. Non occorre ricordare che un processo AR(1), $X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \varepsilon_t$, possiede radice unitaria quando $\alpha_1 = 1$. Sottraendo da ambo le parti la quantità X_{t-1} , è possibile riscrivere il processo come

$$\nabla X_t = (\alpha_1 - 1)X_{t-1} + \varepsilon_t = \gamma X_{t-1} + \varepsilon_t,$$

dove ∇ è l'operatore differenza tra t e $t - 1$ e $\gamma \equiv (\alpha_1 - 1)$. Il test, allora, valuta la presenza di radice unitaria ($\alpha_1 = 1$) testando l'ipotesi $\gamma = 0$. Dal momento che $|\alpha| \leq 1$ ¹⁰, le ipotesi nulla e alternative risultano:

- H_0 : $\gamma = 0$ presenza radice unitaria
- H_1 : $\gamma < 0$ assenza radice unitaria.

⁹David A. Dickey and Wayne A. Fuller, “Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root,” *Journal of the American statistical association* 74/366a (1979): 427–431.

¹⁰Non consideriamo il caso $|\alpha| > 1$, che implica un processo non causale e inservibile all'atto pratico.

Il test si caratterizza come unilaterale nella regione non positiva della distribuzione, che segue un proprio andamento differente dalla classica *t-student* con media nulla. Sono possibili tre configurazioni del test (ciascuna con peculiari valori critici):

- senza costante: $\nabla X_t = \gamma X_{t-1} + \varepsilon_t$
- con costante: $\nabla X_t = \beta_0 + \gamma X_{t-1} + \varepsilon_t$
- con costante e trend: $\nabla X_t = \beta_0 + \beta_1 t + \gamma X_{t-1} + \varepsilon_t$.

L'intuizione degli autori è, dunque, che, se il processo è stazionario, la realizzazione al tempo t dipenderà strettamente dalla precedente, in quanto, dovendo la serie in qualche modo e tempo riportarsi alla media, gli scostamenti saranno seguiti da osservazioni del tasso di variazione di segno opposto. Il coefficiente di X_{t-1} sarà allora significativamente < 1 . Qualora il processo possieda una radice unitaria e, quindi, non sia stazionario, l'osservazione al tempo $t - 1$ non fornirà alcuna informazione sull'andamento della serie, influenzato attivamente dai soli termine di errore come mostrato in precedenza. Il coefficiente di X_{t-1} sarà allora significativamente nullo.

Estensione del test di Dickey-Fuller è l'*augmented Dickey-Fuller test* (ADF), che utilizza la medesima logica e procedura operativa del test DF. Il modello impiegato è

$$\nabla X_t = \beta_0 + \beta_1 t + \gamma X_{t-1} + \sum_{j=1}^P \delta_j \nabla X_{t-j} + \varepsilon_t.$$

Le tre possibili tipologie di test presentate per il DF sono certamente utilizzabili anche nel ADF:

- imponendo i vincoli $\beta_0 = 0$ e $\beta_1 = 0$ si testa un modello senza costante, ossia *random walk*
- imponendo il vincolo $\beta_1 = 0$ si valuta un modello *random walk* con *drift*, ossia con costante
- impiegando la formulazione completa si analizza un modello con costante (*drift*) e trend.

Come per i più semplici test di significatività dei coefficienti, i test DF e ADF valutano l'ipotesi nulla $\gamma = 0$ e alternativa $\gamma < 0$ considerando il valore della statistica

$$DF = \frac{\hat{\gamma}}{SE(\hat{\gamma})};$$

ove questa sia inferiore al valore critico della distribuzione di Dickey-Fuller (ricordiamo nuovamente che si tratta di un test unilaterale) sarà rifiutata H_0 di radice unitaria. L'idea che soggiace al test è la seguente: se la variabile possiede radice unitaria, ossia è integrata, allora il ritardo X_{t-1} non fornirà alcuna informazione supplementare a quella dei p ritardi delle differenze (∇X_{t-p}) e, dunque, $\gamma = 0$. Il numero di ritardi p può essere scelto impiegando alternativamente i criteri AIC o BIC; quando $p = 0$, la formulazione è la medesima del test DF. Ulteriore strumento di analisi è il test ADF-GLS¹¹, sviluppato da Elliott, Rothenberg e Stock nel 1992 come estensione del test ADF. Il test conserva sfrutta la medesima struttura ed intuizione del test ADF, ma manipola la serie storica attraverso (GLS) prima di avviare il test per rimuovere localmente la componente ricorrente ed ottenere miglior potenza di decisione.

Poco sopra evidenziavamo come la presenza di radici unitarie comporti la mancata tendenza della serie a ritornare nel lungo periodo verso un percorso deterministico, una radice unitaria rende un processo stocastico non stazionario: gli shock producono effetti permanenti nel lungo periodo anziché dissiparsi nel tempo. Tali effetti risultano tanto significativi da giustificare le complessità e le difficoltà dei vari test, mirati al riconoscimento di questa importante caratteristica di una serie storica. Tuttavia, gli sforzi possono rivelarsi vani: Perron¹², ad esempio, dimostra come la forte evidenza della presenza di radice unitaria per le serie storiche nello studio di Nelson e Plosser¹³ sia in realtà frutto del trattamento sbagliato dei *break* strutturali. Perron introduce, dunque, un nuovo approccio di analisi, in cui la presenza di radice unitaria è verificata avendo precedentemente permesso la presenza nel modello un *break* strutturale esogeno. Tale approccio è stato avversato dal momento che la datazione dei *break* risulta conosciuta a priori dal ricercatore: nello specifico Perron sapeva di poter considerare gli anni dello scoppio della Grande Depressione (1929) e della primi crisi del petrolio (1973) come chiari punti di rottura. Zivot e Andrews¹⁴ evidenziano come i valori critici convenzionali dei test perdano di validità, qualora i punti di rottura siano desunti dall'analisi dei dati: selezionare *break* strutturali a priori basandosi

¹¹Graham Elliott, Thomas J. Rothenberg and James H. Stock, "Efficient tests for an autoregressive unit root," *Econometrica* 64/4 (1996): 813–836.

¹²Pierre Perron, "The great crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis," *Econometrica: Journal of the Econometric Society* (1989): 1361–1401.

¹³Charles R. Nelson and Charles R. Plosser, "Trends and random walks in macroeconomic time series: some evidence and implications," *Journal of monetary economics* 10/2 (1982): 139–162.

¹⁴Eric Život and Donald W.K. Andrews, "Further evidence on the Great Crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis," *Journal of Business and Economic Statistics* 10/3 (1992): 251–270.

su una analisi o conoscenza ex post dei dati può causare un eccessivo rigetto dell'ipotesi di radice unitaria. Inoltre, è ben possibile che la datazione del punto di rottura, nonostante la conoscenza o analisi ex post, sia inesatta¹⁵, rendendo scorretto il modello. Da qui nasce la ricerca di un metodo per “endogeneizzare” la datazione dei *break* all'interno dei test per l'analisi di radice unitaria. Questa tipologia di test, d'altra parte, impone un numero di *break* strutturali senza conoscerne il numero effettivo, correndo il rischio di falsare le stime del modello. Il test di Zivot-Andrews propone una variante del test di Perron¹⁶: il test di radice unitaria è condotto inserendo nel modello di analisi un termine che catturi l'effetto dell'eventuale *break* strutturale, la cui data è, però, sconosciuta. La datazione dello shock è desunta dai dati attraverso un approccio algoritmico. Tre sono i modelli proposti:

- Modello A $X_t = \beta_0 + \beta_1 t + \alpha X_{t-1} + \zeta_1 DU_t + \sum_{j=1}^P \delta_j \nabla X_{t-j} + \varepsilon_t$
unico spostamento nel livello della serie
- Modello B $X_t = \beta_0 + \beta_1 t + \alpha X_{t-1} + \zeta_2 DT_t + \sum_{j=1}^P \delta_j \nabla X_{t-j} + \varepsilon_t$
unico spostamento nella pendenza del *trend*
- Modello C $X_t = \beta_0 + \beta_1 t + \alpha X_{t-1} + \zeta_1 DU_t + \zeta_2 DT_t + \sum_{j=1}^P \delta_j \nabla X_{t-j} + \varepsilon_t$
unico spostamento nel livello della serie e nella pendenza del *trend*

DU_t è una variabile *dummy* per lo spostamento della media in seguito ad una rottura strutturale, che vale 1 per le osservazioni successive al *break* strutturale; DT_t svolge la medesima funzione per il cambiamento della pendenza del *trend* deterministico della serie. Formalmente:

$$DU_t = \begin{cases} 1 & \text{se } t > BD \\ 0 & \text{diversamente} \end{cases}$$

$$DT_t = \begin{cases} t - BD & \text{se } t > BD \\ 0 & \text{diversamente} \end{cases}$$

L'ipotesi nulla (H_0) è la presenza di radice unitaria ($\alpha = 1$) con *drift*, l'ipotesi alternativa (H_1) è un processo *trend*-stazionario ($|\alpha| < 1$) con un *break* strutturale in data ignota. Ciascuna osservazione potrebbe indicare un cambiamento strutturale e il test conduce una regressione sequenzialmente per

¹⁵Anne Morrison Piehl et al., Testing for structural breaks in the evaluation of programs, 1999.

¹⁶Perron, *op. cit.*

ogni osservazione, valutando ogni volta un differente valore temporale per la variabile *break date* (BD). L'algoritmo seleziona, tra tutte le osservazioni per cui viene condotta la regressione, quella che minimizza il valore della statistica unilaterale t per testare $\hat{\alpha} = 1$: l'obiettivo è determinare il punto di rottura nell'osservazione che dà maggiore credito all'ipotesi di stazionarietà del processo. Formalmente il test stima il valore della statistica $t_{\hat{\alpha}}(\lambda)$. Tale notazione indica il classico test t di significatività di un coefficiente, in particolare l'ipotesi che $\alpha = 1$, e mette in evidenza come la statistica sia funzione dell'istante temporale scelto: infatti $\lambda = \frac{T^B}{T}$. Il test si concentra in particolare sulla quantità $t_{\hat{\alpha}}[\hat{\lambda}_{inf}]$, dove $\hat{\lambda}_{inf}$ indica l'istante temporale per cui la statistica t è minima; per $\Lambda \in (0, 1)$ possiamo scrivere $t_{\hat{\alpha}}[\hat{\lambda}_{inf}] = \inf_{\lambda \in \Lambda} t_{\hat{\alpha}}(\lambda)$. L'ipotesi nulla di radice unitaria viene rigettata se

$$\inf_{\lambda \in \Lambda} t_{\hat{\alpha}}(\lambda) < k_{inf,\alpha},$$

dove $k_{inf,\alpha}$ rappresenta il valore critico della distribuzione della statistica al livello di significatività scelto come di seguito riportato.

1%	2,5%	5%	10%
-5,34	-5,02	-4,80	-4,58

Il primo ed il terzo modello sono i più indicati per l'analisi di serie storiche economiche. Qualora fosse impiegato la prima tipologia ove il vero tipo sia il terzo, la perdita di potenza sarebbe superiore rispetto al caso in cui la terza tipologia fosse impiegata ove il vero tipo fosse il primo: la regressione con modifica del livello e del *trend* (modello C) si rivela più efficace¹⁷. Le caratteristiche della distribuzione asintotica del test richiedono, infine, che gli estremi del campione non siano inclusi: è necessario ridurre, *to trim*, il campione.

¹⁷Amit Sen, "On unit-root tests when the alternative is a trend-break stationary process," *Journal of Business & Economic Statistics* 21/1 (2003): 174–184.

2.3 Risultati

Riportiamo in tabella i valori del p -value per il test di radice unitaria (1) ADF con costante, (2) ADF con costante e trend, (3) ADF-GLS con costante e l'accettazione [rifiuto] dell'ipotesi nulla per il test (4) ADF-GLS con costante e trend, per il quale il software statistico fornisce il valore della statistica e i valori critici della distribuzione. I quattro test sono stati condotti su differenti campioni della serie storica annuale dell'inflazione tra 1961 e 2016. Il primo campione è l'intero *dataset* di 56 osservazioni; i successivi sono campioni di 20 osservazioni, anni, a partire dal 1961, ciascuno traslato in avanti di una osservazione (tale procedura prende il nome di *rolling*). L'accettazione dell' H_0 per il test ADF-GLS-ct è segnalata con “ $S\hat{I}$ ” quando il livello di confidenza è $\geq 10\%$, con “ $S\hat{I}^*$ ” quando $10\% < \text{confidenza} \leq 5\%$, con “ $S\hat{I}^{**}$ ” quando $5\% < \text{confidenza} \leq 2.5\%$, con “ $S\hat{I}^{***}$ ” quando $2.5\% < \text{confidenza} \leq 1\%$, con NO quando l' H_0 è rigettata. I quattro test sono stati condotti su 18 differenti campioni della serie storica trimestrale dell'inflazione dal 1991:2 e 2017:4. Il primo campione è l'intero *dataset* di 107 osservazioni; i successivi 17 sono campioni di 40 osservazioni, trimestri, a partire dal 1991:2, ciascuno traslato in avanti di quattro osservazioni. Il numero di ritardi non è stato fissato a priori, grazie all'impiego della apposita funzione del software statistico il numero di ritardi impiegato è stato ogni volta calcolato con i criteri t -stat, AIC e BIC per i test ADF e con i criteri AIC e BIC per i test ADF-GLS.

L'opera di analisi procede, poi, sempre con l'obiettivo di individuare l'eventualità di un processo non stazionario, ma ora con il più sofisticato strumento del test di Zivot-Andrews, che, come descritto nella precedente sezione teorica, ricerca la radice unitaria valutando l'occorrenza di *break* strutturali. Il test è stato condotto sulle serie storiche dell'inflazione annuale e trimestrale, l'eventuale data di una rottura strutturale è stata indagata applicando una cesura, la cosiddetta procedura di *trim*, alle estremità, ossia ignorando il 15% delle osservazioni estreme per le ragioni precedentemente esposte. La regressione è stata condotta per i dati annuali sul campione 1960 - 2016 con tre ritardi e per quelli trimestrali sul campione 1991:1 - 2017:4 con cinque; è stata, inoltre, condotta una regressione supplementare per il sotto-campione annuale 1990 - 2016 con tre ritardi. Sono riportati i grafici dei risultati dei test, attraverso i quali è possibile determinare l'eventuale presenza di radice unitaria o la data della rottura strutturale. La tipologia C (con spostamento nel livello e nel trend) è stata qui impiegata.

Tabella 2.1: Risultati dei test di radice unitaria per i campioni annuali

Periodo	Test Statistico			
	ADF-c	ADF-ct	ADF-GLS-c	ADF-GLS-ct
	(<i>p-value</i>)	(<i>p-value</i>)	(<i>p-value</i>)	(H_0)
	<i>t-stat</i>	<i>t-stat</i>	-	-
	<i>AIC</i>	<i>AIC</i>	<i>AIC</i>	<i>AIC</i>
	<i>BIC</i>	<i>BIC</i>	<i>BIC</i>	
1961 - 2016	0.5845	0.5539	-	-
	0.5845	0.5539	0.1426	SÌ
	0.5845	0.5539	0.2618	SÌ
1961 - 1980	0.0001	0.1398	-	-
	0.0001	0.1398	0.3317	SÌ
	0.0001	0.1398	0.3317	SÌ
1962 - 1981	0.9214	0.1123	-	-
	0.3966	0.1123	0.4195	SÌ
	0.3966	0.1123	0.2618	SÌ
1963 - 1982	0.9293	0.1016	-	-
	0.9293	0.1016	0.4750	SÌ
	0.9293	0.1016	0.6377	SÌ
1964 - 1983	0.8570	0.4406	-	-
	0.8570	0.4406	0.5192	SÌ
	0.8570	0.4406	0.2157	SÌ
1965 - 1984	0.5765	0.6570	-	-
	0.1375	0.6570	0.1699	SÌ
	0.5765	0.6570	0.1699	SÌ
1966 - 1985	0.4967	0.8420	-	-
	0.0837	0.8420	0.1497	SÌ
	0.4960	0.8420	0.1497	SÌ
1967 - 1986	0.2729	0.9691	-	-
	0.2729	0.9691	0.1269	SÌ
	0.3891	0.9691	0.1269	SÌ
1968 - 1987	0.2710	0.9689	-	-
	0.2710	0.9689	0.1302	SÌ
	0.4086	0.9689	0.1302	SÌ
1969 - 1988	0.1260	0.9947	-	-
	0.1260	0.9947	0.0972	SÌ
	0.1260	0.9947	0.0972	SÌ

Continua nella prossima pagina

Continua dalla pagina precedente

Periodo	Test Statistico			
	ADF-c (<i>p-value</i>)	ADF-ct (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-c (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-ct (H ₀)
1970 - 1989	0.3062	0.9868	-	-
	0.0672	0.9868	0.1096	SÌ
1971 - 1990	0.3062	0.9868	0.1096	SÌ
	0.4555	0.7990	-	-
	0.4555	0.7990	0.1403	SÌ
1972 - 1991	0.5606	0.7990	0.1403	SÌ
	0.1086	0.5716	-	-
	0.2881	0.5716	0.1498	SÌ
1973 - 1992	0.2881	0.5716	0.1498	SÌ
	0.4447	0.0237	-	-
	0.4447	0.0237	0.1950	SÌ*
1974 - 1993	0.6047	0.0237	0.1950	SÌ*
	0.8431	0.0786	-	-
	0.8431	0.0786	0.3921	SÌ*
1975 - 1994	0.8431	0.0786	0.3921	SÌ*
	0.9490	0.8496	-	-
	0.9490	0.8496	0.3763	SÌ
1976 - 1995	0.7860	0.8496	0.4545	SÌ
	0.3383	0.4788	-	-
	0.3383	0.4788	0.3476	SÌ
1977 - 1996	0.7892	0.4788	0.4055	SÌ
	0.6299	0.4442	-	-
	0.6299	0.4442	0.3562	SÌ
1978 - 1997	0.7437	0.4442	0.3759	SÌ
	0.9548	0.5617	-	-
	0.9548	0.5617	0.5960	SÌ
1979 - 1998	0.7159	0.5617	0.3932	SÌ
	0.9385	0.0410	-	-
	0.8474	0.0410	0.4785	SÌ
1980 - 1999	0.8474	0.0410	0.4785	SÌ
	0.8807	0.2805	-	-
	0.8048	0.2805	0.4657	SÌ
	0.8048	0.2805	0.4657	SÌ

Continua nella prossima pagina

Continua dalla pagina precedente

Periodo	Test Statistico			
	ADF-c (<i>p-value</i>)	ADF-ct (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-c (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-ct (H_0)
1981 - 2000	0.1631	0.5985	-	-
	0.1122	0.5985	0.2324	SÌ
1982 - 2001	0.1122	0.5985	0.2324	SÌ
	0.1061	0.5470	-	-
1983 - 2002	0.0655	0.5470	0.2331	SÌ
	0.0655	0.5470	0.1487	SÌ
1984 - 2003	0.0695	0.2213	-	-
	0.0169	0.2213	0.1499	SÌ
1985 - 2004	0.0169	0.2213	0.0849	SÌ
	0.0043	0.0470	-	-
1986 - 2005	0.0043	0.0470	0.1942	SÌ*
	0.0146	0.0470	0.0656	SÌ*
1987 - 2006	0.0393	0.0711	-	-
	0.0208	0.0711	0.1367	SÌ
1988 - 2007	0.2095	0.0711	0.1367	SÌ
	0.1744	0.0479	-	-
1989 - 2008	0.0970	0.0479	0.1604	SÌ
	0.3395	0.0479	0.1604	SÌ
1990 - 2009	0.0715	0.0920	-	-
	0.0264	0.0920	0.1764	SÌ
1991 - 2010	0.4857	0.0920	0.1764	SÌ
	0.1287	0.9408	-	-
1992 - 2011	0.1287	0.9408	0.7586	SÌ
	0.1287	0.9408	0.1698	SÌ
1993 - 2012	0.1335	0.9811	-	-
	0.1335	0.9811	0.8620	SÌ
1994 - 2013	0.1335	0.9811	0.1371	SÌ
	0.0710	0.9865	-	-
1995 - 2014	0.0710	0.9865	0.9233	SÌ
	0.0710	0.9865	0.1385	SÌ
1996 - 2015	0.0586	0.2150	-	-
	0.0586	0.2150	0.7204	SÌ
1997 - 2016	0.0586	0.2150	0.7204	SÌ

Continua nella prossima pagina

Continua dalla pagina precedente

Periodo	Test Statistico			
	ADF-c (<i>p-value</i>)	ADF-ct (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-c (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-ct (H ₀)
1992 - 2011	0.0044	0.5238	-	-
	0.0044	0.5238	0.5690	SÌ
1993 - 2012	0.0044	0.5238	0.2820	SÌ
	0.1103	0.6942	-	-
	0.1103	0.6942	0.5835	SÌ
1994 - 2013	0.1103	0.6942	0.0898	SÌ
	0.1869	0.5860	-	-
	0.1869	0.5860	0.7143	SÌ
1995 - 2014	0.1869	0.5860	0.0941	SÌ
	0.3533	0.4147	-	-
	0.3533	0.4147	0.7126	SÌ
1996 - 2015	0.3533	0.4147	0.1075	SÌ
	0.1710	0.0086	-	-
	0.1353	0.0086	0.0778	SÌ*
1997 - 2016	0.1353	0.0086	0.0778	SÌ*
	0.0758	0.0022	-	-
	0.0758	0.0022	0.0468	SÌ
	0.0758	0.0022	0.0468	SÌ**

Si conclude dalla pagina precedente

Tabella 2.2: Risultati dei test di radice unitaria per i campioni trimestrali

Periodo	Test Statistico			
	ADF-c (<i>p-value</i>)	ADF-ct (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-c (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-ct (H ₀)
	<i>t-stat</i>	<i>t-stat</i>	-	-
	<i>AIC</i>	<i>AIC</i>	<i>AIC</i>	<i>AIC</i>
	<i>BIC</i>	<i>BIC</i>	<i>BIC</i>	<i>BIC</i>
1991:1 - 2017:4	0.2635	6.30e-17	-	-
	0.0054	6.30e-17	0.1246	SÌ
	5.56e-05	6.30e-17	0.1246	SÌ
1991:1 - 2000:4	0.0279	4.13e-09	-	-

Continua nella prossima pagina

Continua dalla pagina precedente

Periodo	Test Statistico			
	ADF-c (<i>p-value</i>)	ADF-ct (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-c (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-ct (H_0)
1992:1 - 2001:4	0.0279	4.13e-09	0.3036	SÌ*
	0.0279	4.13e-09	0.0326	SÌ*
	0.0059	0.3312	-	-
	0.0059	0.0183	0.3337	SÌ*
1993:1 - 2002:4	0.0059	1.50e-07	0.3337	SÌ*
	0.2512	0.2598	-	-
	0.0394	0.0471	0.3446	SÌ***
1994:1 - 2003:4	0.0394	2.89e-06	0.3446	SÌ***
	0.0285	0.0685	-	-
	0.0285	0.0685	0.6308	SÌ
1995:1 - 2004:4	0.0285	1.84e-05	0.6308	SÌ
	3.74e-06	0.4742	-	-
	0.0121	1.82e-05	0.4879	SÌ
1996:1 - 2005:4	3.74e-06	1.82e-05	0.4879	SÌ
	0.0006	0.0269	-	-
	2.25e-08	7.91e-10	0.0020	SÌ*
1997:1 - 2006:4	2.25e-08	7.91e-10	0.0020	SÌ*
	0.1092	0.3660	-	-
	0.1092	0.3260	0.6760	SÌ
1998:1 - 2007:4	5.53e-10	2.52e-16	0.6760	SÌ
	0.2865	0.6285	-	-
	1.29e-09	2.14e-12	0.2088	SÌ
1999:1 - 2008:4	1.29e-09	2.14e-12	0.2088	SÌ
	0.5078	0.8195	-	-
	4.54e-10	2.36e-20	0.1856	SÌ
2000:1 - 2009:4	4.54e-10	2.36e-20	0.1856	SÌ
	0.5256	0.7210	-	-
	5.13e-10	7.09e-19	0.3982	SÌ
2001:1 - 2010:4	5.13e-10	7.09e-19	0.3892	SÌ
	0.8880	7.28e-19	-	-
	1.56e-09	7.28e-19	0.4036	SÌ
2002:1 - 2011:4	1.56e-09	7.28e-19	0.4036	SÌ
	0.6040	0.2611	-	-

Continua nella prossima pagina

Continua dalla pagina precedente

Periodo	Test Statistico			
	ADF-c (<i>p-value</i>)	ADF-ct (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-c (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-ct (H ₀)
2003:1 - 2012:4	1.40e-09	3.71e-17	0.2710	SÌ
	1.40e-09	3.71e-17	0.2710	SÌ
	0.5815	0.2377	-	-
2004:1 - 2013:4	1.62e-09	3.56e-16	0.2386	SÌ
	1.62e-09	3.56e-16	0.2386	NO
	7.68e-10	0.1819	-	-
2005:1 - 2014:4	7.68e-10	5.57e-17	0.3037	SÌ
	7.68e-10	5.57e-17	0.3037	SÌ
	0.1720	0.1319	-	-
2006:1 - 2015:4	5.64e-10	5.46e-19	0.7538	SÌ
	5.64e-10	5.46e-19	0.7538	SÌ
	0.3395	0.0634	-	-
2007:1 - 2016:4	4.54e-10	1.77e-26	0.0850	SÌ
	4.54e-10	1.77e-26	0.0850	SÌ
	0.6580	0.3312	-	-
2008:1 - 2017:4	0.6580	0.1836	0.3557	SÌ
	1.45e-08	5.96e-11	0.3557	SÌ
	0.0989	0.1238	-	-
	0.0470	0.1238	0.0382	SÌ*
	4.60e-10	1.43e-21	0.0382	SÌ*

Si conclude dalla pagina precedente

Tabella 2.3: Risultati dei test di radice unitaria per i campioni annuali (IPC)

Periodo	Test Statistico			
	ADF-c (<i>p-value</i>)	ADF-ct (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-c (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-ct (H ₀)
	<i>t-stat</i>	<i>t-stat</i>	-	-
	<i>AIC</i>	<i>AIC</i>	<i>AIC</i>	<i>AIC</i>
	<i>BIC</i>	<i>BIC</i>	<i>BIC</i>	<i>BIC</i>
1961 - 2016	0.4383	0.5930	-	-
	0.6648	0.5930	0.1974	SÌ

Continua nella prossima pagina

Continua dalla pagina precedente

Periodo	Test Statistico			
	ADF-c (<i>p-value</i>)	ADF-ct (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-c (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-ct (H_0)
1961 - 1980	0.5941	0.5930	0.1651	SÌ
	0.8701	0.1561	-	-
	0.9022	0.1561	0.4830	SÌ
1962 - 1981	0.9022	0.1561	0.4830	SÌ
	0.7368	0.0847	-	-
	0.9388	0.0847	0.5790	SÌ
1963 - 1982	0.7368	0.0847	0.3193	SÌ
	0.6938	0.0868	-	-
	0.9088	0.0868	0.5459	SÌ
1964 - 1983	0.6938	0.0868	0.2703	SÌ
	0.7158	0.4601	-	-
	0.7158	0.4601	0.2615	SÌ
1965 - 1984	0.7158	0.4601	0.2615	SÌ
	0.5190	0.8322	-	-
	0.6283	0.8322	0.2050	SÌ
1966 - 1985	0.4592	0.8322	0.2050	SÌ
	0.4592	0.5734	-	-
	0.5724	0.5734	0.1838	SÌ
1967 - 1986	0.5724	0.5734	0.1838	SÌ
	0.2631	0.9150	-	-
	0.5503	0.9150	0.1792	SÌ
1968 - 1987	0.5503	0.9150	0.1792	SÌ
	0.2520	0.9652	-	-
	0.5009	0.9652	0.1851	SÌ
1969 - 1988	0.5616	0.9652	0.1851	SÌ
	0.1686	0.9923	-	-
	0.1686	0.9923	0.1565	SÌ
1970 - 1989	0.4681	0.9923	0.1565	SÌ
	0.1134	0.6946	-	-
	0.1134	0.6946	0.1264	SÌ
1971 - 1990	0.3811	0.6946	0.1264	SÌ
	0.1751	0.6164	-	-
	0.1751	0.6164	0.1459	SÌ

Continua nella prossima pagina

Continua dalla pagina precedente

Periodo	Test Statistico			
	ADF-c (<i>p-value</i>)	ADF-ct (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-c (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-ct (H ₀)
1972 - 1991	0.4991	0.6164	0.1459	SÌ
	0.1741	0.7796	-	-
1973 - 1992	0.1741	0.7796	0.1506	SÌ
	0.5247	0.7796	0.1506	SÌ
	0.2339	0.1575	-	-
1974 - 1993	0.0986	0.1575	0.1661	SÌ
	0.5553	0.1575	0.1661	SÌ
	0.5214	0.1056	-	-
1975 - 1994	0.6399	0.1056	0.2768	SÌ*
	0.7568	0.1056	0.2768	SÌ*
	0.9324	0.8283	-	-
1976 - 1995	0.5429	0.8283	0.2761	SÌ
	0.7155	0.8283	0.3653	SÌ
	0.8854	0.6120	-	-
1977 - 1996	0.3801	0.6120	0.3247	SÌ
	0.7095	0.6120	0.3197	SÌ
	0.9234	0.6539	-	-
1978 - 1997	0.8593	0.6539	0.3530	SÌ
	0.7181	0.6539	0.3350	SÌ
	0.9378	0.6121	-	-
1979 - 1998	0.8716	0.6121	0.5437	SÌ
	0.7017	0.6121	0.3565	SÌ
	0.9400	0.0767	-	-
1980 - 1999	0.8543	0.0767	0.4646	SÌ
	0.8543	0.0767	0.4646	SÌ
	0.8023	0.1651	-	-
1981 - 2000	0.8023	0.1651	0.4280	SÌ
	0.7832	0.1651	0.4280	SÌ
	0.0106	0.0553	-	-
1982 - 2001	0.0106	0.0553	0.1428	SÌ
	0.0106	0.0553	0.1428	SÌ
	0.0307	0.1824	-	-
	0.0307	0.1824	0.3647	SÌ

Continua nella prossima pagina

Continua dalla pagina precedente

Periodo	Test Statistico			
	ADF-c (<i>p-value</i>)	ADF-ct (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-c (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-ct (H_0)
1983 - 2002	0.0108	0.1824	0.3647	SÌ
	0.0108	0.1247	-	-
1984 - 2003	0.0108	0.1247	0.1905	SÌ
	0.0108	0.1247	0.1905	SÌ
	0.0003	0.0172	-	-
	0.0003	0.0172	0.1428	SÌ
1985 - 2004	0.0026	0.0172	0.1428	SÌ
	0.0351	0.0139	-	-
	0.0277	0.0139	0.4112	SÌ
1986 - 2005	0.0592	0.0139	0.4112	SÌ
	0.1297	0.0001	-	-
	0.1297	0.0001	0.1717	SÌ*
	0.0949	0.0001	0.1717	SÌ*
1987 - 2006	0.6784	0.0706	-	-
	0.2111	0.0706	0.4546	SÌ
	0.6784	0.0706	0.2901	SÌ
1988 - 2007	0.7567	0.0978	-	-
	0.7567	0.0978	0.3596	SÌ
	0.7892	0.0978	0.3596	SÌ
1989 - 2008	0.5887	0.6200	-	-
	0.5887	0.6200	0.1942	SÌ
	0.5887	0.6200	0.1942	SÌ
1990 - 2009	0.5354	0.3214	-	-
	0.5354	0.3214	0.2214	SÌ
	0.5354	0.3214	0.2214	SÌ
1991 - 2010	0.2107	0.2089	-	-
	0.2107	0.2089	0.0966	SÌ
	0.2107	0.2089	0.0966	SÌ
1992 - 2011	0.0637	0.1791	-	-
	0.0637	0.1791	0.0361	SÌ
	0.0637	0.1791	0.0361	SÌ
1993 - 2012	0.0923	0.2835	-	-
	0.0923	0.2835	0.0262	SÌ

Continua nella prossima pagina

Continua dalla pagina precedente

Periodo	Test Statistico			
	ADF-c (<i>p-value</i>)	ADF-ct (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-c (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-ct (H ₀)
1994 - 2013	0.0923	0.2835	0.0262	SÌ
	0.0912	0.1103	-	-
1995 - 2014	0.0912	0.1103	0.0141	SÌ
	0.0912	0.1103	0.0141	SÌ
	0.2926	0.1549	-	-
	0.1808	0.1549	0.0249	SÌ*
1996 - 2015	0.1808	0.1549	0.0249	SÌ*
	0.0505	0.0117	-	-
	0.0505	0.0117	0.0252	SÌ**
1997 - 2016	0.0505	0.0117	0.0252	SÌ**
	0.1260	0.0487	-	-
	0.1260	0.0487	0.0236	SÌ**
	0.1260	0.0487	0.0236	SÌ**

Si conclude dalla pagina precedente

Tabella 2.4: Risultati dei test di radice unitaria per i campioni trimestrali (IPC)

Periodo	Test Statistico			
	ADF-c (<i>p-value</i>)	ADF-ct (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-c (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-ct (H ₀)
	<i>t-stat</i>	<i>t-stat</i>	-	-
	<i>AIC</i>	<i>AIC</i>	<i>AIC</i>	<i>AIC</i>
	<i>BIC</i>	<i>BIC</i>	<i>BIC</i>	<i>BIC</i>
1991:1 - 2017:4	0.5788	0.2376	-	-
	0.5788	0.2376	0.8165	SÌ
	0.0828	4.20e-06	0.6767	SÌ
1991:1 - 2000:4	0.3466	0.1402	-	-
	0.3466	0.1402	0.4128	SÌ
	0.1102	0.1402	0.3472	SÌ
1992:1 - 2001:4	0.6979	0.1049	-	-
	0.6979	0.1049	0.4764	SÌ

Continua nella prossima pagina

Continua dalla pagina precedente

Periodo	Test Statistico			
	ADF-c (<i>p-value</i>)	ADF-ct (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-c (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-ct (H_0)
1993:1 - 2002:4	0.3741	0.1049	0.3891	SÌ
	0.2637	0.3703	-	-
1994:1 - 2003:4	0.2637	0.3703	0.1946	SÌ
	0.2637	0.3703	0.4612	SÌ
1995:1 - 2004:4	0.2418	0.2537	-	-
	0.5047	0.2537	0.6254	SÌ
1996:1 - 2005:4	0.2418	0.2537	0.7531	SÌ
	0.1951	0.2771	-	-
1997:1 - 2006:4	0.1951	0.2771	0.5237	SÌ
	0.1951	0.2771	0.3071	SÌ
1998:1 - 2007:4	0.0002	0.0042	-	-
	0.0002	0.0042	0.0020	SÌ*
1999:1 - 2008:4	9.39e-05	0.0022	0.4792	SÌ
	0.1528	0.4197	-	-
2000:1 - 2009:4	0.0813	0.2642	0.5592	SÌ
	0.0668	0.2539	0.5592	SÌ
2001:1 - 2010:4	0.3043	0.6395	-	-
	0.3043	0.6395	0.5189	SÌ
2002:1 - 2011:4	0.0377	0.1593	0.0384	SÌ
	0.4527	0.7997	-	-
2003:1 - 2012:4	0.2961	0.6663	0.0017	SÌ
	5.16e-06	0.0002	0.0017	NO
1993:1 - 2002:4	0.2286	0.3614	-	-
	0.2286	0.3614	6.36e-05	NO
1994:1 - 2003:4	0.4071	0.3614	6.36e-05	NO
	0.8100	0.2230	-	-
1995:1 - 2004:4	0.0492	0.0924	0.2287	NO
	0.0492	2.51e-06	0.2287	NO
1996:1 - 2005:4	0.0955	0.0798	-	-
	0.0860	0.0798	0.0254	SÌ
1997:1 - 2006:4	0.0860	0.2935	3.71e-05	NO
	0.0206	0.0843	-	-
1998:1 - 2007:4	0.0206	0.0843	7.65e-05	NO

Continua nella prossima pagina

Continua dalla pagina precedente

Periodo	Test Statistico			
	ADF-c (<i>p-value</i>)	ADF-ct (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-c (<i>p-value</i>)	ADF-GLS-ct (H ₀)
2004:1 - 2013:4	1.44e-05	0.0002	7.65e-05	NO
	0.0273	0.1081	-	-
	0.0089	0.0533	0.0193	NO
2005:1 - 2014:4	0.0093	0.0413	0.0003	NO
	0.1499	0.2866	-	-
	0.1410	0.2866	0.0828	SÌ
2006:1 - 2015:4	0.0127	0.0275	0.0828	SÌ
	0.2665	0.0213	-	-
	0.2665	0.2887	0.0972	SÌ
2007:1 - 2016:4	0.0168	0.0213	0.0972	SÌ
	0.6330	0.0914	-	-
	0.6330	0.0020	0.1334	SÌ
2008:1 - 2017:4	0.0151	0.0092	0.1334	SÌ
	0.5794	0.0127	-	-
	0.0111	0.0127	0.2943	SÌ
	0.0111	0.0127	0.0607	SÌ

Si conclude dalla pagina precedente

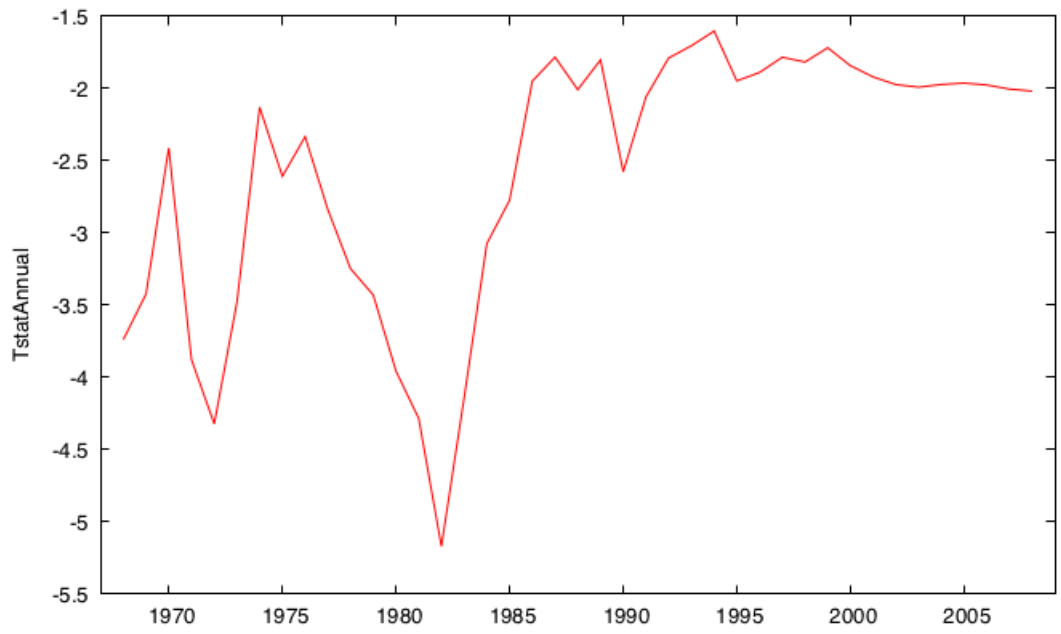


Figura 2.13: Valore t -stat per test Zivot-Andrews annuale

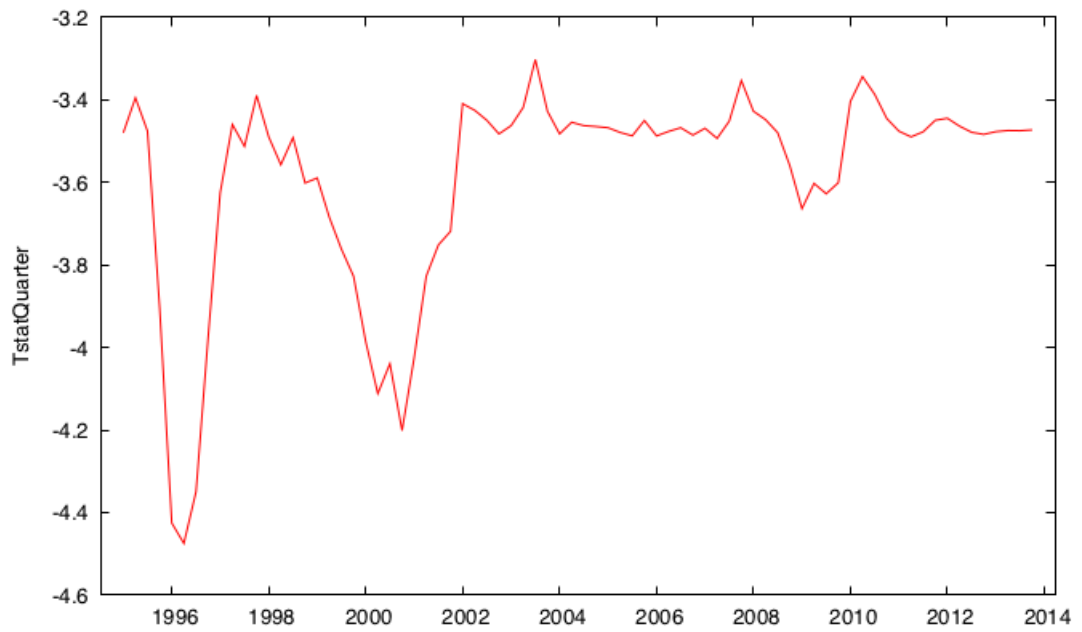


Figura 2.14: Valore t -stat per test Zivot-Andrews trimestrale



Figura 2.15: Valore t -stat per test Zivot-Andrews annuale tra 1990 e 2016

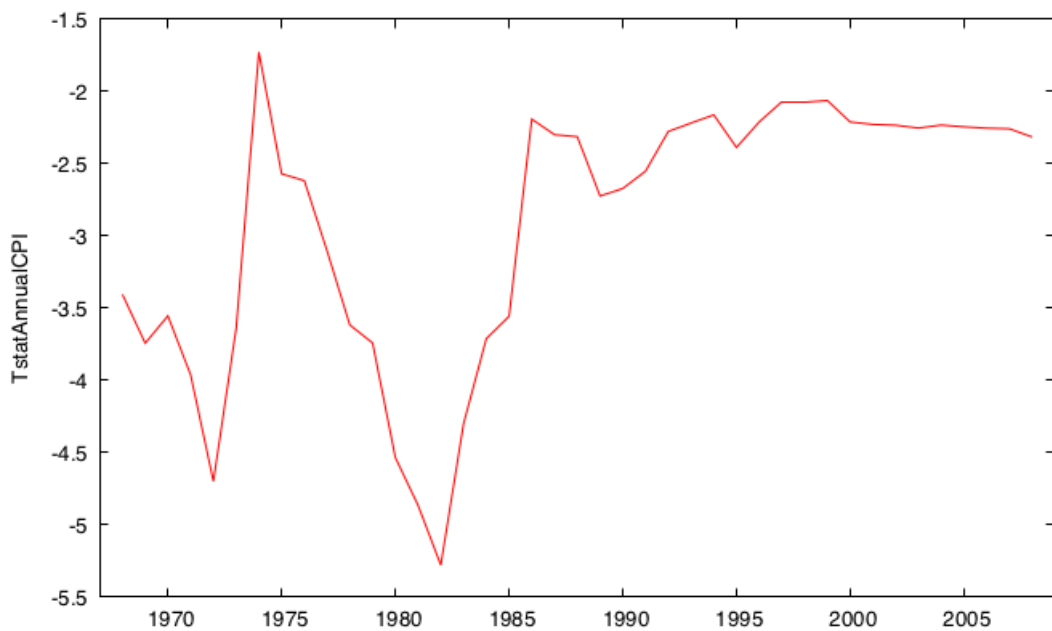


Figura 2.16: Valore t -stat per test Zivot-Andrews annuale (IPC)

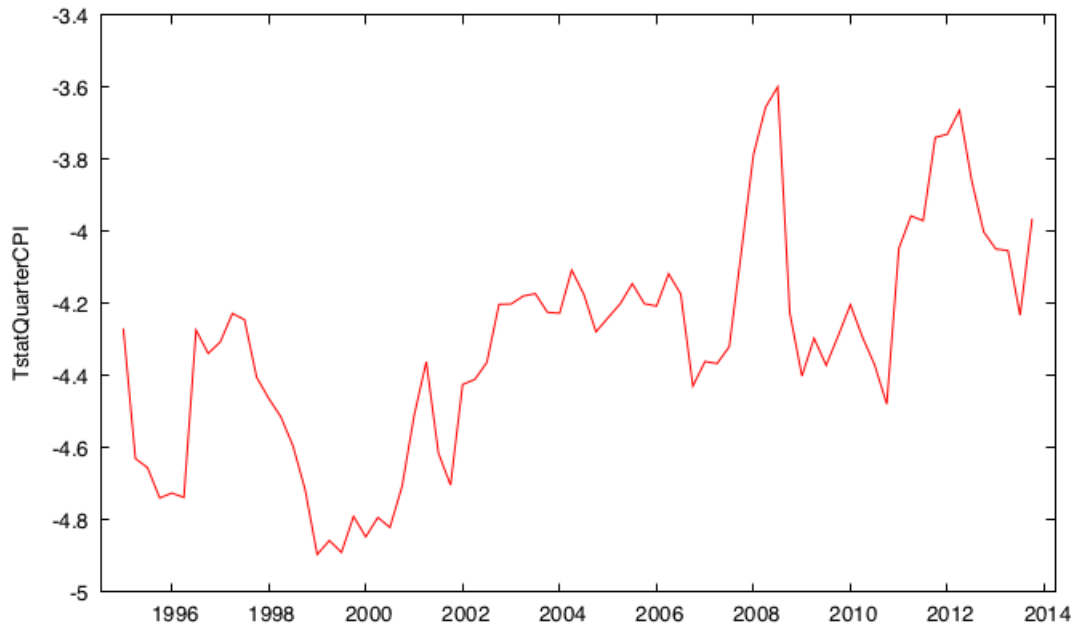


Figura 2.17: Valore t -stat per test Zivot-Andrews trimestrale (IPC)

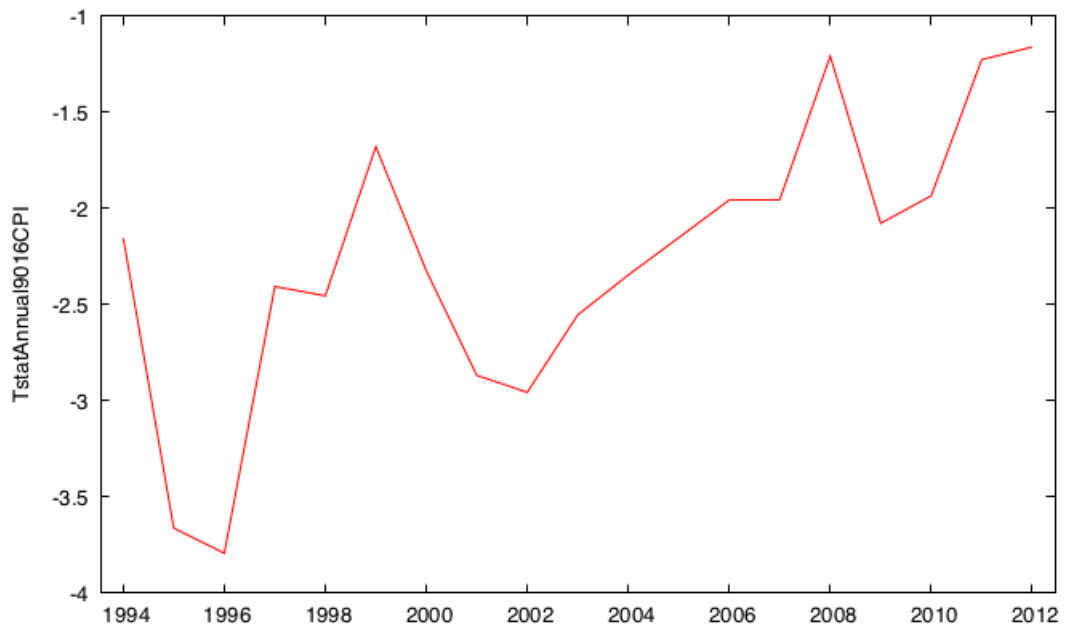


Figura 2.18: Valore t -stat per test Zivot-Andrews annuale tra 1990 e 2016 (IPC)

Tabella 2.5: Riportiamo in tabella i valori minimi della statistica $t_{\hat{\alpha}}(\lambda)$ e l'anno corrispondente per ciascuna serie di riferimento. La statistica testa l'ipotesi $\alpha = 1$. * significatività al 5%, ** significatività al 2,5%, *** significatività al 1%, **** non significativo

Serie	T-stat	Anno
Annuale	-5,16***	1982
Trimestrale	-4,47	1996:2
Annuale 90 - 16	-7,70****	2002
Annuale IPC	-5,28***	1982
Trimestrale IPC	-4,90**	1999:2
Annuale 90 - 16 IPC	-3,79	1996

Capitolo 3

Conclusioni

Passiamo ora all'interpretazione dei risultati ottenuti, concentrandoci singolarmente sulle varie serie annuali e trimestrali per le differenti basi di dati e test condotti.

Per la serie annuale del tasso d'inflazione calcolato a partire dal deflatore del PIL, il quadro che i quattro test di radice unitaria impiegati forniscono risulta a livello generale chiaro. Notiamo, infatti, che l'ipotesi di radice unitaria viene accettata per la gran parte degli intervalli temporali considerati; solo per gli ultimi vent'anni il test smentisce la presenza di radice unitaria, avvalorando l'impressione destata dal grafico della serie storica dell'inflazione: nelle ultime due decadi il processo di cambiamento dei prezzi ha trovato una stazionarietà prima sconosciuta. Questa nostra conclusione potrebbe essere avversata da una osservazione puntigliosa dei risultati: per alcuni intervalli temporali intermedi, infatti, l'ipotesi di radice unitaria viene rigettata. Ci sentiamo in coscienza sicuri per controbattere alla critica in favore della nostra opinione per tre ragioni. In primo luogo i quattro test (ADF, ADF con *trend*, ADF-GLS e ADF-GLS con *trend*) hanno un grado crescente di precisione ed efficacia nello svolgere l'analisi. Se i risultati del semplice test ADF sono spesso traballanti, gli esiti dei test ADF con *trend* e ADF-GLS diventano più chiari ed univoci fino alla cristallina evidenza del test ADF-GLS con *trend*. In secondo luogo, la discrepanza in taluni esiti è causata da una nostra precisa scelta metodologica. Avremmo potuto impostare a priori un numero di ritardi nello svolgimento dei test, tale per cui il risultato confermasse un eventuale preconetto, abbiamo preferito lasciare libero il numero di ritardi impiegati, determinato ogni volta col criterio *t-stat*, *AIC* o *BIC*. Questa procedura di selezione non sempre è risultata efficace, in alcuni casi il numero di ritardi selezionati si è dimostrato spropositato verso l'alto o verso il basso. Questa occorrenza giustifica larga parte dei risultati incoerenti con l'andamento generale proposto, ma non ci ha fatto desistere da un approccio

“trasparente”. In ultimo l’impiego di quattro differenti test permette di guidare l’interpretazione con un approccio “democratico”: abbiamo orientato la nostra opinione dove la maggioranza dei test la conduceva, ove, cioè, due, tre o quattro test su quattro confermassero l’accettazione o il rifiuto dell’ipotesi nulla.

Mantenendo lo stesso approccio metodologico, è, invece, difficile sostenere la presenza di radice unitaria per la serie storica trimestrale dell’inflazione calcolata dal deflatore del PIL. Assai frequentemente i risultati rigettano nettamente l’ipotesi nulla, ciò avviene anche per il test ADF-GLS con *trend*, che è in grado di garantirci il miglior livello di sicurezza nelle nostre affermazioni. Ad onor del vero, l’analisi di questa serie ha risentito in maniera particolare della selezione del numero di ritardi da impiegare, ma non per questo il quadro complessivo ci pare meno chiaro. L’ipotesi generale di un processo inflativo stazionario solo negli ultimi vent’anni è confermata dall’analisi trimestrale: tale serie, infatti, riassume gli ultimi 26 anni (1991:1 - 2017:4) e numerose delle decadi prese come campione d’analisi con la procedure del *rolling* rigettano l’ipotesi di radice unitaria.

L’analisi della serie storica annuale del tasso di inflazione calcolato attraverso l’IPC fornisce informazioni simili alla stessa per il deflatore, i risultati risultano in questo caso più stabili. È possibile accettare l’ipotesi di radice unitaria per tutti gli intervalli temporali tranne gli ultimi due: ove tale occorrenza viene rigettata, ciò accade solo da parte di uno dei quattro test, smentito dagli altri tre che ci consentono di temperare verso la direzione della maggioranza il giudizio. Gli esiti per gli intervalli 1996 - 2015 e 1997 - 2016 indicano nettamente la mancanza di radice unitaria e sostengono la nostra ipotesi generale di un cambiamento nel modello di comportamento del processo inflativo negli ultimi 20 anni.

La stessa sicurezza non può essere dimostrata nell’interpretazione dei risultati per la serie trimestrale del tasso di inflazione calcolato dall’IPC. L’evidenza è, infatti, assai variabile. Accettiamo inizialmente l’ipotesi di radice unitaria, gradualmente l’enfasi nell’accogliere l’ipotesi nulla scema fino al netto rigetto per le decadi che partono dal 2002 al 2004 e, infine, il rigetto colpisce nuovamente l’ipotesi alternativa con l’accettazione dell’ipotesi di radice unitaria, ora però meno convinta rispetto all’inizio. Tale incertezza di fondo ci rende poco propensi a dichiarare la presenza di radice unitaria anche per la serie trimestrale degli ultimi 26 anni. Il giudizio, che tenga conto anche della rappresentazione grafica della serie, si sbilancerà piuttosto verso un complessivo rigetto dell’ipotesi nulla, pur con un grado di incertezza tale da rendere la conclusione non definitiva.

Perché l’opinione che i precedenti risultati ci hanno instillato possa dirsi valida, questa deve essere confermata anche dal più sofisticato test di Zivot-

Andrews, che ricerca la presenza di radice unitaria permettendo la presenza di un punto di rottura strutturale. È noto, infatti, che, ignorando un eventuale rottura, l'accettazione della presenza di radice unitaria sarebbe superiore al vero. L'evidenza dei test di Zivot-Andrews risulta contraddittoria rispetto a quella opinione che i precedenti test di radice unitaria ci avevano indotto a sostenere. L'ipotesi di radice unitaria viene accettata solamente per la serie trimestrale dell'inflazione calcolata sulla base del deflatore e per la serie annuale dell'inflazione IPC ristretta all'intervallo 1990 - 2016. Per le altre serie l'ipotesi nulla viene rigettata ed il test indica la presenza di un punto di rottura strutturale. Per entrambe le serie annuali il test concorda nell'individuare il punto di rottura all'anno 1982. L'ipotesi nulla è rigettata anche per la serie trimestrale dell'inflazione IPC e per quella annuale dal deflatore ridotta all'intervallo 1990 - 2016. Dicevamo che il test contraddice quanto reso evidente dai pretendenti procedimenti di analisi e dall'osservazione grafica preliminare. Se, infatti, per le serie annuali non fatichiamo a credere vera la presenza di un punto di rottura in 57 anni ricchi di accadimenti, ci sembrava piuttosto chiara la natura stazionaria del processo inflativo almeno nelle ultime due decadi. In due delle quattro serie per questo lasso temporale, quella trimestrale IPC e quella annuale 90 - 16, il test conferma la nostra convinzione ed indica un convincente punto di rottura a cavallo dell'entrata nell'euro. Tuttavia l'ipotesi di radice unitaria è accettata per la serie trimestrale dal deflatore e 90 - 16 IPC e tale risultato ci lascia perplessi.

Le conclusioni generali che possono essere tratte sono, riassumendo, significative e sostenute da una evidenza che non può ovviamente vantare la certezza matematica, ma che è in grado di orientare nettamente il giudizio. L'individuazione di un punto di rottura strutturale nel 1982 ci pare fortemente indicativa¹. Nel 1980 il tasso d'inflazione toccava il proprio apice al 19%, l'inerzia dello strepitoso sviluppo economico italiano rallentava per gli attriti delle crisi petrolifere e delle instabilità politiche. Il 13 marzo 1979 entrava in vigore il Sistema Monetario Europeo (SME), il 12 febbraio 1981 iniziava la procedura di "divorzio" tra il Ministero del Tesoro e la Banca d'Italia completata in luglio. L'azione di controllo dell'inflazione avviata in America ed Inghilterra stava mostrando i propri frutti. Il risultato del test di Zivot-Andrews è molto preciso: con un ritardo di qualche mese il processo inflativo risente nei dati di questa brusca sterzata delle politiche economiche nella gravità della situazione mondiale. Considerare l'intervallo 1960 - 2016 come unico campione di analisi sarebbe stato insostenibile ed il test lo indica chiaramente: non è possibile sostenere l'ipotesi di radice unitaria per l'intero

¹Si vedano le "Considerazioni finali del Governatore sul 1982" all'indirizzo <https://www.bancaditalia.it/pubblicazioni/relazione-annuale/1982/index.html>

lasso temporale. L'evidenza per le le ultime due decadi è altrettanto interessante, pur essendo meno chiara. Come detto abbiamo impiegato quattro serie per studiare questo intervallo temporale; l'analisi grafica ed i test di radice unitaria confermano un certo grado di stazionarietà, i risultati del test di Zivot-Andrews sono in grado di individuare punti di rottura strutturale nei pressi dell'entrata nell'Euro per due serie. D'altra parte per le restanti due il test accetta l'ipotesi di radice unitaria, creando un imbarazzo dovuto probabilmente alla dimensione campionaria non delle più ampie.

Appendice A

La funzione di autocorrelazione

L'autocorrelazione di un processo stocastico corrisponde al coefficiente di correlazione di Pearson, ρ , tra realizzazioni del processo in tempi differenti. Dato un processo generatore dei dati $\{X_t\}_{t \in T}$ e prese due realizzazioni al tempo t e s , definiamo l'autocorrelazione come:

$$\rho(t, s) = \frac{E[(X_t - \mu_t)(X_s - \mu_s)]}{\sigma_t \sigma_s}.$$

Qualora i parametri della funzione $\rho(t, s)$ risultino definiti, questa assume valori nell'intervallo $[-1, 1]$. Ove il processo stocastico sia stazionario, media e varianza sono costanti e non dipendono dal tempo; l'autocorrelazione è, allora, funzione dell'intervallo temporale $\tau = s - t$:

$$\rho(\tau) = \frac{E[(X_t - \mu)(X_{t+\tau} - \mu)]}{\sigma^2} = \frac{\gamma(\tau)}{\gamma(0)}, \tau = \dots, -1, 0, 1, \dots$$

I termini “autocorrelazione” e “autocovarianza” possono apparire interscambiabili, ma l'utilizzo preciso della terminologia è necessario per indicare la normalizzazione della covarianza attraverso σ^2 per generare la correlazione. La normalizzazione consente principalmente di ottenere un riferimento assoluto, privo di unità di misura, della forza della dipendenza statistica. La funzione di autocorrelazione presenta le seguenti proprietà:

- $\rho(0) = 1$
- $\rho(\tau) = \rho(-\tau)$
- $|\rho(\tau)| \leq \rho(0)$ per la disuguaglianza di riarrangiamento.

Per un processo discreto con media e varianza note, di cui disponiamo di n osservazioni, lo stimatore della funzione di autocorrelazione risulta per ogni

intero positivo $k < n$:

$$\hat{\rho}(k) = \frac{1}{(n-k)\sigma^2} \sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu).$$

Qualora il processo sia stazionario e i primi due momenti noti, allora lo stimatore è corretto. Se tali parametri non dovessero essere noti, allora è possibile sostituire ai valori sconosciuti le stime campionarie $\hat{\mu}$ e $\hat{\sigma}^2$ per ottenere lo stimatore distorto:

$$\hat{\rho}(k) = \frac{1}{(n-k)\hat{\sigma}^2} \sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \hat{\mu})(X_{t+k} - \hat{\mu}).$$

L'analisi della correlazione si può avvalere dello strumento grafico dell'auto-correlogramma: si tratta di un grafico cartesiano in cui per ciascun numero di ritardi viene indicato il corrispondente valore della funzione di autocorrelazione. Tale valore risulta tipicamente da una stima ed è appropriato verificare l'effettiva validità statistica del risultato prodotto. La procedura è una classica verifica del coefficiente, nel caso specifico viene valutata la $H_0 : \bar{\rho} = 0$ attraverso un test statistico approssimativo basato sulla distribuzione normale, assumendo che la serie storica abbia distribuzione gaussiana. Nello specifico è possibile costruire il seguente intervallo di confidenza:

$$\left| \frac{\hat{\rho}_\tau - \bar{\rho}}{SE(\hat{\rho}_\tau)} \right| \leq z_{1-a/2} \quad \sim N(0, 1)$$

$$-z_{1-a/2}SE(\hat{\rho}_\tau) \leq \hat{\rho}_\tau - \bar{\rho} \leq z_{1-a/2}SE(\hat{\rho}_\tau)$$

$$-z_{1-a/2}SE(\hat{\rho}_\tau) \leq \hat{\rho}_\tau \leq z_{1-a/2}SE(\hat{\rho}_\tau) \quad \text{per } H_0 : \bar{\rho} = 0.$$

L'intervallo di confidenza risulta, dunque, $[-z_{1-a/2}SE(\hat{\rho}_\tau), z_{1-a/2}SE(\hat{\rho}_\tau)]$, dove $z_{1-a/2}$ indica il valore del percentile della distribuzione per il livello di significatività α scelto e $SE(\hat{\rho}_\tau)$ l'errore standard di $\hat{\rho}_\tau$. Seguendo il lavoro di Bartlett¹, $SE(\hat{\rho}_\tau)$ può essere calcolato così:

$$SE(\hat{\rho}_\tau) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T}} & \text{se } \tau = 1 \\ \sqrt{\frac{1+2\sum_{i=1}^{\tau-1} \hat{\rho}_i^2}{T}} & \text{se } \tau > 1. \end{cases}$$

¹Maurice S. Bartlett, "On the theoretical specification and sampling properties of autocorrelated time-series," *Supplement to the Journal of the Royal Statistical Society* 8/1 (1946): 27-41.

Individuato l'intervallo di confidenza desiderato, è possibile tracciare i riferimenti tratteggiati che, nelle realizzazioni grafiche, delimitano l'area del grafico all'interno della quale la stima $\hat{\rho}_\tau$ non può essere considerata significativamente diversa da zero.

La funzione di autocorrelazione parziale fornisce il grado di autocorrelazione tra due osservazioni della serie storica, rimuovendo l'effetto dei ritardi intermedi. Questo strumento risulta praticamente fondamentale nell'approccio di Box-Jenkins per individuare il numero di ritardi del modello AR(p), oggetto di studio. In termini più formali, l'autocorrelazione parziale del ritardo τ è la correlazione tra l'osservazione X_t e $X_{t-\tau}$, a cui viene rimossa la componente di dipendenza lineare di X_t sui ritardi $X_{t-1}, \dots, X_{t-\tau+1}$. Per calcolare la PACF è necessario fare un passo indietro verso la nozione di autocovarianza di un processo AR(p). Sappiamo che $\gamma(\tau) = E[X_{t-\tau}X_t]$ per processi con media nulla, allora

$$\gamma(\tau) = E[X_{t-\tau}(\alpha_1 X_{t-1} + \dots + \alpha_p X_{t-p})].$$

Per $\tau = 0, 1, \dots, p$ otteniamo:

$$\begin{aligned} \gamma(0) &= \alpha_1 \gamma(1) + \alpha_2 \gamma(2) + \dots + \alpha_p \gamma(p) = \sigma^2 \\ \gamma(1) &= \alpha_1 \gamma(0) + \alpha_2 \gamma(1) + \dots + \alpha_p \gamma(p-1) \\ &\vdots \\ \gamma(p) &= \alpha_1 \gamma(p-1) + \alpha_2 \gamma(p-2) + \dots + \alpha_p \gamma(0). \end{aligned}$$

Dividendo le ultime p equazioni per $\gamma(0)$ otteniamo le equazioni di Yule-Walker:

$$\begin{aligned} \rho(1) &= \alpha_1 + \alpha_2 \rho(1) + \dots + \alpha_p \rho(p-1) \\ \rho(2) &= \alpha_1 \rho(1) + \alpha_2 + \dots + \alpha_p \rho(p-2) \\ &\vdots \\ \rho(p) &= \alpha_1 \rho(p-1) + \alpha_2 \rho(p-2) + \dots + \alpha_p. \end{aligned}$$

Riscriviamo il processo AR(p) con una notazione leggermente differente

$$X_t = \phi_{k1} X_{t-1} + \phi_{k2} X_{t-2} + \dots + \phi_{kk} X_{t-k} + \varepsilon_t,$$

dove $\phi_{ki} = \alpha_i$ per $i = 1, \dots, k$, ossia dove ϕ_{ki} è il coefficiente del ritardo i di un processo AR(k). Le equazioni di Yule Walker possono essere riscritte in

forma matriciale come

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho(1) & \rho(2) & \dots & \rho(k-1) \\ \rho(1) & 1 & \rho(2) & \dots & \rho(k-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \rho(k-1) & \rho(k-2) & \rho(k-3) & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \vdots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho(1) \\ \rho(2) \\ \vdots \\ \rho(k) \end{bmatrix}, k = 1, 2, \dots$$

Il calcolo della PACF si basa sull'individuazione del coefficiente ϕ_{kk} d'interesse, che indica la relazione tra le due osservazioni oggetto d'indagine. Il coefficiente può essere così calcolato con la regola di Cramer:

$$\phi_{kk} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho(1) & \rho(2) & \dots & \rho(1) \\ \rho(1) & 1 & \rho(2) & \dots & \rho(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \rho(k-1) & \rho(k-2) & \rho(k-3) & \dots & \rho(k) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho(1) & \rho(2) & \dots & \rho(k-1) \\ \rho(1) & 1 & \rho(2) & \dots & \rho(k-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \rho(k-1) & \rho(k-2) & \rho(k-3) & \dots & 1 \end{vmatrix}}, k = 1, 2, \dots$$

Ricordiamo infine che per un processo AR(p) tutti i coefficienti di autocorrelazione parziale sono nulli per ordini maggiori di p ($k > p$): questa è la maggiore utilità operativa della PACF. Ove i valori teorici non fossero conosciuti, è certamente possibile stimare i parametri con le tecniche di inferenza classiche similmente a quanto indicato sopra per la ACF.

Appendice B

Script

Riportiamo lo script scritto per eseguire l'analisi sulla serie storica annuale del tasso di inflazione calcolato attraverso il deflatore. Questo esempio può essere facilmente adattato all'analisi per le successive serie.

```
open [file location]
setobs 1 1960 --time-series
rename 1 GDPPriceDeflatorAnnual1960

gnuplot GDPPriceDeflatorAnnual1960 --time-series
--with-lines --output=GDPPriceDeflatorAnnual1960.png

InflationAnnual1960 = ldiff(GDPPriceDeflatorAnnual1960)*100

gnuplot InflationAnnual1960 --time-series --with-lines
--output=InflationAnnual1960.png

corrgrm InflationAnnual1960
--plot=InflationAnnual1960Corrgrm.png

/* ADF TEST WITH CONSTANT */
smpl 1961 2016
adf -1 InflationAnnual1960 --c --verbose --test-down=tstat
adf -1 InflationAnnual1960 --c --verbose --test-down=AIC
adf -1 InflationAnnual1960 --c --verbose --test-down=BIC
loop i=$t1 .. $t2-19
smpl $i $i+19
adf -1 InflationAnnual1960 --c --verbose --test-down=tstat
adf -1 InflationAnnual1960 --c --verbose --test-down=AIC
adf -1 InflationAnnual1960 --c --verbose --test-down=BIC
```

```

endloop

/* ADF TEST WITH CONSTANT AND TREND*/
smpl 1961 2016
adf -5 InflationAnnual1960 --ct --verbose --test -down=tstat
adf -5 InflationAnnual1960 --ct --verbose --test -down=AIC
adf -5 InflationAnnual1960 --ct --verbose --test -down=BIC
loop i=$t1 .. $t2-19
smpl $i $i+19
adf -5 InflationAnnual1960 --ct --verbose --test -down=tstat
adf -5 InflationAnnual1960 --ct --verbose --test -down=AIC
adf -5 InflationAnnual1960 --ct --verbose --test -down=BIC
endloop

/*ADF-GLS WITH CONSTANT AND TREND */
smpl 1961 2016
adf -1 InflationAnnual1960 --c --verbose --test -down=AIC
--gls --perron-qu
adf -1 InflationAnnual1960 --c --verbose --test -down=BIC
--gls --perron-qu
loop i=$t1 .. $t2-19
smpl $i $i+19
adf -1 InflationAnnual1960 --c --verbose --test -down=AIC
--gls --perron-qu
adf -1 InflationAnnual1960 --c --verbose --test -down=BIC
--gls --perron-qu
endloop

/*ADF-GLS WITH CONSTANT AND TREND */
smpl 1961 2016
adf -1 InflationAnnual1960 --ct --verbose --test -down=AIC
--gls --perron-qu
adf -1 InflationAnnual1960 --ct --verbose --test -down=BIC
--gls --perron-qu
loop i=$t1 .. $t2-19
smpl $i $i+19
adf -1 InflationAnnual1960 --ct --verbose --test -down=AIC
--gls --perron-qu
adf -1 InflationAnnual1960 --ct --verbose --test -down=BIC
--gls --perron-qu
endloop

```

Il test di Zivot-Andrews non è presente nella distribuzione del software statistico impiegato, Gretl; abbiamo provveduto a creare uno *script* apposito, del quale riportiamo il contenuto esemplificativo e per il quale ringraziamo il prezioso e fondamentale contributo del *Ph. D.* Professor Sven Schreiber (svetosch@gmx.net).

```

open \ [file location]
setobs 4 1991:1 --time-series
rename 1 GDPPriceDeflatorQuarter

InflationQuarter = ldiff(GDPPriceDeflatorQuarter)*100

series y = InflationQuarter # your input variable

k = 3 # lag order
trim = floor(0.15 * $nobs) # 15\% trimming
loop for i=$t1+trim..$t2-trim --verbose --progressive
breakdate = i
series DU = (t > breakdate) # level shift
series DTstar = (t < breakdate) ? 0 : t - breakdate
# trend segment
series trend = time

ols y const DU trend DTstar y(-1) diff(y(-1 to -k))
tstat = ($coeff(X_1) - 1) / $stderr(X_1)
print tstat
store tstatAnnual.gdt tstat
endloop

open \ \dots/gretl/tstatAnnual.gdt
setobs 1 1968 --time-series
rename 1 TstatAnnual
gnuplot TstatAnnual --time-series --with-lines
--output=TstatZivotAnnual.png

```


Bibliografia

- [1] Bartlett, Maurice S. “On the theoretical specification and sampling properties of autocorrelated time-series.” *Supplement to the Journal of the Royal Statistical Society* 8/1 (1946): 27–41.
- [2] Cavallo, Alberto, Guillermo Cruces and Ricardo Perez-Truglia. “Inflation expectations, learning, and supermarket prices: Evidence from survey experiments.” *American Economic Journal: Macroeconomics* 9/3 (2017): 1–35.
- [3] Dickey, David A. and Wayne A. Fuller “Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root.” *Journal of the American statistical association* 74/366a (1979): 427–431.
- [4] Elliott, Graham, Thomas J. Rothenberg and James H. Stock. “Efficient tests for an autoregressive unit root.” *Econometrica* 64/4 (1996): 813–836.
- [5] Florescu, Ionut. *Probability and stochastic processes*. John Wiley & Sons, 2014.
- [6] Kirchgässner, Gebhard, Jürgen Wolters and Uwe Hassler. *Introduction to modern time series analysis*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [7] Lamperti, John. *Stochastic processes: a survey of the mathematical theory*. Volume 23. Springer Science & Business Media, 2012.
- [8] Nelson, Charles R. and Charles R. Plosser “Trends and random walks in macroeconomic time series: some evidence and implications.” *Journal of monetary economics* 10/2 (1982): 139–162.
- [9] Perron, Pierre. “The great crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis.” *Econometrica: Journal of the Econometric Society* (1989): 1361–1401.
- [10] Persons, Warren Milton. *Indices of General Business Condoitions*. Harvard Univ. Committee on Economic research, 1919.

- [11] Piehl, Anne Morrison et al. Testing for structural breaks in the evaluation of programs. 1999.
- [12] Sen, Amit. “On unit-root tests when the alternative is a trend-break stationary process.” *Journal of Business & Economic Statistics* 21/1 (2003): 174–184.
- [13] Život, Eric and Donald W.K. Andrews. “Further evidence on the Great Crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis.” *Journal of Business and Economic Statistics* 10/3 (1992): 251–270.

12684 parole
S.D.G.